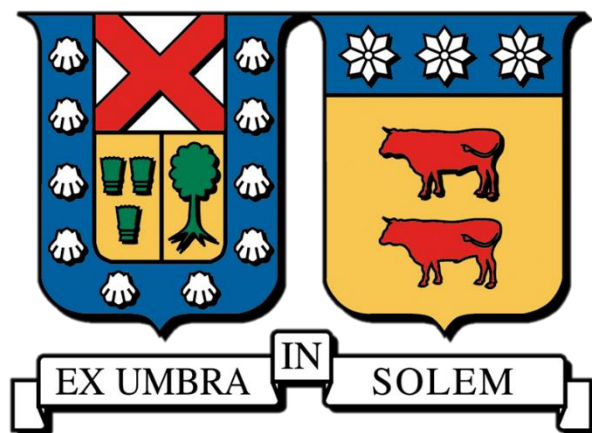


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE MINERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES

SANTIAGO DE CHILE



**IMPACTO DE LA DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA EN LOS
ELIPSES DE MOVIMIENTO EN EL FLUJO GRAVITACIONAL EN
INGENIERIA DE CAVING**

FERNANDA ANDREA ESPÍNOLA BERRÍOS

Memoria para optar al Título profesional de
INGENIERA CIVIL DE MINAS
MAGÍSTER EN CIENCIA DE LA INGENIERÍA METALÚRGICA

Profesor Guía:

Dr. Sergio Palma M.

NOVIEMBRE 2023

RESUMEN

Chile lidera la industria extractiva del cobre en el mundo y hoy está dando importantes pasos que traslada el método de explotación de rajo abierto a minería subterránea. Es por esto por lo que es necesario que la industria desarrolle nuevas tecnologías para un cambio de paradigma en el modo de explotación del Caving, en el cual el área basal del cuerpo mineralizado es subdividida en bloques, donde con socavación y tronadura se induce la fragmentación del macizo y luego a partir de la extracción se produce la propagación del hundimiento. Por lo tanto, la fragmentación es un parámetro fundamental para lograr las condiciones óptimas de extracción, y además lograr las condiciones favorables en diseño, seguridad y beneficio económico. Este trabajo busca entender el comportamiento de los flujos gravitacionales cuando se logran diferentes condiciones de fragmentación al momento de la extracción. Esta investigación utiliza velocimetría de imágenes de partículas (PIV), donde se realizan experimentos físicos a escala de laboratorio mediante un modelo 2D en el que se estudian diferentes distribuciones granulométricas, en extracciones discretas. El estudio tiene la finalidad de simular el comportamiento de un LHD, además de estudiar las zonas de interacción que se produce entre las elipses de movimiento (IMZ) cuando hay uno y varios puntos de extracción en aislados o simultaneo. Finalmente, las imágenes resultantes se analizan usando PIV para obtener gráficas de los campos de velocidad y desplazamiento que adquiere la IMZ y se compararán con los estudios realizados por Jin (2016). Donde se obtiene que la distribución granulométrica tiene un ligero impacto en la IMZ, también esta se ve significativamente afectada por los cambios de empaquetamiento porque la capacidad de deslizamiento de las rocas depende en gran medida del espacio intersticial disponible y se valida lo plantea por Laubscher (1994), donde el grado de interacción entre las IMZs aumenta al disminuir el espaciamiento.

ABSTRACT

Chile leads the copper extractive industry in the world and today is taking important steps that transfer the open pit exploitation method to underground mining. This is why it is necessary for the industry to develop new technologies for a paradigm shift in the Caving exploitation mode, in which the basal area of the mineralized body is subdivided into blocks, where with scour and blasting the fragmentation of the mineral is induced. solid and then from the extraction the propagation of the subsidence occurs. Therefore, fragmentation is a fundamental parameter to achieve optimal extraction conditions, and also achieve favorable conditions in design, safety and economic benefit. This work seeks to understand the behavior of gravitational flows when different fragmentation conditions are achieved at the time of extraction. This research uses particle image velocimetry (PIV), where physical experiments are carried out on a laboratory scale using a 2D model in which different granulometric distributions are studied, in discrete extractions. The purpose of the study is to simulate the behavior of an LHD, in addition to studying the interaction zones that occur between the movement ellipses (IMZ) when there is one and several extraction points, isolated or simultaneous. Finally, the resulting images are analyzed using PIV to obtain graphs of the velocity and displacement fields acquired by the IMZ and will be compared with the studies carried out by Jin (2016). Where it is obtained that the granulometric distribution has a slight impact on the IMZ, this is also significantly affected by the packing changes because the sliding capacity of the rocks depends largely on the available interstitial space and the statement by Laubscher is validated (1994), where the degree of interaction between the IMZs increases as the spacing decreases.

ÍNDICE

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN	8
1.1 OBJETIVOS	8
1.1.1 OBJETIVO GENERAL.....	8
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICO.....	8
1.2 ALCANCES	9
CAPITULO 2: ANTECEDENTES	10
2.1 ANTECEDENTES GENERALES DEL CAVING	10
CAPITULO 3: METODOLOGÍA.....	14
3.1 MODELO FÍSICO	14
3.2 SISTEMA AUTOMATIZADO	14
3.3 MATERIAL Y CARACTERIZACIÓN GRANULOMÉTRICA	15
3.4 MATRIZ EXPERIMENTAL.....	18
3.5 ADQUISICIÓN DE DATOS	21
3.6 LIMITACIÓN EXPERIMENTAL	21
CAPITULO 4: RESULTADOS Y ANALISIS	23
4.1 VALIDACIÓN DEL MODELO	23
4.2 EXPERIMENTOS AISLADOS.....	26
4.3 EXPERIMENTOS SIMULTÁNEOS	27
4.4 EXPERIMENTOS SIMULTÁNEOS CON DOS SEPARACIONES	28
4.5 EXPERIMENTOS MUESTRA 1	29
4.6 EXPERIMENTOS MUESTRA 2	31
4.7 EXPERIMENTOS MUESTRA 3	32
4.8 ANÁLISIS POR SECUENCIA DE EXTRACCIÓN.....	32
4.9 ANÁLISIS POR MATERIAL UTILIZADO	33
CAPITULO 5: DISCUSION.....	34
CAPITULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	37
CAPITULO 7: REFERENCIAS	38

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: a) Representación experimentos modelo Kvapil, b) Definición de IEZ e IMZ.	¡Error!
Marcador no definido.	
Figura 2: Modelo físico experimental.	14
Figura 3 Sistema automatizado.	15
Figura 4: Materiales utilizados.	16
Figura 5: Curvas granulométricas.	17
Figura 6: a) Extracción aislada, b) Extracción simultánea, c) Extracción alternada.	19
Figura 7: Experimentos con franjas marcadoras, A) correspondiente a Cuarzo fino y Hierro , B) correspondiente a Cuarzo #10.	19
Figura 8: Experimentos aislados y aislados con frente de avance.	20
Figura 9: Experimentos simultáneos a) continuos b) 2 pistones con separaciones c) 3 pistones con separaciones.	20
Figura 10: Experimentos alternados a) continuos b) 2 pistones con separaciones c) 3 pistones con separaciones.	21
Figura 11: Representación de zona de análisis para validación del modelo.	23
Figura 12: Validación del modelo a) Corte transversal en 100 pixeles, b) corte transversal en 300 pixeles.	24
Figura 13: Experimentos tiraje aislado, Muestra 1, Extracción N = 180.	24
Figura 14: Representación IMZ para extracción a) N = 10, b) N = 70, c) N = 130.	25
Figura 15: Representación IMZ para extracción d) N = 190, e) N = 250, f) N = 299.	25
Figura 16: Resultados de experimentos de tiraje aislados para las 3 Muestras.	26
Figura 17: Resultados de experimentos de tiraje aislados para las 3 Muestras, corte transversal en 100 pixeles. a) Muestra 1, b) Muestra 2, c) Muestra 3.	26
Figura 18: Resultados de experimentos simultáneos para las 3 Muestras.	27
Figura 19: Resultados de experimentos simultáneos para las 2 Muestras, corte transversal en 100 pixeles. a) Muestra 1, b) Muestra 2.	27
Figura 20: Resultados de experimentos simultáneos con dos separaciones para las 3 Muestras.	28
Figura 21: Resultados de experimentos simultáneos para las 3 Muestras, vista tridimensional y corte transversal en 100 pixeles. a) Muestra 1, b) Muestra 2, c) Muestra 3.	29
Figura 22: Resultados de experimentos, material Muestra 1, para las 3 secuencias de extracción analizadas.	30
Figura 23: Resultados de experimentos, material Muestra 1, vista tridimensional y corte transversal en 100 pixeles. a) Extracción aislada 1, b) Extracción simultánea, c) Extracción simultánea con dos separaciones.	30
Figura 24: Resultados de experimentos, material Muestra 2, para las 3 secuencias de extracción analizadas.	31

Figura 25: Resultados de experimentos, material Muestra 2, vista tridimensional y corte transversal en 100 pixeles. a) Extracción aislada 1, b) Extracción simultánea, c) Extracción simultánea con dos separaciones.	31
Figura 26: Resultados de experimentos material Muestra 3, para las 2 secuencias de extracción analizadas.	32
Figura 27: Resultados de experimentos por secuencia de extracción, a) Aislados, b) simultáneo, c) simultáneo con dos separaciones.	33
Figura 28: Resultados de experimentos por Muestra, a) Muestra 1, b) Muestra 2, c) Muestra 3.	33
Figura 29: Ajuste de empírico en Matlab.....	34
Figura 30: Ajuste empírico de experimentos de Jin (2017), Ancho máximo en función de la Altura de la IEZ.....	35
Figura 31: Resultado proyección de la Altura de la IMZ en función de la masa extraída.	36

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Tamices utilizados para realizar curvas granulométricas..	¡Error! Marcador no definido.6
Tabla 2: Valores coeficiente de curvatura y de uniformidad	147
Tabla 3: Relación entre frecuencia de colgaduras y razón de D/d (Hustrulid, 2004).....	148

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN

La minería es pilar fundamental en el desarrollo económico y tecnológico mundial. Este sector es importante porque proporciona materias primas esenciales para industrias que van desde la construcción hasta la alta tecnología. Los minerales y metales extraídos son esenciales en la fabricación de productos que van desde dispositivos electrónicos hasta vehículos y maquinaria industrial.

En este contexto, Chile se destaca como un actor clave en la industria minera global. Este país sudamericano es el mayor productor de cobre del mundo, un metal con una amplia gama de aplicaciones industriales y tecnológicas. Además del cobre, Chile también produce otros minerales importantes, como el litio, esencial en la producción de baterías para vehículos eléctricos y dispositivos portátiles, lo que lo coloca en una posición estratégica en la transición hacia energías más limpias y sostenibles.

Una de las técnicas mineras que ha cobrado importancia en Chile son las técnicas de hundimiento subterráneas. Este método, que incluye variaciones como Block Caving, Panel Caving y Sublevel Caving, es particularmente adecuada para extraer depósitos a gran escala a profundidades significativas. Este método se recomienda en determinados contextos debido a su eficiencia económica y menor impacto ambiental en comparación con los métodos de minería a cielo abierto. Donde el Caving es especialmente relevante en nuestro país debido a la profundidad y características de muchos de sus yacimientos. Esto permite la explotación segura y económica de yacimientos profundos, lo cual es crucial para mantener la competitividad de la industria minera de Chile en el mercado mundial. Además, los avances en las técnicas espeleológicas permitieron el acceso a depósitos que antes se consideraban poco rentables o demasiado difíciles de explotar.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar las zonas de movimiento en ingeniería de caving variando la distribución granulométrica mediante experimentos de laboratorio.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICO

- Proporcionar una comprensión más profunda de la relación entre la distribución granulométrica y la IMZ.
- Determinar si el tipo de material tiene influencia en la IMZ.
- Evaluar la influencia de la interacción de elipsoides en el proceso de caving.

1.2 ALCANCES

Se busca extender el flujo gravitacional en función de algunas características del material en especial su distribución granulométrica. Donde se modelará a escala de laboratorio una mina subterránea, donde se extra de forma controlada material con el fin de poder simular un LHD.

CAPITULO 2: ANTECEDENTES

2.1 ANTECEDENTES GENERALES DEL CAVING

En los métodos de explotación subterránea nos encontramos con el Caving, el cual abarca un conjunto de métodos de explotación por hundimiento. Estos métodos consisten en inducir la fractura y fragmentación del macizo rocoso en profundidad, para luego extraer y transportar el material hacia superficie. Este método de hundimiento se aplica cuando se buscan bajos costos y altos ritmos de producción, esto debido a la presencia de yacimientos de bajas leyes y roca mineralizada cada vez más competente (Flores, 2014).

Dentro de las distintas variantes de los métodos de hundimiento, encontramos el Block Caving y el Panel Caving. Ambos se caracterizan por llevar a cabo la explotación desde un mismo nivel. Por otro lado, existen enfoques como Front, Sublevel e Inclined Caving, en los cuales la explotación se lleva a cabo en diferentes niveles de cotas.

En particular, la explotación mediante el método de Block Caving representa un enfoque de gran envergadura, donde el yacimiento mineral se hunde de manera natural después de la inicial fragmentación de la masa rocosa circundante (Laubscher, 1994). Este método consta de tres fases: preparación, socavación y producción. En la etapa inicial de preparación, el área basal del yacimiento mineral se divide en bloques, a la vez que se construyen rampas y galerías para facilitar la extracción y el transporte del mineral. Luego sigue la fase de socavación, en la cual se perfora y se realiza voladuras para fragmentar la base del yacimiento mineral. El propósito de esta acción es que el mineral ubicado en niveles superiores descienda debido a la fuerza de gravedad. Finalmente, la fase de producción, donde el mineral que ha sido fracturado y ha caído debido a la gravedad se almacena en una estructura conocida como batea. Desde aquí, se puede extraer el mineral utilizando máquinas de carga y transporte Load Haul Dump, (LHD) que ingresan a las galerías, recogen parte del mineral y lo transportan hacia los puntos de traspaso. Estos puntos de traspaso actúan como enlaces entre el nivel de producción y el nivel de transporte, permitiendo el movimiento eficiente del mineral extraído.

Ahora bien, ¿Por qué estudiar el flujo gravitacional en minería, especialmente en técnicas como el caving? Esto es crucial por varias razones:

- Optimización de la extracción de recursos: Comprender el flujo gravitacional ayuda a maximizar la extracción de minerales, asegurando que se obtenga la mayor cantidad posible de recursos valiosos de un depósito mineral.
- Seguridad: Un conocimiento profundo del flujo gravitacional es esencial para garantizar la seguridad de las operaciones mineras. Esto incluye prevenir el colapso inesperado de las cavidades y el control adecuado de la caída de rocas.
- Eficiencia económica: Al entender cómo se mueven los materiales bajo gravedad, las empresas pueden planificar mejor sus operaciones, reduciendo costos y aumentando la eficiencia.

y también, es importante tener claros los desafíos que presentamos ahora y en un futuro para el caving, que incluyen:

- Predicción del comportamiento del material: Predecir cómo se moverán los materiales bajo diferentes condiciones geológicas es complejo y requiere modelos avanzados.
- Control de la estabilidad de la mina: Mantener la estabilidad de las cavidades y túneles en presencia de un flujo gravitacional activo es un desafío constante.
- Manejo de finos: El manejo y control de los finos (partículas pequeñas de mineral) que se generan durante el caving es un problema operativo importante.

Y en base a esto es donde surge la necesidad de entender el flujo gravitacional en función de algunas características del material en especial su distribución granulométrica.

Las primeras investigaciones realizadas por Kvapil en 1965 consistieron en una serie de experimentos destinados a comprender el comportamiento de la extracción a través de la metodología de Caving. Esta metodología involucraba un silo cargado con material de dos colores, que funcionaba como franjas marcadoras. El propósito de este enfoque era observar y analizar cómo se desplazaba el material durante el proceso de extracción, tal como se ilustra en la Figura 1 (a). A partir de sus experimentos, Kvapil identificó dos zonas fundamentales en el proceso de caving: una zona activa y una zona pasiva. En la zona activa, las franjas marcadoras de material granular exhibieron deflexión, mientras que en la zona pasiva no se registró movimiento del material. Dentro de la zona activa, se pudieron distinguir dos subzonas: la Zona de Extracción Aislada (IEZ), que comprende el área donde el material ha sido extraído a través de los puntos de extracción, y la Zona de Movimiento Aislado (IMZ), que engloba el material granular que se pone en movimiento como resultado del proceso de extracción, tal como se muestra en la Figura 1 (b).

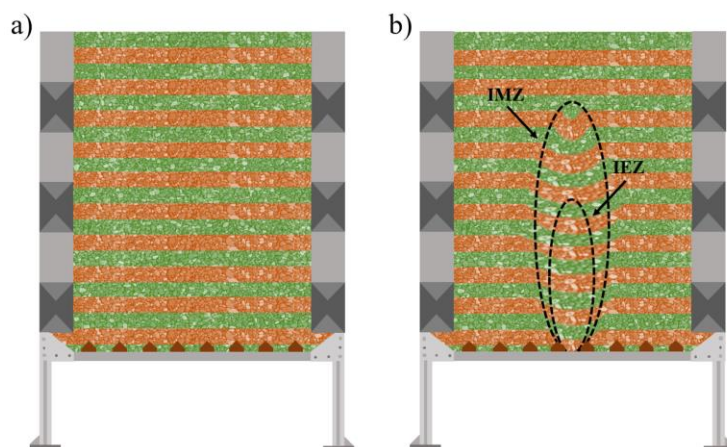


Figura 1: a) Representación experimentos modelo Kvapil, b) Definición de IEZ e IMZ.

Diversos estudios han profundizado en las distancias de espaciado entre los puntos de extracción, siendo las investigaciones de Kvapil (Kvapil, 1965) especialmente notables. Este investigador no solo exploró cómo influye el tamaño de las partículas en las elipses de extracción, sino que también propuso que los puntos de extracción deben ser dispuestos de tal manera que las zonas de movimiento aisladas de puntos de extracción adyacentes se superpongan. Siguiendo estos hallazgos, Laubscher (Laubscher, 1994) presentó la idea de un flujo interactivo que se genera cuando los puntos de extracción se sitúan a una distancia menor al 1.5 veces el diámetro del elipsoide de movimiento. Esto indica que el diámetro de la elipse de movimiento se amplía, y la intensidad de la interacción aumenta a medida que se reduce el espacio entre los puntos de extracción.

La interacción de las zonas de movimiento a mayores distancias resulta de la redistribución de esfuerzos en la región que no experimenta movimiento. Esta redistribución provoca colapsos y, por ende, una expansión lateral y una interacción entre las zonas de movimiento (Trueman, 2008). Estos descubrimientos contribuyen a una comprensión más completa de cómo las distancias de espaciado impactan en la dinámica del proceso y pueden guiar la planificación y optimización de la extracción bajo el método de block caving.

Por otro lado, el enfoque de Melo y Vivanco (Melo, Vivanco 2009) tuvo como objetivo principal describir de manera completa el comportamiento de la IEZ y la IMZ. Su investigación culminó en la derivación de expresiones matemáticas, especialmente para la IMZ, fundamentadas en un frente de expansión de densidad. En lo que respecta a las expresiones desarrolladas tanto para la IEZ como la IMZ en contextos 2D y 3D, estas dependen exclusivamente de la velocidad del flujo seccional, que se relaciona con el material extraído, y también del tamaño de partícula, sin considerar otras variables.

Por otra parte, Trueman (Trueman, 2008) llevó a cabo un estudio sobre la interacción de múltiples zonas de extracción en el contexto del Block Caving mediante un modelo físico 3D. Este modelo se distinguió por ser uno de los más extensos y empleó un medio granular grueso. Los resultados de Trueman indicaron que si los puntos de extracción se ubicaban a menos de 1.2 veces el ancho de la IMZ, no se observaba interacción. Este resultado contrasta con la propuesta de Laubscher (Laubscher, 1994), quien realizó un estudio similar, pero utilizando arena, y determinó que el umbral para la interacción era de 1.5 veces el tamaño de la IMZ. Por lo tanto, se llegó a la conclusión de que las zonas de movimiento en el proceso de Caving no interactúan cuando los puntos de extracción se encuentran a distancias mayores que el ancho de la IMZ.

En un enfoque diferente, Vivanco (Vivanco, 2011) empleó el modelo de plasticidad para describir la deformación de cada flujo en función de la distancia, contradiciendo nuevamente la teoría de Laubscher. Sus resultados indicaron que la distancia límite para la interacción era menor a 1.5 veces el ancho de la IMZ. También exploró las interacciones entre las IMZ cuando había múltiples puntos de extracción, llegando a la conclusión de que la altura de la IMZ es mayor en los puntos de extracción interiores que en los exteriores, y ocurre lo contrario con el ancho de la IMZ. Además, analizó el comportamiento del ancho de la IMZ en función de la masa extraída. Luego Jin (Jin, 2016) investigó la forma de la IEZ y sus

principales factores de influencia mediante herramientas computacionales PFC, además de realizar sus experimentos con un modelo tridimensional, describiendo la pérdida de mineral cuando existe interacción de flujos, concluyendo que es menor cuando existe interacción, y que es aún menor cuando la extracción se realiza de forma alternada en vez de una extracción simultánea. Además, se obtuvo que el tamaño de la partícula, el punto de extracción y la altura de columna tienen efectos insignificantes en la forma de la IEZ. Cabe destacar que los experimentos de Jin consideran un silo rectangular con una abertura rectangular, esto quiere decir que solo se consideró un agujero en lugar de una batea.

Las investigaciones sobre flujo gravitacional se han centrado principalmente en comprender los mecanismos involucrados y su impacto en el diseño y operación del nivel de producción de la mina, es por esta razón que las características del flujo por gravedad influyen en el diseño de ingeniería, como el diseño de nivel de extracción, en particular el espaciado y la ubicación de los puntos de extracción y las prácticas de control de extracción.

En este trabajo, se estudia el comportamiento de flujo de la roca fragmentadas con diferentes distribuciones granulométricas a través de experimentos controlados. Luego se realizan experimentos, llevamos a cabo pruebas en condiciones no confinadas para evaluar la influencia de la distribución granulométrica en la IMZ. Finalmente, comparamos los resultados experimentales con los datos mineros disponibles. Esto se estudia debido a que la mayoría de los investigadores utiliza mono partículas o material con dispersión de tamaño muy baja, por esta razón se trabaja en un modelo matemático para entender el comportamiento de la IMZ en función de los modos de extracción y también la cantidad de puntos de extracción y estudiar sus interacciones entre IMZs.

CAPITULO 3: METODOLOGÍA

3.1 MODELO FÍSICO

Los experimentos se realizaron utilizando un modelo cuasi tridimensional para estudiar el comportamiento del flujo por gravedad. Donde se pretende modelar a escala de laboratorio una mina subterránea, con un régimen de extracción contrada y precisa de volúmenes específicos de material.

Se diseñó una estructura la cual fue construida con marcos de aluminio, componentes de impresiones en 3D y vidrio, el cual permitió la observación directa del comportamiento del material granular. Las dimensiones del modelo son: ancho 72 cm, alto 100 cm y fondo 3 cm. Como se muestra en la Figura 2, incluye una columna de corona de 90° de ancho 4 cm y alto 3,6 cm, que se muestra en marrón. Además, se agregaron puntos de extracción, representados como cilindros de largo 7 cm y diámetro 2.5 cm, distribuidos en 10 lugares específicos del modelo. Los puntos de extracción se encuentran espaciados 5.5 cm.

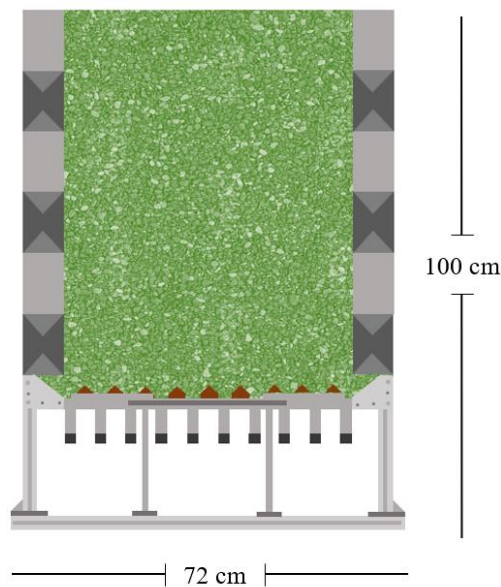


Figura 2: Modelo físico experimental.

3.2 SISTEMA AUTOMATIZADO

Este estudio se centra en evaluar el modo de extracción discreta, por lo que se construyó un sistema automatizado con el fin de replicar a escala de laboratorio el funcionamiento de un Load Haul Dump (LHD). Dicho sistema motorizado pistón-motor se instala en cada punto de extracción acoplado a pistones diseñados para regular el flujo de material. El pistón utilizado para este sistema es de diámetro de 2.3 cm y largo 7 cm. El control de estos motores se realiza a través del software Arduino, empleado para desarrollar dispositivos digitales e interactivos capaces de interactuar con el entorno físico.

Para simular de manera precisa la extracción de mineral en una mina, se ha programado un código específico en el sistema. Este código permite que el pistón descienda realizando un giro limitado de solo 6° . Este movimiento equivale a un descenso de $130\ \mu\text{m}$ por acción. Para alcanzar el descenso completo del pistón, son necesarios 480 de estos movimientos. Esta implementación automatizada del sistema de extracción se ilustra detalladamente en la Figura 3.



Figura 3 Sistema automatizado.

Este diseño de motores hasta el momento sería el trabajo más evolucionado de los experimentos de flujo gravitacional, si bien las dimensiones del experimento no se comparan como la de otros investigadores, se tiene un factor muy valioso de diferencia, ya que no se había trabajado con sistemas extractivos de un nivel tan alto de precisión, donde se pueda controlar el ángulo de giro de descenso, la velocidad de baja y junto con esto el volumen que se extraerá.

3.3 MATERIAL Y CARACTERIZACIÓN GRANULOMÉTRICA

Este trabajo busca evaluar como impacta la distribución granulométrica en los elipsoides de movimiento por lo que se utilizaron tres tipos de materiales, los que se presentan en la Figura 4, que son los siguientes;

- a) Cuarzo
- b) Roca Ígnea Meteorizada
- c) Mezcla de rocas, la cual corresponde a una mezcla de roca Ágata, Cuarzo, Gravilla y Maicillo.

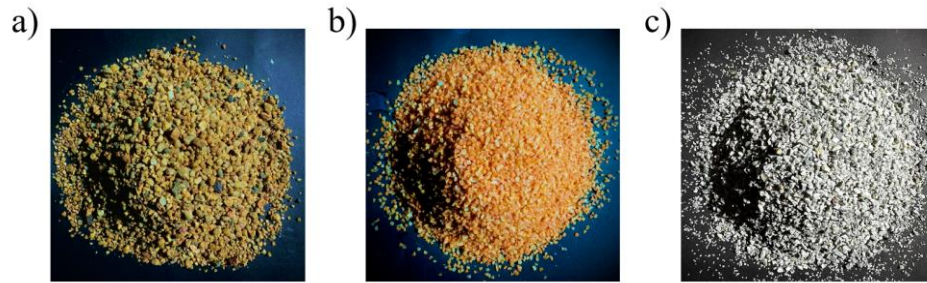


Figura 4: Materiales utilizados.

La roca ígnea erosionada ha sufrido un proceso de reducción de tamaño. Inicialmente se seleccionaron piedras de cierto tamaño con un tamiz Gilson. Luego, estas rocas se procesaron en una trituradora para reducir su tamaño a 1/4 de pulgada. Finalmente, los tres tipos de materiales resultantes fueron analizados en ROTAP. Este proceso permitió separar los materiales por tamaño de malla, lo que facilitó la creación de curvas granulométricas.

Los tamaños de malla utilizados para realizar las curvas granulométricas son:

Tabla 1: Tamices utilizados para realizar curvas granulométricas.

Nº Malla ASTM	Tamaño μm
#4	4750
#6	3350
#10	2000
#14	1400
#18	1000
#25	700

Para la realización de las curvas granulométricas se define lo siguiente:

- Curva 1, corresponderá al Material Cuarzo.
- Curva 2, corresponderá al Material de Roca Ígnea Meteorizada
- Curva 3, corresponderá al Material de Mezcla de Rocas.

La Figura 5 muestra las curvas granulométricas obtenidas. Para la muestra 1, sólo se utilizó cuarzo. Este material se clasificó con un número de tamiz #10 ASTM, esta elección permitió trabajar con una sola muestra de partículas.

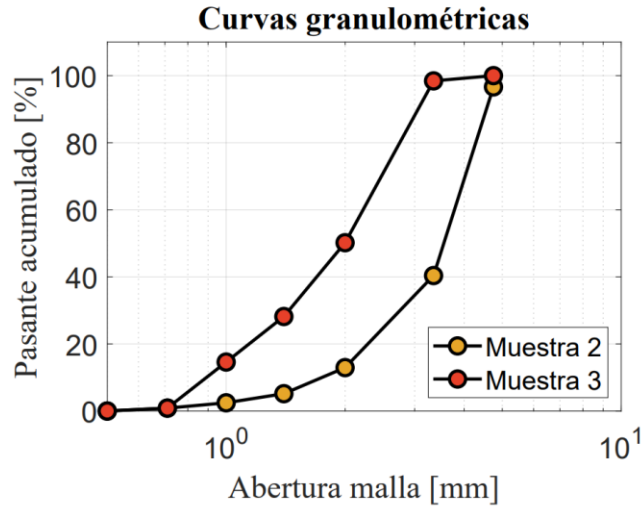


Figura 5: Curvas granulométricas.

Posteriormente se calcula el D_{10} , D_{30} y D_{60} para obtener los coeficientes de curvatura (C_c), definida por la ecuación (1) y coeficiente de uniformidad (C_u), definida por la ecuación (2).

$$C_c = \frac{D_{30}^2}{D_{10} \cdot D_{60}} \quad (1)$$

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad (2)$$

Donde para se obtuvo lo siguiente:

Tabla 2: Valores coeficiente de curvatura y de uniformidad.

Coeficiente	Muestra 2	Muestra 3
C_c	1.2	2.2
C_u	2.9	13.9

El coeficiente de curvatura (C_c) estima la distancia entre las partículas con respecto a las partículas de mayor y menor tamaño. Por otro lado, el coeficiente de uniformidad (C_u) mide la dispersión o variación del tamaño de las partículas de la muestra. Como resultado, la muestra 2 tiene una gradación deficiente, lo que indica que sus partículas son de tamaño similar con predominio de partículas más grandes. En cambio, la muestra 3 tiene buena escala y diferentes tamaños, aunque tiene un grano ligeramente más pequeño que la muestra 2.

Es importante destacar que como se trabaja con un tamaño de mono partícula para el caso de la Muestra 1, cuarzo, no se puede hacer cálculo de estas variables de C_c y C_u .

El motivo de elección de esta granulometría es, porque existen reglas para evitar los riesgos de la minería subterránea, como una colgadura, que es la formación de un arco de rocas provocado por la presencia de material grueso o la compactación de material fino que puede bloquear la salida e impedir el flujo gravitacional, provocando su cierre (Gómez, 2017).

Una regla general ampliamente utilizada es la relación entre el tamaño máximo de partícula (d) y la apertura del punto de extracción (D) para ayudar a predecir las condiciones de flujo en un sistema de transferencia de mineral (Gómez, 2017). La Tabla 3 muestra el rango de valores correspondientes.

Tabla 3: Relación entre frecuencia de colgaduras y razón de D/d (Hustrulid, 2004)

Razón	Frecuencia de colgaduras
$D/d > 5$	Baja
$3 < D/d < 5$	Probable
$D/d < 3$	Muy Alta

3.4 MATRIZ EXPERIMENTAL

Esta se desprende en 70 experimentos físicos. De la siguiente forma:

- 6 experimentos de evaluación con franjas marcadora.
- 20 experimentos para validación del sistema empleado.
- 20 experimentos para la Muestra 1
- 12 experimentos para la Muestra 2
- 12 experimentos para la Muestra 3

Dentro de estos 70 experimentos, se analizan secuencias de extracción aisladas, esto quiere decir que se extrae desde solo un punto de extracción, Figura 6 (a), extracción simultánea, que se extraen desde dos puntos de extracción, Figura 6 (b) y alternadas, que se extrae de forma intercalada desde cada punto de extracción, como se representa en la Figura 6 (c).

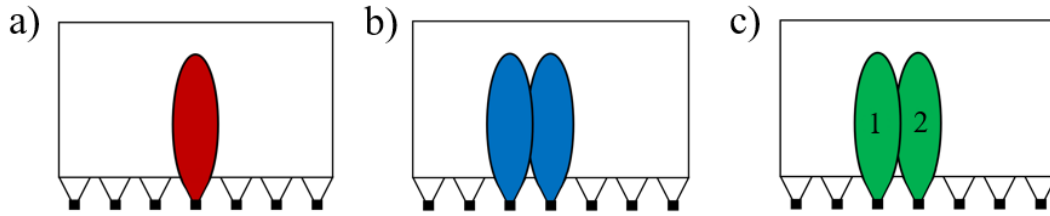


Figura 6: a) Extracción aislada, b) Extracción simultánea, c) Extracción alternada.

Los primeros 6 experimentos mencionados anteriormente se realizan con el fin de poder repetir experimentos de Kvapil, como se presenta en la Figura 7.

Estos experimentos fueron muy laboriosos, donde solo el proceso de llenado tomaba 6 horas.

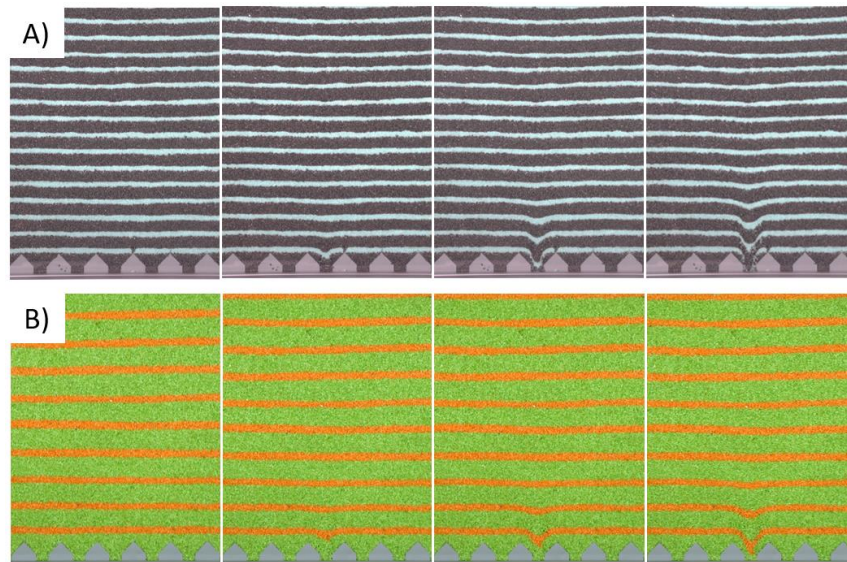


Figura 7: Experimentos con franjas marcadoras, A) correspondiente a Cuarzo fino y Hierro, B) correspondiente a Cuarzo #10.

Para el caso de las 20 pruebas para validación del modelo, se realizan estos experimentos en tiraje aislado, con material de Cuarzo.

Para los 20 experimentos de la Muestra 1, se presenta la secuencia de experimentos realizada. Donde primero se hace el experimento de tiraje aislado, para luego poder hacer los de tiraje aislado con frente de avance hasta lograr completar 4 pistones, como se representa en la Figura 8.

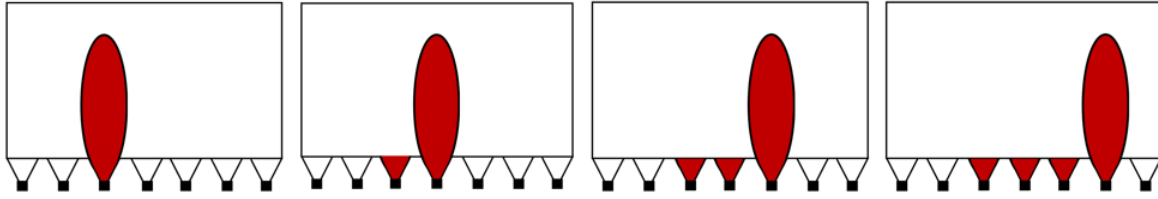


Figura 8: experimentos aislados y aislados con frente de avance.

Luego se realizan los experimentos simultáneos, donde se separan en simultáneos continuos, Figura 9 (a), simultáneos con dos pistones con 1 separación, 2 separación, 3 separaciones, Figura 9 (b) y finalmente las extracciones simultaneas con 3 y 4 pistones con 1 separación como se presenta en la Figura 9 (c).

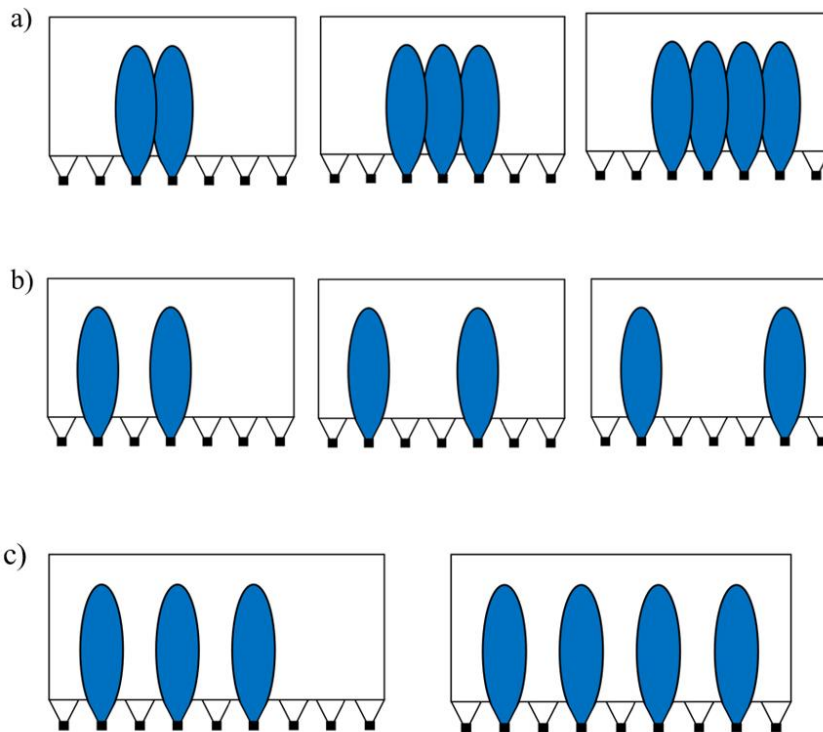


Figura 9: Experimentos simultáneos a) continuos b) 2 pistones con separaciones c) 3 pistones con separaciones.

Luego se realizan los experimentos para el caso de experimentos alternados, donde se separan en alternados continuos, Figura 10 (a), alternados con dos pistones con 1 separación, 2 separación, 3 separaciones, Figura 10 (b) y finalmente las extracciones alternadas con 3 y 4 pistones con 1 separación como se presenta en la Figura 10 (c).

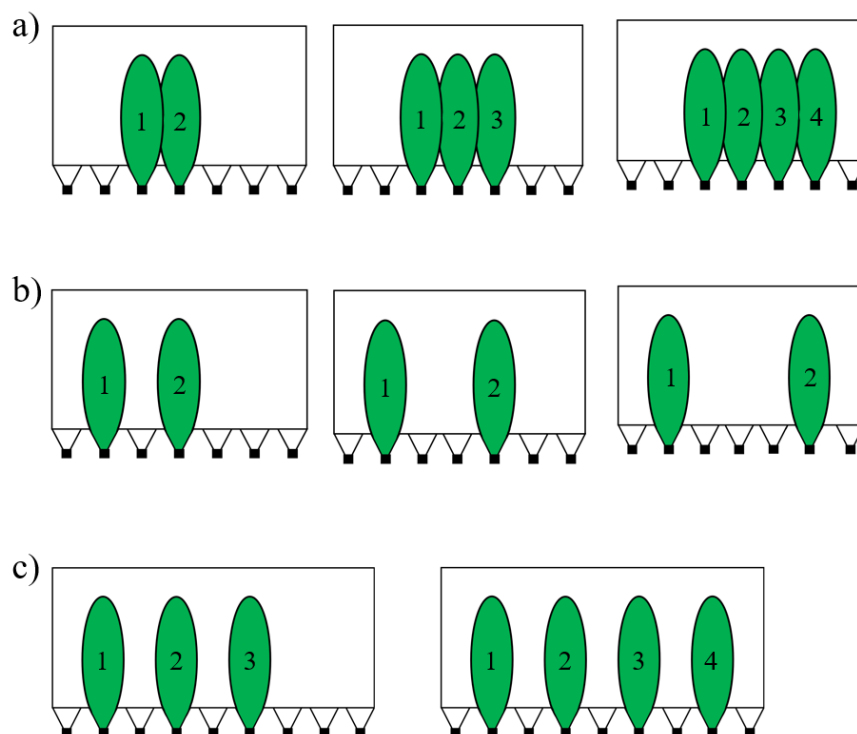


Figura 10: experimentos alternados a) continuos b) 2 pistones con separaciones c) 3 pistones con separaciones.

3.5 ADQUISICIÓN DE DATOS

Como el ángulo de giro descendente del pistón es de 6° , se hace una espera de 6 segundos para poder hacer captura de una imagen, luego se reanuda el movimiento y así sucesivamente hasta poder completar el largo del pistón que son aproximadamente 480 extracciones, que equivaldría a 480 fotos. Luego estas fotos son procesadas en la herramienta Particle Image Velocimetry (PIVlab) de MATLAB, la cual permite medir y visualizar el movimiento de partículas en secuencias de imágenes para estudiar la dinámica de fluidos.

Básicamente lo hace esta metodología de cálculo es poder comparar la Imagen 1, con la Imagen 2, luego la Imagen 1 con la Imagen 3 y así sucesivamente hasta completar toda la secuencia de capturas. Esto con el fin de posteriormente poder recrear un perfil tridimensional de cómo se está efectuando el desplazamiento entre las partículas.

3.6 LIMITACIÓN EXPERIMENTAL

Para estos experimentos y en todos los estudios de caving en general, hay factores relevantes que no se consideran, como la fragmentación in-situ, la fragmentación primaria y secundaria. Donde la fragmentación in-situ corresponde a aquella presente naturalmente en el macizo rocoso como un conjunto de discontinuidades. Posteriormente, durante el proceso de

hundimiento se observa la fragmentación primaria, originada por el desprendimiento de bloques desde el techo (cave back) por efecto de la relajación de los esfuerzos inducidos al generarse una gran área sin soporte. Finalmente, la fragmentación secundaria es generada en la columna de mineral hundido, asociada al movimiento de los bloques a través de la columna hasta llegar a los puntos de extracción.

CAPITULO 4: RESULTADOS Y ANALISIS

4.1 VALIDACIÓN DEL MODELO

Como se mencionó anteriormente, se hicieron 20 experimentos para el calcular el error asociado a la metodología empleada de los pistones.

Se considera el eje X cero, la parte superior del experimento, donde se analizan dos alturas de la columna, una a 100 pixeles, que corresponden a 13.2 cm y 300 pixeles, que corresponden a 39.6 cm, como se representa en la Figura 11.

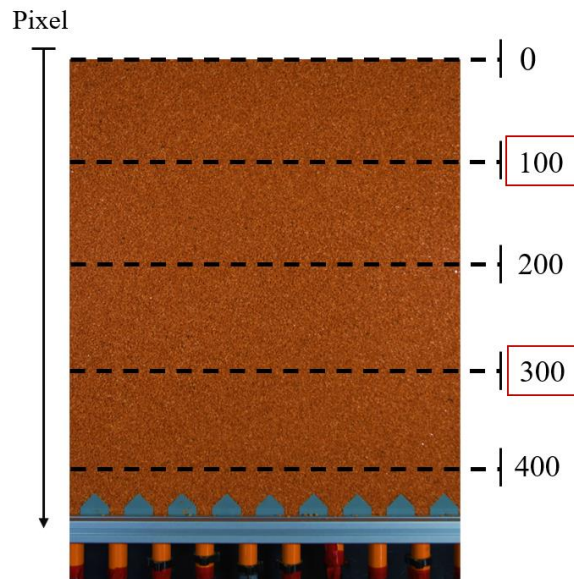


Figura 11: Representación de zona de análisis para validación del modelo.

En base a los experimentos analizados, se calcula el promedio de los 20 experimentos realizados y se saca la desviación estándar de los datos para poder establecer error experimental, donde se analiza la extracción $N = 299$. Se obtienen los siguientes resultados para la altura de 100 y 300 pixeles a partir de la Figura 12 (a) y (b), respectivamente.

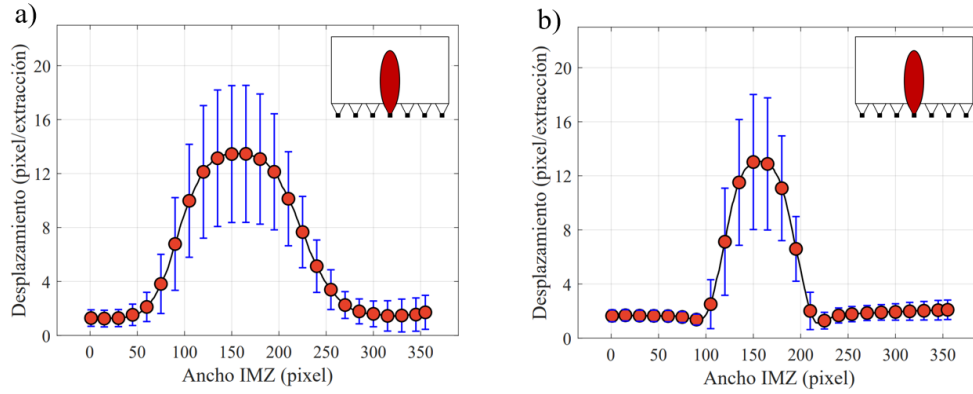


Figura 12: Validación del modelo a) Corte transversal en 100 pixeles b) corte transversal en 300 pixeles.

A partir de estos se obtuvo un error de un 44% para el caso de altura 100 pixeles y un error de 36% asociado a una altura de 300 pixeles, pero la discrepancia del modelo a escala real equivalente al tamaño 2 partículas de movimiento.

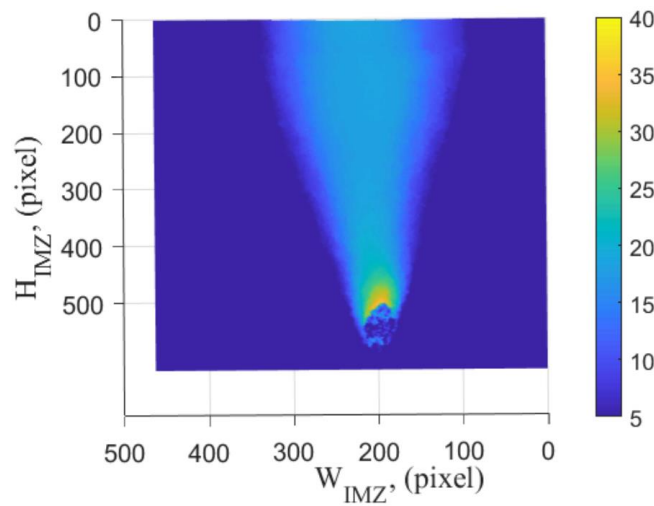


Figura 13: Experimentos tiraje aislado, Muestra 1. Extracción $N = 180$.

Pero después de analizar la Figura 13, donde se puede observar que no se alcanza a formar la IMZ debido a que llega a la parte superior del experimento, esto puede deberse principalmente a una deficiencia del modelo, ya que no se consideró la compactación de este material. Donde se empleó método de llenado por lluvia, en cada experimento, siguiendo la técnica utilizada por otros investigadores. No obstante, al trabajar con una estructura de 3 cm de profundidad y utilizar cuarzo, que es un material bastante anguloso y de una única granulometría, se identificó que la porosidad y la compactación del material podrían haber influenciado negativamente en los resultados.

A continuación, la Figura 14, presenta la evolución de la IMZ para el caso de análisis del cuarzo. A diferentes extracciones.

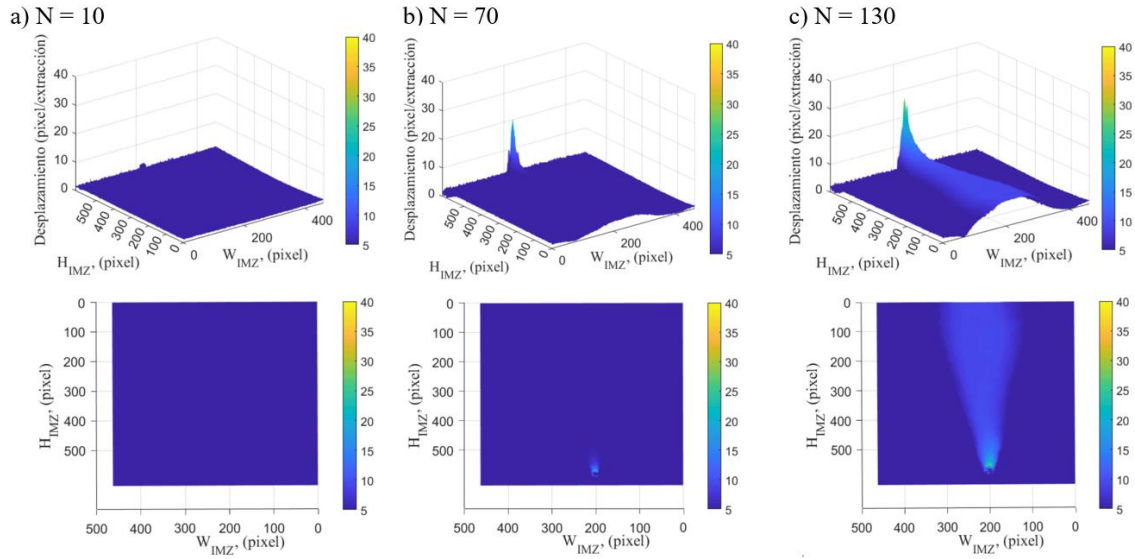


Figura 14: Representación IMZ para extracción a) $N = 10$, b) $N = 70$, c) $N = 130$.

A partir de la Figura 14, se puede apreciar que a partir de la extracción 70 ya empieza a existir desplazamiento de la masa del material y ya, en la extracción 130 alcanza la altura de la columna de extracción.

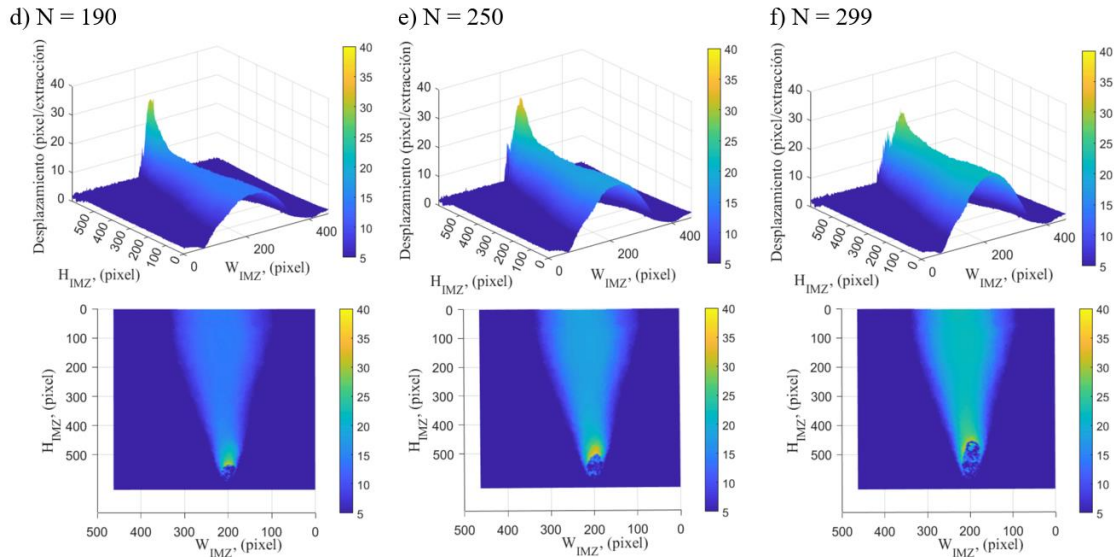


Figura 15: Representación IMZ para extracción d) $N = 190$, e) $N = 250$, f) $N = 299$.

A partir de la Figura 14 (c), se puede apreciar que a partir de la extracción 130 y casos posteriores Figura 15, el ancho de la IMZ comienza a estabilizarse, y solo se presenta un aumento en los desplazamientos del material.

4.2 EXPERIMENTOS AISLADOS

Para los resultados obtenidos de los experimentos aislados, se puede apreciar la Figura 16 que corresponde a los resultados obtenidos en pixeles. Donde la Muestra 1, correspondiente a cuarzo, presenta un mayor ancho de la IMZ, esto puede estar asociado a lo que se mencionado anteriormente de la compactación y de ser un material poco friccionante, generando así un mayor desplazamiento de las partículas. También se puede observar que los anchos de los materiales rondan en valores entre 200 y 250 pixeles.

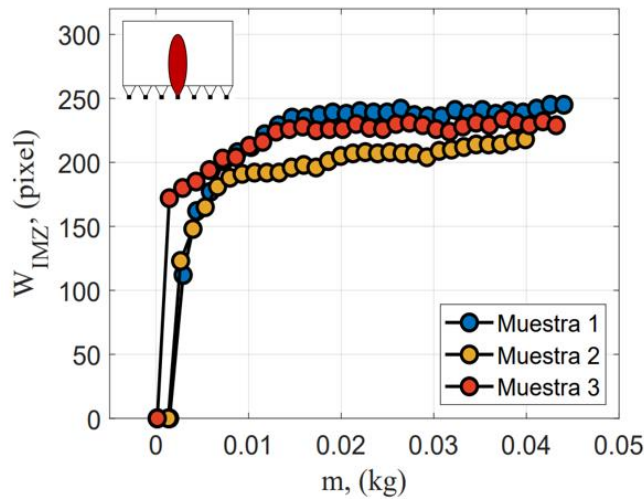


Figura 16: Resultados de experimentos de tiraje aislados para las 3 Muestras.

A continuación, en la Figura 17, nuevamente se puede ver lo manifestado de la Figura 16 en la Figura 17. Donde el desplazamiento provocado por la Muestra 1, Figura 17 (a) es casi el doble que la Muestra 2 y Muestra 3, Figura 16 (b) y (c), respectivamente.

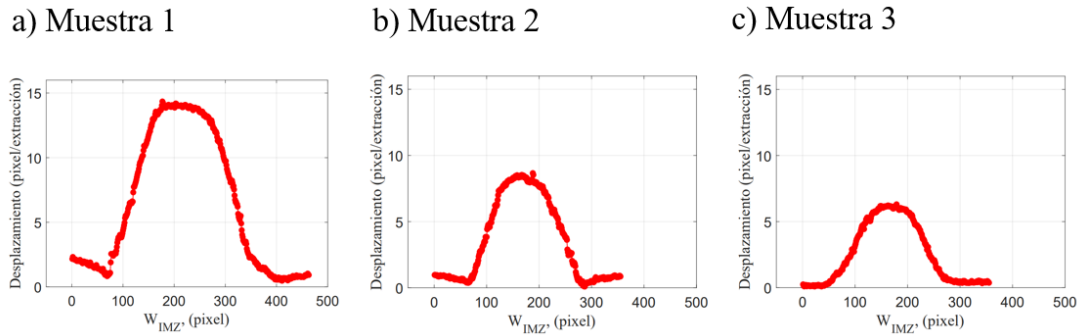


Figura 17: Resultados de experimentos de tiraje aislados para las 3 Muestras, corte transversal en 100 pixeles. a) Muestra 1, b) Muestra 2, c) Muestra 3.

4.3 EXPERIMENTOS SIMULTÁNEOS

Para este caso no fue posible obtener los datos de la Muestra 3, ya que al hacer el análisis se pudo observar que existió un problema de una colgadura. Al igual que el caso anterior se puede apreciar la Figura 18 que corresponde a los resultados obtenidos en pixeles. Donde la Muestra 1, correspondiente a cuarzo, presenta nuevamente un mayor ancho de la IMZ. También se puede observar que los anchos de los materiales rondan en valores ahora rondan entre 220 y 300 cm aproximadamente. Aumentando sus diámetros en aproximadamente un 22%.

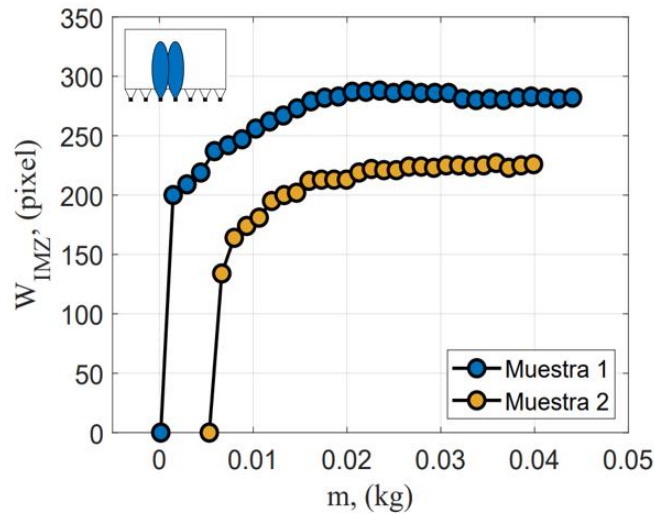


Figura 18: Resultados de experimentos simultáneos para las 3 Muestras.

A continuación, en la Figura 19, se muestra una vista tridimensional de los experimentos, para el caso de extracción $N = 180$ con un corte transversal a 100 píxeles. Donde se puede apreciar que en el caso de la Muestra 1, Figura 19 (a), el desplazamiento del material es casi 2.5 veces lo que es el caso de la Muestra 2, Figura 19 (b).

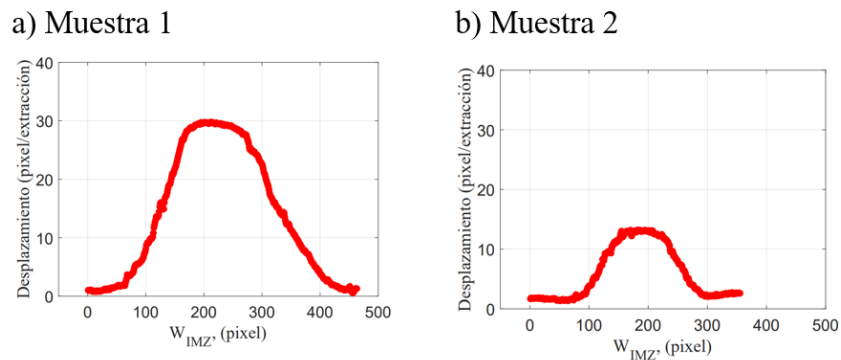


Figura 19: Resultados de experimentos simultáneos para las 2 Muestras, corte transversal en 100 píxeles. a) Muestra 1, b) Muestra 2.

4.4 EXPERIMENTOS SIMULTÁNEOS CON DOS SEPARACIONES

Para los resultados obtenidos de los experimentos simultáneos con dos separaciones, se puede apreciar la Figura 20 que corresponde a los resultados obtenidos en pixeles. Donde, la Muestra 1 junto con la Muestra 2, presentan un comportamiento muy similar y distintos a los dos casos anteriores expuestos, de aislados y simultáneos. Los valores obtenidos en cuanto al ancho, son menores que en el caso de simultáneos, es más tienen un comportamiento ligeramente similar a lo que viene siendo el caso de aislados. También se puede observar que los anchos de los materiales rondan en valores entre 240 y 270 pixeles.

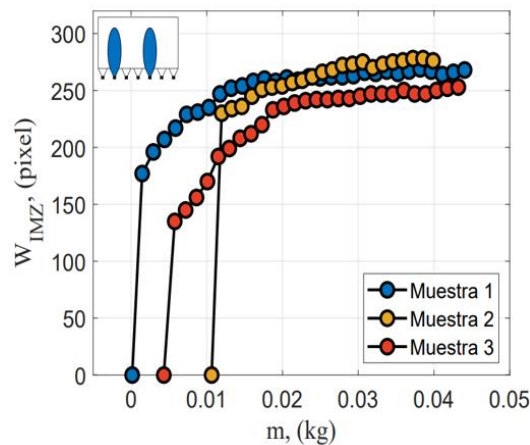


Figura 20: Resultados de experimentos simultáneos con dos separaciones para las 3 Muestras.

Esta alteración en los datos se debe a que como se presenta en la Figura 21 (b), que pertenece a la Muestra 2, presenta un retraso en el movimiento de los pistones, esto puede deberse a que puede haber ingresado una partícula en la holgura que tiene el punto de extracción con el pisto e impide que descienda de manera correcta. Y esto hace que el pistón que va más avanzando actúe de manera independiente, alterando así estos datos.

También es importante destacar que, a partir de la Figura 21, los desplazamientos son menores que el caso de simultáneo y tiene un comportamiento más similar a lo que es el caso de aislados.

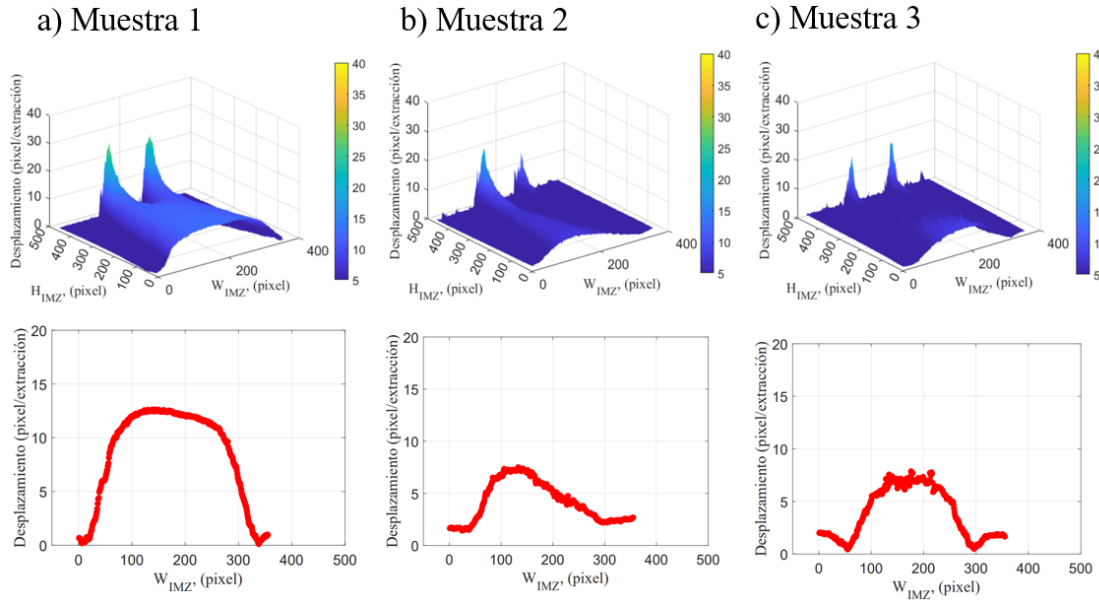
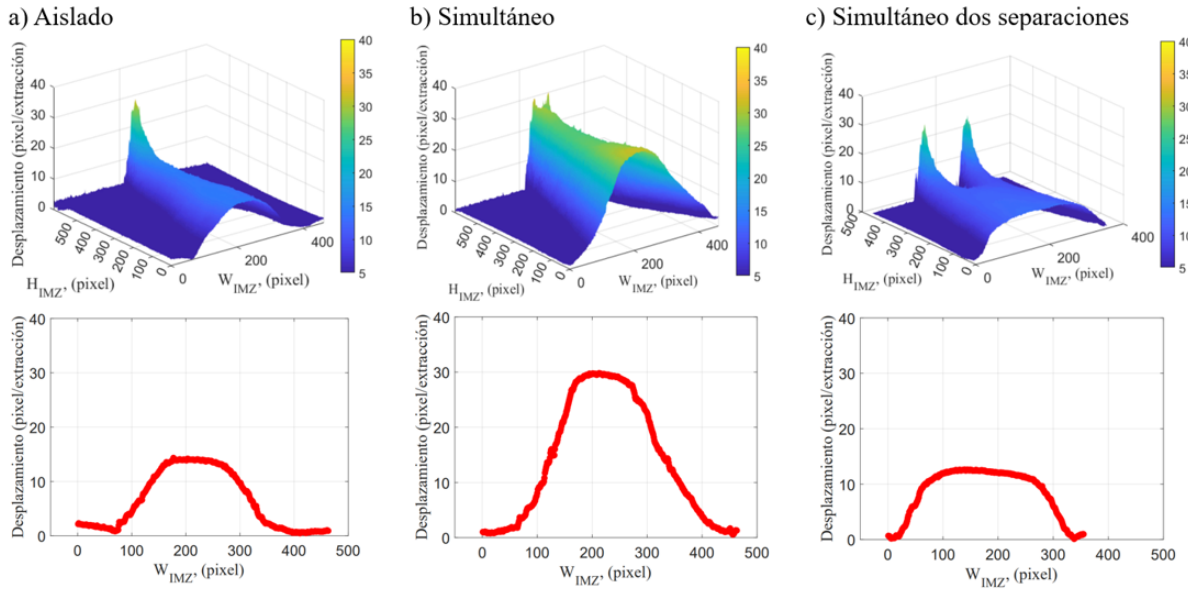
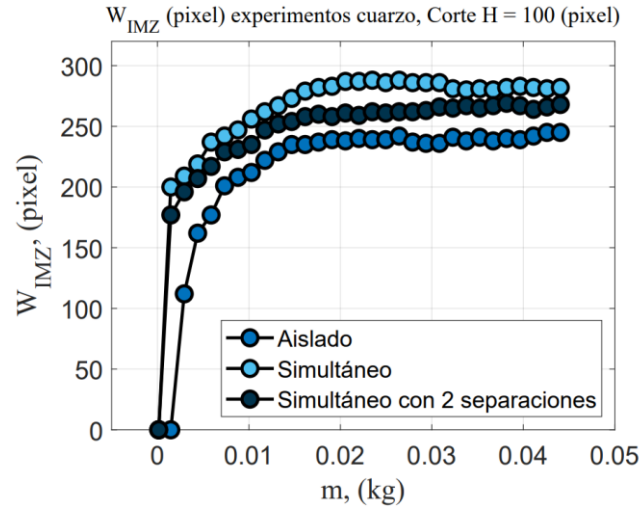


Figura 21: Resultados de experimentos simultáneos para las 3 Muestras, vista tridimensional y corte transversal en 100 píxeles. a) Muestra 1, b) Muestra 2, c) Muestra 3.

4.5 EXPERIMENTOS MUESTRA 1

Ahora para el análisis por muestras, se tiene que, a partir de la Figura 22, el caso de experimento simultáneo es el que presenta un mayor ancho, seguido de simultáneo con dos separaciones y finalmente el aislado. Y esto es válido con lo propuesto por Laubscher, ya que el postula que cuando más cerca están los puntos de extracción existe una mayor interacción entre los elipsoides y en la medida que estos se van separando van perdiendo interacción. Y corroborando lo mencionado, se aprecia que los desplazamientos de la Figura 23 (b), que es el experimento simultáneo, son casi el doble versus los casos de Aislado y Simultáneo con dos separaciones, Figura 23 (a) y Figura 23 (c) respectivamente.



En base a lo anterior postulado se tiene que el caso de experimento simultáneo el ancho aumenta 1.2 veces con respecto al de tiraje aislado. Y la relación entre simultáneo con dos separaciones y aislado es de 1.1.

4.6 EXPERIMENTOS MUESTRA 2

Ahora para el análisis por muestras, se tiene que, a partir de la Figura 24, el caso de experimento simultáneo con dos separaciones es el que presenta un mayor ancho, seguido de simultáneo y finalmente el aislado. En esta ocasión se presenta la alteración de datos mencionada anteriormente de que en la Figura 25 (c), uno de los pistones presenta un retardo del movimiento y esto puede haber generado problema en la toma de datos, al actuar solo un pistón de forma independiente.

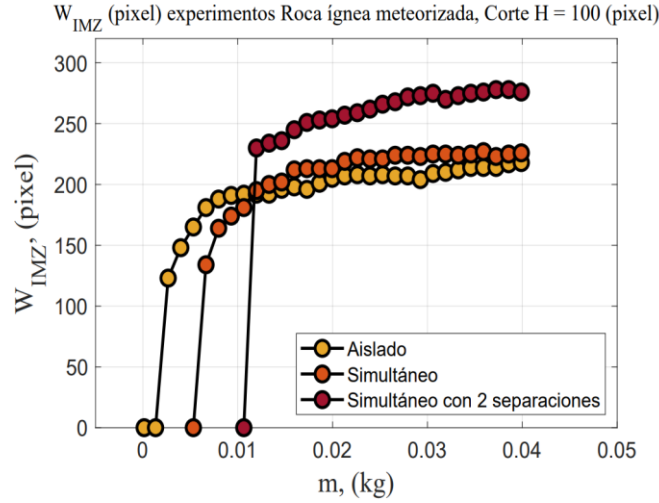


Figura 24: Resultados de experimentos, material Muestra 2, para las 3 secuencias de extracción analizadas.

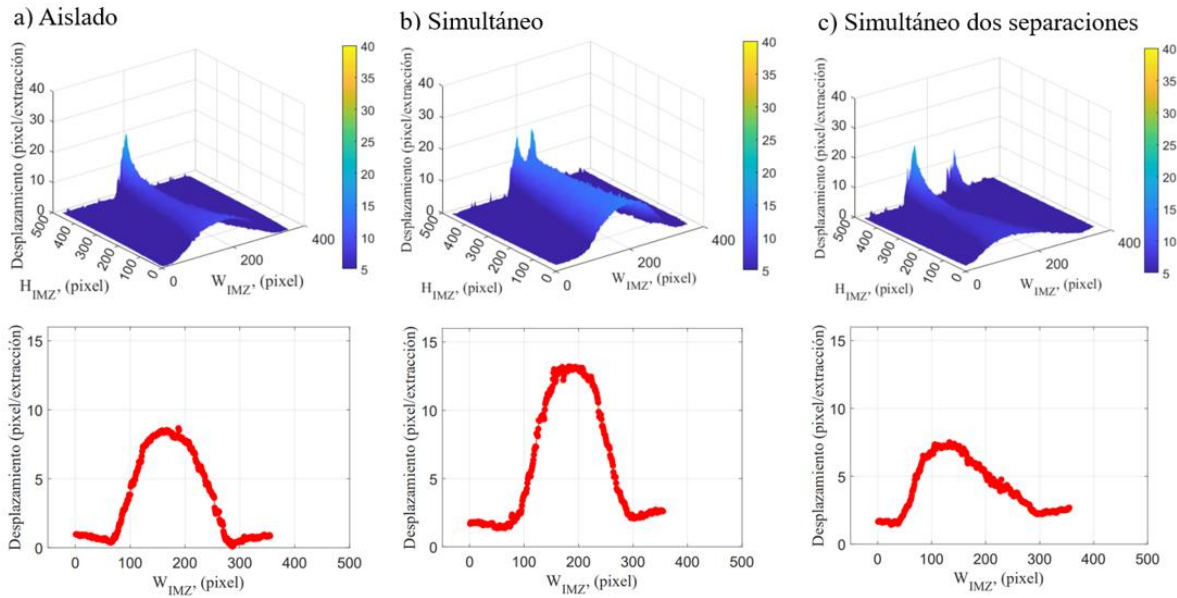


Figura 25: Resultados de experimentos, material Muestra 2, vista tridimensional y corte transversal en 100 píxeles. a) Extracción aislada 1, b) Extracción simultánea, c) Extracción simultánea con dos separaciones.

En base a lo anterior postulado se tiene que el caso de experimento simultáneo el ancho aumenta 1.03 veces con respecto al de tiraje aislado. Y la relación entre simultáneo con dos separaciones y aislado es de 1.2.

4.7 EXPERIMENTOS MUESTRA 3

Ahora para el análisis por muestras, recordemos que este caso, el experimento de simultáneo no fue posible la toma de datos debido a que se presentó un atasco del material. En base a lo obtenido a partir de la Figura 26, tanto el experimento aislado como simultáneo con dos separaciones presentan un comportamiento muy similar. Que es lo que se obtuvo de igual forma para el caso del cuarzo.

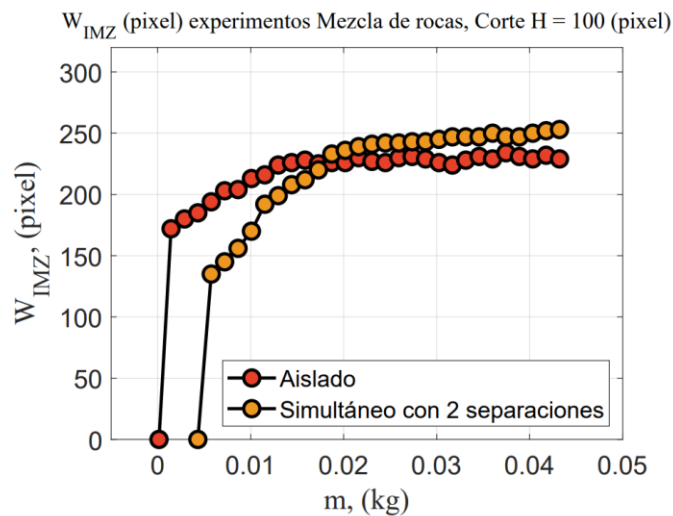


Figura 26: Resultados de experimentos, material Muestra 3, para las 2 secuencias de extracción analizadas.

En base a lo anterior postulado se tiene que el caso de experimento simultáneo el ancho aumenta 1.02 veces con respecto al experimento de simultáneo con dos separaciones.

4.8 ANÁLISIS POR SECUENCIA DE EXTRACCIÓN

A partir de la Figura 27, se obtiene finalmente lo siguiente, que el material cuarzo siempre presenta en los 3 casos el mayor ancho, donde esto se puede deber principalmente a que:

- 1) Se considera trabajar en este caso con material cuarzo de solo malla ASTM #10.
- 2) Es un material muy poco friccionante.

En base a los dos puntos mencionados anteriormente, es importante destacar el segundo ya que los experimentos realizados por otros autores tienden a obtener el material desde una mina y de ahí hacen el proceso de reducción de tamaño, y esto significa que el material es más friccionante y es más amorfo. Por lo que el tipo de material si tiene un efecto en la IMZ.

Los otros dos materiales eran de material Roca Ígnea por lo que presentan un material bastante similar en cuando al ancho.

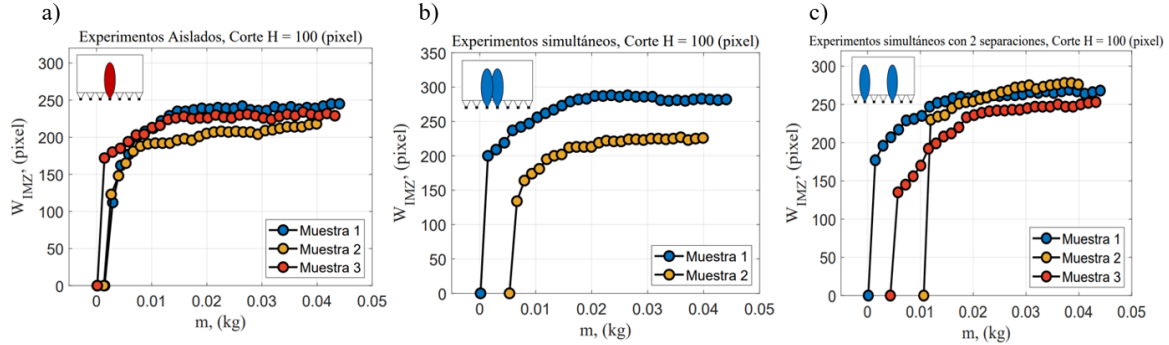


Figura 27: Resultados de experimentos, por secuencia de extracción, a) Aislados, b) simultáneo, c) simultáneo con dos separaciones.

4.9 ANÁLISIS POR MATERIAL UTILIZADO

A partir de la Figura 28, se obtiene finalmente lo siguiente, el caso de la Figura 28 (a) es el que presenta mayores diámetros, ya que corresponde al material Cuarzo. Versus los toros dos, Figura 28 (b), (c). que presentan un comportamiento muy similar en cuanto a sus experimentos de tiraje aislado.

Y es importante destacar las relaciones de los materiales obtenidos, donde se esperaría que la relación de experimento simultáneo con aislado siempre sea mayor que la relación de experimentos simultaneo con dos separaciones con aislados y además que estos tienen un comportamiento bastante similar.

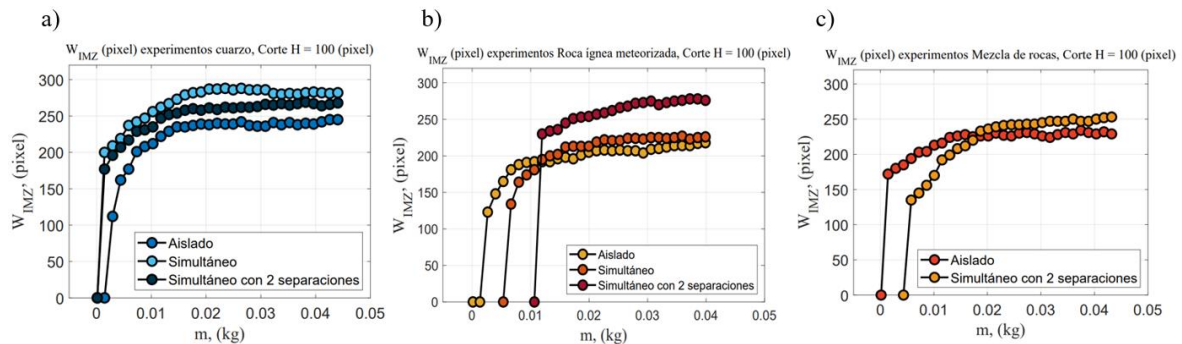


Figura 28: Resultados de experimentos, por Muestra, a) Muestra 1, b) Muestra 2, c) Muestra 3.

CAPITULO 5: DISCUSION

En base a los resultados obtenidos, de los experimentos aislados se hace un ajuste empírico para determinar si estos materiales tenían un comportamiento similar a los postulados Jin (2017). Donde se utilizar la herramienta Matlab para obtener este ajuste. Dando como resultado la Figura 29.

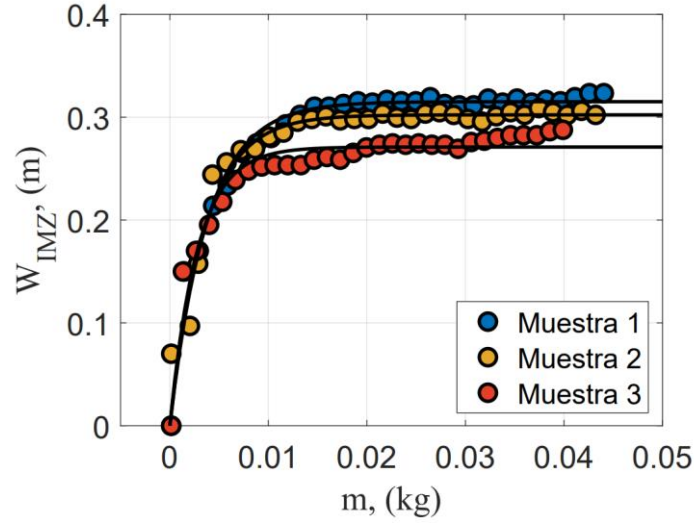


Figura 29: Ajuste de emperico en Matlab.

Es importante también destacar que Jin (2017) lo que buscaba era el estudio de la IEZ y no la IMZ, por lo que estos resultados no se ajustarán de manera correcta, pero si se puede tener una idea de lo obtenido ya que hay una relación entra la IMZ y la IEZ.

Este ajuste da como resultado la siguiente ecuación:

$$W_{IMZ} = k_1 \left(1 - e^{\left(\frac{M}{k_2} \right)} \right) \quad (3)$$

Donde los valores de k_1 y k_2 , son ajustados para cada tipo de material granular utilizado, dando los siguientes valores:

Muestra 1

- $k_{1M1} = 0.3151$
- $k_{2M1} = 0.0038$

Muestra 2

- $k_{1M2} = 0.2710$
- $k_{2M2} = 0.0028$

Muestra 3

- $k_{1M3} = 0.3023$
- $k_{2M3} = 0.0035$

En base a estos resultados, obtenidos se quería calcular la Altura de la IMZ, (H_{IMZ}), la cual no se pudo obtener ya que el material estaba tan poco compactado que alcanzaba rápida la columna del material. Por lo cual se considera el grafico, de la Figura 30 obtenido por Jin (2017).

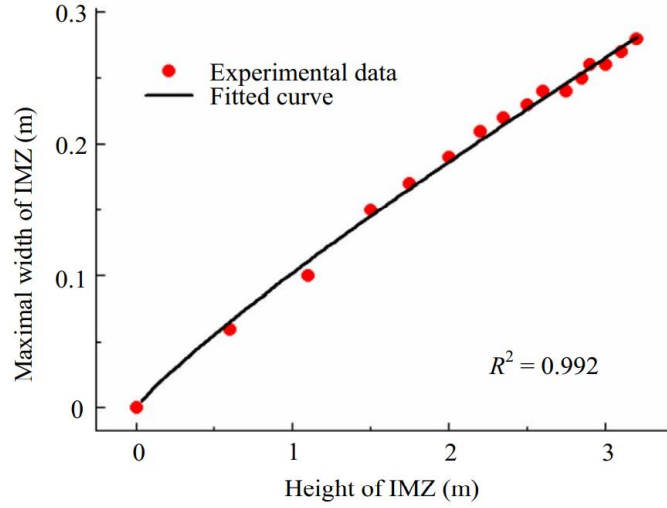


Figura 30: Ajuste emperico de experimentos de Jin (2017), Ancho máximo en función de la Altura de la IEZ.

Donde este analiza el ancho máximo de la IMZ en función de la altura. Y como la altura en nuestro caso es nuestra variable incógnita, se utiliza el programa PlotDigitizer para obtener las coordenadas de estos puntos. Y posteriormente ajustar una curva la cual es de la forma:

$$W = -0.0074H^2 + 0.1117H \quad (4)$$

Donde la ecuación (4) se iguala con la ecuación (3) para así poder despejar la altura de la de IMZ. Dando como resultado la Figura 31.

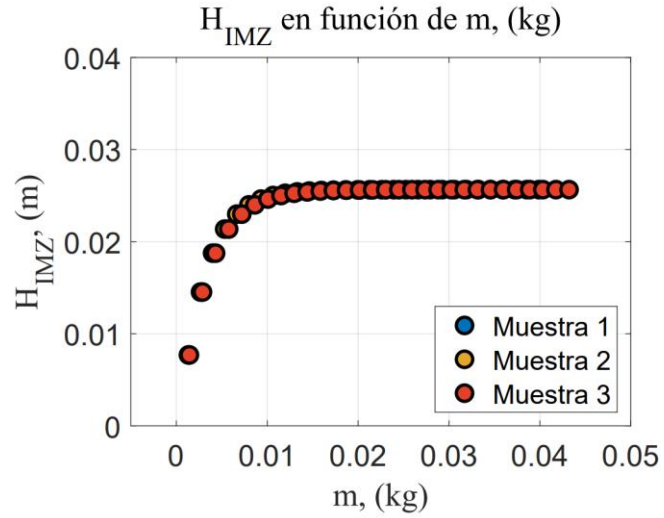


Figura 31: Resultado proyección de la Altura de la IMZ en función de la masa extraída.

Es importante destacar que esta es una proyección de como se comportaría la altura (H_{IMZ}) en función de su ancho máximo de la IMZ (W_{IMZ}), pero como se menciono anteriormente el movimiento del material al no estar compactado era tan rápido hasta alcanzar la altura de la columna, que no nos asegura que ese ancho que se observa sea el ancho máximo que presente la IMZ.

CAPITULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Como se pudo observar en base a los experimentos analizados la distribución granulométrica si tiene un ligero efecto en la IMZ, contradiciendo la teoría de algunos investigadores. Esto se debe principalmente a que se utiliza material que es traído directamente de la mina, el cual es mas amorfo y con un mayor coeficiente de fricción. Otro factor que es notorio a lo largo de los experimentos es que principio de la extracción, el elipsoide de movimiento experimenta un rápido incremento en su tamaño, que posteriormente se estabiliza de forma gradual en un diámetro constante, junto con esto la velocidad del flujo experimenta una disminución gradual a medida que nos alejamos del punto de extracción, lo que provoca que en algún momento al ancho llegue a un comportamiento constante.

Además, la secuencia de extracción parece no tener un efecto en la IMZ, pero si se ve significativamente afectada por los cambios de empaquetamiento porque la capacidad de deslizamiento de las rocas depende en gran medida del espacio intersticial disponible.

La magnitud de la interacción entre IMZ está controlada por la distancia de separación entre los puntos de extracción vecinos. Dónde mientras más cerca estén los puntos de extracción mayor interacción existirá entre los elipsoides y se valida lo planteado por Laubscher (1994), *“donde el grado de interacción entre las IMZs aumenta al disminuir el espaciamento”*. Junto con esto es importante evidencia que el desplazamiento parece estar influenciada por la secuencia de extracción, ya que como se observó en los gráficos de cortes transversales, en los casos de extracción simultánea existía un desplazamiento de 2 hasta 2.5 veces más en algunos casos, con respecto a los casos de aislados y simultáneos con dos separaciones.

Para futuros estudios en esta misma línea y la obtención de resultados más finos se recomienda

- Que el material tenga una mayor compactación, esto se podría solucionar con algún sistema de vibración para su mejor compactación o agregar cargas en la parte superior del experimento.
- Replicar cada experimento, para disminuir el error, si bien el error que se obtuvo es alto, es a una escala muy milimétrica, por lo que se recomienda realizar al menos 3 veces cada experimento.
- Poder extraer una mayor cantidad de masa, si se obtiene una buena compactación del material, al extraer más material podría observar una mayor evolución de la IMZ y hasta donde se hace constante.
- Realizar un modelo experimental más alto, este modelo si bien era de un metro de altura, el espacio de llenado eran 72 cm, lo cual para futuro sería más beneficioso intentar con una del doble de su altura.
- Trabajar con una distribución granulométrica más amplia, esto con el fin no solo de trabajar a niveles de arena, o grava fina, sino que se pueda trabajar a escalas de experimentos más grandes.

Otras variables de estudios que se puede analizar en la misma línea de investigación.

- Variar la distancia entre los puntos de extracción.
- Variar el diámetro del punto de extracción.
- Estudios en presencia de cohesión.
- Variación en la velocidad de extracción.
- Ver los efectos de infiltración.

CAPITULO 7: REFERENCIAS

1. Castro R, Trueman R, Halim A. A study of isolated draw zones in block caving mines by means of a large 3D physical model. *Int J Rock Mech Min Sci.* septiembre de 2007;44(6):860-70
2. Flores, G. 2014. Future challenges and why cave mining must change. 3rd international symposium on block and sublevel caving: Caving 2014, Santiago, Chile, 23-52.
3. Gómez, R., Castro, R.L., Casali, A., Palma, S. and Hekmat, A. 2017. A Comminution Model for Secondary Fragmentation Assessment for Block Caving. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 50 (11), 3073-3084
4. Hustrulid, W. and Sun, C., 2004. Some remarks on ore pass design guidelines. *Proceedings of MassMin 2004*, Santiago, Chile, 301-308. Chilean Engineers Institute.
5. Jin A, Sun H, Ma G, Gao Y, Wu S, Meng X. A study on the draw laws of caved ore and rock using the discrete element method. *Comput Geotech.* diciembre de 2016;80:59-70.
6. Jin A, Sun H, Wu S, Gao Y. Confirmation of the upside-down drop shape theory in gravity flow and development of a new empirical equation to calculate the shape. *Int J Rock Mech Min Sci.* febrero de 2017;92:91-8.
7. Kvapil, D.R. 2008. Gravity flow in sublevel and panel caving – A common sense approach. Luleå University of Technology
8. Laubscher, D. 1994. Cave mining - The state of the art. *International Journal of Geomechanics and Mining Sciences.* 94(10), 279-293.
9. Melo F, Vivanco F, Fuentes C. Calculated isolated extracted and movement zones compared to scaled models for block caving. *Int J Rock Mech Min Sci.* junio de 2009;46(4):731-7.
10. Trueman R, Castro R, Halim A. Study of multiple draw-zone interaction in block caving mines by means of a large 3D physical model. *Int J Rock Mech Min Sci.* octubre de 2008;45(7):1044-51.
11. Vivanco F, Melo F. The effect of rock decompaction on the interaction of movement zones in underground mining. *Int J Rock Mech Min Sci.* junio de 2013;60:381-8.
12. Vivanco F, Watt T, Melo F. The 3D shape of the loosening zone above multiple draw points in block caving through plasticity model with a dilation front. *Int J Rock Mech Min Sci.* abril de 2011;48(3):406-11.