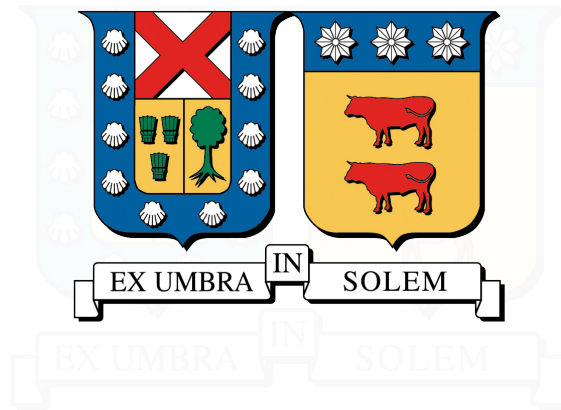


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAÍSO - CHILE



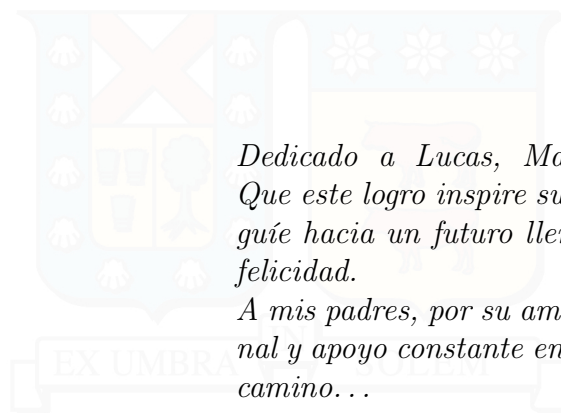
**EFEECTO DEL CONTENIDO DE HUMEDAD EN LA IGNICIÓN DE UN
ESTRATO VEGETAL VIVO BAJO UN FLUJO RADIATIVO CONSTANTE
EN EL TIEMPO.**

MATHIAS CAMILO REVECO ROJAS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA INDUSTRIAL Y AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

PROFESOR GUÍA	:	DR. ANDRÉS FUENTES C.
PROFESOR CORREFERENTE INTERNO	:	DR. RODRIGO DEMARCO B.
PROFESOR CORREFERENTE INTERNO	:	DR. FELIPE ESCUDERO B.
PROFESOR CORREFERENTE EXTERNO	:	DR. PEDRO RESZKA C.

Marzo 2024



*Dedicado a Lucas, Mateo y Maite:
Que este logro inspire sus sueños y los
guíe hacia un futuro lleno de éxitos y
felicidad.*

*A mis padres, por su amor incondicio-
nal y apoyo constante en cada paso del
camino. . .*

AGRADECIMIENTOS

No es posible describir la felicidad que tengo en este momento, saber que una etapa tan hermosa está finalizando me llena tanto de felicidad como de nostalgia. Esta sección la separaré en cuatro, las tres etapas de mi paso por la universidad y una última destinada a mi familia.

En primer lugar quiero dar las gracias a toda la gente que conocí en el departamento de Ingeniería Comercial, ya que uno nunca debe olvidar de donde viene. Luego, en el departamento de Industrias donde realicé el pregrado. Muchos amigos y compañeros que estuvieron a mi lado cada día. Ignacio Cabezas, Monserrat González, Ana Peña nunca olvidaré su apoyo incondicional e incontables personas que estuvieron conmigo y me ayudaron. Al equipo de Gestión energética II, donde conocí mucha gente maravillosa y recodaré con mucho cariño dicha etapa.

Por último, al equipo del EC2G en mi postgrado, mucha gente fue parte de mi proceso, dando ayuda en los peores momentos a las cuales quiero agradecer de todo corazón. Quisiera partir agradeciendo al equipo del IFIT, Carlos Álvarez y Javier Gallardo, si no fuera por ustedes nada de esto sería posible. Por otro lado, más que mis compañeros de laboratorio y magíster a mis amigos, Amanda García, Vicente Castro, Mijail Littin, Fernando Ebernsperger, Valentina Yap, Vincenzo Rosati, Nicolás Gutiérrez, Paulo Rivera, Constanza López, Felipe Alarcón y Nicolás Mancilla. Agradezco el día en que los conocí, alegraron todos mis días y espero que así siga siendo. Un gran agradecimiento a Gonzalo Olivares y Juan José Cruz, los cuales me guiaron y me ayudaron cada día en el laboratorio, les estoy eternamente agradecido. A los profesores por entregarme todo el conocimiento y ayudarme cuando lo necesité, Andrés Fuentes, Rodrigo Demarco, Pedro Reszka y Felipe Escudero, un gusto y un orgullo haber compartido con ustedes.

Quisiera dar las gracias a Gabriela Cáceres mi pareja, la cual me ha acompañado todos estos años en la universidad, estoy completamente agradecido por acompañarme y guiarme en esta gran etapa de mi vida. Por último, a mi familia Ramón Reveco, Angélica Rojas, Lucas Reveco, Mateo Reveco y Maite Reveco, gracias a ustedes esto fue posible. Muchas gracias por estar conmigo todos estos años de estudio.

RESUMEN EJECUTIVO

Pruebas experimentales de ignición se realizaron en el aparato experimental IFIT (Idealized Firebrand Ignition Test) de las acículas de pino vivas, extraídas de la interfaz rural-urbana de Curauma, Valparaíso. Con el fin de determinar como afecta el contenido de humedad (FMC) en el tiempo y temperatura de ignición de la especie vegetal *pinus radiata* en la canopia baja de dicho árbol. Dichas pruebas consistieron en la recolección, tratado y traslado del material vegetal desde la zona de podado, situado en el bosque hasta las instalaciones del laboratorio ubicado en la Universidad Técnica Federico Santa María.

Luego de la extracción y traslado, se caracterizó la pérdida de agua de la materia vegetal a partir del secado de esta en un horno MEMMERT a 65 °C y 0 % HR, con el fin de calcular el tiempo que tarda el agua en evaporarse y así poder realizar pruebas de ignición a diferentes contenidos de humedad.

Posteriormente, pruebas de ignición fueron realizadas en el aparato experimental IFIT, el cual simula a partir de un heater eléctrico la caída de una pavesa incandescente en un estrato vegetal, el cual se calienta mediante la radiación incidente que recibe de dicho aparato. Dichas pruebas se realizaron como se dijo anteriormente, a diferentes contenidos de humedad (0 %, 30 %, 60 %) y a diferentes flujos de calor constantes en el tiempo. Junto con esto, las medidas experimentales se realizaron considerando una fracción en volumen (α) constante de 0.09. Donde, a partir de diversas mediciones y una exhausta campaña experimental fue posible obtener curvas experimentales de tiempos de ignición (t_{ig}) y temperaturas de ignición (T_{ig}) dentro del estrato vegetal, obteniendo además, el flujo crítico de ignición para cada contenido de humedad.

Con el fin de comprar las mediciones experimentales, un modelo teórico térmico fue planteado, el cual se centra en la penetración de radiación como factor diferenciador. Donde, el problema se basa en resolver la ecuación de calor transiente, la cual se debe implementar para un elemento poroso, es decir, para tres fases diferentes (solida, liquida y gaseosa) y solucionar la ecuación de transferencia radiativa que el problema plantea.



Índice de Contenidos

1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Problema de Investigación	2
2. Objetivos	3
2.1. Objetivo General	3
2.2. Objetivos Específicos	3
3. Marco Teórico	5
3.1. Incendios forestales	6
3.1.1. Antecedentes	6
3.1.2. Definición	7
3.1.3. Propagación	9
3.2. Teoría de Ignición de Sólidos	11
3.2.1. Introducción	11
3.2.2. Ignición pilotada	14
3.2.3. Ignición espontánea	15
3.2.4. Ignición en sólidos Thermmally Thin	16
3.2.5. Ignición en sólidos Thermally Thick	19
3.3. Contenido de humedad (FMC %) del estrato vegetal	21
3.4. Transferencia de calor	23
3.4.1. Conducción	23
3.4.2. Convección	24
3.4.3. Radiación	25
3.5. Estrato vegetal	37
4. Diseño Experimental	39
4.1. Aparato experimental IFIT	40
4.1.1. Heater	41
4.1.2. Variac/Fuente de poder	42
4.1.3. Porta muestras	42
4.1.4. Termocuplas	43
4.1.5. Sistema de Adquisición de Datos (DAQ)	44
4.1.6. Kanthal	44
4.1.7. Radiómetro	44

4.2. Aparato experimental de apoyo	46
4.2.1. Picnómetro	46
4.2.2. Arduino y celda de carga	46
4.2.3. Horno	47
5. Metodología	49
5.1. Metodología de la Poda	50
5.2. Metodología de secado y Contenido de humedad	50
5.3. Metodología de la densidad	53
5.4. Metodología experimental	55
5.5. Procedimiento experimental	56
6. Modelamiento	59
6.1. Formulación	60
6.2. Divergencia de Flujo radiativo	67
6.2.1. Método de los esféricos armónicos	67
6.2.2. Ecuación de Bessel	72
6.3. Solución analítica	73
6.3.1. Temperatura de ignición	76
6.3.2. Tiempo de ignición	76
6.4. Resumen de Supuestos Considerados	77
7. Resultados	79
7.1. Densidad	80
7.2. Flujo crítico	81
7.3. Tiempo de ignición	81
7.4. Temperatura de ignición	83
7.5. Correlación de resultados	84
8. Conclusiones y discusiones	87
Bibliografía	89

Índice de Tablas

4.1. Propiedades del nitruro de silicio	41
5.1. Flujos de calor utilizados en función al voltaje.	57
7.1. Flujo de calor crítico estimado y temperatura de ignición promedio. .	82
7.2. Propiedades y parámetro utilizados en el modelo	82



Índice de Figuras

3.1. Interfaz Urbano-forestal.	8
3.2. Representación del proceso de pirólisis y combustión.	13
3.3. Evolución de la temperatura en la superficie de un sólido expuesto a un flujo de calor externo.	14
3.4. Representación de espesor geométrico y térmico para Thermmally Thin.	17
3.5. Representación de espesor geométrico y térmico para Thermmally Thick.	19
3.6. Proceso de calentamiento del estrato vegetal [1].	21
3.7. Espectro electromagnético debido a la temperatura de un cuerpo.	26
3.8. Dirección de emisión y ángulos sólidos en una semiesfera unitaria.	29
3.9. Ley de Kirchhoff para el comportamiento direccional de la intensidad de un cuerpo negro.	31
3.10. Flujo de calor radiativo incidiendo en una superficie arbitraria.	32
3.11. Interacción de ondas electromagnéticas con una partícula pequeña.	34
3.12. Variación de la intensidad al interior de un medio radiativamente participativo.	36
3.13. Representación de las partes del follaje de Pinus radiata.	38
4.1. Representación gráfica del IFIT y sus componentes.	40
4.2. Imágenes del Heater obtenidos por el fabricante.	42
4.3. Representación del porta muestra y sus dimensiones.	43
4.4. Distribución de las termocuplas en el porta muestra.	44
4.5. Picnómetro 10 ml de muestra utilizado en la campaña experimental.	46
4.6. Horno MEMMERT HCP50 utilizado en la campaña experimental	47
5.1. Pérdida de agua dentro del Horno.	51
5.2. Medición experimental de la calibración.	55
6.1. Representación de la distribución de las fases dentro del estrato.	60
6.2. Balance de energía en coordenadas cilíndricas.	61
7.1. Densidad de las acículas de pinus radiata a diferente contenido de humedad (FMC) en porcentaje. Las líneas verticales representan la variabilidad de cada medición, y la linea punteada representa la regresión lineal. Además se presenta en el gráfico la respectiva función y su coeficiente de determinación.	80

7.2. Mapa de calor de ignición determinado en la campaña experimental, basado en el contenido de humedad y el flujo de calor expuesto. Los círculos y cruces representan donde ocurrió la ignición y donde no respectivamente. Junto con esto, el área gris representa donde la ignición es improbable.	81
7.3. Tiempo de ignición determinado de forma experimental para cada contenido de humedad. Los puntos representan los resultados experimentales, mientras que la línea discontinua representa la predicción a partir del modelo teórico presentado en la sección anterior. Además, la línea vertical en cada punto representa la barra de error experimental.	83
7.4. Inverso del tiempo de ignición experimental para diferentes contenidos de humedad.	83
7.5. Medidas experimentales de temperatura cerca de la ignición para los tres contenidos de humedad estudiados y un flujo de calor de 26.4 kW/m^2 . Las líneas horizontales representan la temperatura de ignición promedio teórica estimada ($\bar{T}_{ig}$). Junto con esto se grafica la evolución de la temperatura teórica en el tiempo.	84
7.6. Evolución de τ/t_{ig} en función de φ para diferentes contenidos de humedad.	85

1 | Introducción

Índice

1.1. Contexto	1
1.2. Problema de Investigación	2

1.1. Contexto

Durante los últimos años los incendios forestales han estado en el ojo público del mundo debido a la magnitud catastrófica de los eventos, EE.UU., Chile, Brasil, España, Portugal, y Australia, Grecia, Italia, entre otros lugares se han visto afectados [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. La mayoría de los incendios forestales se producen durante las estaciones secas y cálidas, que en las zonas mediterráneas son más extremas debido al cambio climático. Algunos estudios sugieren una relación entre los largos periodos de sequía observados en diferentes zonas de Europa, Chile y EE.UU. y el aumento de la frecuencia de incendios observado en estas zonas. Estos periodos de estrés hídrico tienen un efecto directo sobre la vegetación al disminuir el potencial hídrico y cerrar los estomas para reducir la transpiración de la célula vegetal, afectando así al contenido de humedad del combustible (FMC). Por este motivo, han aumentado de forma considerable los estudios e investigaciones de como afecta el contenido de humedad en la inflamabilidad de combustibles vegetales en sectores donde la sequía y las altas temperaturas afectan cada año más a los bosques y sectores aledaños a las construcciones urbanas. Por lo tanto, entender como afecta el FMC en la ignición de combustibles vegetales, como es el caso de las acículas de pino radiata permite ampliar los límites actuales, alcanzando cada día más hacia la comprensión de los incendios forestales, su propagación y su mitigación.

1.2. Problema de Investigación

En cualquier campo de investigación, es esencial respaldar y comunicar la información recopilada, así como los descubrimientos y logros alcanzados. Esto no solo ayuda a reducir el tiempo necesario para preparar cada experimento, sino que también facilita el progreso científico en relación con el problema en cuestión. Transmitir eficazmente los resultados de la investigación contribuye a agilizar el proceso de avance científico y a impulsar el conocimiento en esa área específica. Es por esto que el presente trabajo de investigación busca plasmar una parte de la realidad mediante el apartado experimental IFIT (Idealized Firebrand Ignition Test), y plantear un modelo matemático mejorado para la transferencia de calor de un estrato con múltiples fases. Donde, antes de realizar las pruebas de inflamabilidad se planteó una rigurosa metodología para alcanzar cierto contenido de humedad en el estrato vivo, ya que, el mayor problema que existía en la actualidad, era realizar medidas experimentales con altos contenidos de humedad. Por lo que, el trabajo realizado permite dejar registro a futuras generaciones de como se deben realizar pruebas de ignición en estratos vegetales vivos con contenidos de humedad altos y poder contrastarlo con un modelo teórico robusto, considerando el calentamiento del agua dentro del volumen de control. Dicho trabajo se enmarca en el macroproyecto de la propagación de incendios forestales, impulsado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencias de Chile, proyecto ACT210052.

2 | Objetivos

2.1. Objetivo General

Determinar como afecta el contenido de humedad de las acículas vivas de pinus radiata en el tiempo y temperaturas de ignición.

2.2. Objetivos Específicos

- Establecer una metodología de extracción, traslado y mantención de las acículas de pino vivas.
- Caracterizar las propiedades físicas del estrato vegetal teniendo en cuenta su densidad aparente, relación superficie-volumen, porosidad y contenido de humedad.
- Diseñar una metodología que permita determinar el tiempo de evaporación del agua dentro de las acículas de pino.
- Caracterizar la radiación incidente que emite e incide en el estrato vegetal, desde la fuente de calor, en función del voltaje eléctrico de este.
- Determinar el contenido de humedad crítico, el cual se determina a partir del flujo de calor incidente más alto, limitado a las condiciones del aparato experimental, para luego determinar la probabilidad de ignición más alta. El cual, corresponde al punto de partida de las medidas experimentales.



3 | Marco Teórico

Índice

3.1. Incendios forestales	6
3.1.1. Antecedentes	6
3.1.2. Definición	7
3.1.3. Propagación	9
3.2. Teoría de Ignición de Sólidos	11
3.2.1. Introducción	11
3.2.2. Ignición piloteada	14
3.2.3. Ignición espontánea	15
3.2.4. Ignición en sólidos Thermmally Thin	16
3.2.5. Ignición en sólidos Thermally Thick	19
3.3. Contenido de humedad (FMC %) del estrato vegetal . .	21
3.4. Transferencia de calor	23
3.4.1. Conducción	23
3.4.2. Convección	24
3.4.3. Radiación	25
3.5. Estrato vegetal	37

3.1. Incendios forestales

3.1.1. Antecedentes

A través de los años han habido incontables catástrofes en el territorio nacional, desde terremotos, tsunamis y pandemias. Pero una de las grandes preocupaciones que tiene el gobierno y los ciudadanos, son los incendios forestales que cada año son percibidos con mayor temor por la población. Ya que, en los últimos años en la temporada de verano, se han reportado cientos de incendios forestales en el territorio nacional, dejando miles de damnificados, hectáreas de bosque afectadas, pérdidas humanas y daño en el ecosistema.

El origen de los incendios, recae en la acción humana. El 99,7 % de los incendios se inician ya sea por descuidos o negligencias en la manipulación de fuentes de calor, o por prácticas agrícolas o por intencionalidad, originada en motivaciones de distinto tipo, incluso la delictiva.

Sin embargo, en ciertas áreas del mundo, los rayos también han ocasionado incendios, contribuyendo al desarrollo de algunas formaciones vegetales, eliminando individuos sobremaduros, estimulando la semillación, abriendo espacios y creando condiciones para la regeneración natural. Pero este no es el caso de Chile, donde toda la vegetación es sensible al fuego y en la cual el daño no sólo es su quema y destrucción, sino que, además, afecta al suelo, a la fauna, al aire, al ciclo del agua y, en general, al entorno del ser humano y en ocasiones a las propias personas. Donde, a partir de diversos estudios realizados entre el año 2002 y 2022 por la corporación nacional forestal (CONAF), indican que cerca de un 54.6 % de los incendios forestales son causados de forma accidental, un 34.3 % son intencionales, 10.7 % son por causas desconocidas y solo el 0.4 % son por causas naturales. Junto con esto, con respecto a las hectáreas afectadas en los incendios forestales, un 29.60 % corresponde a plantaciones invasoras en terreno nacional, 56.60 % vegetación natural, y un 13.79 % otras superficies. Donde, correspondiendo a las plantaciones invasoras un 15.60 % corresponde a pinus radiata, 13.14 % a eucalipto, y 0.61 % otras especies [9]. Por lo tanto, estudiar y analizar el comportamiento de la inflamabilidad de especies invasoras como es el pinus radiata, permite generar un mapeo importantes de la generación de incendios forestales y como poder evitarlos.

3.1.2. Definición

Incendio forestal

La CONAF (s. f. b) define incendio forestal como “un fuego que, cualquiera sea su origen y con peligro o daño a las personas, la propiedad o el ambiente, se propaga sin control en terrenos rurales, a través de vegetación leñosa, arbustiva o herbácea, viva o muerta. Es decir, es un fuego injustificado y descontrolado en el cual los combustibles son vegetales y que, en su propagación, puede destruir todo lo que encuentre a su paso”.

Incendio agrícola

Es un fuego que se propaga sin control por un terreno dedicado al cultivo agrícola. Se considera suelo agrícola aquel que se utiliza en el ámbito de la productividad y que es apto para cultivos y plantaciones; es decir, que se utiliza para la agricultura.

Incendio en Interfaz Urbano-forestal

Se define como un incendio que se inicia o se propaga en la fase o zona de interfaz. La interfaz urbano-forestal es una zona donde se mezclan estructuras desarrolladas por el ser humano con combustibles forestales [9]. Donde, a su vez es posible clasificar este tipo de incendio por:

1. Interfaz clásica: Estructura dentro del bosque distribuida en forma de conglomerados, cercanos entre sí, donde predominan la vegetación y en menor grado las viviendas. Se refiere a grandes zonas urbanizadas, más o menos continuas, y rodeadas de masas forestales o en contacto con estas, como se puede observar en la Figura 3.1(a).
2. Interfaz cerrada: Este tipo de interfaz hace referencia a grandes masas o áreas naturales de vegetación aisladas en medio de zonas urbanizadas más o menos grandes. Como se puede observar en la Figura 3.1(b).
3. Interfaz mixta: Donde existen viviendas aisladas en medio de espacios forestales o agrícolas. Por ejemplo, en casas aisladas en lugares inhóspitos y lejanos de la urbanidad, como en la Figura 3.1(c).

El proceso de combustión que se genera en cualquier tipo de combustible no es fácil, desde la combustión que se genera en el calefont de una casa, en el quemador de la cocina, hasta la propagación de un incendio forestal. La combustión es una reacción química exotérmica. La cual, necesita un comburente, como el oxígeno en el aire, el cual mezclado con un combustible generan una mezcla homogénea tal, que junto con una cierta energía de activación genera la reacción de combustión. Donde, la mezcla del oxígeno con el combustible se genera solamente en fase gaseosa, independiente del combustible. Por lo que, en el caso de combustibles vegetales sólidos es necesario descomponer el estrato, y transformarlo a fase gaseosa, en un proceso



(a) Interfaz clásica.



(b) Interfaz cerrada.



(c) Interfaz mixta.

Figura 3.1: Interfaz Urbano-forestal.

llamado pirólisis, el cual se dará énfasis en la siguiente sección. Por lo tanto, el combustible forestal pasa por diferentes procesos de calentamiento para que se produzca la combustión,

1. Fase de precalentamiento: El calor exterior eleva la temperatura del combustible hasta una temperatura cerca de los 100 °C mediante la radiación y convección, lo que produce la pérdida del vapor de agua. La temperatura continúa subiendo hasta 200 °C, eliminando el agua por completo, y destilando las primeras resinas.
2. Fase gaseosa: La temperatura se sitúa entre los 300 y 400 °C. Se desprenden gases de pirólisis, hasta alcanzar la temperatura de ignición cerca de los 500 °C y generando además, compuestos inflamables que forman llamas visibles. Junto con los gases calientes, se desprende calor, que mantiene por si solo la combustión. La madera arde con llama azulada. Se desprende humo formado por gases no quemados, dióxido de carbono, y vapor de agua.
3. Fase sólida: La madera arde, consumiéndose su contenido en carbono y quedando cenizas, formadas por sustancias minerales que no arden.

3.1.3. Propagación

En la sección anterior se ha descrito de forma general donde, y como se genera la reacción química de combustión en un incendio forestal, pero no se ha dado énfasis en la propagación de este, por lo tanto es necesario definir los tipos de incendios forestales, los cuales se clasifican según su propagación.

Incendios subterráneos

Son aquellos donde se quema combustible bajo la superficie, como materia orgánica y raíces. El cual, se caracteriza por generar una combustión llamada smoldering, sin llama y con poco humo debido a su baja temperatura y contenido de oxígeno en la mezcla. Estos pueden arder por semanas o meses sin que nadie los note, siendo estos extremadamente peligrosos.

Incendios de superficie

Son los incendios forestales más comunes, ya que son aquellos que el combustible se consume de forma superficial. El combustible, el clima, y la topografía son factores que influyen en el comportamiento del fuego en este tipo de incendios. El combustible más común en este tipo de incendios son hojas, ramas, árboles caídos, arbustos y hierbas.

Incendios de copas

Los incendios forestales de copa pueden producir incendios forestales intensos y de gran envergadura. Los cuales, Wagner los clasifica en tres tipos [10],

1. Incendio de copa pasivo: Este tipo de incendio suceden cuando la copa del árbol no puede mantener la propagación del fuego por si sola y necesita la energía que libera el incendio de superficie al quemar ramas, hojas y troncos en el suelo, para conseguir una llama en la corona. En este caso, la velocidad de propagación del fuego superficial controla el fuego de la copa.
2. Incendio de copa activo: Cuando el fuego en la copa no genera suficiente calor para propagar el fuego, pero genera suficiente para generar un feedback con el incendio de superficie. Por lo tanto, el fuego en la copa y el de superficie propagan el incendio en conjunto. En el cual, uno necesita al otro para poder seguir propagando el fuego.
3. Incendio de copa independiente: Estos tipo de incendio son generados cuando la copa puede mantener la propagación del fuego por si sola y no necesita recibir calor adicional del fuego de superficie. Por lo tanto, el fuego de copa se propaga más rápido que el de superficie.

Esta última clasificación es la más peligrosa con los mayores índices de propagación y de liberación de calor y es más probable que se produzca con vientos fuertes.

Sin embargo las condiciones óptimas para conseguir un incendio de este tipo son tan difíciles de alcanzar que los incendios de copas independientes son eventos muy escasos.

Incendios por spotting

Los incendios por spotting son creados por pavesas incandescentes que aterrizan en combustible no quemado, generando así un incendio en otro sector más alejado del foco principal [11]. La generación de pavesas o firebrand es a través de arbustos y árboles los cuales al estar incendiándose, pequeñas partes de ellos son desprendidas a gran velocidad desde el árbol. Luego, estas pequeñas partes vuelan por los aires, a partir de las plumas y las fuerzas convectivas del incendio. Si las pavesas están aún a gran temperatura pueden caer en el lecho vegetal o en la copa de los árboles para generar nuevos focos de incendio. Este fenómeno resulta de gran preocupación por su gran complejidad y su peligrosidad para los bomberos y rescatistas, además de ser uno de los principales precursores de nuevos incendios forestales. El análisis de los incendios forestales por spotting es complejo, ya que se compone por varias etapas descritas a continuación,

1. La producción de pavesas depende del tipo de combustible, de la intensidad del penacho de fuego y de la dinámica local de combustión de la vegetación.
2. La distancia recorrida, que depende del tamaño y la forma de las pavesas, de la intensidad del penacho y de la velocidad del viento.
3. Las condiciones de aterrizaje, que dependen del estado de combustión de la pavesa (latente o en llamas), del tipo de combustible en el lugar del aterrizaje, el FMC e incluso el tipo de contacto para transferir suficiente calor para encender el combustible del suelo. Durante más de 40 años, los estudios se han centrado en comprender la distancia a la que pueden volar las briznas de fuego, mientras que estudios más recientes han evaluado los procesos de producción e ignición [12, 13, 14, 15, 16].

Por lo tanto, el estudio en cuestión busca representar de forma idealizada una pavesa incandescente que aterriza en un combustible vegetal, en este caso un árbol que se encuentra en la Interfaz Urbano-forestal como son las acículas de pino radiata vivas en el aparato experimental IFIT, donde a partir de un heater eléctrico es posible modelar el flujo de calor que emite la pavesa incandescente e incide en el estrato vegetal, dicha potencia se encuentran entre 10 y 80 kW/m² [17]. Lo cual, representa en buena medida la aproximación realizada en el aparato experimental.

3.2. Teoría de Ignición de Sólidos

3.2.1. Introducción

Luego de definir los tipos de incendios forestales y la propagación de cada uno de ellos, es necesario describir de forma más detallada como se genera la combustión en los diferentes tipos de combustibles y como el estudio de la combustión nos permite comprender en profundidad el comportamiento de los incendios forestales, donde la física juega un rol importante para el desarrollo de medidas de mitigación y propagación de incendios forestales futuros. Así mismo, la teoría de ignición clásica describe que, para que pueda generarse la reacción química de combustión, el combustible debe estar en fase gaseosa y así mezclarse con el oxígeno, para luego generar una mezcla combustible suficiente para generar la combustión a una cierta temperatura de ignición. Dicha situación es necesario para todo tipo de combustible, independientemente de la fase a la que se encuentren, tales como, gases, líquidos y sólidos. Por lo tanto, en un incendio forestales, la mayoría de los combustibles que se queman son lechos vegetales como ramas, hojas, troncos y arboles vivos y muertos, combustibles sólidos. Por ende, en el siguiente apartado se enfocara en explicar las diferentes etapas de la ignición de un cuerpo solido sin humedad y como se desarrolla la ignición espontánea y pilotada, para ciertas condiciones. Por lo tanto, para entender los factores que controlan la ignición de un combustible sólido, se considerarán las siguientes etapas,

Etapas 1

La temperatura del sólido, inicialmente a temperatura ambiente, comienza a calentarse a partir de un flujo de calor externo, el cual incide en la superficie externa del material. El material es calentado hasta la temperatura de pirólisis, descomponiendo química y físicamente los compuestos orgánicos de la biomasa en compuestos volátiles más pequeños. Esta descomposición produce gases combustibles a una tasa de $\dot{m}_F''(t)$ [1], dada por la ley de Arrhenius,

$$\dot{m}_F''(t) = AY_{O_2}^m Y_{fuel}^n e^{-E/(RT(t))}, \quad (3.1)$$

donde, A corresponde al factor pre-exponencial, E la energía de activación, siendo ambos propiedades del combustible. Y_{O_2} y Y_F corresponden a las fracciones en masa de oxígeno y del combustible participantes en la degradación respectiva. Los parámetros m, n y R son constantes de la reacción y T(t) la temperatura del medio, la cual varía en el tiempo. Por ende, la tasa de reacción que genera la pirólisis es directamente proporcional a la temperatura que tiene el medio. Donde, dicha temperatura T, no solo está en función del tiempo, sino también en muchos casos en función de la distancia, desde la superficie del sólido hasta un espesor δ como se observa en la Figura 3.2, llamado espesor crítico, el cual representa la distancia máxima la cual se puede generar la pirólisis.

Por lo tanto, dentro del material se genera una distribución de temperatura en el tiempo t y en la posición x donde, $0 \leq x \leq \delta$, la cual aumenta a medida que transcurre el tiempo, generando gases de pirólisis a una tasa de,

$$\dot{m}_F''(t) = \int_0^\delta AY_{O_2}^m Y_{fuel}^n e^{-E/(RT(t,x))} dx. \quad (3.2)$$

Etapa 2

Luego que son generados los gases combustibles a partir de la pirólisis, estos son transportados fuera de la superficie a través de las corrientes convectivas (fenómeno propio del calentamiento, o bien, por alguna fuerza externa), donde el aire ambiente se mezcla con el combustible, para generar una mezcla inflamable capaz de producir la reacción química de combustión. Donde, los gases combustibles deben ser liberados desde la superficie del sólido lo suficientemente rápido como para formar una mezcla con el aire y que esta sea susceptible a encender, mecanismo que es denominado difusión, y deben ser reemplazados constantemente por nuevos vapores para asegurar que la mezcla con aire sea inflamable. Dicho proceso puede ser observado en la Figura 3.2. Notar como la fracción másica del oxígeno (Y_{O_2}), aumenta mientras más alejado de la superficie se encuentra, ocurriendo un fenómeno inverso para la fracción másica del combustible (Y_{fuel}), que disminuye a medida que se aleja de la superficie. Por ende, existe un lugar óptimo para que exista la reacción, para que una cierta molécula de combustible se junte con otra de oxígeno para producir la combustión, ya que, un exceso de combustible o déficit conlleva a la no generación de llama en la superficie, llamados límites de inflamabilidad. Por tanto, es necesario definir los límites de inflamabilidad, donde la definición de mezcla inflamable considera el nivel de concentración de combustible de forma que será inflamable sólo si se encuentra entre el límite inferior de inflamabilidad (LFL) y el límite superior de inflamabilidad (UFL), así, bajo el LFL la concentración de combustible es muy baja y sobre el UFL es demasiado alta como para provocar la ignición.

Finalmente, como se comentó en el apartado anterior, la temperatura del sólido no solo varía con el tiempo, si no, en algunos casos varía también con la posición como se observa en la Figura 3.2, donde a medida que va aumentando la temperatura, la pirólisis comienza a ser mayor al interior del sólido.

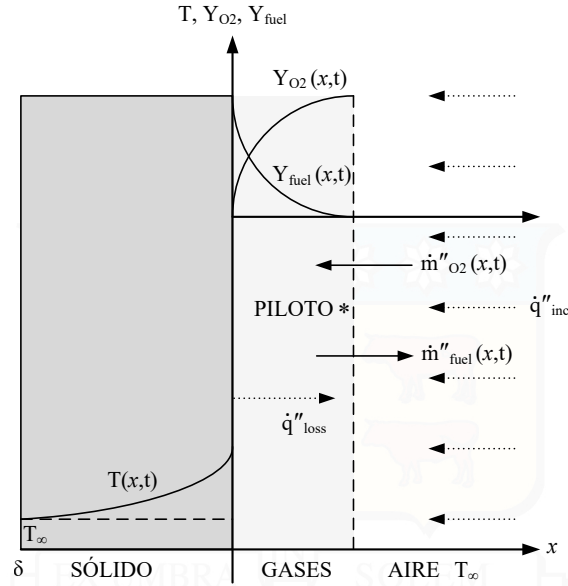


Figura 3.2: Representación del proceso de pirólisis y combustión.

Etapas 3

Luego que se han generado las condiciones de mezcla de combustible y oxígeno, es necesario que la mezcla alcance la temperatura de ignición (T_{ig}) para que pueda reaccionar, es decir el combustible se oxide con el comburente, en este caso el oxígeno. Existiendo las condiciones necesarias para la reacción, la ignición con presencia de llama es detectada y la combustión en la superficie comienza a propagarse en todo el estrato sólido.

Por lo tanto, se observa que a medida que transcurre el calentamiento del estrato sólido, este va cambiando su configuración física y química, para luego llegar a la ignición y generar una llama visible. Por ende, si se ordenan de forma cronológica las etapas que transcurre el calentamiento hasta llegar a la ignición, es posible observar un bosquejo como en la Figura 3.3, donde en primer lugar el estrato comienza a calentarse hasta llegar a la temperatura T_{py} , en la cual, la superficie comienza a liberar los primeros gases de pirólisis al ambiente, generando una mezcla inflamable de combustible y oxígeno. Luego, al aumentar la temperatura en la superficie, diversos destellos (*flashes*) ocurren en la mezcla combustible, señal de que la ignición está pronta a ocurrir. La aparición del primer destello se denomina *flash point* y se da a la temperatura T_f y la aparición de llama sostenida se denomina *fire point* a una temperatura de T_{ig} .

Por otro lado, la temperatura y el tiempo en el que ocurre la ignición radica si existe una fuente de ignición en la superficie cercana a la mezcla combustible, para generar la combustión. Diversos autores separan esta definición en ignición piloteada e ignición espontánea o no piloteada. Donde, básicamente la ignición piloteada hace referencia a la ignición producida en presencia de una fuente de ignición que le

entrega energía extra a la mezcla. A diferencia de la ignición espontánea, que se da en ausencia de una fuente de ignición. Se dará énfasis en la siguiente sección. Por ende, la temperatura necesaria para que ocurra la ignición espontánea será mayor a la ignición piloteada, es decir $T_{ig,p} < T_{ig,s}$, como se observa en la Figura 3.3.

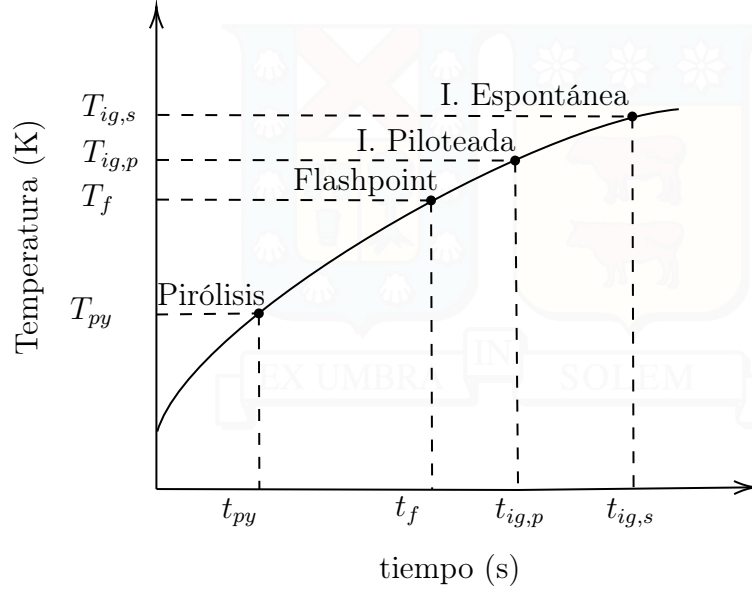


Figura 3.3: Evolución de la temperatura en la superficie de un sólido expuesto a un flujo de calor externo.

3.2.2. Ignición piloteada

Es común que en la mezcla combustible que se genera por los gases de pirólisis y el aire ambiental, exista alguna región donde la temperatura es mayor que permita la reacción de combustión. Pero en algunos casos es necesario tener la presencia de algún piloto, el cual puede ser una chispa, un arco o una pequeña llama, que permita aumentar la temperatura de la mezcla combustible y generar la combustión. Por ejemplo, la chispa que produce la piedrecilla al girar en el interior de un encendedor, la cual, mezclada con el aire, y los gases combustibles dentro del encendedor, generan una llama sostenible, la cual se propaga a todas las regiones que se encuentre la mezcla combustible.

Dado lo anterior, es posible observar que una vez que la ignición ocurre, la llama generada se propaga a través de las regiones donde esté presente la mezcla inflamable consumiendo los reactantes, en donde la situación más probable es que esto ocurra cerca de la superficie del sólido. Por otro lado, la tasa de pirólisis al momento en que aparece la llama determinará si ésta podrá continuar existiendo o si la reacción de combustión cesará después que la mezcla inflamable sea consumida, por lo que el calor liberado por la llama incrementará la tasa de pirólisis. Si esto no es suficiente, la llama se extinguirá y continuará el proceso de pirólisis que llevará una vez más la formación de una mezcla inflamable y una eventual ignición. En la mayoría de

los problemas de fuego y seguridad contra incendio, la presencia del piloto es sumamente importante, ya que permite determinar las condiciones a las que debe estar el combustible, las medidas de seguridad y los posibles accidentes que puede producir un piloto no deseado. Por ejemplo, un cigarrillo en una bencinera puede entregar la energía suficiente a la mezcla inflamable que se encuentra en el aire y producir un incendio a gran escala.

3.2.3. Ignición espontánea

Al igual que en la ignición pilotada, es necesario volatilizar el estrato sólido para lograr una mezcla combustible que pueda generar la reacción de combustión a una cierta temperatura de ignición. Sin embargo, sin presencia de algún piloto, es necesario entregar un aporte extra de energía para que se pueda generar la reacción química. La cantidad requerida de energía puede ser asociada al número de Damköhler, el cual es el ratio entre el tiempo de residencia y el tiempo requerido por la reacción química. Dicho número puede ser expresado según en análisis hecho por Frank-Kamenetskii [18], realizando un balance de energía en un volumen de control en el interior de una placa sólida, la cual se está calentando a partir de un flujo externo, de espesor r_o . En estado estacionario se tiene la siguiente expresión,

$$\dot{Q}'' \Delta x + \dot{q}_x'' - \dot{q}_{x+\Delta x}'' = 0, \quad (3.3)$$

donde, $\dot{q}_x''$ representa el flujo de calor por difusión en la posición x , Δx representa el espesor diferencial x , y $\dot{Q}''$ la tasa de energía por unidad de volumen asociada a la pirólisis descrita como,

$$\dot{Q}'' = (Ah_c)e^{-E/(RT)}, \quad (3.4)$$

siendo, (Ah_c) y E propiedades empíricas del material, junto con R la constante universal de los gases, y T la temperatura del medio. A través de una expansión de Taylor y aproximando $\Delta x \rightarrow 0$, se tiene lo siguiente,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + (Ah_c)e^{-E/(RT)} = 0, \quad (3.5)$$

donde k es la conductividad térmica del material. Aplicando las siguientes condiciones de borde y parámetros adimensionales,

$$x = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (3.6)$$

$$x = r_o, \quad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_\infty) \quad (3.7)$$

$$\theta = \left(\frac{T - T_\infty}{T_\infty} \right) \frac{E}{RT_\infty}, \quad \xi = \frac{x}{r_o}, \quad (3.8)$$

la Ecuación 3.5, queda expresada como,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \delta e^\theta = 0. \quad (3.9)$$

Parámetros a-dimensionales son posibles obtener,
Número de Damköhler:

$$\delta = \left(\frac{E}{RT_\infty} \right) \left[\frac{r_o^2 (Ah_c) e^{E/(RT_\infty)}}{kT_\infty} \right]. \quad (3.10)$$

Número de Biot:

$$Bi = \frac{hr_o}{k}. \quad (3.11)$$

Donde, el número de Damköhler representa el ratio entre la difusión térmica y el tiempo de la reacción química que se genera en el volumen de control. Por lo tanto, a números altos de Damköhler la reacción química es más propensa a ocurrir dando paso a la ignición, es decir, existe un número de Damköhler crítico para que la ignición ocurra. Cabe destacar que existen diversas maneras de determinar el número de Damköhler para otros sistemas reactivos, pero el enfoque es el mismo.

Por lo tanto, en la ignición espontánea la mezcla combustible debe alcanzar temperaturas cercanas a la $T_{ig,s}$, mayor a la que se debe alcanzar en ignición pilotada de $T_{ig,p}$. Algunos factores que influyen en la ignición espontánea en sólidos [18] son, el tamaño de la muestra, la porosidad, el contenido de humedad, contaminantes como aditivos o aceites, entre otros. Algunos ejemplos de ignición espontánea son los montones de carbón de baja calidad procedentes de explotaciones mineras, que al encontrarse acumulados en camiones o mangueras transportadoras en la parte inferior, estos aumentan su presión local, aumentando la temperatura del estrato sólido, generando pirólisis y eventualmente ignición espontánea en la muestra.

3.2.4. Ignición en sólidos Thermmally Thin

Dentro de los grandes estudios de la ignición en sólidos, existe una diferenciación entre los cuerpos que son atacados por un flujo de calor y como estos son aproximados. Por ende, en la siguiente sección se profundizará en la teoría clásica de cuerpos Thermally Thin (Térmicamente delgado) y Thermmally Thick (Térmicamente grueso), cuyo propósito es ilustrar la naturaleza de estos dos problemas, y las diferencia entre ellos. Ya que, considerar uno u otro puede llevar a grandes errores en la estimación de los tiempos y temperaturas de ignición.

En primer lugar, un cuerpo sólido que se aproxima como Thermmaly Thin, cuando es aproximado a uno sin espacio o sin dimensiones, sin gradientes de temperatura dentro de este. Dicha aproximación se da cuando un sólido de espesor d recibe un flujo de calor en su superficie y el espesor de penetración térmico es mayor al espesor geométrico del sólido d , como se puede observar en la Figura 3.4. Es decir,

$$d \ll \delta \approx \sqrt{\alpha t} \approx \frac{k(T_s - T_o)}{\dot{q}''}, \quad (3.12)$$

donde, T_s y T_o representan las temperaturas internas y externas del elemento respectivamente, k la conductividad térmica del material, $\dot{q}''$ el flujo neto que atraviesa la superficie por conducción, δ el espesor térmico.

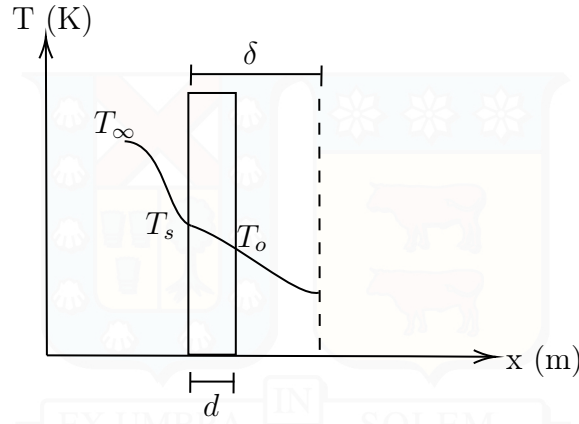


Figura 3.4: Representación de espesor geométrico y térmico para Thermally Thin.

Otra forma de considerar el elemento Thermally Thin es a partir del número de Biot, obtenido en la sección anterior Ecuación 3.11,

$$Bi = \frac{dh_c}{k} << \frac{h_c(T_s - T_o)}{\dot{q}''}, \quad (3.13)$$

donde, h_c corresponde al coeficiente convectivo, $\dot{q}''$ flujo de calor basado en convección pura, por tanto la ecuación anterior se puede reescribir como,

$$Bi = \frac{T_s - T_o}{T_\infty - T_s}, \quad (3.14)$$

el cual, funciona para los casos Thermally Thin, donde d es lo suficientemente delgado que la diferencial de temperatura dentro del sólido es mucho más pequeña que la diferencia a través de la capa límite térmica. Es decir, para números de Biot pequeños la conducción dentro del estrato es despreciable y el sólido es térmicamente delgado, no así para un número de Biot grande que los gradientes de temperatura dentro son significantes.

Teoría Thermally Thin

La teoría para la ignición de elementos Thermally Thin puede ser aplicada para materiales cuyos espesores d son aislados por uno de sus lados, o materiales gruesos 2D calentados de forma simétrica. Por lo tanto, realizando un balance de energía en un volumen de control en un elemento finito, dado las siguientes condiciones de borde,

$$\dot{q}'' = \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x_s=0} \quad (\text{Superficie interna}) \quad (3.15)$$

$$0 = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x_o=d} \quad (\text{Superficie aislada}). \quad (3.16)$$

Sin embargo, a partir de la aproximación Thermmaly Thin, $T(x, t) \approx T(t)$ solamente, ya que es posible despreciar el gradiente de temperatura. Por lo tanto, el volumen de control alrededor del material y realizando un balance de energía resulta en la siguiente expresión

$$\rho c_p d \frac{dT}{dt} = \dot{q}'' = \dot{q}_e'' - h_c(T - T_\infty) - \epsilon \sigma (T^4 - T_\infty^4) \quad (3.17)$$

El flujo neto radiativo que incide en la superficie está expresado como $\dot{q}_e''$, los demás términos representan la pérdida de energía por convección y la ganancia y pérdida por radiación que tiene el cuerpo, suponiendo que la emisividad del cuerpo es igual a su absorptividad ($\epsilon = \alpha$). No es posible obtener una solución analítica trivial, por su alta dificultad es apropiado aproximar y linealizar la radiación a través del primer polinomio de Taylor al rededor de la temperatura ambiente T_∞ , y utilizando un coeficiente de convección efectivo,

$$h_r = \frac{\epsilon \sigma (T^4 - T_\infty^4)}{T - T_\infty} \approx 4\epsilon \sigma T_\infty^3, \quad (3.18)$$

para $T - T_\infty$ pequeños. Por tanto, se puede expresar un coeficiente total $h_t = h_c + h_r$, se tiene que la Ecuación 3.17 queda expresada como,

$$\rho c_p d \frac{dT}{dt} = \dot{q}_e'' - h_t(T - T_\infty) \quad (3.19)$$

reescribiendo parámetros adimensionales,

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{\dot{q}_e''/h_t} \quad y \quad \tau = \frac{h_t t}{\rho c_p d}. \quad (3.20)$$

Entonces, la Ecuación 3.19 queda como,

$$\frac{d\theta}{d\tau} = 1 - \theta \quad \rightarrow \quad \theta(0) = 0. \quad (3.21)$$

Lo cual, resolviendo,

$$T(t) = T_\infty + \frac{\dot{q}_e''}{h_t} \left[1 - e^{-\frac{h_t t}{\rho c_p d}} \right] \quad (3.22)$$

Una expresión para la evolución de la temperatura a través del tiempo es obtenida. Donde, depende tanto como de parámetros geométricos como de las propiedades del combustible. De la Ecuación 3.22, estado estacionario es posible obtener al aproximar $t \rightarrow \infty$, obteniendo la temperatura de ignición T_{ig} del estrato Thermmaly Thin [18],

$$T_{ig} = T_\infty + \frac{\dot{q}_e''}{h_t}, \quad (3.23)$$

reemplazando dicha expresión en la Ecuación 3.22, es contingente obtener el tiempo de ignición t_{ig} , donde $T = T_{ig}$. Para pequeños tiempo de ignición, donde $1 - e^{-\tau} \approx \tau$,

$$t_{ig} = \frac{\rho c_p d (T_{ig} - T_\infty)}{\dot{q}_e''}. \quad (3.24)$$

Para tiempos de calentamiento altos, eventualmente $t \rightarrow \infty$, la temperatura se aproxima a T_{ig} . Por lo tanto, cualquier flujo por debajo del flujo crítico de ignición $\dot{q}_{ig,cri}''$ la ignición no es posible que ocurra. a partir del modelo de conducción térmica. Así, el flujo crítico está dado por las condiciones en estado estacionario,

$$\dot{q}_{ig,cri}'' = h_c(T_{ig} - T_\infty) + \epsilon\sigma(T_{ig}^4 - T_\infty^4) \quad (3.25)$$

Expresión clásica que permite obtener la temperatura de ignición teórica en un cuerpo aproximado como Thermally Thin. Donde, al obtener de forma experimental el flujo crítico $\dot{q}_{ig,cri}''$, es posible despejar la temperatura de ignición T_{ig} teórica en estado estacionario de la Ecuación 3.25.

3.2.5. Ignición en sólidos Thermally Thick

En comparación a la aproximación descrita en la sección anterior, un sólido Thermally Thick es un elemento que no es posible despreciar los gradientes de temperatura dentro de él. Es decir, es lo suficientemente ancho para que se generen grandes cambios de temperaturas dentro de él, por lo tanto es posible describir un sólido térmicamente grueso cuando,

$$d \geq \delta \approx \sqrt{\alpha t_{ig}}, \quad (3.26)$$

donde d igual que en la aproximación anterior, corresponde al espesor geométrico del sólido y δ el espesor térmico. En este caso, el espesor geométrico es mayor al térmico, generando así gradientes de temperatura dentro del estrato, como se observa en la Figura 3.5,

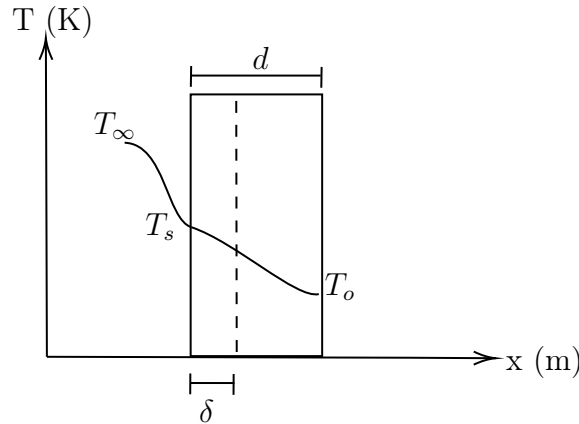


Figura 3.5: Representación de espesor geométrico y térmico para Thermmally Thick.

Teoría Thermmally Thick

Consideremos el problema de conducción semi-infinita (térmicamente gruesa) para una temperatura constante en la superficie. La ecuación diferencial parcial gobernante proviene de un balance de energía unidimensional en el volumen de control del

sólido, el cual está descrito en los textos estándar de transferencia de calor [19],

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3.27)$$

donde, α corresponde a la difusividad térmica del material. Considerando las siguientes condiciones de borde,

$$x = 0, \quad T = T_s \quad (3.28)$$

$$x \rightarrow \infty, \quad T = T_\infty \quad (3.29)$$

y la condición inicial de,

$$t = 0, \quad T = T_\infty \quad (3.30)$$

Al tener una ecuación diferencial de segundo orden, resulta engorroso obtener una solución analítica, por ende se reescribirá la Ecuación 3.27, a partir de los siguientes parámetros,

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} \quad y \quad \eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}. \quad (3.31)$$

Por lo tanto, la Ecuación 3.27 y sus condiciones de borde, son posible escribirlas como,

$$\frac{d^2\theta}{d\eta^2} + 2\eta \frac{d\theta}{d\eta} = 0 \quad (3.32)$$

$$\eta = 0, \quad \theta = 1 \quad (3.33)$$

$$\eta \rightarrow \infty, \quad \theta = 0 \quad (3.34)$$

Lo cual corresponde a una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden. Donde, diversos libros e investigaciones han abordado como obtener la evolución de la temperatura de dicha solución para un sólido térmicamente grueso. Por lo tanto, solamente se escribirá la solución del tiempo de ignición descrito en [18], para largos tiempo de exposición,

$$t_{ig} = \frac{k\rho c_p}{\pi} \frac{(\dot{q}_e''/h_t)^2}{[\dot{q}_e'' - h_t(T_{ig} - T_\infty)]^2}. \quad (3.35)$$

Para tiempos de ignición pequeños, es posible obtener el tiempo de ignición,

$$t_{ig} = \frac{\pi}{4} k\rho c_p \left(\frac{T_{ig} - T_\infty}{\dot{q}_e''} \right)^2. \quad (3.36)$$

Por lo tanto, es posible obtener los tiempos de ignición para diferentes configuraciones, los cuales permiten definir el tiempo en el cual un estrato alcanza la temperatura de ignición y presencia de llama visible. Parámetros que son posibles contrastar con datos experimentales en condiciones controladas. En las secciones siguientes se incluirá el contenido de agua dentro de un elemento que se encuentra bajo un flujo de calor constante, por ende fue necesario detallar la importancia y como es posible obtener el tiempo de ignición en un elemento térmicamente delgado y grueso y sus principales diferencias entre ellos.

3.3. Contenido de humedad (FMC %) del estrato vegetal

En secciones anteriores se ha explicado como es el comportamiento de la combustión, para diferentes tipos de configuraciones, y sus diferentes etapas. Desde el calentamiento del estrato, la generación de gases de pirólisis en la superficie, hasta la aparición de la llama visible. Sin embargo, todavía no se ha introducido el concepto de contenido de humedad en la ignición de un sólido. Donde, diferentes autores [20] han descrito como un proceso de múltiples fases, y han propuesto modelos simplificados por la dificultad que conlleva el proceso de evaporación del agua. En el estudio de la combustión e incendios forestales, el proceso de calentamiento del estrato vegetal en un frente de llama o caída de una pavesa incandescente, viene dado en primer lugar por el calentamiento de todo el estrato vegetal, incluyendo el agua contenida en este, luego por la evaporación completa del agua, para finalmente dar paso al calentamiento del combustible y generar el proceso químico visto en las secciones anteriores. Dicho esquema puede ser observado en la Figura 3.6.

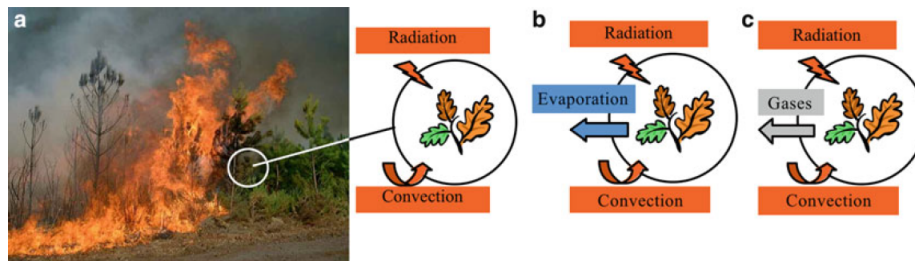


Figura 3.6: Proceso de calentamiento del estrato vegetal [1].

Donde, el intercambio de vapor es producido cuando la presión de vapor de agua en la superficie del combustible difiere de la del aire circundante. En esta situación, dos procesos ocurren durante el intercambio de vapor: intercambio de agua a través de la superficie del combustible y por otro lado, difusión hacia el interior de su estructura. Se asume que el intercambio de vapor se rige por la difusión interna, con el contenido de humedad superficial del combustible, de forma que la diferencia de presión con la atmosfera es cero. Este contenido de humedad de gradiente cero se denomina contenido de humedad de equilibrio [21]. Por ende, el intercambio de vapor

se puede describir por la siguiente ecuación diferencia,

$$\frac{dm}{dt} = \frac{m_e - m}{\tau}, \quad (3.37)$$

donde, m es el contenido de humedad en la muestra, m_e el contenido de humedad de equilibrio y τ el tiempo de respuesta en horas. Junto con esto, el contenido de humedad en equilibrio depende de variables como la temperatura y humedad relativa del ambiente. Para una determinada temperatura ambiente, el contenido de humedad en equilibrio de una muestra vegetal varía con la humedad relativa del medio ambiente [22]. Sin embargo, aunque el contenido de humedad debe evaporarse antes de que se caliente el combustible, para términos prácticos de la presente investigación, el contenido de agua en la muestra será calentado al mismo tiempo que se calienta el estrato vegetal. Encontrándose en equilibrio, la temperatura del agua en fase líquida, la cual se calienta hasta la ebullición, y el sólido, en donde es este caso son las acículas de pino.

3.4. Transferencia de calor

Una parte importante que no se ha detallado en la propagación de los incendios forestales en estratos vegetales, es la transferencia de calor a través de los diversos materiales que son afectados por el frente de llama. Donde, el calor es una forma de energía que se propaga entre dos o más medios, desde un cuerpo de mayor temperatura o estado energético, a uno de menor temperatura, el cual termina cuando ambos alcanzan el equilibrio térmico. Es decir, es necesario que exista un gradiente de temperatura para que exista el traspaso de energía entre cuerpos. Cabe destacar, que a diferencia de la temperatura, la transferencia de calor tiene dirección así como magnitud y, por lo tanto, es una cantidad vectorial [19]. Por consiguiente, se debe especificar tanto la dirección como la magnitud con el fin de describir por completo la transferencia de calor en un punto determinado. En este trabajo se busca modelar el calentamiento de un estrato vegetal vivo como las acículas de pino radiata, lo cual se debe mediante los diversos mecanismos de transferencia de calor. En seguida se da una breve descripción de cada mecanismo.

3.4.1. Conducción

La conducción es el mecanismo de transferencia de calor que involucra el traspaso de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre esas partículas. La conducción puede tener lugar en sólidos, líquidos y gases. En los gases y líquidos la conducción se debe a las colisiones y a la difusión de las moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos se debe a la combinación de las vibraciones de las moléculas en una red y al transporte de energía por parte de los electrones libres. La rapidez o razón de la conducción de calor a través de un medio depende de la configuración geométrica de este, su espesor y el material de que está hecho, así como de la diferencia de temperatura a través de él. Lo cual, está descrito a partir de la ley de Fourier de la conducción de calor,

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dx}, \quad (3.38)$$

donde, la constante de proporcionalidad k es la conductividad térmica del material, A el área de transferencia. Además, dT/dx es el gradiente de temperatura, el cual es la pendiente de la curva de temperatura en un diagrama de T vs x (la razón de cambio de la temperatura con respecto a la posición x). Cabe destacar que dicha expresión es para coordenadas cartesianas, la cual, podría describir la transferencia de calor por conducción por ejemplo, en una pared plana. Si el sistema de coordenadas fuera distinto, como por ejemplo, para determinar la transferencia de calor en un casquete cilíndrico, la expresión cambia a,

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dr}, \quad (3.39)$$

donde, ahora la derivada de la temperatura varía con respecto al radio. Símil, para coordenadas esféricas. Donde se debe determinar la derivada de la temperatura con

respecto a la posición. El signo negativo en la expresión de la ley de Fourier garantiza que la transferencia de calor en la dirección x o r positiva sea una cantidad positiva. Además, el área A de transferencia de calor siempre es normal a la dirección de esa transferencia. Por último, la conductividad térmica k es una medida de la capacidad de un material para conducir calor. Un valor elevado para la conductividad térmica indica que el material es un buen conductor del calor y un valor bajo indica que es un mal conductor o que es un aislante.

3.4.2. Convección

La convección es el mecanismo de transferencia de energía entre una superficie sólida y un líquido o gas adyacente que está en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento del fluido. Entre más rápido es el movimiento del fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de cualquier movimiento masivo del fluido, la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. Por ejemplo, el enfriamiento de un bloque de cemento al soplar aire frío sobre su superficie. La energía se transfiere primero a la capa de aire adyacente al bloque, por conducción. Luego, esta energía es acarreada alejándola de la superficie, por convección; es decir, por los efectos combinados de la conducción dentro del aire, que se debe al movimiento aleatorio de las moléculas de este, y el movimiento masivo o macroscópico de ese aire que remueve el aire calentado cercano a la superficie y lo reemplaza por aire frío. La convección puede estar presente según como el fluido está impactando en la superficie. La convección forzada hace referencia si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o un viento. En comparación, se dice que es convección natural (o libre) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en ese fluido. Los procesos de transferencia de calor que comprenden cambio de fase de un fluido también se consideran como convección a causa del movimiento de ese fluido inducido durante el proceso, como la elevación de las burbujas de vapor durante la ebullición o la caída de las gotitas de líquido durante la condensación. A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la rapidez de la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la ley de Newton del enfriamiento como,

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty), \quad (3.40)$$

donde, h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, en $W^\circ C/m^2$. A_s es el área superficie a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura superficial y T_∞ es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. El coeficiente de transferencia de calor h no es una propiedad del fluido. Es un parámetro que se determina de forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie y como se desarrolla la capa límite térmica,

la naturaleza del fluido, si se encuentra es estado laminar, transiente o turbulento, junto con las propiedades de este que dependen de la temperatura del fluido que atraviesa por fuera de la superficie, la velocidad masiva del mismo, si es que nos referimos a convección forzada.

3.4.3. Radiación

Junto con la convección y la conducción, mecanismo de transferencia de calor, los cuales están relacionados con la naturaleza de los medios que intervienen y con la presencia de movimientos de fluido, entre otras cosas. Ahora se centrará la atención en el tercer mecanismo: la radiación, el cual es característicamente diferente a los otros dos.

La radiación, más en particular la radiación térmica hace referencia a la energía emitida por los cuerpos mediante su temperatura. Todos los cuerpos que tienen una temperatura por sobre el cero absoluto emiten radiación térmica [23]. Considere por ejemplo, un cuerpo caliente a una temperatura T_h , el cual está en el vacío, rodeado por paredes frías a una temperatura T_c . Por lo que, la transferencia de calor por conducción y convección no son posibles. En cambio, el cuerpo caliente pierde energía a través del intercambio de calor por radiación térmica. Otro ejemplo es la transferencia de calor entre el sol y la tierra; la energía térmica que emite el sol es transportada a través del espacio en forma de radiación, impactando en la superficie de la tierra. La energía que es transportada por radiación no necesita un medio que intervenga, en comparación de los otros mecanismos de transferencia de calor. Actualmente la teoría que propone explicar este fenómeno es la teoría electromagnética de Maxwell, donde la radiación es tratada como una onda electromagnética que viaja en el vacío. Mientras que Max Planck propone que la radiación se propaga como partícula en forma de *fotones*, o cuantos de energía. Ambos conceptos son utilizados para describir la emisión y propagación de la radiación.

Cuando la radiación es tratada como una onda electromagnética, la radiación de un cuerpo a una temperatura T se considera emitida en todas las longitudes de onda (λ), desde $\lambda = 0$ hasta $\lambda = \infty$. Las temperaturas de operación comúnmente encontradas en la naturaleza y en los problemas en ingeniería, nos permiten determinar que la energía emitida por radiación es liberada entre $\lambda = 0,1$ y $\lambda = 100 \mu\text{m}$. Por esta razón, la porción de la longitud de onda que se encuentra en este rango es conocida como *radiación térmica*. Un ejemplo de aquello es la radiación emitida por el sol, la cual se encuentra entre $\lambda = 0,4$ y $\lambda = 0,7 \mu\text{m}$ y es visible al ojo humano; por lo tanto, esta porción del espectro electromagnético es llamado *radiación visible*. La Figura 3.7 ilustra cada división del espectro electromagnético según su longitud de onda:

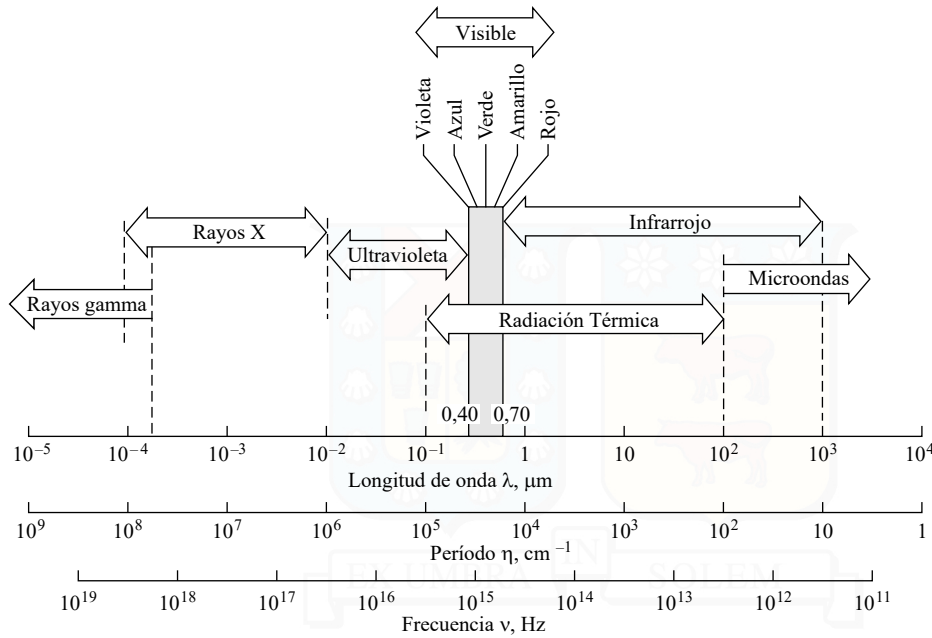


Figura 3.7: Espectro electromagnético debido a la temperatura de un cuerpo.

Por lo tanto, en el estudio en cuestión solo se abordará la radiación térmica y los otros tipos de radiación como, la radiación por rayos x, rayos gamma, microondas, etc., quedan excluidas del análisis térmico. Por otro lado, como la radiación térmica es un fenómeno asociado al comportamiento que tiene una onda, es necesario definir ciertas características de esta. Como por ejemplo, su longitud de onda la cual está asociada con la frecuencia de radiación μ . La relación entre la longitud de onda y su frecuencia está dada por,

$$\lambda = \frac{c}{\mu} \quad (3.41)$$

donde, c corresponde a la velocidad de propagación de la onda en el medio. Si el medio a la cual se propaga la onda es el vacío, $c = 2,9979 \times 10^8$ m/s, corresponde a la velocidad de la luz en el vacío.

Cuando una onda electromagnética viaja a través de un medio, se encuentra con la superficie de otro medio, ya sea un sólido o líquido, la onda puede ser reflejada parcial o totalmente, y toda parte no-reflejada penetrará dentro del medio con el que se encontró. Por consiguiente, si al atravesar el medio, la onda es atenuada y la atenuación es completa, entonces no hay radiación penetrante que emerge, esto se denomina opaco, a diferencia, si la onda pasa a través de un medio sin ninguna atenuación se denomina transparente, y un cuerpo con atenuación parcial es llamado semitransparente. El que el medio sea transparente, semitransparente, u opaco, depende tanto del material como de su espesor, el cual tiene relación con la distancia que viaja la onda a través que atraviesa el medio.

Todo medio emite continuamente radiación electromagnética de forma aleatoria en todas las direcciones a una tasa que depende de la temperatura local y de las

propiedades del material. Por lo tanto, cuerpos diferentes pueden emitir cantidades diferentes de radiación por unidad de área de superficie, incluso cuando se encuentran a la misma temperatura. Además, resulta natural sentir curiosidad acerca de la cantidad máxima de radiación que puede ser emitida por una superficie a una temperatura dada. Donde, es necesario definir un cuerpo idealizado como un emisor y absorbedor perfecto de la radiación, conocido como *blackbody* o cuerpo negro. Por lo que, a una temperatura y una longitud de onda específica, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro.

Por otro lado, el flujo de calor radiativo emitido por una superficie es denominado *poder emisor* E y se puede distinguir entre *poder emisor total* (flujo de calor emitido sobre todo el espectro) o *espectral* (flujo de calor emitido para una frecuencia dada por unidad de intervalo de frecuencia o longitud de onda)

$$\begin{aligned} \text{Poder emisor espectral} \quad E_\nu &\equiv \text{energía emitida} / \text{tiempo} / \text{área superficial} / \text{frecuencia} \\ \text{Poder emisor total} \quad E &\equiv \text{energía emitida} / \text{tiempo} / \text{área superficial} \end{aligned}$$

La radiación térmica de una sola frecuencia o longitud de onda también se conoce como *radiación monocromática* ya que en el espectro visible, el ojo humano percibe que las ondas electromagnéticas tienen los colores del arcoíris. Entonces, el poder emisor total y espectral están relacionados como

$$E(T) = \int_0^\infty E_\nu(T, \nu) d\nu, \quad (3.42)$$

ya que, el poder emisor es integrado en todo el espectro de longitud de onda.

Poder de emisión espectral de cuerpo negro

Asumiendo que una molécula puede emitir fotones solo a distintos niveles de energía, la distribución del poder de emisión espectral de un cuerpo negro o *blackbody*, ahora conocido como *Ley de Planck*, para una superficie negra rodeada por un medio transparente con índice de refracción n ,

$$E_{b\nu}(T, \nu) = \frac{2\pi h\nu^3 n^2}{c_0^2 [\exp(h\nu/kT) - 1]}, \quad (3.43)$$

con k constante de Stefan–Boltzmann, c_0 la velocidad de la onda en el vacío, h la constante de Planck. Luego, la Ecuación 3.43 puede ser expresada en términos de la longitud de onda y período por medio de la Ecuación 3.42 como

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b\nu} d\nu = \int_0^\infty E_{b\lambda} d\lambda = \int_0^\infty E_{b\eta} d\eta, \quad (3.44)$$

o bien,

$$E_{b\nu} d\nu = -E_{b\lambda} d\lambda = E_{b\eta} d\eta. \quad (3.45)$$

Poder de emisión total de cuerpo negro

Desde la Ecuación 3.43 y Ecuación 3.44 es posible obtener el poder de emisividad total para un cuerpo negro, considerando las constantes abreviadas $C_1 = 2\pi hc_0^2$, $C_2 = hc_0/k$

$$\begin{aligned} E_b(T) &= \int_0^\infty E_{b\lambda}(T, \lambda) d\lambda = C_1 n^2 T^4 \int_0^\infty \frac{d(n\lambda T)}{(n\lambda T)^5 [e^{(C_2/(n\lambda T))} - 1]} \\ &= \left[\frac{C_1}{C_2^4} \int_0^\infty \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1} n^2 T^4 \right], \end{aligned} \quad (3.46)$$

para n constante. Así, se puede obtener lo siguiente

$$E_b(T) = n^2 \sigma T^4, \quad \sigma = \frac{\pi^4 C_1}{15 C_2^4} = 5,670 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}, \quad (3.47)$$

donde σ es la tradicional forma de la constante de Stefan–Boltzmann. Asumiendo un índice de refracción igual 1, se tiene la típica *Ley de Stefan–Boltzmann*,

$$E_b(T) = \sigma T^4 \quad (3.48)$$

el cual, determina la energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de tiempo y por unidad de área superficial.

Ángulo sólido

Cuando la energía radiativa deja un medio y entra a otro, usualmente tiene diferentes fuerzas en direcciones. De manera similar, una onda electromagnética o fotón fluyendo a través de un punto dentro de un medio puede variar su dirección. Ahora, considerando un punto P en una superficie diferencial opaca dA irradiando a otro medio, digamos aire, como en la Figura 3.8. Es aparente que la superficie puede irradiar en infinitas direcciones, con cada rayo penetrando a través de una *semiesfera* de radio unitario (ver Figura 3.8). El área superficial total de esta semiesfera es $2\pi 1^2 = 2\pi$ es conocida como el *ángulo sólido total* sobre la superficie. Luego, una dirección arbitraria de emisión desde la superficie es definida por el vector unitario de dirección $\hat{\mathbf{s}}$ que puede ser expresado en términos del *ángulo polar* θ (medido desde la normal a la superficie $\hat{\mathbf{n}}$) y el *ángulo azimutal* φ (medido entre un eje arbitrario en la superficie y la proyección de $\hat{\mathbf{s}}$ en la superficie). Para la semiesfera se tiene que los ángulos están comprendidos como $0 \leq \theta \leq \pi/2$ y $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

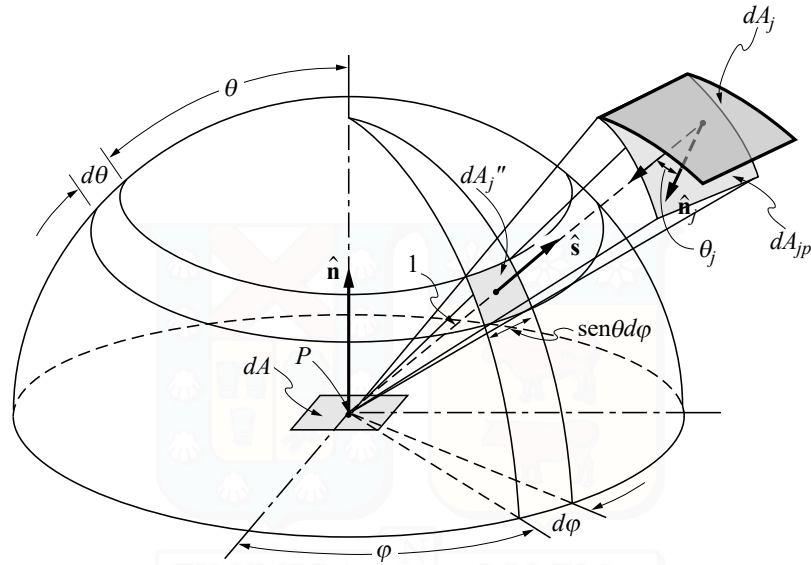


Figura 3.8: Dirección de emisión y ángulos sólidos en una semiesfera unitaria.

El *ángulo sólido* para el cual un diferencial de superficie dA_j es visto desde un punto P , está definido como la proyección de la superficie en un plano normal a la dirección del vector, dividido por el cuadrado de la distancia S entre dA_j y P (ver Figura 3.8). Si la superficie es proyectada en la semiesfera unitaria sobre el punto, el ángulo sólido es igual a la misma área proyectada

$$d\Omega = \frac{dA_{jp}}{S^2} = \frac{\cos\theta_j dA_j}{S^2} = dA_j''. \quad (3.49)$$

Entonces, un ángulo sólido diferencial es un diferencial de área en una esfera unitaria, o bien

$$d\Omega = dA_j'' = (1 \times \text{sen } \theta d\varphi) (1 \times d\theta) = \text{sen } \theta d\theta d\varphi. \quad (3.50)$$

Integrando sobre todas las posibles direcciones

$$\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi, \quad (3.51)$$

para todo el ángulo sólido sobre la superficie. Ahora, para el ángulo sólido en el cual un área finita A_j es vista desde el punto P , se tiene desde la Ecuación 3.49

$$\Omega = \int_{A_{jp}} \frac{dA_{jp}}{S^2} = \int_A \frac{\cos \theta_j dA_j}{S^2} = \int_{A_j} dA_j'' = A_j'', \quad (3.52)$$

que corresponde a la proyección de A_j en la semiesfera sobre P . Así es definido en diferentes textos [23, 19, 24].

Intensidad de la radiación

De lo visto hasta el momento parece ser que el poder de emisión es suficiente para describir el flujo de calor radiativo saliendo de una superficie, sin embargo, no es

adecuado para describir la dependencia del campo radiativo con la dirección, particularmente al interior de un medio que absorbe/emite y donde los fotones pueden no haber sido originados en la superficie. Por lo tanto, de manera similar a como se hizo con el poder de emisión, se define la *intensidad radiativa* I como el flujo de energía radiativa por unidad de ángulo sólido y unidad de área normal a los rayos (opuesto al área superficial). Nuevamente se puede distinguir entre intensidad espectral y total

$$\begin{aligned} \text{Intensidad espectral} \quad I_\lambda &\equiv \text{flujo de energía radiativa / tiempo / área} \\ &\quad \text{normal al rayo / ángulo sólido / longitud de onda} \\ \text{Intensidad total} \quad I &\equiv \text{flujo de energía radiativa / tiempo / área} \\ &\quad \text{normal al rayo / ángulo sólido} \end{aligned}$$

Nuevamente, la intensidad espectral y total se relacionan por

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \int_0^\infty I_\lambda(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}, \lambda) d\lambda. \quad (3.53)$$

Ahora, $\mathbf{r}$ es un vector posición fijando la ubicación de un punto en el espacio, $\hat{\mathbf{s}}$ es el vector unitario de dirección previamente definido. Mientras que el poder de emisión depende de la posición y la longitud de onda, la intensidad depende además del vector de dirección $\hat{\mathbf{s}}$. De esta manera, la energía emitida desde dA en la dirección $\hat{\mathbf{s}}$ contenida dentro de un ángulo sólido infinitesimal $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ es,

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) dA_p d\Omega = I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) dA \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (3.54)$$

donde dA_p es el área proyectada de dA normal al rayo, por lo que dA es vista desde la dirección $-\hat{\mathbf{s}}$. Entonces, integrando sobre todas las posibles direcciones se obtiene la energía total emitida desde dA , por lo que dividiendo luego por dA ,

$$E(\mathbf{r}) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\mathbf{r}, \theta, \varphi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi = \int_{2\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega, \quad (3.55)$$

la cual también es válida en una base espectral.

El comportamiento direccional de la intensidad de la radiación dejando un cuerpo negro se puede obtener fácilmente de una variación de la *Ley de Kirchhoff*. Considerar una superficie pequeña y negra suspendida en el centro de un volumen esférico isotérmico (ver Fig. 3.9), asumiendo que el volumen tiene una superficie que lo reviste que refleja toda la radiación que llega y al igual que un espejo en todo el lugar, excepto por una pequeña área en el manto dA_s , que también refleja toda la radiación que llega excepto por un pequeño intervalo de longitudes de onda entre λ y $\lambda + d\lambda$. En este pequeño rango de longitudes, dA_s se comporta como un cuerpo negro. Ahora, toda la radiación dejando dA , viajando a la esfera (excepto por la luz de longitud λ viajando hacia dA_s), será reflejada hacia dA donde será absorbida (ya que dA es negra). Entonces, el flujo de energía neta desde dA a la esfera

$$I_{b\lambda}(T, \theta, \varphi, \lambda) (dA \cos\theta) d\Omega_s d\lambda = I_{b\lambda}(T, \theta, \varphi, \lambda) (dA \cos\theta) \left(\frac{dA_s}{R^2} \right) d\lambda, \quad (3.56)$$

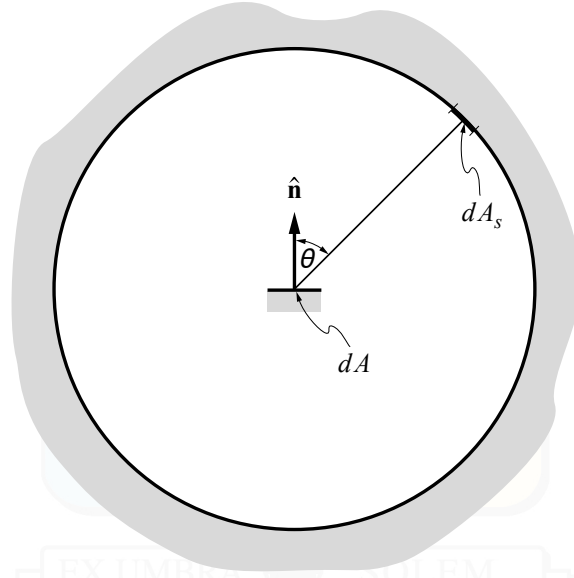


Figura 3.9: Ley de Kirchhoff para el comportamiento direccional de la intensidad de un cuerpo negro.

donde $d\Omega_s$ es el ángulo sólido con el cual dA_s es visto desde dA . Por otro lado, también por la Ley de Kirchhoff, la esfera no emite ninguna radiación ya que no absorbe nada excepto sobre dA_s a la longitud de onda λ . Toda la energía emitida desde dA_s eventualmente regresará a sí misma excepto por la fracción interceptada por dA . Entonces, el flujo de energía neta desde la esfera a dA es

$$I_{bn\lambda}(T, \lambda)dA_s d\Omega d\lambda = I_{bn\lambda}(T, \lambda)dA_s \left(\frac{dA \cos \theta}{R^2} \right) d\lambda, \quad (3.57)$$

en donde el subíndice n denota emisión en la dirección normal ($\theta_s = 0, \varphi_s$ arbitrario), y $d\Omega$ es el ángulo sólido con el cual dA es visto desde dA_s . Ahora, por la Segunda Ley de la Termodinámica, esos dos flujos deben ser iguales para un volumen isotérmico

$$I_{b\lambda}(T, \theta, \varphi, \lambda) = I_{bn\lambda}(T, \lambda). \quad (3.58)$$

Ya que la dirección (θ, φ) con que dA_s está orientada es arbitraria, se concluye que $I_{b\lambda}$ es independiente de la dirección, con lo que

$$I_{b\lambda} = I_{b\lambda}(T, \lambda). \quad (3.59)$$

Por lo que sustituyendo la Ecuación 3.59 en la Ecuación 3.55, se obtiene la siguiente relación entre la intensidad de un cuerpo negro y el poder de emisión

$$E_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda) = \pi I_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda). \quad (3.60)$$

Lo anterior implica que la intensidad dejando un cuerpo negro o cualquier superficie cuya intensidad de salida es independiente de la dirección (*difusa*), puede ser evaluada desde el poder de emisión de un cuerpo negro o flujo de calor de salida

$$I_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda) = \frac{E_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda)}{\pi}. \quad (3.61)$$

En la literatura, la intensidad espectral de un cuerpo negro es usualmente conocida como *Función de Planck*. El comportamiento direccional de la emisión de un cuerpo negro es encontrada al comparar la intensidad (flujo de energía por ángulo sólido y por área normal a los rayos) y el flujo direccional emitido (flujo de energía por ángulo sólido y por unidad de área superficial). El flujo direccional de calor también es llamado poder de emisión direccional,

$$\begin{aligned} E'_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda, \theta, \varphi) dA &= I_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda) dA_p \\ E'_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda, \theta, \varphi) &= I_{b\lambda}(\mathbf{r}, \lambda) \cos \theta, \end{aligned} \quad (3.62)$$

esto significa que el flujo direccional emitido de un cuerpo negro varía con el coseno del ángulo polar, lo cual también se conoce como *Ley de Lambert* o *Ley del coseno*.

Flujo de calor radiativo

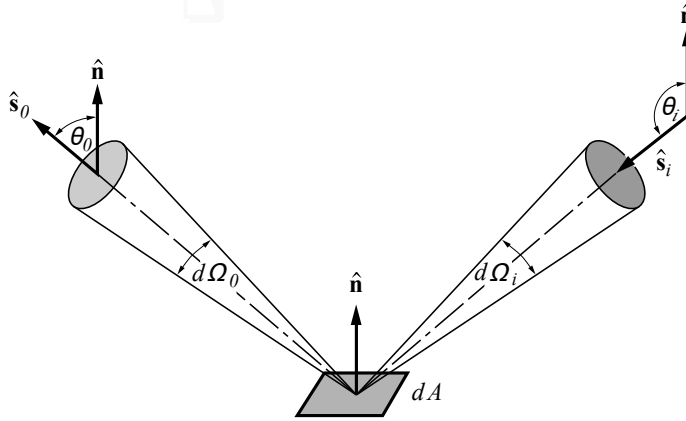


Figura 3.10: Flujo de calor radiativo incidiendo en una superficie arbitraria.

Considerar la superficie de la Figura 3.10. La radiación térmica desde un ángulo sólido infinitesimal alrededor de la dirección $\hat{\mathbf{s}}_i$ incide en la superficie con una intensidad $I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)$. Dicha radiación se denomina *lápiz de rayos* ya que el ángulo sólido infinitesimal es usualmente dibujando visto como la punta de un lápiz afilado. Luego, aplicando la definición de intensidad se puede ver que imparte un ratio de flujo de calor infinitesimal por longitud de onda en la superficie en la cantidad de

$$d\Omega_\lambda = I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega_i dA_p = I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega_i (dA \cos \theta_i), \quad (3.63)$$

donde la tasa de calor es tomada como positivo en la dirección de la normal de la superficie exterior (entrando al medio), de modo que el flujo entrante que entra en la superficie es negativo ya que, $\cos \theta_i < 0$. Luego, integrando sobre todo 2π direcciones entrantes y dividiendo por el área superficial, se obtiene el total de flujo de calor entrante por unidad de longitud de onda

$$(q_\lambda)_{\text{in}} = \int_{\cos \theta_i < 0} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i) \cos \theta_i d\Omega_i. \quad (3.64)$$

La pérdida de calor de la superficie a lo largo del lápiz de rayos en la dirección $\hat{\mathbf{s}}_o$, integrado sobre todas las direcciones salientes

$$(q_\lambda)_{\text{out}} = \int_{\cos \theta_o > 0} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_o) \cos \theta_o d\Omega_o. \quad (3.65)$$

Si la superficie es negra ($\epsilon_\lambda = 1$), entonces no hay energía reflejada desde la superficie y $I_\lambda = I_{b\lambda}$ dejando a $(q_\lambda)_{\text{out}} = E_{b\lambda}$. Si la superficie no es negra, la intensidad saliente consiste en las contribuciones tanto de la emisión como de las reflexiones. El flujo de calor saliente es positivo ya que esta entrando al medio. El flujo neto de calor desde la superficie puede ser calculado al sumar ambas contribuciones

$$(q_\lambda)_{\text{net}} = (q_\lambda)_{\text{in}} + (q_\lambda)_{\text{out}} = \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) \cos \theta d\Omega, \quad (3.66)$$

donde un solo vector dirección $\hat{\mathbf{s}}$ es considerado para describir el rango total de ángulos sólidos 4π . Como se puede ver desde la Figura 3.10, $\cos \theta = \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}$ ya que el flujo de calor neto es evaluado como el flujo en dirección- $\hat{\mathbf{n}}$ positiva

$$(q_\lambda)_{\text{net}} = \mathbf{q}_\lambda \cdot \hat{\mathbf{n}} = \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega. \quad (3.67)$$

Por lo tanto, para obtener el *flujo de calor radiativo total* en la superficie, la Ecuación 3.67 es integrada sobre todo el espectro

$$\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \int_0^\infty \mathbf{q}_\lambda \cdot \hat{\mathbf{n}} d\lambda = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega d\lambda. \quad (3.68)$$

Intensidad de la radiación en el vacío

El concepto de intensidad tiene una ventaja sobre el poder de emisión, esto es, la intensidad emitida no varía con la dirección. Dentro de un medio, la definición de poder de emisión no es aplicable ya que, no hay superficie al cual relacionarlo. La intensidad, definida como la energía radiativa transferida por unidad de tiempo, ángulo sólido, variable espectral y área normal al lápiz de rayos, es la variable más adecuada para describir la transferencia radiativa dentro de un medio. Considerar la intensidad radiativa penetrando en un ángulo normal a través de un área infinitesimal ficticia dA_1 en la posición s_1 y tiempo t_1 como se presenta en la Ecuación 3.69. Basado en la definición de intensidad, se puede ver que la cantidad de energía pasando a través de dA_1 por una duración dt y rango espectral $d\eta$ que llegará un poco después a la superficie infinitesimal dA_2 :

$$I_\eta(s_1, t_1) dt d\Omega_{1 \rightarrow 2} d\eta dA_1 = I_\eta(s_1, t_1) dt \frac{dA_2}{(s_2 - s_1)^2} d\eta dA_1, \quad (3.69)$$

donde $d\Omega_{1 \rightarrow 2}$ es el ángulo sólido con el cual dA_2 es visto por un observador en dA_1 . Ya que a la radiación le toma un tiempo $t_2 = t_1 + (s_2 - s_1)/c$ para viajar desde s_1 a s_2 , se puede decir que esa energía entrando en dA_2 que viene de dA_1 es,

$$I_\eta(s_2, t_2) dt d\Omega_{2 \rightarrow 1} d\eta dA_2 = I_\eta(s_2, t_2) dt \frac{dA_1}{(s_2 - s_1)^2} d\eta dA_2, \quad (3.70)$$

y ya que ambas energías deben ser iguales

$$I_{\eta}(s_2, t_1 + (s_2 - s_1)/c) = I_{\eta}(s_1, t_1). \quad (3.71)$$

Sin embargo, ya que la velocidad de la luz es tan grande en comparación que las escalas de tiempo utilizadas en los problemas de ingeniería, casi siempre se puede asumir que la energía llega "instantáneamente" a cualquier parte en el medio,

$$I_{\eta}(s_2) = I_{\eta}(s_1), \quad (3.72)$$

o bien,

$$I_{\eta}(\hat{s}) = \text{constante}. \quad (3.73)$$

Por lo tanto, dentro de un medio que no emite, absorbe ni es disperso (conocido como *medio no participativo*), la intensidad radiativa en cualquier dirección dada es constante a lo largo de la trayectoria. En cambio, en un *medio participativo* que absorbe, emite y/o es disperso, cualquier cambio en la intensidad a lo largo de cualquier trayectoria dada debe ser por uno o mas de esos fenómenos.

Radiación característica de las partículas

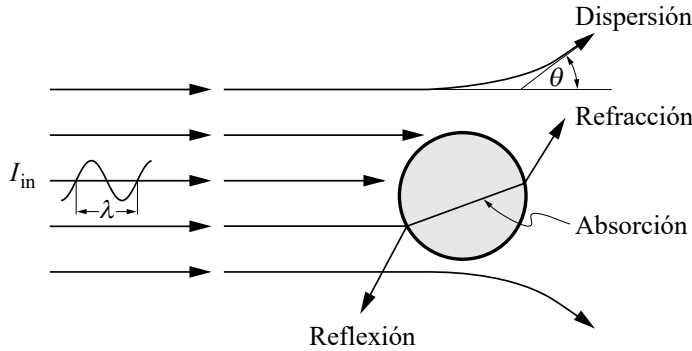


Figura 3.11: Interacción de ondas electromagnéticas con una partícula pequeña.

La interacción entre fotones (o bien ondas electromagnéticas) con pequeñas partículas es un tanto diferente de cuando es con gases, líquidos o sólidos homogéneos. Mientras que para un medio homogéneo, la radiación que viaja a través de una nube de partículas puede ser transmitida, reflectada o absorbida. Además, la interacción con una partícula puede alterar la dirección en la que el fotón viaja (ver Figura 3.11). Esto puede ocurrir por uno de tres mecanismos: (i) La trayectoria del fotón es alterada sin colisionar nunca con otra partícula por *difracción*. (ii) Un fotón puede cambiar su dirección por reflexión de la partícula. (iii) El fotón puede penetrar dentro de la partícula, cambiando su dirección por *refracción*. Los tres fenómenos en conjunto son conocidos como *dispersión o scattering* de la radiación. La *absorción* toma lugar cuando la onda electromagnética penetra dentro de la partícula. Por tanto, en presencia de scattering, la ecuación para la transmisividad de una capa de material Ecuación 3.74

$$\tau_{\eta} = e^{-\kappa_{\eta}s}, \quad (3.74)$$

debe ser extendida a

$$\tau_\eta = e^{-(\kappa_\eta + \sigma_{s\eta})s} = e^{-\beta_\eta s}, \quad (3.75)$$

donde $\sigma_{s\eta}$ es conocida como *coeficiente de dispersión o scattering* y $\beta_\eta = \kappa_\eta + \sigma_{s\eta}$ es el *coeficiente de extinción*. Los rayos dispersados viajan sin atenuación, y la probabilidad de que un rayo desde una dirección sea dispersado (scattering) en otra cierta dirección por en un ángulo θ es descrita por la *scattering phase function* o *función de fase de dispersión* Φ_η . Además, se puede establecer el *single scattering albedo*, donde albedo es el porcentaje de radiación que cualquier superficie refleja respecto a la radiación que incide sobre ella, definido como

$$\omega_\eta \equiv \frac{\sigma_{s\eta}}{\kappa_\eta + \sigma_{s\eta}} = \frac{\sigma_{s\eta}}{\beta_\eta}, \quad (3.76)$$

por lo que cuando un medio no presenta dispersión en absoluto, tiene $\omega = 0$, mientras que un $\omega = 1$ indica que es puramente dispersión (nonabsorbing media o no absorbente).

Ecuación de transferencia radiativa (RTE)

Para determinar el flujo radiativo en una superficie o cualquier punto dentro del medio, se requiere conocer la intensidad radiativa en ese punto, para todas las direcciones y todas las longitudes de ondas o períodos. El campo de intensidad dentro de un medio participativo es gobernado por la *ecuación de energía radiativa*, que es el balance de energía radiativa a lo largo de un lápiz de rayos delgado. Esta ecuación establece que a lo largo de una línea de visión en la dirección $\hat{s}$, la intensidad radiativa espectral cambia de acuerdo con:

$$\frac{dI_\eta}{ds} = \kappa_\eta I_{b\eta} - \kappa_\eta I_\eta - \sigma_{s\eta} I_\eta + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta(\hat{s}_i) \Phi(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i. \quad (3.77)$$

Los términos del lado derecho indican como a lo largo de la trayectoria s , la intensidad es aumentada por emisión ($\kappa_\eta I_{b\eta}$), disminuida por absorción ($\kappa_\eta I_\eta$) y dispersión o *scattering* lejos de $\hat{s}$ ($\sigma_{s\eta} I_\eta$). La radiación dispersa es simplemente cancelada en otras direcciones, entonces el último término en la Ecuación 3.77 es el incremento de la intensidad debido a la radiación desde otras direcciones, pues la función de fase de dispersión $\Phi(\hat{s}_i, \hat{s})$ da la probabilidad de que un rayo proveniente desde $\hat{s}_i$ es dispersado hacia $\hat{s}$. Se debe notar que si $\kappa_\eta = \sigma_{s\eta} = 0$ (medio no participativo), la Ecuación 3.77 se reduce a la Ecuación 3.73

$$\frac{dI_\eta}{ds} = 0 \quad \text{ó} \quad I_\eta(\hat{s}) = \text{constante}. \quad (3.78)$$

Para una mejor diferenciación entre atenuación y aumento de radiación, se introduce la *función fuente* para la intensidad radiativa

$$S_\eta(s, \hat{s}) = (1 - \omega_\eta) I_{b\eta} + \frac{\omega_\eta}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta(\hat{s}_i) \Phi(\hat{s}_i, \hat{s}) d\Omega_i, \quad (3.79)$$

donde ω es el single scattering albedo definido en la Ecuación 3.76. Por lo que la ecuación de transferencia radiativa se puede simplificar,

$$\frac{dI_\eta}{ds} = \beta_\eta [S_\eta(s, \hat{s}) - I_\eta]. \quad (3.80)$$

Para el caso especial de un coeficiente de extinción espacial invariable $\beta_\eta = \text{constante}$

$$I_\eta(s) = I_\eta(0)e^{-\beta_\eta s} + \int_0^s S_\eta(s', \hat{s})e^{-\beta_\eta(s-s')} \beta_\eta ds'. \quad (3.81)$$

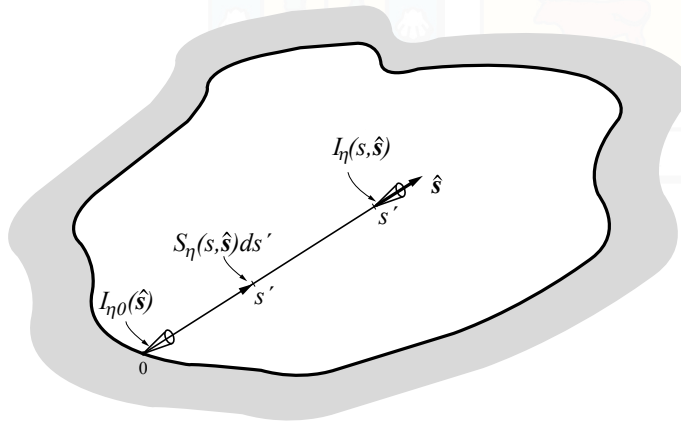


Figura 3.12: Variación de la intensidad al interior de un medio radiativamente participativo.

La intensidad local en s consiste en dos partes (ver Figura 3.12). (i) Intensidad entrando al medio en $s = 0$ (digamos un muro delimitador) atenuado por absorción y dispersión-saliente de 0 a s , y (iii) incremento de intensidad a lo largo de la trayectoria en s' (por emisión y/o dispersión-entrante) atenuado a lo largo de la distancia restante entre s' y s . Es importante recordar que si el medio dispersa ($\omega > 0$), la función fuente en la Ecuación 3.81 contiene la intensidad radiativa en cada punto a lo largo de la trayectoria, para todas las posibles direcciones (no solo $\hat{s}$): la ecuación de transferencia radiativa Ecuación 3.77, es una ecuación integro-diferencial (intensidad aparece tanto como derivada como también dentro de la integral en el lado derecho) en cinco dimensiones (tres espaciales y dos coordenadas direccionales). Esto hace la RTE extremadamente difícil de resolver, por lo que los métodos existentes para resolverla son de suma importancia pero a su vez, también muy complejos de comprender y aplicar.

3.5. Estrato vegetal

Como se habló en secciones anteriores, el combustible que se utilizará para determinar como afecta el contenido de humedad en la ignición serán las acículas vivas de *pinus radiata*. Por ende, es necesario determinar las características de las acículas, que tipo de árbol será utilizado y como se comporta en condiciones extremas. Ya que, como se trata de un combustible vivo, es necesario generar condiciones apropiadas para que las acículas no mueran en el transcurso del experimento.

Su nombre científico *Pinus Radiata* o comunmente conocido como, Pino de California, Pino de Monterrey o Pino insigne. Original del suroeste de Estados Unidos, es una especie arbórea perteneciente a la familia de las pináceas. Es un árbol de talla media, de aproximadamente unos 45 metros de altura [25]. Su crecimiento es rápido en los primeros años, su tronco puede alcanzar un diámetro de 50 cm en los primeros 20 años. El tronco es recto, con corteza pardo, que pronto se agrieta y arruga. La copa es densa, y las ramas verticiladas, en forma de brazos de candelabro, horizontales o erecto patentes. Las acículas aparecen envainadas de tres en tres; son color verde vivo y miden de 7 a 15 cm de longitud; duran hasta 3 o 4 años en la planta. Las flores masculinas son muy abundantes y apretadas, de color pardo amarillento. Las piñas, aparecen el verticilos de 3 a 5 subsentadas y muy asimétricas, con la apófisis de las escamas externas muy prominentes. Florece de marzo a abril y las piñas se abren en el segundo otoño, aunque a veces permanecen cerradas varios años sin que sufra alteraciones la capacidad germinativa del piñon.

El follaje de los arboles de la familia pinácea son separados en tres partes. La primera, la canopia baja o high canopy, es la que se encuentra en la parte más alta del árbol, donde la radiación es mayor, ya que, se encuentra más expuesta a la radiación solar. La segunda, la canopia media, o middle canopy se caracteriza por tener una parte expuesta al sol y otra con sombra, generando diferentes acículas con propiedades distintas entre ellas. Por último, la canopia baja, o low canopy, es la que se encuentra en la parte inferior del follaje y se caracteriza por recibir la menor radiación solar, por ser tapadas por las demás acículas superiores [26]. Dicha distribución puede ser observada en la Figura 3.13. Cabe destacar, que el contenido de humedad varía según en que lugar esté posicionada la acícula en el follaje del árbol, ya que según la canopia puede recibir más o menos radiación, las acículas puede ser más jóvenes o pueden estar apunto de perecer. Por lo tanto, no se ahondará en dicha diferencia, ya que no es el foco de la investigación y las muestrán serán obtenidas de la canopia baja, netamente por su fácil acceso del podado.

En Chile fue introducido a fines de 1890 en la ciudad de Concepción, a partir de semillas encargadas al vivero alemán G. Porzel den Efurt. Al encontrar un rápido crecimiento, se fue popularizando y hoy es uno de los monocultivos arbóreos más grandes del país, dando origen a una industria forestal que hoy en día tiene un aporte del 2.8 % del PIB total. Sin embargo, se ha introducido en otros lugares del mundo, como en Europa, Nueva Zelanda, sudoeste de Australia, Brasil, Colombia

y Sudafrica. Siendo Chile y Nueva Zelanda las locaciones donde las plantaciones de pinus radiata exceden el 60 % de la superficie total de plantación.

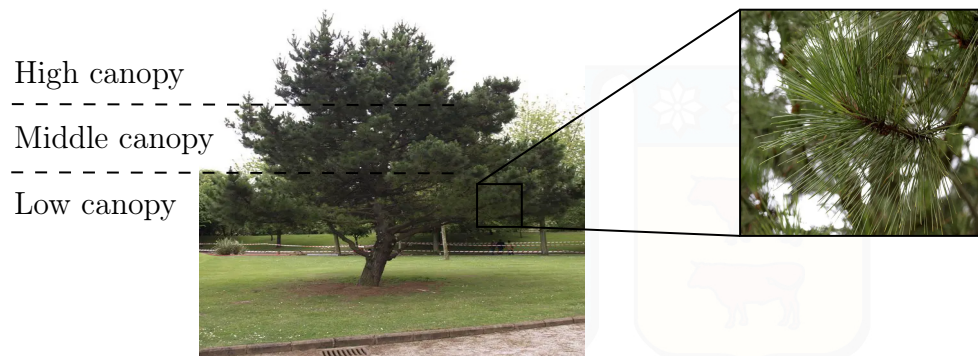


Figura 3.13: Representación de las partes del follaje de Pinus radiata.

4 | Diseño Experimental

Índice

4.1. Aparato experimental IFIT	40
4.1.1. Heater	41
4.1.2. Variac/Fuente de poder	42
4.1.3. Porta muestras	42
4.1.4. Termocuplas	43
4.1.5. Sistema de Adquisición de Datos (DAQ)	44
4.1.6. Kanthal	44
4.1.7. Radiómetro	44
4.2. Aparato experimental de apoyo	46
4.2.1. Picnómetro	46
4.2.2. Arduino y celda de carga	46
4.2.3. Horno	47

4.1. Aparato experimental IFIT

Las pruebas de ignición fueron realizadas en el aparato experimental IFIT (Idealized Firebrand Ignition Test), por sus siglas en ingles, test de ignición de pavesa idealizada. Donde, a partir de un heater eléctrico o calentador es posible simular una pavesa incandescente, el cual cae en una cama de acículas de pino. Varios autores han realizado pruebas en este aparato experimental, utilizando diferentes combustibles vegetales como, acículas de pino secas y muertas, rehidratadas y hojas de eucalipto. Esta investigación realizará la variación en cuanto al combustible, ya que, se quemarán acículas de pino vivas, variando el contenido de humedad en ellas mediante un horno. Por lo tanto, el procedimiento experimental consiste en colocar las acículas de pino radiata en un porta muestra cilíndrico. Luego, estas son atacadas por un flujo de calor mediante un heater eléctrico al interior del porta muestra, calentando así el combustible dentro de este hasta alcanzar la ignición. Midiendo el tiempo y temperatura de ignición de forma experimental. En la Figura 4.1 se puede observar las partes del aparato experimental. Donde, ① corresponde al motor lineal, ② cámara Basler, ③ heater eléctrico, ④ termocuplas, ⑤ piloto, ⑥ radiómetro, ⑦ porta muestra o canasto, ⑧ Adquisición de datos, ⑨ Variac, ⑩ fuente de poder.

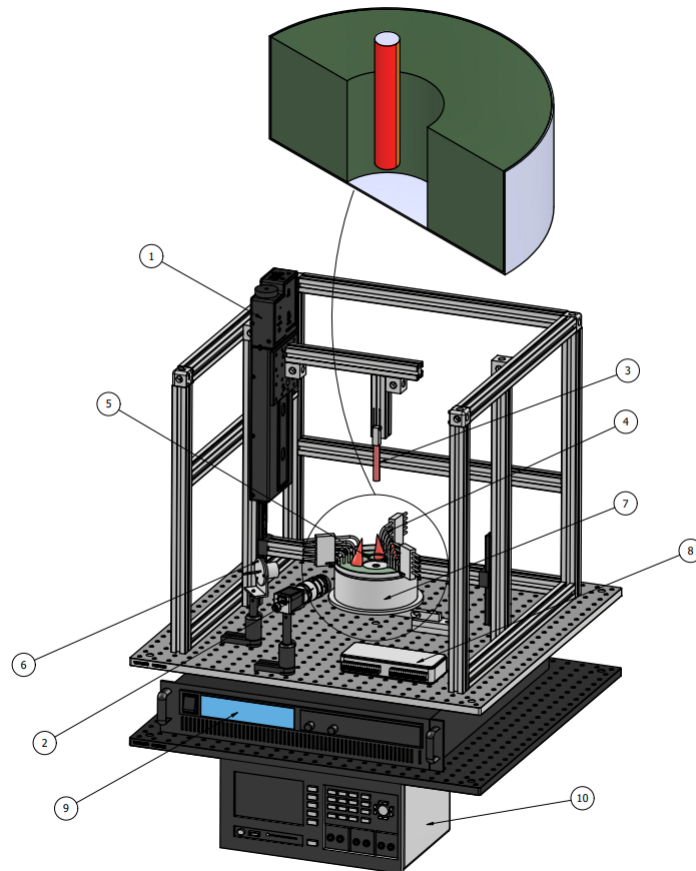


Figura 4.1: Representación gráfica del IFIT y sus componentes.

A continuación se detallaran los componentes descritos.

4.1.1. Heater

Consiste en una pieza metálica de forma cilíndrica con dimensiones 60 y 10 mm de largo y diámetro respectivamente. Esta pieza metálica, la cual simula una pavesa incandescente, está recubierta de nitruro de silicio (Si_3N_4) manufacturado por Bach RC. Se optó por una fuente de radiación térmica cilíndrica para simplificar la geometría con respecto al cesto, ya que también es cilíndrico. Como es un heater eléctrico, es necesario calentarlo mediante una fuente de energía eléctrica o fuente de poder, donde la resistencia eléctrica del metal juega un rol importante en el calentamiento de este. Por ende, la resistencia base es de 132Ω medida a 20°C y un rango máximo de 230 V, ya que alcanza la potencia máxima de operación. Siendo 400 W para realizar un experimento seguro. A medidas que se va calentando el heater las propiedades del nitruro de silicio varían. La pieza fue diseñada para trabajar a temperaturas de operación cerca de los 1000°C , el cual es introducido dentro del porta muestra con combustible para luego generar la ignición como se puede observar en la Figura 4.1. Las propiedades de nitruro de silicio las especifica el fabricante en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Propiedades del nitruro de silicio

Parámetro	Valor	Unidad
Temp. Máxima Segura	1000	$^\circ\text{C}$
Conductividad Térmica	40	W/mK
Calor específico	750	J/kgK
Densidad	3210	kg/m^3
Temp. de shock para la resistencia	500	K
Emisividad	0.96	-
Módulo de Young	320	GPa
Módulo de ruptura	400	MPa
Módulo de Weibull	7.9	-
Esfuerzo de compresión	2000	MPa
Coefficiente de expansión térmica	3	10^{-6} K^{-1}

Además, se puede observar la forma y el calentamiento del heater en la ??,

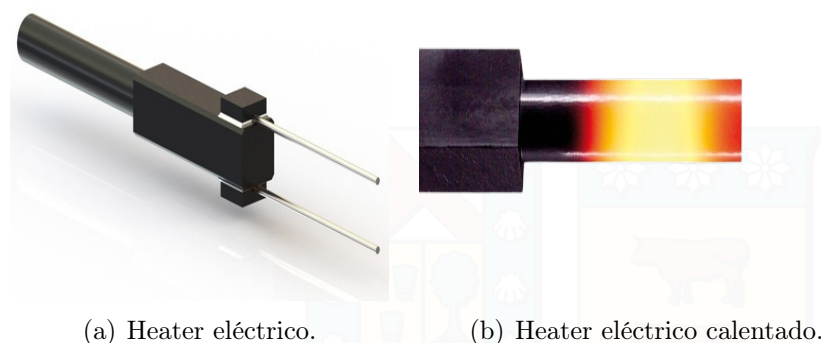


Figura 4.2: Imágenes del Heater obtenidos por el fabricante.

4.1.2. Variac/Fuente de poder

Con el fin de suministrar energía al heater una fuente de poder o VARIAC (transformador variable) fue instalado, el cual permite variar el voltaje que requiere el heater y así calentarlo. Fabricado por Carroll & Meynell, modelo 4A-CMV4X-1, el cual requiere una entrada de 210 V y corriente alterna. Dicha fuente de poder está conectada mediante un computador, por lo tanto todas las modificaciones de voltaje, potencia y corriente fueron posible modificar de forma manual de forma digital. Cabe destacar, que para un buen funcionamiento y mayor seguridad es necesario ajustar un máximo de 400 W en la fuente de poder, con el fin de no entregar demasiada energía al heater y dañar el aparato.

4.1.3. Porta muestras

El combustible vegetal es introducido en un porta muestra el cual tiene una geometría cilíndrica como se observa en la Figura 4.3. El cual, tiene un largo de 50 mm, un diámetro externo de 131.8 mm y un diámetro interno de 42.4 mm. En el orificio central que se muestra en la figura, se introduce el heater calentado previamente, y el estudio de ignición comienza una vez que el heater llega a la parte inferior del porta muestra. Calentando todo el estrato vegetal dentro del porta muestra de forma uniforme. Ya que, al tener una geometría cilíndrica, es posible modelar el comportamiento de la transferencia de calor más fácil. Concepto que se ahondará en capítulos siguientes.

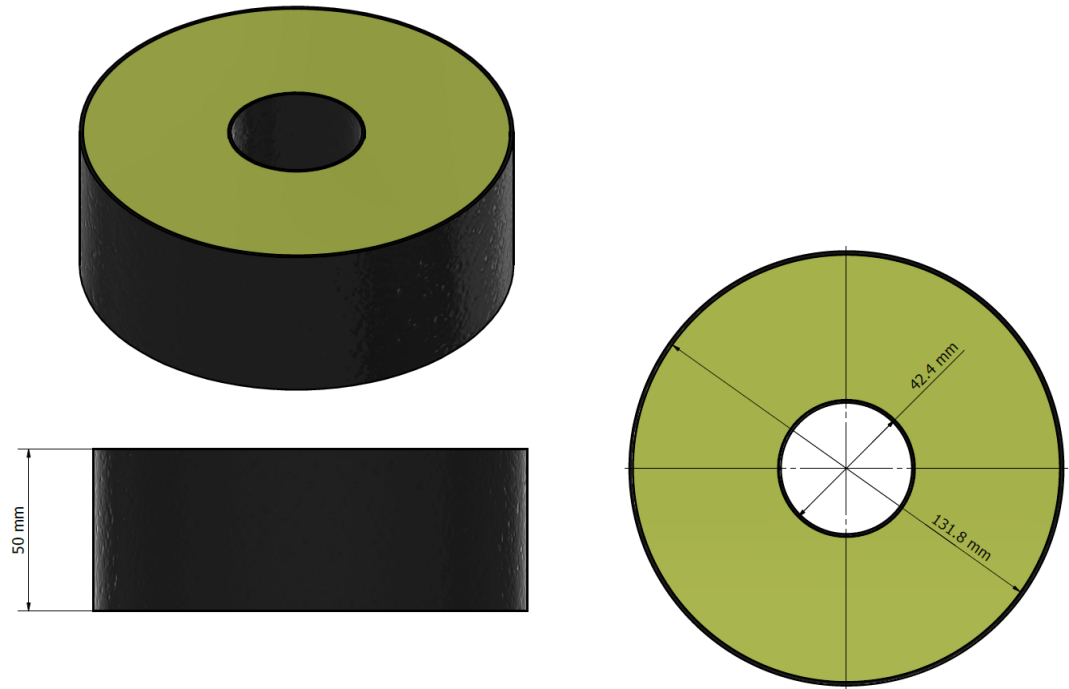


Figura 4.3: Representación del porta muestra y sus dimensiones.

4.1.4. Termocuplas

Con el fin de determinar la temperatura de ignición, y ver el comportamiento de la distribución de la temperatura dentro del estrato vegetal, se introdujeron 15 termocuplas (④) tipo K, alineadas entre sí. Dicha configuración puede ser apreciada en la Figura 4.4. Donde, cada una de ellas está separada por 4 mm entre sí y cada grupo de 5 termocuplas están separadas a 120° con el fin de cubrir cada parte del estrato vegetal a medida que se va calentando. Además, la primera termocupla de cada grupo, se encuentra a 11 mm desde la cara interna del porta muestra.

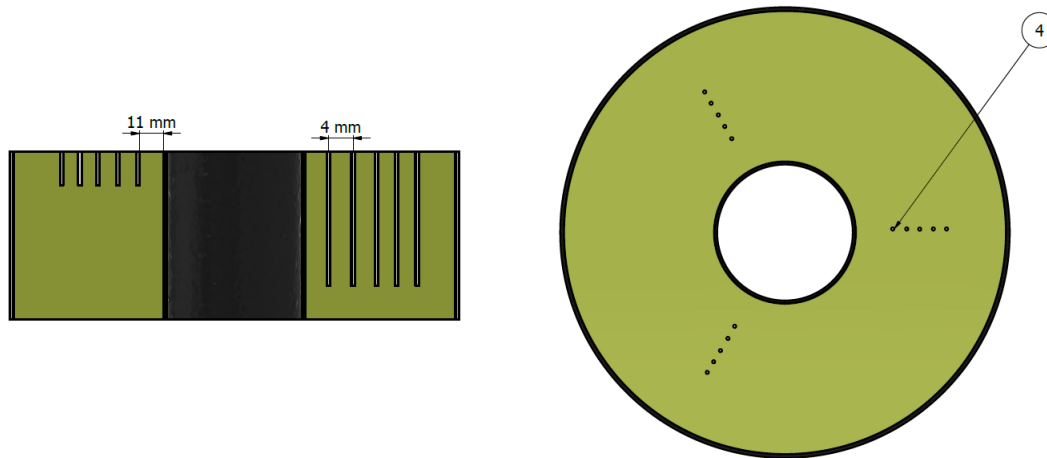


Figura 4.4: Distribución de las termocuplas en el porta muestra.

4.1.5. Sistema de Adquisición de Datos (DAQ)

Este dispositivo permite captar la señal eléctrica que emiten las termocuplas y transformarlas en una señal entendible, es decir pasa de un valor de voltaje a un valor de temperatura en grados Celcius. Para poder leer dichas medidas fue necesario instalar un programa adecuado que leyera y guardara la información en un archivo tipo Excel. Con el fin de procesar la información correspondiente para cada medición. El programa fue realizado en Labview, pero también es posible cambiar la configuración a otro lenguaje de programación como Python, C, o Java, si fuese necesario.

4.1.6. Kanthal

El Kanthal es una resistencia eléctrica de metal que permite generar la llama en el estrato combustible. Es decir, sirve de piloto para la ignición en cuestión como se mencionó en secciones anteriores. La forma en que trabaja consiste en colocar la aleación metálica en forma de anillo de forma local, y con el traspaso de corriente se torna incandescente, liberando calor hacia el medio. Este aparato es utilizado para disminuir la variabilidad entre las mediciones, sin modificar el comportamiento del experimento.

4.1.7. Radiómetro

El radiómetro es un sensor que permite obtener la radiación incidente de forma local al sensor. El cual, considera una ventana de zafiro que permite proteger el aparato. Este aparato permite obtener la radiación incidente al porta muestra y conocer cuanto es la radiación que está llegando en la pared interna. Al igual que las termocuplas, el radiómetro necesita un sistema de adquisición de datos con el fin registrar y guardar los valores obtenidos. Una vez que se registran los datos a

la distancia necesaria, es posible obtener los valores de flujo de calor incidente al radiómetro a partir de la calibración en kW/m^2 , desde un valor de voltaje dado. Dicha calibración es de $7.246 \text{ kW}/\text{m}^2/\text{mV}$. Esto permite obtener físicamente cuanto es el flujo de calor que recibe el combustible vegetal.



4.2. Aparato experimental de apoyo

El aparato experimental de apoyo corresponde a los sensores, máquinas y herramientas que nos permiten realizar las medidas experimentales pero no de forma directa. Por ejemplo, para realizar las medidas experimentales es necesario obtener la densidad del combustible vegetal, por lo tanto se utiliza el aparato experimental de apoyo con el fin de obtener resultados indirectos al experimento principal.

4.2.1. Picnómetro

Un picnómetro es un instrumento de medición cuyo volumen es conocido y permite conocer la densidad o peso específico de cualquier líquido o sólido mediante gravimetría a una determinada temperatura. El picnómetro utilizado es marca ISO-LAB 023.02.010 de 10 ml, más específico de 10.672 ml como el que se ve en la Figura 4.5. Con el cual es posible obtener la densidad del pino.



Figura 4.5: Picnómetro 10 ml de muestra utilizado en la campaña experimental.

4.2.2. Arduino y celda de carga

En comparación a otras campañas experimentales y trabajos que se han realizado en el laboratorio en el IFIT como en [15, 13, 12], el contenido de humedad no se modificó más allá de rehidratar las acículas de pino. El contenido de humedad de las acículas es modificado secando las acículas hasta llegar a un contenido de humedad específico, dicha pérdida de agua es registrado con una celda de carga dentro de un horno, el cual permite el secado del estrato vegetal. La celda de carga es conectada a un Arduino UNO y un computador, el cual permite registrar y guardar los valores de masa que tiene cada muestra dentro del horno a través del tiempo. Por lo tanto, suponiendo que a cierta temperatura y humedad relativa dentro del horno, lo único que pierde es agua, es posible obtener el contenido de humedad final dentro del estrato vegetal a partir de la celda de carga dentro de aparato de secado.

4.2.3. Horno

El horno es utilizado con el fin de secar las muestras vegetales una vez obtenidas del centro de acopio. El horno o más específico cámara de humedad que es utilizada es una Standard delivery Humidity chamber MEMMERT HCP50, la cual considera un rango de operación entre $+18$ y $+90$ °C, y una humedad relativa entre 20 y 95 % dentro de la cámara. La carga máxima que se puede introducir dentro de este es de 75 kg, y un volumen de 56 l. El fin de la campaña experimental es secar y quitar agua de las muestras vegetales, la cámara de humedad se mantuvo apagada todo el tiempo. Configurando solamente la temperatura dentro del horno y la humedad relativa en 0 %.



Figura 4.6: Horno MEMMERT HCP50 utilizado en la campaña experimental



5 | Metodología

Índice

5.1. Metodología de la Poda	50
5.2. Metodología de secado y Contenido de humedad	50
5.3. Metodología de la densidad	53
5.4. Metodología experimental	55
5.5. Procedimiento experimental	56

5.1. Metodología de la Poda

A continuación, se detalla el proceso de obtención del estrato vegetal, específicamente las acículas de pino, provenientes de la canopia baja del árbol.

Como se explicó previamente en secciones anteriores, las acículas de pino utilizadas en la campaña experimental son extraídas de un árbol *Pinus radiata* de la canopia baja o "low canopy", como se abordó en la Sección 3.5. La metodología involucra la obtención de acículas de pino vivas provenientes de la ciudad de Curauma, Valparaíso.

En primera instancia, se cortan pequeñas ramas del árbol utilizando tijeras de podar simples, las cuales se depositan en bolsas plásticas selladas herméticamente. Posteriormente, estas ramas, que contienen las acículas de pino vivas, son trasladadas al laboratorio y depositadas en un recipiente cerrado, con el objetivo de preservar las muestras vegetales en su estado vivo.

Es relevante destacar que es imperativo trasladar y almacenar las acículas en las mismas ramas del árbol, ya que esto permite una mayor supervivencia a lo largo del tiempo, dado que la pérdida de clorofila ocurre de forma más gradual.

Conforme a la investigación de [12], se ha observado que el estrato vegetal puede conservarse en un rango de tiempo de 48 a 72 horas aproximadamente después de la poda. Este hallazgo evidencia que durante este periodo se mantiene el contenido de humedad y la presencia de clorofila en las hojas. Por lo tanto, al término de este intervalo, se procede a recolectar nuevamente el estrato vegetal vivo para su utilización en las investigaciones subsiguientes.

5.2. Metodología de secado y Contenido de humedad

Con el fin de disminuir el contenido de humedad en las acículas de pino, se utiliza un horno industrial como se habló en la sección anterior. La metodología consiste en retirar las acículas de pino de la rama respectiva, para luego ser colocadas de forma uniforme en bandejas de aluminio. Estas se introducen en el horno a una temperatura de 65°C y una humedad relativa de 0 %. Cabe mencionar que campañas anteriores utilizaron la cámara humidificadora o Humidity chamber para rehidratar el estrato. Sin embargo, lo que se busca obtener es disminuir el contenido de humedad que tienen las muestras a un inicio, a un contenido de humedad deseado. Donde, el contenido de humedad inicial que se obtuvo aproximadamente en toda la campaña experimental fue de 115.56 % $\pm$ 1.8, el cual se obtiene en base seca. Es decir, a partir de la siguiente formula:

$$FMC = \frac{(m_w - m_d)}{m_d} \cdot 100, \quad (5.1)$$

donde, m_w es la masa del estrato vegetal vivo inicial, m_d es la masa del contenido vegetal completamente seco, o cuando la hoja pierde toda el agua. Y FMC en % es

el Fuel Moisture Content, el contenido de humedad de las acículas de pino.

La pérdida de agua se obtiene a partir de una celda de carga dentro del horno, y un arduino UNO, el cual permite obtener el tiempo necesario para secar completamente las acículas de pino. Dichas mediciones se pueden observar en la Figura 5.1, donde aproximadamente luego de 18 horas el contenido dentro del horno se seca por completo.

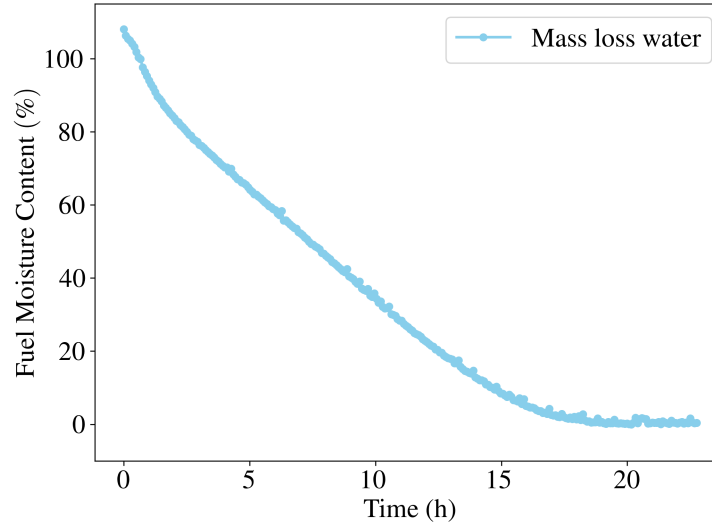


Figura 5.1: Pérdida de agua dentro del Horno.

Por lo cual, es posible obtener la masa necesaria para un contenido de humedad deseado. Como el contenido de humedad inicial es conocido ($115.56\% \pm 1.8$) lo único que se debe determinar es la masa final (m_w) para un contenido de humedad genérico de FMC y un m_d fijo, lo cual se puede expresar como,

$$m_w = m_d \left(\frac{FMC}{100} + 1 \right) \quad (5.2)$$

Por ejemplo, si se desea obtener una muestra vegetal con un 30% de contenido de humedad (FMC), y una masa inicial es de 134 g, suponiendo que el contenido de humedad inicial es de 115% es posible obtener la masa final cuando el agua es evaporizada completamente de las acículas. Cuyo valor es de 60 g. Por lo tanto, bajo esas consideraciones es posible obtener la masa que se debe obtener para un FMC de 30%, según la fórmula anterior,

$$m_w = 60 \text{ g} \left(\frac{30\%}{100} + 1 \right) \quad (5.3)$$

$$m_w = 78 \text{ g} \quad (5.4)$$

Por lo tanto, se obtiene una masa de 78 g. Cabe destacar que la variabilidad viene dada por el supuesto que todas las acículas de pino contienen el mismo contenido de

humedad, por lo tanto cada vez que se realiza la poda de las acículas, es necesario obtener el contenido de humedad con las cuales llegan las muestras vegetales al laboratorio.



5.3. Metodología de la densidad

La densidad del combustible es un parámetro sumamente importante que define la cantidad de combustible que se utilizará en las pruebas de ignición. Esta es medida con un picnómetro como ha realizado [26]. El procedimiento consiste en medir la densidad del combustible dentro del picnómetro, a partir de la masa de esta, y el volumen que ocupa dentro del picnómetro. A continuación, se dará un ejemplo con el fin de explicar con más detalle el procedimiento experimental de la medición de la densidad. Cabe destacar que la medición de la densidad debe realizarse mínimo 20 veces, por cada contenido de humedad, con el fin de obtener una muestra representativa para cada contenido de humedad, ya que la densidad cambiará según la cantidad de agua que exista dentro de la acícula de pino. Para un mejor entendimiento, la medición de densidad se separará en las siguientes etapas:

- **Etapa 1:** Una vez en el laboratorio y tomada todas las medidas de seguridad e higiene, es necesario utilizar guantes de látex para evitar la contaminación de la muestra. Luego, una vez que tengamos el contenido de humedad deseado en las acículas de pino, a partir de la metodología detallada en la sección anterior, se deben pesar aproximadamente 5 acículas de pino diferentes e introducirlas en el picnómetro y luego pesar el recipiente junto con las acículas dentro de este.
- **Etapa 2:** En la segunda etapa, se debe introducir en el picnómetro y pesar un líquido con densidad conocida. El cual, en la campaña experimental se utiliza alcohol isopropílico.
- **Etapa 3:** Luego, con la masa del líquido conocido es posible obtener el volumen de dicho fluido.
- **Etapa 4:** Finalmente, con el volumen del líquido obtenido en la etapa anterior, el cual se encuentra dentro del picnómetro, y el volumen de este, el cual es conocido (10.672 ml), es posible obtener el volumen de las acículas al interior de este. Con el volumen, y la masa obtenida inicialmente, es posible obtener la densidad de las acículas de pino.

Por ejemplo, se retiran 5 acículas de pino, las cuales tienen un 60 % de contenido de humedad calculado previamente y son pesadas, obteniendo una masa de 0.227 g en total. Luego, son introducidas dentro del picnómetro y luego se vuelven a pesar, obteniendo un valor de 16.692 g. Posteriormente, introducimos el alcohol isopropílico dentro del picnómetro hasta el tope y lo tapamos, obteniendo una masa total de

25.645 g. Obteniendo así la masa del alcohol,

$$\text{Masa acículas} = 0,227 \text{ g} \quad (5.5)$$

$$\text{Masa picnómetro} + \text{acículas} = 16,692 \text{ g} \quad (5.6)$$

$$\text{Masa picnómetro} + \text{acículas} + \text{alcohol} = 25,645 \text{ g} \quad (5.7)$$

$$\text{Masa alcohol} = \text{Masa picnómetro} + \text{acículas} + \text{alcohol} - \text{Masa picnómetro} + \text{acículas} \quad (5.8)$$

$$\text{Masa alcohol} = 7,953, \quad (5.9)$$

por lo que, junto con la densidad del alcohol conocida (0.766 g/ml) es posible obtener el volumen del alcohol que ocupa dentro del picnómetro.

$$\text{Volumen alcohol} = \frac{\text{Masa alcohol}}{\text{Densidad alcohol}} \quad (5.10)$$

$$\text{Volumen alcohol} = 10,386 \text{ ml} \quad (5.11)$$

Por consiguiente, con el volumen del alcohol obtenido, es posible obtener el volumen que ocupan las acículas dentro del picnómetro,

$$\text{Volumen acículas} = \text{Volumen picnómetro} - \text{Volumen alcohol} \quad (5.12)$$

$$\text{Volumen acículas} = 10,672 - 10,386 \text{ ml} \quad (5.13)$$

$$\text{Volumen acículas} = 0,286 \text{ ml}. \quad (5.14)$$

Finalmente, al obtener el volumen del pino, y la masa obtenida inicialmente es posible obtener la densidad del pino como,

$$\text{Densidad acículas} = \frac{\text{Masa acículas}}{\text{Volumen acículas}} \quad (5.15)$$

$$\text{Densidad acículas} = 0,793 \text{ g/ml} \quad (5.16)$$

Dichas medidas se deben realizar reiteradas veces con el fin de obtener una buena medida estadística. Evitando así errores experimentales, además de disminuir la variabilidad, ya que a medida que aumenta el contenido de humedad es posible que la variabilidad aumenta en las mediciones de densidad. Cabe mencionar, que el número de acículas que se debe introducir dentro del picnómetro no se encuentra detallado en la bibliografía, sin embargo, se determinó que al utilizar más acículas, la variabilidad de la densidad disminuye considerablemente.

5.4. Metodología experimental

Luego de introducir sobre los diferentes aparatos, herramientas y setup experimental, es necesario explicar y definir ciertos procedimientos antes de realizar los experimentos en el IFIT. Para poder definir el flujo de calor que se utiliza en cada medición experimental, es necesario calibrar el heater, es decir determinar experimentalmente el flujo incidente al porta muestra. A partir del radiómetro descrito con anterioridad. El radiómetro se coloca a 20 mm del centro del heater, y el motor lineal se coloca a 145 mm desde su origen. Dichas mediciones permiten medir el flujo de calor incidente que emite el heater eléctrico al hacer variar el voltaje del VARIAC. Ya que, al realizar los experimentos, se configura el voltaje, el cual se traduce en un flujo de calor incidente conocido. Por lo tanto, se varía el voltaje del heater desde 0 a 230 V aproximadamente, obteniendo una función cuadrática del flujo de calor incidente y el voltaje, como se observa en la Figura 5.2. Cabe destacar que se utiliza la calibración de $7.246 \text{ kW/m}^2/\text{mV}$.

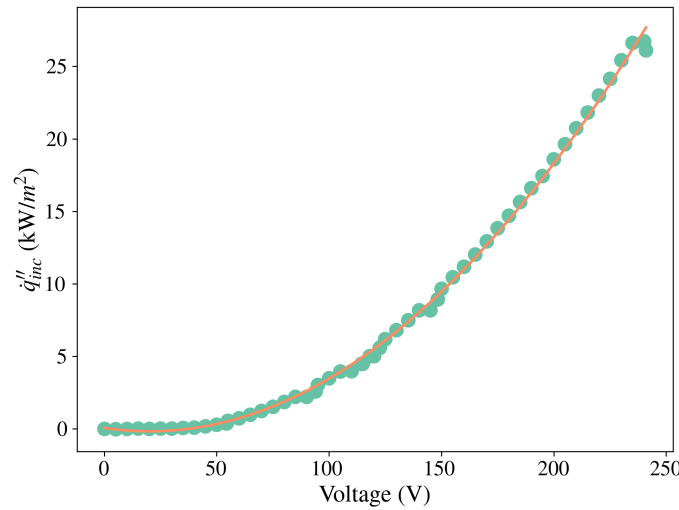


Figura 5.2: Medición experimental de la calibración.

Luego de obtener la curva de calibración es posible determinar a partir de un fit cuadrático, el polinomio que lo caracteriza,

$$\dot{q}''_{inc}(V) = 0,00057 \cdot V^2 - 0,02303 \cdot V + 0,06148, \quad (5.17)$$

donde, $\dot{q}''_{inc}$ corresponde al flujo de calor incidente al porta muestra, o al combustible vegetal, el cual en próximas secciones se utilizará como condición de borde del modelo teórico. V, corresponde al voltaje que se suministra al heater mediante el VARIAC.

Finalmente, luego de obtener el contenido de humedad, la densidad, el flujo incidente, y las condiciones de la muestra es necesario obtener la masa que se utilizará en las mediciones experimentales, dicha masa está sujeta a un parámetro que aún no

se ha detallado, pero se dará una breve explicación y se detallará en profundidad en la siguiente sección, el cual corresponde a la fracción en volumen (α_f) del combustible vegetal. Es decir, cuanta cantidad de acículas de pino están dentro de un cierto volumen, es este caso el porta muestra. Por lo tanto, para la campaña experimental que se ha descrito, se utiliza una fracción en volumen de 0.09, la cual está descrita como,

$$\alpha_f = \frac{V_f}{V}. \quad (5.18)$$

$$(5.19)$$

El volumen del porta muestra está descrito por V , el volumen que utiliza el combustible vegetal dentro de este es V_f , por lo tanto utilizando esta expresión es posible obtener la cantidad de masa que se requiere, para mantener una fracción en volumen de 0.09.

$$\alpha_f = \frac{V_f}{V}. \quad (5.20)$$

$$\alpha_f = \frac{m_f/\rho_f}{V}, \quad (5.21)$$

$$(5.22)$$

despejando m_f ,

$$m_f = \alpha_f \rho_f V, \quad (5.23)$$

donde, m_f corresponde a la masa que se utiliza para realizar la pruebas de ignición, ρ_f es la densidad de las acículas previamente calculada por la metodología descrita, y V el volumen del porta muestra el cual es conocido (612.018 cm^3).

5.5. Procedimiento experimental

El aparato experimental destaca por realizar mediciones experimentales altamente reproducibles, las cuales permiten determinar el tiempo de ignición, mediante la repetición de las mediciones. El procedimiento experimental consiste en la extracción y traslado del material vegetal hacia el laboratorio. Luego, las acículas son retiradas de sus ramas, son colocadas sobre bandejas de aluminio, y son secadas en un horno a 65°C y una humedad relativa de 0 % hasta alcanzar el contenido de humedad (FMC) deseado. Posterior a eso, se retiran todas las bandejas y son colocadas en un recipiente hermético. Las acículas son introducidas en el porta muestra hasta alcanzar una masa tal que consiga una fracción en volumen (α_f) deseada, por lo que es importante conocer la densidad de las acículas con anterioridad.

Finalmente, el porta muestras es ubicado dentro del IFIT, para realizar las pruebas de ignición. Para la campaña experimental se utilizaron diferentes flujos de calor, los cuales se expresan en la siguiente tabla,

Tabla 5.1: Flujos de calor utilizados en función al voltaje.

Voltaje (V)	Flujo de calor incidente (kW/m ²)
237	26.4
230	24.4
210	19.6
190	15.3
180	13.4
170	11.6
150	8.4
140	7.1

El voltaje es configurado mediante el computador, con el fin de aumentar la corriente en el heater y así calentarlo. Una vez calentado, este es bajado mediante el motor lineal hasta 145 mm desde su origen, y comienza el experimento. Dicho procedimiento simula la ignición por spotting, el calentamiento de una pavesa incandescente, la cual cae de forma perpendicular al estrato, siendo este calentando de forma uniforme. Donde, se registra y guardan las mediciones del voltaje, potencia y corriente en un archivo csv, y las mediciones de temperatura mediante Labview en un archivo Excel. El experimento termina una vez ocurrida la ignición, es decir cuando se observa llama visible en el combustible. Este procedimiento es realizado para cada contenido de humedad (0 %, 30 %, 60 %), disminuyendo el flujo de calor gradualmente hasta alcanzar el flujo de calor crítico, el cual corresponde al flujo de calor mínimo para cual, el contenido dentro del porta muestras alcance la ignición. Bajo este flujo de calor, la medición se registra por una hora, transcurrido ese tiempo se determina la no ignición.

Junto con esto, pruebas de ignición son realizadas sobre el 60 % de contenido de humedad en la muestra, los cuales determinaron que existía baja probabilidad de ignición. Es decir, se quemaron muestras vegetales completamente húmedas expuestas al flujo de calor máximo permitido, y se disminuyó el contenido de humedad gradualmente hasta llegar a un contenido de humedad donde todos los experimentos llegaron a la ignición. Determinando un punto de partida para el estudio en cuestión. Cabe destacar, que este límite es propio del aparato experimental, ya que si existiese un flujo de calor más alto, es posible realizar mediciones sobre el 60 % de contenido de humedad en las acículas.



6 | Modelamiento

Índice

6.1. Formulación	60
6.2. Divergencia de Flujo radiativo	67
6.2.1. Método de los esféricos armónicos	67
6.2.2. Ecuación de Bessel	72
6.3. Solución analítica	73
6.3.1. Temperatura de ignición	76
6.3.2. Tiempo de ignición	76
6.4. Resumen de Supuestos Considerados	77

6.1. Formulación

Con el fin de determinar como afecta el contenido de humedad en la ignición de un estrato vegetal, es necesario en primer lugar definir ciertos conceptos como el tipo de combustible, la transferencia de calor y sus propiedades termo físicas. En particular, se plantea un modelo que permite de forma teórica determinar el tiempo y la temperatura de ignición para un combustible vivo con cambios en el contenido de humedad dentro de este, con el fin de comparar mediciones experimentales. Por lo tanto, es necesario definir un elemento físico que contenga las acículas de pino, el contenido de agua y el aire que circula a través de él. Además, es necesario definir la forma y geometría que tendrá dicho elemento, con el objeto de realizar un modelo teórico completo que permita determinar la ignición del estrato vegetal. Junto con esto los supuestos necesarios que den paso a la resolución del problema matemático que conlleva obtener la solución analítica.

En consecuencia, el estudio de inflamabilidad consiste en la introducción de un heater eléctrico dentro de un porta muestras cilíndrico rebosante de acículas de pino, las cuales contienen un cierto porcentaje de agua, y aire. Dicho proceso modela la ignición del combustible, el cual es impactado por una pavesa incandescente.

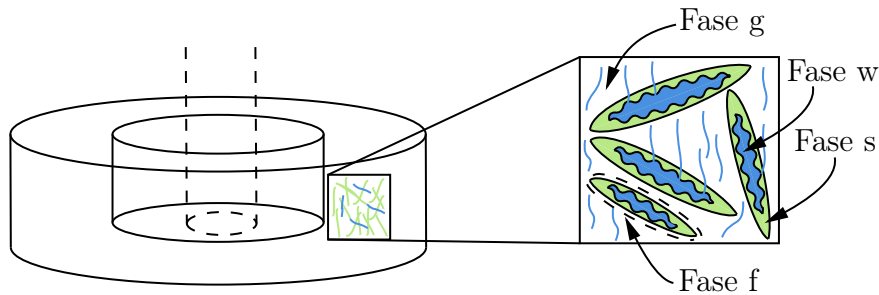


Figura 6.1: Representación de la distribución de las fases dentro del estrato.

Por lo tanto, con el fin de modelar la transferencia de calor, y posteriormente la ignición, es necesario generar un modelo teórico de la distribución de temperatura con respecto al tiempo de las acículas de pino y cualquier elemento que lo acompañe, por lo que es necesario introducir el concepto de calentamiento o transferencia de calor en un modelo poroso con múltiples fases. Donde, en la Figura 6.1 se puede observar las diferentes fases dentro del porta muestras. La fase w corresponde a la porción de agua que ocupa dentro del volumen de control, s la porción de acículas de pino o combustible vegetal sólido y f la porción del combustible completo, es decir agua más acícula. Además, la porción de aire se define como g que está circundante al combustible, dentro del volumen de control. De esta forma, se considera al lecho combustible como un medio heterogéneo compuesto por partículas sólidas de igual geometría y propiedades. Luego, para un pequeño volumen de control de un estrato de volumen V , se dice que la fase sólida seca s coexiste en equilibrio con la fase gaseosa g y la fase líquida w , por lo que se puede definir una fracción en volumen (α) para cada fase,

$$\alpha_s = \frac{V_s}{V}, \quad \alpha_w = \frac{V_w}{V}, \quad \alpha_g = \frac{V_g}{V} \quad (6.1)$$

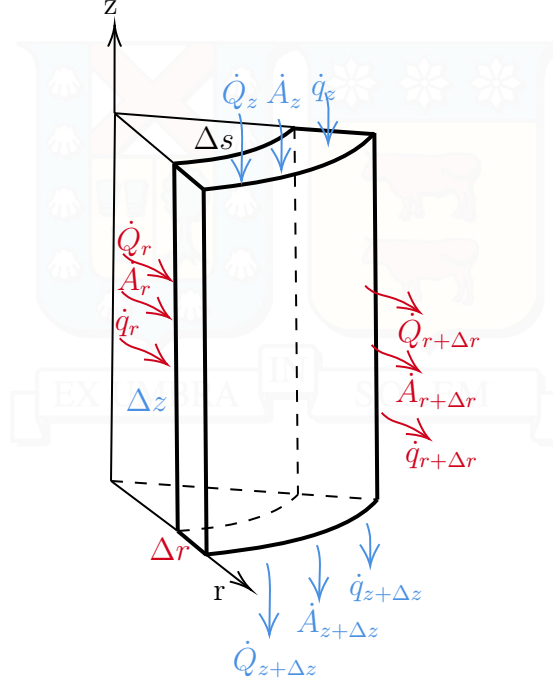


Figura 6.2: Balance de energía en coordenadas cilíndricas.

Por lo que, es posible generar un balance de energía en un volumen de control en coordenadas cilíndricas que describa cada fase, como se observa en la figura Figura 6.2. Donde, $\dot{Q}$ corresponde a la tasa de transferencia de calor por conducción que está entrando o saliendo del volumen de control. $\dot{A}$ corresponde a la advección, es decir la cantidad de energía por unidad de tiempo que transporta el aire o gas circundante al volumen de control. Cabe destacar que el balance de energía se realiza en dos dimensiones (radial-axial), ya que no se considera cambios de energía de forma angular. Siendo, Δr , Δz , Δs , diferenciales de longitud en el radio, eje axial y un arco s respectivamente. Por lo que el balance queda descrito como,

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{A}_r - \dot{A}_{r+\Delta r} + \dot{A}_z - \dot{A}_{z+\Delta z} + \dot{e}_{gen} = \Delta \dot{e}_s + \Delta \dot{e}_g + \Delta \dot{e}_w. \quad (6.2)$$

Donde, Δe_s , Δe_g , Δe_w corresponden a la variación de energía interna de la fase sólida, gaseosa y líquida respectivamente. Dicha variación puede ser descrita como,

$$\begin{aligned} \Delta \dot{e}_s &= \dot{m}_s h_s = (\rho_s \Delta V \alpha_s h_s) \frac{1}{\Delta t} \\ \Delta \dot{e}_g &= \dot{m}_g h_g = (\rho_g \Delta V \alpha_g h_g) \frac{1}{\Delta t} \\ \Delta \dot{e}_w &= \dot{m}_w h_w = (\rho_w \Delta V \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

donde, $h_i = \int_{T_\infty}^T c_{p,i} dT$ es definida como la entalpía para cada fase i-esima ($i \in s, w, g$), y L_w corresponde al calor latente necesario para evaporar la fase líquida, reemplazando en la Ecuación 6.2,

$$\begin{aligned} & \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{A}_r - \dot{A}_{r+\Delta r} + \dot{A}_z - \dot{A}_{z+\Delta z} + \dot{e}_{gen} \\ & = \Delta V (\rho_s \alpha_s h_s + \rho_g \alpha_g h_g + \rho_w \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Ahora, considerando el volumen diferencial que se está estudiando como $\Delta V = \Delta s \Delta r \Delta z$,

$$\begin{aligned} & \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{A}_r - \dot{A}_{r+\Delta r} + \dot{A}_z - \dot{A}_{z+\Delta z} + \dot{e}_{gen} \\ & = \Delta s \Delta r \Delta z (\rho_s \alpha_s h_s + \rho_g \alpha_g h_g + \rho_w \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Por otro lado, la radiación $\dot{q}''$ que atraviesa el volumen de control se considera como la energía por unidad de tiempo generada dentro del volumen de control, siendo esta una función del radio r y del eje z la cual se expresa en términos de flujo para términos prácticos,

$$\dot{e}_{gen} = (A_r \dot{q}_r'' - A_r \dot{q}_{r+\Delta r}'') + (A_z \dot{q}_z'' - A_z \dot{q}_{z+\Delta z}'') \quad (6.6)$$

reemplazando en la Ecuación 6.5, y dividiendo por $\Delta V = \Delta s \Delta r \Delta z$,

$$\begin{aligned} & (\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{A}_r - \dot{A}_{r+\Delta r} + \dot{A}_z - \dot{A}_{z+\Delta z} + \\ & \dot{q}_r'' - \dot{q}_{r+\Delta r}'' + \dot{q}_z'' - \dot{q}_{z+\Delta z}'') \frac{1}{\Delta s \Delta r \Delta z} = (\rho_s \alpha_s h_s + \rho_g \alpha_g h_g + \rho_w \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Por otro lado, la entalpía del gas ($\alpha_g \rho_g h_g$) es 10^3 veces menor a la entalpía de la fase gaseosa y/o líquida, por ende es posible descartarla del balance de energía.

$$\begin{aligned} & (\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{A}_r - \dot{A}_{r+\Delta r} + \dot{A}_z - \dot{A}_{z+\Delta z} + \\ & (A_r \dot{q}_r'' - A_r \dot{q}_{r+\Delta r}'') + (A_z \dot{q}_z'' - A_z \dot{q}_{z+\Delta z}'')) \frac{1}{\Delta s \Delta r \Delta z} = (\rho_s \alpha_s h_s + \rho_w \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

reagrupando los términos diferenciales de longitud,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r}}{\Delta r} + \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\dot{Q}_z - \dot{Q}_{z+\Delta z}}{\Delta z} + \frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\dot{A}_r - \dot{A}_{r+\Delta r}}{\Delta r} + \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\dot{A}_z - \dot{A}_{z+\Delta z}}{\Delta z} + \\ & \frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{A_r \dot{q}_r'' - A_r \dot{q}_{r+\Delta r}''}{\Delta r} + \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{A_z \dot{q}_z'' - A_z \dot{q}_{z+\Delta z}''}{\Delta z} = (\rho_s \alpha_s h_s + \rho_w \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Cabe recordar la definición de derivada, la cual está descrita como,

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \quad (6.10)$$

por lo que, es necesario redefinir los términos en la Ecuación 6.9,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\dot{Q}_{z+\Delta z} - \dot{Q}_z}{\Delta z} - \frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\dot{A}_{r+\Delta r} - \dot{A}_r}{\Delta r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\dot{A}_{z+\Delta z} - \dot{A}_z}{\Delta z} + \\ & -\frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{A_r \ddot{q}_{r+\Delta r} - A_r \ddot{q}_r}{\Delta r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{A_z \ddot{q}_{z+\Delta z} - A_z \ddot{q}_z}{\Delta z} = (\rho_s \alpha_s h_s + \rho_w \alpha_w (h_w + L_w)) \frac{1}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Junto con esto, es importante destacar que las entalpías h_s y h_w son términos que dependen de la temperatura del cuerpo, y si se está describiendo el calentamiento de un cuerpo, dicha temperatura también depende del tiempo. Considerando que en la Ecuación 6.11, dichas entalpías están descritas como un pequeño diferencial de entalpía. Es posible aplicar límite a toda la ecuación, para pasar de una ecuación diferencial a una infinitesimal,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\dot{Q}_{z+\Delta z} - \dot{Q}_z}{\Delta z} - \frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\dot{A}_{r+\Delta r} - \dot{A}_r}{\Delta r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\dot{A}_{z+\Delta z} - \dot{A}_z}{\Delta z} + \\ & -\frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{A_r \ddot{q}_{r+\Delta r} - A_r \ddot{q}_r}{\Delta r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{A_z \ddot{q}_{z+\Delta z} - A_z \ddot{q}_z}{\Delta z} \\ & = (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)) \frac{1}{\Delta t} \quad / \lim_{r \rightarrow 0}, \lim_{z \rightarrow 0}, \lim_{t \rightarrow 0}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Quedando de la siguiente forma, en derivadas parciales,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\partial \dot{Q}_r}{\partial r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} - \frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\partial \dot{A}_r}{\partial r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial z} + \\ & -\frac{1}{\Delta s \Delta z} \frac{\partial A_r \ddot{q}_r}{\partial r} - \frac{1}{\Delta s \Delta r} \frac{\partial A_z \ddot{q}_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.13)$$

Ahora, describiendo la tasa de transferencia de calor por conducción como está descrito en secciones anteriores,

$$\dot{Q}_r = -k \Delta s \Delta z \frac{\partial T}{\partial r} \quad (6.14)$$

$$\dot{Q}_z = -k \Delta s \Delta r \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (6.15)$$

Donde, Δs puede ser escrito como $\Delta s = r \Delta \theta$, siendo θ un ángulo genérico que permite construir el arco s . La Ecuación 6.14 puede ser expresada como,

$$\dot{Q}_r = -k r \Delta \theta \Delta z \frac{\partial T}{\partial r} \quad (6.16)$$

$$\dot{Q}_z = -k r \Delta \theta \Delta r \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (6.17)$$

Por otro lado, la advección, la tasa de energía que transporta el gas es posible escribirla como,

$$\dot{A}_r = \dot{m}_r h_g = \rho_g v_r A_r h_g = \rho_g v_r r \Delta \theta \Delta z h_g \alpha_g \quad (6.18)$$

$$\dot{A}_z = \dot{m}_z h_g = \rho_g v_z A_z h_g = \rho_g v_z r \Delta \theta \Delta r h_g \alpha_g. \quad (6.19)$$

Donde, v_r y v_z corresponden a la velocidad del gas en la dirección r y z respectivamente. Reemplazando los términos en la Ecuación 6.13 y cancelando algunos términos,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r\Delta\theta\Delta z}\frac{\partial -kr\Delta\theta\Delta z\frac{\partial T}{\partial r}}{\partial r} - \frac{1}{r\Delta\theta\Delta r}\frac{\partial -kr\Delta\theta\Delta r\frac{\partial T}{\partial z}}{\partial z} \\ & -\frac{1}{r\Delta\theta\Delta z}\frac{\partial \rho_g v_r r\Delta\theta\Delta z h_g \alpha_g}{\partial r} - \frac{1}{r\Delta\theta\Delta r}\frac{\partial \rho_g v_z r\Delta\theta\Delta r h_g}{\partial z} + \\ & -\frac{1}{r\Delta\theta\Delta z}\frac{\partial r\Delta\theta\Delta z \dot{q}_r''}{\partial r} - \frac{1}{r\Delta\theta\Delta r}\frac{\partial r\Delta\theta\Delta r \dot{q}_z''}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w(h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.20)$$

Quedando como,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(kr\frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z}(k\frac{\partial T}{\partial z}) - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho_g v_r r h_g \alpha_g) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho_g v_z h_g \alpha_g) \\ & - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\dot{q}_r'') - \frac{\partial}{\partial z}(\dot{q}_z'') = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w(h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.21)$$

Ordenando los términos,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(kr\frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g v_r r h_g \alpha_g) + \frac{\partial}{\partial z}(k\frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g) \\ & - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\dot{q}_r'') - \frac{\partial}{\partial z}(\dot{q}_z'') = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w(h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.22)$$

Se aprecia que la temperatura dentro del estrato vegetal, es un fenómeno espacial y temporal, por lo cual no es posible obtener un valor analítico directo, dado que se tiene una ecuación diferencial parcial de segundo orden. Donde, la función temperatura, depende del tiempo t y de las coordenadas r y z . Por otro lado, se tiene que la temperatura en cada una de las fases se encuentra en equilibrio entre sí, reduciendo de tres temperaturas T_s , T_w , T_g a solo una temperatura uniforme de T .

Considerar la radiación como un fenómeno superficial permite determinar la temperatura de diferentes medios cuando es impactada por un flujo de calor externo en su superficie. En este caso, se asume que la radiación es un fenómeno volumétrico, es decir, dentro del estrato vegetal la radiación penetra y calienta todas las fases, supuesto válido para estudios en medios porosos, dado que las acículas de pino se encuentran distribuidas de forma aleatoria, teniendo muy pocos puntos de contacto al interior del volumen de control, por lo tanto al existir mayor porosidad, la transferencia de calor por conducción adquiere menor importancia, y la radiación juega un papel importante en el calentamiento del estrato, ya que no depende del contacto físico, como son la convección y la radiación. Cabe destacar que tradicionalmente la radiación se desprecia en la mayoría de las configuraciones, por su dificultad matemática; no así el caso en estudio, por lo cual el término radiativo adquiere una variable (r) en la Ecuación 6.22, la cual depende de la posición en que se encuentre. Para poder resolver esta problemática es necesario establecer una temperatura promedio

$\bar{T}$, la cual aproxima la temperatura de todo el medio, promediada en el espacio. Considerando el medio como un elemento puntual en el espacio, debe tenerse presente que no es una temperatura superficial, interna o externa. Si no, una temperatura representativa de todo el sólido, que permite resolver la ecuación diferencial parcial propuesta anteriormente, obteniendo así una solución analítica sencilla. Por lo tanto, como se mencionó anteriormente el medio es continuo y equivalente, del mismo modo que la fase sólida, gaseosa y líquida se encuentran en equilibrio; por ello la temperatura puede considerarse homogénea al interior del estrato por el gradiente de temperatura, mientras que la radiación penetra y calienta el medio. Esto último resulta fundamental, dado que el equilibrio de fases, es válido dado que el gradiente es pequeño al interior del medio. A partir de lo anterior, es posible obtener una temperatura promedio en un elemento donde el gradiente de temperatura al interior de este es pequeño, es decir un cuerpo thermally thin, visto en secciones anteriores. Para un volumen de control que se trabaja en coordenadas cilíndricas se establece que la temperatura va desde un radio r_i hasta un r_o , este tiene un altura de l_z , definido desde 0 hasta l_z y una circunferencia completa de 2π , por tanto la temperatura promedio ($\bar{T}$) puede ser expresada como,

$$\bar{T} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} T(r, z, t) r dr dz d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} r dr dz d\theta}, \quad (6.23)$$

por lo que resolviendo Ecuación 6.23 es evidente aplicar el término en ambos lados de la Ecuación 6.22,

$$\bar{T} = \frac{2}{l_z(r_o^2 - r_i^2)} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} r dr dz. \quad (6.24)$$

Transformando una ecuación diferencial parcial que depende de tres variables, a una ecuación diferencial que solo depende de una sola variable, el tiempo (t). Permitiendo resolver a partir de algún método convencional, la siguiente ecuación diferencial,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g v_r r h_g \alpha_g) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g) \\ & - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{q}_r'') - \frac{\partial}{\partial z} (\dot{q}_z'') = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)) / \cdot \frac{2}{l_z(r_o^2 - r_i^2)} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} r dr dz. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Aplicando a cada término del lado izquierdo de la ecuación se tiene,

$$\begin{aligned} & \frac{2}{l_z(r_o^2 - r_i^2)} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g v_r r h_g \alpha_g) r dr dz + \\ & \frac{2}{l_z(r_o^2 - r_i^2)} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g) r dz dr - \\ & \frac{2}{l_z(r_o^2 - r_i^2)} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} r \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{q}_r'') r dr dz - \frac{2}{l_z(r_o^2 - r_i^2)} \int_0^{l_z} \int_{r_i}^{r_o} \frac{\partial}{\partial z} (\dot{q}_z'') r dr dz \\ & = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.26)$$

Resolviendo las integrales que no dependen de cada término,

$$\begin{aligned} & \frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} \int_{r_i}^{r_o} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g v_r r h_g \alpha_g \right) dr + \frac{2}{l_z} \int_0^{l_z} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g \right) dz - \\ & \frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} \int_{r_i}^{r_o} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{q}_r'') dr - \frac{2}{l_z} \int_0^{l_z} \frac{\partial}{\partial z} (\dot{q}_z'') dz = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.27)$$

Integrando ahora por su respectiva variable, cada término queda expresado como,

$$\begin{aligned} & \frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_g v_r r h_g \alpha_g \right) \Big|_{r_i}^{r_o} + \frac{2}{l_z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g \right) \Big|_0^{l_z} - \\ & \frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} (r \dot{q}_r'') \Big|_{r_i}^{r_o} - \frac{2}{l_z} (\dot{q}_z'') \Big|_0^{l_z} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)). \end{aligned} \quad (6.28)$$

De esta manera, es posible resolver la ecuación anterior sujeta a las condiciones de borde que uno estime físicamente correctas. Cabe destacar que el término radiativo quedará expresado, dado que posteriormente se ahondará en dicho término. Por lo tanto, se emplean las condiciones de borde utilizadas por diferentes autores [16, 27, 13]. Siendo estas definidas como,

$$\frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r_i} = -\frac{h_{comb}}{r_i} (\bar{T} - T_\infty) \quad (6.29)$$

$$\frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r_o} = 0 \quad (6.30)$$

$$\frac{2}{l_z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g \right) \Big|_0 = 0 \quad (6.31)$$

$$\frac{2}{l_z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_g v_z h_g \alpha_g \right) \Big|_{l_z} = 0 \quad (6.32)$$

$$\frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} (r \dot{q}_r'') \Big|_{r_i}^{r_o} = \frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} (r_o \dot{q}_r''(r_o) - r_i \dot{q}_r''(r_i)) \quad (6.33)$$

$$\frac{2}{l_z} (\dot{q}_z'') \Big|_0^{l_z} = 0. \quad (6.34)$$

Siendo h_{comb} un coeficiente de convección combinado, el cual junta la parte difusiva y la parte convectiva de la cara interna r_i del volumen de control. Además, se considera que la cara externa en r_o se encuentra completamente aislada. Junto con esto, es posible observar que los términos en el eje z son eliminados, con el fin de simplificar los cálculos. Reemplazando en la Ecuación 6.28, es posible obtener una expresión más simple de resolver, la cual está sujeta a las condiciones de borde descritas anteriormente,

$$\boxed{-\frac{h_{comb}}{r_i} (\bar{T} - T_\infty) - \frac{2}{(r_o^2 - r_i^2)} (r_o \dot{q}_r''(r_o) - r_i \dot{q}_r''(r_i)) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)).} \quad (6.35)$$

6.2. Divergencia de Flujo radiativo

Como se mencionó en la sección anterior, el término radiativo de la ecuación Ecuación 6.35, es necesario resolverlo de forma aparte, ya que, conlleva una dificultad mayor y se debe realizar un análisis matemático profundo. Por otro lado, a partir de la teoría clásica de radiación, indica que la radiación que es afectada por un cuerpo, es solo superficie. Dicho de otra forma, los rayos ultravioleta generados por el sol y que impactan en la tierra, solamente afectan a la superficie externa de la piel humana, sin atravesarla. Sin embargo, el estudio en cuestión supone que la radiación que reciben las acículas de pino por la cara superficial interna son penetradas un espesor δ hacia el interior de estas, supuesto valido para un cuerpo *thermally thin*, un cuerpo térmicamente delgado, donde el espesor de radiación es mayor al espesor físico del volumen de control, ya que, al trabajar con un medio poroso la conducción ocurre en pocos puntos, y la convección adquiere un papel secundario al no existir un movimiento importante de flujo de aire; siendo entonces la radiación el mecanismo preponderante.

Por lo que, el flujo radiativo, en términos espaciales, solo se modifica en torno a la dirección r , y que temporalmente cambia $\dot{q}''(r, t)$. Por este motivo se trabaja con la divergencia del mismo $\nabla \dot{q}''_{r,t}$, como se vio en secciones anteriores. Por lo tanto, es necesario determinar una solución a la ecuación de transferencia radiativa (ERT), para luego evaluar los puntos extremos r_i y r_o en la función $\dot{q}''$ encontrada. A continuación, se presentará una forma de aproximar la solución de la ecuación de transferencia radiativa llamada aproximación por el método de esféricos armónicos o aproximación P_n , en este caso se utilizará de orden 1, P_1 .

6.2.1. Método de los esféricos armónicos

Para poder resolver la ecuación de transferencia radiativa, es necesario definir ciertas consideraciones. La intensidad $I(r, \hat{s})$ en la posición r , en la dirección del vector $\hat{s}$, puede ser expresada en terminos de dos series de *Fourier* dimensionadas como,

$$I(r, \hat{s}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l I_l^m(r) Y_l^m(\hat{s}), \quad (6.36)$$

donde, $I_l^m(r)$ es la intensidad de radiación en la posición r , y $Y_l^m(\hat{s})$ corresponde al esférico armonico, el cual representa la variación espacial de un conjunto ortogonal de soluciones de la ecuación de Laplace cuando la solución se expresa en coordenadas esféricas, la cual está dada por,

$$Y_n^m(\theta, \psi) = \begin{cases} \cos(m\psi) P_n^m(\cos \theta), & \text{si } m \geq 0 \\ \sin(m\psi) P_n^m(\cos \theta), & \text{si } m < 0 \end{cases} \quad (6.37)$$

la cual satisface la ecuación de *Laplace* en coordenadas esféricas. Junto con esto, θ y ψ corresponden a los ángulos polar y azimutal descritos en la dirección del vector unitario $\hat{s}$, respectivamente, y P_n^m está asociado al polinomio de *Legrende*, dado por,

$$P_n^m(\mu) = (-1)^m \frac{(1 - \mu^2)^{|m|/2}}{2^n n!} \frac{d^{n+|m|}}{\mu d^{n+|m|}} (\mu^2 - 1)^n. \quad (6.38)$$

Cabe recordar, que la ecuación de transferencia radiativa está definida por,

$$\hat{s} \nabla_\tau I + I = (1 - \omega) I_b + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\hat{s}') \Phi(\hat{s}' \cdot \hat{s}) d\Omega', \quad (6.39)$$

donde, las coordenads espaciales han sido nodimensionalizadas usando el coeficiente de extinción. Para resolver la ecuación radiativa, es necesario aproximar el polinomio de la Ecuación 6.36 para $l = 1$, obteniendo así un aproximación de orden 1, P_1 , aproximado por,

$$I(r, \hat{s}) = \sum_{l=0}^1 \sum_{m=-l}^l I_l^m(r) Y_l^m(\hat{s}) = I_0^0 Y_0^0 + I_1^0 Y_1^0 + I_1^{-1} Y_1^{-1} + I_1^1 Y_1^1. \quad (6.40)$$

A partir, de la Ecuación 6.38, es posible obtener los polinomios de *Legrende*, $P_0^1 = 1$, $P_1^0 = \cos(\theta)$, $P_1^1 = P_1^{-1} = -\sin(\theta)$, usando la Ecuación 6.40 y Ecuación 6.37,

$$I(r, \theta, \psi) = I_0^0 + I_1^{-1} \sin(\theta) \sin(\psi) + I_1^0 \cos(\theta) - I_1^1 \sin(\theta) \cos(\psi). \quad (6.41)$$

Notar, que el primer término no depende de la dirección, el segundo es proporcional a la componente z del vector $\hat{s} = \sin(\theta) \cos(\psi) \hat{i} + \sin(\theta) \sin(\psi) \hat{j} + \cos(\theta) \hat{k}$, el tercer término es proporcional a s_y y el último a s_x . Cada término es precedido por una función desconocida es las coordenadas espaciales, las cuales serán determinadas. Junto con esto, la Ecuación 6.41, puede ser escrita por dos nuevas funciones, a (escalar) y b (un vector con tres componentes) como,

$$I(r, \hat{s}) = a(r) + b(r) \cdot \hat{s}. \quad (6.42)$$

Por consiguiente, la definición de radiación incidente queda expresada como,

$$G(r) = \int_{4\pi} I(r, \hat{s}) d\Omega = a(r) \int_{4\pi} d\Omega + b(r) \cdot \int_{4\pi} \hat{s} d\Omega = 4\pi a(r), \quad (6.43)$$

ya que,

$$\int_{4\pi} \hat{s} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cos(\psi) \\ \sin(\theta) \sin(\psi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \sin(\theta) d\theta d\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0. \quad (6.44)$$

Caso similiar con la definición de flujo de calor radiativo,

$$q(r) = \int_{4\pi} I(r, \hat{s}) \hat{s} d\Omega = a(r) \int_{4\pi} \hat{s} d\Omega + b(r) \cdot \int_{4\pi} \hat{s} \hat{s} d\Omega = \frac{4\pi}{3} b(r), \quad (6.45)$$

ya que,

$$\begin{aligned}
 \int_{4\pi} \hat{s} \hat{s} d\Omega &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \begin{pmatrix} \sin^2(\theta) \cos^2(\psi) & \sin^2(\theta) \sin(\psi) \cos(\psi) & \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(\psi) \\ \sin^2(\theta) \sin(\psi) \cos(\psi) & \sin^2(\theta) \sin^2(\psi) & \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(\psi) \\ \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(\psi) & \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(\psi) & \cos^2(\theta) \end{pmatrix} \times \sin(\theta) d\theta d\psi \\
 &= \int_0^\pi \begin{pmatrix} \pi \sin^2(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \pi \sin^2(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 2\pi \cos^2(\theta) \end{pmatrix} \sin(\theta) d\theta \\
 &= \frac{4\pi}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{4\pi}{3} \delta,
 \end{aligned} \tag{6.46}$$

donde, δ es un tensor unitario, y $b \cdot \delta = b$. Por lo tanto, es posible reescribir la Ecuación 6.42 en términos de la radiación incidente y el flujo de calor radiativo,

$$I(r, \hat{s}) = \frac{1}{4\pi} (G(r) + 3q(r) \cdot \hat{s}). \tag{6.47}$$

El desarrollo anterior es útil para demostrar que la Ecuación 6.47 corresponde efectivamente al orden más bajo de la aproximación P_N . Por supuesto, la Ecuación 6.47 debería tener un significado físico y debería ser posible deducirla a partir de principios físicos. Así lo hizo Modest [24], quien trató la radiación como un "gas de fotones" con momento y energía, y dedujo el campo de intensidad a través de la estadística cuántica. Demostró que la velocidad media de los fotones (que es proporcional al flujo de calor) es inversamente proporcional al espesor óptico, y que la Ecuación 6.47 se cumple para una distancia óptica de cualquier punto que no esté en equilibrio termodinámico. Ahora, sustituyendo la Ecuación 6.47 dentro de la Ecuación 6.39 y asumiendo un coeficiente lineal anisotrópico para el scattering,

$$\Phi(\hat{s} \cdot \hat{s}') = 1 + A_1 \hat{s} \cdot \hat{s}', \tag{6.48}$$

donde A_1 corresponde a un factor lineal anisotrópico. Por lo tanto, reemplazando,

$$\begin{aligned}
 \int_{4\pi} I(\hat{s}') \Phi(\hat{s} \cdot \hat{s}') d\Omega &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} (G + 3q \cdot \hat{s})(1 + A_1 \hat{s} \cdot \hat{s}') d\Omega' \\
 &= G + A_1 q \cdot \delta \cdot \hat{s} = G + A_1 q \cdot \hat{s}.
 \end{aligned} \tag{6.49}$$

Por ende, la Ecuación 6.39 se convierte en

$$\frac{1}{4\pi} \nabla_\tau \cdot (\hat{s}(G + 3q \cdot \hat{s})) + \frac{1}{4\pi} (G + 3q \cdot \hat{s}) \simeq (1 - \omega) I_b + \frac{\omega}{4\pi} (G + A_1 q \cdot \hat{s}), \tag{6.50}$$

multiplicando la Ecuación 6.50 por $Y_0^0 = 1$ e integrando por todo el ángulo sólido,

$$\nabla_\tau \cdot q = (1 - \omega)(4\pi I_b - G). \tag{6.51}$$

Con el fin de obtener una nueva ecuación adicional, se mutiplicará la Ecuación 6.50 por Y_1^m ($m = -1, 0, +1$) o es equivalente por los componentes de la dirección del vector $\hat{s}$, e integrando sobre todo el ángulo sólido en todas las direcciones, se obtiene

$$\nabla_\tau G = -(3 - A_1 \omega) q. \tag{6.52}$$

Considerando las condiciones de borde de Marshak's [24]

$$Y_1^0(\hat{s}) = P_1^0 \cos(\theta') = \cos(\theta') = \hat{s} \cdot \hat{n}, \quad (6.53)$$

esta elección de la condición de borde implica que la distribución direccional de la intensidad saliente a lo largo del vector es en un sentido integral, exigiendo que el flujo de calor normal sea continuo (desde la superficie del recinto hacia el medio participante).

$$\int_{\hat{n} \cdot \hat{s} > 0} I_w(\hat{s}) \hat{s} \cdot \hat{n} d\Omega = \frac{1}{4}(G + 2q_n), \quad (6.54)$$

$$G + 2q \cdot \hat{n} = 4 \int_{\hat{n} \cdot \hat{s} > 0} (\hat{s}) \hat{s} \cdot \hat{n} d\Omega. \quad (6.55)$$

Para una superficie opaca, la cual emite y refleja radiación difusa $I_w(\hat{s} = J_w/\pi)$, donde J_w es la radiosidad superficial, por lo tanto,

$$G + 2q \cdot \hat{n} = 4J_w \quad (6.56)$$

y

$$2q \cdot \hat{n} = 4J_w - G = \frac{\epsilon}{2 - \epsilon}(4\pi I_{bw} - G). \quad (6.57)$$

Es posible obtener el sistema de ecuaciones diferenciales que resuelve la ecuación de transferencia radiativa a partir de la Ecuación 6.57, Ecuación 6.51 y Ecuación 6.52,

$$\begin{cases} \nabla \cdot q = \kappa(4\pi I_b - G) \\ \nabla G = -(3\beta - A_1\sigma_s)q \\ 2q \cdot \hat{n} = 4J_w - G = \frac{\epsilon}{2 - \epsilon}(4\pi I_{bw} - G), \quad r = r_w. \end{cases} \quad (6.58)$$

No está demás recordar que, q es el flujo radiativo total, $\nabla \cdot q$ es la divergencia del flujo radiativo total, G es la radiación incidente, I_b es la intensidad de la radiación en el medio, J_w es el flujo de calor total dejando la superficie en la posición r_w , κ es el coeficiente de absorción, σ_s es el coeficiente de scattering o dispersión, β el coeficiente de extinción, y además se sabe que $\beta = \kappa + \sigma_s$. Se supone la no dispersión en el medio, por tanto $\sigma_s = 0$. Por lo tanto, el coeficiente de extinción $\beta = \kappa$. Luego, desarrollando las condiciones de borde en coordenadas cilíndricas, se puede plantear el sistema de ecuaciones anterior en función de la temperatura del medio T ,

$$\nabla \cdot \dot{q}'' = \kappa(4\pi I_b(T) - G). \quad (6.59)$$

Lo cual, si se expresa en coordenadas cilíndricas queda como,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\dot{q}'') = \kappa(4\pi I_b(T) - G). \quad (6.60)$$

Por otro lado, tomando la divergencia del flujo radiativo total,

$$\nabla G = -(3\beta - A_1\sigma_s)\dot{q}'' \quad (6.61)$$

$$\frac{\partial G}{\partial r} = -(3\beta - A_1\sigma_s)\dot{q}'', \quad (6.62)$$

bajo el supuesto que no hay scattering en el medio $\sigma_s = 0$ y $\beta = \kappa$,

$$\frac{\partial G}{\partial r} = -(3(\kappa + \sigma_s) - A_1\sigma_s)\dot{q}'' \quad (6.63)$$

$$\frac{\partial G}{\partial r} = -(3(\kappa + 0) - A_1 0)\dot{q}'' \quad (6.64)$$

$$\frac{\partial G}{\partial r} = -3\kappa\dot{q}'' \quad (6.65)$$

Despejando la Ecuación 6.60, y reemplazando en la Ecuación 6.65,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') = \kappa(4\pi I_b(T) - G) \quad (6.66)$$

$$G = 4\pi I_b(T) - \frac{1}{\kappa} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') \quad (6.67)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(4\pi I_b(T) - \frac{1}{\kappa} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') \right) = -3\kappa\dot{q}'' \quad (6.68)$$

$$-\frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') \right) = -3\kappa\dot{q}'' \quad (6.69)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') \right) = 3\kappa^2\dot{q}'' \quad (6.70)$$

Se ordenan los términos de forma conveniente con el fin de encontrar una ecuación diferencial conocida,

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') \right) = 3\kappa^2\dot{q}'' \quad (6.71)$$

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\dot{q}'') = 3\kappa^2\dot{q}'' \quad (6.72)$$

$$-\frac{1}{r^2} \dot{q}'' - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \dot{q}'' + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r\dot{q}'') \right) = 3\kappa^2\dot{q}'' \quad (6.73)$$

$$-\frac{1}{r^2} \dot{q}'' - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \dot{q}'' + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((\dot{q}'') + r \frac{\partial}{\partial r} (\dot{q}'') \right) = 3\kappa^2\dot{q}'' \quad (6.74)$$

$$-\frac{1}{r^2} \dot{q}'' - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \dot{q}'' + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \dot{q}'' + \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\dot{q}'') + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\dot{q}'') = 3\kappa^2\dot{q}'' \quad / \cdot r^2 \quad (6.75)$$

$$r^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\dot{q}'') + r \frac{\partial}{\partial r} (\dot{q}'') - \left(3\kappa^2 r^2 - \frac{1}{r^2} \right) \dot{q}'' = 0 \quad (6.76)$$

Por lo que la expresión,

$$r^2 \frac{\partial}{\partial^2} (\dot{q}''(r, t)) + r \frac{\partial}{\partial r} (\dot{q}''(r, t)) - \left(3\kappa^2 r^2 - \frac{1}{r^2} \right) \dot{q}''(r, t) = 0, \quad (6.77)$$

es una ecuación diferencial de una *Ecuación de Bessel Modificada*. En la cual, la función que se desea encontrar es el flujo de calor radiativo en función del tiempo y la posición ($\dot{q}''(r, t)$).

6.2.2. Ecuación de Bessel

La forma tradicional de una ecuación de Bessel es:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \left(\eta^2 + \frac{\nu^2}{r^2} \right) \cdot R = 0. \quad (6.78)$$

Donde, la solución general de este tipo de ecuaciones es:

$$R(r) = C_1 I_\nu(\eta r) + C_2 K_\nu(\eta r). \quad (6.79)$$

Siendo, R la función a encontrar, I_ν , K_ν llamadas funciones de Bessel, C_1 y C_2 constantes de la ecuación respectiva. Para el caso de la Ecuación 6.77 los parámetros son definidos como,

$$\eta = \sqrt{3}K \quad (6.80)$$

$$\nu = 1 \quad (6.81)$$

Por lo tanto, es necesario resolver,

$$\boxed{\dot{q}''(r, t) = C_1 I_1(\sqrt{3}\kappa r) + C_2 K_1(\sqrt{3}\kappa r)}. \quad (6.82)$$

Donde, C_1 y C_2 se obtienen de las condiciones de borde. Por lo tanto, las condiciones de borde que se utilizarán son:

$$r = r_i \quad t = 0 : \quad G + 2\dot{q}'' = 4(\dot{q}_{inc}(t) + \sigma T_\infty^4) \quad (6.83)$$

$$r = r_o \quad t = 0 : \quad G - 2\dot{q}'' = 4(\sigma T_\infty^4) \quad (6.84)$$

Resolver el sistema descrito anteriormente lleva una complejidad alta. Por lo que es necesario resolverlo a partir de herramientas computacionales, en este caso es utilizado el lenguaje de programación Python y la librería Sympy. Resolviendo y agrupando los términos de la Ecuación 6.35, la ecuación diferencial a resolver queda como,

$$b_1 \dot{q}_{inc}'' - b_2 \sigma (\bar{T}^4 - T_\infty^4) - b_3 h_{comb} (\bar{T} - T_\infty) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)). \quad (6.85)$$

Donde, b_1 , b_2 y b_3 son coeficientes derivados de la solución de Bessel, los cuales no se expresan de forma algebraica, ya que son extremadamente largos y complejos, sin embargo dependen directamente de las constantes C_1 y C_2 ,

$$b_1 = f(C_1(r_i, \delta, \sigma, \kappa), C_2(r_i, \delta, \sigma, \kappa)) \quad (6.86)$$

$$b_2 = f(C_1(r_i, \delta, \sigma, \kappa), C_2(r_i, \delta, \sigma, \kappa)) \quad (6.87)$$

$$b_3 = f(r_{in}), \quad (6.88)$$

por lo que, cada término C_1 y C_2 es función del radio interno r_{in} , el espesor de penetración δ , la constante de Steffan-Boltzman σ y el coeficiente de absorción κ (1/m). Donde, el espesor de penetración es aproximado al espesor geométrico del porta muestra ($\delta = r_o - r_i$) y el coeficiente de absorción como $\kappa = \alpha_f \omega_f / 4$ [28], donde ω_f (m), corresponde a la Fracción volumen superficie. La cual, se calcula como,

$$\omega_f = \frac{V_f}{S_f}. \quad (6.89)$$

Se asume que las acículas de pino son cilíndricas, V_f corresponde al volumen de una acícula, y S_f el área superficial de la misma,

$$\omega_f = \frac{\pi D^2 L / 4}{L \pi D + 2(\pi D^2 / 4)} \quad (6.90)$$

$$\omega_f = \frac{4}{D} + \frac{2}{L}. \quad (6.91)$$

Siendo, D y L el diámetro y largo de una acícula respectivamente. Obteniendo así la Fracción en Volumen del combustible, parámetro que se obtiene de forma experimental y permite obtener el coeficiente de absorción de las acículas de pino. Cabe destacar que, tanto el coeficiente de extinción como la Fracción volumen superficie, es calculada para cada contenido de humedad. Por lo tanto, las constantes se deben recalcular en todos los casos.

6.3. Solución analítica

Luego de obtener una solución más simplificada y haber resuelto la ecuación de transferencia radiativa, se continua trabajando el lado derecho de la ecuación,

$$b_1 \ddot{q}_{inc} - b_2 \sigma (\bar{T}^4 - T_\infty^4) - b_3 h_{comb} (\bar{T} - T_\infty) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \alpha_s h_s(t) + \rho_w \alpha_w (h_w(t) + L_w)). \quad (6.92)$$

Por lo que, en primer lugar se define la fracción entre el contenido combustible seco y húmedo como,

$$\lambda = \frac{m_w}{m_s}, \quad (6.93)$$

donde, m_s corresponde a la masa de combustible seca, y m_w la masa de combustible húmeda. Adicionalmente, se introduce un parámetro normalizado,

$$\mu = \left(\int_{T_\infty}^{\bar{T}_b} c_{p,w} dT + L_w \right) / \int_{T_\infty}^{\bar{T}_{ig}} c_{p,s} dT \quad (6.94)$$

el cual representa el incremento de energía necesaria para evaporar la masa de agua contenida en el combustible hasta alcanzar la temperatura de evaporización. Dicha energía adicional está acompañada por λ , procedimiento realizado por [20], para estudios de ignición de materiales sólidos porosos con diferentes contenidos de humedad. Junto con esto, se introduce el término de densidad aparente como, $\rho_f = m_s/V_f$, siendo V_f el volumen del combustible. Cabe mencionar que $\alpha_g + \alpha_w + \alpha_s = 1$. Dichos términos son introducidos con el fin de resolver la ecuación analítica. A partir de lo anterior, es posible reemplazar en la Ecuación 6.92, quedando expresada como,

$$b_1 \ddot{q}_{inc} - b_2 \sigma (\bar{T}^4 - T_\infty^4) - b_3 h_{comb} (\bar{T} - T_\infty) = \alpha_f \rho_f c_{p,s} (1 + \mu \lambda) \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}. \quad (6.95)$$

Donde, se es posible obtener una expresión de la variación de la temperatura promedio $\bar{T}$ con respecto al tiempo, ya que la entalpía de cada elemento del volumen de control depende de la temperatura promedio de esta. Para un contenido de humedad en específico y penetración de radiación en el medio. Sin embargo, el término de la temperatura a la cuarta en el término radiativo de la Ecuación 6.95 genera una complejidad a la hora de resolver la ecuación diferencial, por ende se introducirá una aproximación lineal de dicho término, a partir del primer término de la aproximación de *Taylor* alrededor de la temperatura ambiente T_∞ ,

$$\bar{T}^4 = T_\infty^4 + 4T_\infty^3 (\bar{T} - T_\infty) \quad (6.96)$$

$$(\bar{T}^4 - T_\infty^4) = +4T_\infty^3 (\bar{T} - T_\infty), \quad (6.97)$$

reemplazando dicha aproximación en la expresión general,

$$b_1 \ddot{q}_{inc} - b_2 \sigma 4T_\infty^3 (\bar{T} - T_\infty) - b_3 h_{comb} (\bar{T} - T_\infty) = \alpha_f \rho_f c_{p,s} (1 + \mu \lambda) \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}. \quad (6.98)$$

Introduciendo un coeficiente global $h_t = h_{comb} + 4b_2/b_3 T_\infty^3$, es posible expresar la ecuación anterior como,

$$b_1 \ddot{q}_{inc} - b_3 h_t (\bar{T} - T_\infty) = \alpha_f \rho_f c_{p,s} (1 + \mu \lambda) \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}. \quad (6.99)$$

Con el fin de resolver la ecuación diferencial es necesario introducir las siguientes variables normalizadas:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\bar{T} - T_\infty}{\bar{T}_{ig} - T_\infty} & \psi &= \frac{b_3 h_t (\bar{T}_{ig} - T_\infty)}{b_1 \ddot{q}_{cri}} \\ \tau &= \frac{\alpha_f \rho_f c_{p,s} (1 + \mu \lambda) (\bar{T}_{ig} - T_\infty)}{b_1 \ddot{q}_{cri}} & \varphi &= \frac{\ddot{q}_{inc}}{\ddot{q}_{cri}} \end{aligned} \quad (6.100)$$

Ordenando los términos y reemplazando las variables en la Ecuación 6.99, la ecuación diferencial queda expresada como,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\psi \theta}{\tau} = \frac{\varphi}{\tau} \quad (6.101)$$

La expresión anterior toma la forma de una ecuación diferencial lineal de primer orden no homogénea. La cual, en su forma general está descrita por,

$$y'(x) + P(x)y(x) = Q(x), \quad (6.102)$$

siendo μ el factor integrante definido como $\mu(x) = \exp(\int P(x)dx)$, siendo $P(x) = \psi/\tau$ y $Q(x) = \varphi/\tau$. Aplicando el factor integrante en ambos lados de la ecuación,

$$\mu(x)y'(x) + \mu(x)P(x)y(x) = \mu(x)Q(x). \quad (6.103)$$

A partir del factor integrante es posible definir $\partial\mu/\partial x = \mu(x)P(x)$,

$$\mu(x)y'(x) + \mu(x)'y(x) = \mu(x)Q(x) \quad (6.104)$$

$$(\mu \cdot y)'(x) = \mu(x)Q(x) \quad / \int \quad (6.105)$$

$$\mu(x) \cdot y(x) = \int \mu(x)Q(x)dx + C \quad / \frac{1}{\mu(x)} \quad (6.106)$$

$$y(x) = \frac{c}{\mu(x)} + \frac{1}{\mu(x)} \int \mu(x)Q(x)dx \quad (6.107)$$

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x). \quad (6.108)$$

Generando así dos soluciones, una particular y otra homogénea, las cuales se deben resolver por separado. Volviendo a la variable original θ ,

$$\theta(t) = \theta_h(t) + \theta_p(t) \quad (6.109)$$

$$\theta_h(t) = C \cdot \exp(-\int \psi/\tau dt) = C \exp(-\psi t/\tau). \quad (6.110)$$

Utilizando las condiciones de borde inicial $\theta(t=0) = 0 \rightarrow C = 0$, por lo tanto a partir de la Ecuación 6.110, la solución homogénea es igual a cero. Por lo que, se debe resolver la solución particular:

$$\theta_p(t) = \frac{1}{\mu(x)} \int \mu(x)Q(x)dx \quad (6.111)$$

$$\theta_p(t) = \exp(-\int \psi/\tau dt) \cdot \int \exp(\int \psi/\tau dt) \cdot (\frac{-\varphi}{\tau})dt \quad (6.112)$$

$$\theta_p(t) = -\exp(-\frac{\psi}{\tau}t) \cdot \int \exp(\psi/\tau t) \frac{\varphi}{\tau} dt \quad (6.113)$$

$$\theta_p(t) = -\exp(-\frac{\psi}{\tau}t) \cdot \left(\frac{\tau}{\psi} \exp(\frac{\psi}{\tau}t) \frac{\varphi}{\tau} + K \right). \quad (6.114)$$

A partir de la condición inicial, $\theta(t = 0) = 0 \rightarrow K = -\varphi/\psi$ es posible obtener una expresión analítica de la solución homogénea del problema planteado,

$$\theta_p(t) = \frac{\varphi}{\psi} \left(1 - \exp\left(-\frac{\psi}{\tau}t\right) \right). \quad (6.115)$$

Volviendo a las variables iniciales, y reemplazando en la solución obtenida en la Ecuación 6.115, se obtiene la función de temperatura promedio,

$$\bar{T}(t) = T_{\infty} + \frac{b_1 \dot{q}_{inc}''}{b_3 h_T} \left(1 - \exp\left(\frac{-b_3 h_T}{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)} \cdot t\right) \right) \quad (6.116)$$

Finalmente, se obtiene una expresión analítica de la temperatura promedio con respecto al tiempo. La cual, depende del contenido de humedad, el tipo de combustible, el flujo incidente, y la geometría en la cual se está estudiando la ignición.

6.3.1. Temperatura de ignición

Como se vió en secciones anteriores la ignición es asumida cuando la superficie del sólido alcanza la temperatura de ignición (T_{ig}). En este sentido, la temperatura que se alcanza es una temperatura promedio, tomando en cuenta la geometría del estrato vegetal. Junto con esto, se asume que el tiempo de ignición corresponde al tiempo cuando la pirólisis comienza y se produce la ignición. Por lo tanto, esta condición crítica es un punto fundamental para el modelo propuesto. Imponiendo un flujo de calor crítico $\dot{q}_{cri}''$ como el flujo de calor mínimo donde el estrato vegetal igniciona. Es decir, bajo este flujo de calor el estrato no genera llama sostenida bajo las condiciones presentadas anteriormente. Por consiguiente, si el tiempo en Ecuación 6.116 tiende al infinito y la temperatura tiende a la temperatura de ignición, es posible deducir la temperatura de ignición promedio como,

$$\bar{T}_{ig} = T_{\infty} + \frac{b_1 \dot{q}_{cri}''}{b_3 h_T}. \quad (6.117)$$

Como se puede observar, la temperatura de ignición promedio depende no solo de las condiciones críticas del estrato combustible como el flujo de calor crítico, si no también de las condiciones internas y externas de este. Como por ejemplo, la temperatura ambiente, la convección externa que afecta al estrato, ya que $h_T = h_{comb} + 4b_2/b_3 T_{\infty}^3$, y la geometría de este.

6.3.2. Tiempo de ignición

Luego de obtener la temperatura de ignición promedio del estrato vegetal, es posible obtener el tiempo de ignición a partir de la Ecuación 6.117 y Ecuación 6.116. Suponiendo que la temperatura de ignición promedio no varía cuando el flujo de

calor cambia,

$$\bar{T}_{ig}(t) = T_{\infty} + \frac{b_1 \dot{q}_{inc}''}{b_3 h_T} \left(1 - \exp\left(\frac{-b_3 h_T}{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)} \cdot t\right) \right) \quad (6.118)$$

$$\cancel{T_{\infty}} + \frac{\cancel{b_1} \dot{q}_{cri}''}{\cancel{b_3} h_T} = \cancel{T_{\infty}} + \frac{\cancel{b_1} \dot{q}_{inc}''}{\cancel{b_3} h_T} \left(1 - \exp\left(\frac{-b_3 h_T}{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)} \cdot t\right) \right) \quad (6.119)$$

$$\frac{\dot{q}_{cri}''}{\dot{q}_{inc}''} = 1 - \exp\left(\frac{-b_3 h_T}{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)} \cdot t\right) \quad (6.120)$$

$$\exp\left(\frac{-b_3 h_T}{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)} \cdot t\right) = 1 - \frac{\dot{q}_{cri}''}{\dot{q}_{inc}''} / \ln() \quad (6.121)$$

$$\frac{-b_3 h_T}{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)} \cdot t = \ln\left(1 - \frac{\dot{q}_{cri}''}{\dot{q}_{inc}''}\right) \quad (6.122)$$

$$\boxed{t_{ig} = -\ln\left(1 - \frac{\dot{q}_{cri}''}{\dot{q}_{inc}''}\right) \frac{\alpha_f \rho_f c_{p,s}(1 + \mu \lambda)}{b_3 h_T}} \quad (6.123)$$

A partir de la Ecuación 6.123 es posible obtener un tiempo de ignición teórico en el estrato vegetal, considerando diferentes flujos de calor incidente, tomando en cuenta las propiedades del material y la geometría de este.

6.4. Resumen de Supuestos Considerados

En el desarrollo de este trabajo de investigación, se han realizado una serie de suposiciones fundamentales con el fin de determinar la temperatura y tiempo de ignición y así comparar con medidas experimentales de una pavesa incandescente idealizada. Estos supuestos han sido cuidadosamente seleccionados y estudiados con el fin de establecer un marco de referencia coherente y físicamente correcto para el estudio. A continuación, se presentan un resumen de los principales supuestos considerados:

- Condiciones experimentales: Se ha asumido que los aparatos y herramientas experimentales están en un correcto funcionamiento. Como el Horno, el picnómetro, la balanza, y los aparatos del IFIT. Junto con esto, se asume que los valores que muestran cada aparato es correcto.
- Condiciones del estrato vegetal: Se asume que todas las acículas tienen un comportamiento similar y se mantienen constante, como su contenido de humedad, calor específico, densidad, conductividad térmica, y Fracción Volumen superficie. Es decir, independiente del pino radiata y posición de este, las acículas tendrán un comportamiento similar. Sin embargo, al variar el contenido de humedad si varían los parámetros de este, en excepción del calor específico, parámetro difícil de estimar. Además, se asume que las acículas de pino se mantienen vivas luego de 72 horas, después de ser retiradas del árbol.

- Condiciones de la transferencia de calor: La transferencia de calor tiene un comportamiento unidimensional, en el eje r , en coordenadas cilíndricas y de forma uniforme. La generación de calor dentro del estrato viene dada por la radiación térmica que penetra dentro de este. Se estima una temperatura en el sólido promedio que varía en el tiempo, pero no en el espacio. Para simplificar los cálculos, se supone que no hay dispersión en el medio ($\sigma_s = 0$). Las propiedades térmicas de las acículas como, la conductividad térmica, el calor específico, se mantienen constante en todo momento, desde que se comienza a calentar hasta que se genera la ignición. El coeficientes de convección se mantiene constante, y es estimado de forma experimental, no teórica. Ya que su cálculo implica conocer la velocidad del aire que pasa circundante al sólido, junto con la temperatura de este.
- Condiciones ambientales: Se asume que la temperatura ambiente se mantiene constante en todo momento, independiente del contenido de humedad y el flujo de calor. Además, la humedad relativa no afecta en las pruebas de ignición, ni en las propiedades del estrato vegetal.
- Condiciones de ignición: Se considera la ignición cuando existe llama sostenida en el estrato vegetal. Si transcurrido una hora, y no hay ignición, se considera que no hay ignición para las condiciones respectivas. Se asume que las termocuplas alojadas dentro del porta muestra no afectan en la ignición, ni tampoco en la transferencia de calor. Se asume que el tiempo de ignición, es igual al tiempo de pirólisis ($t_{ig} \approx t_{py}$), ya que el tiempo de mezcla y el tiempo químico es despreciable.
- Condiciones de evaporación: Se considera que tanto el combustible sólido y el agua se calientan en paralelo. Es decir, la evaporación y el calentamiento de las acículas de pino ocurren en simultáneo.

7 | Resultados

Índice

7.1. Densidad	80
7.2. Flujo crítico	81
7.3. Tiempo de ignición	81
7.4. Temperatura de ignición	83
7.5. Correlación de resultados	84

7.1. Densidad

En primer lugar se mostrará los resultados de las medidas experimentales obtenidas con el picnómetro, las cuales corresponden a la densidad de las acículas de pino. Dichas mediciones se realizaron para diferentes contenidos de humedad como se puede observar en la Figura 7.1. Las mediciones de densidad fueron obtenidas de forma experimental utilizando 0 %, 30 %, 60 %, 80 % y 115 % aproximadamente. Dichas mediciones se realizaron con el fin de determinar una función que permitiese interpolar la densidad del pino para cualquier contenido de humedad. Obteniendo así una función lineal con un coeficiente de determinación ($R^2 = 0.978$), lo cual indica un ajuste lineal casi perfecto, ya que la variación total de la variable es explicada de buena forma por el modelo.

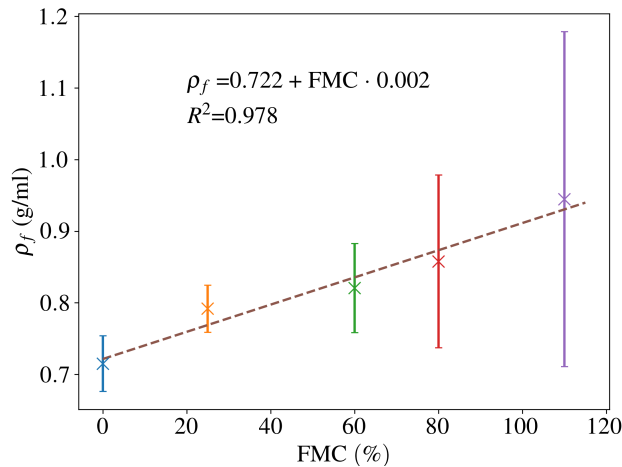


Figura 7.1: Densidad de las acículas de pinus radiata a diferente contenido de humedad (FMC) en porcentaje. Las líneas verticales representan la variabilidad de cada medición, y la línea punteada representa la regresión lineal. Además se presenta en el gráfico la respectiva función y su coeficiente de determinación.

Junto con esto, se puede observar que a medida que el contenido de humedad en las acículas aumenta, la variabilidad de la densidad aumenta proporcional. Esto se debe a que al secar las acículas, es decir, disminuir el contenido de agua en estas, cada espécimen se va pareciendo cada vez más. Por ende, cuando las acículas llegan en primera instancia con un contenido de humedad alto, la variabilidad entre ellas es grande, en comparación con el momento en que se encuentran completamente secas, el material vegetal es casi idéntico.

7.2. Flujo crítico

A partir de la metodología explicada anteriormente, el flujo crítico para cada contenido de humedad (0 %, 30 % y 60 %) es obtenido, como se observa en la Tabla 7.1. Los resultados de ignición se muestran en la Figura 7.2. Desde la figura es posible observar que al aumentar al contenido de humedad, el flujo crítico incidente también aumenta. Demostrando la importancia que tiene el contenido de humedad en la ignición del estrato vegetal. Se puede observar que para contenidos de humedad altos, y flujos altos no todas las pruebas de ignición fueron un éxito, es decir existe una región donde la ignición es improbable o región de transición, indicando que se encuentra cerca de las condiciones críticas. Por consiguiente, cualquier contenido de humedad en la muestra no enciende para flujos de calor bajo los 7.1 kW/m^2 . Por otro lado, se observa que existe una incerteza para contenidos de humedad sobre el 60 % y un flujo de calor máximo, por ende se induce que existe un contenido de humedad crítico. Mediciones que corresponden a las capacidades del aparato experimental, ya que si se tuviese un heater que emitiera más radiación térmica, este contenido crítico podría ser más alto. Luego de encontrar estas condiciones límite de operación, el estudio se concentró en la región donde la ignición es más probable, es decir, a un contenido de humedad bajo el 60 %.

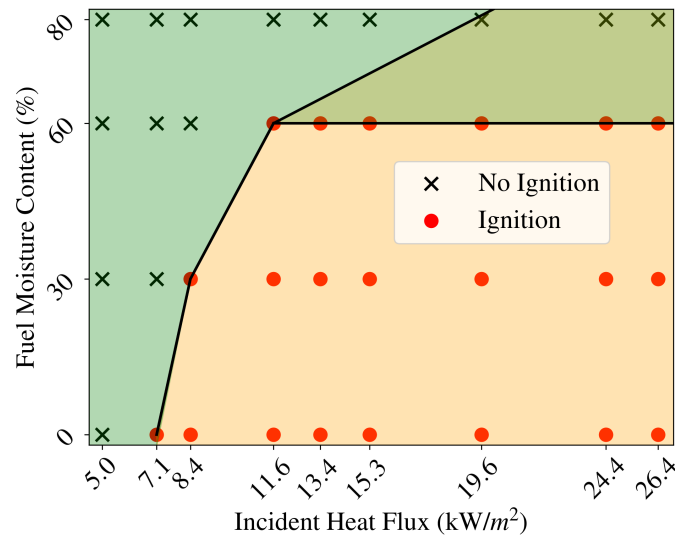


Figura 7.2: Mapa de calor de ignición determinado en la campaña experimental, basado en el contenido de humedad y el flujo de calor expuesto. Los círculos y cruces representan donde ocurrió la ignición y donde no respectivamente. Junto con esto, el área gris representa donde la ignición es improbable.

7.3. Tiempo de ignición

El impacto del contenido de humedad en la ignición del spotting es reflejado en la Figura 7.3. Es claro que si el contenido de humedad en la muestra aumenta, los

Tabla 7.1: Flujo de calor crítico estimado y temperatura de ignición promedio.

Parámetro	Valor			Unidad
FMC	0	30 %	60 %	
$\bar{T}_{ig}$	524.35	567.60	674.93	K
$\dot{q}_{cri}$	7.10	8.40	11.60	kW/m ²

tiempos de ignición aumentan también, para todos los flujos de calor incidentes. Las curvas presentadas en la figura son generadas a partir de la Ecuación 6.123 y evaluando los parámetros utilizados en este trabajo, expuestos en Tabla 7.2. Es posible observar que el tiempo de ignición se aproxima a los 2000 segundos cuando se acerca al flujo crítico. Estos tiempos tan largos se han observado en otras campañas experimentales, utilizando diferentes setup experimentales [29]. A través de la solución analítica empleada para el tiempo de ignición, es posible observar que no predice por completo. Sin embargo, es una buena aproximación, para trabajos futuros. Además, es posible ver que para flujos incidentes altos, el contenido de humedad pierde relevancia. Los tiempos de ignición para flujos de calor alto son asintóticos y convergen a valores pequeños.

En Figura 7.4, se presenta gráficamente el inverso del tiempo de ignición en función del flujo de calor incidente. Al observar la muestra con FMC igual a 60 %, se aprecia la relación lineal esperada. También, puede observarse que la pendiente de la relación lineal disminuye a medida que aumenta el FMC. Esto concuerda con los resultados hallados en los experimentos. Sin embargo, a medida que disminuye el contenido de humedad de la muestra, esta relación se vuelve menos precisa. Esta interesante observación podría implicar que el supuesto comportamiento inerte utilizado en el desarrollo del modelo térmico se observa más marcadamente en lechos de combustible con alto contenido de humedad, sugiriendo un apagamiento de las reacciones de pirólisis y combustión lenta por la humedad.

Tabla 7.2: Propiedades y parámetro utilizados en el modelo

Parámetro		Valor			Unidad
FMC		0 %	30 %	60 %	
Combustible	ρ_f	0.68	0.80	0.84	g/ml
	λ	0	0.3	0.6	-
	μ	1.03	0.86	0.62	-
	$c_{p,f}$ [30]	1470	1470	1470	J/kg K
Modelo	b_1	13.22	13.26	13.33	m ⁻¹
	b_2	47.94	47.93	47.92	m ⁻¹
	b_3	38.17	38.17	38.17	m ⁻¹

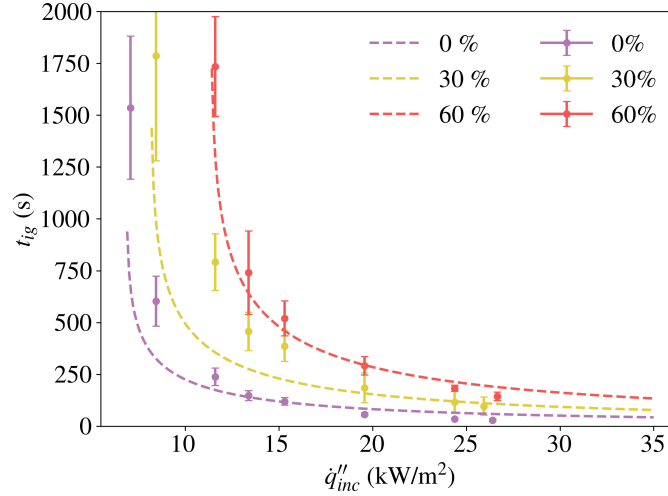


Figura 7.3: Tiempo de ignición determinado de forma experimental para cada contenido de humedad. Los puntos representan los resultados experimentales, mientras que la línea discontinua representa la predicción a partir del modelo teórico presentado en la sección anterior. Además, la línea vertical en cada punto representa la barra de error experimental.

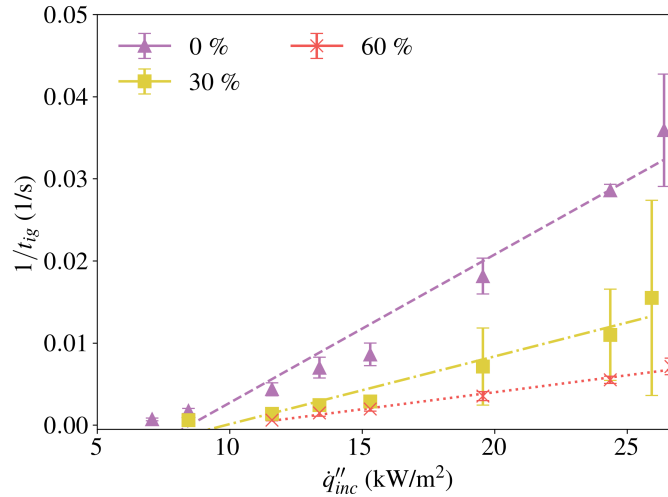


Figura 7.4: Inverso del tiempo de ignición experimental para diferentes contenidos de humedad.

7.4. Temperatura de ignición

Ejemplo de una medición de temperatura por la temocupla más cercana a la ignición se puede observar en Figura 7.5, para cada contenido de humedad. Se puede observar que a medida que aumenta el contenido de humedad en la muestra combustible, aumenta tanto el tiempo de ignición como la temperatura de ignición. En los puntos donde salta la temperatura la ignición es observada. La figura también incluye la temperatura de ignición teórica, y la evolución de la temperatura predicha

por la solución analítica. Se observa que las temperaturas y tiempos de ignición analíticos se aproximan a los datos obtenidos. Cabe destacar que no es posible obtener la temperatura de ignición exacta, ya que la llama se genera en el borde de la muestra de combustible. Además, el contacto directo entre la punta de la termocupla y una acícula de pino es difícil de obtener.

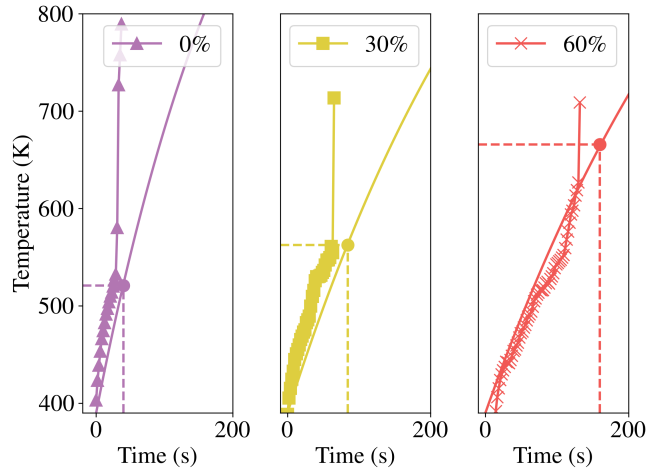


Figura 7.5: Medidas experimentales de temperatura cerca de la ignición para los tres contenidos de humedad estudiados y un flujo de calor de 26.4 kW/m^2 . Las líneas horizontales representan la temperatura de ignición promedio teórica estimada ($\bar{T}_{ig}$). Junto con esto se grafica la evolución de la temperatura teórica en el tiempo.

7.5. Correlación de resultados

Partiendo de la solución encontrada en Ecuación 6.115, y utilizando una serie de Maclaurin de orden 1 (es decir, tiempos de ignición cortos), se puede derivar una relación adimensional para correlacionar los datos obtenidos del experimento: $\theta = \varphi \cdot t / \tau$. A medida que se aproxima al punto de ignición, esta relación se convierte en $1 = \varphi \cdot t_{ig} / \tau$. A partir de esto, se puede establecer una relación lineal entre τ / t_{ig} y φ , que a su vez representa una expresión sencilla para determinar el tiempo de ignición, teniendo en cuenta diferentes contenidos de humedad. En la Figura 7.6 muestra que la relación teórica anteriormente descrita no se cumple completamente, sin embargo la predictibilidad de la correlación presentada aumenta a medida que aumenta el FMC (véase la discusión sobre el supuesto inerte en la sección anterior). El modelo que considera una relación lineal entre los datos presenta un coeficiente de determinación de 0,90. Sin embargo, en su estado actual, el modelo muestra una buena correlación con los datos y podría ser útil para realizar estimaciones rápidas.

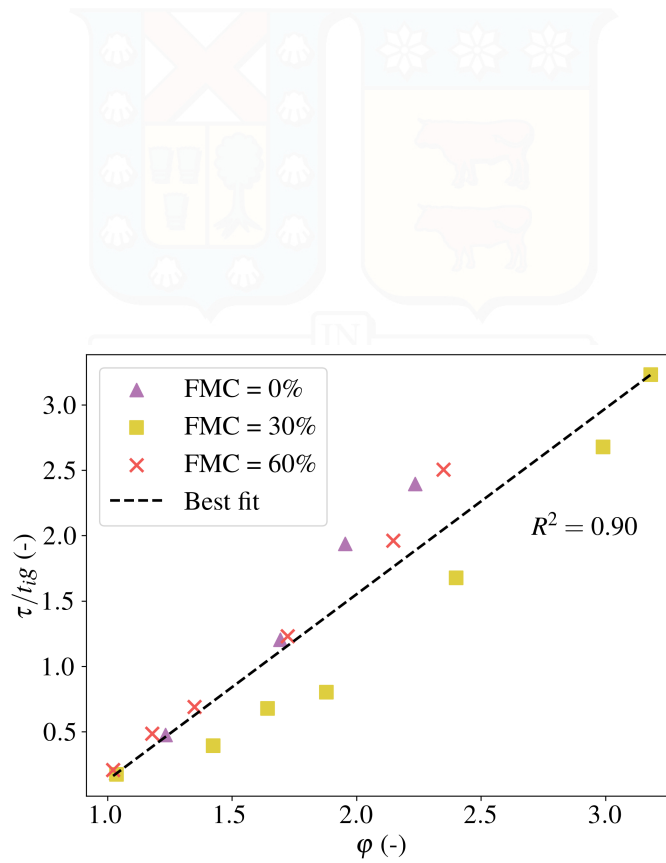


Figura 7.6: Evolución de τ/t_{ig} en función de φ para diferentes contenidos de humedad.



8 | Conclusiones y discusiones

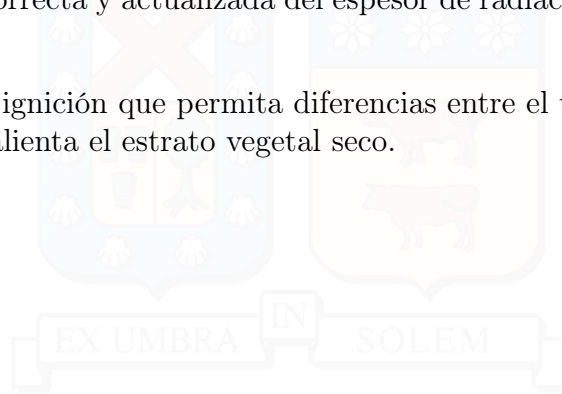
La necesidad de estudiar la ignición del proceso de spotting en combustibles vegetales cada día toma más relevancia. Es por esto que pruebas de ignición en el aparato experimental IFIT fueron llevadas a cabo para un combustible vegetal vivo, en particular acículas de pino radiata. La metodología de recolección y traslado de la especie vegetal es sumamente importante, ya que un mal procedimiento puede estropear las muestras y afectar las mediciones experimentales. Junto con esto, la variación del contenido de humedad y generar una metodología para esta, es un gran paso para la comunidad científica, ya que, en la mayoría de los experimentos de seguridad contra incendios solamente era posible variar el contenido de humedad a partir de algún humidificador, limitando así el contenido de humedad de la muestra.

Para el caso en estudio, es posible observar que tanto el tiempo y temperatura de ignición son afectadas por el contenido de humedad dentro de la muestra. Junto con el flujo crítico, el cual también es afectado en la misma proporción. Siendo la cantidad de agua un factor importante en el retardo de la ignición en el proceso de spotting. Por otro lado, fue posible estimar el tiempo y temperatura de ignición teórica a partir de un modelo de transferencia de calor para un medio poroso, el cual incluye la penetración de la radiación como factor diferenciador en el modelo. El contenido de humedad y como este afecta en la inflamabilidad de especies vegetales vivas, es una gran herramienta tanto para la sociedad como para futuras investigaciones, el contenido de humedad puede ser afectado por la topografía, la estación del año, el tipo de árbol y las condiciones meteorológicas del lugar. Por ende, conocer el contenido de humedad crítico, y el flujo incidente que impacta en este, permite generar medidas de prevención para futuros incendios y así evitar catástrofes ambientales, pérdidas humanas y destrucción de la flora y fauna.

Al ser la primera investigación que se realiza en el aparato experimental IFIT con combustibles vegetales vivos, y variación del contenido de humedad, es susceptible a mejora. Sin embargo, provee una base sólida sobre la cual futuros trabajos puedan aportar a la investigación y el saber humano. Por lo tanto, se aportarán algunas ideas de mejora en el trabajo de investigación, con el fin de completar y generar una investigación más realista y detallada a la problemática:

- Determinación de el índice de inflamabilidad para diferentes especies bajo el proceso de spotting.

- Resolver las ecuaciones de transferencia de calor para varias dimensiones geométricas y espaciales.
- Determinar la ignición del estrato vegetal bajo la pérdida de masa, incluyendo una celda de carga o balanza en las mediciones experimentales.
- Determinar de forma correcta y actualizada del espesor de radiación dentro del porta muestra.
- Generar un modelo de ignición que permita diferencias entre el tiempo que se evapora el agua y se calienta el estrato vegetal seco.



Bibliografía

- [1] Morgan J Hurley, Daniel T Gottuk, John R Hall Jr, Kazunori Harada, Erica D Kuligowski, Milosh Puchovsky, John M Watts Jr, CHRISTOPHER J WIEC-ZOREK, et al. *SFPE handbook of fire protection engineering*. Springer, 2015. (document), 3.2.1, 3.6
- [2] J Parente, M Amraoui, I Menezes, and MG Pereira. Drought in portugal: Current regime, comparison of indices and impacts on extreme wildfires. *Science of the Total Environment*, 685:150–173, 2019. 1.1
- [3] Vânia R Pivello, Ima Vieira, Alexander V Christianini, Danilo Bandini Ribeiro, Luciana da Silva Menezes, Christian Niel Berlinck, Felipe PL Melo, José Antonio Marengo, Carlos Gustavo Tornquist, Walfrido Moraes Tomas, et al. Understanding brazil’s catastrophic fires: Causes, consequences and policy needed to prevent future tragedies. *Perspectives in Ecology and Conservation*, 19(3): 233–255, 2021. 1.1
- [4] Francisco De la Barrera, Francisco Barraza, Philomène Favier, Vannia Ruiz, and Jorge Quense. Megafires in chile 2017: Monitoring multiscale environmental impacts of burned ecosystems. *Science of the total environment*, 637:1526–1536, 2018. 1.1
- [5] Kevin Varga, Charles Jones, Anna Trugman, Leila MV Carvalho, Neal McLoughlin, Daisuke Seto, Callum Thompson, and Kristofer Daum. Megafires in a warming world: What wildfire risk factors led to california’s largest recorded wildfire. *Fire*, 5(1):16, 2022. 1.1
- [6] Stefanos Stefanidis, Vasileios Alexandridis, Velibor Spalevic, and Ronaldo Luiz Mincato. Wildfire effects on soil erosion dynamics: The case of 2021 megafires in greece. *Agriculture & Forestry/Poljoprivreda i Sumarstvo*, 68(2), 2022. 1.1
- [7] Dougal T Squire, Doug Richardson, James S Risbey, Amanda S Black, Vassili Kitsios, Richard J Matear, Didier Monselesan, Thomas S Moore, and Carly R Tozer. Likelihood of unprecedented drought and fire weather during australia’s 2019 megafires. *npj Climate and Atmospheric Science*, 4(1):64, 2021. 1.1
- [8] Alessandra Fidelis, Swanni T Alvarado, Ana Carolina S Barradas, and Vânia R Pivello. The year 2017: Megafires and management in the cerrado. *Fire*, 1(3): 49, 2018. 1.1

- [9] Franchesca Muñoz María Luisa Alfaro. *Control de Incendios Forestales para bomberos*. Academia Nacional de Bomberos de Chile, 2020. 3.1.1, 3.1.2
- [10] C. E. Van Wagner. Conditions for the start and spread of crown fire. *Canadian Journal of Forest Research*, 7(1):23–34, 1977. doi: 10.1139/x77-004. 3.1.3
- [11] A Carlos Fernandez-Pello. Wildland fire spot ignition by sparks and firebrands. *Fire Safety Journal*, 91:2–10, 2017. 3.1.3
- [12] Pedro Reszka, JJ Cruz, J Valdivia, F González, J Rivera, C Carvajal, and A Fuentes. Ignition delay times of live and dead pinus radiata needles. *Fire safety journal*, 112:102948, 2020. 3, 4.2.2, 5.1
- [13] J Rivera, N Hernández, JL Consalvi, P Reszka, J Contreras, and A Fuentes. Ignition of wildland fuels by idealized firebrands. *Fire Safety Journal*, 120: 103036, 2021. 3, 4.2.2, 6.1
- [14] Pedro Reszka and José L. Torero. Fire behavior of timber and lignocellulose. In M Belgacem and A Pizzi, editors, *Lignocellulosic Fibers and Wood Handbook*, chapter 22, pages 553–581. John Wiley & Sons, Ltd, Hoboken, NJ, 2016. 3
- [15] N Hernández, A Fuentes, JL Consalvi, and JC Elicer-Cortés. Spontaneous ignition of wildland fuel by idealized firebrands. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 95:88–95, 2018. 3, 4.2.2
- [16] N Hernández, A Fuentes, P Reszka, and AC Fernández-Pello. Piloted ignition delay times on optically thin pmma cylinders. *Proceedings of the Combustion Institute*, 37(3):3993–4000, 2019. 3, 6.1
- [17] Jacques A. De Beer, Emily L. Dietz, Stanislav I. Stoliarov, and Michael J. Gollner. An empirical firebrand pile heat flux model. *Fire Safety Journal*, 141: 104004, 2023. ISSN 0379-7112. 3.1.3
- [18] James G Quintiere. *Fundamentals of fire phenomena*. John Wiley Chichester, 2006. 3.2.3, 3.2.3, 3.2.4, 3.2.5
- [19] Y Cengel and A Ghajar. Fundamentals of heat and mass transfer, 2002. 3.2.5, 3.4, 3.4.3
- [20] Mohammed M Khan, John L De Ris, and Steve D Ogden. Effect of moisture on ignition time of cellulosic materials. *Fire Safety Science*, 9:167–178, 2008. 3.3, 6.3
- [21] Natalia Perez-Pena, Luis Valenzuel, Juan Eduardo Diaz-vaz, and Ruben ANA-NIAS. Predicción del contenido de humedad de equilibrio de la madera en función del peso específico de la pared celular y variables ambientales. *Maderas, Ciencia y tecnología*, 13:253 – 266, 00 2011. ISSN 0718-221X. 3.3

- [22] Hal E. Anderson. Predicting equilibrium moisture content of some foliar forest litter in the northern rocky mountains. 2018. URL <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:126777495>. 3.3
- [23] M Necati Ozisik. *Heat transfer: a basic approach*, volume 1. McGraw-Hill New York, 1985. 3.4.3, 3.4.3
- [24] Michael F Modest. *Radiative heat transfer*. Academic press, 2013. 3.4.3, 6.2.1, 6.2.1
- [25] Eitel Carlos Thielemann Pinto. Pino de monterrey, 2024. URL <https://inaturalist.mma.gob.cl/taxa/53421-Pinus-radiata>. 3.5
- [26] F. Guerrero and M. Toledo. Thermo- and physicochemical properties of native and exotic forest species of Valparaíso, Chile, as essential information for fire risk management. *International Journal of Wildland Fire*, 29:D, 2020. 3.5, 5.3
- [27] Carlos Álvarez, Gabriela Moreno, Francisco Valenzuela, José Ignacio Rivera, Fernando Ebensperger, Pedro Reszka, and Andrés Fuentes. Use of an electric heater as an idealized firebrand to determine ignition delay time of eucalyptus globulus leaves. *Fire Safety Journal*, 141:103923, 2023. ISSN 0379-7112. 6.1
- [28] P Mindykowski, A Fuentes, JL Consalvi, and B Porterie. Piloted ignition of wildland fuels. *Fire Safety Journal*, 46(1-2):34–40, 2011. 6.2.2
- [29] David R. Weise, Robert H. White, Frank C. Beall, and Matt Etlinger. Use of the cone calorimeter to detect seasonal differences in selected combustion characteristics of ornamental vegetation. *International Journal of Wildland Fire*, 14(3):321–338, 2005. 7.3
- [30] José Ignacio Rivera, Fernando Ebensperger, Francisco Valenzuela, Leonardo Escandar, Pedro Reszka, and Andrés Fuentes. Understanding the role of fire retardants on the discontinuous ignition of wildland fuels. *Proceeding of the Combustion Institute*, 39(3):3775–3783, 2023. 7.2
- [31] Joseph L Jackson. Spontaneous ignition temperatures. *Industrial & Engineering Chemistry*, 43(12):2869–2870, 1951.
- [32] CH Bamford, J Crank, and DH Malan. The combustion of wood. part i. In *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 42, pages 166–182. Cambridge University Press, 1946.
- [33] DI Lawson and u DL Simms. The ignition of wood by radiation. *British Journal of Applied Physics*, 3(9):288, 1952.
- [34] FM Sauer. Ignition of black alpha-cellulose papers by thermal radiation, square wave pulse. Technical report, CALIFORNIA COMPUTER PRODUCTS INC DOWNEY, 1956.

- [35] PH Thomas, DL Simms, and CR Theobald. The interpretation of some experimental data on the ignition of wood. *Fire Safety Science*, 411:1–1, 1959.
- [36] DL Simms. On the pilot ignition of wood by radiation. *Combustion and Flame*, 7:253–261, 1963.
- [37] Stanley Martin. Diffusion-controlled ignition of cellulosic materials by intense radiant energy. In *Symposium (International) on Combustion*, volume 10, pages 877–896. Elsevier, 1965.
- [38] WD Weatherford Jr and DM Sheppard. Basic studies of the mechanism of ignition of cellulosic materials. In *Symposium (International) on Combustion*, volume 10, pages 897–910. Elsevier, 1965.
- [39] Diana Gómez de la Rúa and Fernando Díez Martín. La domesticación del fuego durante el pleistoceno inferior y medio: estado de la cuestión. *Veleia*, 26:189–216, 2009.
- [40] Sebastián Martinuzzi, Susan I Stewart, David P Helmers, Miranda H Mockrin, Roger B Hammer, and Volker C Radeloff. The 2010 wildland-urban interface of the conterminous united states. *Research Map NRS-8. Newtown Square, PA: US Department of Agriculture, Forest Service, Northern Research Station. 124 p.[includes pull-out map].*, 8:1–124, 2015.
- [41] Stefan H Doerr and Cristina Santín. Global trends in wildfire and its impacts: perceptions versus realities in a changing world. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 371(1696):20150345, 2016.
- [42] John P Woycheese, Patrick J Pagni, and Dorian Liepmann. Brand propagation from large-scale fires. *Journal of Fire Protection Engineering*, 10(2):32–44, 1999.
- [43] Ralph A Anthenien, D Tse Stephen, and A Carlos Fernandez-Pello. On the trajectories of embers initially elevated or lofted by small scale ground fire plumes in high winds. *Fire Safety Journal*, 41(5):349–363, 2006.
- [44] N Sardoy, JL Consalvi, A Kaiss, AC Fernandez-Pello, and B Porterie. Numerical study of ground-level distribution of firebrands generated by line fires. *Combustion and Flame*, 154(3):478–488, 2008.
- [45] Frederick W Mowrer. Fundamentals of the fire hazards of materials. *Handbook of Building Materials for Fire Protection*, 2004.
- [46] Horatio Scott Carslaw and John Conrad Jaeger. Conduction of heat in solids. Technical report, Clarendon Press,, 1959.
- [47] Geoffrey Cox and DD Drysdale. *Combustion fundamentals of fire*. Academic press London, 1995. s 40.
- [48] CL Tien, KY Lee, and AJ Stretton. Radiation heat transfer. *SFPE handbook of fire protection engineering*, 3, 2002.

- [49] Warren M Rohsenow, James P Hartnett, Young I Cho, et al. *Handbook of heat transfer*, volume 3. McGraw-Hill New York, 1998.
- [50] EM Sparrow. Discussion:“radiative exchange among non-lambert surfaces”(sarojim), af, and hottel, hc. *ASME J. Heat Transfer*, 88:37–43, 1966.
- [51] RC Birkebak, E Ma Sparrow, ERG Eckert, and JW Ramsey. Effect of surface roughness on the total hemispherical and specular reflectance of metallic surfaces. *ASME J. Heat Transfer*, 1964.
- [52] R Wooldridge. Advanced engineering mathematics. by cr wylie. pp. xiv, 813. 1966.(mcgraw-hill.). *The Mathematical Gazette*, 51(378):358–359, 1967.
- [53] KGT Hollands. Directional selectivity, emittance, and absorptance properties of vee corrugated specular surfaces. *Solar Energy*, 7(3):108–116, 1963.
- [54] EM Sparrow and RD Cess. Radiation heat transfer, hemisphere. *Washington, Augmented edition*, 1978.
- [55] Ephraim M Sparrow. *Absorption and Emission Characteristics of Diffuse Spherical Enclosures: EM Sparrow and VK Jonsson*. National Aeronautics and Space Administration, 1962.
- [56] William Morrow Kays. *Convective heat and mass transfer*. Tata McGraw-Hill Education, 2011.
- [57] Samuel L Manzello, Alexander Maranghides, and William E Mell. Firebrand generation from burning vegetation1. *International Journal of Wildland Fire*, 16(4):458–462, 2007.
- [58] Samuel L Manzello, John R Shields, Thomas G Cleary, Alexander Maranghides, William E Mell, Jiann C Yang, Yoshihiko Hayashi, Daisaku Nii, and Tsuyoshi Kurita. On the development and characterization of a firebrand generator. *Fire Safety Journal*, 43(4):258–268, 2008.
- [59] Alexander Filkov, Sergey Prohanov, Eric Mueller, Denis Kasymov, Pavel Martynov, Mohamad El Houssami, Jan Thomas, Nicholas Skowronski, Bret Butler, Michael Gallagher, et al. Investigation of firebrand production during prescribed fires conducted in a pine forest. *Proceedings of the Combustion Institute*, 36(2):3263–3270, 2017.
- [60] Virginie Tihay, Albert Simeoni, Paul-Antoine Santoni, Lucile Rossi, Jean-Pierre Garo, and Jean-Pierre Vantelon. Experimental study of laminar flames obtained by the homogenization of three forest fuels. *International journal of thermal sciences*, 48(3):488–501, 2009.
- [61] Kenneth K Kuo. *Principles of combustion*. Elsevier Science Pub. Co. Inc., New York, NY, 1986.

- [62] Forman A Williams. *Combustion theory*. CRC Press, 2018.
- [63] David W Hahn and M Necati Özisik. *Heat conduction*. John Wiley & Sons, 2012.
- [64] John R Howell. Radiative transfer in porous media. *Handbook of Porous Media*. New York: Marcel Dekker, pages 663–698, 2000.
- [65] K Vafai, HA Hadim, and JR Howell. Radiative transfer in porous media, handbook of porous media, 2000.
- [66] Y Katto. Critical heat flux. *International Journal of Multiphase Flow*, 20:53–90, 1994.
- [67] M Necati Özisik. *Heat conduction*. John Wiley & Sons, 1993.
- [68] Donald A Nield, Adrian Bejan, et al. *Convection in porous media*, volume 3. Springer, 2006.
- [69] DL Simms. Damage to cellulosic solids by thermal radiation. *Combustion and Flame*, 6:303–318, 1962.
- [70] Jean-Claude Michel, Hervé Moulinec, and Pierre Suquet. Effective properties of composite materials with periodic microstructure: a computational approach. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 172(1-4):109–143, 1999.
- [71] Bruno A Boley. A method of heat conduction analysis of melting and solidification problems. *Journal of Mathematics and Physics*, 40(1-4):300–313, 1961.
- [72] Bruno A Boley and Harvey P Yagoda. The starting solution for two-dimensional heat conduction problems with change of phase. *Quarterly of Applied Mathematics*, 27(2):223–246, 1969.
- [73] MA Delichatsios, TH Panagiotou, and F Kiley. The use of time to ignition data for characterizing the thermal inertia and the minimum (critical) heat flux for ignition or pyrolysis. *Combust. Flame*, 84(3-4):323–332, 1991.
- [74] Pierrick Mindykowski, M Jørgensen, Staffan Svensson, and Grunde Jomaas. A simple correlation for monitoring the ignition propensity of wet nordic spruce wood. *Fire Safety J.*, 107:186–192, 2019.
- [75] M Larini, F Giroud, B Porterie, and J-C Loraud. A multiphase formulation for fire propagation in heterogeneous combustible media. *Int. J. of Heat Mass Tran.*, 41(6-7):881–897, 1998.
- [76] M.J Spearpoint and J.G Quintiere. Predicting the piloted ignition of wood in the cone calorimeter using an integral model — effect of species, grain orientation and heat flux. *Fire Safety J.*, 36(4):391–415, 2001.

- [77] Roberto Parot, José Ignacio Rivera, Pedro Reszka, José Luis Torero, and Andrés Fuentes. A simplified analytical model for radiation dominated ignition of solid fuels exposed to multiple non-steady heat fluxes. *Combust. Flame*, 237:111866, 2022.
- [78] Albert Simeoni, JC Thomas, Pauline Bartoli, P Borowieck, P Reszka, F Colella, Paul-Antoine Santoni, and José Luis Torero. Flammability studies for wildland and wildland–urban interface fires applied to pine needles and solid polymers. *Fire Safety J.*, 54:203–217, 2012.
- [79] Colomba Di Blasi. Modeling chemical and physical processes of wood and biomass pyrolysis. *Prog. Energ. Combust.*, 34(1):47–90, 2008.
- [80] Marc Janssens. Piloted ignition of wood: a review. *Fire Mater.*, 15(4):151–167, 1991.



