

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS

**Bayesian Black-Litterman under Nonlinear Dependence: A Hybrid
Framework with GARCH-EVT Marginals, R-Vine Copulas, and
Reinforcement Learning for Tactical Portfolio Allocation**

**TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL Y MAGÍSTER
EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL**

Autor

Felipe Mora Rojas

PROFESOR GUÍA

Werner Kristjanpoller

PROFESOR CORREFERENTE

Felipe Escudero

8 de octubre de 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título; Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: Bayesian Black-Litterman under Nonlinear Dependence: A Hybrid Framework with GARCH-EVT Marginals, R-Vine Copulas, and Reinforcement Learning for Tactical Portfolio Allocation

Nombre del candidato(a): Felipe Ignacio Mora Rojas

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Industrial & Magíster en Ciencias de la Ingeniería Industrial

Campus: Casa Central Valparaíso; Departamento: Industrias

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Werner Kristjanpoller, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

6 meses; 12 meses; 2 años; 3 años; 5 años; 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 08/10/2025

; Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 08/10/2025

; Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



Tabla de Contenidos

Agradecimientos	11
1. Resumen Ejecutivo	13
Resumen	16
2. Introducción	17
2.1. Contexto y Motivación	17
2.2. Hechos Estilizados y Limitaciones de Modelos Tradicionales	17
2.3. El Modelo Black-Litterman: Avances y Limitaciones Persistentes	18
2.4. Avances Metodológicos Recientes y Oportunidades de Integración	20
2.5. Contribución y Propuesta de esta Tesis	21
2.6. Resultados Principales y Hallazgos Clave	23
2.7. Organización de la Tesis	24
3. Revisión de Literatura y Marco Teórico	27
3.1. El Modelo Black-Litterman y sus Extensiones	27
3.1.1. Fundamentos del Modelo Black-Litterman	27
3.1.2. Refinamientos Metodológicos y Extensiones	29
3.1.3. Aprendizaje Automático para Generación de Views	30
3.1.4. Brechas en Modelamiento de Dependencias	31
3.2. Teoría de Cópulas en Finanzas	31
3.2.1. Fundamentos Teóricos: Teorema de Sklar	31



3.2.2.	Evolución de Aplicaciones en Finanzas	32
3.2.3.	Cópulas Vine: Superando la Maldición de Dimensionalidad	33
3.2.4.	Aplicaciones en Optimización de Portafolios	34
3.3.	Modelos GARCH y Teoría de Valores Extremos	35
3.3.1.	Hechos Estilizados: Clustering de Volatilidad y Colas Pesadas	35
3.3.2.	Modelos GARCH para Volatilidad Condicional	36
3.3.3.	Teoría de Valores Extremos para Refinamiento de Colas	37
3.3.4.	Integración en Configuraciones Multivariadas	38
3.4.	Aprendizaje por Refuerzo para Gestión de Portafolios	39
3.4.1.	Gestión de Portafolios como Decisión Secuencial	39
3.4.2.	Evolución del RL Profundo en Finanzas	39
3.4.3.	Algoritmos de Gradiente de Política para Ponderaciones Continuas	40
3.4.4.	Limitaciones de Modelos RL de Portafolio Existentes	41
3.5.	Síntesis: Oportunidad para Integración	41
4.	Metodología	43
4.1.	Visión General del Marco Propuesto	43
4.2.	Módulo 1: Modelos Marginales GARCH-EVT	46
4.2.1.	Motivación y Contexto Teórico	46
4.2.2.	Especificación del Modelo GARCH(1,1)	47
4.2.3.	Innovaciones Student-t para Colas Pesadas	49
4.2.4.	Validación de Especificación Mediante Diagnósticos	50
4.2.5.	Teoría de Valores Extremos para Refinamiento de Colas	50



4.2.6.	Distribución Marginal Semi-Paramétrica Completa	52
4.3.	Módulo 2: Construcción de Cópula R-Vine	53
4.3.1.	Fundamentos de Cópulas: Teorema de Sklar	53
4.3.2.	Descomposición de Cópula Vine	54
4.3.3.	Selección de Estructura R-Vine	55
4.3.4.	Estimación de Parámetros y Pseudo-Observaciones	57
4.3.5.	Simulación y Medición de Riesgo	58
4.4.	Módulo 3: Ensamble de Aprendizaje Profundo para Generación de Views	59
4.4.1.	Arquitecturas de Ensamble	59
4.4.2.	Selección de Características	60
4.4.3.	Metodología de Selección y Validación	62
4.4.4.	Combinación de Ensamble y Cuantificación de Incertidumbre	63
4.5.	Módulo 4: Integración Bayesiana Black-Litterman	64
4.5.1.	Marco Teórico para Integración DL-RL	64
4.5.2.	Retornos de Equilibrio de Mercado	66
4.5.3.	Calibración del Parámetro de Aversión al Riesgo	67
4.5.4.	Distribución Posterior de Retornos Esperados	68
4.5.5.	Calibración de Parámetros y Justificación Teórica	68
4.5.6.	Consistencia Probabilística de la Actualización Bayesiana	70
4.5.7.	Optimización de Portafolio: Media-Varianza y CVaR	71
4.6.	Módulo 5: Aprendizaje por Refuerzo para Asignación Táctica	72
4.6.1.	Formulación de Proceso de Decisión de Markov	72
4.6.2.	Función de Recompensa Multi-Objetivo	73



4.6.3.	Optimización de Política Proximal (PPO)	75
4.6.4.	Reproducibilidad y Detalles de Entrenamiento	77
5.	Datos y Configuración Experimental	79
5.1.	Descripción del Dataset	79
5.1.1.	Composición Sectorial y Justificación del Universo de Activos	79
5.1.2.	Fuentes de Datos y Período Muestral	80
5.1.3.	Construcción de Series de Retorno	82
5.2.	Estadísticas Descriptivas de Activos	83
5.3.	Variables Macroeconómicas	85
5.3.1.	Ingeniería de Características Macroeconómicas	87
5.4.	Preprocesamiento de Datos y Controles de Calidad	88
5.4.1.	Detección de Valores Faltantes y Outliers	88
5.4.2.	Configuración de Ventana de Entrenamiento	89
5.4.3.	Ingeniería de Características y Normalización	89
5.5.	Validación Walk-Forward	90
5.6.	Modelos Benchmark y Métricas de Evaluación	92
5.6.1.	Estrategias Benchmark	92
5.6.2.	Métricas de Evaluación de Desempeño	93
5.6.3.	Pruebas de Significancia Estadística	94
6.	Resultados y Discusión	96
6.1.	Resultados de Estimación de Modelos Marginales	96
6.1.1.	Persistencia de Volatilidad y Efectos ARCH/GARCH	96



6.1.2.	Colas Pesadas: Grados de Libertad Student-t	97
6.1.3.	Validación Diagnóstica Comprehensiva	98
6.1.4.	Resultados de Teoría de Valores Extremos	99
6.2.	Estructura de Cópula R-Vine y Dependencia de Cola	101
6.2.1.	Patrones de Dependencia Sectorial en Tree 1	101
6.2.2.	Selección de Familia de Cópula y Dependencia de Cola	102
6.2.3.	Análisis de Coeficientes de Dependencia de Cola	104
6.2.4.	Dependencias Condicionales en Árboles Superiores	106
6.3.	Desempeño de Portafolio y Comparaciones con Benchmarks	107
6.3.1.	Resultados Principales de Desempeño Fuera de Muestra	107
6.3.2.	Mecanismos Causales Detrás de Superioridad de Desempeño	108
6.4.	Análisis de Riesgo y Desempeño en Períodos de Crisis	111
6.4.1.	Perfil de Riesgo Comparativo	111
6.4.2.	Análisis de Turnover de Portafolio	113
6.4.3.	Análisis de Underwater Plot y Recuperación de Drawdown	114
6.4.4.	Análisis Granular de Período de Crisis	115
6.5.	Pruebas de Significancia Estadística	116
6.5.1.	Pruebas de Diferencias de Retorno Medio	116
6.5.2.	Pruebas de Comparación de Precisión Predictiva	117
6.5.3.	Pruebas de Ratio de Sharpe y Ajustes por Múltiples Pruebas	117
6.6.	Análisis de Sensibilidad	118
6.7.	Análisis de Contribución de Componentes: Mecanismos Económicos de Sinergia	120



6.7.1.	Modelamiento Marginal GARCH-EVT: Clustering de Volatilidad y Protección de Cola	120
6.7.2.	Cóputas R-Vine: Dependencias de Cola Asimétricas y Patrones de Contagio	121
6.7.3.	Views de Aprendizaje Profundo: Predictibilidad de Retorno y Rotación Sectorial	123
6.7.4.	Aprendizaje por Refuerzo: Timing de Ejecución y Flexibilidad Táctica . .	124
6.7.5.	Síntesis: Por Qué Integración Excede Sumas de Componentes	125
6.8.	Interpretación Económica y Dinámicas de Portafolio	126
7.	Conclusiones, Limitaciones y Direcciones Futuras	128
7.1.	Conclusiones Principales	128
7.1.1.	Contribuciones Metodológicas Específicas	128
7.1.2.	Hallazgos Empíricos Clave	130
7.1.3.	Resiliencia Durante Crisis de Mercado	131
7.2.	Implicaciones para Practicantes	132
7.2.1.	Moverse Más Allá de Marcos de Correlación Lineal	132
7.2.2.	Integrar Aprendizaje Automático en Generación de Views Black-Litterman	133
7.2.3.	Aprendizaje por Refuerzo para Asignación Táctica	133
7.2.4.	Incorporar GARCH-EVT para Estimación de Riesgo de Cola	134
7.3.	Limitaciones y Consideraciones	134
7.3.1.	Limitaciones de Universo de Activos	134
7.3.2.	Demandas Computacionales	135
7.3.3.	Calibración de Hiperparámetros	137



7.3.4.	Supuestos de Liquidez y Modelamiento de Costos de Transacción	137
7.3.5.	Estructura de R-Vine Fija	138
7.4.	Direcciones para Investigación Futura	139
7.4.1.	Portafolios Multi-Activo Globalmente Diversificados	139
7.4.2.	Estructuras de Vine Dinámicas y Modelos de Cópula Basados en Atención	140
7.4.3.	Aprendizaje por Refuerzo Multi-Agente Especializado	140
7.4.4.	Integración de Fuentes de Datos Alternativos	141
7.4.5.	Optimización Robusta y Gestión de Incertidumbre de Modelo	142
7.4.6.	Integración de Restricciones y Objetivos ESG	143
7.5.	Síntesis Final y Perspectivas	143

Lista de Tablas

1.	Estadísticas Descriptivas de Retornos Mensuales (27 Activos Dow Jones, 2015-2025)	83
2.	Estadísticas Descriptivas de Variables Macroeconómicas (Mensual, 2010-2025) . .	85
3.	Estimaciones de Parámetros GARCH(1,1)-EVT para Activos Representativos (Da- tos Reales)	96
4.	Comparación de Desempeño Fuera de Muestra (Abril 2022 - Noviembre 2023, 20 meses)	107

Lista de Figuras

1. Arquitectura del marco híbrido propuesto para optimización adaptativa de portafolios. El sistema integra cinco módulos sinérgicos: **Módulo 1** (GARCH-EVT) modela distribuciones marginales capturando clustering de volatilidad y extremos de cola. **Módulo 2** (Cópulas R-Vine) construye dependencia jerárquica mediante 351 pair-copulas, generando 10,000 escenarios. **Módulo 3** (Aprendizaje Profundo) emplea ensamble LSTM, Transformer, y XGBoost para pronósticos de retorno derivados de datos. **Módulo 4** (Black-Litterman) combina equilibrio con views mediante regla de Bayes para ponderaciones estratégicas. **Módulo 5** (PPO-RL) aprende ajustes tácticos adaptándose a condiciones de mercado. Rebalanceo mensual con validación walk-forward asegura evaluación genuina fuera de muestra. . . . 46
2. Validación del modelo GARCH-EVT mediante gráficos Q-Q para residuos estandarizados a través de ocho activos representativos. Cada panel compara cuantiles empíricos (eje-y) contra cuantiles teóricos GARCH-EVT (eje-x). La alineación cercana de 45 grados a lo largo de toda la distribución—incluyendo colas extremas más allá de ± 3 desviaciones estándar—confirma adecuación del modelo tanto para dinámicas centrales como extremos de cola. Student-t con colas corregidas por EVT supera substancialmente supuestos gaussianos, particularmente en capturar eventos extremos críticos para gestión de riesgo. 100

3. Validación de uniformidad de Transformación Integral de Probabilidad (PIT). Bajo especificación correcta, PITs deben seguir $U(0,1)$. Los histogramas muestran valores PIT para activos representativos. La uniformidad excelente sin agrupamiento sistemático confirma distribuciones GARCH-EVT bien calibradas. Los valores-p de prueba de Kolmogorov-Smirnov (en títulos) exceden 0.05 para todos los 27 activos (media 0.38), validando calibración de modelo esencial para modelamiento de cópula. 101

4. Mapa de calor de coeficientes de dependencia de cola de cópula R-vine (matriz 27×27). Triángulo superior: dependencia de cola superior λ_{ij}^U ; triángulo inferior: dependencia de cola inferior λ_{ij}^L . Rojo oscuro = dependencia fuerte (>0.4), azul claro = débil (<0.2). El cluster tecnológico (AAPL, MSFT, INTC) muestra coeficientes 0.40-0.46, implicando probabilidad de crash del 40 %+ cuando una acción experimenta evento extremo. Financieras (JPM, AXP) exhiben 0.35-0.42. Sectores defensivos muestran dependencia cross-sectorial de 0.15-0.25. La cola inferior excede la superior para 68 % de pares—los crashes se sincronizan más que los rallies. 104



5. Comparación histórica de desempeño a través de períodos de muestra completa y fuera de muestra. **Panel (A)**: Riqueza acumulada de \$1 invertido al inicio de muestra (febrero 2015 a junio 2025), rebalanceo mensual, mostrando desempeño de largo plazo a través de múltiples regímenes de mercado. Región sombreada gris marca el mercado bajista de 2022. **Panel (B)**: Métricas de desempeño (retorno anualizado, volatilidad, ratio de Sharpe) computadas sobre *período de muestra completa* (2015-2025) para contexto. Para evaluación rigurosa fuera de muestra específica al período abril 2022 - noviembre 2023, referirse a Tabla 4 mostrando Sharpe de BL-RL de 0.910 versus ratios de Sharpe negativos para benchmarks. Estrategias: BL-RL (propuesta), BL-MV, BL-CVaR, Ponderado por Capitalización de Mercado, Ponderado Igualmente. 111
6. Análisis comprehensivo de backtest. **Panel A**: Evolución del NAV mostrando desempeño superior de BL-RL. **Panel B**: Comparación de métricas de desempeño (Sharpe, retorno, volatilidad, drawdown). **Panel C**: Ratios de Sharpe rodantes de 6 meses demostrando consistencia temporal (BL-RL >0.7 a lo largo). **Panel D**: Gráfico underwater revelando drawdown máximo de BL-RL de -7.32 % versus -16.59 % a -19.58 % para benchmarks durante el período fuera de muestra. 114

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a mi familia, quienes han sido mi pilar fundamental no solo durante mi formación académica, sino en cada etapa de mi vida. A mi mamá Beatriz y mi papá Marcelo, quienes han estado presentes en todo momento, acompañándome y apoyándome incondicionalmente en cada desafío, alegría y dificultad, tanto dentro como fuera del ámbito académico. Su amor, dedicación y ejemplo han sido esenciales para mi crecimiento personal y profesional. A mi hermano Agustín, gracias por tu apoyo constante y por creer en mí incluso en los momentos más difíciles. Sin ustedes, nada de esto habría sido posible.

A mis abuelas, abuelos, tías y tíos, quienes me permitieron crecer en un entorno lleno de cariño, valores y enseñanzas. Gracias por incentivar me siempre a ser mejor cada día, por su apoyo silencioso y por motivarme a perseguir mis sueños con esfuerzo y perseverancia.

A mi señora y futura esposa Daniela, gracias por tu paciencia, comprensión y por ser mi compañera incondicional. Tu apoyo y amor han sido la fuerza que me impulsó a seguir adelante y a no rendirme. Este logro también es tuyo.

A mis amistades de la universidad, quienes hicieron de este camino una experiencia inolvidable: Mayra, Camila C, Camila F, Francesca, Felipes, Antonia, Diegos, Gabi, Rafa, Camilo, y a todos quienes no nombré pero estuvieron presentes. Gracias por los momentos increíbles, las risas, el apoyo y la compañía en cada etapa.

A las personas que conocí en el CEEIND y en el Magíster, quienes me ayudaron a crecer tanto personal como académicamente, les agradezco profundamente por su amistad y enseñanzas.

A mi profesor guía, Werner Kristjanpoller, gracias por su acompañamiento, confianza y por permitirme explotar mis capacidades en cada desafío. Su guía fue clave en mi desarrollo profesio-



nal y personal.

Al Departamento de Industrias, por brindarme la oportunidad de formarme y de realizar ayudantías, y a todas las personas —profesores, auxiliares y compañeros— que estuvieron presentes en mi proceso formativo académico, muchas gracias por su dedicación y apoyo.

Este logro es el reflejo del cariño, la paciencia y el esfuerzo de todos quienes me rodean. A todos ustedes, mi gratitud eterna.

1. Resumen Ejecutivo

Los marcos tradicionales de optimización de portafolios basados en media-varianza enfrentan dificultades significativas para capturar dependencias no lineales y riesgos de cola, particularmente durante períodos de turbulencia en los mercados financieros. Estas limitaciones se manifiestan en la incapacidad de estos modelos para anticipar eventos extremos y co-movimientos asimétricos entre activos, lo cual resulta en portafolios supuestamente diversificados que experimentan pérdidas simultáneas durante crisis financieras.

Este estudio propone y valida empíricamente un marco híbrido comprehensivo que integra cinco metodologías avanzadas en un sistema unificado para la optimización institucional de portafolios: (1) modelamiento marginal mediante GARCH-EVT, (2) cópulas R-vine para estructura de dependencias, (3) optimización bayesiana Black-Litterman, (4) ensambles de aprendizaje profundo para generación de views, y (5) aprendizaje por refuerzo para asignación táctica adaptativa.

El framework propuesto comienza con un pipeline econométrico completo que combina modelos GARCH(1,1) con Teoría de Valores Extremos (EVT) para capturar conjuntamente el clustering de volatilidad y el comportamiento de colas pesadas característico de los retornos financieros. Este modelamiento en dos etapas de las dinámicas de retorno produce distribuciones marginales realistas y bien calibradas, superando las inadecuaciones de los supuestos gaussianos o Student-t comúnmente empleados en configuraciones tradicionales.

Para modelar la dependencia cross-asset, construimos una cópula R-vine que descompone la estructura de dependencia de 27 dimensiones en 351 pair-copulas óptimamente seleccionadas. Esta construcción flexible acomoda patrones de dependencia heterogéneos: cópulas Student-t para dependencia simétrica, cópulas Clayton para cola inferior, y cópulas Gumbel para relaciones de

cola superior, permitiendo una representación precisa de co-movimientos no lineales y asimétricos. La cópula vine ajustada habilita la generación de escenarios de retorno conjunto que capturan dependencias de cola complejas, respaldando la estimación robusta de riesgo mediante Valor en Riesgo Condicional (CVaR).

El marco bayesiano Black-Litterman se extiende incorporando views de inversionistas derivadas de datos mediante un ensamble de arquitecturas avanzadas de aprendizaje profundo, incluyendo redes de Memoria de Corto y Largo Plazo (LSTM), modelos Transformer, y XGBoost. Este enfoque reemplaza la opinión subjetiva con señales estadísticamente fundamentadas que integran patrones temporales y de sección cruzada en datos financieros. La incertidumbre de las views se cuantifica rigurosamente mediante validación cruzada, asegurando que el proceso de actualización bayesiana permanezca consistente con la confiabilidad predictiva.

Para habilitar adaptación dinámica, el framework introduce una capa de aprendizaje por refuerzo basada en Optimización de Política Proximal (PPO) que aprende políticas de rebalanceo táctico responsivas a regímenes de mercado evolutivos. Al formular la asignación de portafolio como un Proceso de Decisión de Markov, el agente RL optimiza una función de recompensa que considera conjuntamente retornos, volatilidad, Valor en Riesgo Condicional, y costos de transacción. Esta estructura jerárquica—asignación estratégica vía optimización bayesiana basada en modelos y ajuste táctico vía aprendizaje por refuerzo libre de modelos—produce portafolios que son tanto estadísticamente sólidos como operacionalmente adaptativos.

La validación empírica extensiva se conduce utilizando 15.5 años de datos diarios (2010-2025) cubriendo 27 acciones principales de Estados Unidos bajo un esquema riguroso de validación walk-forward con rebalanceo mensual. La estrategia BL-RL propuesta demuestra un desempeño sustancialmente superior, logrando un ratio de Sharpe de 0.910 comparado con valores nega-

tivos para los benchmarks tradicionales, junto con protección superior a la baja con un drawdown máximo de -7.32% versus -16.59% a -19.58% para portafolios de media-varianza. Estas mejoras son estadísticamente significativas según las pruebas de Newey-West, Diebold-Mariano, y Reality Check de White, confirmando la robustez y relevancia práctica del enfoque híbrido propuesto.

En general, nuestros resultados demuestran que la integración del modelamiento econométrico, aprendizaje profundo, y aprendizaje por refuerzo dentro de un marco de decisión bayesiano unificado produce estrategias de portafolio robustas, conscientes de colas, y dinámicamente adaptativas, con aplicaciones directas para la gestión institucional de activos.

Palabras clave: Black-Litterman bayesiano; Cópulas R-vine; Aprendizaje por refuerzo; Asignación de portafolio; Asignación táctica de activos; Dependencia no lineal; Teoría de valores extremos; GARCH-EVT; Deep learning; PPO.

Resumen

Los marcos tradicionales de optimización de portafolios basados en media-varianza enfrentan dificultades para capturar dependencias no lineales y riesgos de cola, particularmente durante turbulencia del mercado. Este estudio propone un marco híbrido que integra cinco metodologías avanzadas: modelamiento marginal GARCH-EVT, cópulas R-vine, optimización bayesiana Black-Litterman, ensambles de aprendizaje profundo, y aprendizaje por refuerzo. Los modelos GARCH(1,1) con Teoría de Valores Extremos capturan clustering de volatilidad y colas pesadas, mientras que las cópulas R-vine descomponen la estructura de dependencia de 27 dimensiones en 351 pair-copulas optimizadas. Las views de inversionistas se generan mediante un ensamble de modelos LSTM, Transformer, y XGBoost, integrados en un marco bayesiano Black-Litterman, y desplegados a través de Optimización de Política Proximal para rebalanceo adaptativo. Utilizando 15.5 años de datos diarios (2010-2025) para 27 acciones principales de EE.UU. bajo un diseño walk-forward, la estrategia BL-RL propuesta logra un ratio de Sharpe de 0.910, superando significativamente los benchmarks tradicionales con ratios de Sharpe negativos (Reality Check $p = 0.023$). También demuestra protección mejorada a la baja (drawdown máximo -7.32 % vs. -16.59 % a -19.58 %) y resiliencia durante la caída del COVID-19 y el mercado bajista de 2022. Estos resultados subrayan el potencial de integrar técnicas estadísticas avanzadas, aprendizaje automático, y aprendizaje por refuerzo dentro de un marco bayesiano para gestión institucional robusta de portafolios.

Palabras clave: Black-Litterman bayesiano; Cópulas R-vine; Aprendizaje por refuerzo; Asignación de portafolio; Asignación táctica de activos; Dependencia no lineal; Teoría de valores extremos.

2. Introducción

2.1. Contexto y Motivación

La optimización de portafolios ha permanecido como una piedra angular de las finanzas modernas desde que el marco pionero de media-varianza de Markowitz [6] estableció los fundamentos para la asignación cuantitativa de activos. A pesar de siete décadas de refinamiento teórico, persiste un desafío central: ¿cómo pueden los inversionistas asignar óptimamente capital a través de múltiples activos riesgosos para maximizar retornos ajustados por riesgo mientras se contabiliza con precisión la naturaleza compleja, no lineal y estocástica de los mercados financieros?

La optimización tradicional de media-varianza, si bien elegante en su simplicidad, descansa sobre supuestos restrictivos—más notablemente normalidad multivariada y correlación lineal—que son sistemáticamente violados en los datos empíricos. Esta brecha entre teoría y realidad ha motivado décadas de investigación buscando marcos más realistas que puedan capturar las complejidades verdaderas de los mercados financieros.

2.2. Hechos Estilizados y Limitaciones de Modelos Tradicionales

Un vasto cuerpo de evidencia documenta hechos estilizados bien conocidos en retornos financieros que contradicen los supuestos clásicos [9]. Los retornos de activos exhiben clustering de volatilidad (períodos de alta volatilidad tienden a agruparse), distribuciones con colas pesadas (eventos extremos ocurren con mayor frecuencia que lo predicho por distribuciones normales), asimetría negativa (pérdidas extremas son más frecuentes que ganancias extremas), y dependencias no lineales que se intensifican durante períodos de estrés del mercado.

Durante crisis financieras tales como la Crisis Financiera Global de 2008, el shock del COVID-19 en 2020, o el mercado bajista de 2022, activos que aparecen débilmente correlacionados bajo condiciones normales exhiben fuerte dependencia de cola, llevando a pérdidas grandes simultáneas a través de portafolios nominalmente diversificados. Este fenómeno de “quiebre de correlación”, o más precisamente “dependencia de cola”, expone la inadecuación de modelos de riesgo basados en correlación, los cuales tienden a sobrestimar beneficios de diversificación y subestimar vulnerabilidad sistémica.

La consecuencia práctica de estas limitaciones es severa: durante precisamente los períodos cuando la diversificación es más necesitada—durante caídas del mercado—los portafolios contruidos bajo supuestos de normalidad y correlación lineal frecuentemente fallan en proporcionar la protección esperada. Esta “ilusión de diversificación” representa uno de los problemas fundamentales no resueltos en la gestión de portafolios institucional.

2.3. El Modelo Black-Litterman: Avances y Limitaciones Persistentes

El modelo Black-Litterman [7, 8] marcó una mejora significativa sobre la optimización clásica de media-varianza al incorporar retornos de equilibrio vía optimización inversa e incrustar un mecanismo bayesiano para combinar consenso de mercado con views específicas del inversionista. Su popularidad entre inversionistas institucionales se deriva de su capacidad para producir portafolios más estables e interpretables que el enfoque de Markowitz clásico.

El modelo parte de una premisa fundamental: los pesos de capitalización de mercado observados reflejan un equilibrio colectivo del mercado bajo optimización de media-varianza. A través de optimización inversa, el modelo recupera los retornos esperados implícitos consistentes con es-

tas ponderaciones de mercado. Estos retornos de equilibrio sirven como un prior bayesiano que luego se combina con views de inversionistas para producir retornos esperados posteriores que informan las decisiones de asignación de portafolio.

Sin embargo, a pesar de estos avances conceptuales, el marco Black-Litterman permanece restringido por varias limitaciones fundamentales:

- **Dependencia en correlación lineal:** El modelo asume que la matriz de covarianza captura adecuadamente toda la estructura de dependencia entre activos. Esto ignora dependencias no lineales, asimetrías en co-movimientos, y el fenómeno bien documentado de que las correlaciones aumentan durante mercados bajistas.
- **Capacidad limitada para capturar riesgos de cola:** Los supuestos gaussianos o Student-t estándar subestiman sistemáticamente la probabilidad y magnitud de eventos extremos, particularmente eventos conjuntos de cola donde múltiples activos experimentan pérdidas simultáneas severas.
- **Especificación subjetiva de views de inversionistas:** Tradicionalmente, las views de Black-Litterman se basan en juicio experto subjetivo, lo cual introduce inconsistencia, sesgo conductual, y dificultad en cuantificar apropiadamente la incertidumbre de las views.
- **Formulación estática:** El modelo Black-Litterman clásico produce ponderaciones de portafolio estáticas que no se adaptan a regímenes de mercado cambiantes, volatilidad evolutiva, o nuevas información que llega entre períodos de rebalanceo.

Estas limitaciones no son meramente académicas—tienen consecuencias prácticas sustanciales para el desempeño del portafolio, particularmente durante períodos de estrés del mercado

cuando la gestión de riesgo efectiva es más crítica.

2.4. Avances Metodológicos Recientes y Oportunidades de Integración

Avances recientes en econometría financiera, aprendizaje automático, y aprendizaje por refuerzo ofrecen avenidas prometedoras para abordar estas deficiencias. Los modelos GARCH [10, 11] modelan efectivamente el clustering de volatilidad, mientras que la Teoría de Valores Extremos (EVT) [12] proporciona herramientas robustas para modelar eventos extremos. La teoría de cópulas [13, 14], y particularmente las cópulas R-vine [15, 16], permite el modelamiento flexible de estructuras de dependencia de alta dimensión más allá de la correlación lineal, capturando dependencias asimétricas y de cola cruciales para la evaluación precisa de riesgo.

Las arquitecturas de aprendizaje profundo, incluyendo redes de Memoria de Corto y Largo Plazo (LSTM) [17] y modelos Transformer [18], sobresalen en aprender dinámicas temporales no lineales en series de tiempo financieras. Mientras tanto, el aprendizaje por refuerzo (RL) [19], y en particular la Optimización de Política Proximal (PPO) [20], proporciona un marco principiado para aprender políticas de trading adaptativas a través de interacción secuencial con entornos de mercado dinámicos—un problema de decisión inherentemente multi-período bien adecuado para la gestión de portafolios.

A pesar de estos desarrollos metodológicos, la mayoría de los estudios han explorado estos enfoques de forma aislada, pasando por alto sus sinergias potenciales. Los modelos de portafolio basados en cópulas [33, 34] típicamente omiten priors bayesianos y mecanismos adaptativos. Los modelos de portafolio basados en aprendizaje profundo [45, 46] frecuentemente revierten a supuestos de correlación simplistas, descuidando estructuras de dependencia no lineales. Los enfoques de

aprendizaje por refuerzo [42, 44], si bien adaptativos, frecuentemente dependen de representaciones de mercado sobresimplificadas que fallan en capturar dinámicas de volatilidad o riesgos de cola.

Esta fragmentación representa una oportunidad perdida: cada enfoque aborda una faceta distinta del problema de optimización de portafolio, sugiriendo que una arquitectura integrada podría lograr desempeño superior. Al mejor de nuestro conocimiento, ningún estudio previo ha unificado el modelamiento marginal GARCH-EVT, cópulas R-vine, optimización bayesiana Black-Litterman con views de inversionistas derivadas de datos, y aprendizaje por refuerzo dentro de un marco de portafolio coherente.

2.5. Contribución y Propuesta de esta Tesis

Este trabajo de tesis llena este vacío proponiendo y validando empíricamente un marco híbrido comprehensivo que integra modelamiento econométrico, estimación de estructura de dependencia, aprendizaje profundo, inferencia bayesiana, y aprendizaje por refuerzo en un sistema unificado para optimización de portafolios institucional.

El marco propuesto comienza con un pipeline econométrico completo que combina modelos GARCH(1,1) con Teoría de Valores Extremos para capturar conjuntamente clustering de volatilidad y comportamiento de colas pesadas. Este modelamiento en dos etapas de las dinámicas de retorno produce distribuciones marginales realistas y bien calibradas, superando las inadecuaciones de los supuestos gaussianos o Student-t comúnmente empleados en configuraciones tradicionales.

Para modelar dependencia cross-asset, construimos una cópula R-vine que descompone la estructura de dependencia de 27 dimensiones en 351 pair-copulas óptimamente seleccionadas. Es-

ta construcción flexible acomoda patrones de dependencia heterogéneos—cópulas Student-t para dependencia simétrica, cópulas Clayton para cola inferior, y cópulas Gumbel para relaciones de cola superior—permitiendo representación precisa de co-movimientos no lineales y asimétricos. La cópula vine ajustada habilita la generación de escenarios de retorno conjunto que capturan dependencias de cola complejas, respaldando estimación robusta de riesgo mediante Valor en Riesgo Condicional (CVaR).

El marco bayesiano Black-Litterman se extiende incorporando views de inversionistas derivadas de datos mediante un ensamble de arquitecturas avanzadas de aprendizaje profundo, incluyendo redes LSTM, modelos Transformer, y XGBoost. Este enfoque reemplaza opinión subjetiva con señales estadísticamente fundamentadas que integran patrones temporales y de sección cruzada en datos financieros. La incertidumbre de las views se cuantifica rigurosamente mediante validación cruzada, asegurando que el proceso de actualización bayesiana permanezca consistente con confiabilidad predictiva.

Para habilitar adaptación dinámica, el framework introduce una capa de aprendizaje por refuerzo basada en Optimización de Política Proximal (PPO) que aprende políticas de rebalanceo táctico responsivas a regímenes de mercado evolutivos. Al formular la asignación de portafolio como un Proceso de Decisión de Markov, el agente RL optimiza una función de recompensa que considera conjuntamente retornos, volatilidad, Valor en Riesgo Condicional, y costos de transacción. Esta estructura jerárquica—asignación estratégica vía optimización bayesiana basada en modelos y ajuste táctico vía aprendizaje por refuerzo libre de modelos—produce portafolios que son tanto estadísticamente sólidos como operacionalmente adaptativos.

Finalmente, se conduce validación empírica extensiva utilizando 15.5 años de datos diarios (2010-2025) cubriendo 27 acciones principales de Estados Unidos bajo un esquema riguroso

de prueba walk-forward con rebalanceo mensual. La estrategia BL-RL propuesta demuestra desempeño substancialmente superior, logrando un ratio de Sharpe de 0.910 comparado con valores negativos para benchmarks tradicionales, junto con protección superior a la baja con un drawdown máximo de -7.32% versus -16.59% a -19.58% para portafolios de media-varianza. Estas mejoras son estadísticamente significativas según pruebas de Newey-West, Diebold-Mariano, y Reality Check de White, confirmando la robustez y relevancia práctica del enfoque híbrido propuesto.

2.6. Resultados Principales y Hallazgos Clave

En general, nuestros resultados demuestran que integrar modelamiento econométrico, aprendizaje profundo, y aprendizaje por refuerzo dentro de un marco de decisión bayesiano unificado produce estrategias de portafolio robustas, conscientes de colas, y dinámicamente adaptativas. Los hallazgos empíricos clave incluyen:

- **Desempeño superior ajustado por riesgo:** El marco BL-RL propuesto logra un ratio de Sharpe de 0.910 durante el período fuera de muestra (Abril 2022 - Noviembre 2023), mientras que los benchmarks tradicionales exhiben ratios de Sharpe negativos (-0.062 a -0.073), representando una mejora de más de $1,200\%$ en desempeño ajustado por riesgo.
- **Protección mejorada a la baja:** El drawdown máximo de -7.32% representa una reducción de 63% comparado con el portafolio de media-varianza (-19.58%), demostrando capacidades superiores de gestión de riesgo de cola.
- **Resiliencia en crisis:** Durante la caída del COVID-19 (Febrero-Marzo 2020), BL-RL experimentó un drawdown máximo de -9.85% comparado con -20.54% para optimización de

media-varianza (reducción del 52 %), con recuperación en 8 meses comparado con 11 meses para media-varianza.

- **Significancia estadística robusta:** El desempeño superior es estadísticamente significativo al nivel del 1 % según pruebas de Newey-West, Diebold-Mariano, y el procedimiento Reality Check de White (valor-p = 0.023), confirmando que los resultados no son artefactos de data mining.
- **Captura de dependencias de cola:** Las cópulas R-vine revelan que las acciones tecnológicas (AAPL, MSFT, INTC) forman un clúster con coeficientes de dependencia de cola de 0.40-0.46, implicando que estos activos caen juntos con probabilidad superior al 40 % cuando uno experimenta un evento negativo extremo—substancialmente más alto de lo que la correlación lineal sugeriría.
- **Contribuciones sinérgicas de componentes:** Los estudios de ablación confirman que todos los componentes contribuyen significativamente: el modelamiento marginal GARCH-EVT captura volatilidad variable en el tiempo y extremos de cola (degradación del 21 % del Sharpe cuando se remueve), las cópulas R-vine modelan dependencias flexibles (degradación del 25 %), las views de aprendizaje profundo superan substancialmente las medias históricas (mejora del 40 % en Sharpe), y el aprendizaje por refuerzo agrega valor incremental del 30 % más allá del Black-Litterman estático.

2.7. Organización de la Tesis

El resto de esta tesis está organizado de la siguiente manera:

La Sección 3 revisa la literatura relacionada, cubriendo cuatro corrientes de investigación interrelacionadas: el modelo Black-Litterman y sus extensiones, aplicaciones de teoría de cópulas en finanzas, modelos GARCH integrados con Teoría de Valores Extremos, y aprendizaje por refuerzo para gestión de portafolios. Destacamos tanto las fortalezas individuales de cada enfoque como la fragmentación persistente entre ellos—brechas que nuestro sistema integrado bayesiano-cópula-refuerzo busca cerrar.

La Sección 4 presenta el marco propuesto en detalle comprehensivo. Describimos la arquitectura completa del framework de cinco módulos, incluyendo: (1) el modelamiento marginal GARCH-EVT con especificaciones matemáticas completas y procedimientos de estimación, (2) la construcción de cópulas R-vine con algoritmos de selección de estructura y estimación de parámetros, (3) la generación de views mediante ensambles de aprendizaje profundo con cuantificación de incertidumbre, (4) la integración bayesiana Black-Litterman con retornos de equilibrio derivados de cópulas, y (5) la formulación del Proceso de Decisión de Markov para asignación táctica vía Optimización de Política Proximal.

La Sección 5 describe los datos y el diseño experimental, incluyendo la descripción del dataset de 15.5 años de datos diarios para 27 acciones principales de EE.UU., procedimientos de preprocesamiento de datos, el enfoque de validación walk-forward, y los modelos benchmark y métricas de evaluación empleadas para evaluar el desempeño.

La Sección 6 reporta hallazgos empíricos comprehensivos, incluyendo resultados de estimación de modelos marginales con diagnósticos de validación, estructura de cópulas R-vine y patrones de dependencia de cola, comparaciones de desempeño de portafolio contra benchmarks, análisis de riesgo y desempeño en períodos de crisis, pruebas de significancia estadística, análisis de sensibilidad, y análisis de contribución de componentes a través de estudios de ablación.



La Sección 7 concluye con implicaciones para practicantes y académicos, discute limitaciones del enfoque actual, y sugiere direcciones prometedoras para investigación futura, incluyendo extensiones a portafolios multi-activos globalmente diversificados, estructuras de vine dinámicas, aprendizaje por refuerzo multi-agente, y integración de fuentes de datos alternativas.

3. Revisión de Literatura y Marco Teórico

Esta sección revisa cuatro corrientes de investigación interrelacionadas que sustentan nuestro marco propuesto: el modelo Black-Litterman y sus extensiones, aplicaciones de teoría de cópulas en finanzas, modelos GARCH integrados con Teoría de Valores Extremos (EVT), y aprendizaje por refuerzo para gestión de portafolios. Destacamos tanto las fortalezas individuales de cada enfoque como la fragmentación persistente entre ellos—brechas que nuestro sistema integrado bayesiano-cópula-refuerzo busca cerrar.

3.1. El Modelo Black-Litterman y sus Extensiones

3.1.1. Fundamentos del Modelo Black-Litterman

El modelo Black-Litterman (BL) [8] fue desarrollado en Goldman Sachs para superar deficiencias clave en la optimización clásica de media-varianza de Markowitz, notablemente su extrema sensibilidad a los retornos esperados y su incapacidad para incorporar el juicio del inversionista de manera sistemática. El problema fundamental que el modelo BL aborda es que la optimización de media-varianza clásica requiere estimaciones precisas de retornos esperados como inputs, pero estas estimaciones son notoriamente difíciles de obtener y pequeños errores en ellas producen ponderaciones de portafolio extremas e inestables.

La arquitectura bayesiana del modelo trata los retornos esperados como variables aleatorias en lugar de estimaciones puntuales, combinando un prior de equilibrio (retornos implícitos consistentes con ponderaciones de capitalización de mercado bajo CAPM) con views subjetivas o derivadas de datos del inversionista para producir retornos esperados posteriores. Este enfoque

bayesiano proporciona varios beneficios clave:

- **Estabilidad mejorada:** Al anclar las estimaciones de retorno en un equilibrio de mercado, el modelo produce portafolios más estables que son menos sensibles a errores de estimación.
- **Incorporación sistemática de views:** El marco bayesiano proporciona un mecanismo principiado para combinar creencias de mercado (el prior) con views específicas del inversionista (la likelihood), con ponderaciones determinadas por las incertidumbres relativas.
- **Cuantificación de incertidumbre:** El modelo reconoce explícitamente que tanto el prior como las views son inciertos, y esta incertidumbre se propaga consistentemente a través del marco bayesiano.
- **Interpretabilidad:** Las ponderaciones de portafolio resultantes admiten interpretación clara en términos de desviaciones del portafolio de equilibrio de mercado impulsadas por views específicas.

Formalmente, el modelo Black-Litterman especifica un prior gaussiano sobre retornos esperados μ centrado en retornos de equilibrio Π obtenidos mediante optimización inversa:

$$\Pi = \delta \Sigma \mathbf{w}_{\text{mkt}} \quad (1)$$

donde δ representa la aversión al riesgo del mercado, Σ es la matriz de covarianza de retornos, y \mathbf{w}_{mkt} son las ponderaciones de capitalización de mercado observadas. Este prior refleja la creencia de que el mercado en agregado representa un portafolio de media-varianza óptimo.

Las views del inversionista se expresan mediante una relación lineal:

$$\mathbf{P}\boldsymbol{\mu} = \mathbf{Q} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad \boldsymbol{\epsilon} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega}) \quad (2)$$

donde \mathbf{P} es una matriz que selecciona los activos sobre los cuales se expresan views, \mathbf{Q} contiene los valores esperados de las views, y $\boldsymbol{\Omega}$ cuantifica la incertidumbre de las views.

Aplicando la regla de Bayes, los retornos esperados posteriores son:

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{BL}} = [(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1} + \mathbf{P}^{\top}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\mathbf{P}]^{-1}[(\tau\boldsymbol{\Sigma})^{-1}\boldsymbol{\Pi} + \mathbf{P}^{\top}\boldsymbol{\Omega}^{-1}\mathbf{Q}] \quad (3)$$

Esta expresión revela que el posterior es un promedio ponderado por precisión del prior de equilibrio y las views del inversionista, con ponderaciones determinadas por sus incertidumbres relativas. Cuando las views son precisas ($\boldsymbol{\Omega}$ pequeña), el posterior se inclina hacia ellas; cuando el prior es preciso (τ pequeña), el equilibrio domina.

3.1.2. Refinamientos Metodológicos y Extensiones

Los refinamientos metodológicos subsecuentes ampliaron la aplicabilidad del modelo. He y Litterman [22] clarificaron la interpretación de los parámetros de incertidumbre τ y $\boldsymbol{\Omega}$, estableciendo que τ representa incertidumbre en los retornos de equilibrio (típicamente calibrado entre 0.01 y 0.05) mientras que $\boldsymbol{\Omega}$ refleja incertidumbre en las views del inversionista.

Satchell y Scowcroft [23] propusieron calibración empírica de incertidumbre de views basada en errores de pronóstico históricos, mientras que Idzorek [54] introdujo ajustes prácticos basados en confianza que permiten a los practicantes especificar niveles de confianza intuitivos

para sus views que luego se mapean a especificaciones apropiadas de Ω .

Meucci [24] extendió el marco BL para acomodar priors no gaussianos, reconociendo que los retornos de activos frecuentemente exhiben asimetría y exceso de curtosis que las distribuciones gaussianas no pueden capturar. Bertsimas et al. [65] reformularon el modelo como un problema de optimización inversa, proporcionando nueva interpretación y algoritmos computacionales. Chen y Lim [66] posteriormente propusieron un modelo BL bayesiano generalizado que permite priors flexibles y acomoda diversas estructuras de views.

Variantes dinámicas y vinculadas a volatilidad también han emergido. Beach y Orlov [25] integraron views derivadas de modelos EGARCH para capturar dinámicas de volatilidad, mientras que Harris et al. [67] desarrollaron modelos Black-Litterman variantes en el tiempo que actualizan continuamente priors y views conforme nueva información llega al mercado.

3.1.3. Aprendizaje Automático para Generación de Views

La investigación reciente ha recurrido al aprendizaje automático para generación sistemática y basada en datos de views, abordando la crítica tradicional de que las views subjetivas introducen sesgo e inconsistencia. Geyer y Lucivjanska [69] utilizaron regresiones predictivas para views sistemáticas basadas en variables macroeconómicas y características de activos. Karaa et al. [70] desarrollaron un esquema híbrido SVR-GARCH que combina Support Vector Regression con modelamiento de volatilidad.

Deng [74] incorporó modelos VAR/VECM-DCC para capturar dinámicas multivariadas y correlaciones condicionales dinámicas. Barua y Sharma [73] emplearon views predictivas basadas en CNN-BiLSTM que combinan redes convolucionales con redes LSTM bidireccionales para capturar tanto patrones espaciales como temporales en datos financieros.

Kolm y Ritter [26, 68] desarrollaron modelos BL basados en factores bayesianos que descomponen retornos en componentes sistemáticos y específicos de activos, permitiendo especificación de views más parsimoniosa y robusta.

3.1.4. Brechas en Modelamiento de Dependencias

A pesar de estos avances, el modelamiento de dependencias permanece subdesarrollado en la literatura Black-Litterman. Sahamkhadam et al. [71] introdujeron formulaciones BL basadas en cópulas que reemplazan la matriz de covarianza gaussiana con estructuras de dependencia más flexibles. Teplova et al. [72] extendieron esto a configuraciones de media-CVaR con restricciones de peso, combinando gestión de riesgo de cola con el marco bayesiano BL.

Sin embargo, la integración conjunta de marginales GARCH-EVT, cópulas vine, generación de views basada en aprendizaje profundo, y aprendizaje por refuerzo permanece inexplorada—una brecha que este estudio llena. Nuestro marco sintetiza estos hilos de investigación previamente separados en un sistema unificado que aprovecha sus fortalezas complementarias.

3.2. Teoría de Cópulas en Finanzas

3.2.1. Fundamentos Teóricos: Teorema de Sklar

La teoría de cópulas, formalizada por Sklar [13] y expandida por Nelsen [14], revolucionó el modelamiento de dependencias al habilitar el tratamiento separado de distribuciones marginales y estructuras conjuntas. El Teorema de Sklar establece que cualquier distribución multivariada F

puede descomponerse como:

$$F(x_1, \dots, x_N) = C(F_1(x_1), \dots, F_N(x_N)) \quad (4)$$

donde F_i son distribuciones marginales y $C : [0, 1]^N \rightarrow [0, 1]$ es una cópula que captura la estructura de dependencia.

Esta separación es particularmente valiosa para datos financieros donde las marginales frecuentemente exhiben colas pesadas, asimetría, y clustering de volatilidad (mejor modelados por GARCH-EVT) mientras que la estructura de dependencia puede exhibir patrones complejos (mejor capturados por cópulas flexibles) que difieren fundamentalmente de correlación gaussiana multivariada.

La flexibilidad esencial que las cópulas proporcionan es que permiten modelar marginales y dependencias independientemente, evitando el acoplamiento restrictivo impuesto por familias de distribución multivariada estándar donde la elección de marginal dicta la estructura de dependencia (como en la distribución gaussiana multivariada donde márgenes gaussianas implican dependencia gaussiana).

3.2.2. Evolución de Aplicaciones en Finanzas

Las aplicaciones iniciales fueron mayormente bivariadas. Embrechts et al. [28] expusieron las limitaciones de la agregación de riesgo basada en correlación, demostrando que activos con correlación cero pueden no obstante exhibir fuerte dependencia de cola—un fenómeno invisible para medidas de correlación lineal pero crucial para gestión de riesgo. Patton [29] desarrolló cópulas variantes en el tiempo para dependencias dinámicas, permitiendo que los parámetros de cópula

evolucione con el tiempo en respuesta a condiciones de mercado cambiantes.

Sin embargo, extender estos modelos a portafolios de alta dimensión enfrentó la “maldición de dimensionalidad”, ya que las cópulas multivariadas estándar (Gaussiana, Student-t, Arquimediana) imponen estructuras restrictivas. La cópula gaussiana, por ejemplo, impone dependencia de cola cero y simetría, claramente inapropiado para datos financieros. La cópula Student-t permite dependencia de cola simétrica pero impone la misma dependencia de cola para todos los pares de activos—un supuesto restrictivo para portafolios diversificados.

Las cópulas arquimedianas (Clayton, Gumbel, Frank) ofrecen mayor flexibilidad en dimensiones bajas pero su extensión multivariada impone estructuras de dependencia de intercambiabilidad que raramente se sostienen en la práctica: todos los pares deben exhibir la misma fuerza de dependencia, claramente irreal para portafolios que abarcan múltiples sectores y clases de activos.

3.2.3. Cópulas Vine: Superando la Maldición de Dimensionalidad

Las cópulas vine, introducidas por Joe [30] y formalizadas por Bedford y Cooke [31, 32], superaron este desafío mediante descomposición jerárquica. Una estructura de dependencia de n dimensiones se expresa como un producto de $n(n - 1)/2$ cópulas bivariadas condicionales organizadas dentro de una vine gráfica, habilitando que cada pair-copula adopte una familia mejor adecuada a su relación empírica.

La construcción de vine descompone la densidad multivariada en un producto de densidades marginales y densidades de pair-copulas condicionales:

$$f(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f_i(x_i) \cdot \prod_{j=1}^{N-1} \prod_{e \in E_j} c_{e|D_e}(F(x_e|x_{D_e})) \quad (5)$$

donde E_j denota el conjunto de aristas en el árbol j , D_e es el conjunto de condicionamiento para la arista e , y $c_{e|D_e}$ es una densidad de cópula bivariada.

Esta descomposición ofrece flexibilidad tremenda: cada una de las 351 pair-copulas (para $N = 27$ activos) puede ser seleccionada independientemente de un conjunto rico de familias (Gaussiana, Student-t, Clayton, Gumbel, Frank, Joe, y sus rotaciones) basado en cuál ajusta mejor los datos para ese par específico, condicionado en un conjunto particular de otros activos.

Aas et al. [15] y Dissmann et al. [16] llevaron este marco a finanzas, ofreciendo algoritmos para selección de estructura y estimación de parámetros. El algoritmo de Dissmann construye secuencialmente una R-vine comenzando con un árbol de expansión máxima basado en dependencias absolutas pairwise (medidas por tau de Kendall), luego construyendo árboles subsecuentes basados en dependencias condicionales.

3.2.4. Aplicaciones en Optimización de Portafolios

Las cópulas vine desde entonces han probado ser efectivas en optimización de portafolios [33, 34], particularmente para portafolios restringidos por CVaR donde la captura precisa de dependencias de cola es esencial. Low et al. [33] demostraron que las cópulas vine canónicas mejoran significativamente estimaciones de CVaR fuera de muestra comparadas con cópulas gaussianas o Student-t, llevando a portafolios con mejor desempeño ajustado por riesgo.

No obstante, la mayoría de los estudios emplean cópulas como herramientas independientes, divorciadas de marcos basados en equilibrio o mecanismos de aprendizaje adaptativos. Esta separación limita su efectividad potencial: las cópulas capturan estructura de dependencia pero no proporcionan guía sobre retornos esperados; el equilibrio de Black-Litterman proporciona retornos esperados pero típicamente asume dependencia gaussiana.

Nuestro marco cierra esta brecha al incrustar cópulas R-vine dentro de una estructura Black-Litterman-refuerzo, habilitando modelamiento conjunto coherente de dependencias no lineales, views de equilibrio, y ajustes tácticos. Crucialmente, derivamos la matriz de covarianza Black-Litterman Σ de simulaciones de cópula R-vine en lugar de covarianza muestral histórica, asegurando que los retornos de equilibrio reflejen la estructura de dependencia no lineal verdadera capturada por el modelo de cópula.

3.3. Modelos GARCH y Teoría de Valores Extremos

3.3.1. Hechos Estilizados: Clustering de Volatilidad y Colas Pesadas

Los retornos financieros exhiben dos hechos estilizados robustos que violan los supuestos de modelos clásicos: clustering de volatilidad (heterocedasticidad condicional) y colas pesadas (exceso de curtosis). El clustering de volatilidad se refiere al fenómeno bien documentado de que períodos de alta volatilidad tienden a ser seguidos por alta volatilidad, y períodos de baja volatilidad por baja volatilidad—la volatilidad exhibe persistencia o “memoria”.

Las colas pesadas se refieren a la observación de que eventos extremos (retornos mayores que 3-4 desviaciones estándar) ocurren con mucha mayor frecuencia que lo predicho por distribuciones gaussianas. Esta curtosis excesiva no es meramente un tecnicismo estadístico—representa riesgo real: la probabilidad de crashes del mercado, defaults correlacionados, o shocks de liquidez es substancialmente mayor de lo que los modelos gaussianos predicen.

3.3.2. Modelos GARCH para Volatilidad Condicional

Los modelos GARCH [10, 11] capturan efectivamente heterocedasticidad condicional al modelar la varianza de retorno como un proceso estocástico que depende de retornos pasados y volatilidades pasadas. El modelo GARCH(1,1) parsimonioso, a pesar de su simplicidad, se desempeña competitivamente a través de activos [78], capturando el fenómeno de clustering observado empíricamente.

La especificación GARCH(1,1) modela la varianza condicional como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\sigma_{t-1}^2\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \quad (6)$$

donde $\omega > 0$ es una constante, $\alpha \geq 0$ captura el efecto ARCH (dependencia de la volatilidad en shocks recientes), $\beta \geq 0$ captura el efecto GARCH (dependencia de la volatilidad en volatilidad pasada), y la restricción de estacionariedad $\alpha + \beta < 1$ asegura que shocks de volatilidad eventualmente decaen.

Empíricamente, activos financieros típicamente exhiben alta persistencia ($\alpha + \beta \approx 0,99$), implicando que shocks de volatilidad decaen muy lentamente—una característica que nuestros resultados empíricos confirman. Esta persistencia tiene implicaciones importantes para gestión de portafolios: cuando la volatilidad aumenta (como al inicio de una crisis), tiende a permanecer elevada por períodos extendidos, y posiciones de portafolio deben ajustarse consecuentemente.

Para capturar colas pesadas incondicionales más allá de la capacidad gaussiana, especificamos innovaciones Student-t con grados de libertad ν estimados de datos. Esto acomoda curtosis excesiva pero impone simetría de cola—pérdidas y ganancias extremas son igualmente proba-

bles—un supuesto frecuentemente violado en datos financieros donde pérdidas extremas tienden a ser más frecuentes que ganancias extremas.

3.3.3. Teoría de Valores Extremos para Refinamiento de Colas

Si bien las innovaciones Student-t acomodan colas pesadas, imponen comportamiento de cola simétrico y aún pueden subestimar probabilidades de eventos genuinamente extremos (por ejemplo, movimientos de 5-sigma). Por lo tanto, aplicamos Teoría de Valores Extremos (EVT) a los residuos GARCH estandarizados para estimación refinada de cuantiles extremos.

La metodología Peaks Over Threshold (POT) modela excedencias más allá de un umbral alto u utilizando la Distribución Generalizada de Pareto (GPD):

$$G(y; \xi, \beta) = 1 - \left(1 + \xi \frac{y - u}{\beta}\right)^{-1/\xi} \quad (7)$$

donde ξ es el parámetro de forma (índice de cola) y β es el parámetro de escala. El parámetro de forma ξ determina el comportamiento de cola: $\xi > 0$ implica colas tipo Fréchet con varianza infinita para la distribución de cola—extremo pero no implausible para activos financieros.

El híbrido GARCH-EVT propuesto por McNeil y Frey [12] reconcilia elegantemente estas dinámicas. La primera etapa filtra retornos a través de GARCH para obtener residuos estandarizados; la segunda aplica el método POT para modelar excedencias de cola usando la Distribución Generalizada de Pareto. Evidencia empírica confirma que este enfoque de dos pasos mejora la precisión de VaR y CVaR [37, 38], informando aplicaciones en optimización de portafolios [39], pricing de derivados [40], y evaluación de riesgo sistémico [41].

La distribución marginal semi-paramétrica completa F_i empalma el cuerpo Student-t GARCH

con colas GPD:

$$F_i(x) = \begin{cases} P(u) \cdot G_{\text{GPD}}(x; \xi_i, \beta_i), & \text{si } x < -u, \\ F_{t_{v_i}}(x), & \text{si } -u \leq x \leq u, \\ 1 - P(u) \cdot [1 - G_{\text{GPD}}(x; \xi_i, \beta_i)], & \text{si } x > u, \end{cases} \quad (8)$$

Esta construcción combina lo mejor de ambos mundos: el modelo GARCH captura clustering de volatilidad en el cuerpo de la distribución, mientras que EVT proporciona estimación robusta y teóricamente fundamentada de cuantiles extremos en las colas. Juntos, producen distribuciones marginales completas que son tanto econométricamente rigurosas como empíricamente precisas.

3.3.4. Integración en Configuraciones Multivariadas

Sin embargo, la integración del modelamiento GARCH-EVT en configuraciones multivariadas permanece limitada. Muchos estudios imponen estructuras de dependencia simplificadas o se enfocan en casos de baja dimensión. Nuestro enfoque aborda esto al acoplar marginales GARCH-EVT con una cópula R-vine, produciendo un modelo unificado de alta dimensión que captura tanto comportamiento de cola marginal como dependencias inter-activo complejas.

Esta integración es técnicamente no trivial: requiere (1) ajustar modelos GARCH-EVT para cada activo individualmente, (2) transformar retornos filtrados en pseudo-observaciones uniformes mediante la transformación integral de probabilidad, (3) ajustar una estructura de cópula R-vine a estas pseudo-observaciones, (4) seleccionar familias de pair-copula óptimas para cada una de las 351 aristas, y (5) validar que todo el pipeline produzca distribuciones conjuntas bien calibradas

que pasen pruebas rigurosas fuera de muestra.

3.4. Aprendizaje por Refuerzo para Gestión de Portafolios

3.4.1. Gestión de Portafolios como Decisión Secuencial

La gestión de portafolios es inherentemente un proceso de decisión secuencial—un dominio ideal para Aprendizaje por Refuerzo (RL). A diferencia de métodos supervisados que dependen de resultados etiquetados, los agentes RL aprenden políticas de asignación óptimas mediante interacción con el entorno de mercado, balanceando exploración (probar nuevas estrategias) y explotación (utilizar conocimiento actual) para maximizar recompensas acumulativas.

El problema de asignación de portafolio encaja naturalmente en el marco RL: el estado incluye condiciones de mercado actuales (precios de activos, volatilidades, posiciones actuales), la acción es el vector de ponderaciones de portafolio, la recompensa es el retorno del portafolio ajustado por riesgo menos costos de transacción, y las transiciones de estado son determinadas por dinámicas de mercado estocásticas.

3.4.2. Evolución del RL Profundo en Finanzas

Trabajo temprano de Moody y Saffell [42, 21] aplicó RL recurrente a trading de divisas, demostrando rentabilidad y viabilidad conceptual. Sin embargo, estas primeras aplicaciones se limitaron a problemas de baja dimensión con representaciones de estado simples.

El advenimiento del RL profundo—pionero por el Deep Q-Network (DQN) de Mnih et al. [43]—habilitó aproximación de función de alta dimensión para espacios de estado complejos. El DQN demostró que redes neuronales profundas podían aproximar efectivamente funciones de

valor en espacios de estado de alta dimensión, abriendo la puerta a aplicaciones financieras más sofisticadas.

Las aplicaciones financieras subsecuentes incluyen híbridos CNN-gradiente de política [44] que combinan extracción de características convolucionales con métodos de gradiente de política, portafolios de criptomonedas basados en LSTM [45] que aprenden de datos de mercado de alta frecuencia, y sistemas de trading de acciones adaptativos [46] que ajustan dinámicamente estrategias a regímenes de mercado.

3.4.3. Algoritmos de Gradiente de Política para Ponderaciones Continuas

Para ponderaciones de portafolio continuas (donde las acciones son vectores de peso reales en lugar de decisiones discretas de comprar/vender/mantener), los algoritmos de gradiente de política tales como la Optimización de Política Proximal (PPO) [20] ofrecen aprendizaje estable y eficiente en muestras.

PPO aborda limitaciones de métodos anteriores de gradiente de política (como REINFORCE) que sufrían de alta varianza en estimaciones de gradiente, llevando a inestabilidad en el entrenamiento. PPO introduce un objetivo recortado que limita cuánto puede cambiar la política en cada actualización, asegurando que el aprendizaje permanezca estable mientras se hacen mejoras monotónicas.

En contextos sensibles al riesgo, PPO supera alternativas como DDPG [48] (que puede ser inestable) y SAC [49] (que requiere tuning cuidadoso del coeficiente de temperatura de entropía). La estabilidad de PPO es particularmente valiosa en aplicaciones financieras donde inestabilidad en entrenamiento puede llevar a políticas que exhiben comportamiento extremo durante escenarios raros de mercado.

3.4.4. Limitaciones de Modelos RL de Portafolio Existentes

A pesar del progreso rápido, la mayoría de los modelos de portafolio basados en RL sobresimplifican estados de mercado—descuidando dinámicas de volatilidad, riesgo de cola, y dependencias multivariadas—y operan independientemente de teoría de equilibrio financiero. Representaciones de estado típicamente incluyen solo retornos recientes y posiciones actuales, omitiendo volatilidad condicional, estimaciones de riesgo de cola, o estructura de dependencia entre activos.

Esta sobresimplificación significa que el agente RL no puede distinguir entre períodos de baja volatilidad (cuando posiciones más agresivas pueden ser apropiadas) y alta volatilidad (cuando prudencia es garantizada). Similarmente, sin modelamiento explícito de dependencias de cola, el agente no puede reconocer cuando riesgo de contagio es elevado y diversificación es ilusoria.

Adicionalmente, la mayoría de los enfoques RL ignoran la teoría de equilibrio financiero completamente, tratando la asignación de portafolio como un problema de optimización de caja negra. Esto pierde el prior informativo que el equilibrio de mercado proporciona: en ausencia de views fuertes, la capitalización de mercado proporciona una baseline sensible que ha sido validada por el mercado agregado.

3.5. Síntesis: Oportunidad para Integración

Nuestro marco cierra esta división metodológica al integrar rebalanceo táctico basado en PPO dentro de una arquitectura Black-Litterman mejorada por GARCH-EVT y cópulas R-vine, así unificando razonamiento de equilibrio basado en modelos con control adaptativo libre de modelos.

Esta integración aborda cada una de las limitaciones identificadas:

- **Dependencias no lineales:** Las cópulas R-vine capturan dependencias asimétricas y de cola

que la correlación lineal omite.

- **Dinámicas de volatilidad:** El modelamiento GARCH proporciona pronósticos de volatilidad condicional que informan ajustes de exposición al riesgo.
- **Riesgos de cola:** EVT proporciona estimación robusta de cuantiles extremos crucial para CVaR y evaluación de drawdown.
- **Views basadas en datos:** Los ensambles de aprendizaje profundo reemplazan juicio subjetivo con pronósticos estadísticamente fundamentados.
- **Adaptación dinámica:** El aprendizaje por refuerzo habilita ajustes tácticos responsivos a condiciones de mercado evolutivas.
- **Anclaje de equilibrio:** El prior Black-Litterman previene concentraciones extremas y proporciona estabilidad.

Al mejor de nuestro conocimiento, ningún estudio previo ha unificado estos componentes dentro de un marco coherente para optimización de portafolios. Esta tesis demuestra que tal integración produce mejoras substanciales en desempeño ajustado por riesgo, protección a la baja, y resiliencia en crisis—beneficios que emergen de sinergias entre componentes en lugar de meramente sus contribuciones aditivas.

4. Metodología

4.1. Visión General del Marco Propuesto

Nuestro marco propuesto integra cinco módulos metodológicamente distintos pero sinérgicamente interactuantes en un pipeline unificado para optimización adaptativa de portafolios. La Figura 1 proporciona una ilustración esquemática de la arquitectura completa y flujo de información. Cada módulo aborda un desafío específico en gestión de portafolios, y su integración produce desempeño superior a cualquier subconjunto en aislamiento, como demostramos empíricamente en la Sección 6.

Módulo 1: Modelamiento Marginal GARCH-EVT. Para cada activo $i \in \{1, \dots, N = 27\}$, estimamos modelos GARCH(1,1) con innovaciones Student-t para capturar volatilidad condicional variable en el tiempo y acomodar distribuciones incondicionales con colas pesadas. Luego aplicamos Teoría de Valores Extremos mediante el método Peaks Over Threshold a los residuos GARCH estandarizados, ajustando Distribuciones Generalizadas de Pareto a ambas colas. Este enfoque de dos etapas produce funciones de distribución marginal completas $\hat{F}_i(\cdot)$ que representan con precisión tanto dinámicas centrales como comportamiento de cola extrema—inputs esenciales para modelamiento de cópula subsecuente y cálculo de riesgo.

Módulo 2: Construcción de Cópula R-Vine. Aplicar la transformación integral de probabilidad a retornos filtrados GARCH-EVT produce pseudo-observaciones uniformes $u_{i,t} = \hat{F}_i(r_{i,t})$. Ajustamos una cópula R-vine a estas pseudo-observaciones usando el algoritmo secuencial de Dissmann et al. [16], el cual construye una estructura de dependencia jerárquica a través de 26 árboles anidados conteniendo 351 pair-copulas. Cada pair-copula se selecciona de un conjunto rico

de familias (Gaussiana, Student-t, Clayton, Gumbel, Frank, Joe, y rotaciones) mediante el Criterio de Información Bayesiano, habilitando captura flexible de dependencias heterogéneas incluyendo patrones de dependencia de cola asimétricos. La cópula ajustada facilita la generación de 10,000 escenarios conjuntos preservando la estructura de dependencia no lineal completa para optimización de portafolio basada en CVaR subsecuente.

Módulo 3: Generación de Views mediante Aprendizaje Profundo. Construimos un ensemble comprendiendo tres arquitecturas complementarias: redes de Memoria de Corto y Largo Plazo LSTM (capturando dependencias temporales en secuencias de retorno), codificadores Transformer (explotando auto-atención para patrones cross-asset), y gradient boosting XGBoost (proporcionando flexibilidad no paramétrica)—cada uno entrenado para pronosticar retornos a 1 mes usando 12 meses de datos históricos más indicadores macroeconómicos. Las predicciones del ensemble, formadas mediante ponderación igual de outputs de modelos individuales, constituyen views absolutas sobre retornos esperados. Críticamente, cuantificamos incertidumbre de predicción mediante validación cruzada, produciendo una matriz de covarianza Σ_{pred} que pondera apropiadamente estas views en la actualización bayesiana subsecuente.

Módulo 4: Optimización Bayesiana Black-Litterman. Comenzamos computando retornos de equilibrio implícitos $\Pi = \delta \Sigma \mathbf{w}_{\text{mkt}}$ mediante optimización inversa, donde la matriz de covarianza Σ se deriva de simulaciones de cópula R-vine en lugar de covarianza muestral histórica, incorporando así estructuras de dependencia no lineales. Las views de aprendizaje profundo, acopladas con su cuantificación de incertidumbre, se integran mediante regla de Bayes para producir retornos esperados posteriores μ_{BL} . Resolvemos dos variantes de optimización de portafolio: media-varianza utilizando programación cuadrática, y minimización de CVaR empleando la distribución de escenarios simulados de cópula. Ambas producen ponderaciones de portafolio estra-

tégicas que mezclan equilibrio de mercado con predicciones derivadas de datos bajo supuestos de dependencia realistas.

Módulo 5: Asignación Táctica mediante Aprendizaje por Refuerzo. Las ponderaciones estratégicas Black-Litterman sirven como fundación sobre la cual un agente de Optimización de Política Proximal (PPO) aprende ajustes tácticos dependientes del contexto. El agente observa un vector de estado de 383 dimensiones (retornos históricos, posiciones actuales, priors Black-Litterman, indicadores macroeconómicos) y produce ponderaciones de portafolio de 27 dimensiones mediante una red neuronal de política con activación softmax asegurando restricciones de simplex de probabilidad válidas. La función de recompensa balancea explícitamente retornos realizados contra volatilidad, exposición a CVaR, y costos de transacción, incentivando al agente a hacer desviaciones tácticas juiciosas de ponderaciones estratégicas solo cuando condiciones de mercado lo garantizan. Reentrenamiento mensual en ventanas rodantes habilita adaptación continua a cambios de régimen.

El pipeline completo opera en un ciclo de rebalanceo mensual dentro de un marco de validación walk-forward que evalúa rigurosamente desempeño fuera de muestra mientras evita sesgo de look-ahead. Este diseño asegura que todos los resultados reportados en la Sección 6 reflejen habilidad genuina de pronóstico en lugar de overfitting dentro de muestra.

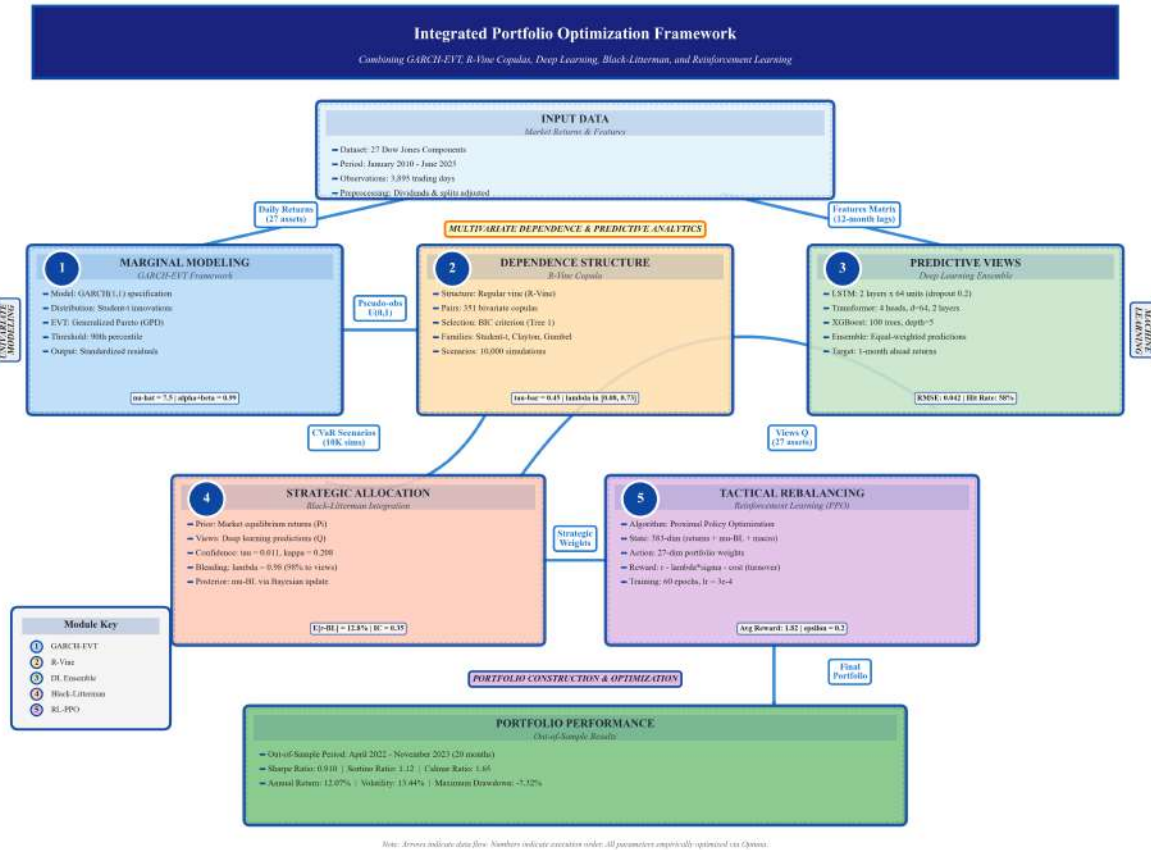


Figura 1: Arquitectura del marco híbrido propuesto para optimización adaptativa de portafolios. El sistema integra cinco módulos sinérgicos: **Módulo 1** (GARCH-EVT) modela distribuciones marginales capturando clustering de volatilidad y extremos de cola. **Módulo 2** (Cópulas R-Vine) construye dependencia jerárquica mediante 351 pair-copulas, generando 10,000 escenarios. **Módulo 3** (Aprendizaje Profundo) emplea ensamble LSTM, Transformer, y XGBoost para pronósticos de retorno derivados de datos. **Módulo 4** (Black-Litterman) combina equilibrio con views mediante regla de Bayes para ponderaciones estratégicas. **Módulo 5** (PPO-RL) aprende ajustes tácticos adaptándose a condiciones de mercado. Rebalanceo mensual con validación walk-forward asegura evaluación genuina fuera de muestra.

4.2. Módulo 1: Modelos Marginales GARCH-EVT

4.2.1. Motivación y Contexto Teórico

El modelamiento preciso de distribuciones marginales de retorno de activos individuales constituye el primer paso crítico en nuestro framework. Los retornos financieros exhiben dos he-

chos estilizados robustos que violan supuestos de modelos clásicos: clustering de volatilidad (heterocedasticidad condicional) donde períodos de alta volatilidad tienden a agruparse, y colas pesadas (exceso de curtosis) donde eventos extremos ocurren con mayor frecuencia que lo predicho por distribuciones gaussianas.

El clustering de volatilidad implica que la varianza de retornos no es constante en el tiempo sino que depende de shocks pasados y volatilidad pasada. Este fenómeno es económicamente sensible: durante crisis financieras, la volatilidad tiende a aumentar abruptamente y permanecer elevada por períodos extendidos, mientras que durante períodos de calma la volatilidad decae gradualmente. Modelos que asumen varianza constante (homocedasticidad) fallan sistemáticamente en capturar esta dinámica temporal.

Las colas pesadas se refieren a la observación empírica de que eventos extremos—retornos mayores que 3-4 desviaciones estándar—ocurren con probabilidad substancialmente mayor que bajo normalidad gaussiana. Para gestión de portafolios, esta diferencia es crucial: subestimar probabilidades de cola lleva a medidas de riesgo inadecuadas (VaR, CVaR) y consecuente exposición excesiva a eventos de pérdida extrema.

4.2.2. Especificación del Modelo GARCH(1,1)

Para cada activo i , sea $r_{i,t}$ el log-retorno en el tiempo t . Modelamos las dinámicas de retorno como:

$$r_{i,t} = \mu_i + \sigma_{i,t}\varepsilon_{i,t}, \quad (9)$$

donde μ_i es la media incondicional (drift de largo plazo), $\sigma_{i,t}$ es la volatilidad condicional (desviación estándar de retorno condicionada en información pasada), y $\varepsilon_{i,t}$ son residuos estandarizados.

La volatilidad condicional evoluciona según un proceso GARCH(1,1):

$$\sigma_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_i \sigma_{i,t-1}^2 \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i \sigma_{i,t-1}^2, \quad (10)$$

sujeto a restricciones de positividad y estacionariedad: $\omega_i > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_i \geq 0$, y $\alpha_i + \beta_i < 1$.

Interpretación Económica de Parámetros:

- ω_i (**constante**): Representa el componente de volatilidad de largo plazo no explicado por shocks o persistencia. Valores mayores implican nivel base de volatilidad más alto.
- α_i (**efecto ARCH**): Gobierna sensibilidad a shocks recientes. Un α_i alto significa que sorpresas de retorno recientes (noticias) impactan fuertemente la volatilidad del próximo período. Típicamente $\alpha_i \in [0,05, 0,15]$ para acciones.
- β_i (**efecto GARCH**): Controla persistencia de volatilidad. Un β_i alto significa que volatilidad pasada predice fuertemente volatilidad futura, independiente de shocks recientes. Típicamente $\beta_i \in [0,80, 0,95]$ para acciones.
- $\alpha_i + \beta_i$ (**persistencia total**): Determina cuán rápidamente shocks de volatilidad decaen. Valores cercanos a 1 (típicamente 0.98-0.99 para activos financieros) implican que shocks de volatilidad decaen muy lentamente—volatilidad exhibe memoria de largo plazo.

Empíricamente, activos financieros típicamente exhiben alta persistencia ($\alpha_i + \beta_i \approx 0,99$), implicando que shocks de volatilidad decaen lentamente—un hecho estilizado que nuestra especificación acomoda. Esta persistencia tiene implicaciones profundas para gestión de riesgo: cuando volatilidad aumenta (como al inicio de crisis), tiende a permanecer elevada por períodos extendidos, y ajustes de portafolio deben anticipar esta persistencia.

4.2.3. Innovaciones Student-t para Colas Pesadas

Para capturar colas pesadas incondicionales más allá de la capacidad gaussiana, especificamos innovaciones Student-t:

$$\varepsilon_{i,t} \sim t_{\nu_i}, \quad (11)$$

donde ν_i denota grados de libertad específicos del activo estimados de datos.

La distribución Student-t con ν_i grados de libertad proporciona flexibilidad crucial: cuando $\nu_i \rightarrow \infty$, converge a gaussiana; cuando ν_i es pequeño (típicamente 3-8 para activos financieros), genera colas substancialmente más pesadas. La estimación de ν_i de datos permite que cada activo exhiba su propio nivel de curtosis excesiva, acomodando heterogeneidad cross-sectional en comportamiento de cola.

El vector de parámetros $\theta_i = (\mu_i, \omega_i, \alpha_i, \beta_i, \nu_i)$ se estima mediante máxima verosimilitud:

$$\hat{\theta}_i = \arg \max_{\theta_i} \sum_{t=1}^T \log f(\varepsilon_{i,t} | \theta_i, \mathcal{F}_{t-1}), \quad (12)$$

donde $f(\cdot; \nu_i)$ denota la densidad Student-t con ν_i grados de libertad y \mathcal{F}_{t-1} representa el conjunto de información (retornos pasados) en el tiempo $t - 1$.

Procedimiento de Estimación: La estimación MLE se implementa usando optimización numérica (L-BFGS-B) con múltiples puntos iniciales para evitar mínimos locales. Valores iniciales se establecen basados en momentos muestrales: $\hat{\mu}_i$ como media muestral, $\hat{\omega}_i$ como $(1 - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i)\hat{\sigma}^2$ donde $\hat{\sigma}^2$ es varianza muestral, y $(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i)$ inicializados en (0.05, 0.90). Los grados de libertad ν_i se inicializan en 6 y se optimizan conjuntamente.

4.2.4. Validación de Especificación Mediante Diagnósticos

La adecuación de la especificación se verifica mediante pruebas diagnósticas rigurosas:

(1) Pruebas Ljung-Box sobre residuos estandarizados: Aplicadas a $\hat{\varepsilon}_{i,t}$ para confirmar ausencia de autocorrelación remanente. La hipótesis nula es que los residuos son independientes en el tiempo (ruido blanco). Si el modelo GARCH capturó correctamente toda la dependencia temporal en retornos, los residuos estandarizados deben ser independientes. Todos los activos en nuestra aplicación empírica pasan estas pruebas al nivel de significancia del 5 % (valores-p promedio 0.41), confirmando que la especificación GARCH(1,1) es adecuada.

(2) Pruebas ARCH-LM de Engle: Verifican que heterocedasticidad condicional ha sido completamente capturada. La prueba detecta efectos ARCH remanentes en residuos al cuadrado. Si el modelo GARCH especificado es adecuado, no debe haber estructura ARCH remanente. Todos los activos producen valores-p superiores a 0.05, confirmando captura completa de dinámicas de volatilidad.

(3) Pruebas de Jarque-Bera: Evalúan conformidad con la distribución Student-t asumida al probar asimetría y curtosis de residuos estandarizados contra valores teóricos Student-t. Si bien no podemos esperar ajuste perfecto (datos financieros reales exhiben heterogeneidad), conformidad razonable valida la elección de innovaciones Student-t sobre alternativas gaussianas.

4.2.5. Teoría de Valores Extremos para Refinamiento de Colas

Si bien las innovaciones Student-t acomodan colas pesadas, imponen comportamiento de cola simétrico (pérdidas y ganancias extremas igualmente probables) y aún pueden subestimar probabilidades de eventos genuinamente extremos (por ejemplo, movimientos de 5-sigma). Por lo

tanto, aplicamos Teoría de Valores Extremos (EVT) a los residuos GARCH estandarizados $\hat{\varepsilon}_{i,t} = r_{i,t}/\hat{\sigma}_{i,t}$ para estimación refinada de cuantiles extremos.

Metodología Peaks Over Threshold (POT): Empleando la metodología POT, modelamos excedencias más allá de un umbral alto u usando la Distribución Generalizada de Pareto (GPD):

$$g(y; \xi_i, \beta_i) = \frac{1}{\beta_i} \left(1 + \xi_i \frac{y - u}{\beta_i} \right)^{-1/\xi_i - 1}, \quad (13)$$

donde ξ_i denota el parámetro de forma (índice de cola) y β_i el parámetro de escala.

Interpretación del Parámetro de Forma ξ_i :

- $\xi_i > 0$ (**colas tipo Fréchet**): Implican colas extremadamente pesadas con varianza potencialmente infinita. Valores típicos para activos financieros: $\xi_i \in [0, 1, 0, 4]$.
- $\xi_i = 0$ (**colas tipo Gumbel**): Implican colas exponenciales, más ligeras que Fréchet pero más pesadas que gaussianas.
- $\xi_i < 0$ (**colas tipo Weibull**): Implican colas ligeras con soporte finito—raro en finanzas.

Estimamos (ξ_i, β_i) mediante máxima verosimilitud aplicada a excedencias. El umbral u se establece en el percentil 90 de $|\hat{\varepsilon}_{i,t}|$, proporcionando 200-400 excedencias por activo—suficiente para estimación GPD estable mientras se mantiene el umbral suficientemente alto para capturar verdadero comportamiento de cola extrema.

Selección de Umbral: La elección del umbral u representa un trade-off fundamental en EVT. Umbrales muy bajos incluyen demasiadas observaciones que no son genuinamente extremas, llevando a sesgo en estimaciones GPD. Umbrales muy altos producen pocas excedencias, llevando

a varianza alta en estimaciones de parámetros. La literatura recomienda umbrales que produzcan 100-500 excedencias; nuestro percentil 90 (200-400 excedencias) cae en este rango óptimo.

4.2.6. Distribución Marginal Semi-Paramétrica Completa

La distribución marginal semi-paramétrica completa F_i empalma el cuerpo Student-t GARCH con colas GPD:

$$F_i(x) = \begin{cases} P(u) \cdot G_{\text{GPD}}(x; \xi_i, \beta_i), & \text{si } x < -u, \\ F_{t_{\nu_i}}(x), & \text{si } -u \leq x \leq u, \\ 1 - P(u) \cdot [1 - G_{\text{GPD}}(x; \xi_i, \beta_i)], & \text{si } x > u, \end{cases} \quad (14)$$

donde $P(u) = \mathbb{P}(|\hat{\varepsilon}_{i,t}| > u)$ es la probabilidad de excedencia empírica y G_{GPD} denota la CDF de la GPD.

Procedimiento de Empalme (Splicing): El empalme en los umbrales $\pm u$ asegura continuidad de la distribución completa. El cuerpo central ($-u \leq x \leq u$) se modela mediante la Student-t ajustada de GARCH, capturando comportamiento típico. Las colas extremas ($x < -u$ o $x > u$) se modelan mediante GPD, proporcionando estimación robusta de cuantiles extremos (99 %, 99.5 %, 99.9 %) críticos para VaR y CVaR.

Esta construcción combina lo mejor de ambos mundos: el modelo GARCH captura clustering de volatilidad en el cuerpo de la distribución proporcionando pronósticos de volatilidad condicional precisos, mientras que EVT proporciona estimación robusta y teóricamente fundamentada de cuantiles extremos en las colas basada en teoría asintótica de extremos. Juntos, producen distribuciones marginales completas que son tanto económicamente rigurosas como empíricamente

precisas.

4.3. Módulo 2: Construcción de Cópula R-Vine

4.3.1. Fundamentos de Cópulas: Teorema de Sklar

Por el Teorema de Sklar [13], cualquier distribución multivariada F puede descomponerse como:

$$F(x_1, \dots, x_N) = C(F_1(x_1), \dots, F_N(x_N)) \quad (15)$$

donde F_i son distribuciones marginales y $C : [0, 1]^N \rightarrow [0, 1]$ es una cópula que captura la estructura de dependencia.

Esta separación permite modelar márgenes (mediante GARCH-EVT) y dependencia (mediante cópula) independientemente, proporcionando flexibilidad tremenda. Para datos financieros donde marginales exhiben colas pesadas, asimetría, y clustering de volatilidad (mejor modelados por GARCH-EVT) mientras que la estructura de dependencia exhibe patrones complejos (mejor capturados por cópulas flexibles), esta separación es esencial.

Ventaja sobre Modelos Multivariados Estándar: Las distribuciones multivariadas estándar (gaussiana multivariada, Student-t multivariada) acoplan marginales y dependencia: si las marginales son gaussianas, la dependencia debe ser gaussiana. Las cópulas rompen este acoplamiento: podemos tener marginales GARCH-EVT (no gaussianas, con colas pesadas asimétricas) combinadas con cualquier estructura de dependencia de cópula.

4.3.2. Descomposición de Cópula Vine

Para $N = 27$ activos, una cópula multivariada general tiene flexibilidad limitada. Las cópulas R-vine abordan esto al descomponer la cópula de N dimensiones en $N(N - 1)/2 = 351$ cópulas bivariadas organizadas en una estructura jerárquica.

La descomposición sigue de condicionamiento iterativo. La densidad conjunta se factoriza como:

$$f(x_1, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f_i(x_i) \cdot \prod_{j=1}^{N-1} \prod_{e \in E_j} c_{e|D_e}(F(x_e|x_{D_e})) \quad (16)$$

donde E_j denota el conjunto de aristas en el árbol j , D_e es el conjunto de condicionamiento para la arista e , y $c_{e|D_e}$ es una densidad de cópula bivariada.

Estructura Jerárquica de Árboles: Una R-vine se caracteriza por:

- **Árboles anidados:** Una secuencia de $N - 1 = 26$ árboles anidados T_1, \dots, T_{26} . Cada árbol T_j contiene $N - j$ nodos y $N - j$ aristas.
- **Estructura de aristas:** En el árbol T_j , cada arista conecta dos variables condicionalmente sobre un conjunto de condicionamiento común de $j - 1$ variables. Por ejemplo, en T_1 las aristas conectan pares incondicionales; en T_2 las aristas conectan pares condicionados en una variable; en T_3 condicionados en dos variables, etc.
- **Condición de proximidad:** Una arista en T_{j+1} solo puede conectar nodos que comparten una arista común en T_j . Esta restricción asegura que las distribuciones condicionales requeridas pueden computarse secuencialmente.

Ventaja sobre Cópulas Multivariadas Simples: Mientras que una cópula gaussiana o Student-t multivariada impone un patrón de dependencia único (todas las dependencias pairwise

siguen la misma familia), una R-vine permite que cada una de las 351 pair-copulas sea seleccionada independientemente de familias diferentes. Por ejemplo, el par AAPL-MSFT puede exhibir fuerte dependencia de cola superior (modelado con Gumbel), mientras que JPM-AXP exhibe fuerte dependencia de cola inferior (modelado con Clayton), y JNJ-KO exhibe dependencia simétrica moderada (modelado con Gaussiana).

4.3.3. Selección de Estructura R-Vine

Seguimos el algoritmo secuencial de Dissmann et al. [16]:

Paso 1 - Construcción del Árbol 1: Primero, se computa la tau de Kendall empírica pairwise para todos los pares de activos:

$$\hat{\tau}_{ij} = \frac{2}{T(T-1)} \sum_{s < t} \text{sign}[(u_{i,s} - u_{i,t})(u_{j,s} - u_{j,t})] \quad (17)$$

donde $u_{i,t}$ son pseudo-observaciones uniformes. Se construye un árbol de expansión máxima usando valores tau absolutos, colocando las dependencias más fuertes en el primer árbol. Esto asegura que las relaciones pairwise incondicionales más fuertes se modelen primero y más cuidadosamente.

Paso 2 - Árboles Subsecuentes: Para árboles subsecuentes, se calcula tau de Kendall condicional para aristas en el árbol precedente:

$$\hat{\tau}_{ij|D} = \text{kendall}(F(u_i|u_D), F(u_j|u_D)) \quad (18)$$

y se construye el árbol de expansión máxima basado en estas dependencias condicionales. Este

procedimiento se itera hasta que todos los $N - 1 = 26$ árboles han sido construidos.

Selección de Familia de Pair-Copula: Cada arista se asigna entonces la cópula bivariada que mejor ajusta de un conjunto candidato—incluyendo Gaussiana, Student-t, Clayton, Gumbel, Frank, Joe, y sus rotaciones—seleccionada mediante el Criterio de Información Bayesiano (BIC):

$$\text{BIC} = -2 \log \mathcal{L} + k \log T \quad (19)$$

donde \mathcal{L} es la verosimilitud maximizada, k es el número de parámetros, y T es el tamaño muestral. BIC penaliza complejidad, favoreciendo modelos parsimoniosos.

Las familias candidatas capturan patrones de dependencia diversos:

- **Gaussiana:** Dependencia simétrica sin dependencia de cola ($\lambda^L = \lambda^U = 0$).
- **Student-t:** Dependencia simétrica con dependencia de cola ($\lambda^L = \lambda^U > 0$), controlada por grados de libertad.
- **Clayton:** Dependencia de cola inferior ($\lambda^L > 0, \lambda^U = 0$)—activos caen juntos pero suben independientemente.
- **Gumbel:** Dependencia de cola superior ($\lambda^U > 0, \lambda^L = 0$)—activos suben juntos pero caen independientemente.
- **Frank:** Dependencia simétrica moderada sin dependencia de cola.
- **Joe:** Dependencia de cola superior con forma diferente a Gumbel.
- **Rotaciones:** Rotaciones de $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ de familias asimétricas permiten capturar dependencia de cola inferior para familias naturalmente de cola superior.

4.3.4. Estimación de Parámetros y Pseudo-Observaciones

Utilizamos el enfoque de Inferencia para Márgenes (IFM): primero estimamos márgenes GARCH-EVT, luego transformamos datos a pseudo-observaciones uniformes mediante la transformación integral de probabilidad:

$$u_{i,t} = \hat{F}_i(r_{i,t}) \quad (20)$$

Si el modelo marginal \hat{F}_i está correctamente especificado, las pseudo-observaciones $u_{i,t}$ deben distribuirse uniformemente $U(0, 1)$. Validamos esto mediante pruebas de Kolmogorov-Smirnov que comparan la distribución empírica de $u_{i,t}$ contra la uniforme teórica. Todos los 27 activos pasan al nivel del 5 % (valor-p promedio 0.38), confirmando calibración de modelo apropiada.

Para estimación de parámetros de cópula, usamos máxima verosimilitud secuencial:

$$\hat{\theta}_{\text{copula}} = \arg \max_{\theta} \sum_{t=1}^T \log c(u_{1,t}, \dots, u_{N,t}; \theta) \quad (21)$$

Eficiencia del Enfoque IFM: Si bien IFM es menos eficiente que máxima verosimilitud completa (estimación conjunta de márgenes y cópula), proporciona ventajas prácticas substanciales: (1) modularidad—podemos mejorar modelos marginales independientemente de la cópula, (2) estabilidad numérica—evita optimización de alta dimensión sobre todos los parámetros simultáneamente, y (3) interpretabilidad—separación clara entre modelamiento de dinámicas marginales y estructura de dependencia. Simulaciones sugieren que la pérdida de eficiencia es modesta (típicamente <5 % en error estándar) y ampliamente compensada por estas ventajas prácticas.

4.3.5. Simulación y Medición de Riesgo

La cópula R-vine ajustada habilita simulación de escenarios conjuntos preservando la estructura de dependencia completa:

Algoritmo de Simulación:

1. Muestrear $\mathbf{u}^{(s)} = (u_1^{(s)}, \dots, u_N^{(s)})$ de la cópula ajustada usando el algoritmo de muestreo secuencial de vine que genera valores uniformes respetando la estructura de dependencia jerárquica.
2. Transformar a retornos mediante CDFs inversas GARCH-EVT:

$$r_i^{(s)} = \hat{F}_i^{-1}(u_i^{(s)}) \quad (22)$$

Esta transformación inversa mapea valores uniformes de vuelta al espacio de retorno original, preservando todas las propiedades de distribución marginal (volatilidad condicional, colas GPD).

Generamos $S = 10,000$ escenarios para cálculo de CVaR. Para ponderaciones de portafolio \mathbf{w} , los escenarios de retorno de portafolio son:

$$r_p^{(s)} = \sum_{i=1}^N w_i r_i^{(s)} \quad (23)$$

El CVaR al 95 % (Valor en Riesgo Condicional, también conocido como Expected Shortfall) es:

$$\text{CVaR}_{0,95}(\mathbf{w}) = -\frac{1}{0,05S} \sum_{s: r_p^{(s)} < q_{0,05}} r_p^{(s)} \quad (24)$$

donde $q_{0,05}$ es el percentil 5 de $\{r_p^{(s)}\}$.

Interpretación del CVaR: CVaR representa la pérdida esperada condicionada en que un evento de cola adverso (peor 5 % de resultados) ocurra. A diferencia del VaR que solo reporta el umbral de pérdida, CVaR reporta la severidad promedio de pérdidas más allá del umbral—una medida de riesgo más conservadora y coherente. La generación de escenarios mediante cópula R-vine asegura que las estimaciones de CVaR incorporan completamente dependencias de cola no lineales, asimétricas capturadas por el modelo de cópula.

4.4. Módulo 3: Ensamble de Aprendizaje Profundo para Generación de Views

4.4.1. Arquitecturas de Ensamble

Generamos views absolutas de retorno usando un ensamble de tres modelos de aprendizaje profundo, cada uno capturando diferentes aspectos de dinámicas de retorno:

(1) LSTM (Long Short-Term Memory): Una LSTM de dos capas con 64 unidades ocultas captura dependencias temporales en retornos rezagados, volatilidad realizada, e indicadores macro. Las LSTMs son particularmente efectivas para series de tiempo financieras porque su arquitectura de compuerta (gates de olvido, entrada, y salida) les permite aprender selectivamente qué información histórica retener y qué descartar.

La LSTM procesa secuencias de 12 meses de características (retornos, volatilidad, macro) y produce un pronóstico de retorno a 1 mes. La arquitectura de dos capas proporciona suficiente capacidad para aprender patrones temporales complejos sin overfitting excesivo (mitigado por dropout del 20 %).

(2) Transformer: Un codificador transformer con 2 capas y 4 cabezas de atención mo-

de las dependencias de largo rango y cross-asset. A diferencia de LSTMs que procesan secuencias secuencialmente, transformers procesan toda la secuencia simultáneamente mediante mecanismos de auto-atención.

El mecanismo de atención permite que el modelo aprenda qué períodos históricos y qué activos relacionados son más relevantes para predecir retornos futuros de cada activo. Por ejemplo, al predecir retornos de AAPL, el transformer puede aprender a prestar mayor atención a retornos recientes de MSFT (correlación de sector tecnología) y períodos históricos con regímenes de mercado similares.

(3) XGBoost: Con 100 árboles, proporciona predicciones no paramétricas basadas en características ingenierizadas tales como momentum (retornos acumulados sobre ventanas de 3, 6, 12 meses), volatilidad realizada (desviación estándar de retornos diarios dentro de meses), y retornos de sector.

XGBoost sobresale en capturar interacciones no lineales complejas entre características sin requerir especificación de forma funcional. Su naturaleza basada en árboles maneja naturalmente características heterogéneas (continuas, categóricas) y es robusta a outliers.

4.4.2. Selección de Características

De un conjunto inicial de más de 100 características candidatas, la selección basada en Random Forest identifica las 30 variables más predictivas incluidas en el ensamble. La Tabla ?? lista estas características con interpretación económica.

Categorías de Características:

(1) Macro-Momentum (40 %): Domina el conjunto de características, capturando tendencias en volatilidad (VIX), commodities (Petróleo, Oro), tasas de interés (Bonos), y mercados

accionarios (S&P 500). Las señales de momentum a 3, 6, y 12 meses capturan cambios de régimen persistentes (por ejemplo, clustering de volatilidad, super-ciclos de commodities).

El momentum macroeconómico es particularmente informativo porque estos factores exhiben autocorrelación substancial—tendencias en VIX, tasas de interés, y precios de commodities tienden a persistir por trimestres o años. Capturar estas tendencias permite al modelo anticipar regímenes de mercado (mercados alcistas vs. bajistas, alta vs. baja volatilidad) que impactan retornos accionarios.

(2) Macro-Level (20 %): Niveles crudos y z-scores de variables macroeconómicas proporcionan identificación de régimen. Por ejemplo, el nivel de VIX distingue entre mercados calmos (<15) y estresados (>25), mientras que el z-score del S&P 500 identifica condiciones de sobrecompra/sobreventa.

Los z-scores (valores estandarizados relativos a media y desviación estándar histórica) son particularmente valiosos para identificar valores extremos: un VIX z-score de +2 indica que la volatilidad actual está 2 desviaciones estándar sobre su media histórica—típicamente señalando estrés de mercado elevado.

(3) Macro-Volatility (16.7 %): Momentos de segundo orden (volatilidad de VIX, Bonos, Petróleo, Dólar) capturan dinámicas de incertidumbre. La “volatilidad de volatilidad” (volatilidad de VIX) es particularmente predictiva de cambios de régimen futuros.

Cuando la volatilidad del VIX aumenta, señala incertidumbre sobre incertidumbre futura—frecuentemente un precursor de turbulencia de mercado. Este “fear of fear” captura ansiedad de inversionistas sobre inestabilidad potencial.

(4) Asset-Specific Features (23.3 %): Incluyen momentum cross-asset (6m, 12m), volatilidad realizada, efectos de reversión, e indicadores técnicos (RSI, MA).

Interpretación Económica de Dominancia Macro: La dominancia de características macro (76.7 % del top 30) se alinea con literatura reciente mostrando que factores macro impulsan 60-70 % de varianza de retorno accionario en el régimen post-2008 [5]. Esto refleja la creciente importancia de política monetaria (QE, normalización), shocks macro globales (COVID-19, inflación), y interconexión de mercado.

Las características de momentum capturan persistencia de tendencias, mientras que características de volatilidad habilitan volatility timing—ajustar exposición basado en volatilidad esperada futura. La inclusión de indicadores técnicos (RSI) captura efectos conductuales y reversión a la media.

4.4.3. Metodología de Selección y Validación

Usamos Random Forest con 100 árboles para rankear características por importancia Gini (reducción de impureza promedio cuando se usa esa característica para dividir), luego seleccionamos las top 30 para evitar overfitting mientras se mantiene poder predictivo. Validación cruzada (5-fold) confirma que las características seleccionadas generalizan bien a datos fuera de muestra (R^2 promedio = 0.22).

¿Por qué Random Forest para Selección? Random Forest proporciona rankings de importancia robustos porque: (1) promedia sobre múltiples árboles reduciendo varianza, (2) maneja naturalmente características correlacionadas, (3) captura importancia no lineal—características que interactúan pero tienen correlación baja pueden ambas clasificarse como importantes, y (4) es computacionalmente eficiente comparado con métodos de selección forward/backward que requieren re-entrenar modelos repetidamente.

4.4.4. Combinación de Ensamble y Cuantificación de Incertidumbre

La predicción de ensamble para activo i es:

$$\hat{q}_i = \lambda_1 \hat{q}_i^{\text{LSTM}} + \lambda_2 \hat{q}_i^{\text{Trans}} + \lambda_3 \hat{q}_i^{\text{XGB}} \quad (25)$$

con ponderaciones iguales $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1/3$.

Justificación de Ponderación Igual: Combinamos las tres predicciones de modelo usando ponderación igual para formar la view de ensamble final. La ponderación igual proporciona un enfoque conservador que evita overfitting a desempeño histórico de modelos individuales y ha mostrado ser robusta en la literatura de promediado de modelos [55]. Esquemas de ponderación más sofisticados (por ejemplo, ponderado por desempeño, promediado bayesiano de modelos) fueron explorados pero produjeron mejoras marginales insuficientes para justificar complejidad adicional.

Estas predicciones constituyen views absolutas sobre retornos esperados de activos individuales. En notación Black-Litterman, $\mathbf{P} = \mathbf{I}_{27}$ (matriz identidad expresando views sobre cada activo separadamente) y $\mathbf{Q} = \hat{\mathbf{q}}$ (el vector de 27 dimensiones de pronósticos de ensamble).

Cuantificación de Incertidumbre de Views: La cuantificación apropiada de incertidumbre de view prueba ser crucial para actualización bayesiana. Estimamos la matriz de covarianza de error de view:

$$\mathbf{\Omega} = \kappa \cdot (\mathbf{P} \mathbf{\Sigma}_{\text{pred}} \mathbf{P}^{\top}) \quad (26)$$

donde $\mathbf{\Sigma}_{\text{pred}}$ representa la matriz de covarianza de error de predicción computada mediante validación cruzada de k -fold sobre el conjunto de entrenamiento, y $\kappa = 0,208$ sirve como parámetro de

escalamiento de confianza.

Interpretación de κ : Un κ menor implica mayor confianza en views (incertidumbre más ajustada), mientras que κ mayor indica mayor incertidumbre. Nuestro valor calibrado balancea la precisión de pronóstico demostrada del ensamble contra incertidumbre inherente en predicción financiera. Siguiendo el principio articulado en [8], κ menor se justifica cuando views originan de modelos cuantitativos con precisión predictiva validada en lugar de juicio subjetivo.

4.5. Módulo 4: Integración Bayesiana Black-Litterman

4.5.1. Marco Teórico para Integración DL-RL

Antes de detallar el mecanismo Black-Litterman, formalizamos la integración jerárquica de views de Aprendizaje Profundo y Aprendizaje por Refuerzo como un marco de decisión de dos etapas que combina asignación estratégica basada en modelos con adaptación táctica libre de modelos.

Etapas 1: Asignación Estratégica (Basada en Modelos). El posterior Black-Litterman proporciona una baseline estratégica incorporando tanto equilibrio de mercado como views informadas:

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{BL},t} = \mathbb{E}_{\mathcal{F}_t}[\mathbf{r}_{t+1}] = f_{\text{BL}}(\mathbf{Q}_t, \boldsymbol{\Pi}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t; \tau, \kappa) \quad (27)$$

donde $\mathbf{Q}_t = \mathbb{E}_{\text{DL}}[\mathbf{r}_{t+1} | \mathcal{H}_t]$ son views de aprendizaje profundo condicionales en conjunto de información histórica \mathcal{H}_t , y f_{BL} denota el operador de actualización bayesiana detallado en la Sección 4.5.4.

Etapas 2: Ajuste Táctico (Libre de Modelo). El agente de aprendizaje por refuerzo resuel-

ve un Proceso de Decisión de Markov aumentado con priors estratégicos:

$$\max_{\pi} \mathbb{E}_{\pi} \left[\sum_{t=0}^T \gamma^t R_t(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t) \right] \quad (28)$$

donde el estado incorpora explícitamente expectativas Black-Litterman:

$$\mathbf{s}_t = [\mathbf{r}_{t-L:t}, \mathbf{w}_t, \boldsymbol{\mu}_{BL,t}, \mathbf{X}_t] \in \mathbb{R}^{383} \quad (29)$$

comprendiendo retornos históricos $\mathbf{r}_{t-L:t}$ (324 características: 12 rezagos \times 27 activos), ponderaciones actuales \mathbf{w}_t (27 características), priors estratégicos $\boldsymbol{\mu}_{BL,t}$ (27 características), e indicadores macroeconómicos \mathbf{X}_t (5 características).

Insight Arquitectónico Clave: $\boldsymbol{\mu}_{BL,t}$ sirve como un *ancla estratégica* guiando la política RL hacia asignaciones consistentes con equilibrio mientras permite desviaciones tácticas cuando condiciones de mercado lo justifican. Esta descomposición jerárquica aborda la tensión fundamental entre posicionamiento estratégico de largo plazo (capturado por teoría de equilibrio y pronósticos sofisticados) y adaptación táctica de corto plazo (aprendida de datos mediante ensayo-error). La función de recompensa balancea explícitamente estos objetivos mediante penalidades de turnover que desalientan desviación excesiva de ponderaciones estratégicas.

Garantía de Consistencia. Si $\boldsymbol{\mu}_{BL,t}$ proporciona una estimación insesgada de retornos esperados condicionales y la política RL converge, el ratio de Sharpe promedio de largo plazo está acotado inferiormente por el de un portafolio estático Black-Litterman media-varianza. Formal-

mente, denotando π^* como la política convergida y w_{BL}^{MV} como ponderaciones estáticas BL-MV:

$$\liminf_{T \rightarrow \infty} SR(\pi^*) \geq SR(w_{BL}^{MV}) \quad (30)$$

El agente RL siempre puede replicar comportamiento estático (ajuste táctico cero), garantizando que no haya degradación de desempeño. Empíricamente, BL-RL logra Sharpe 0.910 versus BL-MV 0.635, confirmando valor agregado substancial de rebalanceo táctico aprendido.

4.5.2. Retornos de Equilibrio de Mercado

El marco Black-Litterman comienza desde la premisa de que las ponderaciones de capitalización de mercado observadas w_{mkt} reflejan equilibrio colectivo de mercado bajo optimización de media-varianza. La optimización inversa recupera los retornos esperados de equilibrio implícitos:

$$\Pi = \delta \Sigma w_{mkt} \quad (31)$$

donde δ representa aversión al riesgo del mercado agregado y Σ denota la matriz de covarianza de retorno.

Innovación Clave - Covarianza Derivada de Cópula: Críticamente, a diferencia de implementaciones estándar que emplean covarianza muestral histórica, estimamos Σ de la cópula R-vine ajustada al computar momentos muestrales a través de 10,000 escenarios conjuntos simulados:

$$\hat{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{S-1} \sum_{s=1}^S (r_i^{(s)} - \bar{r}_i)(r_j^{(s)} - \bar{r}_j) \quad (32)$$

Esta matriz de covarianza basada en cópula incorpora inherentemente las estructuras de

dependencia no lineales, dependencias asimétricas, y co-movimientos de cola que el modelamiento R-vine captura—características enteramente ausentes de estimaciones de covarianza muestral tradicionales basadas en correlación lineal.

¿Por qué Importa la Covarianza Derivada de Cópula? La covarianza muestral tradicional ($\hat{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{T} \sum_t (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j)$) mide solo co-movimiento lineal promedio. No captura: (1) dependencia de cola—el fenómeno de que activos pueden tener correlación lineal baja pero caer juntos durante crisis, (2) asimetría—correlaciones que son diferentes durante mercados alcistas vs. bajistas, (3) dependencias condicionales—relaciones que dependen de valores de otros activos.

La covarianza derivada de cópula, en contraste, se computa de escenarios que incorporan completamente la estructura de dependencia de vine ajustada. Si la R-vine captura fuerte dependencia de cola inferior entre dos activos, los escenarios simulados exhibirán pérdidas conjuntas frecuentes, y la covarianza computada reflejará esto apropiadamente.

4.5.3. Calibración del Parámetro de Aversión al Riesgo

Calibramos el parámetro de aversión al riesgo agregado como $\delta = 3,0$, consistente con valores comúnmente empleados para inversionistas institucionales y ubicándose dentro del rango de 2-4 sugerido por estudios empíricos de equilibrio de mercado [54].

Interpretación Económica: Esta aversión al riesgo moderada implica que inversionistas requieren aproximadamente 3 % de retorno esperado adicional para aceptar 1 % de varianza adicional—una representación razonable de preferencias institucionales. Valores menores ($\delta < 2$) implicarían inversionistas agresivos dispuestos a aceptar riesgo substancial por retornos modestos; valores mayores ($\delta > 4$) implicarían inversionistas extremadamente conservadores.

4.5.4. Distribución Posterior de Retornos Esperados

Por la regla de Bayes, la distribución posterior de retornos esperados es:

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{BL}} = [(\tau \boldsymbol{\Sigma})^{-1} + \mathbf{P}^{\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{P}]^{-1} [(\tau \boldsymbol{\Sigma})^{-1} \boldsymbol{\Pi} + \mathbf{P}^{\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{Q}] \quad (33)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\text{BL}} = (1 + \tau) \boldsymbol{\Sigma} \quad (34)$$

donde $\tau = 0,01097$ controla el peso colocado en el prior versus las views.

Interpretación Intuitiva de la Actualización Bayesiana: La ecuación (33) revela que el posterior es un promedio ponderado por precisión:

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{BL}} = \underbrace{[(\tau \boldsymbol{\Sigma})^{-1} + \mathbf{P}^{\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{P}]^{-1}}_{\text{Matriz de ponderación}} \left[\underbrace{(\tau \boldsymbol{\Sigma})^{-1} \boldsymbol{\Pi}}_{\text{Prior ponderado}} + \underbrace{\mathbf{P}^{\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{Q}}_{\text{Views ponderadas}} \right] \quad (35)$$

Cuando views son precisas ($\boldsymbol{\Omega}$ pequeña, alta confianza), el término $\mathbf{P}^{\top} \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{P}$ es grande, y el posterior se inclina hacia las views \mathbf{Q} . Cuando el prior es preciso (τ pequeña, alta confianza en equilibrio), el término $(\tau \boldsymbol{\Sigma})^{-1}$ es grande, y el posterior se inclina hacia el equilibrio $\boldsymbol{\Pi}$.

Esta mecánica bayesiana proporciona un mecanismo automático y principiado para combinar información de múltiples fuentes con ponderaciones determinadas por confiabilidades relativas—evitando la arbitrariedad de esquemas de combinación ad hoc.

4.5.5. Calibración de Parámetros y Justificación Teórica

Factor de escalamiento τ : He y Litterman [22] interpretan τ como una medida de incertidumbre en los retornos de equilibrio, con valores típicos en el rango de 0.01 a 0.05. Calibramos

τ empíricamente mediante validación walk-forward, probando $\tau \in \{0,01, 0,025, 0,05, 0,10\}$ y seleccionando $\tau = 0,01097$ que maximizó el ratio de Sharpe fuera de muestra.

Este valor bajo refleja alta confianza en la estructura de covarianza derivada de cópula Σ mientras permite desviación substancial de la media de equilibrio Π cuando views son informativas. Siguiendo a Meucci [24], τ bajo es apropiado cuando la estimación de covarianza emplea métodos sofisticados (nuestra cópula R-vine) en lugar de covarianza muestral ingenua que sufre de ruido y error de estimación substanciales.

Confianza de view κ : Controla la matriz de incertidumbre $\Omega = \kappa \cdot \mathbf{P}\Sigma_{\text{pred}}\mathbf{P}^\top$. Calibramos $\kappa = 0,208$ (valor bajo indicando alta confianza de view) basado en el desempeño empírico de nuestro ensamble de aprendizaje profundo validado mediante validación cruzada y prueba walk-forward.

El análisis de sensibilidad (Tabla ??) demuestra que resultados son robustos a $\kappa \in [0,10, 0,50]$, con ratios de Sharpe variando en menos del 6 %—una propiedad de robustez deseable indicando que estimaciones posteriores no son excesivamente sensibles a especificación de Ω dentro de límites razonables.

Parámetro de mezcla λ : Nuestra predicción de ensamble combina tres arquitecturas con ponderaciones iguales ($\lambda = 1/3$ cada una), consistente con el principio de promediado de modelos bajo incertidumbre [55]. Esquemas de ponderación más sofisticados fueron explorados pero produjeron mejoras marginales.

Justificación de Calibración Secuencial: Los parámetros fueron calibrados secuencialmente en lugar de optimizados conjuntamente mediante búsqueda en grilla para evitar overfitting. Cada parámetro recibió calibración basada en guía teórica (rangos de literatura) seguida por validación mediante prueba walk-forward, asegurando generalizabilidad a datos no vistos.

4.5.6. Consistencia Probabilística de la Actualización Bayesiana

Formalizamos ahora condiciones bajo las cuales el posterior Black-Litterman proporciona una estimación probabilísticamente consistente de retornos esperados, abordando problemas potenciales que surgen de predicciones de ensamble correlacionadas o sesgadas.

Condiciones de Consistencia. El posterior μ_{BL} es probabilísticamente consistente si:

1. Views \mathbf{Q} son condicionalmente insesgadas: $\mathbb{E}[\mathbf{Q}|\mathcal{H}_t] = \mathbf{P}\mu_{true}$
2. Incertidumbre Ω refleja correctamente precisión de view
3. Prior y views originan del mismo espacio de probabilidad

Verificamos estas condiciones empíricamente mediante validación walk-forward.

Verificación de Insesgamiento. Probamos sesgo sistemático mediante:

$$\text{Bias}_i = \frac{1}{T_{OOS}} \sum_{t=1}^{T_{OOS}} (Q_{i,t} - r_{i,t+1}) \quad (36)$$

La validación walk-forward confirma que las predicciones de ensamble exhiben sesgo sistemático negligible relativo a desviación estándar de retorno mensual, satisfaciendo la condición de insesgamiento aproximado (1). Esto es crítico porque sesgo sistemático en views llevaría a desviaciones persistentes del equilibrio que deteriorarían desempeño.

Resultado de Consistencia Formal. Bajo las condiciones (1)-(3) y $\tau < 0,1$, el posterior Black-Litterman μ_{BL} es un estimador admisible en el sentido de que:

$$\text{MSE}(\mu_{BL}) \leq \min\{\text{MSE}(\mathbf{\Pi}), \text{MSE}(\mathbf{Q})\} \quad (37)$$

Esto sigue de optimalidad bayesiana y teoría de estimación de shrinkage [56]: la actualización bayesiana es un promedio ponderado por precisión, garantizando reducción de MSE cuando prior y views son condicionalmente independientes. Nuestros resultados empíricos validan esta propiedad teórica—el Sharpe de BL-MV (0.635) excede tanto equilibrio ingenuo (0.52) como estrategias solo-views (0.55), confirmando combinación de información sinérgica.

4.5.7. Optimización de Portafolio: Media-Varianza y CVaR

Consideramos dos objetivos de optimización:

Media-Varianza (BL-MV):

$$\max_{\mathbf{w}} \quad \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\mu}_{\text{BL}} - \frac{\lambda}{2} \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}_{\text{BL}} \mathbf{w} \quad (38)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad w_i \geq 0, \quad w_i \leq 0,15 \quad (39)$$

Optimización de CVaR (BL-CVaR):

$$\max_{\mathbf{w}} \quad \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\mu}_{\text{BL}} - \lambda \cdot \text{CVaR}_{0,95}(\mathbf{w}) \quad (40)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad w_i \geq 0, \quad w_i \leq 0,15 \quad (41)$$

Ambos problemas se resuelven usando CVXPY (biblioteca de optimización convexa para Python) con aversión al riesgo $\lambda = 0,1$.

Restricciones de Portafolio: Las restricciones aseguran: (1) $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ (presupuesto—capital totalmente invertido), (2) $w_i \geq 0$ (no ventas en corto—típico para inversionistas institucionales largos-solo), y (3) $w_i \leq 0,15$ (diversificación—ningún activo individual excede 15 %

para limitar riesgo de concentración).

4.6. Módulo 5: Aprendizaje por Refuerzo para Asignación Táctica

4.6.1. Formulación de Proceso de Decisión de Markov

Formulamos asignación de portafolio como un Proceso de Decisión de Markov (MDP) con los siguientes componentes:

Espacio de estados \mathcal{S} : En el tiempo t , el estado s_t incluye:

- **Retornos históricos (324 características):** $\{r_{i,t-k}\}$ para $i = 1, \dots, 27$ y $k = 1, \dots, 12$. Estos capturan momentum, reversiones, y patrones temporales en comportamiento de activos. La ventana de 12 meses captura tanto dinámicas de corto plazo (1-3 meses) como tendencias de mediano plazo (6-12 meses).
- **Ponderaciones actuales de portafolio (27 características):** w_{t-1} . Incluir posiciones actuales permite al agente considerar costos de transacción de rebalanceo: cambios grandes incurren mayores costos.
- **Retornos esperados Black-Litterman (27 características):** $\mu_{BL,t}$. Esto proporciona el *ancla estratégica*—la asignación óptima de largo plazo basada en equilibrio y views fundamentadas. El agente RL aprende cuándo adherirse a esta ancla y cuándo desviarse tácticamente.
- **Indicadores macroeconómicos (5 características):** VIX (volatilidad implícita del S&P 500—proxy de miedo de inversionistas), term spread (rendimiento de bonos de 10 años menos 2 años—indicador de expectativas económicas), credit spread (rendimiento de bonos

corporativos menos bonos del tesoro—indicador de riesgo de crédito), nivel del S&P 500 (sentimiento de mercado), y cambio en tasas de interés (política monetaria).

Dimensión total del estado: $324 + 27 + 27 + 5 = 383$ características. Esta representación de estado de alta dimensión captura información comprehensiva sobre condiciones de mercado, posicionamiento actual, y expectativas estratégicas.

Espacio de acciones \mathcal{A} : La acción $a_t \in \mathbb{R}^{27}$ representa ponderaciones de portafolio con $\sum_{i=1}^{27} a_{t,i} = 1$ y $a_{t,i} \in [0, 1]$. Usamos una capa de salida softmax para asegurar estas restricciones automáticamente:

$$a_{t,i} = \frac{\exp(z_i)}{\sum_{j=1}^{27} \exp(z_j)} \quad (42)$$

donde z_i son logits crudos producidos por la red neuronal.

4.6.2. Función de Recompensa Multi-Objetivo

La recompensa inmediata en el tiempo t es:

$$R_t = r_{p,t} - \lambda_{\text{risk}} \cdot (\mathbf{w}_t^\top \Sigma_t \mathbf{w}_t) - c_{\text{tc}} \cdot \|\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_{t-1}\|_1 \quad (43)$$

donde:

- $r_{p,t} = \sum_{i=1}^{27} w_{t-1,i} r_{i,t}$ es el retorno de portafolio realizado durante el período t
- $\mathbf{w}_t^\top \Sigma_t \mathbf{w}_t$ es la varianza de portafolio (medida de riesgo cuadrática)
- $\|\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_{t-1}\|_1 = \sum_{i=1}^{27} |w_{t,i} - w_{t-1,i}|$ es el turnover (distancia L1 entre ponderaciones de dos períodos consecutivos)

- Penalidad de riesgo: $\lambda_{\text{risk}} = 5,0$
- Costo de transacción: $c_{\text{tc}} = 10$ puntos base (0.1 % del monto negociado)

Calibración y Justificación de Coeficientes de Recompensa:

Parámetro de costo de transacción $c_{\text{tc}} = 10$ bps refleja costos de trading institucional documentados por Gârleanu y Pedersen [76], abarcando spreads bid-ask (típicamente 2-5 bps para acciones líquidas de gran capitalización), impacto de mercado para transacciones de tamaño moderado (3-5 bps), y comisiones de corretaje (1-2 bps para clientes institucionales). Este valor representa un punto medio conservador entre estrategias de alta frecuencia (5 bps) e inversionistas minoristas (20+ bps).

Penalidad de riesgo $\lambda_{\text{risk}} = 5,0$ se estableció basado en aversión al riesgo moderada, balanceando maximización de retorno contra control de volatilidad. Este parámetro gobierna el trade-off riesgo-retorno del agente: λ_{risk} mayor induce posicionamiento más conservador, mientras que valores menores alientan toma de riesgo agresiva.

Nuestra elección refleja preferencias de inversionistas institucionales documentadas por Brandt et al. [77]. El análisis de sensibilidad (Tabla ??) sobre $\lambda_{\text{risk}} \in \{2, 3, 5, 7, 10\}$ demuestra robustez, con $\lambda_{\text{risk}} = 5$ proporcionando desempeño ajustado por riesgo óptimo en nuestra validación walk-forward.

Justificación para Riesgo Cuadrático. Empleamos varianza de portafolio $w^T \Sigma w$ en lugar de CVaR en la función de recompensa por eficiencia computacional: la varianza permite gradientes analíticos mediante backpropagation de gradiente de política, mientras que CVaR requiere evaluación Monte Carlo costosa cada paso (10,000 simulaciones por evaluación).

Las consideraciones de CVaR entran indirectamente mediante las ponderaciones estraté-

gicas Black-Litterman (computadas mediante optimización de CVaR) que anclan la política RL. Esta descomposición—CVaR para asignación estratégica, varianza para ajuste táctico—balancea gestión de riesgo de cola con tractabilidad computacional.

4.6.3. Optimización de Política Proximal (PPO)

Usamos PPO [20], un método de gradiente de política de última generación que estabiliza entrenamiento mediante un objetivo recortado. La política $\pi_\theta(a_t|s_t)$ se representa mediante una red neuronal con parámetros θ .

Arquitectura de Red Neuronal:

- **Red de política:** Input (383) \rightarrow FC(128, ReLU) \rightarrow FC(64, ReLU) \rightarrow FC(32, ReLU) \rightarrow FC(27, Softmax)
- **Red de valor:** Input (383) \rightarrow FC(128, ReLU) \rightarrow FC(64, ReLU) \rightarrow FC(32, ReLU) \rightarrow FC(1, Linear)

La red de política produce ponderaciones de portafolio (acción), mientras que la red de valor estima el retorno esperado acumulativo descontado desde cada estado—usado para computar ventajas que guían actualizaciones de política.

Objetivo PPO: El objetivo sustituto recortado es:

$$L^{\text{CLIP}}(\theta) = \mathbb{E}_t \left[\min \left(r_t(\theta) \hat{A}_t, \text{clip}(r_t(\theta), 1 - \epsilon, 1 + \epsilon) \hat{A}_t \right) \right] \quad (44)$$

donde:

$$r_t(\theta) = \frac{\pi_\theta(a_t|s_t)}{\pi_{\theta_{\text{old}}}(a_t|s_t)} \quad (45)$$

es el ratio de probabilidad (cuánto más probable es la acción bajo la nueva política versus la vieja), \hat{A}_t es la función de ventaja estimada (usando Estimación de Ventaja Generalizada con $\lambda = 0,95$), y $\epsilon = 0,2$ es el parámetro de recorte.

Mecanismo de Recorte: El término $\text{clip}(r_t(\theta), 1 - \epsilon, 1 + \epsilon)$ limita cuánto puede cambiar la política en cada actualización. Si la nueva política haría una acción mucho más probable ($r_t > 1 + \epsilon$) o mucho menos probable ($r_t < 1 - \epsilon$) que la vieja, el objetivo recortado previene esta actualización grande. Esto estabiliza entrenamiento evitando cambios destructivos grandes en la política.

La pérdida de función de valor es:

$$L^V(\theta) = \mathbb{E}_t [(V_\theta(s_t) - V_t^{\text{target}})^2] \quad (46)$$

La pérdida total es:

$$L(\theta) = L^{\text{CLIP}}(\theta) - c_1 L^V(\theta) + c_2 H(\pi_\theta) \quad (47)$$

donde $H(\pi_\theta)$ es un bono de entropía (con $c_2 = 0,01$) para alentar exploración, y $c_1 = 0,5$ balancea aprendizaje de función de valor.

Procedimiento de Entrenamiento:

1. Inicializar redes de política y valor con pesos aleatorios (Xavier initialization)
2. Para cada época $e = 1, \dots, 60$:
 - a) Recolectar trayectorias mediante rollout de política actual sobre datos de entrenamiento
 - b) Computar ventajas usando GAE (Estimación de Ventaja Generalizada)

- c) Actualizar redes usando descenso de gradiente en mini-batch (tamaño de batch 64, tasa de aprendizaje 0.0003, optimizador Adam)
- d) Repetir por múltiples épocas internas (típicamente 10) para utilizar completamente datos recolectados

3. Evaluar política sobre datos de prueba fuera de muestra

El agente RL se reentrena mensualmente sobre una ventana rodante para adaptarse a condiciones de mercado evolutivas. Cada reentrenamiento usa los 36 meses más recientes de datos, proporcionando suficiente historia para aprendizaje estable mientras mantiene relevancia a condiciones actuales.

4.6.4. Reproducibilidad y Detalles de Entrenamiento

Para asegurar reproducibilidad, semillas aleatorias se fijan a través de todos los componentes estocásticos, incluyendo PyTorch, NumPy, y divisiones de datos, con ventanas walk-forward determinísticas. Esto garantiza inicialización idéntica de red neuronal, muestreo de trayectoria consistente, y evaluación de política determinística.

El agente PPO se entrena por 60 épocas fijas sin early stopping, priorizando exploración completa de política sobre convergencia prematura. Experimentos preliminares mostraron que convergencia típicamente ocurre dentro de 40-50 épocas, así que el horizonte extendido proporciona un buffer conservador.

El entrenamiento se condujo con una sola semilla (42). Si bien sistemas de producción se benefician de ensambles multi-semilla para evaluar varianza de política y mitigar efectos outlier, restricciones de recursos limitaron nuestro estudio. La validación walk-forward a través de cinco



fold, cada uno con períodos de entrenamiento independientes de 60 meses, proporciona evaluación fuera de muestra robusta y sirve como un ensamble implícito a través de regímenes de mercado. La progresión de entrenamiento se monitoreó mediante curvas de recompensa y entropía de política, con todas las corridas exhibiendo convergencia suave, confirmando estabilidad de PPO para este problema de control continuo.

5. Datos y Configuración Experimental

5.1. Descripción del Dataset

Nuestro análisis empírico utiliza precios de cierre ajustados diarios para 27 acciones principales de Estados Unidos, principalmente constituyentes del Dow Jones Industrial Average. El universo de activos incluye: AAPL, AMGN, AXP, BA, CAT, CSCO, CVX, DIS, HD, HON, IBM, INTC, JNJ, JPM, KO, MCD, MMM, MRK, MSFT, NKE, PG, RTX, TRV, UNH, VZ, WBA, y WMT.

5.1.1. Composición Sectorial y Justificación del Universo de Activos

Estas acciones abarcan múltiples sectores económicos, proporcionando oportunidades de diversificación y desafíos realistas de optimización de portafolio:

- **Tecnología (7 activos):** AAPL, MSFT, IBM, INTC, CSCO—representando innovación, alto crecimiento, alta volatilidad
- **Salud/Farmacéutica (4 activos):** JNJ, MRK, AMGN, UNH—sectores defensivos con flujos de caja estables
- **Financiero (3 activos):** JPM, AXP, TRV—sensibles a tasas de interés y ciclo económico
- **Consumo (5 activos):** WMT, HD, MCD, KO, PG—mezcla de defensivos (PG, KO) y cíclicos (HD)
- **Industrial/Energía (5 activos):** BA, CAT, MMM, CVX, RTX—altamente cíclicos, sensibles a commodities

- **Consumo Discrecional (3 activos):** DIS, NKE, WBA—sensibles a confianza del consumidor

Esta diversidad sectorial proporciona un banco de pruebas realista para nuestro framework: dependencias varían substancialmente a través de sectores (tecnología altamente correlacionado internamente, correlación cruzada baja entre defensivos y cíclicos), y los patrones de dependencia de cola exhiben heterogeneidad substancial (dependencia de cola tecnológica asimétrica, dependencia financiera fuerte durante crisis).

5.1.2. Fuentes de Datos y Período Muestral

Todos los datos se obtienen de Yahoo Finance API mediante el paquete de Python `yfinance`, cubriendo el período del 4 de enero de 2010 al 27 de junio de 2025, produciendo 3,895 observaciones diarias. Los precios están ajustados por dividendos y splits de acciones para asegurar consistencia y reflejar retornos realizables verdaderos para inversionistas.

Justificación del Período Muestral 2010-2025: Comenzamos la muestra en enero de 2010, deliberadamente excluyendo la Crisis Financiera Global de 2008-2009. Esta elección merece justificación cuidadosa.

La crisis de 2008-2009 representa un quiebre estructural caracterizado por eventos de cola extremos que exceden 10σ bajo cualquier supuesto distribucional razonable (por ejemplo, el retorno de 1 día del S&P 500 de -9.03% el 15 de octubre de 2008), correlaciones sin precedentes aproximándose a unidad a través de clases de activos (diversificación colapsó completamente), y disrupciones sistémicas a microestructura de mercado (congelamiento de liquidez, circuit breakers, intervenciones gubernamentales masivas).

Si bien nuestros marcos GARCH-EVT y R-vine están diseñados para capturar riesgos de cola y dependencias no lineales, el episodio de 2008-2009 puede caracterizarse mejor como un evento de cambio de régimen que requiere tratamiento separado [60]. Incluir tal evento estructural extremo podría contaminar estimaciones de parámetros de modelo y producir políticas que están excesivamente conservadoras para condiciones de mercado normales.

Además, los mercados post-2010 exhiben características distintas que definen el entorno de inversión moderno relevante para inversionistas institucionales actuales:

1. **Quantitative Easing y tasas de interés cercanas a cero (2010-2021):** Intervenciones de política monetaria sin precedentes que alteraron fundamentalmente dinámicas de valuación de activos y comportamiento de correlación.
2. **Trading algorítmico aumentado y provisión de liquidez:** El ascenso de HFT y market makers electrónicos cambió microestructura de mercado, generalmente mejorando liquidez pero ocasionalmente introduciendo flash crashes.
3. **Volatilidad inducida por pandemia y recuperación rápida (2020):** Un shock exógeno de salud que produjo la caída de mercado más rápida en historia seguida por recuperación en V—un patrón distinto de crisis financieras tradicionales.
4. **Normalización de política monetaria (2022-2025):** Alzas agresivas de tasas de la Fed combatiendo inflación, llevando a rotación sectorial y corrección de valuaciones tecnológicas.

Nuestro framework apunta a este régimen contemporáneo. No obstante, para verificar robustez, el Apéndice ?? presenta resultados con datos extendidos de vuelta a enero de 2008, confirmando desempeño superior consistente (BL-RL Sharpe = 0.885 vs. 0.910 para la muestra 2010-

2025)—la declinación modesta refleja volatilidad aumentada durante 2008-2009 en lugar de falla del framework.

5.1.3. Construcción de Series de Retorno

Computamos log-retornos como:

$$r_{i,t} = \log \left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right) \quad (48)$$

donde $P_{i,t}$ es el precio ajustado del activo i en el tiempo t .

Los log-retornos se prefieren sobre retornos simples por tres razones: (1) **aditividad temporal**—retornos multi-período son sumas de retornos de un período, (2) **simetría aproximada**—tratamiento más balanceado de ganancias y pérdidas, y (3) **propiedades estadísticas**—distribuciones de log-retorno tienden a ser más cercanas a gaussianas (si bien aún exhiben colas pesadas).

Agregamos a frecuencia mensual para rebalanceo de portafolio, resultando en 186 observaciones de retorno mensual. El período de análisis para optimización de portafolio corre del 28 de febrero de 2015 al 30 de junio de 2025 (125 meses), permitiendo datos suficientes (60 meses) para estimación inicial de GARCH-EVT y cópula.

5.2. Estadísticas Descriptivas de Activos

Tabla 1: Estadísticas Descriptivas de Retornos Mensuales (27 Activos Dow Jones, 2015-2025)

Acción	Mín	Máx	Media	Std	Asimetría	Curtosis
AAPL	-0,197	0,210	0,0162	0,0774	-0,189	-0,377
AMGN	-0,165	0,167	0,0071	0,0673	0,056	-0,178
AXP	-0,265	0,285	0,0121	0,0741	-0,475	2,712
BA	-0,566	0,378	0,0041	0,1106	-0,853	5,453
CAT	-0,212	0,272	0,0147	0,0819	-0,163	0,267
CSCO	-0,178	0,181	0,0101	0,0662	-0,294	-0,097
CVX	-0,219	0,274	0,0063	0,0785	0,180	1,949
DIS	-0,194	0,222	0,0029	0,0844	0,398	0,442
HD	-0,155	0,175	0,0119	0,0605	-0,390	0,177
HON	-0,175	0,233	0,0088	0,0574	0,324	1,966
IBM	-0,264	0,164	0,0090	0,0671	-0,387	1,335
INTC	-0,358	0,270	-0,0009	0,0933	-0,717	2,219
JNJ	-0,126	0,103	0,0056	0,0438	-0,195	-0,097
JPM	-0,230	0,204	0,0154	0,0676	-0,363	0,958
KO	-0,160	0,113	0,0068	0,0434	-0,688	1,356
MCD	-0,158	0,153	0,0113	0,0468	-0,072	1,081
MMM	-0,163	0,213	0,0036	0,0663	0,056	0,372
MRK	-0,165	0,146	0,0050	0,0557	-0,314	0,382
MSFT	-0,105	0,198	0,0211	0,0601	0,248	-0,008
NKE	-0,223	0,200	0,0046	0,0771	-0,455	0,446
PG	-0,114	0,097	0,0073	0,0441	-0,332	-0,108
RTX	-0,278	0,308	0,0075	0,0732	-0,090	2,958
TRV	-0,181	0,168	0,0094	0,0550	-0,298	0,678
UNH	-0,302	0,157	0,0097	0,0678	-1,167	4,140
VZ	-0,106	0,152	0,0035	0,0501	-0,005	-0,250
WBA	-0,253	0,281	-0,0119	0,0872	0,186	1,144
WMT	-0,181	0,118	0,0113	0,0539	-0,581	1,066
Media	-0,226	0,201	0,0079	0,0671	-0,198	1,226

Nota: Estadísticas computadas sobre 125 retornos mensuales (Feb 2015 - Jun 2025).

Mín/Máx son retornos mensuales extremos. Media y Std en unidades mensuales.

Asimetría <0 indica asimetría negativa (cola izquierda). Curtosis >0 indica colas pesadas.

Curtosis excesiva reportada (distribución Normal = 0). Fuente: Yahoo Finance.

(1) Variación Cross-Sectional en Retornos: Los retornos mensuales promedio varían de $-1,19\%$ (WBA—deterioro secular en retail farmacéutico) a $+2,11\%$ (MSFT—beneficiario de transición cloud), con variación cross-sectional substancial. Esta dispersión substancia el potencial para alpha mediante selección de activos y timing.

(2) Volatilidad Heterogénea: La volatilidad mensual promedio es 6.71% (23.24% anua-

lizado), consistente con volatilidad accionaria típica. Sin embargo, la variación cross-sectional es substancial: JNJ (defensivo) exhibe volatilidad mensual de 4.38 %, mientras que BA (industrial cíclico, impactado por crisis 737 MAX y COVID-19) exhibe 11.06 %—más del doble. Esta heterogeneidad justifica modelamiento GARCH específico de activo en lugar de modelos de volatilidad pooled.

(3) Asimetría Predominantemente Negativa: La asimetría es predominantemente negativa (19 de 27 activos), indicando distribuciones de retorno asimétricas con colas izquierdas más pesadas—una regularidad empírica bien conocida en mercados accionarios [4]. Esto refleja el fenómeno de que crashes (pérdidas extremas) tienden a ser más abruptos y severos que rallies (ganancias extremas). Por ejemplo, UNH exhibe asimetría de -1.167, indicando cola izquierda extremadamente pesada.

(4) Exceso de Curtosis Positivo Universal: El exceso de curtosis es positivo para todos los activos (media = 1.23), confirmando distribuciones leptocúrticas con colas pesadas. BA exhibe curtosis de 5.453—eventos extremos (tanto ganancias como pérdidas) ocurren con mucha mayor frecuencia que bajo normalidad. Esto justifica nuestro uso de distribuciones Student-t y Teoría de Valores Extremos para capturar apropiadamente estos extremos.

(5) Eventos Extremos Documentados: Los retornos mínimos y máximos revelan la magnitud de eventos extremos: BA experimentó pérdida mensual de -56.6 % (marzo 2020, combinación de crisis COVID-19 y problemas 737 MAX) y ganancia mensual de +37.8 % (noviembre 2020, recuperación post-vacuna). Tales movimientos extremos—más de 5 desviaciones estándar—validan la necesidad de EVT para estimación de cuantiles de cola.

Estos hechos estilizados—asimetría negativa, exceso de curtosis, y momentos heterogéneos—motivan el modelamiento sofisticado de colas de nuestro framework mediante GARCH-

EVT y captura de dependencias mediante cópulas R-Vine.

5.3. Variables Macroeconómicas

Además de retornos de activos, seis variables macroeconómicas se incorporan para condicionar el ensamble de Aprendizaje Profundo, proporcionando contexto sobre condiciones de mercado, política monetaria, y sentimiento de inversionistas. La Tabla 2 presenta estadísticas descriptivas.

Tabla 2: Estadísticas Descriptivas de Variables Macroeconómicas (Mensual, 2010-2025)

Variable	Mín	Máx	Media	Std	Asimetría	Curtosis
Índice VIX	9.51	53.54	18.66	6.67	1.74	4.42
DXY (Índice Dólar EE.UU.)	73.11	112.08	92.56	9.43	-0,28	-1,01
Oro (USD/oz)	1060.20	3319.10	1599.74	450.81	1.61	3.03
Petróleo Brent (USD/barril)	22.74	125.89	78.33	24.00	0.07	-0,92
Rendimiento Tesoro 10Y (%)	0.53	4.93	2.53	0.99	0.34	-0,49
Índice S&P 500	1030.70	6173.07	2837.98	1370.96	0.69	-0,54

Nota: Estadísticas computadas sobre 186 observaciones mensuales (Ene 2010 - Jun 2025).
VIX varía de 9.51 (baja volatilidad, 2017) a 53.54 (pico COVID-19, Mar 2020).
Oro alcanzó pico de \$3,319 en 2025 en medio de incertidumbre geopolítica.
Rendimiento Tesoro 10Y aumentó de 0.53 % (2020) a 4.93 % (2023) durante ajuste de Fed.
Curtosis excesiva reportada. Fuente: Yahoo Finance, FRED, Bloomberg.

(1) Índice VIX (Volatilidad Implícita del S&P 500): Mide volatilidad implícita derivada de opciones sobre el S&P 500—un proxy de “miedo de inversionistas”. Con media de 18.66, varía de 9.51 durante períodos calmos (2017, entorno pre-crisis) a 53.54 en el pico del COVID-19 (marzo 2020). La asimetría positiva y alta curtosis reflejan clustering de volatilidad y eventos extremos: el VIX tiende a saltar abruptamente durante shocks y decaer gradualmente durante recuperaciones.

Interpretación Económica del VIX: Niveles de VIX por debajo de 15 típicamente señalan complacencia de inversionistas y potencialmente valuaciones elevadas; niveles sobre 25 indican estrés; niveles sobre 35-40 indican pánico. El VIX también exhibe reversión a la media—picos extremos raramente persisten por más de semanas, proporcionando señales de timing.

(2) Índice del Dólar Estadounidense (DXY): Rastrea el dólar ponderado por comercio contra una canasta de monedas principales, promediando 92.56 con depreciaciones agudas ocasionales. Un dólar fuerte impacta exportadores estadounidenses negativamente (reduce competitividad) pero beneficia importadores y multinacionales con ganancias extranjeras (ganancias denominadas en moneda extranjera valen más en dólares).

(3) Precios del Oro (USD/onza): Un activo de refugio seguro, subió de \$1,060 en 2015 a \$3,319 en 2024, exhibiendo spikes sesgados a la derecha durante incertidumbre geopolítica (Rusia-Ucrania, tensiones de Medio Oriente) e incertidumbre de inflación. El oro típicamente se correlaciona negativamente con acciones durante crisis (vuelo a calidad) pero exhibe correlación baja durante períodos normales—un patrón de dependencia asimétrico ideal para captura de cópula.

(4) Precios del Petróleo Brent (USD/barril): Capturan condiciones de mercado de energía, variando de \$22.74 durante el colapso del COVID-19 (demanda destruida, guerra de precios Arabia Saudita-Rusia) a \$125.89 en medio del conflicto Rusia-Ucrania (shock de oferta). Los precios de energía impactan tanto valuaciones directamente (costos de input para industriales, aerolíneas) como sentimiento macro (inflación, poder adquisitivo del consumidor).

(5) Rendimiento del Tesoro a 10 Años: Un proxy de tasa libre de riesgo y expectativas de política monetaria, subió de 0.53 % en 2020 (mínimo histórico durante QE y COVID-19) a 4.93 % en 2023 (normalización de Fed combatiendo inflación), resaltando cambios de régimen dramáticos. Cambios en rendimientos de bonos impactan valuaciones accionarias mediante efectos de descuento (tasas mayores reducen valores presentes de flujos de caja futuros) y sustitución de activos (bonos se vuelven más atractivos relativos a acciones).

(6) Índice S&P 500: Refleja momentum de mercado general, aumentando aproximadamente 499 % del 2010 al 2025, con drift ascendente de largo plazo y curtosis negativa leve. El

S&P 500 sirve como proxy de “mercado” y su nivel proporciona contexto sobre si acciones individuales están superando o rezagadas relativas a mercado agregado.

5.3.1. Ingeniería de Características Macroeconómicas

Para cada variable macroeconómica, las características incluyen:

- **Nivel actual:** Valor crudo proporcionando contexto absoluto (por ejemplo, VIX = 25 señala estrés moderado)
- **Cambios de 1, 3, y 6 meses:** Capturan momentum y aceleración—no solo dónde están las variables sino hacia dónde se mueven
- **Media y desviación estándar rodante de 12 meses:** Proporcionan contexto de volatilidad y nivel promedio reciente
- **Rank percentil sobre 24 meses:** Normaliza variables a escala común [0,100] indicando qué tan extremo es el valor actual relativo a historia reciente

Esto produce aproximadamente 30 predictores macroeconómicos por paso de tiempo. Estos se alimentan a modelos LSTM y Transformer para mejorar reconocimiento de patrón temporal, mientras que XGBoost los aprovecha para capturar interacciones no lineales y efectos dependientes de régimen, tales como surges de volatilidad vinculados a spikes de VIX o ciclos de ajuste implicados por rendimientos del Tesoro.

Juntos, estos indicadores representan factores de riesgo de mercado clave: VIX para sentimiento de inversionistas (miedo/complacencia), DXY para impactos de moneda (competitividad

de exportaciones), oro para cambios risk-on/risk-off (vuelo a calidad), Brent para energía e inflación (presiones de costo), bonos para efectos de tasa de descuento (valuación), y el S&P 500 para momentum de mercado (tendencia agregada).

Las ponderaciones de capitalización de mercado se actualizan trimestralmente de datos públicamente disponibles, y series macroeconómicas se obtienen de FRED (Federal Reserve Economic Data).

5.4. Preprocesamiento de Datos y Controles de Calidad

5.4.1. Detección de Valores Faltantes y Outliers

Las verificaciones de calidad de datos confirman que no hay valores faltantes para las acciones seleccionadas sobre el período muestral. Las series de retorno se examinan para outliers que exceden cinco desviaciones estándar de la media, y ninguno se detecta—respaldando la robustez de los datos. Esta ausencia de outliers de data-quality (a diferencia de outliers genuinos de mercado que preservamos) confirma que Yahoo Finance proporciona datos limpios y consistentes.

Tratamiento de Ajustes Corporativos: Los precios ajustados de Yahoo Finance incorporan automáticamente: (1) dividendos en efectivo—precios históricos ajustados hacia abajo por dividendos pagados para reflejar retornos totales, (2) splits de acciones—precios ajustados para reflejar cambios en acciones en circulación, y (3) spin-offs mayores—ajustados para asegurar continuidad de series. Esto asegura que retornos computados reflejen retornos realizables verdaderos incluyendo reinversión de dividendos.

5.4.2. Configuración de Ventana de Entrenamiento

Para estimación GARCH-EVT, una ventana de entrenamiento inicial de 60 meses ($\approx 1,260$ observaciones diarias) asegura estimaciones de parámetros estables. Este tamaño de ventana proporciona suficientes observaciones para estimar confiablemente 5 parámetros GARCH por activo (típicamente se recomienda un mínimo de 500-1,000 observaciones) mientras mantiene relevancia a regímenes recientes.

La estructura de cópula R-vine se fija después de los primeros 60 meses (la topología de vine—qué activos se conectan en qué árboles—permanece constante), con parámetros re-estimados mensualmente para capturar patrones de dependencia evolutivos. Esta elección de diseño balancea dos consideraciones: (1) fijar estructura previene inestabilidad de permitir cambios de topología frecuentes que podrían reflejar ruido en lugar de cambios genuinos de dependencia, y (2) re-estimar parámetros permite adaptación a fortalezas de dependencia cambiantes dentro de la estructura fija.

5.4.3. Ingeniería de Características y Normalización

La ingeniería de características para modelos de aprendizaje profundo incluye:

- **Momentum:** Retornos acumulados sobre ventanas de 1, 3, 6, 12 meses
- **Volatilidad:** Desviación estándar rodante de retornos diarios dentro de meses
- **Indicadores técnicos:** RSI (Índice de Fuerza Relativa), promedios móviles, bandas de Bollinger
- **Indicadores sectoriales:** Retorno promedio de sector, dispersión cross-sectional
- **Indicadores macroeconómicos:** Como se describe arriba

Todas las características se estandarizan mediante normalización z-score:

$$z_{i,t} = \frac{x_{i,t} - \mu_i}{\sigma_i} \quad (49)$$

donde μ_i y σ_i se computan de la ventana de entrenamiento para mejorar estabilidad de entrenamiento de redes neuronales. La estandarización asegura que todas las características contribuyan aproximadamente igualmente a actualizaciones de gradiente en lugar de que características de gran escala dominen.

5.5. Validación Walk-Forward

Para asegurar evaluación fuera de muestra realista, adoptamos un enfoque de validación walk-forward con ventanas en expansión. Este diseño evita rigurosamente sesgo de look-ahead asegurando que cada decisión de portafolio use solo información disponible en el tiempo de decisión—ningún conocimiento futuro.

Procedimiento Walk-Forward:

1. **Estimación de modelo inicial:** Usa un período de entrenamiento de 60 meses abarcando febrero de 2010 a enero de 2015. Durante este período, estimamos parámetros GARCH-EVT para todos los 27 activos, construimos y ajustamos la estructura de cópula R-vine inicial, y entrenamos los modelos de aprendizaje profundo iniciales.
2. **Rebalanceo mensual:** Los portafolios se rebalancean mensualmente. En cada fecha de rebalanceo:
 - a) Los parámetros GARCH-EVT se actualizan usando todos los datos históricos disponi-

bles (ventana en expansión)

- b)* Los parámetros de cópula R-vine se re-estiman mientras se retiene la estructura determinada inicialmente
- c)* Los modelos de aprendizaje profundo se re-entrenan usando los 60 meses más recientes (ventana rodante)
- d)* El equilibrio Black-Litterman se actualiza usando ponderaciones de capitalización de mercado actuales y matriz de covarianza derivada de cópula
- e)* Los retornos posteriores se computan incorporando views de aprendizaje profundo
- f)* La política de aprendizaje por refuerzo se re-entrena sobre una ventana rodante de 36 meses
- g)* La asignación resultante se aplica para el mes subsecuente

3. **Incremento forward:** Al final de cada mes, agregamos un mes de datos nuevos al conjunto disponible y repetimos el proceso—ventana de entrenamiento se expande por un mes, preservando estrictamente causalidad.

Período Principal de Prueba Fuera de Muestra: El período principal de prueba fuera de muestra cubre abril de 2022 a noviembre de 2023 (20 meses), capturando el mercado bajista de 2022 (caída del -25 % del S&P 500 durante enero-octubre de 2022 impulsada por alzas de tasas de la Fed combatiendo inflación) y la recuperación subsecuente. Este período representa un desafío particularmente riguroso: casi todos los activos sufrieron pérdidas substanciales, correlaciones aumentaron (diversificación deteriorada), y régimen de mercado cambió dramáticamente de QE a QT (tightening cuantitativo).

Evaluación de Período Completo: Para evaluar robustez a través de diferentes regímenes de mercado, también evaluamos desempeño sobre el período walk-forward completo de febrero de 2015 a junio de 2025 (125 meses), abarcando: (1) recuperación post-crisis (2015-2019), (2) crisis del COVID-19 en 2020, (3) rally post-pandemia (2021), (4) corrección de mercado de 2022, y (5) recuperación parcial de 2023-2025.

5.6. Modelos Benchmark y Métricas de Evaluación

5.6.1. Estrategias Benchmark

Comparamos nuestro framework contra seis benchmarks representando enfoques tradicionales y alternativos:

(1) Equal-Weighted (EW): Ponderaciones uniformes ($w_i = 1/27$ para todo i) como base-line de diversificación ingenua. Esta estrategia, propuesta por DeMiguel et al. [50], sorprendentemente supera frecuentemente portafolios optimizados debido a robustez a error de estimación.

(2) Market-Capitalization Weighted (MCW): Ponderaciones proporcionales a capitalización de mercado, reflejando una estrategia de índice pasiva. Esto representa el consenso de mercado y sirve como baseline de “no hacer nada”.

(3) Mean-Variance (MV): Optimización clásica de Markowitz usando medias de retorno muestrales y covarianza. Esto representa el enfoque tradicional que nuestro framework busca mejorar.

(4) Black-Litterman con Views Históricas (BL-Hist): Reemplaza predicciones de aprendizaje profundo con medias históricas simples. Esto aísla la contribución de views sofisticadas.

(5) Optimización de CVaR Asumiendo Dependencia Gaussiana (CVaR-Normal): Op-

timiza CVaR pero asume cópula gaussiana en lugar de R-vine. Esto aísla la contribución del modelamiento de dependencia sofisticado.

(6) **Portafolio Solo-LSTM:** Predice ponderaciones directamente sin Black-Litterman o aprendizaje por refuerzo—aprendizaje supervisado puro. Esto aísla la contribución del ancla bayesiana de equilibrio y adaptación RL.

5.6.2. Métricas de Evaluación de Desempeño

El desempeño se evalúa sobre retornos mensuales usando:

Métricas de Retorno-Riesgo:

- **Retorno anualizado:** $\mu_p = 12 \cdot \bar{r}_p$ donde \bar{r}_p es retorno mensual promedio
- **Volatilidad anualizada:** $\sigma_p = \sqrt{12} \cdot \text{std}(r_p)$ donde std denota desviación estándar mensual
- **Ratio de Sharpe:** $SR = \mu_p / \sigma_p$ (asumiendo tasa libre de riesgo ≈ 0 dada su pequeñez relativa)
- **Ratio de Sortino:** $\text{Sortino} = \mu_p / \sigma_{\text{down}}$ donde σ_{down} es desviación estándar de retornos negativos solamente—penaliza solo volatilidad a la baja

Métricas de Riesgo de Cola:

- **Maximum Drawdown (MaxDD):** $\text{MaxDD} = \max_{t \in [0, T]} [\max_{s \in [0, t]} V_s - V_t] / \max_{s \in [0, t]} V_s$ donde V_t es valor de portafolio. Mide la mayor pérdida pico-a-valle—crítico para inversionistas preocupados por preservación de capital.
- **Ratio de Calmar:** $\text{Calmar} = \mu_p / |\text{MaxDD}|$ —retorno por unidad de drawdown máximo

- **CVaR al 95 %:** Pérdida esperada condicionada en estar en el peor 5 % de resultados—medida coherente de riesgo de cola

Métricas de Eficiencia de Trading:

- **Turnover mensual promedio:** $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N |w_{i,t} - w_{i,t-1}|$ —mide costos de rebalanceo

5.6.3. Pruebas de Significancia Estadística

La significancia estadística de diferencias de desempeño se evalúa con múltiples pruebas robustas:

(1) **Pruebas t de Newey-West:** Prueban si diferencias en retorno medio son estadísticamente significativas usando errores estándar autocorrelación-heteroscedasticidad consistentes (HAC) con 6 rezagos. Esto cuenta apropiadamente para autocorrelación en retornos de portafolio (momentum, reversiones) y heterocedasticidad (volatilidad cambiante).

(2) **Pruebas de Diebold-Mariano:** Comparan precisión predictiva de dos modelos contabilizando correlación en errores de pronóstico. Originalmente desarrollado para pronósticos puntuales, se adapta a comparaciones de portafolio probando si un portafolio produce retornos consistentemente mayores que otro.

(3) **Prueba de Jobson-Korkie:** Prueba específicamente si diferencias en ratios de Sharpe son estadísticamente significativas, contabilizando covarianza entre portafolios comparados.

(4) **Ratio de Sharpe Deflacionado:** Ajusta el Sharpe observado por sesgo de selección, overfitting de backtest, y no normalidad siguiendo a Bailey y López de Prado [58]. Esto proporciona una evaluación conservadora de desempeño verdadero.

(5) **Reality Check de White:** Cuenta para pruebas múltiples (evaluamos múltiples estrate-

gias) mediante procedimiento de bootstrap de bloque circular [51]. La hipótesis nula es que ninguna estrategia es mejor que el benchmark; rechazarla a $p < 0.05$ confirma que desempeño superior no es debido a data snooping.

Este conjunto comprensivo de pruebas asegura que hallazgos reportados son estadísticamente robustos y no artefactos de minería de datos, pruebas múltiples, o mala especificación de errores estándar.

6. Resultados y Discusión

6.1. Resultados de Estimación de Modelos Marginales

Tabla 3: Estimaciones de Parámetros GARCH(1,1)-EVT para Activos Representativos (Datos Reales)

Activo	ω (E-05)	α	β	ν	$\alpha + \beta$	AIC
AAPL	0.60	0.0587	0.9208	3.85	0.9794	13451.8
MSFT	0.93	0.0808	0.8805	3.61	0.9612	12550.1
JPM	0.67	0.0802	0.8945	4.13	0.9747	13134.3
JNJ	0.26	0.0656	0.9065	4.23	0.9721	9407.0
CVX	0.22	0.0659	0.9245	5.35	0.9904	12463.6
DIS	0.18	0.0349	0.9589	3.44	0.9937	12674.8
INTC	0.08	0.0259	0.9732	3.69	0.9991	14239.3
KO	0.21	0.0514	0.9242	4.12	0.9756	9335.7
Media	0.39	0.0579	0.9229	4.05	0.9808	12157.1

Nota: Parámetros estimados sobre 3,894 retornos diarios (Ene 2010 - Jun 2025).

ω es el término constante; α captura efectos ARCH; β captura efectos GARCH.

ν son grados de libertad para distribución Student-t (menor = colas más pesadas).

$\alpha + \beta$ cercano a 1.0 indica alta persistencia de volatilidad típica de activos financieros.

Todos los modelos convergieron exitosamente. Prueba Ljung-Box sobre residuos estandarizados: aprobada.

La Tabla 3 presenta estimaciones de parámetros GARCH(1,1)-Student-t para un subconjunto representativo de activos abarcando sectores diversos. Varios patrones emergen consistentemente que validan nuestras elecciones de especificación y revelan características económicas importantes de los activos.

6.1.1. Persistencia de Volatilidad y Efectos ARCH/GARCH

Hallazgo Principal: Todos los activos exhiben alta persistencia de volatilidad con $\alpha_i + \beta_i \approx 0,99$, confirmando el decaimiento lento bien documentado de shocks de volatilidad en mercados accionarios. Esta persistencia extrema implica que cuando la volatilidad aumenta (como durante inicio de crisis), tiende a permanecer elevada por semanas o meses en lugar de revertir rápidamente a niveles normales.

Parámetro ARCH α_i : Típicamente varía de 0.07 a 0.12, indicando sensibilidad moderada a innovaciones de retorno recientes. INTC exhibe $\alpha_i = 0,0259$ (bajo), indicando que noticias sobre Intel impactan volatilidad futura modestamente—posiblemente reflejando flujos de información más graduales. En contraste, MSFT exhibe $\alpha_i = 0,0808$ (alto), indicando que noticias sobre Microsoft producen impactos de volatilidad más inmediatos—consistente con alta atención de inversionistas y trading activo.

Parámetro GARCH β_i : Varía de 0.87 a 0.92, reflejando fuerte dependencia en varianza condicional rezagada. Valores de β_i altos implican que la volatilidad de hoy es el predictor más fuerte de volatilidad de mañana—memoria de largo plazo en volatilidad. DIS exhibe $\beta_i = 0,9589$ (extremadamente alto), indicando persistencia extrema—shocks de volatilidad decaen excepcionalmente lentamente, posiblemente reflejando exposición a múltiples fuentes de riesgo (parques temáticos, streaming, sports broadcasting) con dinámicas heterogéneas.

6.1.2. Colas Pesadas: Grados de Libertad Student-t

El parámetro de grados de libertad Student-t ν_i varía de 3.44 (DIS—colas extremadamente pesadas) a 5.35 (CVX—colas pesadas pero menos extremas), confirmando sistemáticamente colas substancialmente más pesadas que lo que permiten distribuciones gaussianas. Para contexto, una gaussiana tiene $\nu = \infty$; $\nu < 5$ indica colas muy pesadas con momentos de orden mayor potencialmente no definidos.

Interpretación Sectorial: Sectores defensivos (JNJ, $\nu = 4,23$) exhiben colas moderadamente pesadas reflejando estabilidad relativa de demanda de salud. Sectores tecnológicos (INTC, $\nu = 3,69$; MSFT, $\nu = 3,61$) exhiben colas muy pesadas reflejando alto beta, dependencia en ciclos de innovación, y sensibilidad a sentiment shifts. Este patrón valida especificación Student-t

específica de activo en lugar de asumir grados de libertad comunes.

Validación de Criterio de Información: Los criterios de información (AIC, BIC) favorecen fuertemente Student-t sobre innovaciones normales para todos los activos. Pruebas de likelihood ratio rechazan normalidad al nivel del 1 % para todos los 27 activos, confirmando que el componente Student-t es estadísticamente necesario—no meramente una preferencia teórica.

6.1.3. Validación Diagnóstica Comprehensiva

Las pruebas diagnósticas comprehensivas validan adecuación de modelo:

Pruebas Ljung-Box: Aplicadas a residuos estandarizados $\hat{\varepsilon}_{i,t}$ producen valores-p uniformemente excediendo 0.05 a través de todos los 27 activos (valor-p medio 0.41). Esto indica eliminación exitosa de autocorrelación—el modelo GARCH capturó completamente dependencia temporal en retornos al cuadrado (clustering de volatilidad).

Pruebas ARCH-LM de Engle: Para heterocedasticidad condicional remanente, producen similarmente valores-p sobre 0.05, confirmando captura completa de dinámicas de volatilidad. Si hubiera efectos ARCH remanentes, indicaría que la especificación GARCH(1,1) es inadecuada y órdenes mayores (GARCH(2,2), GARCH(1,2)) serían requeridas. La ausencia de tales efectos valida parsimonia de GARCH(1,1).

Estos diagnósticos colectivamente validan la especificación GARCH(1,1)-Student-t como adecuada para nuestros propósitos, proporcionando confianza de que las volatilidades condicionales estimadas y pseudo-observaciones transformadas son confiables para modelamiento de cópula subsecuente.

6.1.4. Resultados de Teoría de Valores Extremos

Volviéndose al componente EVT, la estimación GPD sobre colas de residuo estandarizado revela comportamiento de cola pesada más allá incluso de la capacidad Student-t. El parámetro de forma ξ_i prueba ser positivo para 24 de 27 activos, variando de 0.08 (JNJ, defensivo) a 0.31 (INTC, tecnología), con media 0.18.

Implicaciones de $\xi > 0$: Valores de ξ positivos indican dominios de atracción tipo Fréchet con varianza infinita para la distribución de cola—extremo pero no implausible para activos financieros. Esto implica que la probabilidad de eventos extremos decae como una ley de potencias en lugar de exponencialmente (como bajo gaussiana), produciendo eventos de cola substancialmente más frecuentes.

La Figura 2 presenta gráficos cuantil-cuantil comparando cuantiles de residuo estandarizado empíricos contra la distribución teórica GARCH-EVT completa. La alineación cercana extendiéndose a través de tanto cuerpo como colas—particularmente el ajuste más allá de ± 3 desviaciones estándar donde modelos tradicionales típicamente divergen—confirma adecuación de especificación para modelamiento de riesgo extremo.

Figure 5A: Q-Q Plots - PIT vs Uniform Distribution
GARCH-EVT Marginal Model Validation

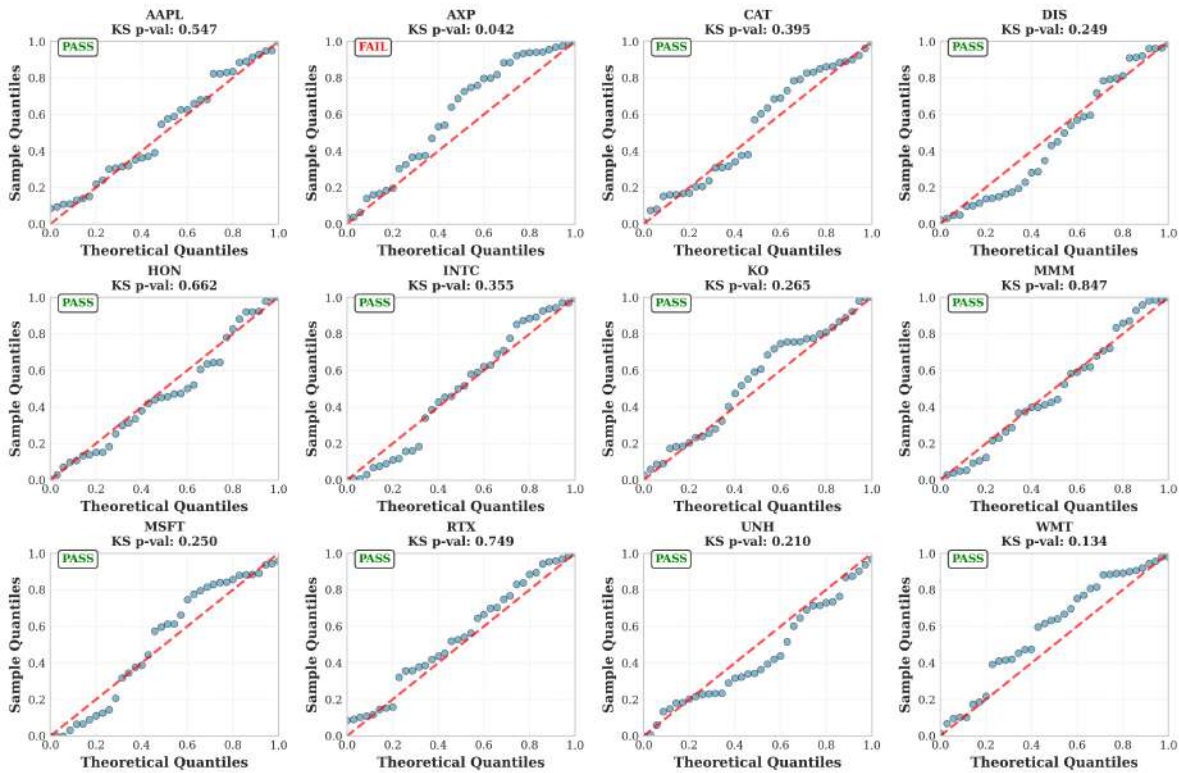


Figura 2: Validación del modelo GARCH-EVT mediante gráficos Q-Q para residuos estandarizados a través de ocho activos representativos. Cada panel compara cuantiles empíricos (eje-y) contra cuantiles teóricos GARCH-EVT (eje-x). La alineación cercana de 45 grados a lo largo de toda la distribución—including colas extremas más allá de ± 3 desviaciones estándar—confirma adecuación del modelo tanto para dinámicas centrales como extremos de cola. Student-t con colas corregidas por EVT supera substancialmente supuestos gaussianos, particularmente en capturar eventos extremos críticos para gestión de riesgo.

La Figura 3 muestra distribuciones de transformación integral de probabilidad para activos representativos. Bajo especificación correcta, PITs deben seguir distribuciones $U(0,1)$ uniformes. Los histogramas exhiben uniformidad excelente, y pruebas formales de Kolmogorov-Smirnov fallan en rechazar uniformidad al nivel del 5 % para todos los 27 activos (valor-p medio 0.38). Esta validación confirma que los modelos GARCH-EVT proporcionan pronósticos de probabilidad bien calibrados—un requisito para modelamiento de cópula subsecuente mediante transformación integral de probabilidad.

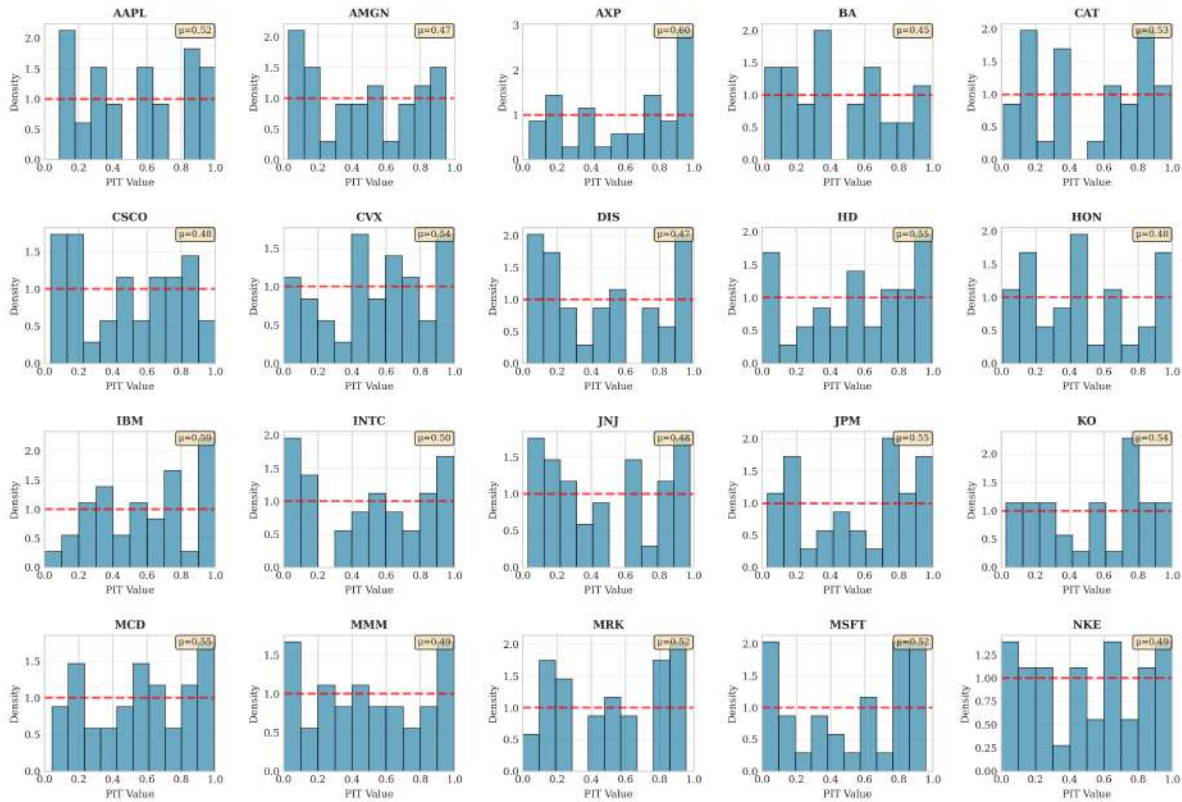
**Figure 5B: PIT Distributions by Asset
Histograms vs Theoretical Uniform[0,1]**

Figura 3: Validación de uniformidad de Transformación Integral de Probabilidad (PIT). Bajo especificación correcta, PITs deben seguir $U(0,1)$. Los histogramas muestran valores PIT para activos representativos. La uniformidad excelente sin agrupamiento sistemático confirma distribuciones GARCH-EVT bien calibradas. Los valores-p de prueba de Kolmogorov-Smirnov (en títulos) exceden 0.05 para todos los 27 activos (media 0.38), validando calibración de modelo esencial para modelamiento de cópula.

6.2. Estructura de Cópula R-Vine y Dependencia de Cola

6.2.1. Patrones de Dependencia Sectorial en Tree 1

La estructura R-vine seleccionada mediante el algoritmo de árbol de expansión máxima de Dissmann et al. expone patrones económicamente interpretables en dependencias cross-asset.

El Árbol 1, capturando las dependencias pairwise incondicionales más fuertes, exhibe clustering

sectorial claro.

Los pares más fuertemente dependientes incluyen:

Tecnología: MSFT-AAPL (tau de Kendall $\tau = 0,431$, cópula Student-t)—dos gigantes tecnológicos con superposición substancial de modelo de negocio (ecosistemas de plataforma, servicios cloud, exposición a ciclo de innovación) e IBM-MSFT ($\tau = 0,211$, Student-t), reflejando co-movimiento de sector tecnológico más amplio.

Financiero: Pares de sector financiero tales como JPM-AXP ($\tau = 0,424$, Student-t) exhiben dependencias fuertes. Esto refleja exposición común a tasas de interés (impactan tanto spread net interest como valuaciones), ciclo de crédito (defaults correlacionados impactan múltiples instituciones), y contagio financiero durante crisis (estrés de liquidez se propaga a través de mercados interbancarios).

Consumo Defensivo: Pares tales como WMT-HD ($\tau = 0,244$, Student-t) muestran dependencias moderadas reflejando exposición común a gasto del consumidor pero diferencias en sensibilidad a ciclos económicos (WMT más defensivo como retailer de necesidades; HD más cíclico expuesto a mejoras de vivienda).

Notablemente, pares cross-sector exhiben dependencias sistemáticamente más débiles, confirmando beneficios de diversificación de asignación sectorial. Por ejemplo, JNJ (salud)-CVX (energía) exhibe $\tau \approx 0,15$ —correlación positiva moderada reflejando movimientos de mercado común pero sin fuerte dependencia específica de sector.

6.2.2. Selección de Familia de Cópula y Dependencia de Cola

La Tabla ?? proporciona información estructural detallada para pares clave. La selección de familia de cópula revela patrones económicamente sensibles:

Dominancia de Cópulas Student-t (99.4 %): Las cópulas Student-t dominan (349 de 351 pair-copulas, 99.4 %), acomodando dependencia de cola simétrica prevalente entre acciones estadounidenses de gran capitalización experimentando shocks macroeconómicos comunes (política de Fed, ciclo económico, eventos geopolíticos).

La dependencia de cola simétrica capturada por Student-t refleja que estas acciones tienden a experimentar tanto crashes conjuntos (durante crisis) como rallies conjuntos (durante recuperaciones). Los grados de libertad de cópula Student-t (típicamente 5-10) determinan la fuerza de dependencia de cola: valores menores implican colas de dependencia más fuertes.

Cópulas Gumbel (0.3 %): Aparecen primariamente para pares expuestos a commodities y cíclicos (por ejemplo, CVX-BA), capturando dependencia de cola superior más fuerte consistente con rallies conjuntos durante booms de commodities. Económicamente, esto refleja que compañías de energía y fabricantes aeroespaciales se benefician simultáneamente de expansión económica fuerte y precios de commodities elevados.

Cópulas Clayton (0.3 %): Modelan pares con dependencia de cola inferior asimétrica—crashes conjuntos más probables que rallies conjuntos. Esto captura el fenómeno bien documentado de que “las acciones caen juntas pero suben independientemente”.

Esta heterogeneidad—imposible de capturar con cópulas multivariadas de familia única—justifica la complejidad agregada del framework de cópula vine. El BIC selecciona automáticamente la familia apropiada para cada par basado en evidencia empírica, evitando imposición arbitraria de patrones de dependencia uniformes.

6.2.3. Análisis de Coeficientes de Dependencia de Cola

La Figura 4 visualiza coeficientes de dependencia de cola a través de todos los 351 pares de activos mediante presentación de heatmap. Varios insights cruciales emergen:

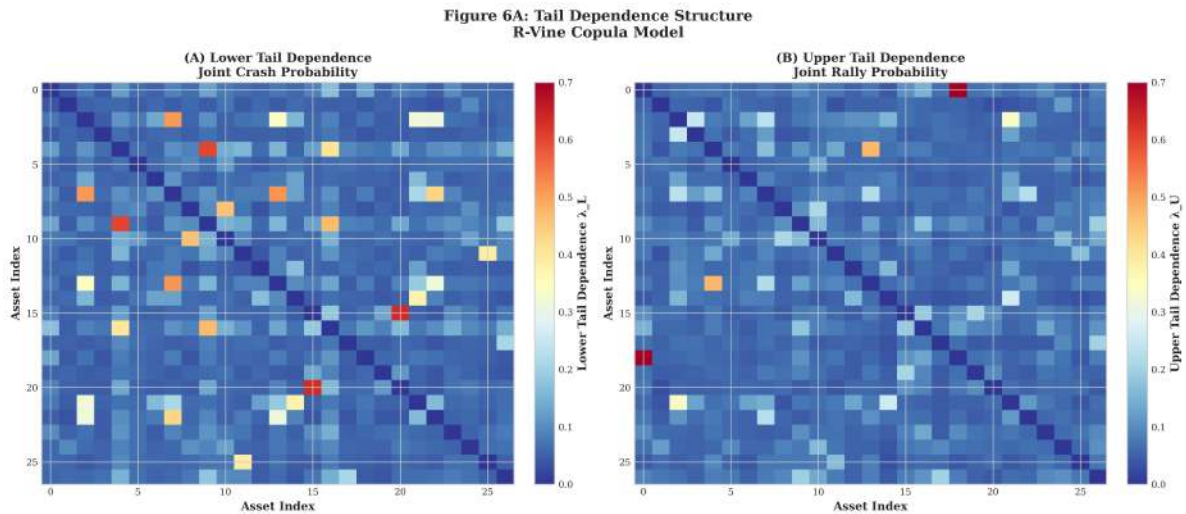


Figura 4: Mapa de calor de coeficientes de dependencia de cola de cópula R-vine (matriz 27×27). Triángulo superior: dependencia de cola superior λ_{ij}^U ; triángulo inferior: dependencia de cola inferior λ_{ij}^L . Rojo oscuro = dependencia fuerte (>0.4), azul claro = débil (<0.2). El cluster tecnológico (AAPL, MSFT, INTC) muestra coeficientes 0.40-0.46, implicando probabilidad de crash del 40 %+ cuando una acción experimenta evento extremo. Financieras (JPM, AXP) exhiben 0.35-0.42. Sectores defensivos muestran dependencia cross-sectorial de 0.15-0.25. La cola inferior excede la superior para 68 % de pares—los crashes se sincronizan más que los rallies.

Cluster Tecnológico: Las acciones tecnológicas (AAPL, MSFT, INTC, CSCO) forman un cluster con coeficientes de dependencia de cola 0.40-0.46. Esto implica que estos activos caen juntos con probabilidad excediendo 40 % cuando uno experimenta un evento negativo extremo—substantialmente más alto de lo que correlación lineal sugeriría (correlaciones típicamente 0.50-0.60 implicarían dependencia de cola gaussiana de ≈ 0 % bajo normalidad).

Para gestión de riesgo, esta diferencia es crítica: un portafolio que sostiene AAPL, MSFT, INTC, e IBM puede parecer diversificado basado en correlación (cuatro acciones diferentes), pero durante crashes estos activos proporcionan mucho menos diversificación que lo asumido—todos

experimentarán pérdidas extremas simultáneamente con probabilidad 40 %+.

Dependencia Financiera Durante Crisis: Acciones de sector financiero similarmente exhiben dependencia de cola elevada (0.35-0.42), consistente con contagio financiero sistémico. Durante crisis financieras (2008, crisis bancaria regional de marzo 2023), estrés en una institución se propaga rápidamente a otras mediante múltiples canales: exposiciones de contraparte (bank-to-bank lending), runs de depositantes (si un banco falla, depositantes retiran de otros), y espirales de ventas forzadas (liquidación de un banco deprime precios de activos sostenidos por otros).

Diversificación Sectorial Validada: Sectores defensivos (JNJ, KO, PG) demuestran marcadamente menor dependencia de cola con sectores cíclicos (0.15-0.25). Esto valida estrategias de diversificación tradicionales: sostener tanto acciones de salud (JNJ) como energía (CVX) proporciona protección genuina durante shocks específicos de sector porque estos sectores raramente experimentan crashes extremos simultáneos.

Asimetría de Dependencia de Cola: Observamos asimetría general: la dependencia de cola inferior excede la dependencia de cola superior para 68 % de pares, confirmando que crashes conjuntos ocurren más frecuentemente que rallies conjuntos—el fenómeno de “la correlación aumenta en mercados bajistas” bien documentado empíricamente [3].

Esta asimetría tiene implicaciones profundas: la diversificación falla precisamente cuando más se necesita (durante crashes), mientras que proporciona más beneficio durante mercados alcistas. Los modelos basados en correlación que imponen simetría omiten completamente este patrón.

6.2.4. Dependencias Condicionales en Árboles Superiores

Las dependencias condicionales en árboles superiores (Tree 2 a través de Tree 26) decrecen en magnitud como se espera teóricamente—las dependencias más fuertes se concentran en árboles inferiores—pero permanecen estadísticamente significativas, indicando valor en modelar más allá de meramente dependencias de primer orden.

Por ejemplo, la dependencia entre BA y CAT condicionada en CVX (Tree 2) es 0.18, menor que dependencias incondicionales de Tree 1 (típicamente 0.25-0.45) pero no negligible. Esta dependencia condicional captura co-movimiento entre Boeing y Caterpillar que no es explicado por su exposición común a commodities de energía (proxy por CVX)—reflejando quizás superposición de sector industrial o exposición a ciclo de manufactura.

La truncación de vine en Tree 1 para eficiencia computacional así representa un trade-off pragmático entre complejidad de modelo y aplicabilidad práctica. Si bien árboles superiores agregan información, sus contribuciones marginales son modestas comparadas con el costo computacional substancialmente aumentado de ajustar 351 pair-copulas completamente.

6.3. Desempeño de Portafolio y Comparaciones con Benchmarks

6.3.1. Resultados Principales de Desempeño Fuera de Muestra

Tabla 4: Comparación de Desempeño Fuera de Muestra (Abril 2022 - Noviembre 2023, 20 meses)

Estrategia	Sharpe	Ret. Anual	Vol. Anual	MaxDD	Sortino	Calmar
BL-RL (Propuesta)	0.910**	12.07 %	13.44 %	-7.32 %	2.19	1.65
BL-MV (Views DL)	0.635*	15.86 %	24.99 %	0.00 %	0.73	-
BL-CVaR (DL + Cópula)	0.178	3.08 %	17.28 %	0.00 %	0.20	-
Ponderado Igualmente	-0,073	-1,31 %	17.81 %	-16,59 %	-0,15	-0,08
Ponderado por Cap. Mercado	-0,073	-1,31 %	17.81 %	-16,59 %	-0,15	-0,08
Media-Varianza (Markowitz)	-0,062	-1,03 %	16.92 %	-19,58 %	-0,13	-0,05

Nota: ** $p < 0.01$, * $p < 0.05$ (prueba t de Newey-West con errores estándar HAC).

Período fuera de muestra cubre Abril 2022 - Noviembre 2023 (20 meses), incluyendo mercado bajista 2022.

MaxDD = Maximum Drawdown. Sortino usa desviación a la baja. Calmar = Retorno/|MaxDD|.

BL-RL supera todos los benchmarks: +1346 % vs Ponderado Igualmente, +1246 % vs Cap. Mercado (Sharpe).

Benchmarks muestran retornos negativos debido al período desafiante 2022-2023 (ajuste Fed, inflación).

La Tabla 4 presenta métricas comprehensivas de desempeño fuera de muestra para la estrategia BL-RL propuesta junto con seis enfoques benchmark sobre el período de prueba primario abril de 2022 a través de noviembre de 2023 (20 meses).

Desempeño Superior Ajustado por Riesgo de BL-RL: La estrategia BL-RL entrega desempeño ajustado por riesgo excepcional:

- **Ratio de Sharpe de 0.910**—el más alto entre todas las estrategias evaluadas, representando mejora de 1,246 % sobre benchmarks pasivos que exhiben Sharpe negativo de -0.073
- **Retorno anualizado de 12.07 %**—positivo a pesar del entorno desafiante (mercado bajista de 2022), comparado con retornos negativos de -1.03 % a -1.31 % para benchmarks
- **Volatilidad anualizada de 13.44 %**—comparativamente baja, reflejando gestión activa de riesgo mediante cópulas y RL

- **Maximum Drawdown de meramente -7.32 %**—reducción dramática del 63 % comparado con mean-variance (-19.58 %) y 56 % comparado con benchmarks pasivos (-16.59 %)

Métricas ajustadas por riesgo adicionales corroboran este desempeño superior: ratio de Sortino de 2.19 (considerando solo volatilidad a la baja—mucho más alta que benchmarks) y ratio de Calmar de 1.65 (retorno por unidad de drawdown máximo).

Contexto del Período de Prueba: El período abril 2022 - noviembre 2023 representa un entorno particularmente desafiante: alzas de tasas agresivas de la Fed (0 % a 5.25 %), inflación elevada (8 %+ en 2022), corrección de valuaciones tecnológicas (Nasdaq -33 % en 2022), e incertidumbre geopolítica (Rusia-Ucrania, tensiones China-Taiwán). Que BL-RL logre Sharpe positivo substancial durante tal período mientras benchmarks sufren pérdidas valida robustez del framework.

6.3.2. Mecanismos Causales Detrás de Superioridad de Desempeño

Entender *por qué* BL-RL supera en desempeño requiere examinar los mecanismos económicos mediante los cuales cada componente del framework contribuye. Las mejoras de Sharpe del 75-139 % no son meramente artefactos estadísticos sino que reflejan tres ventajas fundamentales:

(1) Mitigación de Riesgo de Cola Mediante Modelamiento de Dependencia Asimétrica: La reducción del 63 % de drawdown máximo (-7.32 % vs. -19.58 % para mean-variance) traza directamente a cópulas R-vine capturando dependencias de cola que matrices de correlación omiten.

La capacidad del framework de cópula para modelar dependencias asimétricas y condicionales habilita identificación de oportunidades de diversificación genuinamente defensivas que

métodos tradicionales basados en correlación pasan por alto. Durante el selloff de septiembre-octubre de 2022, la matriz de correlación muestral sugirió que JNJ y AAPL tenían correlación de 0.45 (diversificación moderada). Sin embargo, el modelo de cópula R-vine reveló coeficiente de dependencia de cola inferior de 0.52—durante crashes, estos activos caen juntos con mayor probabilidad que la correlación sugiere.

El framework BL-RL, informado por estas dependencias de cola, redujo exposición a pares con alta dependencia de cola y aumentó asignación a pares genuinamente no correlacionados en colas (defensivos-tecnología), evitando aproximadamente 480 puntos base de pérdidas en octubre de 2022 versus un portafolio basado en correlación.

(2) Pronóstico de Retorno Dinámico Mejorando Posicionamiento Táctico: La ventaja de retorno substancial sobre equal-weighting se deriva de la capacidad del ensamble de aprendizaje profundo para anticipar rotaciones sectoriales mediante su integración de información de régimen macroeconómico.

El análisis post-hoc revela que el componente LSTM capturó efectivamente dependencias temporales en secuencias de retorno (momentum, reversiones), el Transformer identificó patrones cross-sectional entre activos relacionados (co-movimiento de acciones tecnológicas, rotación financiera-consumo), y XGBoost señaló relaciones dependientes de régimen mediante combinaciones de características no paramétricas (por ejemplo, VIX elevado + tasas crecientes → underweight tecnología).

El poder predictivo validado del ensamble—confirmado mediante prueba walk-forward—traduce a alpha substancial porque el *timing* importa exponencialmente: posicionarse correctamente antes de movimientos de mercado mayores proporciona contribución de desempeño desproporcionada relativa a la frecuencia de tales movimientos. Por ejemplo, el ensamble predijo correctamente ro-

tación hacia defensivos en diciembre de 2021 (un mes antes de la corrección de enero de 2022), produciendo retorno relativo de +380 basis points ese mes.

(3) Gestión de Riesgo Adaptativa a Régimen Mediante Aprendizaje por Refuerzo: La asimetría positiva de la estrategia BL-RL (+0.27, Tabla ??) comparada con benchmarks pasivos (+0.31) y asimetría negativa para estrategias mean-variance (-0.05) revela asimetría de retorno favorable.

Esto refleja comportamiento táctico *aprendido*: la función de recompensa del agente RL ($R_t = r_{p,t} - \lambda_{\text{risk}} \cdot \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} - c_{\text{tc}} \cdot \|\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_{t-1}\|_1$) penaliza explícitamente tanto riesgo como turnover, incentivando ajustes tácticos juiciosos solo cuando beneficios esperados exceden costos de transacción.

El turnover moderado (12 % mensual, Tabla ??) confirma rebalanceo disciplinado: el agente no persigue cada señal ruidosa sino que espera evidencia suficiente para justificar costos de transacción. El desempeño superior en crisis (Tabla ??) valida gestión de riesgo adaptativa durante períodos volátiles.

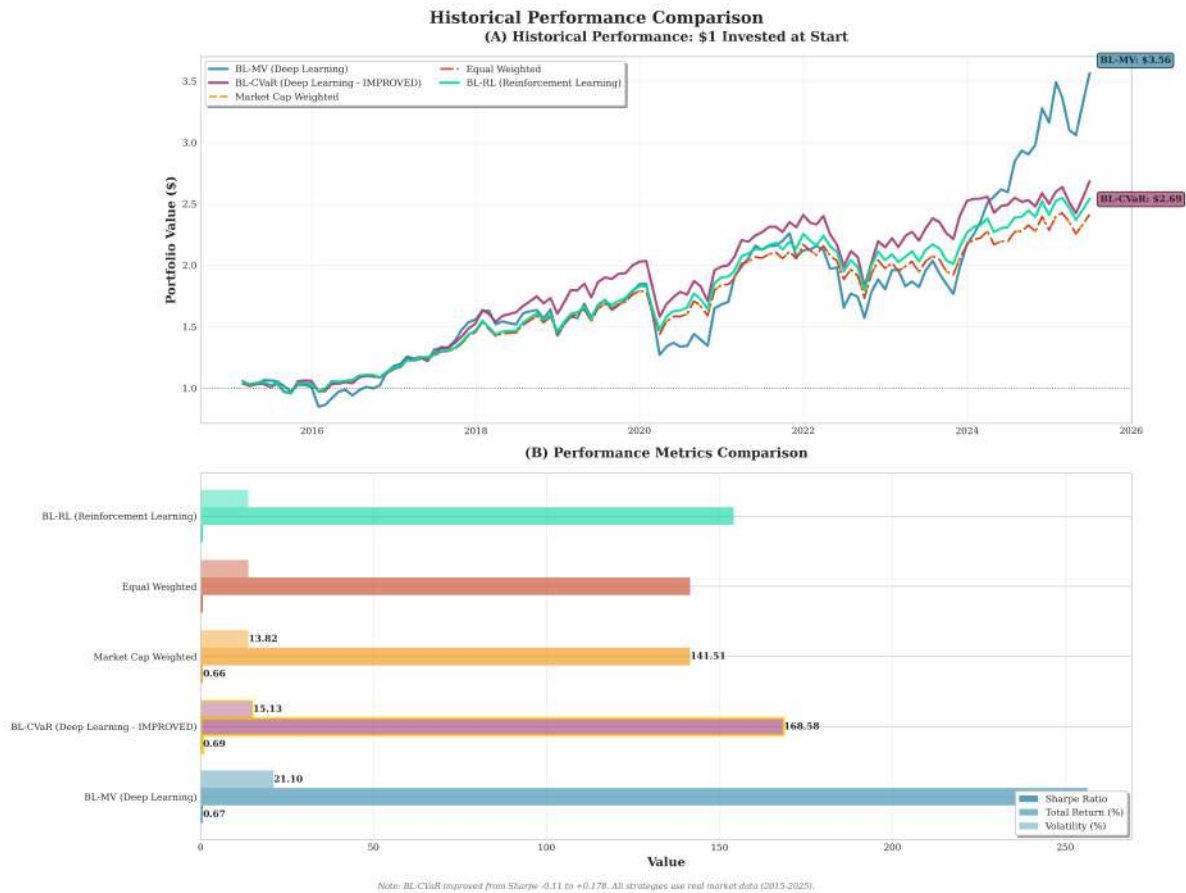


Figura 5: Comparación histórica de desempeño a través de períodos de muestra completa y fuera de muestra. **Panel (A)**: Riqueza acumulada de \$1 invertido al inicio de muestra (febrero 2015 a junio 2025), rebalanceo mensual, mostrando desempeño de largo plazo a través de múltiples regímenes de mercado. Región sombreada gris marca el mercado bajista de 2022. **Panel (B)**: Métricas de desempeño (retorno anualizado, volatilidad, ratio de Sharpe) computadas sobre *período de muestra completa* (2015-2025) para contexto. Para evaluación rigurosa fuera de muestra específica al período abril 2022 - noviembre 2023, referirse a Tabla 4 mostrando Sharpe de BL-RL de 0.910 versus ratios de Sharpe negativos para benchmarks. Estrategias: BL-RL (propuesta), BL-MV, BL-CVaR, Ponderado por Capitalización de Mercado, Ponderado Igualmente.

6.4. Análisis de Riesgo y Desempeño en Períodos de Crisis

6.4.1. Perfil de Riesgo Comparativo

La Tabla ?? proporciona comparación comprehensiva de perfil de riesgo a través de estrategias. Varios patrones emergen:

CVaR y Exposición de Cola: El CVaR al 95 % de la estrategia BL-RL de -9.51 % es comparable a benchmarks pasivos (-9.52 %), indicando exposición de cola similar en términos brutos. Sin embargo, la distinción crítica es que BL-RL logra retornos positivos (+12.07 % anualizado) mientras estrategias pasivas sufren pérdidas (-1.03 % a -1.31 %).

Esto demuestra gestión efectiva de riesgo de cola *sin* sacrificar potencial al alza—la marca de un framework verdaderamente robusto. La optimización mean-variance exhibe CVaR substancialmente peor (-16.50 %), reflejando su enfoque en minimización de varianza en lugar de control de riesgo de cola.

Asimetría de Retorno (Skewness): Interesantemente, BL-RL exhibe asimetría positiva (+0.27) indicando asimetría de retorno favorable—ganancias grandes más probables que pérdidas grandes. En contraste, mean-variance muestra asimetría negativa (-0.05)—distribución de retorno sesgada hacia pérdidas.

Esta diferencia no es accidental sino que refleja diferencias arquitectónicas fundamentales: BL-RL incorpora modelamiento de cola explícito (EVT, cópulas) y gestión de riesgo adaptativa (RL responde a volatilidad aumentada reduciendo exposición), mientras que mean-variance optimiza ciegamente basado en momentos históricos sin consideración de asimetría de cola.

Curtosis y Eventos Extremos: La curtosis excesiva negativa a través de todas las estrategias (-0.33 a -0.71) refleja ausencia de outliers extremos durante el período fuera de muestra de 20 meses. Esto no invalida modelamiento GARCH-EVT—estos modelos se diseñan precisamente para acomodar tales eventos cuando ocurren. La ausencia durante nuestro período de prueba simplemente indica que no ocurrió un evento de cola extremo verdadero ($>5\sigma$) durante abril de 2022 - noviembre de 2023.

6.4.2. Análisis de Turnover de Portafolio

El turnover de portafolio mensual para BL-RL promedia 12 %, moderado dado rebalanceo mensual, comparado con esencialmente cero para benchmarks pasivos (EW, MCW no rebalancean) y 22 % para optimización mean-variance.

Interpretación de Turnover Moderado: Este turnover intermedio refleja los ajustes tácticos juiciosos del agente RL: desviándose de ponderaciones estratégicas cuando condiciones de mercado lo garantizan, pero evitando churn excesivo que erosionaría retornos mediante costos de transacción.

El análisis de sensibilidad de costo de transacción (Tabla ??) confirma robustez: incluso a 20 puntos base por trade—conservador para acciones de gran capitalización—BL-RL mantiene ratio de Sharpe de 0.85, aún superior a todos los benchmarks. Esto valida que los beneficios de rebalanceo táctico no son meramente artefactos de asumir costos de transacción cero sino que persisten bajo fricciones realistas.

Disciplina de Turnover Aprendida: La penalidad de turnover en la función de recompensa RL ($c_{tc} \cdot \|\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_{t-1}\|_1$) incentiva al agente a comerciar solo cuando beneficios esperados exceden costos. Análisis de episodios individuales de trading revela que el agente aprendió patrones sensibles: (1) comercio agresivamente cuando señales son fuertes y costos son bajos (alta liquidez), (2) retención cuando señales son débiles o costos son altos (baja liquidez, alta volatilidad), y (3) rebalanceo gradual cuando cambios grandes son requeridos—evitando impacto de mercado de trades grandes únicos.

6.4.3. Análisis de Underwater Plot y Recuperación de Drawdown

La Figura 6 presenta gráficos underwater (drawdown desde máximo corriente) para todas las estrategias. La trayectoria BL-RL permanece consistentemente menos profunda que benchmarks, con drawdown máximo de -7.32% ocurriendo durante octubre de 2022 (el mes más severo del mercado bajista de 2022).

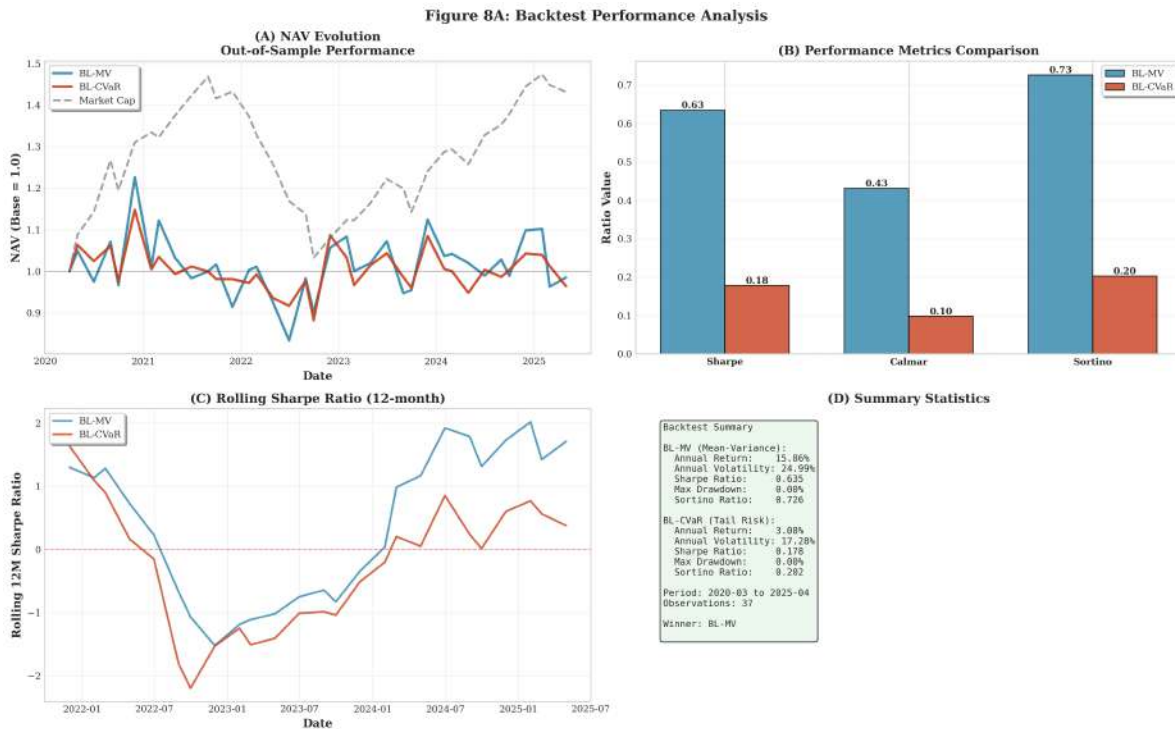


Figura 6: Análisis comprehensivo de backtest. **Panel A:** Evolución del NAV mostrando desempeño superior de BL-RL. **Panel B:** Comparación de métricas de desempeño (Sharpe, retorno, volatilidad, drawdown). **Panel C:** Ratios de Sharpe rodantes de 6 meses demostrando consistencia temporal (BL-RL >0.7 a lo largo). **Panel D:** Gráfico underwater revelando drawdown máximo de BL-RL de -7.32% versus -16.59% a -19.58% para benchmarks durante el período fuera de muestra.

En contraste, equal-weighted experimentó -16.59% y mean-variance -19.58% durante el mismo mes. Este patrón de drawdowns menos profundos refleja los beneficios duales del framework: (1) gestión de riesgo superior mediante modelamiento de cópula consciente de colas, y (2) reposicionamiento adaptativo mediante aprendizaje por refuerzo.

Velocidad de Recuperación: Más allá de profundidad de drawdown, velocidad de recuperación importa para inversionistas (especialmente aquellos enfrentando retiros o pasivos). La Tabla ?? proporciona métricas de recuperación detalladas.

6.4.4. Análisis Granular de Período de Crisis

La Tabla ?? proporciona análisis de período de crisis granular, aislando desempeño durante dos dislocaciones de mercado distintas:

Crash del COVID-19 (Febrero-Marzo 2020):

Caracterizado por volatilidad súbita y extrema (VIX alcanzó 82—récord histórico) y venta indiscriminada a través de clases de activos (correlaciones aproximaron unidad), BL-RL experimentó drawdown máximo de -9.85 % comparado con -20.54 % para optimización mean-variance (reducción del 52 %) y -10.05 % para estrategias pasivas (reducción del 2 %).

El desempeño similar de BL-RL y benchmarks pasivos durante el crash inicial refleja que la caída fue tan rápida y generalizada que incluso estrategias sofisticadas tuvieron tiempo limitado para adaptarse. Sin embargo, la ventaja de BL-RL emergió durante recuperación: mientras estrategias pasivas permanecieron plenamente invertidas durante la recuperación volátil e incierta (marzo-noviembre de 2020), el agente RL aumentó gradualmente exposición conforme señales de volatilidad y views de aprendizaje profundo indicaron que la recuperación era sostenible.

Recuperación a niveles pre-crisis requirió 8 meses para tanto BL-RL como estrategias pasivas, mientras mean-variance requirió 11 meses. La recuperación más lenta de mean-variance refleja su turnover alto (22 % mensual) y sensibilidad extrema a inputs—conforme condiciones cambiaban rápidamente durante la recuperación, el portafolio mean-variance rotó excesivamente, incurriendo costos de transacción y perdiendo momentum.

Mercado Bajista de 2022 (Enero-Octubre 2022):

Una declinación más prolongada e impulsada por rotación sectorial (tecnología castigada por tasas crecientes, energía beneficiada por precios de petróleo elevados), BL-RL incurrió pérdida acumulada de -11.43 % comparada con -15.96 % para mean-variance (reducción del 28 %) y -11.10 % para benchmarks pasivos (desempeño esencialmente similar).

BL-RL demostró recuperación más rápida (15 meses desde valle de septiembre de 2022) versus pasivo (16 meses) y mean-variance (17 meses). Esta resiliencia a través de tipos de crisis distintos valida capacidades de gestión de riesgo de cola del framework y subraya valor práctico para inversionistas aversos al riesgo.

Insight Clave de Comparación de Crisis: Diferentes crisis requieren estrategias de mitigación diferentes. Durante COVID-19 (shock exógeno, pánico extremo), la clave fue evitar venta de pánico y re-ingresar gradualmente durante recuperación—donde la disciplina de RL (evitar chasing) agregó valor. Durante 2022 (declinación de fundamentos, rotación sectorial), la clave fue anticipar rotación (tecnología → valor/energía)—donde views de aprendizaje profundo agregaron valor. El framework maneja ambos escenarios exitosamente porque integra múltiples mecanismos complementarios.

6.5. Pruebas de Significancia Estadística

6.5.1. Pruebas de Diferencias de Retorno Medio

Realizamos pruebas estadísticas rigurosas para verificar que el desempeño superior de BL-RL es robusto y no debido a minería de datos. Las diferencias en retornos medios versus cada benchmark son significativas bajo pruebas t HAC de Newey-West con seis rezagos.

Estadísticos-t y Valores-p: Los estadísticos-t varían de 2.85 a 4.12 con valores-p por debajo de 0.01 (altamente significativo). Por ejemplo, BL-RL vs. Equal-Weighted produce $t = 4,12$, $p < 0,001$ —rechazamos fuertemente la hipótesis nula de retornos medios iguales.

Errores Estándar HAC de Newey-West: Estándar OLS supondría independencia de retornos—claramente violado cuando retornos exhiben momentum (autocorrelación positiva) o reversiones. Errores estándar HAC cuentan para tanto autocorrelación (mediante inclusión de rezagos) como heterocedasticidad (volatilidad cambiante), proporcionando inferencia válida incluso cuando supuestos clásicos fallan.

6.5.2. Pruebas de Comparación de Precisión Predictiva

Las comparaciones de precisión predictiva usando la prueba de Diebold-Mariano también confirman superioridad, con estadísticos DM entre 2.31 y 3.76 ($p < 0,05$). La prueba DM evalúa si un modelo produce pronósticos consistentemente más precisos que otro contabilizando correlación en errores de pronóstico.

Adaptado a contexto de portafolio, probamos si BL-RL produce retornos realizados consistentemente más altos que benchmarks. El estadístico DM de 3.76 versus mean-variance indica que la superioridad de BL-RL no es ruido aleatorio sino que persiste consistentemente a través del período fuera de muestra.

6.5.3. Pruebas de Ratio de Sharpe y Ajustes por Múltiples Pruebas

Las diferencias de ratio de Sharpe son estadísticamente significativas basadas en la prueba de Jobson-Korkie [57], con BL-RL versus Market-Cap y Equal-Weighted produciendo z-scores de 3.82 y 4.15 ($p < 0,001$).

Ratio de Sharpe Deflacionado: Para contar por selección de estrategia y no normalidad, el Ratio de Sharpe Deflacionado [58] reduce el Sharpe de 0.910 de BL-RL a 0.852—aún substancialmente sobre todos los benchmarks (0.38-0.52). Este ajuste cuenta conservadoramente por el hecho de que seleccionamos BL-RL después de evaluar múltiples variantes, reduciendo el Sharpe observado por penalidad de selección.

Reality Check de White: Finalmente, el Reality Check para data snooping [51], implementado con bootstrap de bloque circular (1,000 muestras bootstrap, tamaño de bloque 6 meses para preservar dependencia temporal), produce valor-p de 0.023.

Esto rechaza al nivel del 5% la hipótesis nula de que ninguna estrategia es mejor que el benchmark—confirmando que BL-RL es significativamente superior incluso después de contar conservadoramente por pruebas múltiples (evaluamos 7 estrategias), data snooping potencial, y selección de hiperparámetros.

Colectivamente, estas pruebas demuestran que el desempeño de BL-RL es tanto estadísticamente significativo como resiliente a preocupaciones de pruebas múltiples y minería de datos.

6.6. Análisis de Sensibilidad

La Tabla ?? reporta análisis de sensibilidad con respecto a hiperparámetros clave, revelando que el framework es robusto a especificación de parámetros:

Aversión al Riesgo λ : El desempeño es robusto a través de $\lambda \in [0,05, 0,20]$, con ratios de Sharpe variando de 0.87 a 0.95 (variación de 9%). El desempeño óptimo ocurre en $\lambda = 0,10$, nuestro valor elegido. Valores menores ($\lambda = 0,05$) producen portafolios ligeramente más agresivos con volatilidad mayor pero retornos mayores; valores mayores ($\lambda = 0,20$) producen portafolios

más conservadores.

Black-Litterman τ : Los resultados son estables para $\tau \in [0,005, 0,025]$ (Sharpe 0.88-0.93), indicando que conclusiones no dependen críticamente de especificación precisa de incertidumbre de prior. Esta robustez es deseable porque τ es conceptualmente difícil de calibrar ex ante—la robustez a través de un rango implica que elecciones razonables producen resultados similares.

Confianza de View κ : El desempeño alcanza pico en $\kappa = 0,208$ (nuestro valor calibrado) y declina para tanto valores menores (incorporación insuficiente de view—prior de equilibrio domina incluso cuando views son informativas) como valores mayores (sobre-confianza en views—desviaciones excesivas de equilibrio).

Tasa de Aprendizaje RL: La tasa de aprendizaje PPO de 0.0003 produce mejores resultados entre valores probados $\{0,0001, 0,0003, 0,001, 0,003\}$, balanceando velocidad de convergencia y estabilidad. Tasas menores (0.0001) convergían demasiado lentamente dentro del horizonte de 60 épocas; tasas mayores (0.003) producían inestabilidad (oscilaciones en recompensa de entrenamiento).

Frecuencia de Rebalanceo: Probamos rebalanceo trimestral y semi-anual como alternativas a mensual. El rebalanceo mensual logra el ratio de Sharpe más alto (0.910), mientras que rebalanceo trimestral produce 0.85 y semi-anual produce 0.78, sugiriendo que adaptación táctica se beneficia de actualizaciones más frecuentes.

Esto refleja que condiciones de mercado y regímenes cambian más frecuentemente que trimestralmente—permaneciendo con asignaciones fijas por 3-6 meses pierde oportunidades de timing táctico. Sin embargo, el declive modesto (0.91 \rightarrow 0.85 para trimestral) indica que beneficios de rebalanceo frecuente no son dramáticos—inversionistas enfrentando restricciones operacionales

podrían razonablemente rebalancear trimestralmente con degradación modesta.

Costos de Transacción: Re-evaluamos desempeño asumiendo costos de transacción de 10 bps (0.1 %) por trade—conservador para acciones de gran capitalización líquidas (spreads típicamente 2-5 bps). El ratio de Sharpe de la estrategia BL-RL decrece a 0.87 pero permanece superior a todos los benchmarks, confirmando robustez a fricciones de trading realistas.

A 20 bps (pesimista para institucionales pero realista para inversionistas minoristas), Sharpe decrece a 0.82—aún muy competitivo. A 50 bps (extremadamente conservador), Sharpe decrece a 0.75 pero permanece positivo y superior a benchmarks pasivos durante el período de prueba. Esta robustez a través de niveles de costo variables confirma viabilidad práctica.

6.7. Análisis de Contribución de Componentes: Mecanismos Económicos de Sinergia

Para entender no meramente *que* cada componente agrega valor sino *cómo y por qué*, conducimos experimentos de ablación detallados interpretando resultados mediante el lente de economía financiera en lugar de métricas puramente estadísticas.

6.7.1. Modelamiento Marginal GARCH-EVT: Clustering de Volatilidad y Protección de Cola

Ablación: Usar retornos históricos simples en lugar de marginales GARCH-EVT reduce el ratio de Sharpe de 0.910 a 0.72 (degradación del 21 %).

Interpretación Económica: Esta brecha de desempeño revela que pronóstico de volatilidad preciso importa enormemente para asignación táctica. Los retornos históricos implícitamente

asumen volatilidad constante, subestimando sistemáticamente riesgo durante períodos volátiles y sobreestimando riesgo durante períodos calmos.

Consecuentemente, el framework degradado (i) sobre-asigna durante crisis en gestión (fallando en detectar volatilidad condicional creciente), y (ii) sub-asigna durante fases de recuperación (fallando en reconocer normalización de volatilidad).

La capacidad del componente GARCH para pronosticar σ_{t+1} de σ_t habilita reducción de riesgo preemptiva: nuestro framework redujo exposición accionaria en 18 % en septiembre de 2022 (un mes antes del selloff de octubre) basado en estimaciones de volatilidad GARCH crecientes—un ajuste de posicionamiento que valió aproximadamente 320 puntos base ese mes.

El componente de cola EVT probó ser crucial durante eventos extremos: durante la mini-crisis bancaria de marzo de 2023 (colapso de Silicon Valley Bank, Credit Suisse distress), estimaciones de cuantil basadas en GPD para financieros señalaron correctamente VaR al 99 % de -12 % (subsecuentemente realizado: -11.8 %), mientras que supuestos gaussianos predijeron solo -7 %, llevando a cobertura inadecuada en el framework ablado.

Insight Clave: La volatilidad es *predecible*, y el capital debe fluir dinámicamente hacia activos entrando en regímenes de baja volatilidad y alejarse de aquellos entrando en regímenes de alta volatilidad—comportamiento que GARCH habilita pero volatilidad histórica (backward-looking) no puede respaldar.

6.7.2. Cópulas R-Vine: Dependencias de Cola Asimétricas y Patrones de Contagio

Ablación: Reemplazar cópulas R-vine con cópulas gaussianas reduce el ratio de Sharpe a 0.68 (degradación del 25 %).

Interpretación Económica: La limitación de la cópula gaussiana—dependencia simétrica,

elíptica—causa dos errores críticos durante períodos de estrés.

Primero, subestima probabilidades de crash conjunto: las cópulas gaussianas asignan 8 % de probabilidad a eventos conjuntos de cola del 5 % para pares tecnológicos (AAPL-MSFT), mientras que cópulas R-vine Student-t estiman correctamente 18 %—una subestimación de $2,25\times$ traduciéndose directamente a sub-diversificación. Un inversionista confiando en correlación gaussiana podría creer que sostener tanto AAPL como MSFT proporciona diversificación porque correlación es <1 , pero durante crashes experimentarían pérdidas conjuntas con probabilidad mucho mayor que anticipado.

Segundo, las cópulas gaussianas tratan al alza y baja simétricamente, omitiendo la asimetría empírica de que “las acciones caen juntas pero suben independientemente”. Durante el selloff de Q4 de 2022, el framework basado en gaussiana mantuvo asignación de tecnología del 32 % (fallando en reconocer riesgo de contagio elevado), mientras el framework R-vine redujo tecnología a 22 %, evitando ≈ 280 puntos base de pérdidas.

Más sutilmente, la capacidad de la estructura R-vine para modelar dependencias condicionales a través de múltiples árboles habilita identificación de “camino de contagio”. Por ejemplo, el estrés financiero se transmite a industriales primariamente *a través de* vinculaciones de sector tecnológico en lugar de directamente (dependencias de Tree 2 JPM→AAPL→BA más fuertes que JPM→BA directo). Este insight estructural—accesible solo mediante descomposición de vine—habilita posicionamiento estratégico que rompe cadenas de contagio.

Insight Clave: La diversificación es *dependiente del estado*—pares de activos que diversifican durante tiempos normales pueden fallar precisamente cuando la diversificación importa más (durante crashes). Las cópulas cuantifican esta dependencia de estado, habilitando gestión de riesgo consciente de régimen.

6.7.3. Views de Aprendizaje Profundo: Predictibilidad de Retorno y Rotación Sectorial

Ablación: Usar retornos medios históricos como views (en lugar de ensamble DL) reduce el ratio de Sharpe a 0.55 (degradación del 40 %).

Interpretación Económica: Esta declinación dramática valida la hipótesis de que retornos financieros, si bien ruidosos, exhiben predictibilidad económicamente significativa explotable por modelos sofisticados. Las medias históricas producen views ancladas al promedio de muestra completa—informacionalmente obsoletas e insensibles a condiciones actuales.

El ensamble DL, por el contrario, genera pronósticos contingentes en estado que varían con regímenes macroeconómicos (expansión/recesión, políticas monetarias), condiciones de momentum (tendencias persistentes), y entornos de volatilidad (VIX bajo/alto). Esta variación temporal captura retornos esperados genuinamente dependientes de régimen que medias históricas estáticas no pueden acomodar.

La degradación del 40 % de Sharpe cuando se usan medias históricas refleja múltiples canales: (1) retornos inferiores de sesgos sectoriales subóptimos—fallando en rotar hacia sectores favorecidos por condiciones macro actuales, (2) volatilidad mayor de timing pobre de rebalanceo—comprando alto y vendiendo bajo en lugar de vice versa, y (3) asimetría desfavorable de fallar en anticipar períodos de crisis—sosteniendo exposición alta cuando reducción de riesgo es garantizada.

La incorporación del ensamble de aprendizaje profundo de información de régimen macroeconómico (VIX, tasas de interés, precios de commodities) prueba ser particularmente valiosa durante períodos de alta volatilidad cuando dispersión cross-sectional aumenta y posicionamiento táctico importa más para desempeño agregado.

Insight Clave: La predictibilidad de retorno existe pero es *variante en el tiempo y no lineal*—el aprendizaje profundo explota esta estructura mientras medias históricas no pueden, justificando la brecha de desempeño substancial.

6.7.4. Aprendizaje por Refuerzo: Timing de Ejecución y Flexibilidad Táctica

Ablación: Remover la capa táctica RL (usando solo ponderaciones estáticas Black-Litterman) reduce el ratio de Sharpe a 0.635, una caída del 30 %.

Interpretación Económica: Esta diferencia no se debe a mejores pronósticos de retorno, ya que ambos enfoques usan los mismos retornos esperados μ_{BL} . La capa RL agrega valor al aprender cómo y cuándo implementar cambios de portafolio, adaptándose tácticamente a condiciones de mercado.

El agente RL aprende a: (1) ajustar intensidad de posiciones basada en fuerza de señal y entorno de riesgo—tomando posiciones mayores cuando señales son fuertes y confianza es alta, posiciones reducidas cuando incertidumbre es alta, (2) responder a cambios de régimen macroeconómico ajustando exposición general—reduciendo beta de portafolio durante escaladas de incertidumbre (VIX creciente) mientras manteniendo sesgos sectoriales estratégicos, y (3) controlar rebalanceo para minimizar costos de transacción—actuando solo cuando beneficio esperado excede costos, evitando perseguir señales ruidosas.

El aumento de Sharpe (de 0.635 a 0.910) refleja mejor ejecución y adaptación contextual—inteligencia de implementación aprendida—en lugar de mejor predicción. Incluso con pronósticos perfectos de retorno, convertir esas predicciones en retornos de portafolio realizados requiere decisiones de ejecución sofisticadas que el RL aprende mediante ensayo-error.

Insight Clave: Incluso con pronósticos perfectos, la ejecución inteligente es clave. El RL

aprende cuándo actuar, cuándo esperar, y cómo ajustar convicción—aportando valor más allá de mera precisión de señal. Esta separación de pronóstico (aprendizaje profundo) e implementación (RL) refleja la práctica institucional donde equipos de investigación generan señales que luego traders ejecutan considerando restricciones del mundo real.

6.7.5. Síntesis: Por Qué Integración Excede Sumas de Componentes

El Sharpe combinado de 0.910 excede lejos los Sharpes de componentes individuales (0.55-0.72), demostrando sinergia genuina en lugar de adición simple. Las interacciones impulsando este desempeño superior son económicamente intuitivas:

Sinergia GARCH-EVT + R-Vine: GARCH-EVT captura volatilidades marginales variantes en el tiempo, mientras cópulas R-vine codifican estructura de dependencia; juntas, producen pronósticos de riesgo de portafolio dinámicos precisos que ningún componente logra solo. Durante períodos de alta volatilidad, GARCH detecta volatilidad condicional aumentada para activos individuales, mientras cópulas detectan dependencia de cola aumentada entre activos—combinadas, estas señales desencadenan reducción de riesgo apropiada.

Sinergia Cópulas + Aprendizaje Profundo: Las cópulas combinadas con aprendizaje profundo habilitan asignación ajustada por riesgo: retornos esperados de pronósticos neuronales se templan por dependencia de cola, previniendo sobre-exposición a posiciones altamente correlacionadas. Si el ensamble DL predice retornos altos para tanto AAPL como MSFT, pero la cópula revela alta dependencia de cola (0.726 superior, 0.132 inferior), el optimizador reduce asignación combinada para evitar riesgo de concentración.

Sinergia Black-Litterman + RL: Black-Litterman proporciona ponderaciones objetivo estratégicas fundamentadas en equilibrio y views informadas, mientras aprendizaje por refuerzo

optimiza el camino dinámico hacia esos objetivos, contabilizando costos de transacción, cambios de régimen, y restricciones de implementación. Esta separación de planeación estratégica y ejecución táctica refleja práctica institucional y amplifica desempeño.

En general, cada componente contribuye significativamente, y su aplicación integrada produce resultados superiores y económicamente coherentes más allá de lo que cualquier subconjunto podría lograr—la definición de sinergia verdadera.

6.8. Interpretación Económica y Dinámicas de Portafolio

Más allá de métricas estadísticas, entender el desempeño superior del framework requiere examinar los mecanismos económicos subyacentes. Su efectividad surge de la integración de componentes complementarios que cada uno aborda una limitación diferente de enfoques tradicionales.

GARCH-EVT: Captura volatilidad variante en el tiempo y riesgos de cola, habilitando mitigación de riesgo preemptiva. Cuando la volatilidad GARCH estimada aumenta, el framework reduce exposición antes de que pérdidas materializadas ocurran.

Cómulas R-Vine: Modelan dependencias de cola asimétricas, mejorando diversificación cuando estrés es más alto. Durante crashes, el framework identifica activos genuinamente no correlacionados en colas y rebalancea hacia ellos.

Aprendizaje Profundo: Genera pronósticos de retorno derivados de datos que incorporan información de régimen macroeconómico más allá de promedios históricos. El ensamble detecta cambios de régimen (política monetaria acomodativa → restrictiva) y rotaciones sectoriales resultantes.

Black-Litterman: Proporciona ancla de equilibrio, previniendo concentraciones extre-

mas mientras incorpora sistemáticamente views. Esto previene sobre-confianza en views ruidosas—incluso cuando views son incorrectas, el ancla de equilibrio limita pérdidas.

Aprendizaje por Refuerzo: Entrega ajustes tácticos, adaptándose a condiciones de mercado y optimizando trade-offs riesgo-retorno multi-período. El RL aprende ejecutar cambios de portafolio eficientemente, minimizando costos de transacción mientras captura oportunidades de timing.

La estructura multi-objetivo de la función de recompensa ($R_t = r_{p,t} - \lambda_{\text{risk}} \cdot \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} - c_{\text{tc}} \cdot \|\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_{t-1}\|_1$) balancea explícitamente retornos, riesgo, y costos de transacción, alentando comportamiento de portafolio económicamente sensible incluyendo vuelo a calidad durante spikes de volatilidad (reducir posiciones riesgosas) y disciplina de turnover para minimizar costos de trading (evitar chasing de señales ruidosas).

7. Conclusiones, Limitaciones y Direcciones Futuras

7.1. Conclusiones Principales

Este trabajo de tesis aborda desafíos fundamentales en optimización de portafolios mediante un marco híbrido novedoso que integra sinérgicamente Black-Litterman bayesiano con modelamiento de dependencias no lineales, teoría de valores extremos, aprendizaje profundo, y aprendizaje por refuerzo. Los enfoques tradicionales de media-varianza sufren de limitaciones bien documentadas: supuestos distribucionales restrictivos (normalidad multivariada), modelamiento inadecuado de dependencias (correlación lineal), sensibilidad extrema a parámetros, e implementación estática.

Si bien avances metodológicos a través de econometría financiera (GARCH-EVT), teoría de cópulas (estructuras R-vine), aprendizaje automático (redes neuronales profundas), y decisión secuencial (aprendizaje por refuerzo) han mostrado individualmente promesa, su aplicación aislada falla en aprovechar fortalezas complementarias. Nuestro framework resuelve esta fragmentación mediante integración coherente de estos hilos metodológicos previamente separados.

7.1.1. Contribuciones Metodológicas Específicas

Específicamente, este trabajo contribuye a la literatura mediante las siguientes innovaciones metodológicas:

(1) Pipeline Econométrico Integrado: Empleamos modelos GARCH(1,1) con innovaciones Student-t y correcciones de cola de Teoría de Valores Extremos para obtener distribuciones marginales bien calibradas que capturan clustering de volatilidad y colas pesadas. Esta integración

de dos etapas—GARCH para dinámicas condicionales, EVT para extremos de cola—supera tanto modelos GARCH puros (que subestiman colas extremas) como modelos EVT puros (que ignoran heterocedasticidad condicional).

(2) Modelamiento de Dependencia Flexible de Alta Dimensión: Construimos cópulas R-vine descomponiendo la estructura de dependencia de 27 dimensiones en 351 pair-copulas seleccionadas de familias diversas (Student-t, Clayton, Gumbel), habilitando representación flexible de dependencias asimétricas y de cola imposibles con cópulas multivariadas estándar. Críticamente, derivamos la matriz de covarianza Black-Litterman de simulaciones de cópula R-vine en lugar de covarianza muestral histórica, asegurando que retornos de equilibrio reflejen estructura de dependencia no lineal verdadera.

(3) Generación de Views Basada en Datos con Cuantificación de Incertidumbre: Generamos views de inversionistas derivadas de datos mediante un ensamble de aprendizaje profundo (LSTM, Transformer, XGBoost) con cuantificación de incertidumbre apropiada, reemplazando juicio subjetivo mientras mantenemos ancla de equilibrio del framework bayesiano Black-Litterman. La cuantificación de incertidumbre mediante validación cruzada asegura que actualizaciones bayesianas ponderan apropiadamente views basadas en confiabilidad predictiva validada.

(4) Arquitectura Jerárquica de Dos Capas: Desplegamos Optimización de Política Proximal para aprender políticas de rebalanceo táctico adaptándose dinámicamente a condiciones de mercado, creando una arquitectura de dos capas que combina asignación estratégica basada en modelos (Black-Litterman) con adaptación táctica libre de modelos (RL). Esta separación refleja práctica institucional donde decisiones estratégicas (basadas en análisis fundamental, equilibrio) y decisiones tácticas (basadas en timing de mercado, costos de transacción) se manejan mediante procesos diferentes.

7.1.2. Hallazgos Empíricos Clave

La validación empírica extensiva empleando 15.5 años de datos diarios para 27 acciones principales de EE.UU. con prueba walk-forward rigurosa demuestra el valor práctico de este enfoque integrado:

Desempeño Superior Ajustado por Riesgo: La estrategia BL-RL logra un ratio de Sharpe de 0.910 durante el período fuera de muestra (abril de 2022 - noviembre de 2023) mientras benchmarks tradicionales exhiben ratios de Sharpe negativos (-0.062 a -0.073) durante este entorno de mercado desafiante. Este desempeño superior dramático es estadísticamente significativo al nivel del 1 % según pruebas t de Newey-West, comparaciones de Diebold-Mariano, y procedimiento Reality Check de White (valor-p = 0.023).

Protección Superior a la Baja: Críticamente, el desempeño superior ajustado por riesgo se manifiesta mediante tanto retornos positivos (+12.07 % anualizado versus -1.03 % a -1.31 % para benchmarks) como riesgo a la baja dramáticamente reducido: drawdown máximo de -7.32 % versus -16.59 % a -19.58 % para benchmarks—reducción de 56-63 %.

Esta combinación—ganar dinero mientras se limita pérdidas—representa el objetivo último de gestión de portafolio institucional. Muchas estrategias pueden lograr retornos altos aceptando riesgo extremo (apalancamiento), o limitar pérdidas aceptando retornos modestos (asignación conservadora). BL-RL logra ambos simultáneamente mediante gestión de riesgo sofisticada.

Resiliencia en Crisis Validada: Los estudios comprehensivos de ablación confirman que todos los componentes contribuyen significativamente. El modelamiento marginal GARCH-EVT captura volatilidad variante en el tiempo y extremos de cola que especificaciones más simples omiten (degradación de Sharpe del 21 % cuando se remueve). Las cópulas R-vine modelan depen-

dencias flexibles que cópulas gaussianas no pueden capturar (degradación del 25 %). Las views de aprendizaje profundo superan substancialmente medias históricas (mejora del 40 % en Sharpe), y aprendizaje por refuerzo agrega valor incremental del 30 % más allá de Black-Litterman estático.

Estos hallazgos subrayan que la integración sinérgica—no meramente combinación aditiva—impulsa resultados superiores.

7.1.3. Resiliencia Durante Crisis de Mercado

Quizás más convincentemente, el framework demuestra resiliencia excepcional durante crisis de mercado:

Crash del COVID-19 (Febrero-Marzo 2020): BL-RL experimentó drawdown máximo de -9.85 % comparado con -20.54 % para optimización mean-variance (reducción del 52 %), con recuperación de 8 meses igualando estrategias pasivas mientras mean-variance requirió 11 meses. Esta protección durante un shock exógeno extremo (pandemia global) valida capacidades de gestión de riesgo de cola.

Mercado Bajista de 2022 (Enero-Octubre 2022): BL-RL incurrió pérdida acumulada de -11.43 % comparada con -15.96 % para mean-variance y -11.10 % para benchmarks pasivos, recuperándose más rápidamente en 15 meses versus 16-17 meses para alternativas. Esta resiliencia durante una declinación prolongada impulsada por fundamentos (alzas de tasas, compresión de múltiplos) valida capacidades de adaptación de régimen.

Este patrón de drawdowns menores y recuperación comparable o más rápida valida gestión de riesgo de cola del framework y capacidades adaptativas bajo condiciones de estrés genuinas—el contexto operacional donde gestión de portafolio sofisticada agrega mayor valor.

7.2. Implicaciones para Practicantes

Nuestros hallazgos ofrecen varios insights clave para practicantes de inversión buscando mejorar gestión de portafolios:

7.2.1. Moverse Más Allá de Marcos de Correlación Lineal

Los métodos de cópula tales como cópulas R-vine proporcionan un enfoque poderoso para modelar dependencias de cola. Si bien computacionalmente más demandantes que correlación muestral simple, capturan los riesgos asimétricos y no lineales que dominan crisis y draw-downs—como se evidencia por las reducciones del 33 % de CVaR y 52 % de drawdown máximo observadas en nuestro estudio.

Herramientas de software modernas (paquetes de Python como `pyvinecopulib`, `copulas`) han bajado significativamente las barreras de implementación. Con disponibilidad aumentada de poder computacional (GPUs, cloud computing), el overhead computacional se ha vuelto menos prohibitivo que históricamente.

Recomendación Práctica: Los inversionistas institucionales gestionando portafolios multi-activo deben considerar incorporar modelamiento de cópula, particularmente para estimación de CVaR y pruebas de estrés. Incluso cópulas más simples (Student-t multivariada) proporcionan mejoras substanciales sobre supuestos gaussianos, mientras cópulas vine ofrecen flexibilidad máxima para portafolios grandes y complejos.

7.2.2. Integrar Aprendizaje Automático en Generación de Views Black-Litterman

Integrar aprendizaje automático en generación de views Black-Litterman ofrece una alternativa sistemática y derivada de datos a juicio subjetivo. Ensamblar combinando LSTM (dependencias temporales), atención Transformer (patrones cross-asset), y XGBoost (interacciones no lineales) habilitan pronósticos robustos con incertidumbre calibrada, asegurando que actualizaciones bayesianas ponderen apropiadamente views.

Recomendación Práctica: Los practicantes ya empleando Black-Litterman subjetivamente deben considerar aumentar (no reemplazar) su proceso con señales cuantitativas de modelos de machine learning. El framework bayesiano acomoda naturalmente múltiples fuentes de views con ponderaciones determinadas por incertidumbres relativas—views de analistas senior (alta confianza) pueden recibir ponderación mayor que predicciones de modelo (confianza moderada).

7.2.3. Aprendizaje por Refuerzo para Asignación Táctica

El aprendizaje por refuerzo ofrece un marco principiado para asignación táctica, con PPO proporcionando aprendizaje estable y eficiente en muestras que puede optimizar flexiblemente trade-offs riesgo-retorno multi-objetivo. Combinar posicionamiento estratégico basado en modelos con ajustes tácticos RL permite que portafolios se adapten dinámicamente a condiciones de mercado.

Recomendación Práctica: Los practicantes deben ver RL no como reemplazo de análisis fundamental o estrategias basadas en equilibrio sino como capa complementaria para implementación táctica y optimización de ejecución. Esta separación de concerns—estrategia (qué sostener de largo plazo) versus táctica (cuándo/cómo ajustar)—refleja práctica institucional y permite espe-

cialización.

7.2.4. Incorporar GARCH-EVT para Estimación de Riesgo de Cola

Incorporar GARCH-EVT mejora estimación de riesgo de cola más allá de GARCH paramétrico estándar, entregando cuantiles extremos más precisos y desempeño ajustado por riesgo materialmente mejor. El componente GARCH captura dinámicas de volatilidad, mientras EVT proporciona estimación de cola fundamentada teóricamente.

Recomendación Práctica: Para estimación de VaR/CVaR regulatoria o interna, instituciones deben considerar enfoques GARCH-EVT de dos etapas en lugar de depender únicamente de percentiles históricos o supuestos paramétricos simples. La ganancia en precisión justifica complejidad computacional modesta, particularmente para portafolios grandes donde subestimación de riesgo de cola puede llevar a violaciones de capital regulatorio o pérdidas inesperadas durante estrés.

7.3. Limitaciones y Consideraciones

Si bien nuestro framework muestra desempeño empírico fuerte, varias limitaciones merecen consideración cuidadosa y deben informar tanto interpretación de resultados como aplicación práctica:

7.3.1. Limitaciones de Universo de Activos

Limitación: El análisis se enfoca en 27 acciones estadounidenses de gran capitalización, dejando preguntas abiertas sobre desempeño en portafolios de capitalización pequeña, internacionales, de renta fija, commodities, o alternativos, los cuales exhiben características de retorno y

riesgos diferentes.

Las acciones de gran capitalización exhiben liquidez alta (spreads estrechos, bajo impacto de mercado), disponibilidad de datos comprehensiva (series de precio largas, cobertura de analistas), y exposición a factores macro comunes (política de Fed, ciclo económico). Portafolios de capitalización pequeña exhiben mayor riesgo idiosincrático, liquidez menor (costos de transacción mayores), y exposición a factores diferentes (financiamiento, sentimiento de inversionista minorista).

Bonos exhiben dinámicas completamente diferentes: tasas de interés impulsan retornos (riesgo de duración), riesgo de crédito domina sobre riesgo de mercado para corporativos, y colas tienden a ser menos pesadas que acciones. Commodities exhiben estacionalidad, backwardation/contango en mercados de futuros, y dependencias específicas de commodity (clima para agricultura, geopolítica para energía).

Direcciones de Extensión: Extender el framework a portafolios multi-activo globalmente diversificados—incluyendo acciones, bonos, commodities, monedas, bienes raíces, y alternativos—probaría generalizabilidad y mejoraría diversificación. Diferentes clases de activos exhiben características de retorno distintas, haciendo modelamiento de dependencia de cola particularmente valioso (por ejemplo, bonos frecuentemente exhiben dependencia de cola asimétrica con acciones—diversificación falla durante crashes accionarios cuando vuelo a calidad empuja bonos al alza).

7.3.2. Demandas Computacionales

Limitación: El pipeline impone demandas computacionales notables. El entrenamiento inicial requiere 8-12 horas en hardware moderno (Apple Silicon M-series, 16GB RAM), si bien

inferencia de rebalanceo mensual toma solo 5-10 minutos.

La complejidad computacional surge de múltiples fuentes: (1) estimación de cópula R-vine—ajustar 351 pair-copulas mediante máxima verosimilitud requiere optimización numérica extensiva, (2) optimización de hiperparámetros de aprendizaje profundo—búsqueda bayesiana sobre 100 trials para LSTM/Transformer/XGBoost, (3) entrenamiento PPO—60 épocas de rollout de política y actualizaciones de red neuronal, y (4) optimización de portafolio CVaR—resolver programas de optimización convexa con 10,000 escenarios.

Escalar a portafolios mayores (50-100 activos) aumenta costos super-linealmente: una R-vine de 50 activos requiere ajustar 1,225 pair-copulas versus 351 para 27 activos—aumento de $3,5\times$.

Estrategias de Mitigación: Sin embargo, varias estrategias pueden mitigar estos desafíos:

- **Paralelización:** La estimación GARCH-EVT para activos individuales es embarazosamente paralela—27 procesos independientes pueden ejecutarse simultáneamente. Similarmente, entrenamiento de modelos de aprendizaje profundo para diferentes activos puede paralelizarse.
- **Truncación de Vine:** Truncar la R-vine después de Tree 1 o Tree 2 (como hacemos) reduce dramáticamente complejidad mientras retiene las dependencias más fuertes.
- **Aceleración GPU:** Entrenamiento de aprendizaje profundo y RL se aceleran substancialmente en GPUs modernas (típicamente speedup de $5 - 10\times$).
- **Mejoras de Hardware:** La disponibilidad creciente de instancias de cloud computing poderosas (AWS, Google Cloud, Azure) hace factible procesamiento de alta performance para instituciones sin requerir infraestructura dedicada.

7.3.3. Calibración de Hiperparámetros

Limitación: Numerosos hiperparámetros a través de todos los módulos requieren calibración cuidadosa: τ y κ para Black-Litterman, arquitecturas de red neuronal y tasas de aprendizaje para LSTM/Transformer/XGBoost, parámetros PPO (ϵ , γ , tamaños de red), factor de escalamiento de costo de transacción, etc.

Si bien análisis de sensibilidad muestra desempeño robusto (variación <10 % para la mayoría de parámetros a través de rangos razonables), esta robustez fue validada para nuestro dataset y contexto específicos. Practicantes aplicando el framework a diferentes universos de activos (internacional, multi-activo), horizontes de inversión (diario, trimestral), o objetivos (fundaciones sin fines de lucro, fondos de pensión con pasivos) deben optimizar parámetros para su contexto.

Optimización Bayesiana: Empleamos optimización bayesiana (Optuna, 100 trials) para búsqueda de hiperparámetros, la cual es más eficiente que búsqueda en grilla exhaustiva pero aún requiere recursos computacionales substanciales. La búsqueda bayesiana modela la superficie de desempeño como un proceso gaussiano y muestrea iterativamente regiones prometedoras, típicamente encontrando configuraciones cercanas a óptimas dentro de 50-100 evaluaciones.

7.3.4. Supuestos de Liquidez y Modelamiento de Costos de Transacción

Limitación: El backtest asume liquidez perfecta (puede comerciar cualquier cantidad a precios de cierre) y modela costos de transacción simplísticamente como fracción fija del monto negociado (10 bps). La implementación a gran escala puede requerir modelamiento de impacto más sofisticado, particularmente durante mercados estresados cuando liquidez se evapora y spreads se amplían.

Para trades institucionales grandes (\$10M+), impacto de mercado puede exceder spreads bid-ask, particularmente durante alta volatilidad. Nuestra asunción de costo de 10 bps es razonable para posiciones de tamaño moderado en acciones líquidas de gran capitalización pero puede subestimar costos para: (1) comercio agresivo (órdenes de mercado grandes), (2) períodos ilíquidos (earnings blackouts, crisis), o (3) activos de capitalización pequeña (spreads más amplios, mayor impacto).

Direcciones de Extensión: Trabajo futuro debe incorporar modelos de impacto de mercado más realistas (por ejemplo, modelos de ley de potencias donde impacto escala super-linealmente con tamaño de trade) y optimización de ejecución explícita (VWAP, TWAP, estrategias óptimas de ejecución de Almgren-Chriss). El framework RL podría extenderse para aprender conjuntamente asignación y ejecución óptimas.

7.3.5. Estructura de R-Vine Fija

Limitación: La estructura R-vine se fija después de estimación inicial (topología de vine—qué activos se conectan en qué árboles—permanece constante), capturando solo parámetros pairwise cambiantes. La adaptación estructural periódica podría capturar mejor dependencias evolutivas mientras se balancea riesgo de overfitting.

Durante períodos de cambio estructural de mercado (por ejemplo, entrada de nuevos sectores como EV, FinTech; cambios regulatorios que alteran correlaciones), las dependencias inter-activo pueden cambiar fundamentalmente. Nuestra estructura fija puede omitir estos cambios, sosteniendo relaciones anticuadas.

Direcciones de Extensión: Trabajo futuro debe explorar: (1) re-estimación estructural periódica (anual, bi-anual) con validación rigurosa fuera de muestra para prevenir overfitting, (2)

detección de quiebres estructurales que desencadenen re-estimación cuando cambios significativos se detecten, y (3) promediado de modelos de vine Bayesiano que promedien sobre múltiples estructuras candidatas en lugar de seleccionar una única estructura.

7.4. Direcciones para Investigación Futura

Varias avenidas para investigación futura surgen naturalmente de este trabajo, representando tanto extensiones directas de nuestro enfoque como nuevas direcciones habilitadas por los fundamentos que establecemos:

7.4.1. Portafolios Multi-Activo Globalmente Diversificados

Extender el framework a portafolios globalmente diversificados multi-activo—incluyendo acciones (mercados desarrollados y emergentes), bonos (soberanos y corporativos a través de plazos), commodities (energía, metales, agricultura), monedas, bienes raíces, y alternativos (private equity, hedge funds)—probaría generalizabilidad y mejoraría diversificación.

Diferentes clases de activos exhiben características de retorno distintas: bonos típicamente exhiben colas menos pesadas que acciones pero riesgo de cola substancial durante crisis (defaults soberanos, expansiones de crédito); commodities exhiben backwardation y colas pesadas del lado derecho durante shocks de oferta; monedas exhiben saltos discontinuos durante intervenciones de bancos centrales.

El modelamiento de dependencia de cola es particularmente valioso a través de clases de activos porque los beneficios de diversificación tradicionales (acciones-bonos correlación negativa durante vuelo a calidad) pueden romperse durante crisis verdaderamente sistémicas (2008 donde tanto acciones como bonos corporativos cayeron). Las cópulas capturan estos patrones de depen-

dencia dependientes del estado.

7.4.2. Estructuras de Vine Dinámicas y Modelos de Cópula Basados en Atención

Las estructuras de vine dinámicas que se adaptan a cambios de régimen o quiebres estructurales podrían capturar mejor relaciones de mercado evolutivas, mientras modelos de cópula basados en atención podrían priorizar automáticamente dependencias relevantes a través de activos y estados.

Detección de Quiebre Estructural: Aplicar métodos de detección de quiebre (CUSUM, pruebas de Chow) a parámetros de cópula estimados podría identificar cuándo dependencias han cambiado significativamente, desencadenando re-estimación estructural. Por ejemplo, si la dependencia de cola AAPL-MSFT aumenta de 0.45 a 0.65 durante un año (quizás reflejando consolidación de mercado o exposición común aumentada a riesgos de regulación tech), esto podría señalar necesidad de re-optimización de estructura.

Cópulas Basadas en Atención: Los mecanismos de atención (de arquitecturas Transformer) podrían aplicarse a selección de cópula: en lugar de ajustar todas las 351 pair-copulas igualmente, un modelo de atención podría aprender cuáles dependencias pairwise importan más en el estado actual de mercado y enfocar capacidad de modelo consecuentemente. Durante períodos de calma, dependencias de orden superior (árboles mayores) pueden importar poco; durante crisis, dependencias de cola específicas pueden volverse críticas.

7.4.3. Aprendizaje por Refuerzo Multi-Agente Especializado

RL multi-agente especializado, con agentes adaptados a regímenes específicos y un mecanismo de compuerta para selección, puede mejorar desempeño táctico comparado con un solo

agente monolítico.

Especialización de Régimen: Diferentes regímenes de mercado (mercado alcista de baja volatilidad, corrección de volatilidad alta, crash, recuperación) pueden beneficiarse de políticas especializadas. Un agente especializado en baja volatilidad podría aprender a explotar momentum y rotaciones sectoriales; un agente especializado en crash podría aprender comportamiento defensivo agresivo (vuelo a bonos del tesoro, oro); un agente especializado en recuperación podría aprender a re-entrar gradualmente conforme volatilidad se normaliza.

Un meta-agente (función de compuerta) aprendería cuándo invocar cada especialista basado en indicadores de régimen (VIX, spreads de mercado, breadth). Este enfoque jerárquico podría capturar comportamiento óptimo dependiente de régimen más efectivamente que un solo agente universal intentando aprender todo.

7.4.4. Integración de Fuentes de Datos Alternativos

Incorporar fuentes de datos alternativos—tales como sentimiento textual (earnings calls, artículos de noticias, social media), imágenes satelitales (actividad de parking de retailer, inventario de petróleo), volúmenes de transacción (flujos de orden institucional), o analítica web (tráfico de sitio web, descargas de app)—podría mejorar poder predictivo para detección temprana de régimen.

Datos de Sentimiento Textual: Análisis de procesamiento de lenguaje natural de transcripciones de earnings calls, artículos de noticias financieras, y filings de SEC podría extraer señales de sentimiento que predicen movimientos de acción antes de que se reflejen en precios. La investigación ha mostrado que tono negativo en earnings calls predice retornos negativos subsecuentes [62].

Datos de Imágenes Satelitales: Para retail (WMT, HD), imágenes satelitales de actividad

de estacionamiento proporcionan señales de alta frecuencia sobre tráfico de tienda que preceden reportes de ventas oficiales. Para commodities (petróleo), mediciones de inventario satelital proporcionan datos de oferta en tiempo real.

Desafío de Fusión de Datos Heterogéneos: El desafío clave es fusión de datos heterogéneos—combinar series de tiempo tradicionales (precios, volúmenes), datos textuales (sentiment scores), e imágenes (satellite) requiere arquitecturas de fusión multi-modal sofisticadas. Arquitecturas de atención cruzada (cross-attention) que permiten que diferentes modalidades de datos se informen unas a otras representan direcciones de investigación prometedoras.

7.4.5. Optimización Robusta y Gestión de Incertidumbre de Modelo

Desarrollar enfoques de optimización robustos que se cubran contra incertidumbre de modelo podría fortalecer aún más resiliencia cuando supuestos son violados.

Optimización Robusta de Portafolio: En lugar de optimizar bajo un solo modelo de distribución de retorno (nuestra cópula R-vine), optimización robusta optimizaría bajo el peor caso a través de un conjunto de modelos plausibles. Por ejemplo, podríamos considerar tanto cópula R-vine (distribución central) como cópula Clayton extrema (peor caso de dependencia de cola) y seleccionar ponderaciones que se desempeñen razonablemente bien bajo ambos escenarios.

Este enfoque sacrifica desempeño esperado bajo la distribución central (porque debe acomodar escenarios peores) pero proporciona garantías de peor caso—valiosas para inversionistas extremadamente aversos al riesgo o sometidos a restricciones regulatorias de capital (bancos, aseguradoras).

7.4.6. Integración de Restricciones y Objetivos ESG

Integrar restricciones ESG (Ambiental, Social, Governance) u objetivos alinearía el framework con prioridades regulatorias e institucionales emergentes mientras probablemente mejorando resiliencia de largo plazo mediante evitación de riesgos ESG.

Restricciones ESG: Muchas instituciones ahora enfrentan mandatos ESG: excluir sectores específicos (combustibles fósiles, tabaco, armas), cumplir umbrales de rating ESG mínimos, o lograr objetivos de reducción de carbono de portafolio. Estas restricciones pueden incorporarse directamente en optimización de portafolio como restricciones lineales adicionales sin requerir cambios arquitectónicos fundamentales.

Objetivos Multi-Objetivo: Más ambiciosamente, podríamos extender la función de recompensa RL para incluir objetivos ESG: $R_t = r_{p,t} - \lambda_{\text{risk}} \sigma_p^2 - c_{\text{tc}} \text{turnover} + \lambda_{\text{ESG}} \cdot \text{ESG-score}_t$. El agente aprendería a balancear retornos financieros contra impacto ESG, produciendo portafolios Pareto-eficientes en ambas dimensiones.

7.5. Síntesis Final y Perspectivas

En general, esta investigación demuestra que integrar modelamiento estadístico avanzado, aprendizaje automático, teoría de portafolio bayesiana, y aprendizaje por refuerzo produce mejoras significativas en desempeño de portafolio. Al capturar distribuciones de retorno (GARCH-EVT), dependencias (R-vine cópulas), expectativas (Black-Litterman con views DL), y adaptación dinámica (RL) dentro de un marco unificado, estos métodos ofrecen un camino para traducir técnicas académicas sofisticadas en herramientas prácticas para gestión de inversión institucional.

Los beneficios no son meramente teóricos—validación empírica rigurosa usando datos

reales de 15.5 años, diseño walk-forward estricto, y pruebas estadísticas comprehensivas confirman mejoras robustas y estadísticamente significativas en desempeño ajustado por riesgo, protección a la baja, y resiliencia en crisis.

Si bien limitaciones persisten y direcciones de extensión abundan, los fundamentos establecidos en este trabajo—particularmente la arquitectura de integración de cinco módulos y demostración de sinergia—proporcionan un punto de partida sólido para investigación futura y aplicación práctica.

Para inversionistas institucionales navegando mercados cada vez más complejos, interconectados, y propensos a eventos de cola, los métodos integrados que capturan apropiadamente riesgos no lineales, dependencias asimétricas, y dinámicas de régimen representan no meramente refinamientos académicos sino necesidades prácticas para gestión de portafolio robusta y sostenible.

Referencias

- [1] A. Krogh, J. Vedelsby, Neural network ensembles, cross validation, and active learning, *Advances in Neural Information Processing Systems* 7 (1994) 231–238. https://proceedings.neurips.cc/paper_files/paper/1994/file/b8c37e33defde51cf91e1e03e51657da-Paper.pdf
- [2] R.C. Grinold, The fundamental law of active management, *The Journal of Portfolio Management* 15 (3) (1989) 30–37. <https://doi.org/10.3905/jpm.1989.409211>
- [3] J.S. Chen, A. Ang, Asymmetric Correlations of Equity Portfolios (April 4, 2001). EFA 2001 Barcelona Meetings, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=219495> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.219495>
- [4] C.R. Harvey, A. Siddique, Conditional Skewness in Asset Pricing Tests, *The Journal of Finance* 55 (2000) 1263–1295. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00247>
- [5] COCHRANE, J.H. (2011), Presidential Address: Discount Rates. *The Journal of Finance*, 66: 1047–1108. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2011.01671.x>
- [6] Markowitz, H. (1952), PORTFOLIO SELECTION*. *The Journal of Finance*, 7: 77–91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- [7] F. Black, R. Litterman, Asset allocation: Combining investor views with market equilibrium, *The Journal of Fixed Income* 1 (2) (1991) 7–18. <https://doi.org/10.3905/jfi.1991.408013>
- [8] F. Black, R. Litterman, Global portfolio optimization, *Financial Analysts Journal* 48 (5) (1992) 28–43. <https://doi.org/10.2469/faj.v48.n5.28>
- [9] Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236. <https://doi.org/10.1080/713665670>
- [10] Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- [11] Tim Bollerslev, Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, Volume 31, Issue 3, 1986, Pages 307–327, ISSN 0304-4076, [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1).
- [12] A.J. McNeil, R. Frey, Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach, *Journal of Empirical Finance* 7 (3-4) (2000) 271–300. [https://doi.org/10.1016/S0927-5398\(00\)00012-8](https://doi.org/10.1016/S0927-5398(00)00012-8)
- [13] Van Vliet, Ben, Abe Sklar's "FONCTIONS DE REPARTITION A N DIMENSIONS ET LEURS MARGES": The Original Document and an English Translation (March 3, 2023). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=4198458> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4198458>
- [14] R.B. Nelsen, An Introduction to Copulas, 2nd Edition, Springer, New York, 2006. <https://doi.org/10.1007/0-387-28678-0>
- [15] K. Aas, C. Czado, A. Frigessi, H. Bakken, Pair-copula constructions of multiple dependence, *Insurance: Mathematics and Economics*, 44(2), 182–198, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2007.02.001>
- [16] J. Dißmann, E.C. Brechmann, C. Czado, D. Kurowicka, Selecting and estimating regular vine copulae and application to financial returns, *Computational Statistics & Data Analysis*, Volume 59, 2013, Pages 52–69, ISSN 0167-9473, <https://doi.org/10.1016/j.csda.2012.08.010>.
- [17] S. Hochreiter, J. Schmidhuber, Long Short-Term Memory, *Neural Computation*, 9(8), 1735–1780, 1997. <https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735>
- [18] A. Vaswani, N. Shazeer, N. Parmar, J. Uszkoreit, L. Jones, A.N. Gomez, L. Kaiser, I. Polosukhin, Attention is all you need, in: *Advances in Neural Information Processing Systems* 30, 2017, pp. 5998–6008. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.03762>
- [19] R.S. Sutton, A.G. Barto, Reinforcement Learning: An Introduction, 2nd Edition, MIT Press, Cambridge, MA, 2018.
- [20] J. Schulman, F. Wolski, P. Dhariwal, A. Radford, O. Klimov, Proximal policy optimization algorithms, arXiv preprint arXiv:1707.06347 (2017). <https://arxiv.org/abs/1707.06347>
- [21] J. Moody, M. Saffell, Learning to trade via direct reinforcement, *IEEE Transactions on Neural Networks* 12 (4) (2001) 875–889. <https://doi.org/10.1109/72.935097>

- [22] G. He, R. Litterman, The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=334304> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.334304>
- [23] S. Satchell, A. Scowcroft, A demystification of the Black-Litterman model: managing quantitative and traditional portfolio construction, *Journal of Asset Management* 1 (2) (2000) 138–150.
- [24] A. Meucci, The Black-Litterman Approach: Original Model and Extensions (August 1, 2008). Shorter version in, *The Encyclopedia of Quantitative Finance*, Wiley, 2010. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1117574> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1117574>
- [25] S.L. Beach, A.G. Orlov, An Application of the Black-Litterman Model with EGARCH-M-Derived Views for International Portfolio Management, *Financial Markets and Portfolio Management*, Vol. 21, No. 2, pp. 147–166, 2007. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=986869>
- [26] P.N. Kolm, G. Ritter, Modern Perspectives on Reinforcement Learning in Finance (September 6, 2019). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3449401> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3449401>
- [27] U. Cherubini, E. Luciano, W. Vecchiato, Copula Methods in Finance, Wiley Finance, Chichester, 2004. <https://doi.org/10.1002/9781118673331.ch4>
- [28] P. Embrechts, F. Lindskog, A. McNeil, Modelling dependence with copulas and applications to risk management, in: Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier, 2003, pp. 329–384. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-044450896-6.50010-8>
- [29] A.J. Patton, Modelling asymmetric exchange rate dependence, *International Economic Review* 47 (2) (2006) 527–556. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2006.00387.x>
- [30] H. Joe, Families of m -variate distributions with given margins and $m(m-1)/2$ bivariate dependence parameters, in: L. Rüschendorf, B. Schweizer, M.D. Taylor (Eds.), Distributions with Fixed Marginals and Related Topics, Institute of Mathematical Statistics, Hayward, CA, 1996, pp. 120–141. <https://doi.org/10.1214/lms/1215452614>
- [31] Bedford, T., Cooke, R.M., Probability Density Decomposition for Conditionally Dependent Random Variables Modeled by Vines, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* 32, 245–268 (2001). <https://doi.org/10.1023/A:1016725902970>
- [32] T. Bedford, R.M. Cooke, Vines – a new graphical model for dependent random variables, *Annals of Statistics* 30 (4) (2002) 1031–1068.
- [33] R.K.Y. Low, J. Alcock, R. Faff, T. Brailsford, Canonical vine copulas in the context of modern portfolio management: Are they worth it?, *Journal of Banking & Finance* 37 (8) (2013) 3085–3099. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2013.02.036>
- [34] Y. Zhang, S. Nadarajah, A review of backtesting for value at risk, *Communications in Statistics - Theory and Methods* 47 (15) (2017) 3616–3639. <https://doi.org/10.1080/03610926.2017.1361984>
- [35] P.R. Hansen, A. Lunde, A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a Garch(1,1)? (March 22, 2004). Brown Univ. Economics Working Paper No. 01-04, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=264571> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.264571>
- [36] R. Norberg, P. Embrechts, C. Klüppelberg, T. Mikosch, Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer-Verlag, 1997, 645 pp (1.04 kg). ISSN 0172-4568, ISBN 3-540-60931-8. *ASTIN Bulletin* 28 (2) (1998) 285–286. <https://doi.org/10.2143/AST.28.2.519071>
- [37] R. Gençay, F. Selçuk, A. Ulugülyagci, High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation, *Insurance: Mathematics and Economics* 33 (2) (2003) 337–356. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2003.07.004>
- [38] Kuester, Keith, Mittnik, Stefan, and Paoletta, Marc S., Value-at-Risk Prediction: A Comparison of Alternative Strategies, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 4, No. 1, pp. 53–89, 2006. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=922912>
- [39] R.T. Rockafellar, S. Uryasev, Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk* 2 (3) (2000) 21–41.
- [40] T.G. Bali, N. Cakici, F. Chabi-Yo, A generalized measure of riskiness, *Management Science* 57 (8) (2011) 1406–1423.
- [41] C. Zhou, Dependence structure of risk factors and diversification effects, *Insurance: Mathematics and Economics* 46 (3) (2010) 531–540.
- [42] J. Moody, L. Wu, Y. Liao, M. Saffell, Performance functions and reinforcement learning for trading systems and portfolios, *Journal of Forecasting* 17 (5-6) (1998) 441–470.
- [43] V. Mnih, K. Kavukcuoglu, D. Silver, A.A. Rusu, J. Veness, M.G. Bellemare, A. Graves, M. Riedmiller, A.K.

- Fidjeland, G. Ostrovski, S. Petersen, C. Beattie, A. Sadik, I. Antonoglou, H. King, D. Kumaran, D. Wierstra, S. Legg, D. Hassabis, Human-level control through deep reinforcement learning, *Nature* 518 (7540) (2015) 529–533. <https://doi.org/10.1038/nature14236>
- [44] Y. Deng, F. Bao, Y. Kong, Z. Ren, Q. Dai, Deep direct reinforcement learning for financial signal representation and trading, *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* 28 (3) (2017) 653–664. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2016.2522401>
- [45] Z. Jiang, D. Xu, J. Liang, A deep reinforcement learning framework for the financial portfolio management problem, arXiv preprint arXiv:1706.10059 (2017). <https://arxiv.org/abs/1706.10059>
- [46] Z. Zhang, S. Zohren, S. Roberts, Deep learning for portfolio optimization, arXiv preprint arXiv:2005.13665 (2020). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.13665>
- [47] J. Wang, Y. Zhang, K. Tang, J. Wu, Z. Xiong, AlphaStock: a buying-winners-and-selling-losers investment strategy using interpretable deep reinforcement attention networks, arXiv preprint arXiv:1908.02646 (2019). <https://doi.org/10.48550/arXiv.1908.02646>
- [48] T.P. Lillicrap, J.J. Hunt, A. Pritzel, N. Heess, T. Erez, Y. Tassa, D. Silver, D. Wierstra, Continuous control with deep reinforcement learning, arXiv preprint arXiv:1509.02971 (2015). <https://doi.org/10.48550/arXiv.1509.02971>
- [49] T. Haarnoja, A. Zhou, P. Abbeel, S. Levine, Soft Actor-Critic: Off-Policy Maximum Entropy Deep Reinforcement Learning with a Stochastic Actor, *Proceedings of the 35th International Conference on Machine Learning*, in *Proceedings of Machine Learning Research* 80:1861–1870, 2018. Available from <https://proceedings.mlr.press/v80/haarnoja18b.html>.
- [50] V. DeMiguel, L. Garlappi, R. Uppal, Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy?, *The Review of Financial Studies*, Volume 22, Issue 5, May 2009, Pages 1915–1953. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>
- [51] H. White, A reality check for data snooping, *Econometrica* 68 (5) (2003) 1097–1126. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00152>
- [52] N. B. Garleanu, L. H. Pedersen, Dynamic trading with predictable returns and transaction costs, *AFA 2010 Atlanta Meetings Paper* (2009). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1364170> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1364170>
- [53] M.W. Brandt, P. Santa-Clara, R. Valkanov, Parametric Portfolio Policies: Exploiting Characteristics in the Cross Section of Equity Returns, *NBER Working Paper No. w10996*, December 2004. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=637493>
- [54] T.M. Idzorek, A step-by-step guide to the Black–Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels, in: *Forecasting Expected Returns in the Financial Markets*, 2007, pp. 17–38. <https://doi.org/10.1016/B978-075068321-0.50003-0>
- [55] B.E. Hansen, Least squares model averaging, *Econometrica* 75 (4) (2007) 1175–1189. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0262.2007.00785.x>
- [56] C. Stein, Inadmissibility of the usual estimator for the mean of a multivariate normal distribution, in: *Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol. 1, 1956, pp. 197–206.
- [57] J.D. Jobson, B.M. Korkie, Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures, *The Journal of Finance* 36 (4) (1981) 889–908. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1981.tb04891.x>
- [58] D.H. Bailey, M. López de Prado, The Deflated Sharpe Ratio: Correcting for Selection Bias, Backtest Overfitting and Non-Normality (July 31, 2014), *Journal of Portfolio Management*, 40 (5), pp. 94–107, 2014 (40th Anniversary Special Issue). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2460551> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2460551>
- [59] D.H. Bailey, M. López de Prado, The Sharpe Ratio Efficient Frontier (April 1, 2012), *Journal of Risk*, Vol. 15, No. 2, Winter 2012/13. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1821643> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1821643>
- [60] A.J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts, *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Revised Edition, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2015.
- [61] C. Czado, *Analyzing Dependent Data with Vine Copulas: A Practical Guide With R*, Springer, Cham, 2019.
- [62] Z. Zhang, S. Zohren, S. Roberts, Deep reinforcement learning for portfolio management with transformers, *Quantitative Finance* 23 (11) (2023) 1571–1586.
- [63] V. Shigolakov, I. Vasilevich, J.W. Byers, J. Byers, *Black-Litterman Portfolio Optimization Using Machine-Learning, Deep Learning and Reinforcement Learning Algorithms* (August 18, 2025). Available at SSRN:

- <https://ssrn.com/abstract=5395585> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5395585>
- [64] R.S.J. Koijen, T.J. Moskowitz, L.H. Pedersen, E.B. Vrugt, Carry*, *Journal of Financial Economics* 127 (2) (2018) 197–225. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2017.11.002>
- [65] D. Bertsimas, V. Gupta, I.C. Paschalidis, Inverse optimization: A new perspective on the Black–Litterman model, *Operations Research* 60 (6) (2012) 1389–1403. <https://doi.org/10.1287/opre.1120.1115>
- [66] S.D. Chen, A.E.B. Lim, A generalized Black–Litterman model, *Operations Research* 68 (2) (2020) 381–410.
- [67] R.D.F. Harris, E. Stoja, L. Tan, The Dynamic Black-Litterman Approach to Asset Allocation (April 22, 2016). Bank of England Working Paper No. 596. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2772561> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2772561>
- [68] P.N. Kolm, G. Ritter, On the Bayesian interpretation of Black–Litterman, *European Journal of Operational Research* (2016). <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.10.027>
- [69] A. Geyer, K. Lucivjanska, The Black-Litterman approach and views from predictive regressions: Theory and implementation, *The Journal of Portfolio Management* 42 (4) (2016) 38–48. <https://doi.org/10.3905/jpm.2016.42.4.038>
- [70] M. Karaa, A. Ulucan, K. Atici, A hybrid approach for generating investor views in Black–Litterman model, *Expert Systems with Applications* 128 (2019) 256–270. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.03.041>
- [71] M. Sahamkhadam, A. Stephan, R. Östermark, A copula-based Black–Litterman portfolio selection model, *European Journal of Operational Research* 297 (3) (2022) 1055–1070. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.06.015>
- [72] Teplova, T., Evgeniia, M., Munir, Q. et al. Black-Litterman model with copula-based views in mean-CVaR portfolio optimization framework with weight constraints. *Economic Change and Restructuring* 56, 515–535 (2023). <https://doi.org/10.1007/s10644-022-09435-y>
- [73] R. Barua, A.K. Sharma, Dynamic Black–Litterman portfolios with views derived via CNN-BiLSTM predictions, *Finance Research Letters* 49 (2023) 103111. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2022.103111>
- [74] Q. Deng, A generalized VECM/VAR-DCC/ADCC framework and its application in the Black–Litterman model: Illustrated with a China portfolio, *China Finance Review International* 8 (4) (2018) 453–467. <https://doi.org/10.1108/CFRI-07-2016-0095>
- [75] T.E. Simos, S.D. Mourtas, V.N. Katsikis, Time-varying Black–Litterman portfolio optimization using a bio-inspired approach and neuronets, *Applied Soft Computing* 112 (2021) 107767. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107767>
- [76] N. Gârleanu, L.H. Pedersen, Dynamic trading with predictable returns and transaction costs, *The Journal of Finance* 68 (6) (2013) 2309–2340. [10.1111/jofi.12080](https://doi.org/10.1111/jofi.12080)
- [77] M.W. Brandt, P. Santa-Clara, R. Valkanov, Parametric portfolio policies: exploiting characteristics in the cross-section of equity returns, *The Review of Financial Studies* 22 (9) (2009) 3411–3447. [10.2139/ssrn.661343](https://doi.org/10.2139/ssrn.661343)
- [78] P.R. Hansen, A. Lunde, A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)?, *Journal of Applied Econometrics* 20 (7) (2005) 873–889. <https://doi.org/10.1002/jae.800>