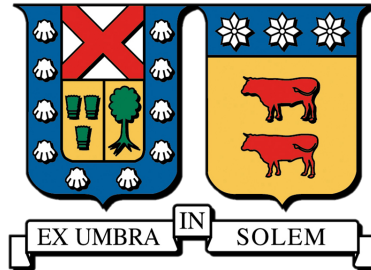


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE METALURGIA Y MATERIALES
SANTIAGO - CHILE



**Impacto de la modificación del ángulo de inclinación
de la batea en el Flujo Gravitacional en Block Caving**

Autor:

Sebastián Antonio Retamal Caamaño

Trabajo de tesis presentado como requisito parcial para optar al grado de:

Ingeniería Civil de Minas & Magíster en Ciencias de la Ingeniería Metalúrgica

Profesor Guía:

Dr. Sergio Palma Moya

Agradecimientos

En primer lugar agradecer a mi formación escolar el colegio Liahona, por abrirme las puertas de su institución para poder dar el salto a estudiar Ingeniería Civil de Minas. Ya que su aporte me ayudo tanto a tener una base para afrontar la Universidad como tal, sin descuidar el estudio, así como también, no reprimirse de la diversión y disfrutar la vida universitaria. Por permitirme contar con amigos para toda la vida como Carlos Moreno.

Fuera del colegio y universidad agradecer también a mi grupo de amigos que conocí en circunstancias donde todo parecía ir mal y con sus buenos consejos y apoyo me permitieron salir adelante, por compartir sus alegrías y sus penas conmigo, así como también la posibilidad de ser parte de ustedes como grupo.

Agradecer a mis padres, Manuel Retamal Grau y Myriam Caamaño, que me inculcaron los valores que mantengo hasta día de hoy, me enseñaron que siempre hay que dar lo mejor de mí. Les estoy agradecido además por todo su amor entregado, comprensión, y por sobre todo apoyo en cada una de las circunstancias que he afrontado a lo largo de la vida. Agradecer también a mi hermana Ana Paula Retamal, quien me ha apoyado y brindado amor desde que nació, irradiando tanto alegría como consejos y ánimo para cualquier situación. Además agradecer a cada una de sus familias por ser tan cercanos a mí, apoyando en los momentos más difíciles de mi vida hasta ahora.

Quiero darle las gracias a mi pareja Ayleen Pavez, con quien compartí todo el proceso universitario, a pesar de las dificultades para poder estar juntos debido a pruebas y trabajos en la universidad, fuimos capaces de sobreponernos a todas las adversidades y continuar de la mano proyectándonos cada vez más, decirle que la amo mucho y espero continuar mi vida junto a ella.

En la vida universitaria conocí una infinidad de personas, pero agradezco a un grupo de personas que me ayudo a salir adelante, a distraerme en momentos de tensión, compartir tanto ramos como partidos de fútbol, agradecido con Real Minero un grupo formado por Juan Francisco Piña, Nicolas Ramirez, Jurgen Vogt, Diego Cordero, Kevin González, Nicolas Valenzuela y Sergio Franjola, que son quienes me acompañaron durante esta travesía. Quiero además destacar a Rodrigo Marchant el ángel que nos cuida desde el cielo que lamentablemente le toco partir antes dejándonos un vacío importante a cada uno de nosotros, pero con la enseñanza de que a la vida hay que enfrentarla con una sonrisa y jamás perder el sentido del humor.

Agradecer a cada uno de los jefes de carrera con los que me toco cursar, así como también a la carrera en sí, y a cada uno de los profesores por darme la oportunidad de aprender de cada uno de ellos, pudiendo absorber conocimiento necesario para encontrarme en esta instancia. Destacar a Sergio Palma, que sin él esto no sería posible, por confiar en mí, por poner siempre delante su compromiso con la universidad como también con el departamento. Le agradezco por guiarme en momentos de dificultad y felicitar me cuando las cosas salían bien. También por la oportunidad de poder viajar a realizar una pasantía al extranjero, a Francia específicamente, donde conocí a Baptiste Darbois-Teixer, quien me enseñó bastante sobre temas de experimentación en su laboratorio de Física, como también se dio el tiempo de conocernos a cada uno como persona y así evitar que me sintiera tan solo estando tan alejado de mi casa.

Por último quisiera dedicar este trabajo a mis abuelo paterno Rubén Retamal y abuela materna Raquel Pino, quienes les toco partir este año 2024 y no pudieron estar presentes al momento que finalice mi carrera, quisiera agradecerles a cada uno por ayudarme siempre por entregarme mucho amor, por ir a buscarme al colegio cuando me sentía mal, y por permitirme pasar sus ultimos momentos en vida a sus lados, los quiero mucho y quiero que sepan que siempre estarán presentes en un pedacito de mi corazón.

IMPACT OF CHANGING THE INCLINATION ANGLE OF THE DRAWBELL ON THE GRAVITATIONAL FLOW IN BLOCK CAVING

Por: Sebastián Antonio Retamal Caamaño

Abstract

This study investigates the effect of incidence angles on the geometric characteristics of the Isolated Movement Zone (IMZ), the sinking velocity, the descent trajectory of a particle, and the induced sinking angle. Experimental data were obtained by measuring the height and width of the IMZ, as well as the sinking velocity, for angles ranging from 15° to 50° in 5° intervals. Additionally, the descent trajectory of a particle and the sinking angle were investigated using regression analysis and hypothesis tests. Results showed that the height and width of the IMZ increased over time, with linear models providing the best fit, achieving coefficients of determination (R^2) above 0.87 for all angles.

For the sinking velocity, although Wilcoxon tests revealed some differences, a direct and consistent relationship between incidence angles could not be established. Instead, a generalized equation representing the sinking velocity as a function of angle was developed, considering the observed variations.

Regarding the descent trajectory of the particle, Wilcoxon test results indicated a significant influence of the incidence angle, although no clearly demarcated trend was observed, as variations fell within a range of 3 seconds. For the sinking angle, a measurable increase with incidence angles was observed, and hypothesis tests highlighted significant differences at certain angles.

For the IMZ width, although the linear model was the most precise with R^2 values above 0.88 for all angles, a logarithmic model cannot be ruled out, given the minimal differences in the coefficients of determination between the linear and logarithmic models.

The methodology was experimental and consisted of a quasi-two-dimensional model at a 1:200 scale of the El Teniente mine in Rancagua. Eight experiments were conducted for each angle, which were subsequently measured with ImageJ software to obtain height, IMZ width, sinking velocity, sinking angle, and particle trajectory measurements.

Future research should explore a wider range of angles and longer time intervals to better understand these relationships. Practical applications include using the fitted models to predict IMZ behavior in extraction processes involving angle changes. Validating these results through additional experiments is essential to strengthen confidence in the developed models. This research provides a solid foundation for understanding how incidence angles affect IMZ geometry, sinking velocity, particle descent trajectory, and sinking angle, serving as a reference for future studies and applications in Block Caving.

IMPACTO DE LA MODIFICACIÓN DEL ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE LA BATEA EN EL FLUJO GRAVITACIONAL EN BLOCK CAVING

Por: Sebastián Antonio Retamal Caamaño

Resumen

Este estudio investiga el efecto de los ángulos de incidencia en las características geométricas de la zona de movimiento de material (IMZ), la velocidad de hundimiento, la trayectoria de descenso de una partícula y el ángulo de hundimiento provocado. Se obtuvieron datos experimentales midiendo la altura y el ancho de la IMZ, así como la velocidad de hundimiento, para ángulos que varían de 15° a 50° en intervalos de 5° . Además, se investigó la trayectoria de descenso de una partícula y el ángulo de hundimiento utilizando análisis de regresión y pruebas de hipótesis. Los resultados mostraron que la altura y el ancho de la IMZ aumentaron con el tiempo, siendo los modelos lineales los que mejor se ajustaron, con coeficientes de determinación (R^2) superiores a 0.87 para todos los ángulos.

Para la velocidad de hundimiento, aunque se realizaron pruebas de Wilcoxon y se observaron algunas diferencias, no se pudo establecer una relación directa y consistente entre los ángulos de incidencia. En su lugar, se desarrolló una ecuación generalizada que representa la velocidad de hundimiento en función del ángulo, teniendo en cuenta las variaciones observadas.

En cuanto a la trayectoria de descenso de la partícula, los resultados del test de Wilcoxon indican una influencia significativa del ángulo de incidencia, aunque no se observó una tendencia claramente demarcada, ya que las variaciones caen dentro de un rango de 3 segundos. Para el ángulo de hundimiento, se observó un aumento medible con los ángulos de incidencia, y las pruebas de hipótesis destacaron diferencias significativas en ciertos ángulos.

Para el ancho de la IMZ, aunque el modelo lineal fue el más preciso con R^2 superiores a 0.88 para todos los ángulos, no se descarta el uso de un modelo logarítmico, ya que las diferencias en los coeficientes de determinación entre los modelos lineal y logarítmico fueron mínimas.

La metodología utilizada fue experimental y consistió en un modelo cuasi bidimensional a escala 1:200 de la mina El Teniente de Rancagua. Se realizaron 8 experimentos para cada ángulo, los cuales fueron posteriormente medidos con el software ImageJ para obtener las mediciones de altura, ancho de IMZ, velocidad de hundimiento, ángulo de hundimiento y trayectoria de la partícula.

La investigación futura debería explorar un rango más amplio de ángulos y mayores intervalos de tiempo para comprender mejor estas relaciones. Las aplicaciones prácticas incluyen el uso de los modelos ajustados para predecir el comportamiento de la IMZ en procesos de extracción que implican cambios de ángulo. La validación de estos resultados mediante experimentos adicionales es esencial para fortalecer la confianza en los modelos desarrollados. Finalmente esta investigación proporciona una base sólida para entender cómo los ángulos de incidencia afectan la geometría de la IMZ, la velocidad de hundimiento, la trayectoria de descenso de partículas y el ángulo de hundimiento, sirviendo como referencia para futuros estudios y aplicaciones en Block Caving.

Índice general

1. Introducción	10
2. Objetivos	12
2.1. Objetivo General	12
2.2. Objetivos Específicos	12
3. Block Caving	13
3.1. Definición	13
3.2. Dimensionamiento de mallas de extracción	13
3.3. Ángulo de Inclinación de la Batea	14
4. Estado del arte	15
4.1. Trabajos anteriores	15
4.2. Procedimiento de Smith & Collins para determinar la Densidad Aparente . .	26
4.3. Modelo de Rossin-Rammler para obtener la caracterización de material . . .	27
4.4. Prueba de Wilcoxon	27
4.5. Prueba t-pareada	28
5. Metodología	29
5.1. Material	29
5.1.1. Caracterización del material	29
5.1.2. Ángulo de Reposo	30
5.2. Modelo Experimental	31
5.2.1. Estructura Principal	31
5.2.2. Pieza horizontal	32
5.2.3. Bateas intercambiables	32
5.3. Extracción y toma de datos	34
5.3.1. Distribución y extracción de material	34
5.3.2. Toma de datos y procesamiento de imagen	35
6. Resultados y Discusión	38
6.1. Movimiento de partículas a través del tiempo	38
6.2. Crecimiento de la IMZ a lo largo del tiempo	40
6.2.1. Crecimiento de la H_{IMZ} con respecto al tiempo	40
6.2.2. Crecimiento del W_{IMZ} con respecto al tiempo	42

6.2.3. Caso atípico de 15 deg y 20 deg	45
6.3. Evolución de la Subsidiencia y Hundimiento del material	47
7. Conclusiones y Recomendaciones	50
8. Anexos	54
8.1. Anexo 1	54
8.2. Anexo 2	55
8.3. Anexo 3	56

Índice de figuras

1.	Seguimiento de flujo gravitacional expuesto por Dr. Rudolf Kvapil (1965). . .	16
2.	Influencia del ángulo en el flujo gravitacional Dr. Rudolf Kvapil (1965) . . .	17
3.	presentación de las partes que componen una zona de extracción según Dr. Rudolf Kvapil (1965).	18
4.	Interacción entre distintas distancias entre puntos de extracción D. H. Laubscher (1994)	19
5.	Grafico de masa acumulada vs máximo ancho de IMZ/EIZ Castro (2007) . .	20
6.	Grafico de la altura de la IMZ vs el ancho de la IMZ Castro (2007)	21
7.	Ajuste del modelo plástico planteado a los datos obtenidos en estudios anteriores Melo	22
8.	IMZ para un par de puntos de extracción vecinos en una extracción simultánea, Vivanco (2011)	22
9.	interacción entre 5 elipsoides de extracción ubicados linealmente Vivanco (2011). .	23
10.	Ancho de EZ en función de la masa acumulada, para distintos porcentajes de humedad. Sanchez (2018)	24
11.	Grafico Altura de la IEZ vs el Ancho de la IEZ. Sturla (2021)	24
12.	Comparación de EZ para diferentes tiempos de extracción, para dos aperturas con $D_0=4$ mm , y a una distancia de: 1 – 2 – 3 – 4 mm . Morales (2023) . .	25
13.	Material a utilizar, mezclado entre los distintos colores proporcionados. . . .	29
14.	Pieza horizontal generada por impresión 3D.	32
15.	Corte transversal a una batea de extracción para efectos del presente trabajo. .	32
16.	Pieza de batea intercambiable.	33
17.	Estructura principal.	33
18.	Estructura principal, junto al llenado completo de material.	34
19.	Imagen lateral de motores de paso y su funcionamiento.	35
20.	Imagen en escala de grises a los 0.6 s de apertura de punto de extracción para cada uno de los ángulos.(a) 15 deg (b) 20 deg (c) 25 deg (d) 30 deg (e) 35 deg (f) 40 deg (g) 45 deg (h) 50 deg.	36
21.	Movimiento de material 0.6 s de apertura de punto de extracción para cada uno de los ángulos a través de software ImageJ.(a) 15° (b) 20° (c) 25° (d) 30° (e) 35° (f) 40° (g) 45° (h) 50°.	37
22.	Gráfico del movimiento de partículas a través del tiempo.	38
23.	Gráfico del cambio de la altura de IMZ a lo largo del tiempo para cada ángulo. .	41
24.	Gráfico del cambio de ancho en el tiempo de la IMZ a lo largo del tiempo. .	42

25.	Imagen en escala de grises del movimiento del material a lo largo del tiempo.(a) 15° (b) 20°.	45
26.	Gráfico comparativo de H_{IMZ} vs W_{IMZ} normalizado con respecto a trabajos anteriores.	46
27.	Gráfico de velocidad de subsidencia para ángulos estudiados.	47
28.	Ángulo de hundimiento para los Ángulos estudiados.	48
29.	Imagen en escala de grises del material en la zona superior de la batea central. (a) 15° (b) 20°.	49

Índice de cuadros

1.	Dimensiones mínimas requeridas para punto de extracción Dr. Rudolf Kvapil (1965)	19
2.	Datos experimentales utilizados Castro (2007)	20
3.	Parámetros característicos del material experimental	30
4.	Resultados medición ángulo de reposo	31
5.	Piezas utilizadas para la variación del ángulo de inclinación en el modelo experimental	33
6.	Resumen de diferencias significativas cada 5 deg en el movimiento de una partícula.	39
7.	Comparativa de aceleraciones con respecto al ángulo con menor aceleración entre tramos.	40
8.	Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de H_{IMZ}	41
9.	Pendiente y crecimiento porcentual de la altura de H_{IMZ}	42
10.	Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de W_{IMZ}	43
11.	Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de W_{IMZ} para datos posteriores a 0.5 s.	44
12.	Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de W_{IMZ} para datos posteriores a 0.5 s variando 10°.	44
13.	Tabla de ajuste lineal de datos de W_{IMZ} para datos posteriores a 0.5 s, junto con errores del modelo.	45
14.	Tabla de ángulos efectivos en ángulos bajos (15° y 20°).	46
15.	Resumen de diferencias significativas cada 5° en la velocidad de subsidencia.	48
16.	Resumen de diferencias significativas cada 5° en el ángulo de hundimiento.	49
17.	Tabla de masa perdida sobre la batea central para ángulos bajos.	49

Capítulo 1

Introducción

La minería ha sido uno de los componentes más importantes tanto para el desarrollo como para la evolución de la humanidad, esta actividad consiste en la extracción de recursos mineales a gran escala. Con el progreso del tiempo, es necesario profundizar aun mas desde la superficie terrestre para poder explotar y extraer los minerales. Chile es uno de los principales productores de cobre a nivel mundial, ha sido pionero en generar y adaptar técnicas avanzadas de minería subterránea para optimizar la extracción de sus vastos yacimientos minerales, como los encontrados en la mina El Teniente [de Minería, 2021].

Uno de los métodos de extracción subterránea que destaca es el hundimiento por bloques, o mejor conocido como Block Caving, es un método de minería subterránea altamente eficiente que permite extraer mineral de grande volumen es a bajo costo [Brown, 2003]. Este método implica que exista una explosión controlada en la base de este gran macizo para que luego este se fracture, se desmoronee y descienda por su propio peso. Sin embargo este método depende en gran medida de la comprensión detallada de los procesos de hundimiento y características geomecánicas del yacimiento.

Un aspecto crítico del Block Caving es la Isolated Extraction Zone (IMZ), que se forma durante el proceso de hundimiento. Esta es una región de transición entre el material hundido y el material inmovil, donde sus características son cruciales para la estabilidad del hundimiento y la eficiencia de la operación. [Laubscher, 1994]. Otros aspectos importantes a destacar son la velocidad de hundimiento que puede influir en la tasa de producción y la estabilidad del terreno, por otro lado, esta la trayectoria del material particulado que desciende a través de estos puntos, ya que puede afectar la distribución de material y eficiencia de la operación.

La distribución de puntos de extracción en Block Caving depende del diseño de las mallas de extracción, lo cual influye significativamente en la eficiencia del flujo gravitacional del material y la estabilidad de la mina. Para realizar este diseño, se utilizan ábacos y diagramas que proporcionan guías visuales y numéricas para ajustar los parámetros operacionales y geométricos con el fin de determinar la cantidad y el espaciamiento entre puntos de extracción. Muchos de estos ábacos fueron desarrollados en las décadas de 1980 y 1990, lo que subraya la necesidad de actualizarlos con datos y técnicas modernas para mejorar la precisión y eficiencia.

Por otro lado el ángulo de inclinación de la batea es un factor importante que puede influir en la formación de la IMZ y en el proceso de hundimiento. En muchas operaciones, se

utiliza un ángulo cercano a 45 grados por razones de estabilidad y operacionales. La correcta inclinación de la batea permite un desplazamiento más eficiente del material hacia los puntos de extracción. Alterar este ángulo puede mejorar la recuperación del mineral y alterar la forma y tamaño de la IMZ. Este ángulo se encuentra en la batea de extracción que se ubica en la zona inferior de este gran macizo rocoso por donde fluye el material para luego ser retirado. Comprender entonces como varían las características de la IMZ y otros parámetros geomecánicos puede proporcionar información valiosa para mejorar las prácticas de Block Caving como también minimizar los riesgos asociados [Brady and Brown, 2006].

En este estudio, se investigó el efecto de los ángulos de inclinación en las características geométricas de la IMZ, como la velocidad de hundimiento, trayectoria de descenso de partículas, y ángulo provocado por el mismo hundimiento. Se llevaron a cabo experimentos en un modelo cuasi-bidimensional a escala 1:200 de la mina El Teniente, midiendo la altura y ancho de la IMZ, y trayectoria de partículas para las características previamente mencionadas. Se alteró el ángulo de inclinación entre 15 deg y 50 deg en intervalos de 5 deg . Los resultados fueron analizados utilizando regresión y además pruebas de hipótesis para determinar la significancia de las diferencias entre ángulos.

Capítulo 2

Objetivos

2.1 Objetivo General

Estudiar la influencia del ángulo de zanja en la evolución de la IMZ

2.2 Objetivos Específicos

- Determinar la trayectoria de las partículas en función del tiempo para cada ángulo.
- Comparar la subsidencia de los distintos ángulos estudiados.
- Cuantificar la evolución en el tiempo del ancho y altura del elipsoide formado por la variación de los distintos ángulos.
- Comparar los resultados obtenidos con modelos anteriores

Capítulo 3

Block Caving

3.1 Definición

El Block Caving es un metodo de extracción subterránea que implica el colapso controlado de un gran bloque de mineral valioso, permitiendo que el mineral se fracture y descienda por la gravedad. Este método es efectivo ya que abarca una gran zona de material cosa que otras técnicas resultarian ineficientes geotecnico o economicamente. Segun Brady y Brown [Brady and Brown, 2006]

El proceso de Block Caving comienza con la creación de una red de galerías conocida como malla de extracción en la base del bloque mineralizado. Posteriormente, la roca es fracturada mediante voladuras controladas, provocando el hundimiento del mineral por efecto de la gravedad. se colocan distintos puntos de extracción dentro de esta malla donde las elipsoides interactúan entre si debido a su cercanía. El material fragmentado desciende por una pendiente generada mediante las voladuras en una especie de embudo rectangular conocido como batea de extracción, posteriormente se recoge en puntos específicos y se transporta a la superficie para su procesamiento [Flores and Karzulovic, 2002]. Este método es eficiente en Chile siendo utilizada por mina El Teniente como también por Chuquicamata Subterránea, de todas formas este método se puede aplicar a diversas minas a lo largo del mundo.

Posteriormente en base a estudios de Pierce [Pierce, 2010], se determina que se requiere una planificación meticulosa y comprensión geomecánica profunda del depósito a extraer. Como también la perforación y voladura deben ser precisas para generar este embudo y evitar que ocurran derrumbes estructurales.

3.2 Dimensionamiento de mallas de extracción

El dimensionamiento de mallas en Block Caving es una etapa crítica que determina la eficiencia y seguridad de la operación. Este proceso implica la planificación y disposición de los puntos de extracción de manera que maximicen la recuperación del mineral y minimicen los riesgos de colapso. Los estudios de Chacón [Chacón et al., 2004], han demostrado que diseños innovadores de mallas, como el Herringbone y el layout modificado de El Teniente, pueden mejorar significativamente la productividad. Además, estos diseños ayudan a distribuir las tensiones de manera uniforme, reduciendo el riesgo de fallos estructurales.

Históricamente, el dimensionamiento de mallas ha dependido de ábacos desarrollados en las décadas de 1980 y 1990. Estos ábacos proporcionan una guía para el espaciamiento y disposición de los puntos de extracción, pero su antigüedad subraya la necesidad de actualizarlos con nuevas investigaciones y datos. Halim [Halim, 2006] ha enfatizado la influencia de la extracción interactiva en el espaciamiento de los puntos de extracción, mostrando que una actualización de los ábacos puede resultar en una distribución más eficiente y segura del material. Castro, Trueman y Halim [Castro et al., 2007] desarrollaron modelos físicos tridimensionales para estudiar zonas de extracción aisladas, demostrando la necesidad de un rediseño en los ábacos tradicionales para adaptarse a las condiciones actuales de la minería subterránea. Estos estudios resaltan la importancia de modernizar las herramientas de diseño para mantener la eficiencia y seguridad en las operaciones de Block Caving.

3.3 Ángulo de Inclinación de la Batea

El ángulo de inclinación de la batea en Block Caving es otro aspecto fundamental que afecta el flujo de material y la estabilidad de la operación. Generalmente, se utiliza un ángulo cercano a los 45 grados debido a que este ángulo proporciona un equilibrio óptimo entre la eficiencia del flujo gravitacional y la estabilidad del pilar de mineral. Esta inclinación permite que el material fragmentado se desplace de manera eficiente hacia los puntos de extracción sin comprometer la integridad estructural del bloque.

Gómez [Gómez et al., 2022] han realizado estudios exhaustivos sobre la predicción de obstrucciones en el flujo basado en la geometría de las bateas y el estrés vertical. Sus investigaciones concluyen que un ángulo de 45 grados es efectivo para mantener la estabilidad y operatividad del sistema, facilitando un flujo controlado y continuo del mineral. Este enfoque no solo considera la estabilidad estructural, sino también el impacto del ángulo en el flujo gravitacional, lo cual es crucial para optimizar el diseño de las bateas y asegurar la eficiencia del proceso de extracción. La investigación en este campo puede proporcionar insights valiosos para mejorar los diseños actuales y futuros de las bateas de extracción.

Capítulo 4

Estado del arte

4.1 Trabajos anteriores

Cabe destacar que no existen bases científicas reales para el diseño de mallas de puntos de extracción, por lo que para mejorar este tema es necesario entender las teorías del flujo gravitacional. Por lo tanto, la descripción que se realizara en el estado del arte es acerca del comportamiento de este flujo y como se ve afectado por distintos factores.

Dr Rudolf Kvapil [Kvapil, 1965] estableció las bases del estudio del flujo gravitacional donde introdujo en su primea parte distintos modelos físicos con el cual realizo su estudio:

- Type A: Classical Gravity Flow Models: En este modelo se ve que el flujo gravitacional avanza en el eje vertical a través de un silo o canasto el cual posee un punto de extracción abierto localizado en la parte inferior al centro de este modelo. Para observar el movimiento del flujo gravitacional, el modelo debe ser llenado verticalmente con material de color claro generando capas horizontales, las cuales serán separadas por una capa delgada de material oscuro.
- Type B: Two-Dimensional Models With An Arbitrary Filling: Similar al Type A solo que ocupa otro tipo de patrón de llenado de modelo.
- Type C: Three-Dimensional Models and Tests (Including In-Situ Testing, Bins, Silos, etc.): Es un modelo en el cual el proceso de llenado es un poco laborioso ya que se introducen test in situ que permite determinar los parámetros actuales de flujo gravitacional para el material que es usado. Se colocan ciertas marcas a lo largo del llenado del silo o canasto con el fin de medir la posición de estos a lo largo del vaciado en el punto de extracción y a su vez anotando el volumen de flujo que se ha extraído.

Además, para este estudio considero 2 casos distintos:

- Llenado y extracción por separado: Proceso por el cual es llenado el silo y posteriormente se procede a extraer material por la zona inferior.
- Llenado y extracción continua: Proceso por el cual a medida que se va extrayendo material por la zona inferior, se procede simultáneamente a rellenar el silo.

Estableció características básicas del flujo donde utilizó el coeficiente de movilidad (m) en base al desarrollo de RL. Zenkov (1950).

$$m = 1 + 2f^2 - 2f\sqrt{(1 + f^2)}$$

Donde f es el coeficiente de fricción interna y estará determinado por la tangente del ángulo natural de reposo (ϕ).

Kvapil en el caso de llenado y extracción por separado, observó que a medida que el material era extraído se formaba una especie de cono invertido, donde el ángulo de este cono depende de las propiedades del material. Continuando con la extracción este descendía con la misma geometría hasta que el modelo era vaciado.

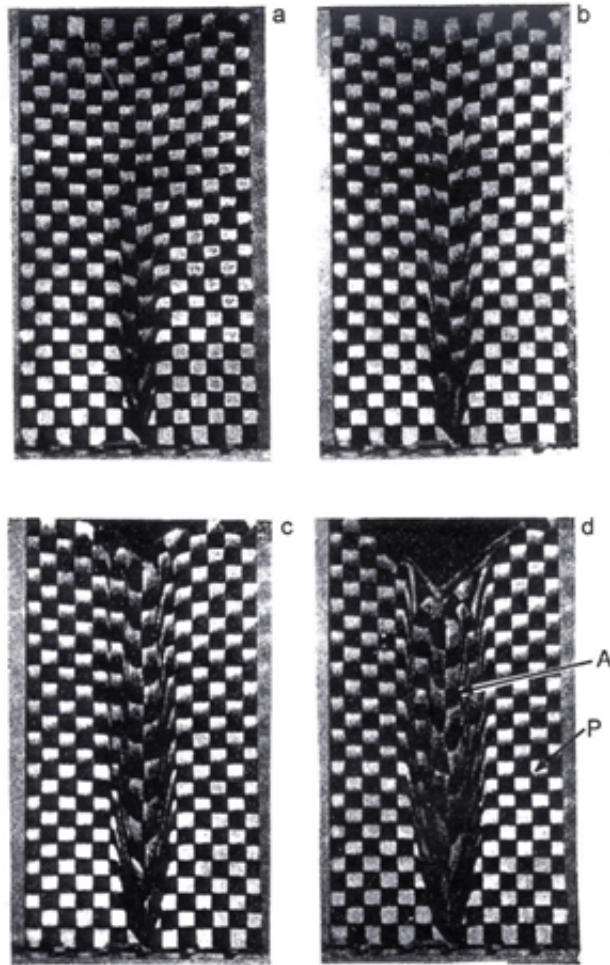


Figura 1: Seguimiento de flujo gravitacional expuesto por Dr. Rudolf Kvapil (1965).

Se puede apreciar en la figura anterior que a medida que la extracción continuaba, se forma el cono invertido descrito por Kvapil, generando una zona activa representada por A, y una zona pasiva presentada por P

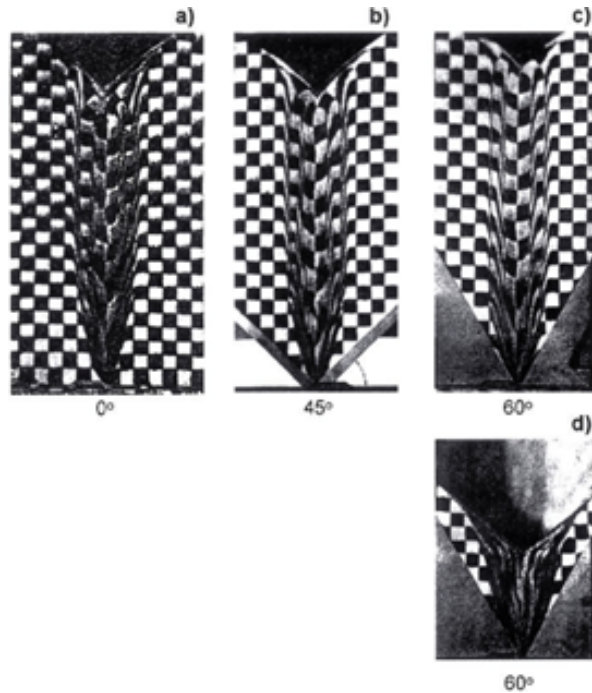


Figura 2: Influencia del ángulo en el flujo gravitacional Dr. Rudolf Kvapil (1965)

Como se presentó anteriormente existe una zona activa (A) y una zona pasiva (P), es posible construir una estructura de relaciones entre el volumen de material extraído (V_c), aproximadas dimensiones del embudo (F) y su volumen (V_f), la intersección de dos puntos 1 y 2 del embudo generado y el elipsoide con el plano horizontal (n). También determino la nomenclatura IMZ para la zona de movimiento aislada e IEZ para la zona de extracción aislada

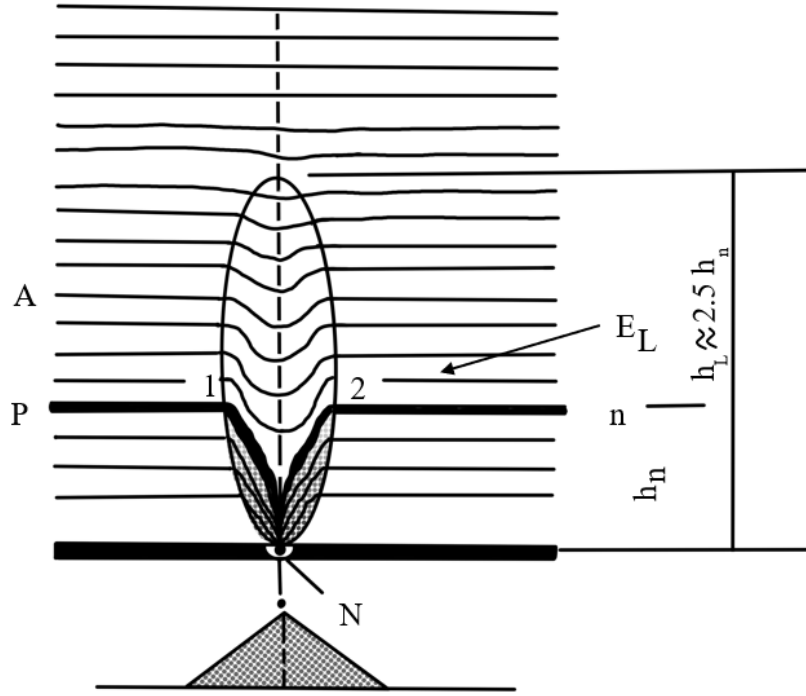


Figura 3: presentación de las partes que componen una zona de extracción según Dr. Rudolf Kvapil (1965).

Es posible entonces determinar la excentricidad del elipsoide:

$$\epsilon = (1/a)\sqrt{a^2 - b^2}$$

Donde a representa el eje semi mayor y b el eje semi menor del elipsoide, por ende, a mayor excentricidad el elipsoide será más delgado y por tanto tendrá menor volumen. De acuerdo con esto Kvapil llega al factor de aflojamiento determinándolo como:

$$\alpha = V_{IMZ}/(V_{IMZ} - V_{IEZ})$$

Asumiendo que la excentricidad para la IMZ y la IEZ es igual y con un factor de aflojamiento de 1.066 llega a la conclusión de que ratio de las alturas de estas zonas estaría dado por:

$$H_{IMZ} \approx 2,5 H_{IEZ}$$

Determina también una tabla de las dimensiones mínimas requeridas para el punto de extracción, en base al tamaño de los fragmentos de roca para evitar colgaduras, determinando:

Cuadro 1: Dimensiones mínimas requeridas para punto de extracción Dr. Rudolf Kvapil (1965)

Apertura Cuadrada	Apertura Circular
$Fa = (5 * D)^3 * K$	$Fa = 0,85 * (5 * D)^3 * K$

D. H. Laubscher [Laubscher, 1994], durante su estudio analizo diversos factores que afectaban al caving, con el fin de mejorar las operaciones subterráneas generando cambios a futuro en el proceso. Dentro de este estudio Laubscher determina un diagrama de estabilidad en base a MRMR y el radio hidráulico, menciona el tema de la fragmentación del material el cual está determinado por diversas variables, las cargas asociadas dentro de un proceso de caving, como se pueden producir las colgaduras y por ultimo menciona que es necesario un espaciamiento entre los elipsoides de extracción, criterio que tiene implicancia en la tesis a realizar, ya que observo que desde cierta distancia ocurría una interacción entre elipsoides aledaños, considera entonces un espaciamiento de 1.5 veces el diámetro de la IMZ.

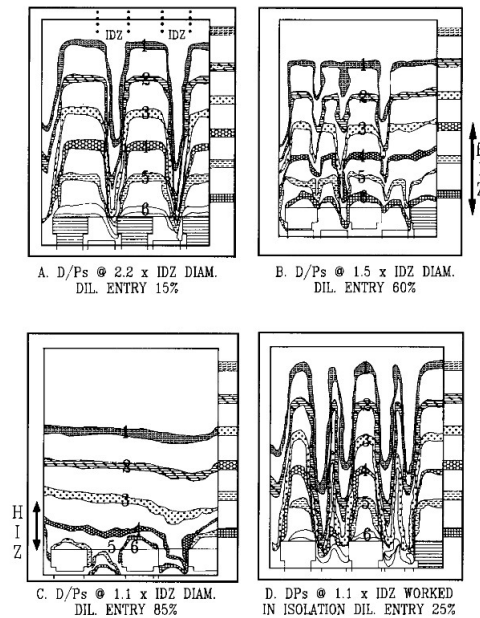


Figura 4: Interacción entre distintas distancias entre puntos de extracción D. H. Laubscher (1994)

Posteriormente Castro [Castro et al., 2007] estudia la influencia de la altura de extracción, el tamaño de las partículas y distribución de estas en la geometría de las zonas de extracción y movimiento. Por tanto, utiliza un modelo físico tridimensional más grande que el utilizado en el estudio anterior por Kvpil para investigar los mecanismos de flujo de estos materiales sin cohesión extraídos desde un único punto. Realiza una serie de experimentos los cuales serán detallados a continuación en la siguiente tabla:

Cuadro 2: Datos experimentales utilizados Castro (2007)

Experiment	Model media (mm)	Drawpoints dimensions $dpw \times dp_h$, mm	Geometrical scale λL	Height filled hf , mm	dpw/p_{50}	hf/p_{50}
T1	ND-20	120 x 100	1:30	3300	6	165
T2	ND-20	120 x 100	1:30	3300	6	165
T3	ND-8	36 x 30	1:100	3300	4.5	413
T4	ND-8	36 x 30	1:100	3300	4.5	413
T5	ND-8	36 x 30	1:100	3300	4.5	413
T6	ND-8	120 x 100	1:30	3300	15	413
T7	ND-8	120 x 100	1:30	3300	6.7	413
T8	ND-8	120 x 100	1:30	3300	6.7	413
T9	ND-8	120 x 100	1:30	3300	6.7	413

Los resultados experimentales de Castro sugieren que las zonas de estirado aisladas están influenciadas por la masa y la altura de extracción.

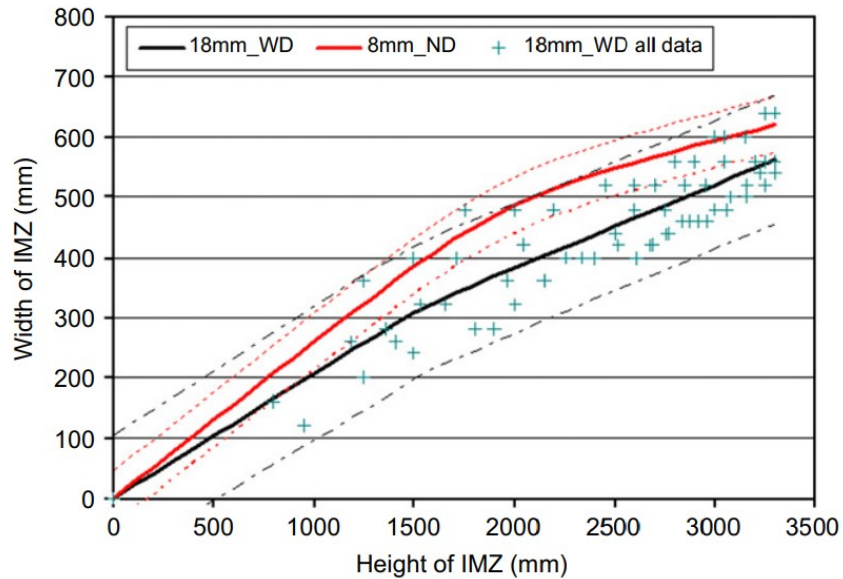


Figura 5: Grafico de masa acumulada vs máximo ancho de IMZ/EIZ Castro (2007)

Para analizar la altura de extracción Castro utiliza la siguiente formula:

$$w_{IMZ}(m) = w_0 \left(1 - \beta e^{-\frac{m}{m_1}} - (1 - \beta) e^{-\frac{m}{m_2}} \right)$$

Donde w_0 es el ancho máximo después de que la zona de movimiento aislada alcance la superficie, m_1, m_2 son masas identificadas en dos etapas distintas de la expansión del ancho de la zona de movimiento aislada. Obteniendo el siguiente grafico:

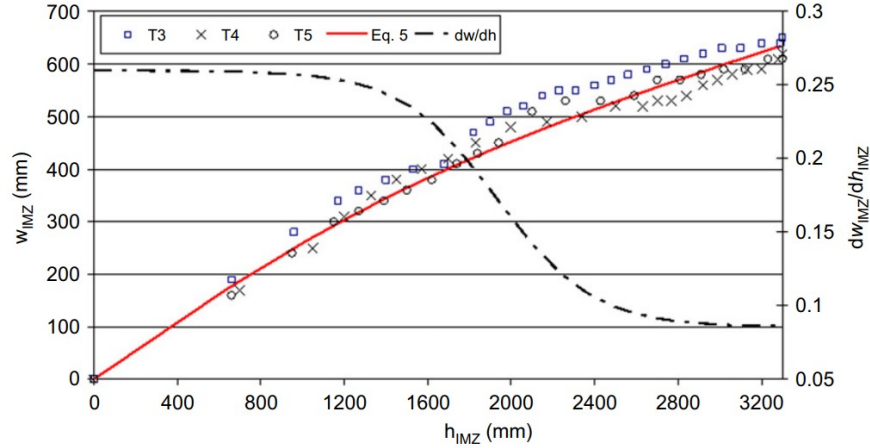


Figura 6: Grafico de la altura de la IMZ vs el ancho de la IMZ Castro (2007)

$$H_{imz} = \sqrt{\rho/\delta\rho} * H_{iez}$$

En orden de comparar con el resultado expuesto por Kvapil anteriormente con el modelo cinemático planteado por Melo [Melo et al., 2009], se reemplaza el valor del cambio de densidad por $\rho/\delta\rho = 0,066$, obteniendo que:

$$H_{imz} \approx 4,02 * H_{iez}$$

Lo que otorga un 60 % de sobrestimación con respecto al resultado presentado por Kvapil, esta desviación se debe a que el modelo cinemático no cumple con la suposición de que ambas zonas poseen la misma excentricidad.

Por otro lado, se compara el modelo plástico planteado por Melo a los resultados obtenidos anteriormente por Castro, refiriéndose a la altura y ancho de la IEZ en función de la masa extraída acumulada y la dependencia del ancho con relación a la altura de ambas zonas. Las curvas obtenidas por Melo concuerdan con los datos experimentales para alturas moderadas bajo 2 metros, donde el flujo permanece radial.

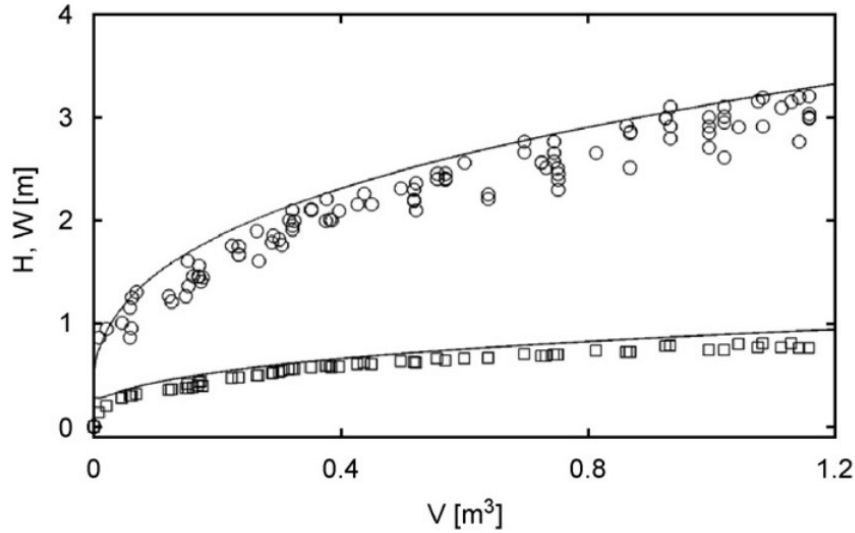


Figura 7: Ajuste del modelo plástico planteado a los datos obtenidos en estudios anteriores Melo

Sorprendentemente, un valor único del ángulo θ $g = 15$, que limita el flujo es necesario para ajustar todo el conjunto de curvas obtenido por Castro. En este caso, la relación entre la altura entre la IMZ a la IEZ conduce a un cambio de densidad estimado de 19 %.

Vivanco [Vivanco et al., 2011], plantea una forma 3D de la zona de aflojamiento sobre múltiples puntos de extracción en block caving mediante un modelo de plasticidad con un frente de dilatación, con el fin de analizar el comportamiento de los elipsoides a medida que variaba la distancia entre los distintos puntos de extracción. Esta zona de aflojamiento suele estimarse de manera aproximada superponiendo estas múltiples zonas centradas en cada punto de extracción, sin considerar la interacción entre estos flujos. Vivanco observó que la interacción entre 2 flujos representados por el modelo plástico rompe la simetría de la zona de desprendimiento y aumentan su altura dentro de la región de interacción. Donde la fuerza de esta interacción está fuertemente influenciada por la distancia entre estos puntos.

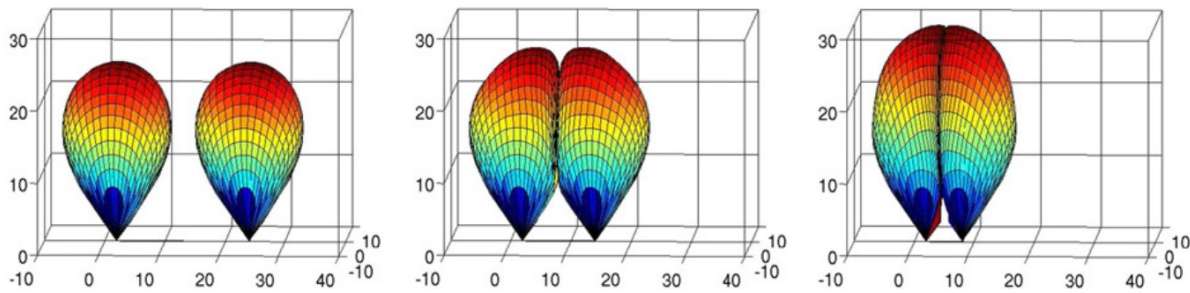


Figura 8: IMZ para un par de puntos de extracción vecinos en una extracción simultánea, Vivanco (2011)

Mas adelante en el caso que evalúa una matriz lineal de múltiples puntos de extracción, se observan dos comportamientos diferentes dependiendo de la ubicación de los puntos de extracción. Por un lado, se observa que los anchos correspondientes a los elipsoides interiores poseen un valor de la suma de la mitad de la distancia de separación a los vecinos cercanos. Por otro lado, los elipsoides ubicados en los extremos reducen su relación de crecimiento de ancho hacia la zona donde ya existe otro elipsoide debido a la interacción que posee con este. Se observa además que la superficie superior de los puntos de extracción interiores es más uniforme, lo que sugiere que podría observarse un flujo de masa por encima de estos puntos de extracción cuando están separados a una distancia inferior a 1.5 veces el ancho de la zona de desprendimiento aislada, contradiciendo el criterio de Laubscher.

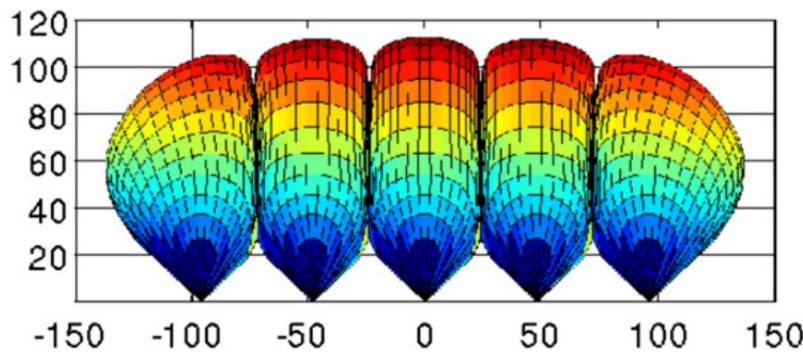


Figura 9: interacción entre 5 elipsoides de extracción ubicados linealmente Vivanco (2011).

Sánchez [Sánchez, 2019] se enfocó en la caracterización del flujo por gravedad de materiales granulares finos en block Caving. Utilizando una combinación de experimentos de laboratorio y simulaciones numéricas, el autor analizó cómo el tamaño, la forma y la distribución de las partículas afectan el flujo de estos materiales con distintos porcentajes de humedad. Las pruebas en modelos a escala replicaron las condiciones subterráneas, mientras que las simulaciones con software especializado validaron los patrones observados. Los resultados demostraron que las características físicas de las partículas impactan significativamente el patrón de flujo, y que los modelos desarrollados pueden optimizar el diseño de las operaciones de block caving. Las conclusiones señalaron que una comprensión detallada de estos flujos es esencial para mejorar la eficiencia y seguridad en la minería subterránea. Además, se observó que el uso adecuado de estos modelos puede reducir los costos operativos y minimizar los riesgos asociados con el hundimiento y la subsidencia en la superficie.

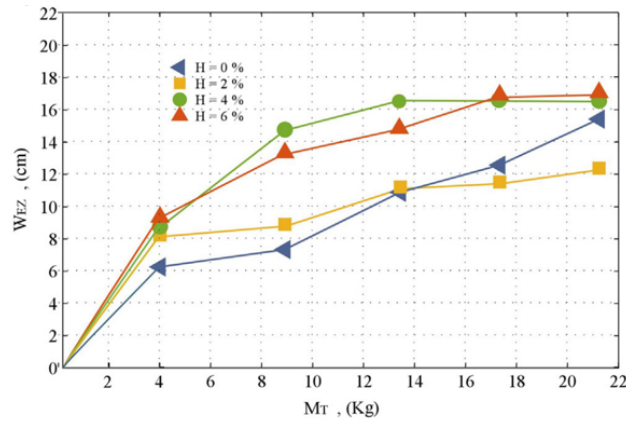


Figura 10: Ancho de EZ en función de la masa acumulada, para distintos porcentajes de humedad. Sanchez (2018)

Por otro lado, Sturla [Sturla, 2021] investigó la influencia de los parámetros físicos del material granular y el diseño de las bateas de extracción en el flujo gravitacional en minería de block caving. A través de experimentos de laboratorio y simulaciones numéricas, Sturla analizó cómo las características físicas del material, como el tamaño y la forma de las partículas, junto con el diseño de las bateas, afectan el comportamiento del flujo por gravedad. Los resultados indicaron que estos parámetros tienen un impacto significativo en la eficiencia del flujo gravitacional. Específicamente, se observó que el tamaño y la forma de las partículas pueden alterar el patrón de flujo, haciendo que el material fluya de manera más uniforme o irregular. El diseño de las bateas también mostró ser crucial, ya que un diseño optimizado puede mejorar significativamente la eficiencia de la extracción del mineral. Las simulaciones numéricas confirmaron las observaciones experimentales, proporcionando una base sólida para la aplicación de estos hallazgos en el diseño de minas. Sturla concluyó que una adecuada comprensión y control de estos parámetros son esenciales para mejorar la eficiencia y seguridad en las operaciones de block Caving, y sugirió mejoras en los diseños actuales de bateas para optimizar el proceso de extracción.

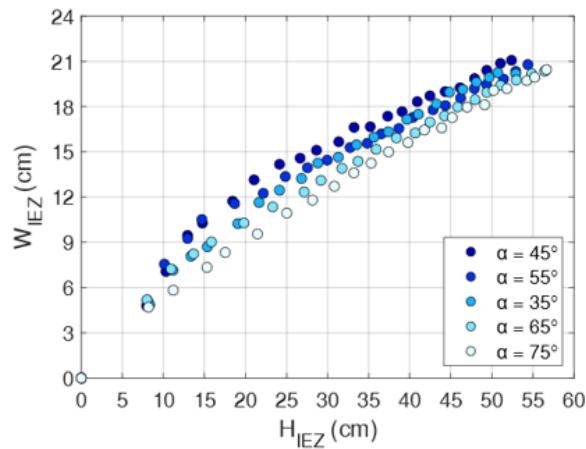


Figura 11: Grafico Altura de la IEZ vs el Ancho de la IEZ. Sturla (2021)

Además, Morales [Morales, 2023] introdujo un enfoque matemático novedoso para modelar los flujos granulares impulsados por gravedad en block Caving. Este enfoque se basa en ecuaciones matemáticas avanzadas que describen el comportamiento del flujo de materiales granulares. Morales desarrolló un modelo teórico que considera variables como la densidad del material, la geometría de la mina y las condiciones de frontera. Los resultados del modelo matemático se validaron con datos experimentales y demostraron ser precisos en la predicción del flujo de materiales. En particular, el modelo permitió prever cómo variaciones en la densidad y geometría afectan el flujo, proporcionando una herramienta robusta para el diseño y la optimización de operaciones de block Caving. Morales concluyó que la aplicación de este modelo matemático puede revolucionar el diseño de minas al proporcionar predicciones precisas y detalladas del flujo de materiales granulares. Las implicaciones prácticas incluyen la capacidad de mejorar la eficiencia operativa y la seguridad, así como la reducción de costos y riesgos asociados con el proceso de extracción.

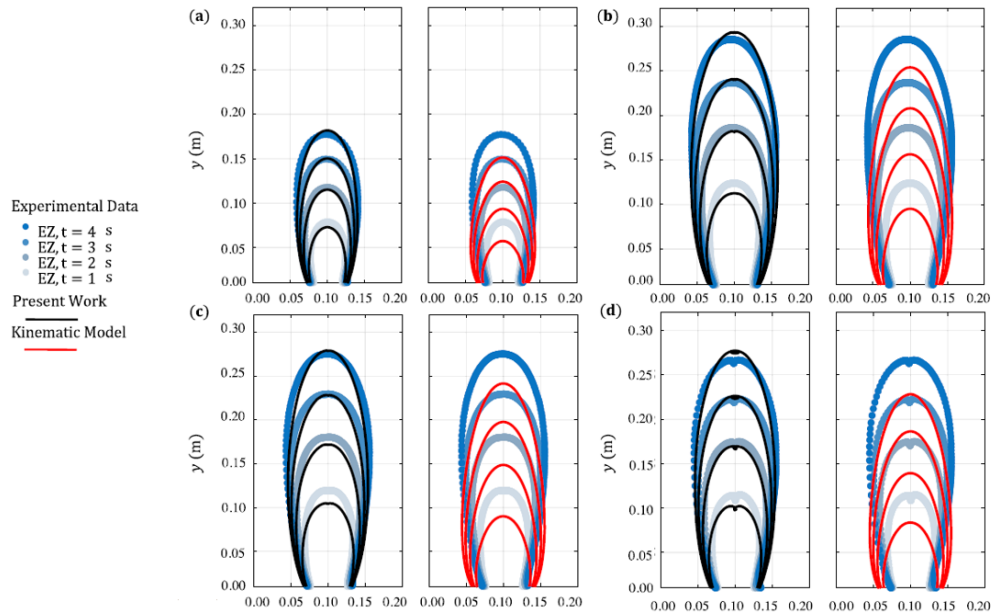


Figura 12: Comparación de EZ para diferentes tiempos de extracción, para dos aperturas con $D_0=4$ mm, y a una distancia de: 1 – 2 – 3 – 4 mm. Morales (2023)

4.2 Procedimiento de Smith & Collins para determinar la Densidad Aparente

En primer lugar para lograr determinar la densidad aparente por medio del proceso realizado por Smith & Collins [Smith and Collis, 2001], es necesario:

- Preparación de muestra:

Seleccionar la cantidad deseada de material a evaluar su densidad, percatarse de que se encuentre en el estado más seco posible, y que mantenga un peso constante.

- Medición del volumen:

Posteriormente llenar el cilindro graduado con la muestra de material utilizado, golpeando ligeramente para que el material se logre asentar dentro del cilindro.

- Medición de la masa:

Luego se utiliza una balanza para pesar el cilindro con material dentro, para luego restarle el peso del cilindro vacío.

- Medición de la densidad aparente:

Finalmente es posible calcular la densidad aparente (ρ) utilizando la siguiente fórmula:

$$\rho = \frac{\text{Masa de la muestra (g)}}{\text{Volumen del cilindro (cm}^3\text{)}}$$

4.3 Modelo de Rossin-Rammler para obtener la caracterización de material

El ajuste de modelo de Rossin-Rammler [Rossin and Rammler, 1933] permite describir la distribución de tamaño de partículas del material. Es ampliamente utilizado en la caracterización de materiales granulares a su precisión a la hora de representar la distribución de partículas. Este modelo se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$R(x) = \exp\left(-\left(\frac{x}{x_0}\right)^q\right)$$

Donde :

- $R(x)$ es la fracción de masa que queda retenida por encima de un tamaño x otorgado.
- x_0 es el tamaño característico de la partícula.
- q es el parámetro de distribución, determinado Coeficiente de Uniformidad.

4.4 Prueba de Wilcoxon

La prueba de Wilcoxon, o prueba de rangos con signo de Wilcoxon, es una prueba no paramétrica que se utiliza para comparar dos muestras emparejadas. Es particularmente útil cuando los datos no siguen una distribución normal, lo que es común en muchos estudios geotécnicos y de minería. Esta prueba clasifica las diferencias entre los pares y luego analiza rangos para evaluar si las diferencias medianas son significativas. [Wilcoxon, 1945]

Matemáticamente, se puede expresar como:

$$W = \sum_{i=1}^n \text{sign}(d_i) * R_i$$

Donde :

- d_i es la diferencia entre pares de observación.
- R_i es el rango de la diferencia absoluta d_i .
- n es el número de pares de observaciones.

4.5 Prueba t-pareada

La prueba t-pareada es una prueba paramétrica que compara dos distintas medias de muestras emparejadas para determinar si existen diferencias significativas entre ellas. Esta asume que las diferencias entre pares de datos siguen una distribución normal. En la minería, esta prueba se utiliza para evaluar cambios geotécnicos o de producción antes y después de una intervención específica [Student, 1908]

La formula asociada a la prueba t-pareada se puede expresar como:

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$$

Donde :

- $\bar{d}$ es la media de las diferencias entre pares.
- s_d es la desviación estándar de las diferencias.
- n es el número de pares.

Capítulo 5

Metodología

5.1 Material

En primer lugar se reciben 60 [Kg] de Cuarzo granulado de distintos colores: morado, celeste, naranja y verde. Con el fin de realizar el trabajo experimental del presente trabajo. Se utiliza material de Cuarzo debido a que este se encuentra principalmente en las minas de Chile dentro del granito, como también tener sus distintas superficies irregulares lo que se diferenciaría en gran manera con respecto a simulaciones realizadas en trabajos anteriores que utilizan partículas completamente esféricas.



Figura 13: Material a utilizar, mezclado entre los distintos colores proporcionados.

5.1.1 Caracterización del material

Una vez recibido el material se procedió al cálculo de la densidad aparente por medio de lo propuesto por Smith & Collins [Smith and Collis, 2001], para una muestra de material de 50 [g] obteniendo que:

$$\rho = 2,64[g/cm^3]$$

Posteriormente se toma una muestra representativa de cada uno de los colores para realizar el proceso de tamizado según [Allen, 1997], con las mallas N# 8, N# 10, N# 14, N# 18, con un tamaño de abertura de 2.38 mm, 2.00 mm, 1.41 mm, 1.00 mm, respectivamente.

Una vez realizado esto se ajustaron los resultados al modelo de Rossin-Rammler para describir la distribución del tamaño de las partículas, lo que permitió determinar los siguientes parámetros característicos:

$$x_0 = 2025[\mu m], q = 1,25$$

Finalmente es posible determinar los siguientes parámetros característicos.

Cuadro 3: Parámetros característicos del material experimental

Material	Densidad aparente $[g/cm^3]$	$d_{10}[\mu m]$	$d_{30}[\mu m]$	$d_{50}[\mu m]$	$d_{60}[\mu m]$
Cuarzo	2.64	1800	1944	2025	2060

5.1.2 Ángulo de Reposo

Para determinar el ángulo de reposo del material es necesario seguir el método ASTM 2015 [ASTM International, 2015], El cual es un procedimiento para medir las propiedades de materiales granulares. Se utilizó el cono de Abrams para este método:

- Preparación del cono: Se utilizó un cono de Abrams estándar con medidas de una altura de 200 mm, un radio superior de 70 mm y uno inferior de 100 mm. Estos fueron impresos directamente de impresoras 3D con el filamento PLA.
- Realización de los experimentos: Se realizaron un total de 13 experimentos, donde en cada uno se llenó el cono de Abrams y se retiró cuidadosamente hacia arriba para permitir que el material fluya gravitatoriamente y posteriormente se asente en una especie de pila cónica. Este ángulo se determinó grabando cada experimento a una distancia de 1.5 m a ras de la mesa de experimentos.
- Medición del ángulo de reposo: Una vez obtenidas las grabaciones de los experimentos fueron traspasados al software ImageJ, para medir de manera precisa el ángulo formado mediante su herramienta de medición de ángulos [Schneider et al., 2012]. Una vez medido los 13 experimentos se obtiene:

Cuadro 4: Resultados medición ángulo de reposo

Experimento	Ángulo de reposo [°]
1	18.56
2	19.23
3	19.01
4	18.87
5	19.52
6	19.14
7	18.93
8	19.47
9	20.12
10	18.76
11	19.05
12	20.30
13	20.15

De estos experimentos se puede extraer el ángulo de reposo promedio de $19,20^\circ$ con una desviación estandar de $\sigma = 0,56$, y un Error Estándar de la media (SEM) de $SEM = 0,16$.

5.2 Modelo Experimental

Para la construcción del modelo experimental se utilizó como base una representación a escala 1:200 del sector Esmeralda de la mina El Teniente de Codelco [Saavedra, 2015]. Con el fin de simplificar la toma de datos de manera visual se optó por generar un modelo cuasi-bidimensional, donde además se colocaron 2 puntos de extracción para no perder la interacción que pueda existir dentro de las elipsoides generadas. Este modelo constó de una estructura compuesta principalmente por aluminio, e impresiones 3D.

5.2.1 Estructura Principal

- Se colocaron 2 barras de aluminio con base cuadrada de 3 cm y una altura de 120 cm (estas se encuentran a una distancia de 42 cm entre ellas). Estas vigas están empotradas a la mesa de trabajo con el fin de mantener la estabilidad durante el proceso de experimentación.
- Se colocan además dos barras más de aluminio de forma transversal situadas a una altura de 24 cm desde la base, las cuales cruzan las vigas principales. Estas proporcionan un soporte adicional y simulan la estructura a nivel de producción.

5.2.2 Pieza horizontal

Entre las vigas horizontales se coloca una pieza realizada con impresión 3D de 38 cm de largo. Esta contiene dos orificios centrales que simulan los puntos de extracción del material. Estos orificios son de forma circular con un radio de 20 mm y se encuentran a una distancia de 60 mm entre ellos.

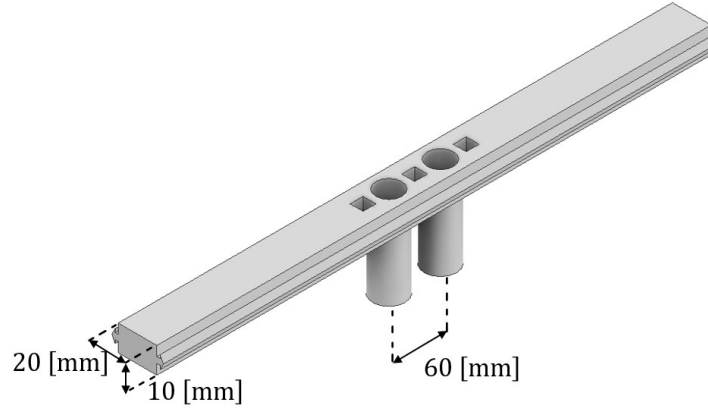


Figura 14: Pieza horizontal generada por impresión 3D.

5.2.3 Bateas intercambiables

Al optar por un modelo cuasi-bidimensional, la batea de extracción presente en el método de Block Caving, se ve truncada por esta reducción haciendo que ésta ya no dependa de dos ángulos α y β , sino netamente de α .

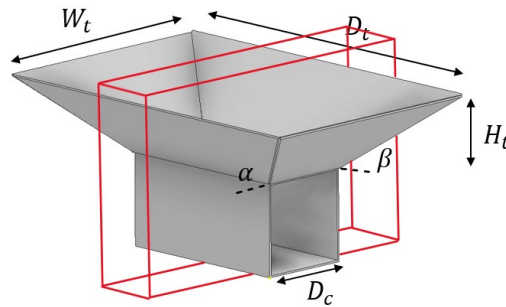


Figura 15: Corte transversal a una batea de extracción para efectos del presente trabajo.

Al realizar esta reducción es posible percatarse que se puede construir una pieza con forma de pilares que simule los distintos ángulos de inclinación que están presentes en la batea de extracción en Block Caving. Para esto se implementó estudiar un total de 8 ángulos los cuales fueron variando para efectos de este estudio. Para esto fue necesario idear 3 piezas para cada ángulo con el fin de colocarlos dentro de la pieza horizontal.

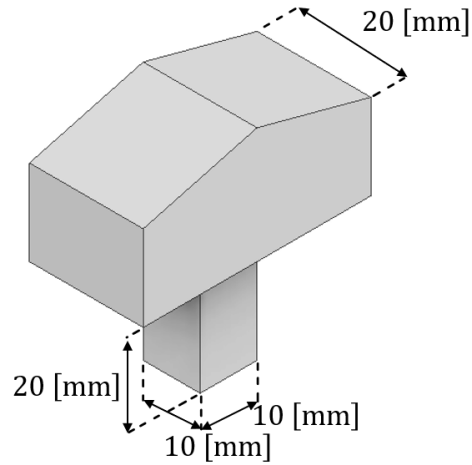


Figura 16: Pieza de batea intercambiable.

Cuadro 5: Piezas utilizadas para la variación del ángulo de inclinación en el modelo experimental

Pieza	Ángulo [°]
1	15
2	20
3	25
4	30
5	35
6	40
7	45
8	50

Finalmente se puede obtener una vista general de la estructura junto con un ejemplo de las bateas intercambiables.

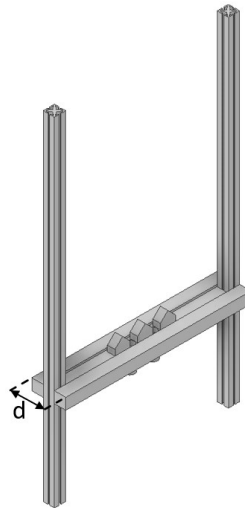


Figura 17: Estructura principal.

5.3 Extracción y toma de datos

5.3.1 Distribución y extracción de material

Con respecto a la distribución del material, se buscó replicar o asemejarse al patrón utilizado por Kvapil [Kvapil, 1965], donde se colocaron franjas de distinto color de material cada 10 mm. Para esto fue necesario contener el material colocando un vidrio en la zona delantera de 900 mm de alto, 360 mm de ancho y con 5 mm de profundidad. Para la zona trasera se recortaron 6 vidrios de un tamaño de 150 mm de alto, 360 mm de ancho y 5 mm de profundidad, con la finalidad de realizar el llenado de material de forma optima por la parte trasera, e ir aumentando la cantidad de vidrios a medida que éste va progresando.

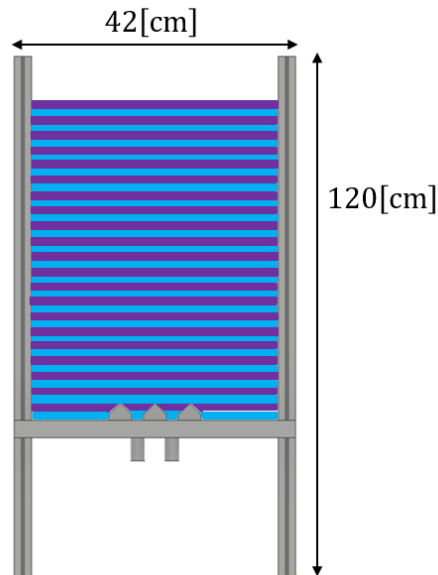


Figura 18: Estructura principal, junto al llenado completo de material.

Continuando con la extracción y el descenso del material se procedió a la apertura de la zona inferior de manera permanente logrando una extracción continua.

Con el fin de automatizar la apertura de salida de material, y evitar que se propagen errores no deseados se optó por la construcción de un sistema elaborado por un chip Arduino UNO y 2 motores de paso que permiten mover una barra en la zona inferior al punto de extracción permitiendo la liberación del material, el código con el cual se realizó el movimiento de los motores es posible encontrarlo en Anexos 8.1.



Figura 19: Imagen lateral de motores de paso y su funcionamiento.

5.3.2 Toma de datos y procesamiento de imagen

Para la toma de datos se utilizó una cámara NIKON D7500 ubicada a 1 m de distancia de la estructura principal desde la zona frontal. Esta cámara se colocó de forma vertical manteniendo la zona del punto de extracción lo más cercano a la sector inferior de la captura de la cámara con el fin de abarcar la mayor altura posible de material. Debido a su relación de aspecto de 16:9 y en vista del ancho máximo de grabación, sólo se pueden capturar hasta 420 mm de altura de material.

Una vez configurado la cámara se procede a la toma de datos del presente trabajo, donde se grabaron 8 repeticiones para cada uno de los ángulos estudiados.

Posterior a esto se utiliza el software imageJ, para colocar las grabaciones en escala de grises, colocar escala de pixeles a cm para las mediciones y así ir evaluando el desplazamiento de partículas a lo largo del tiempo, además se utiliza la herramienta Z Project con desviación estándar para analizar el comportamiento de la elipsoide a medida que se varía los ángulos estudiados. Esta herramienta permite proyectar la variación del material en cada fotograma, generando una imagen compuesta que destaca las áreas de mayor movimiento a lo largo del tiempo [Rasband, 2018], y en base a esto proceder con resultados y posterior análisis del presente trabajo.

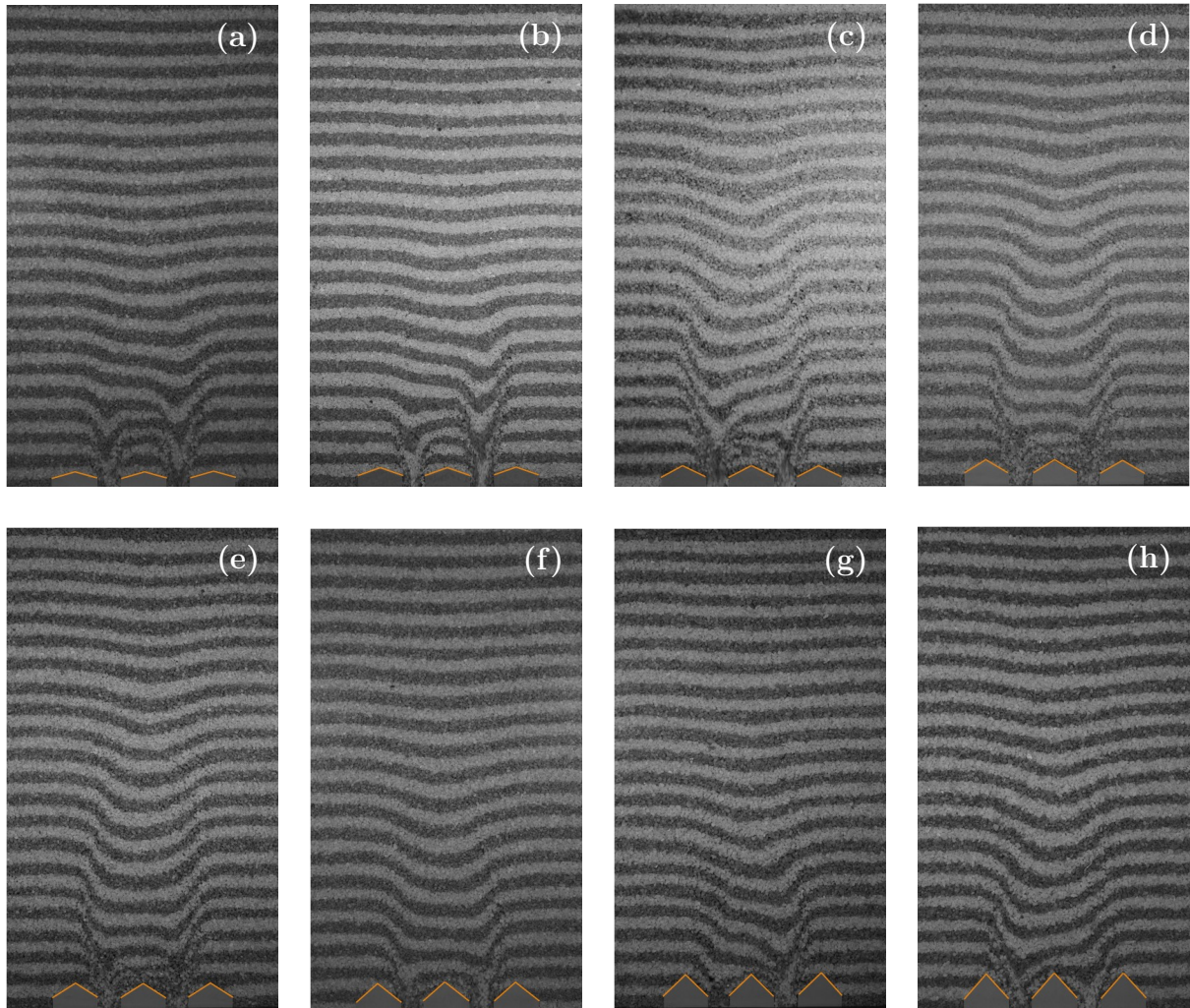


Figura 20: Imagen en escala de grises a los 0.6 s de apertura de punto de extracción para cada uno de los ángulos.(a) 15 deg (b) 20 deg (c) 25 deg (d) 30 deg (e) 35 deg (f) 40 deg (g) 45 deg (h) 50 deg.

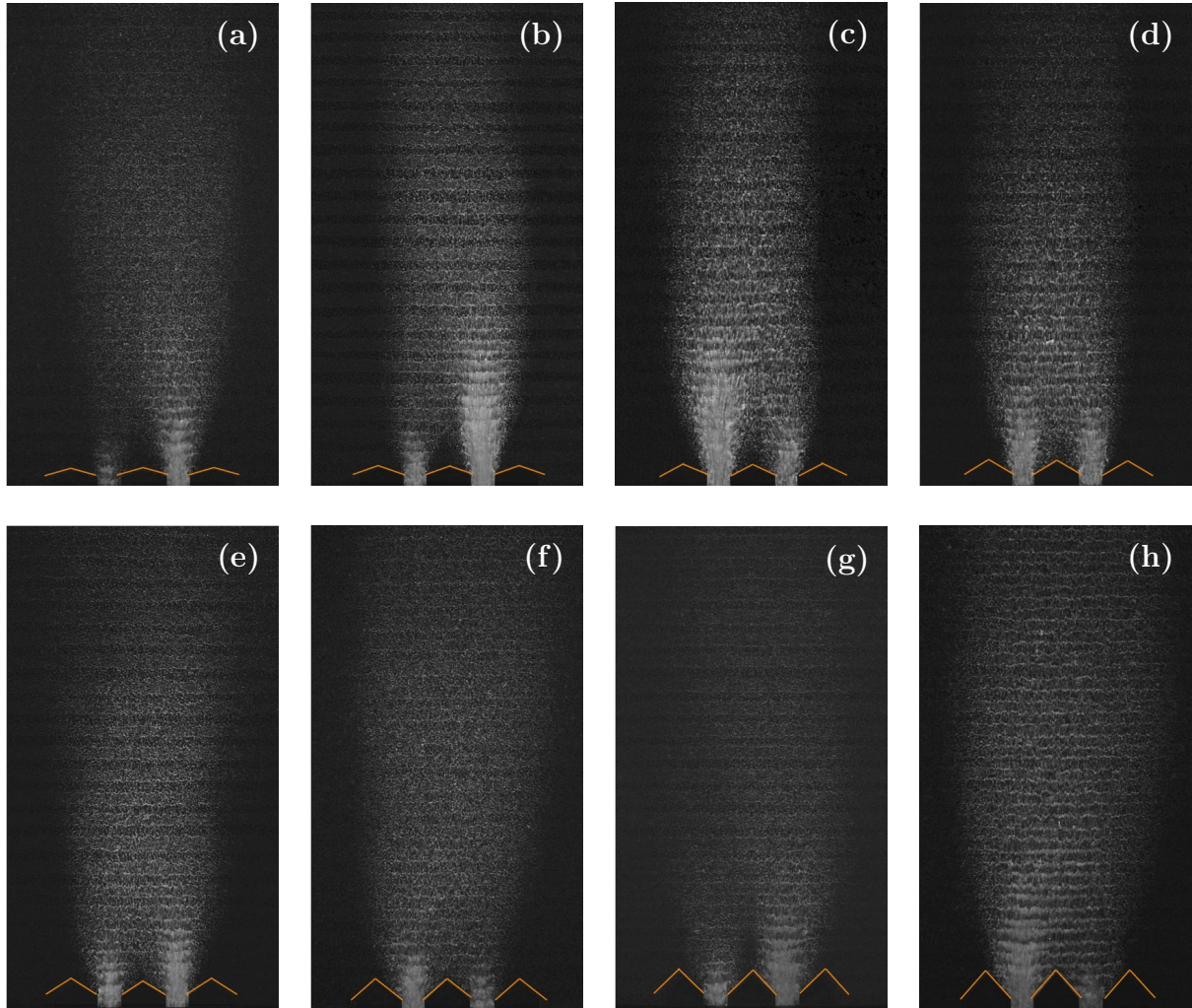


Figura 21: Movimiento de material 0.6 s de apertura de punto de extracción para cada uno de los ángulos a través de software ImageJ. (a) 15° (b) 20° (c) 25° (d) 30° (e) 35° (f) 40° (g) 45° (h) 50°.

Capítulo 6

Resultados y Discusión

6.1 Movimiento de partículas a través del tiempo

Una vez realizado el proceso de experimentación fue posible obtener el movimiento de una partícula a lo largo del tiempo de extracción, donde se tomó una partícula de material a una altura de 41 cm de altura alineado con la batea central y se fue evaluando la posición de ésta en su descenso hasta el punto de extracción. Este descenso para cada uno de los ángulos se puede visualizar en el siguiente gráfico:

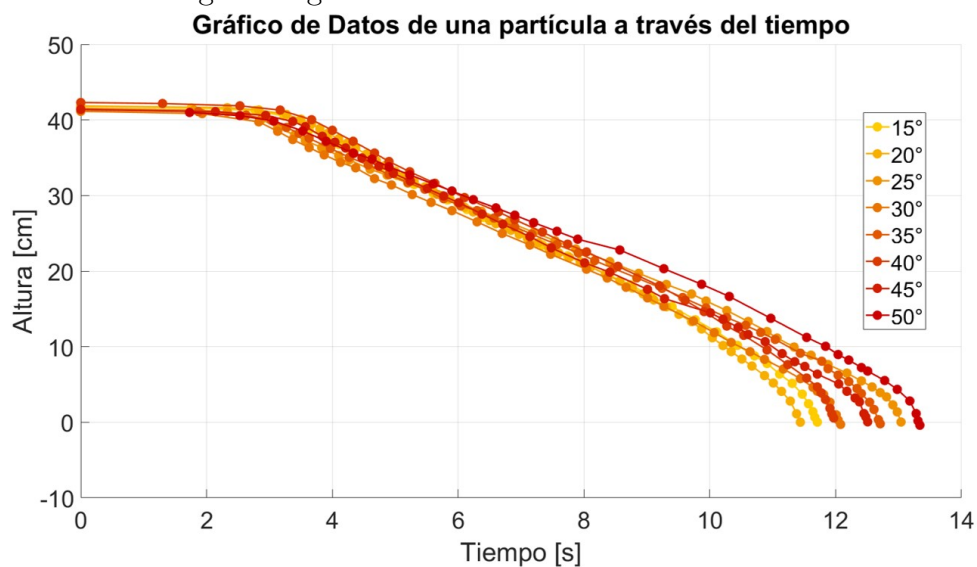


Figura 22: Gráfico del movimiento de partículas a través del tiempo.

Se puede visualizar un descenso en la altura del material a partir de 3 s aproximadamente, donde mantiene una velocidad uniforme por gran parte del tramo hasta una altura aproximada de 7 cm, donde entra en la zona de las bateas de extracción y debido a la reducción de área transversal que circula el material siguiendo el principio de continuidad, debiese aumentar su velocidad, por ende, su pendiente en el descenso también debiese aumentar [Chanson, 2004]. Se puede observar además que la llegada del material al punto de extracción se distribuye en un rango aproximado de entre 11 s y 13 s, donde no se puede apreciar una correlación directa en el tiempo de llegada y el aumento de la inclinación del ángulo de la batea. Es por esto que es necesario analizar este descenso a través de test de hipótesis que permite evaluar la significancia de las diferencias entre las mediciones a distintos ángulos.

En primer lugar se realizó la prueba de Wilcoxon [Wilcoxon, 1945] donde se encontraron diferencias significativas entre todas las comparaciones, consulte Anexos 8.2 para el código detallado utilizado. Por otro lado a modo de comparación con este método, se utiliza también una prueba de t-pares [Student, 1908], véase Anexos 8.3 para más detalles, donde solo se detectó una diferencia significativa entre los ángulos 15° y 20°. Se puede ver la comparación en la siguiente tabla:

Cuadro 6: Resumen de diferencias significativas cada 5 deg en el movimiento de una partícula.

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	p -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon	p -valor t	Significativa t
15	20	1.4e-07	Sí	0.048	No
20	25	1.71e-07	Sí	0.086	Sí
25	30	3.57e-08	Sí	0.494	No
30	35	1.77e-08	Sí	0.376	No
35	40	7.61e-07	Sí	0.240	No
40	45	1.49e-06	Sí	0.349	No
45	50	4.48e-08	Sí	0.562	No

Para estos cálculos se utilizaron un $\alpha = 0,05$ tanto para la prueba de t-pares (Student, 1908) como para la prueba Wilcoxon.

Los resultados de la tabla anterior muestran que la prueba de Wilcoxon es más sensible para analizar las diferencias significativas entre datos experimentales comparados con la prueba de t-pares. Existen estudios previos que sugieren que las pruebas no paramétricas, como es el caso de la prueba de Wilcoxon, son más robustas cuando los datos no poseen una distribución normal [Wilcoxon, 1945] [Mann and Whitney, 1947].

Por otro lado, la prueba de t-pares, asume la normalidad de datos y la homogeneidad de varianzas, es menos robusta frente a cambios de estos supuestos (Student, 1908). Es por esto que es importante elegir la prueba de estadística adecuada con respecto a las condiciones del experimento.

Las diferencias significativas obtenidas por medio de la prueba de Wilcoxon en todas las comparaciones indican que hay variaciones importantes entre las mediciones. Esto es crucial para el análisis y la interpretación de datos experimentales, ya que sugiere que al generar cambios en el ángulo de inclinación de batea puede existir un impacto significativo en mediciones. Debido a que el presente trabajo contiene datos experimentales se optó por continuar el análisis del resto de datos a través de prueba de Wilcoxon.

Posteriormente se procedió a dividir el gráfico en dos tramos, con el fin de identificar ambas pendientes y comparar sus aceleraciones a través de una diferencia porcentual [The MathWorks, Inc., 2021], donde se tiene que:

Cuadro 7: Comparativa de aceleraciones con respecto al ángulo con menor aceleración entre tramos.

Ángulo [°]	Velocidad Tramo 1 [$\frac{cm}{s}$]	Velocidad Tramo 2 [$\frac{cm}{s}$]	Aceleración entre tramos [$\frac{cm^2}{s}$]	Diferencia porcentual de aceleración
15	-4.23	-12.81	-17.16	37 %
20	-4.36	-10.61	-12.5	-
25	-3.49	-11.47	-15.96	28 %
30	-3.88	-12.36	-16.96	36 %
35	-3.61	-12.38	-17.54	40 %
40	-4.13	-12.49	-16.72	34 %
45	-3.89	-12.34	-16.9	35 %
50	-3.43	-12.92	-18.9	52 %

A pesar de que los valores son bastante similares tanto en velocidad de tramos como en aceleración, si es posible visualizar que el ángulo de 20° posee un menor cambio de aceleración con respecto al resto de datos, donde la mayor diferencia se presenta con respecto al ángulo de 50°.

6.2 Crecimiento de la IMZ a lo largo del tiempo

6.2.1 Crecimiento de la H_{IMZ} con respecto al tiempo

Para el análisis de la evolución de H_{IMZ} como W_{IMZ} fue necesario utilizar el software ImageJ, donde a través de su herramienta Z Project (Standard dev.), fue posible seccionar con respecto al tiempo el movimiento de las partículas para poder visualizar las elipsoides generadas al momento de la apertura de puertas hasta el vaciado de material para cada uno de los ángulos estudiados. Donde en primer lugar para H_{IMZ} se obtiene:

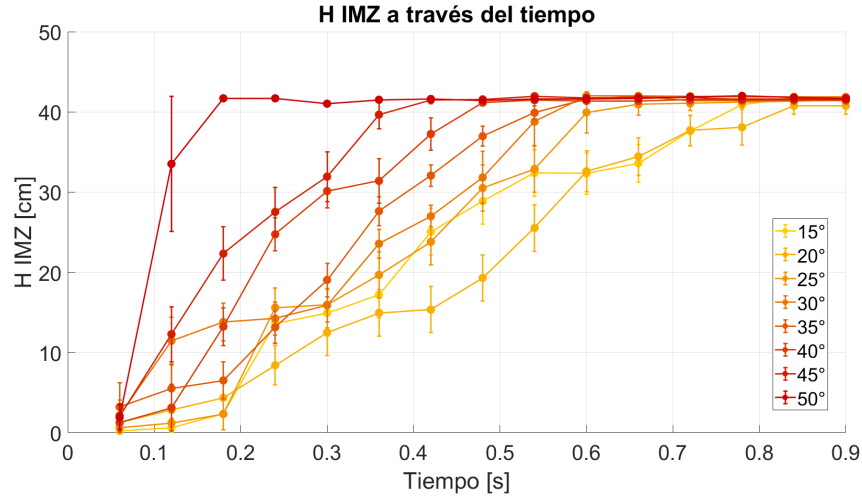


Figura 23: Gráfico del cambio de la altura de IMZ a lo largo del tiempo para cada ángulo.

En primera instancia se puede visualizar en el gráfico un crecimiento de la altura de la IMZ a medida que aumenta el ángulo, así como también un crecimiento en la pendiente de ésta, si bien se nota una meseta en la zona superior cercana a los 42 cm, esta es debido a que existe una limitante en la grabación de los experimentos, ya que no se podía obtener información más allá de esa altura por la relación de aspecto de 16:9 de la cámara. Además se puede visualizar que el tiempo máximo para alcanzar este punto para todos los datos es de 0.9 s. Para reforzar esta aseveración es necesario realizar nuevamente un test de hipótesis con el fin de obtener la significancia de estos datos, donde por medio de la prueba de Wilcoxon tenemos que:

Cuadro 8: Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de H_{IMZ}

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	p -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon
15	20	0.071	No
20	25	0.221	No
25	30	0.004	Sí
30	35	0.003	Sí
35	40	0.003	Sí
40	45	0.005	Sí
45	50	0.005	Sí

Donde podemos apreciar que para ángulos mayores a 20° , existe una comparación que es significativa. Donde podemos ver que no existe una diferencia notable entre ángulos pequeños de 15° 20° y 25° . Una vez que podemos apreciar el crecimiento de la altura de la IMZ podemos ajustar estos valores con el fin de identificar el comportamiento de los datos, donde se realizaron tanto ajustes lineales, exponenciales y logarítmicos donde destaca el ajuste lineal con un R^2 mas cercano a 1:

Cuadro 9: Pendiente y crecimiento porcentual de la altura de H_{IMZ}

Ángulo 1 $[\circ]$	Pendiente $[\frac{cm}{s}]$	Porcentaje de Aumento
25	7.27	0 %
30	7.63	4.86 %
35	7.64	0.18 %
40	9.99	30.78 %
45	12.53	25.38 %
50	66.28	429.02 %

El ajuste que más se acomoda al crecimiento de los datos para cada uno de los ángulos con respecto al tiempo es un ajuste lineal donde se pueden apreciar las pendientes y el crecimiento de estas, sugiriendo un abrupto cambio en ángulos altos. A la hora de analizar el crecimiento de estas pendientes, es decir, comparar las velocidades de crecimiento para cada ángulo podría proponerse un crecimiento exponencial de éstas.

6.2.2 Crecimiento del W_{IMZ} con respecto al tiempo

Posterior al cálculo del crecimiento de altura es posible mediante el mismo procedimiento medir el ancho maximo presente a lo largo del tiempo de la IMZ, donde a través de la herramienta Z Project se tomaron dos puntos a una misma altura en las posiciones extremas de cada elipsoide con respecto a la horizontal, obteniendo así el comportamiento de W_{IMZ} :

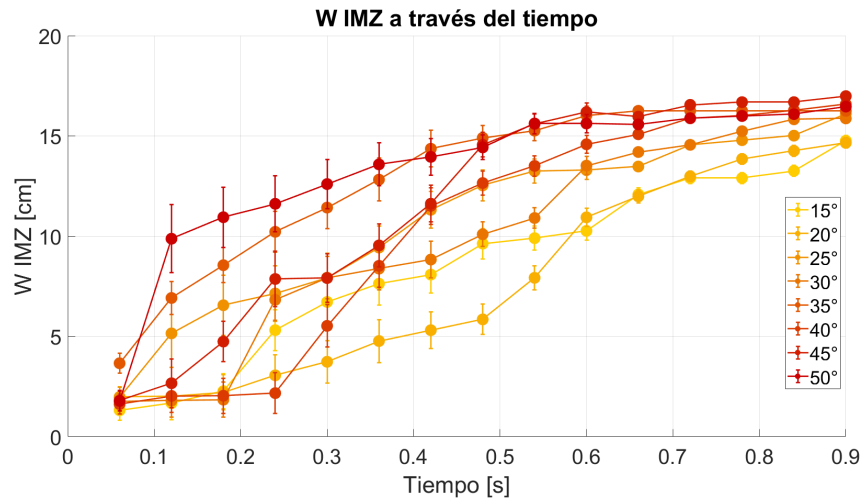


Figura 24: Gráfico del cambio de ancho en el tiempo de la IMZ a lo largo del tiempo.

Se puede visualizar un comportamiento mas asentado del crecimiento del ancho con respecto a la altura, además de una forma más parabólica que lineal, para los primeros instantes de tiempo existe una aglomeración de datos los cuáles no están alineados con el crecimiento posterior que se puede apreciar para tiempos mayores, esto se debe que al momento de apertura de puertas para ángulos pequeños existía la formación de dos pequeñas elipsoides independiente que posteriormente se unian en una gran elipsoide, mientras que para ángulos mayores posteriores a 25° , existe una gran elipsoide desde el movimiento inicial. Debido a estas diferencias es necesario realizar nuevamente un test de hipótesis para verificar si realmente el aumento de ángulo de inclinación de batea afecta directamente al ancho de la IMZ. Tenemos por medio de la prueba de Wilcoxon que:

Cuadro 10: Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de W_{IMZ}

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	p -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon
15	20	0.132	No
20	25	0.004	Sí
25	30	0.455	No
30	35	0.001	Sí
35	40	0.001	Sí
40	45	0.001	Sí
45	50	0.889	No

Se puede apreciar que nuevamente no existe diferencia en ángulos menores entre 15° y 20° , pero que esta vez si hay diferencia significativa entre 20° y 25° , por otro lado podemos ver que entre ángulos de 25° y 30° como 45° y 50° no existe diferencia significativa entre los datos, lo cual podria explicarse visualizando nuevamente el gráfico donde se puede ver una tardía respuesta al descenso del material en los primeros 3 y 4 puntos tanto para el angulo 35° como 45° donde es probable que sucediese algun tipo de desfase en la apertura, debido a que su p – valor Wilcoxon, es muy alto con respecto al resto de valores. Posteriormente se intentó realizar ajustes a cada uno de los valores pero los errores relativos para cada tipo de ajuste, ya sea lineal, exponencial o logarítmico arrojaban un error relativo superior al 2000 %. Sin embargo, es posible analizar la zona donde ya se estabiliza este desfase inicial, la cual ocurre posterior a 0.5 s, con el fin de encontrar alguna relación entre el crecimiento del ángulo de batea de extracción y el ancho de la IMZ. Para evaluar este caso se hace otra prueba de Wilcoxon sólo evualuando los datos posteriores a 0.5 s. Donde se obtiene que:

Cuadro 11: Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de W_{IMZ} para datos posteriores a 0.5 s.

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	p -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon
15	20	0.418	No
20	25	0.016	Sí
25	30	0.548	No
30	35	0.016	Sí
35	40	0.080	No
40	45	0.016	Sí
45	50	0.031	No

Si bien se pueden ver que existen diferencias entre ciertos rangos de datos, es interesante apreciar que estos ocurren intercalados, por lo que se propuso evaluar la posibilidad de analizar el cambio para un rango mayor de datos donde se tiene que:

Cuadro 12: Tabla de índices de Wilcoxon y significancia en datos de W_{IMZ} para datos posteriores a 0.5 s variando 10°.

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	p -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon
15	25	0.016	Sí
20	30	0.016	Sí
25	35	0.016	Sí
30	40	0.016	Sí
35	45	0.016	Sí
40	50	0.031	Sí

La prueba sugiere que los cambios en el W_{IMZ} son más notables cuando los ángulos de incidencia tienen diferencia más grande, donde todos los valores presentados poseen diferencia. Posterior a esto es posible realizar un ajuste de este rango de datos para determinar cual modelo se asemeja de manera mas consistente.

Cuadro 13: Tabla de ajuste lineal de datos de W_{IMZ} para datos posteriores a 0.5 s, junto con errores del modelo.

Ángulo 1 [°]	Pendiente	Aumento respecto al ángulo anterior	R^2 Lineal	R^2 Logarítmica
15	7.28	-	0.92	0.91
20	10.13	39.16 %	0.89	0.98
25	9.13	-9.87 %	0.93	0.91
30	10.45	14.47 %	0.88	0.87
35	8.62	-17.50 %	0.90	0.88
40	8.11	-5.92 %	0.92	0.90
45	8.31	2.47 %	0.90	0.89
50	7.94	-4.45 %	0.89	0.88

El ajuste mas consistente con los datos es el ajuste lineal donde se puede apreciar las diferencias de pendiente, junto con su aumento respecto al ángulo anterior donde el crecimiento de esta pendiente no es sostenido a medida que aumenta el ángulo. Sino que existe un crecimiento notorio hasta 30°, y luego existe un descenso en la pendiente. Por otro lado si se observan los errores asociados a los datos no es posible descartar el ajuste logarítmico ya que la diferencia que existe es de menor medida, lo que coincidiría con lo propuesto por Sánchez [Sánchez, 2019].

6.2.3 Caso atípico de 15 deg y 20 deg

Como se presentó anteriormente en ambos casos tanto en el alto de IMZ como en el ancho de ésta no existen diferencias entre estos ángulos. Para analizar este caso fue necesario volver a visualizar los videos de experimentos para percatarse de que el movimiento del material ignoraba completamente el ángulo formado por la batea:

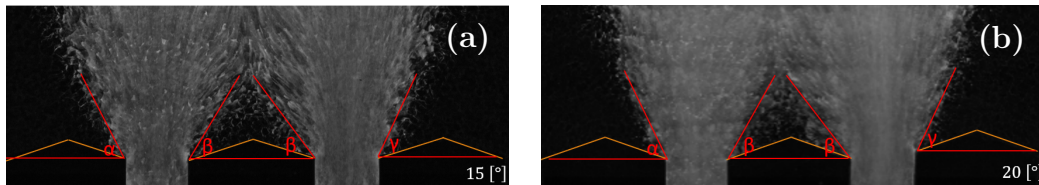


Figura 25: Imagen en escala de grises del movimiento del material a lo largo del tiempo.(a) 15° (b) 20°.

Es por esto que se realizó un cálculo aproximado del ángulo efectivo del descenso del material con el fin de comprender de mejor manera el comportamiento de estos ángulos. La siguiente tabla muestra los valores de los ángulos efectivos presentes en estos experimentos:

Cuadro 14: Tabla de angulos efectivos en ángulos bajos (15° y 20°).

Ángulos $[\circ]$	Ángulo efectivo α $[\circ]$	Ángulo efectivo β $[\circ]$	Ángulo efectivo γ $[\circ]$
15	$68,22 \pm 0,30$	$54,40 \pm 0,45$	$67,60 \pm 0,43$
20	$68,33 \pm 0,35$	$54,45 \pm 1,43$	$68,88 \pm 1,30$

Se puede apreciar que el ángulo efectivo para ambos casos es muy similar, logrando que compartan similares resultados tanto en el alto como en el ancho de la elipsoide de IMZ, lo que explicaría los resultados de la prueba de Wilcoxon. A pesar de que el ángulo efectivo es mayor a los estudiados, este posee un comportamiento similar o por debajo del ángulo de 25° . Esto es debido a que los materiales granulares típicamente tienen un mayor coeficiente de fricción en comparación con superficies lisas debido a la rugosidad y la forma de las partículas individuales. [Yang et al., 2016].

Por otro lado al conocer el ángulo de reposo del material el cual es cercano a los valores de inclinación de estos ángulos bajos, es posible inferir que esta omisión a la forma de la batea de extracción es debido a que no se supera el ángulo de reposo del material lo que impide el desplazamiento por sobre la superficie de la batea.

Para finalizar con el análisis tanto de H_{IMZ} como W_{IMZ} , es posible ajustar los valores obtenidos normalizados con trabajos anteriores, tanto como de Castro (2006) y Sturla (2021).

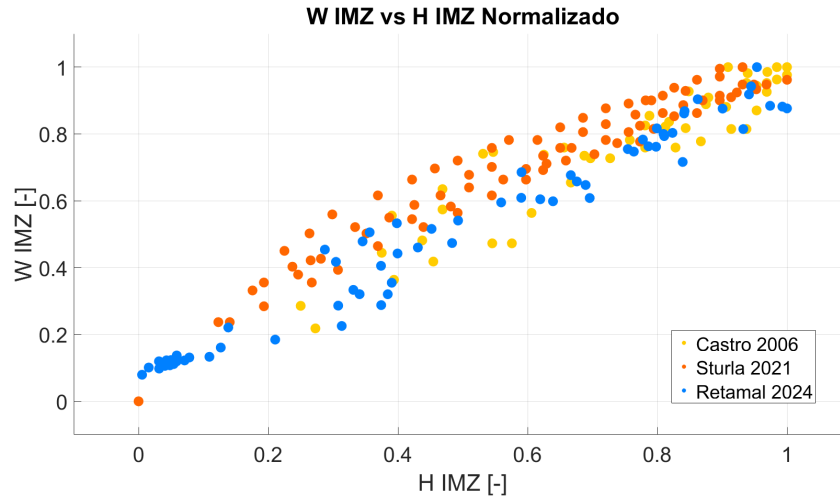


Figura 26: Gráfico comparativo de H_{IMZ} vs W_{IMZ} normalizado con respecto a trabajos anteriores.

Si bien se puede apreciar que los resultados obtenidos en el presente estudio coinciden con ambos trabajos, cabe destacar que el estudio de Sturla se basa en ángulos a partir de 45 deg, por lo que, esos valores son los que coinciden con este trabajo. Por otro lado los estudios proporcionados por Castro varían el tamaño de la abertura cuadrada de un agujero en la zona inferior del silo, generando un ángulo de inclinación propio del silo como del material en sí, abarcando valores desde el presente estudio hasta los datos obtenidos por Sturla, lo que ligaría el crecimiento del ángulo de batea de extracción con el tamaño de abertura de la batea de extracción.

6.3 Evolución de la Subsidiencia y Hundimiento del material

Para estudiar la evolución de la subsidiencia se tomaron partículas a la altura de 28 cm por sobre todo el ancho de grabación y se fue apreciando el proceso de vaciado del experimento, donde posteriormente se tomaron los datos que obtuvieran una menor altura en cada lapso de tiempo, con el fin de obtener las distintas velocidades para cada ángulo estudiado.

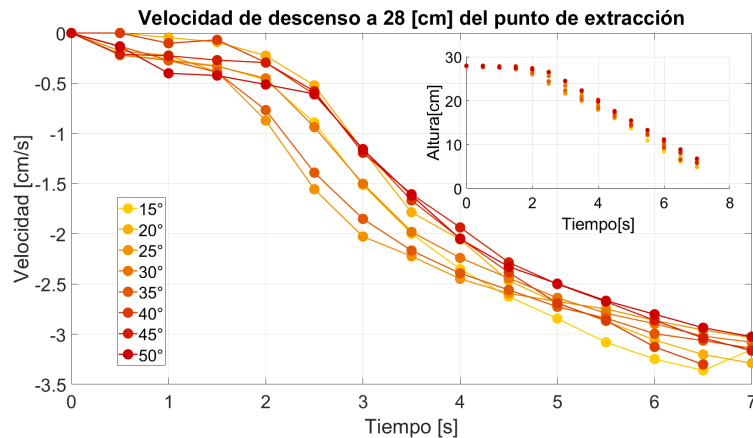


Figura 27: Gráfico de velocidad de subsidiencia para ángulos estudiados.

En la figura es posible visualizar en el subgrafico las distintas alturas para cada ángulo, y como estas descienden a medida que avanza el tiempo. Es posible observar visualmente una similitud en el comportamiento, así como también existe una similitud en el comportamiento de la velocidad, es por esto que, se hace un test de hipótesis para verificar si existe diferencias notorias entre unos ángulos y otros.

Cuadro 15: Resumen de diferencias significativas cada 5° en la velocidad de subsidencia.

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	<i>p</i> -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon
15	20	0.126	No
20	25	0.002	Sí
25	30	0.987	No
30	35	0.932	No
35	40	0.027	Sí
40	45	0.011	Sí
45	50	0.510	No

Al notar que no existe una tendencia clara con respecto a la velocidad generando cambios en el ángulo de batea, se opta entonces por generar una curva logística ajustada para el caso general debido a que no se aprecian diferencias entre cada uno de los datos por lo que el comportamiento de la velocidad de subsidencia se presenta a manera general como:

$$v(t) = -\left(\frac{3,09}{1+\exp. -1,19(t-3,23)}\right), R^2 = 0,9725$$

Posterior a esto, es posible estudiar el ángulo de hundimiento provocado por el vaciado del material, el cual se forma entre el pilar de aluminio y los puntos de extracción sostenidos por la batea.

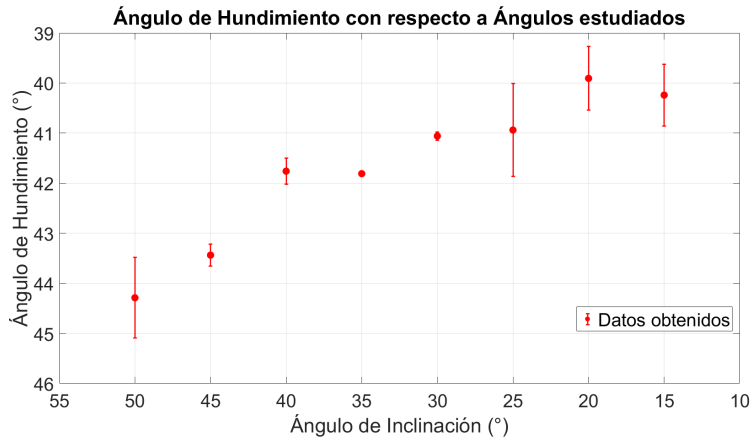


Figura 28: Ángulo de hundimiento para los Ángulos estudiados.

Se puede apreciar que los ejes están invertidos con el fin de notar que es posible visualizar una meseta a medida que se reduce el ángulo de inclinación. Se realiza un test de hipótesis para verificar la significativa de los datos donde se obtiene que:

Cuadro 16: Resumen de diferencias significativas cada 5° en el ángulo de hundimiento.

Ángulo 1 [°]	Ángulo 2 [°]	p -valor Wilcoxon	Significativa Wilcoxon
15	20	0.715	No
20	25	0.527	No
25	30	0.866	No
30	35	0.001	Sí
35	40	0.841	No
40	45	0.029	Sí
45	50	0.285	No

De el test de hipótesis se puede visualizar que varias comparaciones no resultaron en diferencias significativas (p -valor > 0.05). Por ejemplo, entre los ángulos de 15° y 20° ($p = 0.715$), 20° y 25° ($p = 0.527$), y 25° y 30° ($p = 0.866$), no se encontraron diferencias significativas. Esto sugiere que a medida que se reduce el ángulo de inclinación del material el valor del ángulo de hundimiento busca asentarse en una constante.

Finalmente, al realizar la medición del ángulo de hundimiento fue posible observar que existía para ángulos pequeños una pila de material que se mantenía sobre la batea central.

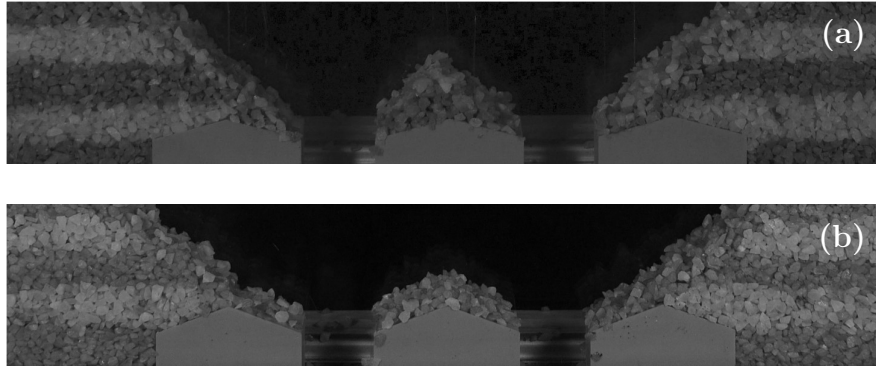


Figura 29: Imagen en escala de grises del material en la zona superior de la batea central. (a) 15° (b) 20°.

Se midió el material que se mantenía en esta zona por medio de herramientas de medición de Matlab que pueden cuantificar el área de un polígono dibujado, junto con otras propiedades descritas anteriormente se puede obtener la masa perdida sobre la batea:

Cuadro 17: Tabla de masa perdida sobre la batea central para ángulos bajos.

Ángulos [°]	Área [cm^2]	Volumen [cm^3]	Densidad del material [$\frac{g}{cm^3}$]	Masa perdida sobre la batea [g]
15	3.29	6.58	2.64	17.11
20	1.87	3.74	2.64	9.72

Capítulo 7

Conclusiones y Recomendaciones

Este estudio de investigación se basó en observar cambios presentes en el flujo gravitacional a medida que cambiaba el ángulo α de inclinación, se utilizó el software ImageJ para obtener los distintos puntos a estudiar. Se realizaron 8 experimentos para cada ángulo de batea, los cuales fueron realizados a través de un modelo experimental que constaba con dos puntos de extracción de apertura continua, lo que permitió observar que los tiempos de las trayectorias de las partículas se ven afectados en menor medida por los cambios de bateas, y a pesar de que no se puede apreciar una clara tendencia, si existe una significativa diferencia entre sus valores mostrando que existe un rango de llegada del material de 3 s entre el ángulo menor y el mayor.

Por otro lado al analizar la altura de la IMZ se pudo revelar que existe una relación positiva entre el tiempo y la altura medida para todos los ángulos estudiados. Se encontró que el modelo lineal fue el más adecuado para describir el comportamiento de la altura en función del tiempo, con coeficientes de determinación superiores a 0.87 en todos sus ángulos.

Para el caso del ancho de la IMZ, también se observó un incremento con el tiempo, similar al comportamiento de la altura, con la excepción de que existían diferencias entre ángulos cada 10° y que la pendiente mayor se da en el sector del ángulo de 30° y luego ocurre una pequeña reducción. Los resultados mostraron que el ajuste lineal fue nuevamente el modelo más preciso, con R^2 superiores a 0.88 para todos los ángulos, cabe destacar que, se tomaron valores posteriores a 0.5 s de la apertura de la zona inferior por lo que se está evaluando una zona acotada del ancho de la IMZ, además que las diferencias entre los modelos lineal y logarítmico fueron mínimas, sugiriendo que este modelo podría ser considerado en futuros estudios para describir el comportamiento del ancho de la IMZ.

Si bien se busca abarcar la mayor cantidad de material posible disminuir el ángulo α cercano al ángulo de reposo del material puede generar una resistencia al movimiento por parte de las partículas debido a no superar el ángulo de reposo, desencadenando un ángulo efectivo formado por partículas que hacen que el descenso de material sea distinto al deseado, logrando el mismo resultado tanto para ángulos de 15° como 20° , dejando además una pila de material por sobre la batea de extracción que ocasionará pérdidas de material valioso.

Por otra parte la velocidad de hundimiento del material es similar en todos los casos de estudio, por lo que no existe un cambio notorio entre ésta y el cambio de batea por lo que se determina un comportamiento general para todos los ángulos.

Para el caso del ángulo de hundimiento es posible observar que existe una relación con respecto al ángulo de inclinación donde a medida que este se reduce se alcanza un valor constante para el hundimiento, visualizando posiblemente un comportamiento logarítmico para estos casos.

Se recomendaría entonces, para cada caso realizar mediciones con mayor variedad de ángulos, para obtener mayor detalle a medida que estos varían, además de realizar experimentos considerando el ángulo β lo que llevaría el modelo a estudiar a 3 dimensiones, utilizando otras herramientas para determinar el movimiento de las partículas al interior. Destacar que se recomendaría de todas formas, re estudiar el hundimiento del material así como la subsidencia con el fin de reafirmar que no existe relación directa con el cambio de batea, así como también estudiar la interacción entre los elipsoides variando la distancia entre los puntos de extracción actualizando trabajos anteriores como el de Laubscher [Laubscher, 1994]

Referencias

- [Allen, 1997] Allen, T. (1997). *Particle Size Measurement*. Chapman & Hall.
- [ASTM International, 2015] ASTM International (2015). Standard test method for slump of hydraulic-cement concrete.
- [Brady and Brown, 2006] Brady, B. H. and Brown, E. T. (2006). *Rock Mechanics for Underground Mining*. Springer.
- [Brown, 2003] Brown, E. T. (2003). *Block Caving Geomechanics*. The International Caving Study.
- [Castro et al., 2007] Castro, R., Trueman, R., and Halim, A. (2007). A study of isolated draw zones in block caving mines by means of a large 3d physical model. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 44:860–870.
- [Chacón et al., 2004] Chacón, J., Gopfert, H., and Ovalle, A. (2004). Thirty years evolution of block caving in chile. In Karzulovic, A. and Alfaro, M., editors, *Proceedings of MassMin 2004*, pages 387–392. MassMin, University of Chile.
- [Chanson, 2004] Chanson, H. (2004). *The Hydraulics of Open Channel Flow: An Introduction*. Butterworth-Heinemann.
- [de Minería, 2021] de Minería, M. (2021). Minería en chile. Retrieved from [URL].
- [Flores and Karzulovic, 2002] Flores, G. and Karzulovic, A. (2002). Geomechanics applications in block caving. In *Copper 2003 - Caving Practices*.
- [Gómez et al., 2022] Gómez, R., Sanhueza, V., Fustos, R., and Nelis, G. (2022). A new approach for hang-up prediction in block caving mines based on drawbell geometry and vertical stress. *Mining Metall Explor*, 39(6):2393–2400.
- [Halim, 2006] Halim, A. (2006). *Study of the Influence of Interactive Draw upon Drawpoint Spacing in Block and Sublevel Caving Mines*. PhD thesis, The University of Queensland, Brisbane, Australia.
- [Kvapil, 1965] Kvapil, R. (1965). Gravity flow in sublevel and panel caving - a common sense approach. In *MassMin 2008*.
- [Laubscher, 1994] Laubscher, D. H. (1994). *Cave Mining Handbook*. JKMRRC Monograph Series in Mining and Mineral Processing.

- [Mann and Whitney, 1947] Mann, H. B. and Whitney, D. R. (1947). On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *The Annals of Mathematical Statistics*, 18(1):50–60.
- [Melo et al., 2009] Melo, F., Vivanco, F., and Fuentes, C. (2009). Calculated isolated extracted and movement zones compared to scaled models for block caving. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46:731–737.
- [Morales, 2023] Morales, R. (2023). A novel mathematical approach for gravity-driven granular flows in block caving.
- [Pierce, 2010] Pierce, M. (2010). A model for gravity flow of fragmented rock in block caving mines. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(5):697–709.
- [Rasband, 2018] Rasband, W. S. (1997–2018). Imagej, u.s. national institutes of health, bethesda, maryland, usa. <https://imagej.nih.gov/ij/>.
- [Rossin and Rammler, 1933] Rossin, P. and Rammler, E. (1933). The laws governing the fineness of powdered coal. *Journal of the Institute of Fuel*, 7(29):29–36.
- [Saavedra, 2015] Saavedra, J. (2015). Estudio de la estabilidad de caserones en minería subterránea: Caso el teniente. Master’s thesis, Universidad de Chile.
- [Schneider et al., 2012] Schneider, C. A., Rasband, W. S., and Eliceiri, K. W. (2012). Nih image to imagej: 25 years of image analysis. *Nature Methods*, 9(7):671–675.
- [Smith and Collis, 2001] Smith, D. and Collis, L. (2001). *Aggregates: Sand, Gravel and Crushed Rock Aggregates for Construction Purposes*. Geological Society of London.
- [Student, 1908] Student (1908). The probable error of a mean. *Biometrika*, 6(1):1–25.
- [Sturla, 2021] Sturla, M. (2021). Influencia de parámetros físicos del material granular y del diseño de bateas de extracción en el flujo gravitacional en minería de block caving.
- [Sánchez, 2019] Sánchez, V. (2019). Gravity flow characterization of fine granular material for block caving.
- [The MathWorks, Inc., 2021] The MathWorks, Inc. (2021). *MATLAB*. Version 9.10 (R2021a). Natick, Massachusetts: The MathWorks, Inc.
- [Vivanco et al., 2011] Vivanco, F., Watt, T., and Melo, F. (2011). The 3d shape of the loosening zone above multiple draw points in block caving through plasticity model with a dilation front. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48:406–411.
- [Wilcoxon, 1945] Wilcoxon, F. (1945). Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics Bulletin*, 1(6):80–83.
- [Yang et al., 2016] Yang, H., Nakashima, H., and Luding, S. (2016). Contact force distribution of granular materials: Effects of material and loading conditions. *Powder Technology*, 288:229–239.

Capítulo 8

Anexos

8.1 Anexo 1

```

1 #include <AccelStepper.h>
2
3 // Definir los pines de conexi n del motor paso a paso al Arduino
4 const int motorPin1 = 2; // Conexi n del pin 1 del motor
5 const int motorPin2 = 3; // Conexi n del pin 2 del motor
6 const int motorPin3 = 4; // Conexi n del pin 3 del motor
7 const int motorPin4 = 5; // Conexi n del pin 4 del motor
8 // Crear un objeto de tipo AccelStepper para controlar el motor
9 AccelStepper stepper(AccelStepper::FULL4WIRE, motorPin1, motorPin3,
   motorPin2, motorPin4);
10
11 // Definir el n mero de pasos por revoluci n del motor
12 const int pasosPorRevolucion = 8500;
13 void setup() {
14     // Establecer la velocidad y la aceleraci n del motor
15     stepper.setMaxSpeed(30000); // Velocidad m xima en pasos por segundo
16     stepper.setAcceleration(30000); // Aceleraci n en pasos por segundo por
   segundo
17
18     // Realizar 2 vueltas en sentido antihorario
19     stepper.move(-pasosPorRevolucion * 3);
20 }
21 void loop() {
22     // Realizar el movimiento continuo del motor
23     if (!stepper.isRunning()) {
24         // Si el movimiento anterior ha terminado
25         // Esperar 30 segundos antes de volver a la posici n inicial
26         delay(60000);
27
28         // Volver a la posici n inicial (sentido horario)
29         stepper.moveTo(0);
30         // Realizar el movimiento pendiente (si lo hay)
31         stepper.run();

```

Listing 8.1: Código para controlar motor paso a paso con Arduino

8.2 Anexo 2

```
1 datos = struct();
2 datos.grados15 = [ ];
3 datos.grados20 = [ ];
4 datos.grados25 = [ ];
5 datos.grados30 = [ ];
6 datos.grados35 = [ ];
7 datos.grados40 = [ ];
8 datos.grados45 = [ ];
9 datos.grados50 = [ ];
10
11 angulos = fieldnames(datos);
12 disp('Comparaciones de 5 en 5 grados:');
13 for i = 1:length(angulos)-1
14     data1 = datos.(angulos{i});
15     data2 = datos.(angulos{i+1});
16     [p,h,stats] = signrank(data1, data2);
17     fprintf('%s vs %s: p = %.4f, estadístico W = %.2f, significativo = %s\n', angulos{i}, angulos{i+1}, p, stats.signedrank, string(h));
18 end
19
20 disp('Comparaciones de 10 en 10 grados:');
21 for i = 1:length(angulos)-2
22     data1 = datos.(angulos{i});
23     data2 = datos.(angulos{i+2});
24     [p,h,stats] = signrank(data1, data2);
25     fprintf('%s vs %s: p = %.4f, estadístico W = %.2f, significativo = %s\n', angulos{i}, angulos{i+2}, p, stats.signedrank, string(h));
26 end.
```

Listing 8.2: Código MATLAB para prueba de Wilcoxon

8.3 Anexo 3

```
1 datos = struct();
2 datos.grados15 = [ ];
3 datos.grados20 = [ ];
4 datos.grados25 = [ ];
5 datos.grados30 = [ ];
6 datos.grados35 = [ ];
7 datos.grados40 = [ ];
8 datos.grados45 = [ ];
9 datos.grados50 = [ ];
10
11 angulos = fieldnames(datos);
12 disp('Comparaciones de 5 en 5 grados:');
13 for i = 1:length(angulos)-1
14     data1 = datos.(angulos{i});
15     data2 = datos.(angulos{i+1});
16     [h,p,ci,stats] = ttest(data1, data2);
17     fprintf('%s vs %s: p = %.4f, t = %.2f, significativo = %s\n', angulos{
18         i}, angulos{i+1}, p, stats.tstat, string(h));
19 end
20 disp('Comparaciones de 10 en 10 grados:');
21 for i = 1:length(angulos)-2
22     data1 = datos.(angulos{i});
23     data2 = datos.(angulos{i+2});
24     [h,p,ci,stats] = ttest(data1, data2);
25     fprintf('%s vs %s: p = %.4f, t = %.2f, significativo = %s\n', angulos{
26         i}, angulos{i+2}, p, stats.tstat, string(h));
27 end
```

Listing 8.3: Código MATLAB para prueba t-pares