



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Transmisión y almacenamiento de información cuántica en guías de ondas fotónicas

Alexis Rafel Legón Oropeza

Director de Tesis: Pedro Orellana

Profesor Titular, Universidad Técnica Federico Santa María

Co-director: Rafael A. Molina

Instituto de Estructura de la Materia – CSIC, Madrid, SPAIN

Departamento de Física
Doctor en Ciencias Físicas

Valparaíso, Chile, Agosto 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Transmisión y Almacenamiento de Información Cuántica en Guías de Ondas Fotónicas

Nombre del candidato(a): Alexis Rafael Legon Oropeza

Carrera / Grado: Doctorado en Ciencias Físicas

Campus: Casa Central Departamento: Física

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Pedro Alejandro Orellana Dinamarca en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 15/10/2025 Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 15/10/2025 Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Transmisión y almacenamiento de información cuántica en guías de ondas fotónicas
Copyright © 2025 - Alexis Rafel Legón Oropeza, .

Esta tesis es un trabajo original, escrito exclusivamente para este fin, y todos los autores cuyos estudios y publicaciones contribuyeron a ella han sido debidamente citados. Se permite la reproducción parcial siempre que se cite al autor y se haga referencia al título, año académico, institución-Universidad Técnica Federico Santa María- y fecha de defensa pública.



La preparación de este trabajo se vio facilitada por el uso de la plantilla [IPLeiria-Thesis](#).

*La verdad rara vez es pura
y nunca simple.*

Oscar Wilde

*Un hombre
con una idea nueva
es un loco
hasta que la idea triunfa.*

Mark Twain

*El milagro
de la adecuación
del lenguaje
de las matemáticas
a la naturaleza
es un regalo maravilloso
que no comprendemos.*

Eugene Wigner

Agradecimientos

A mi amada Madre por su amor incondicional.

A mi padre por su amor y cariño.

A mis hermanos por su amor y apoyo incondicional.

A Majo, mi amor, amiga y compañera incondicional de aventuras.

Al profe Pedro, más allá de su guía académica en esta aventura,
por su profunda calidad humana.

Al profe Rafael por su apoyo y guía académica en el desarrollo de la investigación
y por su profunda calidad humana.

Al grupo de investigación de Física de la Materia Condensada de San Joaquín, y a los
nuevos amigos, por su apoyo y ánimos en esta aventura.

A los profesores y funcionarios que forman parte de la Universidad Técnica Federico
Santa María, de los campus Casa Central y San Joaquín.

A la Universidad Técnica Federico Santa María por hacer posible el desarrollo de este
proyecto, y al Programa de Iniciación a la Investigación Científica (PIIC) por su valioso
apoyo.

Al apoyo financiero de ANID-Subdirección de Capital Humano, a través de la Beca de
Doctorado Nacional No. 2023-21230847.

*“Nothing is too wonderful to be true if it be consistent with the
laws of nature.”*

MICHAEL FARADAY

Sinceramente agradecido.

Alexis R. Legón O.
Santiago, 2025.

Resumen

Esta tesis aborda la transmisión, control y almacenamiento de fotones individuales en sistemas fotónicos unidimensionales mediante el estudio de dos configuraciones complementarias. En primer lugar, se analiza la interacción entre un fotón y dos resonadores de galería susurrante (WGRs) acoplados a una guía de onda, empleando el formalismo de funciones de Green para calcular los espectros de transmisión y la densidad local de estados (LDOS). Se identifican dos tipos de estados ligados en el continuo (BICs): modos protegidos por simetría, localizados dentro de los resonadores, y modos del tipo Fabry-Pérot, cuya existencia depende de la distancia entre resonadores a través de la guía. Estos estados aparecen como funciones delta de Dirac en la LDOS, mientras que las pequeñas perturbaciones de simetría dan lugar a cuasi-BICs, visibles como resonancias agudas en la transmisión. Además, se estudia la evolución temporal de un paquete de onda, demostrando la posibilidad de almacenar temporalmente el fotón en la región delimitada por los WGRs y la guía intermedia. En segundo lugar, se propone un mecanismo de enrutamiento cuántico basado en un arreglo de átomos acoplados que simula un átomo gigante conectado a dos guías de onda unidimensionales. En el régimen de acoplamiento fuerte entre el átomo gigante y las guías, y con interacciones débiles entre los sitios del arreglo, el sistema actúa como un router cuántico eficiente y direccionable. La eficiencia del enrutamiento y la dirección de salida pueden controlarse ajustando parámetros como el número de sitios de acoplo N , la energía del fotón E , y la intensidad del acoplamiento interatómico J . Se identifican configuraciones que permiten la transferencia perfecta del fotón (100% de eficiencia) en un amplio rango de energías, demostrando también la robustez y escalabilidad del dispositivo. Estos hallazgos evidencian el potencial de ambos esquemas para aplicaciones en redes fotónicas cuánticas integradas y reconfigurables.

Palabras clave: densidad de estados, estados ligados en el continuo, átomo gigante.

Abstract

This thesis addresses the transmission, control, and storage of single photons in one-dimensional photonic systems through the study of two complementary configurations. First, we analyze the interaction between a photon and two whispering-gallery resonators (WGRs) coupled to a waveguide, employing the Green's function formalism to compute the transmission spectra and the local density of states (LDOS). Two types of bound states in the continuum (BICs) are identified: symmetry-protected modes localized within the resonators, and Fabry-Pérot-like modes whose existence depends on the distance between the resonators via the waveguide. These states manifest as Dirac delta functions in the LDOS, while small symmetry-breaking perturbations give rise to quasi-BICs, which appear as sharp resonances in the transmission. We also study the time evolution of a wave packet, demonstrating the possibility of temporarily storing the photon in the region defined by the WGRs and the intermediate waveguide. Second, we propose a quantum routing mechanism based on an array of coupled atoms that mimics a giant atom connected to two one-dimensional waveguides. In the regime of strong coupling between the giant atom and the waveguides, and weak interactions among the array sites, the system acts as an efficient and directionally controllable quantum router. The routing efficiency and output direction can be tuned by adjusting parameters such as the number of coupling sites N , the photon energy E , and the interatomic coupling strength J . We identify configurations that allow perfect photon transfer (100% efficiency) over a wide energy range, and we demonstrate the robustness and scalability of the device. These findings highlight the potential of both schemes for applications in integrated and reconfigurable quantum photonic networks.

Keywords: density of states, bound states in the continuum, giant atoms.

Lista de publicaciones

Publicaciones relacionadas con la tesis

1. **Bound states in the continuum in a double whispering-gallery resonator**
A.R. Legón, M. Ahumada, J.P. Ramos-Andrade, Rafael A. Molina, P.A. Orellana
Physical Review A **111**, 013529 (2025).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.111.013529>
El contenido de este artículo se analiza en el capítulo 3.
2. **Tunable quantum photonic routing using a coupled giant-atom-like array**
A.R. Legón, Mario Miranda, P.A. Orellana
Submitted (2025). Arxiv:
El contenido de este artículo se analiza en el capítulo 4.

Colaboraciones

3. **Observation of multi-orbital Fano resonances in photonic lattices**
Diego Guzmán-Silva, Maritza Ahumada, Polette Parra-Palavecino, A.R. Legón,
P.A. Orellana, Rodrigo A. Vicencio
Submitted (2025). [arXiv:2508.08534](https://arxiv.org/abs/2508.08534)

Otras publicaciones

4. **Dilemma breaking in quantum games by joint probabilities approach**
A.R. Legón, E. Medina
Scientific Reports **12**, 13470 (2022).
<https://doi.org/10.1038/s41598-022-17072-8>
5. **Joint Probabilities Approach to Quantum Games with Noise**
A.R. Legón, E. Medina
Entropy **25**(8), 1222 (2023).
<https://doi.org/10.3390/e25081222>

Índice General

Lista de publicaciones	viii
<i>Lista de Figuras</i>	xiii
<i>Lista de Tablas</i>	xx
<i>Glosario</i>	xxii
<i>Acrónimos</i>	xxiv
1 Introducción	1
1.1 Teoría de Información Cuántica	2
1.2 Redes Cuánticas	3
1.3 Portadores de Información	4
1.4 Circuitos Cuánticos	5
1.5 Aplicaciones Cuánticas	6
1.6 Estructura y Organización de la Tesis	7
2 Fundamentos Teóricos	9
2.1 Fundamentos Cuánticos para Modelos de Ligadura Fuerte	9
2.2 Funciones de Green en Transporte Cuántico	10
2.2.1 Representación de Lehmann y densidad de estados	11
2.2.2 Ecuación de Lippmann-Schwinger	11
2.2.3 Ecuación de Dyson y sistemas de <i>ligadura fuerte</i>	12
2.3 Contexto histórico y desarrollo del concepto de BIC	12
2.4 Estados Ligados en el Continuo BICs	13
2.5 Mecanismos físicos de formación de BICs	14
2.5.1 Modelo introductorio: BIC en un pozo cuántico	14
2.5.2 Interferencia destructiva <i>BIC tipo Friedrich–Wintgen</i>	15
2.5.3 Protección por simetría <i>BICs protegidos por simetría</i>	16
2.5.4 Modos Fabry-Pérot <i>BICs de Fabry-Pérot</i>	16
2.5.5 Modulación periódica e ingeniería de bandas <i>BICs de tipo Bloch–Floquet</i>	17
2.5.6 Analogía cuántica–óptica	18
2.6 Efecto Fano y su conexión con los BICs	18
2.7 Resonadores Ópticos	20

2.7.1	Tipos de Resonadores Ópticos	20
2.7.2	Resonadores de Galería Susurrante (WGR)	21
2.8	Átomos Gigantes	24
I	ALMACENAMIENTO DE INFORMACIÓN	26
3	Ruptura de Simetría en Resonadores	27
3.1	Configuración del sistema cuántico	27
3.2	Análisis de los espectros de transmisión y de los estados ligados	28
3.3	Configuración del paquete de ondas fotónico	30
3.4	Ruptura de simetría	31
3.5	Fidelidad de transferencia	31
3.6	Transmisión y densidad de estados fotónica	31
3.7	Evolución temporal del sistema fotónico	33
3.7.1	Paquete de onda gaussiana	34
3.7.2	Estados antisimétricos Ruptura de simetría	35
3.8	Conclusiones	39
II	TRANSMISIÓN DE INFORMACIÓN	41
4	Enrutadores Cuánticos y Átomos Gigantes	42
4.1	Configuración del sistema cuántico	42
4.2	Transmisión de un fotón en un arreglo de átomos similares a un átomo gigante	44
4.3	Caracterización de la Transmisión Fotónica	47
4.4	Conclusiones	52
5	Conclusiones	54
	<i>Referencias</i>	58
	Apéndices	
A	Funciones de Green para la amplitud de transmisión	72
B	Análisis Detallado de la Función de Green para WGRs	76
C	Análisis Detallado de la Función de Green entre los WGRs	78
D	Demostración Analítica de la Existencia de un BIC en un Sistema de dos WGR	80
E	Un Análisis Teórico detallado de las Amplitudes de Transmisión y Reflexión	82

F	Un análisis teórico detallado de las amplitudes de transmisión y reflexión	84
F.0.1	Sistema de átomos gigantes acoplados	85
Anexos		
L	Aspectos técnicos	89

Lista de Figuras

1.1	Estructuras típicas de redes cuánticas. a) Esquema de futuras redes cuánticas con nodos cuánticos entrelazados. b) Red cuántica unidimensional. c) Red cuántica bidimensional. d) Plataformas físicas típicas para memorias cuánticas que pueden colocarse en cada nodo cuántico. Cada esfera representa un nodo cuántico, mientras que cada cubo representa una memoria cuántica colocada en el nodo cuántico [12].	3
1.2	Qubit volador electrónico. (a) Esfera de Bloch que representa el estado del qubit ψ , definido mediante el acoplamiento túnel θ y el desplazamiento de fase ϕ . (b) Esquema de un interferómetro electrónico de dos trayectorias que permite el ajuste preciso del estado del qubit a través del acoplamiento túnel ($\Delta\theta$) y la fase cuántica ($\Delta\phi$) adquirida durante el transporte a través de la isla central. (c) Potencial a través de la región de acoplamiento del túnel con indicaciones esquemáticas de las bases qubit $ 0\rangle$ y $ 1\rangle$ [23].	4
1.3	Esquema del sistema CV-QKD. El sistema, construido sobre chips fotónicos de silicio, consta de dos partes, Alice y Bob, que actúan como transmisor y receptor. El lado de Alice consta de varios amplificadores de potencia (AM), módulos de potencia (PM), atenuadores y acopladores de rejilla, que pueden modular la señal (S) y multiplexarla con el oscilador local (LO) en dos estados de polarización ortogonal. Bob demultiplexa y detecta la señal con el chip receptor. [30].	6
1.4	Tecnologías para el procesamiento de información cuántica fotónica. Se pueden identificar tres etapas principales: (i) Generación de estados fotónicos, ya sean fotones individuales indistinguibles o estados entrelazados. (ii) Manipulación, donde las plataformas integradas permiten aparatos de complejidad creciente. (iii) Medición de estados fotónicos, donde se están desarrollando detectores con o sin resolución de número de fotones. Leyenda: PDC: conversión descendente paramétrica, FWM: mezcla de cuatro ondas, FLW: escritura láser de femtosegundos, SPAD: fotodiodo de avalancha de fotón único, TES: sensor de borde de transición [22].	7

- 2.1 Espectro de frecuencia de un sistema abierto. Se muestran los estados extendidos (azul), resonancias (naranja), estados ligados convencionales (verde), y los estados ligados en el continuo (BICs, en rojo), los cuales permanecen completamente localizados sin irradiar energía [46]. 14
- 2.2 (a) Esquema de un pozo cuántico esférico con espectro discreto para $E < 0$ y continuo para $E > 0$, junto con el potencial $U(r)$ y sus correspondientes funciones de onda. (b) Potencial $U(r)$ diseñado para soportar un estado ligado cuya energía se encuentra dentro del continuo (BIC). La curva azul muestra el perfil espacial localizado del BIC, mientras que las curvas rojas representan los estados ligados (inferiores) y extendidos (superior) [51]. 14
- 2.3 Mecanismo interferencial de formación de BICs basado en el principio propuesto por Friedrich y Wintgen [51]. (a) Comparación entre un sistema abierto no perturbado y uno perturbado. (b) Sistema abierto con dos modos resonantes acoplados al mismo continuo; la superposición adecuada de un modo simétrico y otro antisimétrico produce interferencia destructiva en la radiación, dando origen a un BIC. (c) Caso en que los modos se acoplan a canales de radiación distintos, impidiendo la interferencia cancelante y, por tanto, la formación del BIC. 15
- 2.4 Mecanismo de protección por simetría: un modo con paridad impar no puede acoplarse a los modos radiativos del continuo si estos poseen paridad opuesta. (a) Estructura de doble rejilla en el vacío con simetría especular. (b) Coeficiente de reflexión en función del vector de onda, donde se distinguen los modos simétrico y antisimétrico. (c) Transmisión como función de la frecuencia normalizada, mostrando una fuerte supresión debido al desacoplo por simetría. (d) Implementación con múltiples guías de onda, donde se observa el perfil de intensidad de luz a la salida de la estructura [51]. 16
- 2.5 Confinamiento tipo Fabry-Pérot: un modo queda atrapado en una cavidad óptica entre dos barreras parcialmente reflectantes. La interferencia constructiva dentro de la cavidad y destructiva hacia el exterior impide la fuga del modo, generando un BIC. (a) Ilustración esquemática del mecanismo de interferencia entre dos resonancias que actúan como espejos perfectos. (b) Implementación en un arreglo de guías de onda acopladas, donde un defecto y su imagen especular inducen el confinamiento necesario para la formación del BIC [46]. 16
- 2.6 Interferencia destructiva inducida por modulación periódica. (a) Geometría, diagrama de bandas plegado y perfiles modales para una guía plana dieléctrica sin modulación. (b) Caso con modulación periódica de periodo L , que induce el acoplamiento entre modos guiados y da lugar a la aparición de dos nuevos estados: un modo filtrante y un BIC, generados por interferencia constructiva y destructiva, respectivamente [51]. 17

2.7	Correspondencia formal entre mecánica cuántica y óptica: la similitud entre las ecuaciones de Schrödinger y de Helmholtz permite usar perfiles dieléctricos como análogos de potenciales efectivos. Esto resulta útil para predecir y diseñar BICs en estructuras fotónicas. (a) Pozo cuántico unidimensional: potencial, espectro de energías y ecuación de Schrödinger. (b) Guía dieléctrica plana: ecuación de Helmholtz, diagrama de dispersión y perfil espacial del modo óptico [51].	18
2.8	Ilustración de fórmula de Fano como una superposición de una Lorenziana y un continuo [53].	19
2.9	Perfiles normalizados de resonancia de Fano para distintos valores del parámetro de asimetría q . La línea discontinua roja corresponde al caso $q = 0$, donde se observa una antirresonancia pura con mínima transmisión en el centro de la resonancia. La línea azul representa el caso $q = 1$, que da lugar a un perfil asimétrico característico. La línea punteada negra muestra el caso límite $ q \rightarrow \infty$, que recupera una línea de tipo Lorentziana, representando una resonancia simétrica.	19
2.10	Resonadores Ópticos y su factor de calidad Q . Las microcavidades están organizadas por columnas según el método de confinamiento utilizado y por filas según su factor de calidad Q alto o ultra-alto. La fila superior: micropost, microdisco, semiconductor, polímero, filtro de adición/extracción, cavidad de cristal fotónico. Fila inferior: cavidad óptica Fabry-Pérot a granel, microesfera, microtoroide, n es el índice de refracción del material. Se muestran los valores de Q para el filtro de adición/extracción: uno para un diseño de polímero, Q_{Poly} , y el segundo para un diseño semiconductor del tipo III-V, $Q_{\text{III-V}}$ [50].	21
2.11	Configuración de un átomo gigante. Parte superior: un átomo pequeño acoplado localmente a un único punto de una red. Parte inferior: un átomo gigante conectado de manera no-local a dos sitios separados [79].	24
3.1	Representación esquemática del sistema: Una guía de ondas unidimensional funciona como línea de transmisión y está acoplada a dos resonadores. Las flechas azules sólidas (ω_{a1} , ω_{a2}) y las flechas rojas sólidas (ω_{b1} , ω_{b2}) representan los modos horario y antihorario asociados con el primer y segundo resonador, respectivamente. Las flechas verdes indican el acoplamiento ξ_1 entre la guía de ondas y los resonadores. La línea naranja representa el salto ξ_0 entre dos cavidades adyacentes en la guía de ondas discreta.	28
3.2	Probabilidad de transmisión en función de ω . (a) $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.01$ y (b) $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.01$ son frecuencias de resonancia. Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$ y $L = 10$ (línea roja continua) y $L = 11$ (línea azul discontinua), en ambos casos, (a) y (b).	31

- 3.3 (a) DOS $\rho_{w_1+w_2}$ y (b) DOS $\rho_{w_1 \leftrightarrow w_2}$ en función de ω . Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.01$ son frecuencias de resonancia, y $L = 10$ en ambos casos, (a) y (b). 32
- 3.4 DOS among WGRs, as a function of frequency ω and the site number L . The parameters are chosen as $\xi_1 = 0.1$ and $\xi_0 = 1$ (all in units of ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.01$ are resonance frequencies. 33
- 3.5 Densidad de probabilidad del paquete de ondas en función de la ubicación x de la guía de ondas. Se muestra la evolución temporal para (a) $t = 0$, (b) $t = 1350$, (c) $t = 2100$ y (c) $t = 2800$ (t en unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia y $L = 40$ y $N = 4000$ 34
- 3.6 Densidad de probabilidad del paquete de ondas en función del tiempo t (en unidades de \hbar/ξ_0). La densidad de probabilidad para: (a) el lado izquierdo de los WGR; (b) el lado derecho de los WGR; (c) entre los WGR, y; (d) para los diferentes modos de los WGR. Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia y $L = 40$ y $N = 4000$ 35
- 3.7 Densidad de probabilidad de las condiciones iniciales para los estados anti-simétricos ($|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$) en función del sitio x en la guía de ondas (rompiendo la simetría con H_{WG}^{Intra} y H_{WG}^{Inter}). La progresión temporal se muestra de la siguiente manera: en la primera fila, (a.1) $t = 0$, (a.2) $t = 1000$, (a.3) $t = 2350$ y (a.4) $t = 4500$ (unidades de \hbar/ξ_0); La segunda fila ilustra (b.1) $t = 0$, (b.2) $t = 1500$, (b.3) $t = 4000$ y (b.4) $t = 5500$ (unidades de \hbar/ξ_0); finalmente, la tercera fila muestra (c.1) $t = 0$, (c.2) $t = 600$, (c.3) $t = 1400$ y (c.4) $t = 2000$ (unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se establecen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (ambos en unidades de ξ_0), con $\omega_c = 0$. Para frecuencias simétricas, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.001$, mientras que para frecuencias antisimétricas, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia. 36
- 3.8 Densidad de probabilidad de las condiciones iniciales para los estados anti-simétricos ($|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$) en función del tiempo t (rompiendo la simetría con H_{WG}^{Intra} y H_{WG}^{Inter}). La densidad de probabilidad para dos casos: entre los WGR (paneles izquierdos) y para las modas de los WGR (paneles derechos). La evolución temporal se muestra hasta $t = 4500$ [(a.1) y (a.2)], hasta $t = 2000$ [(b.1) y (b.2)], y hasta $t = 2000$ [(c.1) y (c.2)] (todos los t en unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se establecen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (ambos en unidades de ξ_0), con $\omega_c = 0$. Para frecuencias simétricas, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.001$, mientras que para frecuencias antisimétricas, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son frecuencias de resonancia. 37

- 3.9 Propiedades de dispersión de las condiciones iniciales para los estados antisimétricos ($|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$) en función de los modos del sistema. La figura muestra la densidad de probabilidad del paquete de ondas en función de la posición y el tiempo (rompiendo la simetría con $H_{\text{WG}}^{\text{Intra}}$ y $H_{\text{WG}}^{\text{Inter}}$). Presentamos la densidad de probabilidad $|\psi(x, t)|^2$ para tres partes: primero, dentro de los WGR; segundo, entre los WGR; y tercero, respecto a las propiedades de dispersión de los estados antisimétricos dentro de los WGR. La evolución temporal se muestra hasta $t = 4500$ [(a.1), (a.2) y (a.3)], hasta $t = 5500$ [(b.1), (b.2) y (b.3)], y hasta $t = 2000$ [(c.1), (c.2) y (c.3)] (todos t en unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se establecen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (ambos en unidades de ξ_0), con $\omega_c = 0$. Para frecuencias simétricas, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.001$, mientras que para frecuencias antisimétricas, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia. 38
- 4.1 Representación esquemática del sistema físico. (a) El panel superior ilustra la configuración de un arreglo acoplado de átomos que, colectivamente, se comporta como un átomo gigante, interactuando con dos guías de onda unidimensionales en puntos espacialmente separados. Esta configuración permite interferencia de múltiples trayectorias y acoplamiento no local entre fotón y átomo. (b) El panel inferior muestra un esquema simplificado del sistema, destacando el comportamiento efectivo tipo átomo gigante que surge del acoplamiento distribuido espacialmente entre el arreglo y las dos guías de onda. 43
- 4.2 Representación esquemática de los canales virtuales simétricos y antisimétricos para un arreglo de átomos similar a un átomo gigante. Estos canales están marcados con $+$ y $-$, respectivamente. Las amplitudes de transmisión t^+ y t^- y de reflexión r^+ se representan mediante flechas de color naranja. 46
- 4.3 Espectros de transmisión de probabilidad T_A , reflexión R_A y transferencia T_B^{\rightarrow} y T_B^{\leftarrow} en función de la energía incidente E . Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0,01$ y $g = 1,5$ (todas las unidades de ξ), para diferentes números de átomos, como se indica en los paneles (a.1)–(a.4) y (b.1)–(b.4). 48
- 4.4 Espectros de transmisión de probabilidad T_A , reflexión R_A y transferencia T_B^{\rightarrow} y T_B^{\leftarrow} en función de la energía incidente E . Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0,01$, $g = 1,5$ (todas las unidades de ξ) y $k = \pi/2$ 49
- 4.5 Espectros de transmisión de probabilidad de densidad T_A y T_B^{\rightarrow} en función de la energía incidente E y el número de átomos N . Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0.01$ y $g = 1.5$ (todas las unidades de ξ). 51

- 4.6 El panel (a) muestra el gráfico de densidad de la probabilidad de transferencia T_B^{\rightarrow} en función de la energía incidente E y el número de átomos N . La línea discontinua blanca indica la configuración óptima del sistema: $N = 5$, $N = 8$, $N = 9$ y $N = 10$. Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0.01$ y $g = 1.5$. Los paneles de la derecha muestran las probabilidades de transferencia T_B^{\rightarrow} en función de la energía incidente E y la fuerza de acoplamiento J de los átomos. Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$ y $g = 1.5$ (todas las unidades de ξ), para (b.1) $N = 5$, (b.2) $N = 9$, (b.3) $N = 8$ y (b.4) $N = 10$. 51
- D.1 DOS $\rho_{w_1+w_2}$ en función de ω . Los parámetros se eligieron como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todas las unidades en función de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = -2 \cos(5\pi/9) \simeq 0.347304$ son las frecuencias de resonancia, y $L = 10$ (línea roja sólida) y $L = 9$ (línea azul sólida). 81

Lista de Tablas

2.1	Estructuras de resonadores WGR: métodos de fabricación, ventajas, limitaciones y factores de calidad (Q) [57].	23
2.2	Comparación entre átomos típicos y átomos gigantes [79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86].	24
L.1	Escala de tamaño de los WGR [50, 108, 109].	89

Acrónimos

BIC Bound State in in the Continuum. (*p.* [xiv](#), [xv](#), [13–18](#), [27](#), [29–35](#), [54](#), [55](#))

DOS Density of States. (*p.* [xvi](#), [13](#), [27–29](#), [32](#), [33](#), [54](#), [55](#))

WGR Whispering Gallery Resonators. (*p.* [x](#), [xx](#), [21–23](#), [27](#), [29–39](#), [54–56](#), [89](#))

1

Introducción

*El objetivo de la física
no es descubrir cómo es la naturaleza,
sino lo que podemos decir sobre ella.*

Niels Bohr

A principios del siglo XX surgen importantes fenómenos en la física como la radiación de cuerpo negro [1], el efecto fotoeléctrico [2], entre muchos otros que desafiaron la intuición clásica que se tenía del mundo físico. En ese contexto, surgieron figuras como Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger y Paul Dirac entre muchas grandes mentes que sentaron las bases de una nueva teoría radical que cambiaría nuestra cosmovisión de la naturaleza con conceptos totalmente visionarios como la cuantización de la energía, la dualidad onda partícula, el principio de incertidumbre y el desarrollo de un nuevo marco formal de la teoría cuántica propuesta por Dirac [3]. Esta nueva física no solo proporcionaba explicaciones muy precisas de fenómenos atómicos, sino que introducía una visión probabilística de la realidad en contraste con la tradición determinista de la física clásica [4].

En ese sentido, la física cuántica no fue simplemente una extensión de las teorías anteriores, sino una ruptura conceptual profunda que obligó a reconsiderar nociones fundamentales como la causalidad, la localidad y la objetividad física [5]. Su impacto ha sido tan profundo que, como afirmaba Niels Bohr: *Aquellos que no se sorprenden al conocer la teoría cuántica, probablemente no la han entendido* [6].

A partir de la formalización de física cuántica se establece la mecánica cuántica [3], la cual es la teoría válida para describir fenómenos del mundo subatómico. Es vital para comprender la física de los sólidos, láseres, dispositivos semiconductores y superconductores, plasmas, entre otros [4]. En pocas palabras, la mecánica cuántica es la base fundamental de toda la física moderna: física del estado sólido, molecular, atómica, nuclear y de partículas, óptica, termodinámica, mecánica estadística, y por último y no menos importante la teoría de información cuántica.

1.1 Teoría de Información Cuántica

La computación cuántica y la información cuántica son el estudio de las tareas de procesamiento de información que pueden llevarse a cabo mediante sistemas mecánicos cuánticos [7]. Como ocurre con muchas ideas sencillas pero profundas, pasó mucho tiempo antes de que alguien pensara en procesar información mediante sistemas mecánicos cuánticos.

La concepción moderna de la informática fue impulsada por Alan Turing en 1936 [8]. En su trabajo, Turing desarrolló con rigor una noción abstracta de lo que hoy entendemos como una computadora programable: un modelo de computación que, en su honor, se conoce como *Máquina de Turing* [8, 9]. Poco tiempo después, comenzaron a construirse las primeras computadoras electrónicas. Sin embargo, el desarrollo del hardware experimentó un avance decisivo en 1947, con la invención del transistor por John Bardeen, Walter Brattain y William Shockley [10]. Desde entonces, la potencia de los sistemas informáticos ha crecido de manera sostenida y acelerada, a tal punto que en 1965 Gordon Moore formuló la célebre *Ley de Moore* [11], según la cual la capacidad de procesamiento se duplicaría aproximadamente cada dos años.

La *Ley de Moore* ha seguido cumpliéndose, al menos de forma aproximada, desde la década de 1960. Las técnicas convencionales de fabricación en computación están comenzando a topar con obstáculos físicos fundamentales, especialmente relacionados con la reducción de tamaño. Al seguir disminuyendo la escala de los dispositivos, comienzan a manifestarse efectos cuánticos que interfieren en su funcionamiento.

Una posible solución al problema planteado por el eventual fracaso de la *Ley de Moore* es adoptar un paradigma computacional diferente. Uno de estos paradigmas lo proporciona la teoría de la computación cuántica, que se basa en la idea de utilizar la mecánica cuántica para realizar cálculos, en lugar de la física clásica. Por lo tanto, las computadoras cuánticas ofrecen una ventaja de velocidad esencial sobre las computadoras clásicas. Esta ventaja de velocidad es dada por la unidad de información que se maneja que es el qubit, debido a que el qubit utiliza el principio de superposición de los estados cuánticos en contraste con la unidad de información de la computación clásica, el bit.

Un *qubit* puede ser cualquier sistema cuántico de dos niveles, tales como la polarización de un fotón o el espín de un electrón. La naturaleza cuántica del sistema permite que el estado del qubit sea una superposición de estados,

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \quad (1.1)$$

donde $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, además $|\alpha|^2$ y $|\beta|^2$ representan las probabilidades de encontrar al qubit en los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, respectivamente. El estado de un qubit individual $|\psi\rangle$ es usualmente representado a través de la esfera de Bloch. Dicha superposición (1.1) puede representar cualquier punto sobre la superficie de la esfera.

Mientras no se realice ninguna medición sobre el qubit, éste se mantendrá en la super-

posición cuántica durante distintas operaciones del computador cuántico. Esta propiedad de superposición permite el paralelismo de cálculos, aumentando exponencialmente la capacidad de cómputo. Este espacio consta mínimo de 2^N estados accesibles, como en un sistema clásico, más las posibles superposiciones cuánticas de dichos estados. De este modo, la cantidad de información accesible incrementará exponencialmente con el número de qubits. Para avanzar hacia la implementación práctica de sistemas de computación cuántica, surge de forma natural la necesidad de interconectarlos eficientemente y controlar el intercambio y procesamiento de información cuántica. Este desafío da origen al concepto de red cuántica.

1.2 Redes Cuánticas

Las redes cuánticas desempeñan un papel fundamental en la información cuántica, con aplicaciones en la comunicación cuántica, la computación y la metrología [12, 13, 14]. Uno de los principales retos para la implementación de una red cuántica es distribuir qubits entrelazados portadores de información en nodos separados espacialmente, donde las interfaces o transductores cuánticos mapean el entrelazamiento en qubits estacionarios [14]. En la Figura 1.1, se muestra una noción abstracta de una red cuántica compuesta por nodos y canales que distribuyen información en la red.

Los qubits estacionarios en estos nodos separados constituyen memorias cuánticas materializadas en la materia, mientras que los qubits viajeros constituyen canales cuánticos materializados en fotones [12].

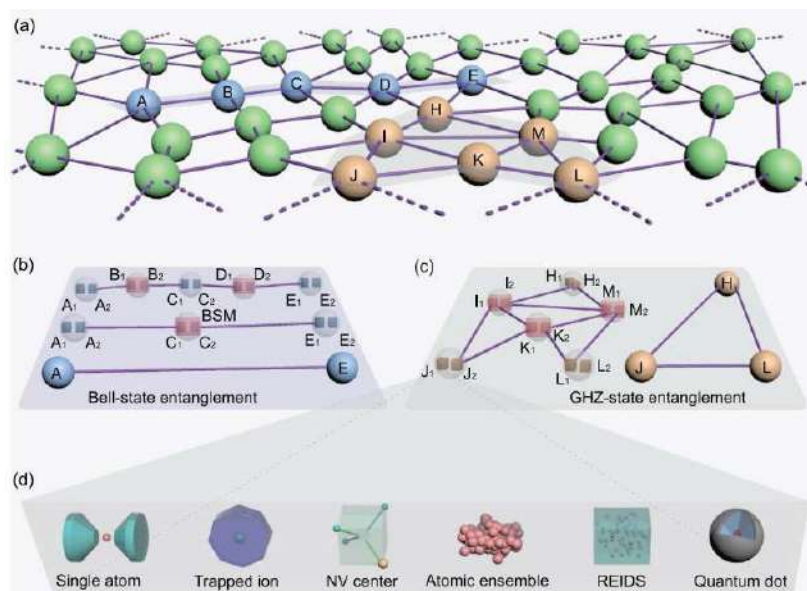


Figura 1.1: Estructuras típicas de redes cuánticas. a) Esquema de futuras redes cuánticas con nodos cuánticos entrelazados. b) Red cuántica unidimensional. c) Red cuántica bidimensional. d) Plataformas físicas típicas para memorias cuánticas que pueden colocarse en cada nodo cuántico. Cada esfera representa un nodo cuántico, mientras que cada cubo representa una memoria cuántica colocada en el nodo cuántico [12].

Entre las características deseables de una red cuántica, se demanda o se pretende que

tengan estas: fidelidad alta en la transmisión de qubits, entrelazamiento distribuido, conectividad escalable y modular, capacidad de corrección de errores cuánticos, conmutación cuántica (la red debe enrutar qubits entre nodos sin medirlos, preservando su estado), sincronización precisa y compatibilidad con canales ópticos de larga distancia [15]. Asimismo, podemos mencionar las amplias aplicaciones que motivan el estudio de las redes cuánticas, como son: la distribución de claves cuánticas [16], teleportación cuántica entre nodos, computación cuántica distribuida e internet cuántico [15, 17, 18]. En ese sentido, entre los avances experimentales recientes en este tipo de estructuras [18], se cubrió una distancia de 254 km entre Frankfurt, Kirchfeld y Kehl, Alemania, usando fibra óptica comercial utilizando el protocolo Twin-Field QKD, que permite mayor alcance reduciendo la atenuación de la señal, usando fibra estándar y detectores semiconductores a temperatura ambiente, sin necesidad de refrigeración criogénica, con una tasa de distribución de claves de aproximadamente 110 bits por segundo [19].

1.3 Portadores de Información

Los portadores de información juegan un papel fundamental, en el desarrollo de tecnologías cuánticas ya que determinan la viabilidad, eficiencia y escalabilidad de las plataformas de procesamiento y comunicación cuántica. Los fotones individuales, gracias a su velocidad de propagación y resistencia a la decoherencia, constituyen los principales *qubits voladores* (*flying qubits*) [20, 21, 22], ideales para transmitir información a larga distancia. Avances recientes en puntos cuánticos semiconductores han permitido la emisión controlada de fotones indistinguibles, posicionando esta tecnología como clave para redes fotónicas cuánticas integradas [22, 21].

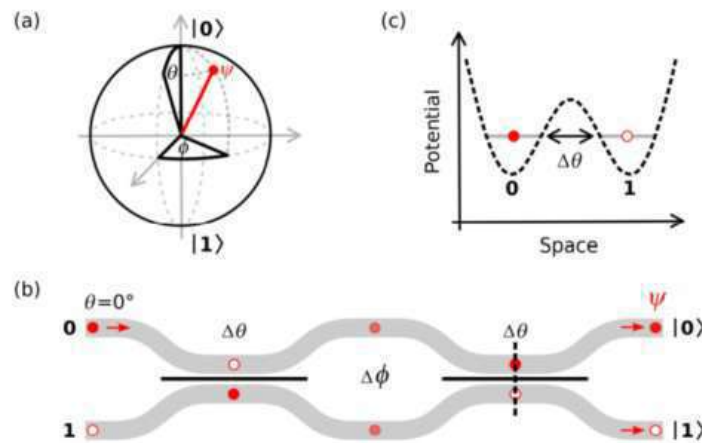


Figura 1.2: Qubit volador electrónico. (a) Esfera de Bloch que representa el estado del qubit ψ , definido mediante el acoplamiento túnel θ y el desplazamiento de fase ϕ . (b) Esquema de un interferómetro electrónico de dos trayectorias que permite el ajuste preciso del estado del qubit a través del acoplamiento túnel ($\Delta\theta$) y la fase cuántica ($\Delta\phi$) adquirida durante el transporte a través de la isla central. (c) Potencial a través de la región de acoplamiento del túnel con indicaciones esquemáticas de las bases qubit $|0\rangle$ y $|1\rangle$ [23].

Por otro lado, los *qubits voladores electrónicos* (*electron flying qubits*) emergen como una alternativa prometedora a los fotones, al permitir el transporte coherente de qubits mediante técnicas como ondas acústicas o levitones, lo que amplía el repertorio de portadores cuánticos viables en diferentes arquitecturas [24, 23], mostramos un esquema de estos portadores de información en la Fig. 1.2.

Finalmente, los *qubits de espín*, como los basados en electrones confinados en silicio o en centros de color en diamante, se han consolidado como portadores de información estacionarios, con tiempos de coherencia prolongados y potencial para su integración en escalas industriales. Particularmente, se ha demostrado la lectura óptica de espines en silicio con alta fidelidad, sin necesidad de refrigeración criogénica, lo que representa un avance significativo hacia arquitecturas escalables [25]. La interconexión entre estos sistemas es posible mediante *interfaces espín-fotón*, que permiten transferir información entre qubits estacionarios y canales ópticos; avances recientes han demostrado el entrelazamiento entre espín y fotón en chips usando puntos cuánticos [26], así como el desarrollo de microcavidades que optimizan esta interacción en plataformas modulares. La combinación de estos sistemas, mediante interfaces eficientes entre fotones, abre la puerta a una nueva generación de redes cuánticas híbridas capaces de integrar procesamiento local y transmisión a distancia, lo que refuerza la importancia de investigar múltiples tipos de portadores en el diseño de infraestructuras cuánticas robustas.

1.4 Circuitos Cuánticos

Los circuitos cuánticos son la base de la computación cuántica, a diferencia de los circuitos clásicos, que se basan en bits, los circuitos cuánticos operan con qubits, lo que permite la computación paralela a velocidades sin precedentes [7]. Esta tecnología fundamental está forjando el camino para avances en criptografía, optimización, inteligencia artificial y simulaciones científicas [27, 28].

Los circuitos cuánticos son conjuntos de puertas cuánticas interconectadas mediante cables cuánticos. La estructura real de un circuito cuántico, el número y los tipos de puertas, así como el esquema de interconexión, están determinados por la transformación unitaria U , que realiza el circuito [29]. Si bien en nuestra descripción de circuitos cuánticos utilizamos los conceptos de registros de entrada y salida de qubits, debemos tener en cuenta que, físicamente, la entrada y la salida de un circuito cuántico no están separadas como sus contrapartes clásicas; esta convención nos permite describir el efecto de la transformación unitaria que realiza el circuito de forma más coherente [7]. Asimismo, un *circuito cuántico físico* en lugar de utilizar puertas como H (compuerta de Hadamard) o $CNOT$, se usan interferómetros, divisores de haz, moduladores, acopladores, entre otros dispositivos, los cuales realizan las operaciones cuánticas [30, 31].

De este modo, en la Fig. 1.3, se muestra un esquema del chip fotónico de silicio para CV-QKD. En el chip transmisor (Alice), un láser de onda continua de 1550nm se acopla a la guía de onda mediante un acoplador de rejilla. El primer modulador actúa como un

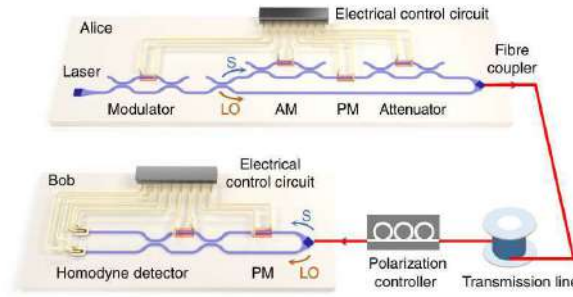


Figura 1.3: Esquema del sistema CV-QKD. El sistema, construido sobre chips fotónicos de silicio, consta de dos partes, Alice y Bob, que actúan como transmisor y receptor. El lado de Alice consta de varios amplificadores de potencia (AM), módulos de potencia (PM), atenuadores y acopladores de rejilla, que pueden modular la señal (S) y multiplexarla con el oscilador local (LO) en dos estados de polarización ortogonal. Bob demultiplexa y detecta la señal con el chip receptor. [30].

atenuador para controlar la intensidad del láser de entrada. Un acoplador direccional $1 : 99$ divide el láser de entrada en dos trayectorias: la más débil se usa como señal y la más intensa como *oscilador local* (LO). La trayectoria de la señal se modula mediante un *modulador de amplitud* (AM) y un *modulador de fase* (PM), generando así una serie de estados coherentes $|x_A + ip_A\rangle$, donde x_A y p_A son números aleatorios con una distribución gaussiana [30].

1.5 Aplicaciones Cuánticas

Durante las últimas décadas, la física cuántica ha trascendido su rol descriptivo de fenómenos microscópicos para convertirse en base de tecnologías disruptivas, señalando el inicio de la *segunda revolución cuántica* [32]. Esta transformación se materializa en campos como computación, sensado y comunicaciones cuánticas, todos fundamentados en principios como superposición y entrelazamiento [33].

Diversas arquitecturas físicas han sido desarrolladas para la implementación de qubits, incluyendo sistemas superconductores, trampas de iones, núcleos atómicos manipulados mediante resonancia magnética nuclear (NMR) y dispositivos fotónicos integrados. Estas plataformas presentan desafíos importantes en términos de escalabilidad, control y estabilidad, siendo la corrección de errores cuánticos y la mitigación de la decoherencia aspectos críticos para su funcionamiento fiable. Además, se ha propuesto el uso de arquitecturas multinivel como vía para integrar de forma coherente distintos subsistemas cuánticos, facilitando así el procesamiento eficiente de la información [34]. Asimismo, podemos ver en la Fig. 1.4, esquematizaciones de tecnologías cuánticas relevantes en el procesamiento de información cuántica fotónica [22].

Otra aplicación clave reside en los sensores cuánticos, donde dispositivos basados en centros de vacantes de nitrógeno en diamantes, circuitos superconductores y átomos fríos permiten realizar mediciones con una precisión sin precedentes. Estos sensores tienen aplicaciones en geofísica, navegación, medicina y exploración espacial [35].

En cuanto a la comunicación cuántica, se han desarrollado protocolos de distribución

cuántica de claves (QKD) que ofrecen seguridad garantizada por principios físicos. Iniciativas recientes exploran el despliegue de redes cuánticas mediante satélites y fibra óptica entre centros urbanos, en un paso hacia un futuro internet cuántico [15, 17, 18].

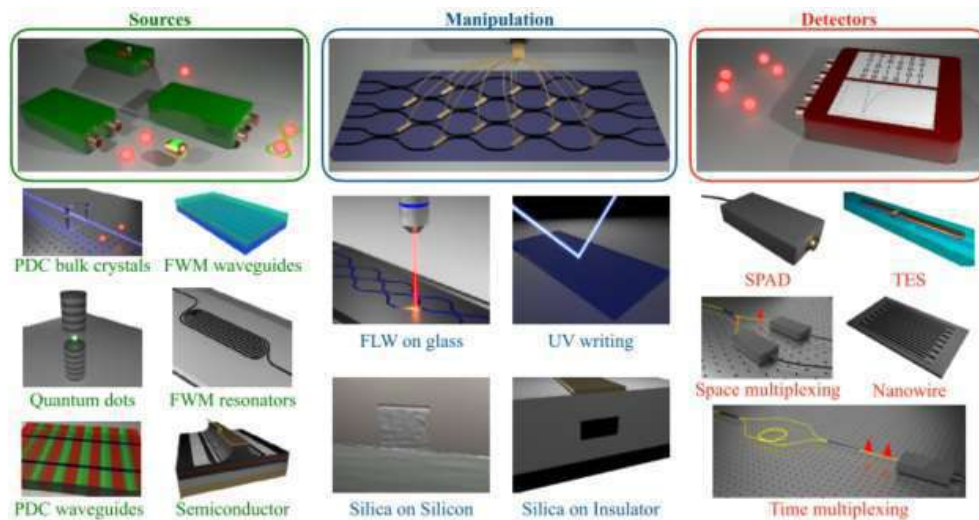


Figura 1.4: Tecnologías para el procesamiento de información cuántica fotónica. Se pueden identificar tres etapas principales: (i) Generación de estados fotónicos, ya sean fotones individuales indistinguibles o estados entrelazados. (ii) Manipulación, donde las plataformas integradas permiten aparatos de complejidad creciente. (iii) Medición de estados fotónicos, donde se están desarrollando detectores con o sin resolución de número de fotones. Leyenda: PDC: conversión descendente paramétrica, FWM: mezcla de cuatro ondas, FLW: escritura láser de femtosegundos, SPAD: fotodiodo de avalancha de fotón único, TES: sensor de borde de transición [22].

Finalmente, la investigación en técnicas cuánticas ha comenzado a incursionar en problemas prácticos de la vida real, destacando aplicaciones en logística, como el reencaminamiento de envíos y rutas de vehículos, donde los métodos de *quantum annealing* han mostrado soluciones de alta calidad y eficiencia comparables o superiores a los algoritmos clásicos [36, 37]. Asimismo, algoritmos combinatorios como QAOA (*Quantum Approximate Optimization Algorithm*) han demostrado potencial en tareas de maximización de cortes (Max-Cut), planificación de rutas y diseño de redes [38, 39], mostrando resultados prometedores en los entornos actuales de la era NISQ (*Noisy Intermediate-Scale Quantum*) [lo que equivale a dispositivos cuánticos con pocos qubits útiles y altas tasas de error]. Asimismo, tanto en hardware cuántico actual como en simulaciones híbridas [40]. Estas aproximaciones también comienzan a ser explotadas en simulaciones bio-cuánticas, incluyendo el modelado de estructuras moleculares y la dinámica de sistemas biológicos, donde pueden superar las limitaciones de las técnicas clásicas [40].

1.6 Estructura y Organización de la Tesis

Para avanzar en el desarrollo de tecnologías de comunicación e información cuántica, resulta fundamental impulsar de manera sostenida plataformas cuánticas emergentes que sean eficientes y escalables, como se ha discutido en las secciones anteriores. En este contexto, adquiere especial relevancia el diseño de arquitecturas cuánticas que re-

spondan a dichos desafíos. Por consiguiente, la propuesta presentada en esta tesis se orienta precisamente en esa dirección. Por tanto, el enfoque principal de este trabajo será en el diseño de dispositivos cuánticos capaces de transmitir y almacenar información utilizando como portadores de información a los fotones.

Para desarrollar estos objetivos, el contenido de esta tesis se ha organizado en capítulos que abordan, de forma secuencial, los fundamentos teóricos, la metodología y los resultados asociados.

La presente tesis se encuentra estructurada en varios capítulos que abordan de forma progresiva los conceptos, herramientas y resultados que sustentan este trabajo. El **Capítulo 2** se detalla la metodología utilizada en el desarrollo del trabajo, incluyendo los fundamentos matemáticos, que permiten abordar el resto del documento, y una revisión del estado del arte sobre tecnologías cuánticas emergentes, abarcando plataformas experimentales, y desarrollos recientes en tecnologías cuánticas.

En ese sentido, el trabajo estará dividido en dos partes fundamentales: **Almacenamiento y Transmisión de Información**. Para la primera parte, se tiene el **Capítulo 3**, en el cual hablamos sobre la ruptura de simetría en resonadores. Ya para segunda parte, el **Capítulo 4**, vemos con los átomos gigantes son excelentes candidatos para diseño de enrutadores óptimos en una red cuántica. Mientras que el **Capítulo 5** presenta las conclusiones generales del estudio, junto con posibles extensiones y líneas futuras de investigación.

2

Fundamentos Teóricos

*Lo que observamos
no es la naturaleza en sí,
sino la naturaleza expuesta
a nuestro método de cuestionamiento.*

Werner Heisenberg

Este capítulo presenta los conceptos teóricos esenciales que sustentan el estudio de la transmisión cuántica en sistemas fotónicos con estructuras resonantes. Se comienza con una revisión de los fundamentos cuánticos asociados a modelos de ligadura fuerte, base sobre la cual se construye la descripción discreta de los sistemas considerados. A continuación, se introduce el formalismo de funciones de Green, herramienta clave para analizar el transporte de partículas en presencia de acoplamientos y potenciales localizados. Posteriormente, se discute el origen histórico y el marco conceptual de los estados ligados en el continuo (BICs), junto con sus principales mecanismos de formación y su conexión con las resonancias de Fano. También se revisan distintos tipos de resonadores ópticos, haciendo énfasis en los resonadores de galería susurrante (WGR), ampliamente utilizados en fotónica integrada. Finalmente, se introduce el concepto de átomos gigantes, cuya interacción no-local con las guías de onda permite nuevos regímenes de control cuántico y transporte de fotones individuales.

2.1 Fundamentos Cuánticos para Modelos de Ligadura Fuerte

Uno de los pilares de la física cuántica es la *ecuación de Schrödinger*, la cual describe la evolución temporal del estado cuántico de un sistema físico [4]. En su forma dependiente del tiempo, esta ecuación se expresa como:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t) = \hat{H} \psi(t), \quad (2.1)$$

donde \hat{H} es el operador Hamiltoniano, y $\psi(t)$ representa la función de onda del sistema en el espacio de Hilbert.

En el contexto de los modelos de *ligadura fuerte* (*tight-binding models*), esta ecuación se adapta para describir partículas cuánticas como electrones, fotones o cuasipartículas, que se propagan sobre una red discreta de sitios. Bajo esta aproximación, la dinámica de las amplitudes de probabilidad $\psi_j(t)$ asociadas a cada sitio j queda determinada por un sistema de ecuaciones acopladas:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi_j(t) = \varepsilon_j \psi_j(t) - \sum_{k \in \text{vec}(j)} J_{jk} \psi_k(t), \quad (2.2)$$

donde ε_j representa la energía local del sitio j , J_{jk} el coeficiente de acoplamiento entre los sitios vecinos j y k , y $\text{vec}(j)$ denota el conjunto de vecinos acoplados a j .

Alternativamente, este sistema también puede describirse mediante la formulación en *segunda cuantización* [41, 42], haciendo uso de operadores de creación y aniquilación. En este marco, el Hamiltoniano toma la forma:

$$\hat{H} = \sum_j \varepsilon_j \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j - \sum_{\langle j,k \rangle} J_{jk} \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_k, \quad (2.3)$$

donde \hat{a}_j^\dagger y \hat{a}_j son los operadores de creación y aniquilación en el sitio j , respectivamente. El primer término representa la energía de ocupación local de cada sitio, mientras que el segundo describe los procesos de salto (o túnel) entre sitios vecinos. Esta formulación es especialmente útil para modelar sistemas fotónicos, redes de cavidades, átomos artificiales o plataformas superconductoras, y proporciona una base sólida para estudiar fenómenos como transporte cuántico, interferencia, localización y correlaciones no locales [41, 42].

2.2 Funciones de Green en Transporte Cuántico

Las funciones de Green constituyen una herramienta central en el estudio de sistemas cuánticos, especialmente en el análisis de transporte en estructuras abiertas y dispositivos mesoscópicos [43]. Estas funciones describen la propagación de excitaciones en presencia de acoplos, potenciales y condiciones de contorno, permitiendo acceder a propiedades espectrales del sistema, así como a observables físicos de interés como la densidad de estados o los coeficientes de transmisión [41, 42].

Desde el punto de vista formal, la función de Green $G(E; \vec{x}, \vec{x}')$ se define como la solución de la ecuación diferencial inhomogénea:

$$(E - H) G(E; \vec{x}, \vec{x}') = \delta(\vec{x} - \vec{x}'), \quad (2.4)$$

donde H es el Hamiltoniano del sistema, E la energía total, y $\delta(\vec{x} - \vec{x}')$ representa una fuente puntual. Esta ecuación indica que $G(E; \vec{x}, \vec{x}')$ describe la respuesta del sistema

en la posición \vec{x} ante una perturbación localizada en \vec{x}' .

En la formulación algebraica en el espacio de Hilbert, la función de Green se expresa como:

$$G(E) = \frac{1}{E - H + i\eta'}, \quad (2.5)$$

donde el término $i\eta$ con $\eta \rightarrow 0^+$ impone condiciones de contorno físicas (onda transmitida), dando lugar a la función de Green retardada [43].

2.2.1 Representación de Lehmann y densidad de estados

La estructura espectral de la función de Green se hace explícita mediante su *representación de Lehmann* [43], la cual se expresa como:

$$G(E) = \sum_n \frac{|\psi_n\rangle\langle\psi_n|}{E - E_n + i\eta'}, \quad (2.6)$$

donde $|\psi_n\rangle$ son los autoestados del Hamiltoniano con autovalores E_n . Esta representación revela que los polos de $G(E)$ se localizan en los niveles de energía del sistema. Esta propiedad permite establecer una relación directa entre la función de Green y la densidad de estados. Para sistemas en una red discreta, la *densidad local de estados* (Local Density of States-LDOS) [43], en el sitio j se define como:

$$\rho_j(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [G_{jj}(E)], \quad (2.7)$$

donde $G_{jj}(E)$ es el elemento diagonal de la función de Green.

A partir de esta, se define la *densidad total de estados* (Density of States-DOS) [43], sumando sobre todos los sitios:

$$\rho(E) = \sum_j \rho_j(E) = -\frac{1}{\pi} \sum_j \text{Im} [G_{jj}(E)], \quad (2.8)$$

lo cual también se puede expresar de forma compacta mediante la traza:

$$\rho(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [\text{Tr} G(E)]. \quad (2.9)$$

2.2.2 Ecuación de Lippmann-Schwinger

La función de Green también permite construir soluciones de dispersión a través de la *ecuación de Lippmann-Schwinger* [43, 41]:

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + G_0(E) H_I |\psi\rangle, \quad (2.10)$$

o de forma equivalente:

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + G(E) H_I |\phi\rangle, \quad (2.11)$$

donde $|\phi\rangle$ es el estado incidente del sistema libre, y H_I representa la perturbación localizada o acoplo a un potencial.

2.2.3 Ecuación de Dyson y sistemas de ligadura fuerte

Si el Hamiltoniano puede descomponerse como $H = H_0 + H_I$, donde H_0 representa el sistema no perturbado y H_I la perturbación, la función de Green total puede construirse a partir de la función libre $G_0(E)$ mediante la *ecuación de Dyson* [41, 43]:

$$G(E) = G_0(E) + G_0(E) H_I G(E), \quad \text{con} \quad G_0(E) = \frac{1}{E - H_0 + i\eta}. \quad (2.12)$$

En modelos discretos tipo *tight-binding*, el Hamiltoniano se expresa en segunda cuantización como:

$$H = \sum_j \varepsilon_j c_j^\dagger c_j - \sum_{\langle j,k \rangle} J_{jk} c_j^\dagger c_k, \quad (2.13)$$

donde c_j^\dagger y c_j son los operadores de creación y aniquilación en el sitio j , ε_j es la energía local, y J_{jk} el parámetro de acoplo entre los sitios j y k .

La función de Green resolvente se define en este contexto como:

$$G_{jk}(E) = \langle\langle c_j; c_k^\dagger \rangle\rangle_E = \langle j | G(E) | k \rangle, \quad (2.14)$$

donde los estados de sitio $\{|j\rangle\}$ constituyen una base ortonormal del espacio de Hilbert de una partícula. Esta formulación es especialmente útil para calcular propiedades espectrales y dinámicas de redes cuánticas discretas, sin recurrir a representaciones continuas [41, 42, 43].

De este modo la formulación de las *Funciones de Green* permite estudiar el comportamiento dinámico y espectral del sistema, incluyendo fenómenos como interferencias cuánticas, localización de Anderson, estados ligados, y transmisión en arquitecturas discretas como redes de cavidades, guías de onda acopladas o materiales cuánticos con estructura de banda [41, 42].

2.3 Contexto histórico y desarrollo del concepto de BIC

En 1929, John von Neumann y Eugene Wigner propusieron la existencia de los estados ligados en el continuo (BIC), en el marco de la mecánica cuántica [44]. Analizando la ecuación de Schrödinger, identificaron condiciones particulares bajo las cuales un estado con energía positiva permanece localizado, sin acoplarse al entorno ni emitir radiación. Este fenómeno, que en ese momento resultaba contraintuitivo, surgía como consecuencia de interferencias destructivas generadas por la forma del potencial.

Durante muchos años, los BICs fueron vistos simplemente como una rareza teórica. No fue sino hasta 1985 cuando Friedrich y Wintgen demostraron que estos estados podían originarse a partir de interferencias destructivas totales entre resonancias acopladas,

especialmente en presencia de cruces evitados [45]. Este enfoque amplió significativamente su interpretación, situándolos dentro de una clase más general de fenómenos ondulatorios [46].

Años más tarde, en 1992, Capasso, Sirtori et al. aportaron evidencia experimental indirecta de la existencia de BICs en heteroestructuras semiconductoras [47]. El desarrollo clave ocurrió en 2008, cuando Marinica y su equipo realizaron estudios teóricos y numéricos que confirmaron la presencia de estos estados en sistemas ópticos y facilitaron su detección experimental en diferentes plataformas fotónicas [48].

Desde entonces, el interés por los BICs ha crecido notablemente. Su estudio se ha expandido a diversas ramas de la física de ondas —como la óptica, la acústica, los plasmones o los metamateriales— gracias a su capacidad para confinar energía de manera eficiente y sin pérdidas radiativas [46, 49].

2.4 Estados Ligados en el Continuo | BICs

Los BIC son modos confinados espacialmente que, a pesar de tener energía dentro del espectro continuo, no radian hacia el exterior [46, 50, 49]. Esto contrasta con las *resonancias convencionales*, las cuales se acoplan al continuo y presentan pérdidas de energía caracterizadas por una tasa de fuga $\gamma > 0$ y un ancho espectral 2γ .

En cambio, los BIC poseen $\gamma = 0$ y, por tanto, un *factor de calidad* $Q = \omega_0/2\gamma$ idealmente infinito [46, 50]. En este caso, la frecuencia compleja de resonancia, generalmente expresada como $\omega = \omega_0 - i\gamma$, se reduce a una frecuencia puramente real, $\omega = \omega_0$. Esto implica que el modo no presenta pérdidas radiativas, y su energía permanece completamente confinada [46, 49]. La Fig. 2.1 ilustra cómo estos estados pueden existir dentro del espectro continuo, pero completamente desacoplados del entorno, a diferencia de las resonancias convencionales con $\gamma > 0$.

Observación Relevante

Existen diferentes tipos de BIC según su mecanismo de formación [46, 51]. Los más relevantes para este trabajo son:

- **BICs protegidos por simetría**, que surgen cuando la simetría del modo impide su acoplamiento con los modos radiantes del continuo.
- **BICs de Fabry-Pérot**, que se generan por interferencia constructiva entre dos estructuras resonantes que reflejan la onda, confinándola entre ellas.

En la práctica, pequeñas perturbaciones pueden convertir un BIC ideal en un *cuasi-BIC*, un estado que se acopla débilmente al continuo y se manifiesta como una resonancia aguda y de alta calidad [50, 49]. Estos cuasi-BICs se pueden identificar mediante picos estrechos en la transmisión y la aparición de funciones δ de Dirac en la densidad de estados (DOS).

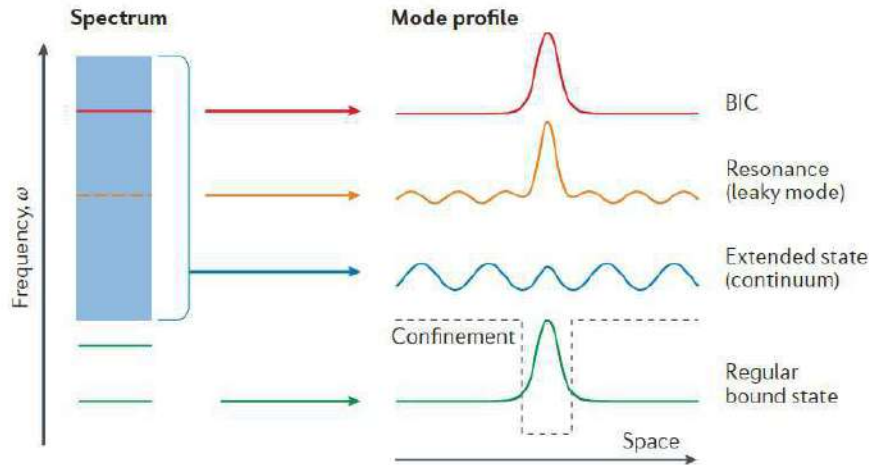


Figura 2.1: Espectro de frecuencia de un sistema abierto. Se muestran los estados extendidos (azul), resonancias (naranja), estados ligados convencionales (verde), y los estados ligados en el continuo (BICs, en rojo), los cuales permanecen completamente localizados sin irradiar energía [46].

2.5 Mecanismos físicos de formación de BICs

Los BICs pueden surgir por diversos mecanismos físicos, dependiendo de la simetría del sistema, el acoplamiento a canales de radiación o el diseño estructural del medio. A continuación se describen los principales mecanismos identificados en sistemas fotónicos y otros sistemas ondescentes [46, 51].

2.5.1 Modelo introductorio: BIC en un pozo cuántico

Para desarrollar una comprensión física más clara de los BIC, es útil comenzar con un modelo simple basado en mecánica cuántica [44, 46, 51]. Este tipo de análisis permite visualizar de manera concreta cómo ciertos mecanismos pueden llevar a la formación de un BIC incluso en sistemas efectivos de una sola dimensión.

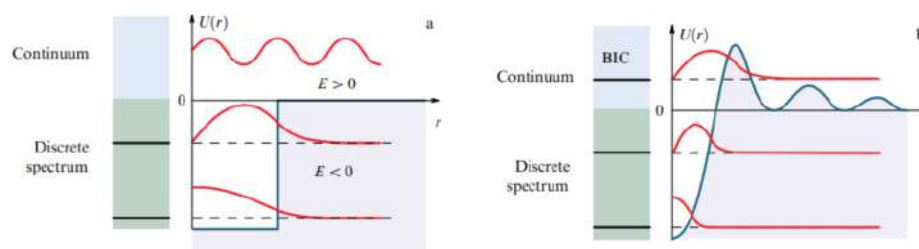


Figura 2.2: (a) Esquema de un pozo cuántico esférico con espectro discreto para $E < 0$ y continuo para $E > 0$, junto con el potencial $U(r)$ y sus correspondientes funciones de onda. (b) Potencial $U(r)$ diseñado para soportar un estado ligado cuya energía se encuentra dentro del continuo (BIC). La curva azul muestra el perfil espacial localizado del BIC, mientras que las curvas rojas representan los estados ligados (inferiores) y extendidos (superiores) [51].

Una forma intuitiva de entender los BICs es mediante la analogía con pozos de potencial en mecánica cuántica. Un potencial efectivo puede soportar un estado ligado cuya

energía se encuentra dentro del espectro continuo, como se esquematiza en la Fig. 2.1, pero sin acoplarse a él (ver también Fig. 2.2). Este fenómeno, lejos de ser una curiosidad matemática, sienta las bases para comprender la formación de BICs en plataformas fotónicas reales, donde análogamente se diseñan estructuras dieléctricas capaces de impedir la fuga de ciertos modos.

Esta analogía es posible gracias a la equivalencia formal entre la ecuación de Schrödinger y la ecuación de Helmholtz Fig. 2.7, lo que permite trasladar las intuiciones de confinamiento cuántico a estructuras ópticas guiadas [46, 51].

2.5.2 Interferencia destructiva | BIC tipo Friedrich–Wintgen

Este tipo de BIC surge a partir de la interferencia destructiva entre dos modos radiativos degenerados que se acoplan al mismo canal de radiación. Cuando la superposición de estos modos cumple una condición de cancelación exacta, la fuga hacia el continuo se anula completamente, dando lugar a un modo no radiante. Este mecanismo, originalmente propuesto por Friedrich y Wintgen [45, 51], es ilustrado en la Fig. 2.3.

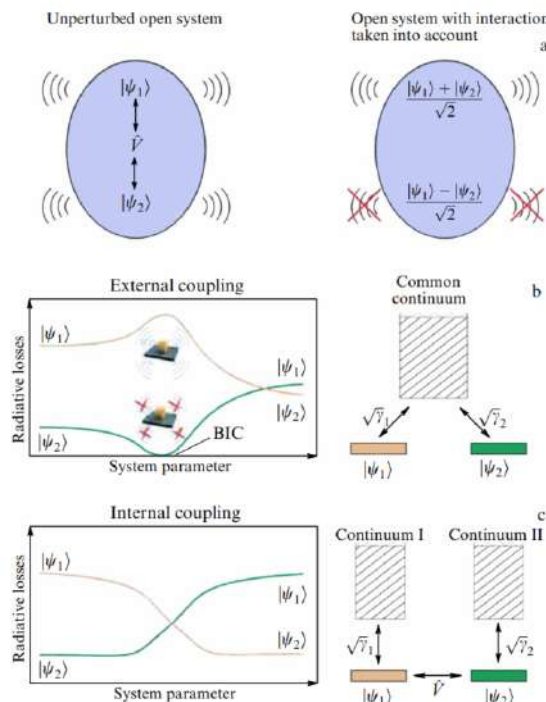


Figura 2.3: Mecanismo interferencial de formación de BICs basado en el principio propuesto por Friedrich y Wintgen [51]. (a) Comparación entre un sistema abierto no perturbado y uno perturbado. (b) Sistema abierto con dos modos resonantes acoplados al mismo continuo; la superposición adecuada de un modo simétrico y otro antisimétrico produce interferencia destructiva en la radiación, dando origen a un BIC. (c) Caso en que los modos se acoplan a canales de radiación distintos, impidiendo la interferencia cancelante y, por tanto, la formación del BIC.

2.5.3 Protección por simetría | BICs protegidos por simetría

Los BICs protegidos por simetría aparecen cuando el modo ligado posee una paridad o simetría espacial que es incompatible con la de los modos radiativos del continuo. Esta incompatibilidad impide el acoplamiento entre ellos, evitando así la fuga del modo hacia el entorno. La Fig. 2.4 muestra un ejemplo en el que la simetría especular de una estructura fotónica conduce al desacople entre un modo antisimétrico y el continuo formado por modos simétricos.

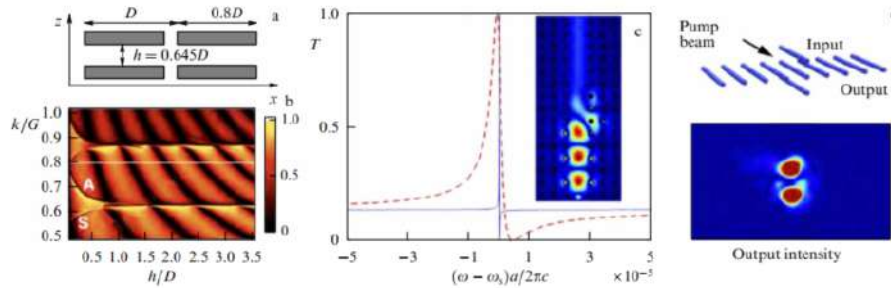


Figura 2.4: Mecanismo de protección por simetría: un modo con paridad impar no puede acoplarse a los modos radiativos del continuo si estos poseen paridad opuesta. (a) Estructura de doble rejilla en el vacío con simetría especular. (b) Coeficiente de reflexión en función del vector de onda, donde se distinguen los modos simétrico y antisimétrico. (c) Transmisión como función de la frecuencia normalizada, mostrando una fuerte supresión debido al desacople por simetría. (d) Implementación con múltiples guías de onda, donde se observa el perfil de intensidad de luz a la salida de la estructura [51].

2.5.4 Modos Fabry-Pérot | BICs de Fabry-Pérot

Los BICs también pueden emerger como resultado del confinamiento por interferencia múltiple, en un mecanismo análogo al de una cavidad de Fabry-Pérot.

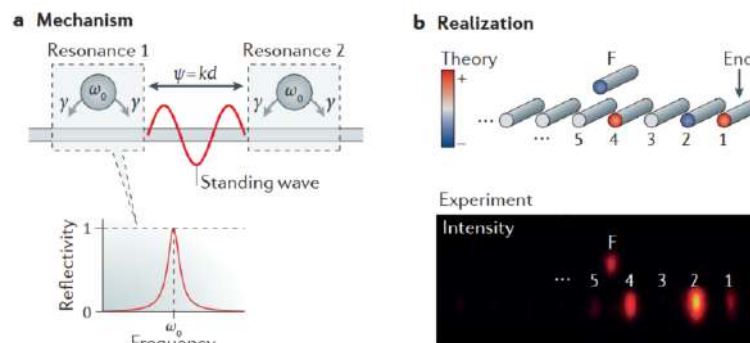


Figura 2.5: Confinamiento tipo Fabry-Pérot: un modo queda atrapado en una cavidad óptica entre dos barreras parcialmente reflectantes. La interferencia constructiva dentro de la cavidad y destructiva hacia el exterior impide la fuga del modo, generando un BIC. (a) Ilustración esquemática del mecanismo de interferencia entre dos resonancias que actúan como espejos perfectos. (b) Implementación en un arreglo de guías de onda acopladas, donde un defecto y su imagen especular inducen el confinamiento necesario para la formación del BIC [46].

En estos sistemas, la estructura actúa como una cavidad óptica en la que la fase adquirida tras una vuelta completa produce interferencia constructiva dentro de la cavidad y de-

estructiva hacia el exterior. Esta condición de fase permite la formación de modos completamente confinados, incluso si su energía pertenece al continuo espectral.

En guías fotónicas moduladas o en arreglos de resonadores acoplados, esta condición puede cumplirse de manera natural, permitiendo que ciertos modos queden atrapados sin acoplarse al continuo radiativo. Este tipo de BIC es especialmente relevante en sistemas de longitud finita o en estructuras periódicas de cavidades. Un ejemplo representativo se muestra en la Fig. 2.5.

2.5.5 Modulación periódica e ingeniería de bandas | *BICs de tipo Bloch-Floquet*

La imposición de una modulación periódica sobre una estructura fotónica puede inducir el acoplamiento entre modos guiados, generando nuevos estados mediante interferencia. Dependiendo de las condiciones de fase y simetría, este acoplamiento puede dar lugar a un modo radiativo (*leaky mode*) por interferencia constructiva, o a un BIC cuando ocurre interferencia destructiva perfecta. Este mecanismo es característico de estructuras tipo Bragg, guías moduladas o arreglos de resonadores periódicos (ver Fig. 2.6).

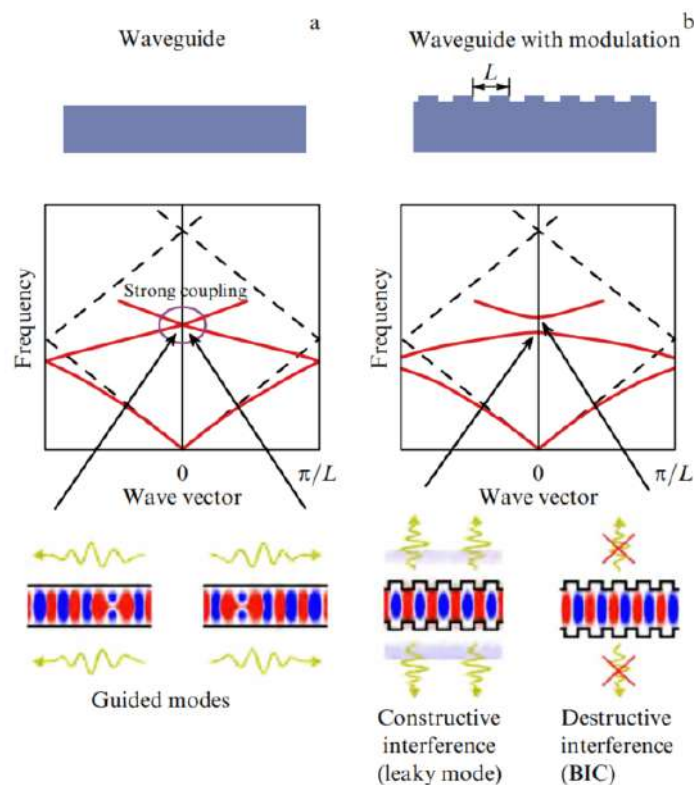


Figura 2.6: Interferencia destructiva inducida por modulación periódica. (a) Geometría, diagrama de bandas plegado y perfiles modales para una guía plana dieléctrica sin modulación. (b) Caso con modulación periódica de periodo L , que induce el acoplamiento entre modos guiados y da lugar a la aparición de dos nuevos estados: un modo filtrante y un BIC, generados por interferencia constructiva y destructiva, respectivamente [51].

Además, cuando la modulación periódica acopla modos de propagación opuesta, se puede generar un BIC como resultado de la cancelación exacta del campo radiado, permitiendo el confinamiento del modo en presencia de un continuo espectral.

2.5.6 Analogía cuántica-óptica

La ecuación de Helmholtz que describe sistemas ópticos tiene la misma forma que la ecuación de Schrödinger, permitiendo realizar analogías directas entre potenciales y perfiles dieléctricos con potenciales efectivos [51]. Esto ayuda a identificar condiciones para BICs en el diseño de sistemas fotónicos (ver Fig. 2.7).

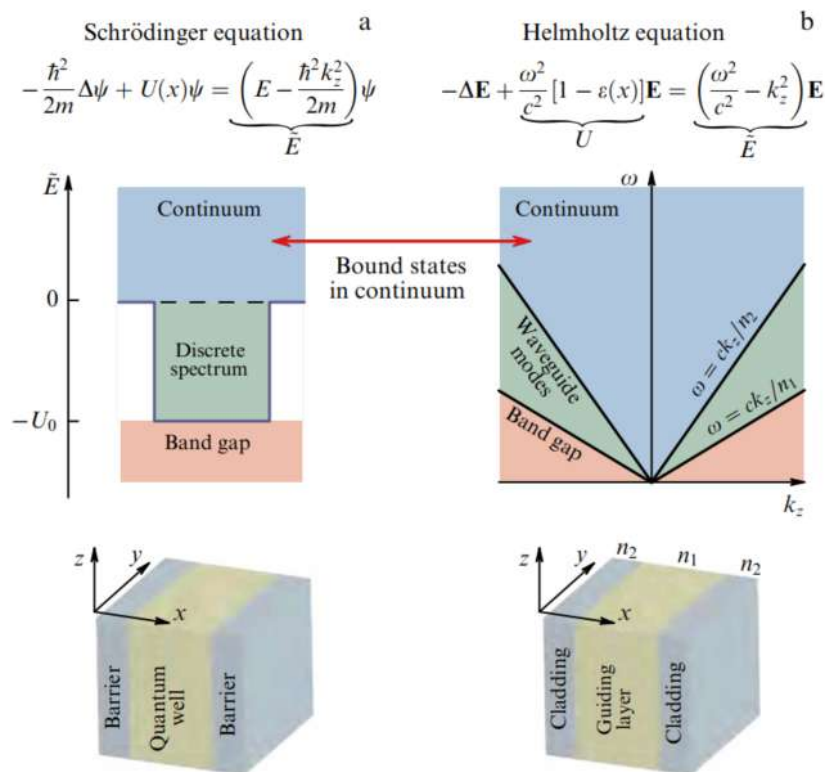


Figura 2.7: Correspondencia formal entre mecánica cuántica y óptica: la similitud entre las ecuaciones de Schrödinger y de Helmholtz permite usar perfiles dieléctricos como análogos de potenciales efectivos. Esto resulta útil para predecir y diseñar BICs en estructuras fotónicas. (a) Pozo cuántico unidimensional: potencial, espectro de energías y ecuación de Schrödinger. (b) Guía dieléctrica plana: ecuación de Helmholtz, diagrama de dispersión y perfil espacial del modo óptico [51].

2.6 Efecto Fano y su conexión con los BICs

El efecto Fano es un fenómeno de interferencia cuántica que genera perfiles espectrales asimétricos [52, 53]. Surge cuando un estado discreto interactúa con un continuo de modos, lo que da lugar a una superposición entre ambos.

Esta interferencia se hace evidente en la transmisión de ondas, como luz o electrones, cuando existen varios caminos posibles: uno asociado a un proceso resonante y otro no resonante. La combinación de estos caminos puede producir interferencia constructiva

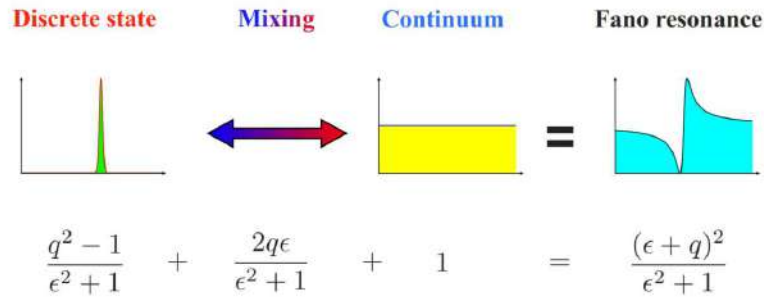


Figura 2.8: Ilustración de fórmula de Fano como una superposición de una Lorentziana y un continuo [53].

o destructiva, modificando así el espectro de transmisión de forma característica. El perfil característico de una resonancia de Fano se describe mediante la fórmula:

$$\Theta(\epsilon) = \frac{(\epsilon + q)^2}{\epsilon^2 + 1}, \quad (2.15)$$

donde ϵ es la energía reducida y q es el parámetro de asimetría. El signo y magnitud de q determinan el grado y dirección de la interferencia, y en el límite $|q| \rightarrow \infty$ se recupera una línea de tipo Lorentziana, correspondiente a una resonancia simétrica, como se muestra en la Fig. 2.9.

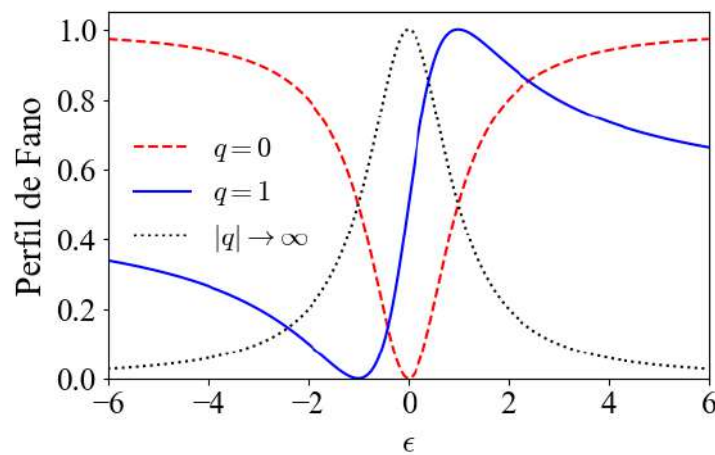


Figura 2.9: Perfiles normalizados de resonancia de Fano para distintos valores del parámetro de asimetría q . La línea discontinua roja corresponde al caso $q = 0$, donde se observa una antirresonancia pura con mínima transmisión en el centro de la resonancia. La línea azul representa el caso $q = 1$, que da lugar a un perfil asimétrico característico. La línea punteada negra muestra el caso límite $|q| \rightarrow \infty$, que recupera una línea de tipo Lorentziana, representando una resonancia simétrica.

Este tipo de resonancias se ha observado en una gran variedad de sistemas ópticos y cuánticos, como cavidades ópticas acopladas a guías de onda, átomos artificiales o plataformas fotónicas integradas [54]. En estos escenarios, la luz puede quedar momentáneamente confinada en una región local del sistema antes de reincorporarse al continuo de propagación.

Desde el punto de vista físico, las resonancias de Fano revelan la presencia de un

acoplamiento parcial entre un estado cuasi-localizado y un canal continuo. Esta interacción permite que parte de la energía se escape, dando lugar a un perfil de resonancia con un ancho finito. Esta situación contrasta, pero también se relaciona profundamente, con los BICs, los cuales corresponden a soluciones perfectamente confinadas con energía dentro del espectro continuo, pero completamente desacopladas de los modos de radiación [46].

Ambos fenómenos comparten una raíz interferencial: mientras que en el caso de las resonancias de Fano la interferencia entre caminos conduce a una modulación asimétrica de la transmisión, en los BICs esta interferencia es tal que cancela exactamente el acoplamiento al continuo, produciendo una confinación perfecta. Desde esta perspectiva, los BICs pueden entenderse como el límite ideal de una resonancia de Fano en la que el ancho de línea tiende a cero y el factor de calidad Q diverge [55]. De hecho, en muchos sistemas guía-cavidad, es posible observar una transición continua desde resonancias de Fano (anchas) hacia quasi-BICs (muy estrechas) y, bajo condiciones de simetría o ajuste fino, hacia verdaderos BICs o BICs ideales (tasa de fuga nula, $\gamma = 0$) [56]. Esta conexión es de gran relevancia tanto para la comprensión fundamental de los modos fotónicos como para el diseño de dispositivos ópticos de alta eficiencia y selectividad espectral.

2.7 Resonadores Ópticos

Un resonador óptico, también conocido como cavidad óptica, es un componente fundamental en el campo de la óptica y la fotónica, desempeñando un papel crucial en láseres, sensores ópticos y diversos dispositivos fotónicos [50, 49]. Su función principal es confinar y controlar la luz en un volumen definido, mejorando efectos ópticos específicos mediante múltiples reflexiones entre dos o más espejos que forman el resonador. Entre las funciones importantes podemos mencionar: amplifican la luz, ayudan a estabilizar la frecuencia, mejoran la coherencia temporal y, algo que vale la pena destacar, también pueden tener un factor de calidad muy alto. Este factor, llamado Q , básicamente indica cuánto tiempo puede quedarse la luz dando vueltas dentro del resonador antes de salir o perderse. Si ese tiempo es largo, es decir, si el Q es alto, entonces la luz interactúa más con el material del sistema. Eso puede ser muy útil, por ejemplo, para hacer mediciones más sensibles en espectroscopía o detectar cambios sutiles en sensores ópticos.

2.7.1 Tipos de Resonadores Ópticos

Los resonadores ópticos se presentan en diversas configuraciones, cada una diseñada para aplicaciones y criterios de rendimiento específicos. En la Fig. 2.10, mostramos una configuración esquemática de varios tipos de resonadores ópticos [50]. Los tipos más comunes incluyen:

- **Resonador Fabry-Pérot:** Consiste en dos espejos paralelos enfrentados, ampliamente utilizado en láseres e interferómetros.
- **Resonador de Anillo:** Utiliza una trayectoria circular o anular para la luz, lo que permite su propagación unidireccional, útil en óptica integrada y fotónica.
- **Resonador de Modo Galería Susurrante (WGR):** Emplea la reflexión interna total dentro de una estructura circular para confinar la luz. Se caracteriza por sus altos factores Q y se utiliza en sensores y óptica no lineal [50].
- **Resonador de cristal fotónico:** es una cavidad dentro de un cristal fotónico donde se introduce un defecto estructural controlado, lo cual permite atrapar y resonar ciertos modos ópticos en frecuencias específicas

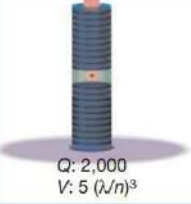
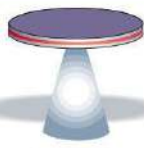
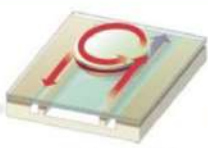

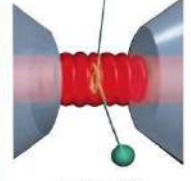
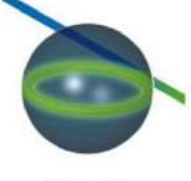

	Fabry-Pérot	Whispering gallery		Photonic crystal
High Q	 <p>Q: 2,000 V: $5 (\lambda/n)^3$</p>	 <p>Q: 12,000 V: $6 (\lambda/n)^3$</p>	 <p>Q_{III-V}: 7,000 Q_{Poly}: 1.3×10^5</p>	 <p>Q: 13,000 V: $1.2 (\lambda/n)^3$</p>
Ultra-high Q	 <p>F: 4.8×10^5 V: $1,690 \mu\text{m}^3$</p>	 <p>Q: 8×10^9 V: $3,000 \mu\text{m}^3$</p>	 <p>Q: 10^8</p>	

Figura 2.10: Resonadores Ópticos y su factor de calidad Q . Las microcavidades están organizadas por columnas según el método de confinamiento utilizado y por filas según su factor de calidad Q alto o ultra-alto. La fila superior: micropost, microdisco, semiconductor, polímero, filtro de adición/extracción, cavidad de cristal fotónico. Fila inferior: cavidad óptica Fabry-Pérot a granel, microesfera, microtoroide, n es el índice de refracción del material. Se muestran los valores de Q para el filtro de adición/extracción: uno para un diseño de polímero, Q_{Poly} , y el segundo para un diseño semiconductor del tipo III-V, Q_{III-V} [50].

En resumen, los resonadores ópticos son fundamentales para mejorar y controlar las propiedades de la luz, con amplias aplicaciones en ciencia y tecnología. Su capacidad para amplificar, estabilizar y filtrar la luz los hace indispensables en el desarrollo de sistemas ópticos avanzados.

2.7.2 Resonadores de Galería Susurrante (WGR)







Los Resonadores de Modo Galería Susurrante o como los denominaremos en el texto Resonadores de Galería Susurrante (WGR), en general se pueden entender como una microcavidad óptica, donde las ondas de luz experimentan una reflexión continua a lo largo del límite de la microcavidad, lo que resulta en la formación de un alto valor de factor Q . Este modo se aplica en diversos campos, incluyendo láseres miniatura, sensores, filtros de luz e interruptores ópticos [57]. En comparación con las tecnologías

láser alternativas, las basadas en los WGR, como los resonadores de gotas de cristal líquido [58], los resonadores sólidos y los láseres de microcavidad sintonizables totalmente ópticos, presentan una sensibilidad superior y un alto Q [58, 59]. Asimismo, numerosos grupos de investigación están explorando activamente las posibles aplicaciones de los WGR. Entre las cuales podemos mencionar:

- **Sensores de Bio-detección :** Los resonadores WGR sirven como herramientas para detectar una amplia gama de biomoléculas, incluyendo proteínas [60], ADN [61], ARN [62], exosomas [63], ribosomas [64], virus [65] e incluso moléculas individuales [66]. Normalmente, los biosensores WGR emplean biorreceptores adecuados funcionalizados en la superficie del WGR. Los antígenos objetivo pueden unirse a anticuerpos pareados inmovilizados en el resonador WGR, lo que permite una detección selectiva y eficiente por parte del sensor WGR.
- **Sensores de Detección Bioquímica:** Los sensores WGR han diversificado sus aplicaciones más allá de la detección biomolecular, incursionando en el ámbito de la detección química y la monitorización ambiental de sustitutos de agentes de guerra química y gases industriales tóxicos. Un sensor esférico WGR que puede detectar la separación de una mezcla de cationes. En la detección de gases, los resonadores WGR suelen estar recubiertos con materiales para absorber gases específicos. Tras la absorción del gas, la capa de recubrimiento experimenta hinchamiento y cambios en el índice de refracción, lo que provoca cambios en la resonancia WGR mediante la interacción de ondas evanescentes [67, 68].
- **Sensores de Detección Térmica:** Las microcavidades WGR sirven como plataformas excepcionales para la detección de temperatura, aprovechando los cambios de resonancia inducidos por las variaciones en el índice de refracción de la microcavidad y la expansión o contracción térmica debida a los cambios de temperatura. Los resonadores WGR fabricados con materiales como sílice, poliestireno y polimetilmetacrilato (PMMA) se utilizan comúnmente para la detección térmica [69, 70].
- **Sensores de Detección Física:** Además de la detección térmica, los resonadores WGR son muy útiles en diversas aplicaciones de detección física, como la detección de fuerza, desplazamiento, campo eléctrico y campo magnético. Cuando se aplica una fuerza externa a un resonador WGR, lo que provoca deformación y altera la longitud del camino óptico, se produce un cambio en la resonancia WGR [71, 72].

En la Tabla 2.1 vemos algunas propiedades importantes de la estructuras de resonadores WGR.

Tabla 2.1: Estructuras de resonadores WGR: métodos de fabricación, ventajas, limitaciones y factores de calidad (Q) [57].

Resonador WGR	Ilustración	Método de fabricación, ventajas y desventajas	Factor de calidad (Q)
Micro-esfera		Las microsferas se fabrican calentando el extremo de una fibra óptica con una llama, formando una cavidad esférica por tensión superficial. Tienen Q ultra-alto y son relativamente fáciles de fabricar. Sin embargo, no pueden integrarse en chip ni multiplicarse, y tienen modos ópticos complicados.	10^9 , [73]
Micro-anillo		Se fabrican mediante litografía para definir un anillo sobre un sustrato, seguido de grabado. Son aptos para integración en chip. Su desventaja es que el Q es bajo en comparación con otras estructuras WGR.	10^3 – 10^7 , [74]
Micro-tubo		Un sustrato pre-patronado permite formar tubos autoensamblados que se sueltan del sustrato y se utilizan como cavidades. Pueden funcionalizarse fácilmente y permiten acoplamiento de flujo.	10^4 , [75]
Micro-burbuja		Se fabrican calentando una microcapilar mientras se aplica gas para formar una burbuja hueca. Tienen altos Q pero son frágiles.	10^7 , [76]
Micro-disco		Se fabrica oxidando térmicamente silicio, seguido de litografía y grabado. Ofrece buena capacidad de integración.	10^6 , [77]
Micro-toroide		Se obtiene usando reflujado por láser sobre un microdisco para formar un toroide suave. Pueden alcanzar Q ultra-altos y ser integrables en chip, aunque esta capacidad aún debe demostrarse.	10^8 , [78]

2.8 Átomos Gigantes

Un *átomo pequeño* o *átomo típico*, es aquel cuya extensión espacial es considerablemente menor que la longitud de onda λ de los modos con los que interactúa. En estos casos, el sistema puede aproximarse como un punto, lo que permite tratar su acoplamiento al campo como estrictamente local, ya sea a una guía de onda o a una cavidad.

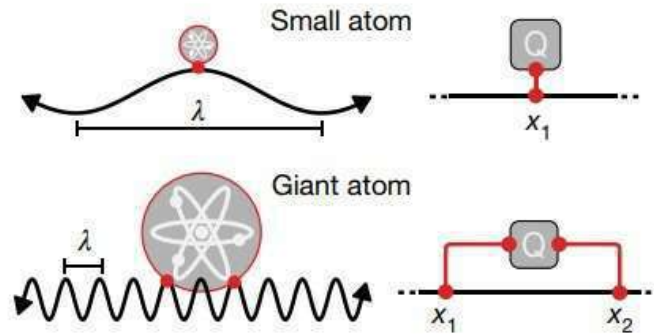


Figura 2.11: Configuración de un átomo gigante. Parte superior: un átomo pequeño acoplado localmente a un único punto de una red. Parte inferior: un átomo gigante conectado de manera no-local a dos sitios separados [79].

Por el contrario, un *átomo gigante* corresponde a una arquitectura artificial cuya escala física supera la longitud de onda característica del campo. Esto hace posible que interactúe con el mismo modo en varios puntos separados del espacio, generando un acoplamiento no-local con interferencias internas entre los canales de interacción [79], en la Fig. 2.11 vemos una configuración esquemática de un átomo gigante.

Tabla 2.2: Comparación entre átomos típicos y átomos gigantes [79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86].

Características	Átomo de Rydberg	Átomo Neutro	Átomo Gigante (qubit superconductor)
Naturaleza	Estado atómico excitado (alto n)	átomos fríos atrapados ópticamente	Qubit artificial en guía de onda 1D
Tiempo de vida	$\sim 10\text{--}500 \mu\text{s}$	$\sim 0.1\text{--}1 \text{ s}$	$\sim 10\text{--}100 \mu\text{s}$
Tiempo de coherencia	$\sim 1\text{--}50 \mu\text{s}$	$\sim 10\text{--}100 \text{ ms}$	$\sim 10\text{--}100 \mu\text{s}$
Escala de operación cuántica	puertas en $\sim 10\text{--}100 \text{ ns}$	puertas en $< 100 \mu\text{s}$	puertas en $\sim 10\text{--}100 \text{ ns}$
Fidelidad típica	90–99% (limitada por decoherencia y ruido)	99–99.5% (dependiendo del tipo de puerta)	99–99.9% (mejor con protección cuántica)

Los átomos gigantes ofrecen una plataforma versátil para explorar fenómenos avanzados en óptica y materia cuántica. Actualmente, se utilizan en diversos contextos, como la simulación de cadenas de espines [87], el estudio de dinámicas en sistemas

cuánticos abiertos [87], y el diseño de enrutadores cuánticos con múltiples salidas controladas [88, 89, 90, 79].

También han sido propuestos como componentes clave en tecnologías cuánticas emergentes, incluyendo almacenamiento de información cuántica, puertas lógicas basadas en codificación por trayectorias, como la puerta CNOT, esquemas de teletransportación y el desarrollo de circuladores fotónicos [91, 92]. En ese sentido, mostramos en la Tabla 2.2 una comparación entre los átomos gigantes con respecto a otros átomos usados en teoría de información cuántica.

PARTE I

ALMACENAMIENTO DE INFORMACIÓN

3

Ruptura de Simetría en Resonadores

En este capítulo, investigamos el transporte de fotones individuales a través de dos WGR acoplados a una guía de onda unidimensional. Utilizando el formalismo de la función de Green, calculamos los espectros de transmisión y la densidad fotónica de estados (DOS) para los estados estacionarios. También obtuvimos la formación de dos tipos de estados ligados en el continuo (BIC). El primer tipo se localiza en el WGR y son BIC con protección de simetría. Por el contrario, el segundo depende de la distancia entre resonadores a través de la guía de onda y es del tipo Fabry-Perot. Estos BIC se representan como funciones delta de Dirac en la densidad local de estados. Además, demostramos que los cuasi-BIC se manifiestan como resonancias agudas en la transmisión fotónica debido a pequeñas perturbaciones de ruptura de simetría. Además, investigamos la dinámica de un paquete de ondas de un solo fotón que interactúa con los WGR y analizamos el mecanismo para almacenar el paquete de ondas en la estructura formada por los WGR y la guía de ondas finita entre ellos.

3.1 Configuración del sistema cuántico

El sistema físico propuesto está compuesto de dos WGR acoplados a través de una guía de onda modelada por una red unidimensional de enlace fuerte Fig. 3.1. El Hamiltoniano del sistema se puede escribir como $H = H_0 + H_I$, donde $H_0 = H_W + H_{WG}$ corresponde a la suma de las contribuciones de la guía de onda H_W y los modos WGR H_{WG} , respectivamente. Las expresiones explícitas de H_W y H_{WG} son

$$H_W = \omega_c \sum_{j=-\infty}^{\infty} \hat{c}_j^\dagger \hat{c}_j - \xi_0 \sum_{j=-\infty}^{\infty} (\hat{c}_j^\dagger \hat{c}_{j+1} + \hat{c}_{j+1}^\dagger \hat{c}_j), \quad (3.1)$$

$$H_{WG} = \sum_{i=1,2} (\omega_{ai} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \omega_{bi} \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i), \quad (3.2)$$

y H_I representa las interacciones entre la guía de ondas y los modos WGR. La expresión para H_I es

$$H_I = -\xi_1(\hat{c}_0^\dagger \hat{a}_1 + \hat{c}_0 \hat{a}_1^\dagger + \hat{c}_0^\dagger \hat{b}_1 + \hat{c}_0 \hat{b}_1^\dagger) - \xi_1(\hat{c}_L^\dagger \hat{a}_2 + \hat{c}_L \hat{a}_2^\dagger + \hat{c}_L^\dagger \hat{b}_2 + \hat{c}_L \hat{b}_2^\dagger), \quad (3.3)$$

donde \hat{c}_j^\dagger (\hat{c}_j) es el operador de creación (aniquilación) de un fotón del j -ésimo sitio de la guía de ondas con frecuencia ω_c , y ξ_0 es el coeficiente de salto entre dos sitios vecinos más cercanos en la guía de ondas. Los operadores \hat{a}^\dagger (\hat{a}) y \hat{b}^\dagger (\hat{b}) representan los operadores de creación (aniquilación) para los modos de resonador con frecuencias ω_a y ω_b , respectivamente. El acoplamiento entre los sitios cero y L -ésimo de la guía de ondas y ambos resonadores es ξ_1 . La relación de dispersión de la guía de ondas discreta unidimensional viene dada por $\omega = \omega_c - 2\xi_0 \cos(k)$ con $k \in [0, 2\pi]$, lo que resulta en un ancho de banda de energía $4\xi_0$.

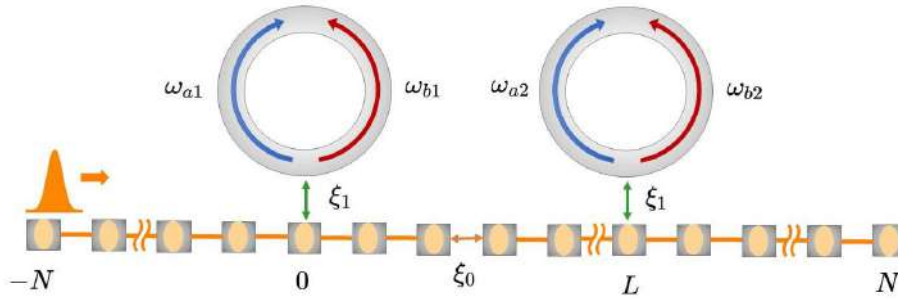


Figura 3.1: Representación esquemática del sistema: Una guía de ondas unidimensional funciona como línea de transmisión y está acoplada a dos resonadores. Las flechas azules sólidas (ω_{a1} , ω_{a2}) y las flechas rojas sólidas (ω_{b1} , ω_{b2}) representan los modos horario y antihorario asociados con el primer y segundo resonador, respectivamente. Las flechas verdes indican el acoplamiento ξ_1 entre la guía de ondas y los resonadores. La línea naranja representa el salto ξ_0 entre dos cavidades adyacentes en la guía de ondas discreta.

3.2 Análisis de los espectros de transmisión y de los estados ligados

Ahora exploramos el comportamiento de nuestro sistema en estado estacionario, determinando la probabilidad de transmisión y la densidad de estados (DOS). Utilizamos las ecuaciones de Lippmann-Schwinger y Dyson [43, 93] para calcular la función de Green y, en consecuencia, la amplitud de transmisión y la DOS del sistema.

Siguiendo el procedimiento descrito en el Apéndice A, derivamos la expresión para la amplitud de transmisión de la siguiente manera

$$t = \frac{1}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2})\Sigma_0 + g_{w_1}g_{w_2}\Sigma_0^2(1 - e^{2ikL})}, \quad (3.4)$$

donde $g_{w_1} = 1/(\omega - \omega_{a1} + i\eta) + 1/(\omega - \omega_{b1} + i\eta)$ y $g_{w_2} = 1/(\omega - \omega_{a2} + i\eta) + 1/(\omega - \omega_{b2} + i\eta)$, con

$\eta \rightarrow 0$, corresponden a las funciones de Green de las WGR y $\Sigma_0 = \xi_1^2 g_0 = \xi_1^2 / 2i \xi_0 \sin(k)$ a la autoenergía.

La probabilidad de transmisión, definida como $T = t \cdot t^* = |t|^2$, está dada por

$$T = \frac{4\xi_0^4 \sin^4(k)}{[g_{w_1} g_{w_2} \sin^2(kL) - 2\xi_0^2 \sin^2(k)]^2 + [\xi_0(g_{w_1} + g_{w_2}) \sin(k) - g_{w_1} g_{w_2} \sin(kL) \cos(kL)]^2}. \quad (3.5)$$

La ecuación anterior (3.5) ilustra las complejas interacciones entre la propagación de ondas y la arquitectura del dispositivo, esenciales para comprender la eficiencia de transmisión y la resonancia en sistemas fotónicos. Esto calcula la probabilidad de transmisión a través del sistema, destacando la interacción entre el vector de onda k , las funciones de Green g_{w_1} y g_{w_2} , y las propiedades intrínsecas ξ_0 . Este análisis revela cómo estos factores influyen colectivamente en la eficiencia de transmisión del sistema basándose en principios físicos subyacentes.

Revisando nuestro sistema de dos WGR, es crucial para identificar la presencia o aparición de BIC, que son estados localizados que permanecen atrapados y no se acoplan al continuo. Para ellos es necesario determinar la densidad de estados (DOS). A partir del formalismo de las funciones de Green, el único requisito para determinar la DOS asociada con los WGR $[\rho_{w_1+w_2}(\omega)]$ y entre ellos $[\rho_{w_1 \leftrightarrow w_2}(\omega)]$ es calcular la traza de la función de Green correspondientes.

De esta manera, utilizando las funciones de Green correspondientes de nuestro sistema acoplado, obtenemos la DOS:

$$\rho_{w_1+w_2}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \sum_{l,m} \Im [G_{l,l}(\omega) + G_{m,m}(\omega)], \quad (3.6)$$

la suma se realiza sobre las modas de los WGR, específicamente $l = \omega_{a1}, \omega_{b1}$ para el primer WGR, y $m = \omega_{a2}, \omega_{b2}$ para el segundo WGR, respectivamente. Por lo tanto, $\rho_{w_1+w_2}(\omega)$ se calcula utilizando la inversa de la función de Green para los WGR, como se detalla en el Apéndice B:

$$G_{l,l}(\omega) = \frac{g_l (1 - g_{w_2} g_0 \xi_1^2)}{1 - (g_l + g_{w_2}) \Sigma_0 + g_l g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}, \quad (3.7a)$$

$$G_{m,m}(\omega) = \frac{g_m (1 - g_{w_1} g_0 \xi_1^2)}{1 - (g_m + g_{w_1}) \Sigma_0 + g_m g_{w_1} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}, \quad (3.7b)$$

donde $g_m = 1/(\omega - m + i\eta)$ y $g_l = 1/(\omega - l + i\eta)$.

Para evaluar las posibles ubicaciones de BIC entre los WGR, definimos la DOS correspondiente como

$$\rho_{w_1 \leftrightarrow w_2}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^L \Im [G_{j,j}(\omega)], \quad (3.8)$$

que implica el uso de la función específica de Green entre los WGR, detallada en el

Apéndice C:

$$G_{j,j} = \frac{g_0 (1 - F_j)}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2})\Sigma_0 + g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}, \quad (3.9)$$

donde F_j se define como:

$$F_j \equiv g_{w_1} \Sigma_0 (1 - e^{2ikj}) + g_{w_2} \Sigma_0 (1 - e^{2ik(L-j)}) - g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 + e^{2ikL})(1 + e^{-2ikj}). \quad (3.10)$$

Este enfoque metódico garantiza un análisis exhaustivo de las frecuencias de resonancia específicas de cada WGR, lo que proporciona la información espectral necesaria para comprender el comportamiento de la resonancia y las condiciones que propician la aparición de BIC dentro del sistema (ver Fig. 3.1).

3.3 Configuración del paquete de ondas fotónico

Analizamos el BIC cuando está acoplado o desacoplado a los estados del continuo y los efectos que este acoplamiento manifiesta en la evolución del sistema. Con este propósito, es preciso estudiar la evolución temporal del sistema resolviendo la ecuación de Schrödinger, dependiente del tiempo, para el Hamiltoniano H en una condición inicial dada.

Iniciamos nuestro análisis con un paquete de ondas de fotones gaussiano que incide en el sistema, descrito por:

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{\sigma\sqrt{\pi}}} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} e^{ik_0x}, \quad (3.11)$$

Donde σ , $k_0 > 0$ y x_0 son el ancho, el vector de onda y la posición inicial del centro del paquete de ondas, respectivamente. Consideramos el pulso incidente propagándose de izquierda a derecha en el canal de entrada, que puede reflejarse parcialmente y transmitirse parcialmente al canal de salida (véase la Fig. 3.1).

Otra condición inicial (en $t=0$) que evaluamos para nuestro sistema se encuentra dentro de los WGR. Para el primer WGR, consideramos la condición de antisimetría de los modos,

$$|\Psi_{w_1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_1^\dagger - \hat{b}_1^\dagger)|0\rangle. \quad (3.12)$$

Al adoptar un estado antisimétrico, los modos se localizan en los extremos de los WGR. Específicamente,

$$|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_1^\dagger - \hat{b}_2^\dagger)|0\rangle, \quad (3.13)$$

donde corresponde al primer modo del primer WGR y al segundo modo del segundo WGR.

3.4 Ruptura de simetría

Para las ecuaciones (3.12) y (3.13), consideramos la ruptura de simetría en el Hamiltoniano H_{WG} de la ecuación (4.3). Para ello, introducimos un término Δ en las frecuencias de los modos WGR (con $\Delta \ll \omega_{ai}, \omega_{bi}$) en dos formas:

$$H_{\text{WG}}^{\text{Intra}} = (\omega_{a1} + \Delta) \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + (\omega_{b1} - \Delta) \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 + (\omega_{a2} + \Delta) \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + (\omega_{b2} - \Delta) \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2, \quad (3.14a)$$

$$H_{\text{WG}}^{\text{Inter}} = (\omega_{a1} + \Delta) \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + (\omega_{b1} + \Delta) \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 + (\omega_{a2} - \Delta) \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + (\omega_{b2} - \Delta) \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2. \quad (3.14b)$$

3.5 Fidelidad de transferencia

Para investigar la transferencia de probabilidad en la dinámica del sistema, definimos la *Fidelidad de Transferencia* (TF) entre los WGR de la siguiente manera:

$$TF = \frac{1}{2} \left(|\langle \psi(t) | a_i^\dagger a_j | \psi(0) \rangle|^2 + |\langle \psi(t) | b_i^\dagger b_j | \psi(0) \rangle|^2 \right), \quad (3.15)$$

donde $\psi(t)$ y $\psi(0)$ representan el estado del sistema en los instantes t y 0 , respectivamente. Los operadores $a_i^\dagger a_j$ y $b_i^\dagger b_j$ corresponden a los operadores de creación y aniquilación para los modos i y j dentro de los WGR. Específicamente, $a_i^\dagger a_j$ actúa sobre el modo j para transferir una excitación al modo i dentro de un WGR, mientras que $b_i^\dagger b_j$ hace lo mismo dentro de otro WGR. Esta expresión nos permite cuantificar la fidelidad de la transferencia de probabilidad, capturando las interacciones entre diferentes modos dentro de los WGR.

3.6 Transmisión y densidad de estados fotónica

En el régimen de estado estacionario, mostramos la probabilidad de transmisión en la Fig. 3.2, lo que demuestra el comportamiento característico de la antirresonancia Fano-simétrica en la propagación de fotones a través de dichos sistemas. Esta forma de línea

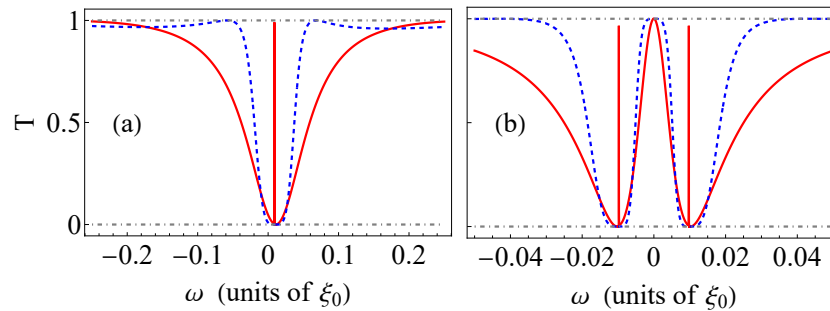


Figura 3.2: Probabilidad de transmisión en función de ω . (a) $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.01$ y (b) $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.01$ son frecuencias de resonancia. Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$ y $L = 10$ (línea roja continua) y $L = 11$ (línea azul discontinua), en ambos casos, (a) y (b).

Fano-simétrica se ve perturbada por una resonancia aguda debido a la formación de cuasi-BIC para valores de L pares, como se observa en las Figs. 3.2(a) y 3.2(b) para

el origen y las antirresonancias, respectivamente. La aparición de BIC potencia significativamente la transmisión de fotones al interactuar con el espectro continuo. Estos estados surgen de la interferencia entre los estados degenerados dentro de los WGR y los estados continuos en la guía de ondas, lo que recuerda al efecto Fano [94, 53].

En el análisis DOS para WGR, utilizando las expresiones $\rho_{w_1+w_2}(\omega)$ y $\rho_{w_1\leftrightarrow w_2}(\omega)$, observamos que la simetría habitual del sistema se ve interrumpida por la aparición de BIC, como se destaca en la Fig. 3.3(a). La presencia de BIC introduce picos de tipo Dirac δ en el análisis espectral, lo que indica modos desacoplados altamente localizados dentro del continuo. Esta modificación, evidente en las figuras referenciadas, afecta drásticamente las propiedades espectrales del sistema y altera las interacciones entre modos, lo cual es crucial para aplicaciones que exigen un control preciso de la energía y la resonancia. Además, dentro de la interacción DOS $\rho_{w_1\leftrightarrow w_2}(\omega)$ para los WGR [Fig. 3.3(b)],

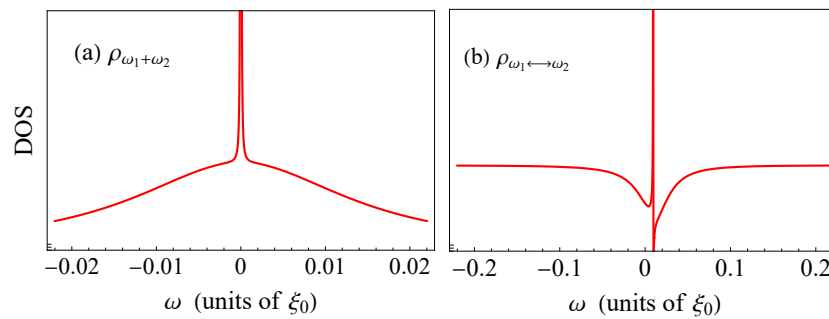


Figura 3.3: (a) DOS $\rho_{w_1+w_2}$ y (b) DOS $\rho_{w_1\leftrightarrow w_2}$ en función de ω . Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.01$ son frecuencias de resonancia, y $L = 10$ en ambos casos, (a) y (b).

la simetría típica se asocia con la formación de una resonancia de Fano para el BIC entre los WGR. Esta alteración indica una interacción crucial en nuestra configuración. Además, esta resonancia de Fano introduce un pico agudo, similar a un delta, en el espectro, que sirve como un marcador claro para identificar la presencia de BIC. Dichas interacciones y los fenómenos de resonancia aguda resultantes son cruciales para comprender la intrincada dinámica que rige el comportamiento de los sistemas fotónicos que involucran WGR, destacando el delicado equilibrio entre los modos acoplados y desacoplados que caracterizan a estos sistemas.

El análisis de la DOS en función de la frecuencia ω y el número de sitios entre los WGR (L), como se muestra en la Fig. 3.4, revela picos agudos distintivos en valores pares de L , lo que indica la presencia de BIC. Estos picos, acentuados por la intensidad de los colores en la escala, representan luz atrapada en modos resonantes debido a interferencia constructiva, lo que conduce a estados altamente localizados que, sorprendentemente, no irradian energía. Esto no solo indica una DOS más alta, sino que también subraya la simetría inherente del sistema que fomenta la formación de BIC. Dicha simetría, es crucial en el sistema de guía de ondas, establece un patrón de resonancia en intervalos pares de L , lo cual es vital para aplicaciones fotónicas que requieren un control preciso sobre la propagación de la luz.

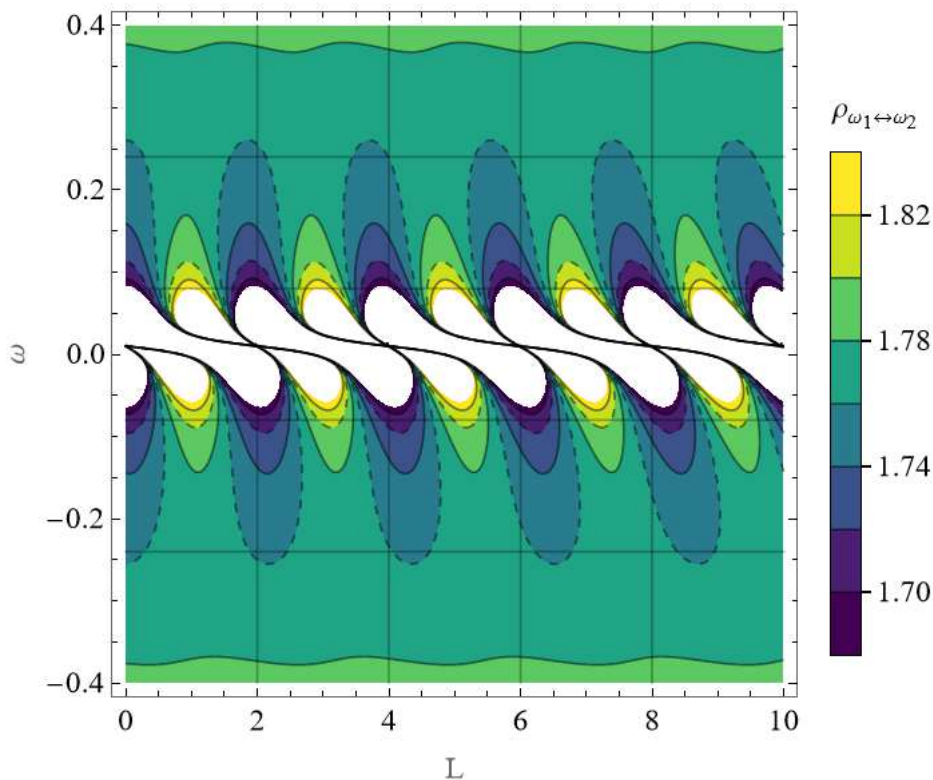


Figura 3.4: DOS among WGRs, as a function of frequency ω and the site number L . The parameters are chosen as $\xi_1 = 0.1$ and $\xi_0 = 1$ (all in units of ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.01$ are resonance frequencies.

Los BIC observados, resultantes de la interferencia constructiva de estados degenerados a niveles de energía idénticos, son especialmente pronunciados para pares de WGR con números pares de L , lo que refleja una disposición resonante o simétrica específica. Esta dinámica entre pares de WGR es crucial para el diseño de dispositivos fotónicos capaces de manipular la luz con precisión. Además, las áreas blancas visibles en el gráfico corresponden a regiones que exceden el rango de la escala de color, lo que significa valores de DOS extremadamente altos. Estas zonas resaltan los alrededores de la resonancia de Fano donde se ubican los BIC, específicamente en las intersecciones de las líneas para valores pares de L . Esta observación detallada subraya la interacción crucial entre pares de WGR en el diseño de dispositivos fotónicos, esencial para lograr una manipulación meticulosa de la luz en aplicaciones fotónicas.

3.7 Evolución temporal del sistema fotónico

Nuestro análisis de la evolución temporal se estructuró en dos partes principales: el examen de los paquetes de ondas gaussianas y la exploración de los estados de anti-simetría $|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$ al considerar la ruptura de simetría de los WGR [véanse las ecuaciones (3.14a) y (3.14b)], lo que facilita la comunicación entre ellos. Es importante destacar que nuestro análisis se centró específicamente en casos donde la distancia de separación L es uniforme. Esta disposición es crucial, ya que es en estas circunstancias

precisas que se manifiestan los BIC, un fenómeno corroborado por nuestro análisis del estado estacionario. Al aplicar los esquemas de ruptura de simetría descritos en las ecuaciones (3.14a) y (3.14b), surgen BIC. Analizamos numéricamente la dinámica del sistema utilizando la biblioteca de Python TKWANT [95].

3.7.1 Paquete de onda gaussiana

Observamos la evolución de frecuencias antisimétricas para el paquete de ondas gaussianas representado en la Fig. 3.5. Las condiciones iniciales se definen por $\sigma = 250$, $x_0 = 4000$, $k_0 = \pi/2$, y $N = 4000$, donde N representa el número de sitios acoplados a los lados de los WGR. La figura 3.5(a) ilustra el paquete de ondas gaussianas inicial. Posteriormente, el pulso se propaga a través del sistema y se dispersa fuera de los WGR, como se muestra en las figuras 3.5(b) y 3.5(c). En la figura 3.5(d), la densidad de probabilidad alcanza su valor máximo, lo que indica la ocupación de los WGR. Además, la figura 3.5(d) demuestra que parte de la probabilidad permanece atrapada en los WGR, mientras que el resto del pulso comienza a propagarse a lo largo de la guía de ondas.

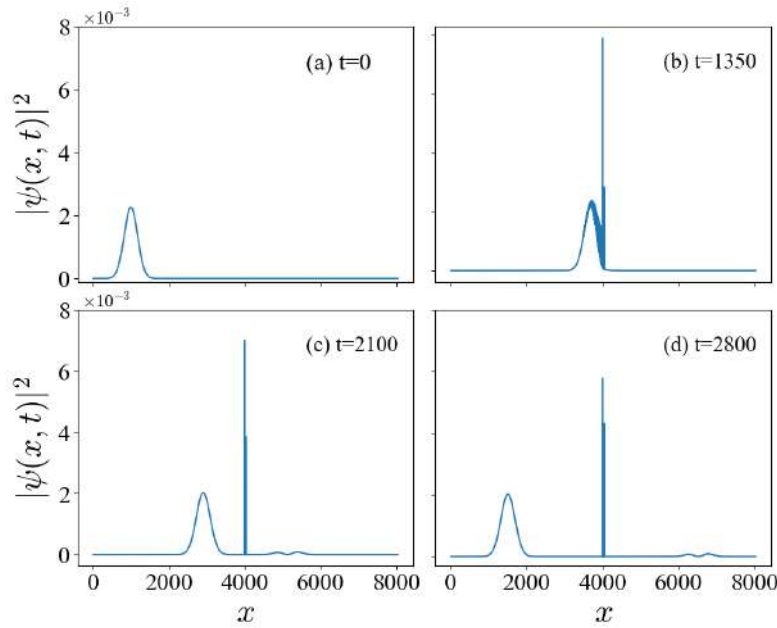


Figura 3.5: Densidad de probabilidad del paquete de ondas en función de la ubicación x de la guía de ondas. Se muestra la evolución temporal para (a) $t = 0$, (b) $t = 1350$, (c) $t = 2100$ y (d) $t = 2800$ (t en unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia y $L = 40$ y $N = 4000$.

Al inspeccionar la ocupación modal en los WGR, como se ilustra en la Fig. 3.6(d), se observa un aumento significativo en la ocupación de los modos del primer WGR tras el paso del paquete de ondas gaussianas a través de ellos. De igual manera, como se muestra en la Fig. 3.6(c), se observa un pico notable en la densidad de probabilidad durante el intervalo en el que el paquete de ondas atraviesa el sistema, que posteriormente disminuye. La densidad de probabilidad restante se distribuye entre los modos de los WGR, así como en las regiones a la izquierda [Fig. 3.6(a)] y a la derecha [Fig. 3.6(b)]

de los WGR.

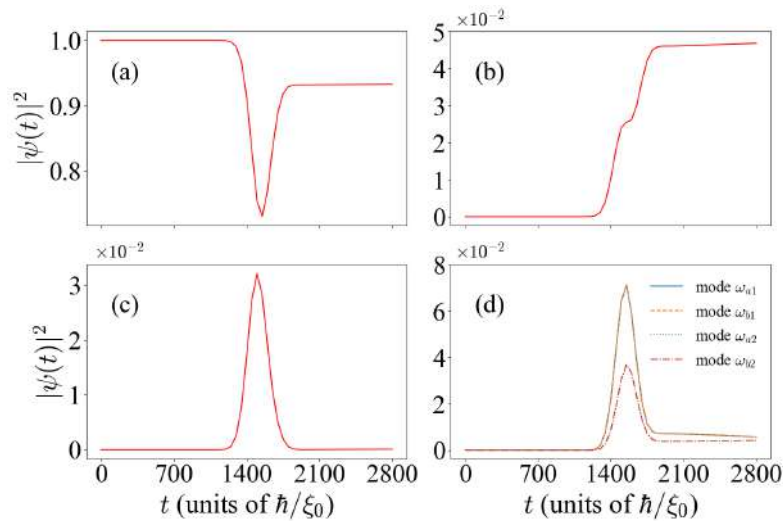


Figura 3.6: Densidad de probabilidad del paquete de ondas en función del tiempo t (en unidades de \hbar/ξ_0). La densidad de probabilidad para: (a) el lado izquierdo de los WGR; (b) el lado derecho de los WGR; (c) entre los WGR, y; (d) para los diferentes modos de los WGR. Los parámetros se eligen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todos en unidades de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia y $L = 40$ y $N = 4000$.

3.7.2 Estados antisimétricos | Ruptura de simetría

Analizamos las condiciones iniciales $|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$, donde la ruptura de simetría ocurre en los WGR con un valor de $\Delta = 0.00075$. Para este análisis, seleccionamos parámetros con $N = 4000$ y $L = 40$ para estudiar estos estados en sus configuraciones $H_{\text{WG}}^{\text{Intra}}$ e $H_{\text{WG}}^{\text{Inter}}$. Al ajustar el estado $|\Psi_{w_1}\rangle$ con ruptura de simetría $H_{\text{WG}}^{\text{Intra}}$ en la ecuación (3.14a), como se muestra en la figura 3.7, se observa la formación de un estado atrapado entre los WGR, como se muestra en la figura 3.8(a.1). Este estado exhibe características similares a las observadas en los interferómetros de Fabry-Pérot y las interacciones de BIC en los resonadores de Fabry-Pérot [46, 96]. Además, se observa que los modos de frecuencia de los WGR están alineados para cada resonador, como se indica en la figura 3.8(a.2). De manera similar, se observa que la distribución de probabilidad entre los modos WGR no es completamente simétrica, como se muestra en la Fig. 3.8(a.2). Esta asimetría se atribuye a que una parte de la probabilidad se dispersa en la guía de ondas y el primer WGR.

Otro escenario de interés que involucra al primer conjunto de WGR surge cuando se aplica la ruptura de simetría con $H_{\text{WG}}^{\text{Inter}}$ en la ecuación (3.14b), donde las amplitudes de probabilidad y las frecuencias exhiben antisimetría [véase la Fig. 3.8(b.2)]. En esta evolución, observamos que el número de ocupación dentro del primer WGR oscila, como se detalla en el panel de evolución de la Fig. 3.7 [paneles (b.1), (b.2), (b.3) y (b.4)].

La introducción de antisimetría en las frecuencias resulta, una vez más, en un desacoplamiento de los modos de ocupación dentro de las guías de ondas. Al centrarnos

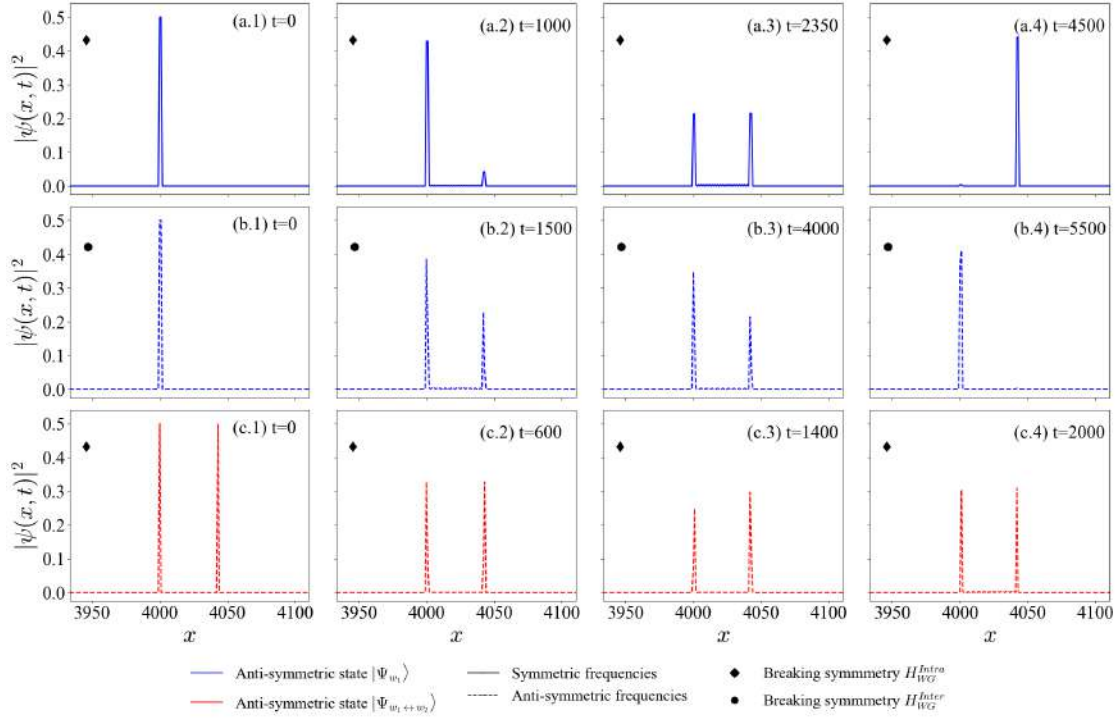


Figura 3.7: Densidad de probabilidad de las condiciones iniciales para los estados antisimétricos ($|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$) en función del sitio x en la guía de ondas (rompiendo la simetría con H_{WG}^{Intra} y H_{WG}^{Inter}). La progresión temporal se muestra de la siguiente manera: en la primera fila, (a.1) $t = 0$, (a.2) $t = 1000$, (a.3) $t = 2350$ y (a.4) $t = 4500$ (unidades de \hbar/ξ_0); La segunda fila ilustra (b.1) $t = 0$, (b.2) $t = 1500$, (b.3) $t = 4000$ y (b.4) $t = 5500$ (unidades de \hbar/ξ_0); finalmente, la tercera fila muestra (c.1) $t = 0$, (c.2) $t = 600$, (c.3) $t = 1400$ y (c.4) $t = 2000$ (unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se establecen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (ambos en unidades de ξ_0), con $\omega_c = 0$. Para frecuencias simétricas, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.001$, mientras que para frecuencias antisimétricas, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia.

en las ocupaciones modales de las guías de ondas, como se ilustra en la Fig. 3.8(b.2), resulta evidente que la ocupación modal asociada con la segunda guía de ondas exhibe un comportamiento cíclico y simétrico. En otras palabras, las probabilidades de ocupación a lo largo de todo el período de evolución comienzan y terminan en los mismos valores. Por el contrario, para la primera guía de ondas [véase la Fig. 3.8(b.2)], observamos que la ocupación modal no exhibe simetría completa, ya que una parte de esta probabilidad permanece involucrada en la interacción con la guía de ondas.

Los fenómenos observados respaldan la hipótesis de que un estado antisimétrico de condición inicial $|\Psi_{w_1}\rangle$ y sus frecuencias correspondientes, al combinarse con una interacción de ruptura de simetría H_{WG}^{Intra} como en la ecuación (3.14a), pueden facilitar eficazmente la transferencia de información a través de los WGR. Observamos una fidelidad de transferencia en la ecuación (3.15) del estado inicial del primer WGR al segundo WGR de aproximadamente 9/10, como se muestra en la figura (a.4). También hemos comprobado que este valor de fidelidad de transferencia es bastante robusto a los cambios en la distancia entre los WGR.

Además, la Fig. 3.9(a.2) destaca la comunicación efectiva entre los WGR en nuestro sistema, observándose la mayor intensidad de esta interacción alrededor del tiempo

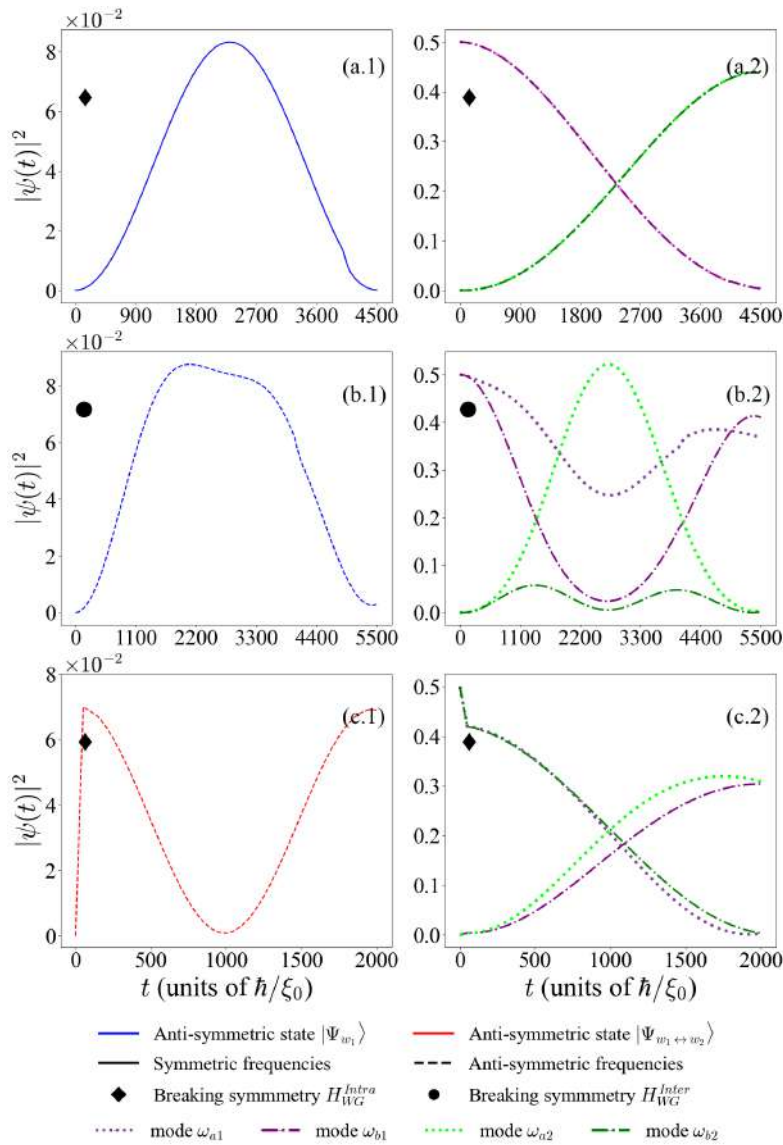


Figura 3.8: Densidad de probabilidad de las condiciones iniciales para los estados antisimétricos ($|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$) en función del tiempo t (rompiendo la simetría con H_{WG}^{Intra} y H_{WG}^{Inter}). La densidad de probabilidad para dos casos: entre los WGR (paneles izquierdos) y para las modas de los WGR (paneles derechos). La evolución temporal se muestra hasta $t = 4500$ [(a.1) y (a.2)], hasta $t = 2000$ [(b.1) y (b.2)], y hasta $t = 2000$ [(c.1) y (c.2)] (todos los t en unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se establecen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (ambos en unidades de ξ_0), con $\omega_c = 0$. Para frecuencias simétricas, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.001$, mientras que para frecuencias antisimétricas, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son frecuencias de resonancia.

medio, como se observa en la Fig. 3.7(a.3). Simultáneamente, la Fig. 3.9(a.1) revela el proceso cíclico de llenado y vaciado dentro de los WGR, observable tanto al inicio como al final, como se ilustra en la Fig. 3.7. Complementando estas observaciones, la Fig. 3.9(a.3) muestra un gradiente de interacción a lo largo del tiempo, lo que sugiere un cambio gradual en el estado del sistema. Esta representación visual podría corresponder a la evolución de las características de resonancia dentro de los WGR, lo que indica un proceso sostenido de transferencia de energía o información. La transición de tonos más oscuros a tonos más claros denota el paso del sistema desde su fase na-

ciente a un estado totalmente activo, lo que representa el comportamiento dinámico inherente al sistema WGR.

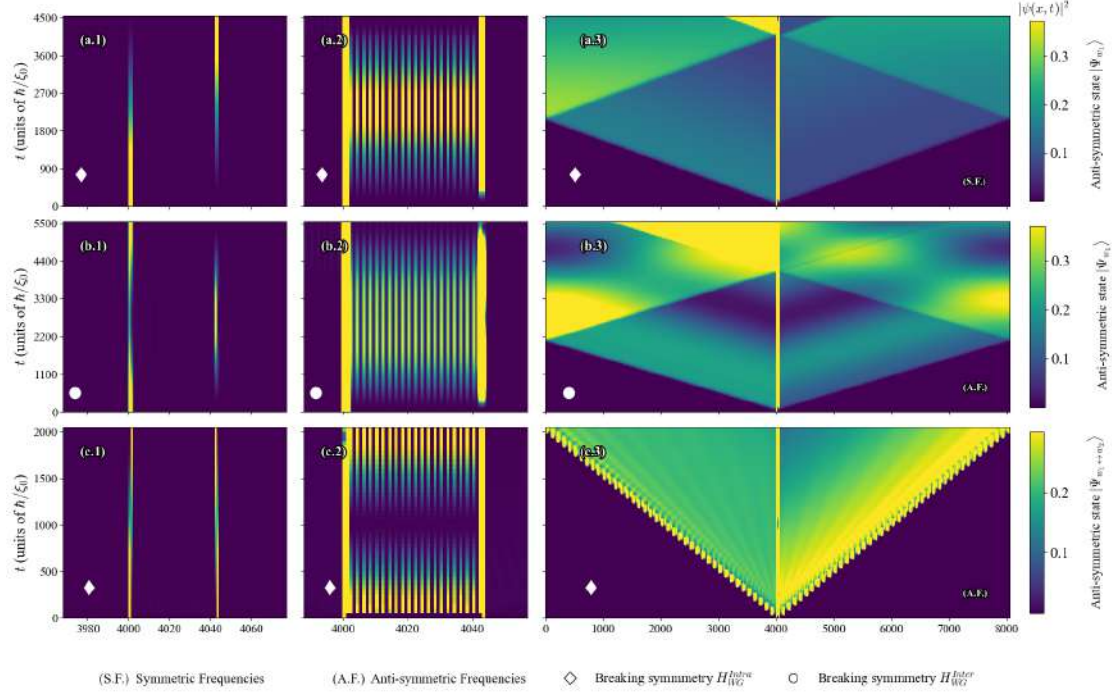


Figura 3.9: Propiedades de dispersión de las condiciones iniciales para los estados antisimétricos ($|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$) en función de los modos del sistema. La figura muestra la densidad de probabilidad del paquete de ondas en función de la posición y el tiempo (rompiendo la simetría con H_{WG}^{Intra} y H_{WG}^{Inter}). Presentamos la densidad de probabilidad $|\psi(x, t)|^2$ para tres partes: primero, dentro de los WGR; segundo, entre los WGR; y tercero, respecto a las propiedades de dispersión de los estados antisimétricos dentro de los WGR. La evolución temporal se muestra hasta $t = 4500$ [(a.1), (a.2) y (a.3)], hasta $t = 5500$ [(b.1), (b.2) y (b.3)], y hasta $t = 2000$ [(c.1), (c.2) y (c.3)] (todos t en unidades de \hbar/ξ_0). Los parámetros se establecen como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (ambos en unidades de ξ_0), con $\omega_c = 0$. Para frecuencias simétricas, $\omega_{a1} = \omega_{b1} = \omega_{a2} = \omega_{b2} = 0.001$, mientras que para frecuencias antisimétricas, $\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2} = 0.001$ son las frecuencias de resonancia.

En contraste, para un estado antisimétrico $|\Psi_{w_1}\rangle$ y frecuencias correspondientes, combinado con una interacción de ruptura de simetría H_{WG}^{Inter} como en la ecuación (3.14b), los WGR también facilitan eficazmente la transferencia de información, actuando como emisor y receptor. Sin embargo, este es el único escenario donde la fidelidad de transferencia es cercana a cero, debido a que la amplitud de probabilidad permanece casi completamente dentro de los modos del primer WGR. En este caso, obtenemos una fidelidad de aproximadamente 0.82 para la amplitud de probabilidad del estado. La evidencia de apoyo muestra la evolución inicial y final del estado y las figuras 3.7(b.1) y (b.4), que representan las oscilaciones de ocupación en los WGR y la restauración final en el primer WGR.

En nuestro escenario final, investigamos la variación del estado antisimétrico de la condición inicial $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$, mientras establecimos antisimetría en las frecuencias ($\omega_{a1} = -\omega_{b1} = \omega_{a2} = -\omega_{b2}$) al romper la simetría con H_{WG}^{Inter} como se describe en la ecuación (3.14b). Los resultados, presentados en la figura 3.7 [paneles (c.1), (c.2), (c.3)]

y (c.4)], demuestran que al final de la evolución del sistema, la fidelidad de transferencia utilizando el estado $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$ es de aproximadamente $3/5$. Además, la interacción entre los WGR exhibe un comportamiento análogo a un efecto anti-Fabry-Pérot, como se muestra en la Fig. 3.8(c.1). Este comportamiento contrasta con las interacciones similares a Fabry-Pérot observadas en las ocupaciones de WGR previamente evaluadas, referenciadas en las Figs. 3.8(a.1) y 3.8(b.1).

Esta característica anti-Fabry-Pérot implica una comunicación más intensa entre los WGR hacia el final de la evolución del sistema, como se muestra en la Fig. 3.7(c.4). Además, este comportamiento fomenta una naturaleza cíclica en la evolución del estado atrapado entre los WGR [véase la Fig. 3.8(c.1)]. El efecto anti-Fabry-Pérot también garantiza que los WGR conserven una porción significativa de la amplitud del sistema a lo largo de su evolución. Esto ocurre mientras el resto de la probabilidad interactúa entre los WGR y la guía de ondas, como se observa en la Fig. 3.7, lo que indica que la amplitud de probabilidad de los WGR no se recupera por completo. Además, este comportamiento anti-Fabry-Pérot presenta una característica en las propiedades de dispersión de un paquete de ondas para el estado antisimétrico inicial $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$, como se observa en la Fig. 3.9(c.3). Otra observación crucial es que, al imponer antisimetría a las frecuencias de WGR, se produce el desacoplamiento de los modos de WGR y disminuyen las amplitudes de probabilidad, como se ilustra en la Fig. 3.8(c.2).

3.8 Conclusiones

Estudiamos el transporte de fotones individuales en un sistema de dos WGR acoplados a una guía de onda unidimensional, encontrando la formación de BIC. Utilizando el formalismo de la función de Green, analizamos la transmisión y la DOS, donde los BIC se manifiestan como funciones delta de Dirac y resonancias de Fano cuando la distancia entre WGR, L , es par. Además, investigamos la evolución temporal de un paquete de ondas incidente y al romper la simetría de frecuencia, observamos su almacenamiento parcial en los BIC.

El análisis de la DOS en función de la energía y la distancia L entre los WGR revela picos agudos para valores pares de L , lo que indica la presencia de BICs generados por interferencia destructiva. Estos estados, altamente localizados y no radiantes, reflejan la simetría del sistema, que favorece su formación en intervalos pares de L . La elección de $k = \pi/2$, centrado en la banda, se debe a que produce perfiles de propagación más débiles, lo cual es relevante para su implementación experimental con fotones [97]. Para comprender la formación física de los BICs, analizamos la configuración centrada en la banda, donde el espectro continuo de la cadena está dado por $\omega = \omega_c - 2\xi_0 \cos(k)$. Al centrar la energía en cero, el estado fundamental del sistema forma un pozo de potencial. Los picos extremadamente altos en la DOS alrededor de la resonancia de Fano reflejan la fuerte interacción entre los WGR, fundamental para el control preciso de la luz en dispositivos fotónicos.

Observación Relevante

Para obtener BICs en configuraciones con L impar, es necesario ajustar las frecuencias de los WGR y considerar valores de k fuera del centro de banda. En nuestra configuración centrada en $k = \pi/2$, el espectro $\omega = \omega_c - 2\xi_0 \cos(k)$ genera un pozo de potencial alrededor de la energía cero. La condición de resonancia $\sin(kL) = 0$ guía la elección de L y favorece la formación de BICs. (Ver Apéndice D)

Para la condición inicial con un estado antisimétrico $|\Psi_{w_1}\rangle$, observamos dos comportamientos significativos relacionados con las frecuencias simétricas y antisimétricas al romper la simetría con $H_{\text{WG}}^{\text{Intra}}$ y $H_{\text{WG}}^{\text{Inter}}$. Al final de la evolución temporal, los WGR exhiben una fidelidad de transferencia superior a $4/5$. Para frecuencias simétricas, el segundo WGR está predominantemente ocupado, mientras que el primero lo está principalmente para frecuencias antisimétricas. Además, para frecuencias antisimétricas, los modos de los WGR se desacoplan en comparación con el caso simétrico.

Bajo la condición inicial del estado antisimétrico $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$, ambos WGR retienen ocupación al final de la evolución, con una fidelidad de transferencia superior a $3/5$ para frecuencias antisimétricas. El sistema también conserva una fidelidad de $4/5$ para el estado $|\Psi_{w_1}\rangle$. Estos resultados destacan el potencial del sistema para aplicaciones fotónicas, como la transmisión dirigida de fotones e información entrelazada para el diseño de dispositivos fotónicos como filtros ópticos, láseres y sensores, donde el control preciso de la propagación y resonancia de la luz es esencial [98].

Estas capacidades son particularmente relevantes para aplicaciones de información cuántica, como la comunicación cuántica y la memoria cuántica, donde la alta fidelidad de transferencia y la capacidad de controlar y manipular estados cuánticos son cruciales. La capacidad del sistema para mantener una alta fidelidad lo hace adecuado para la transferencia segura de información, la distribución del entrelazamiento cuántico y la implementación en redes cuánticas [99].

PARTE II

TRANSMISIÓN DE INFORMACIÓN

4

Enrutadores Cuánticos y Átomos Gigantes

En este capítulo, estudiamos un mecanismo de enrutamiento cuántico que utiliza un arreglo de átomos similares a un átomo gigante acoplado a dos guías de onda unidimensionales. En un régimen de acoplamiento fuerte átomo-guía de onda e interacciones interatómicas débiles, este sistema funciona como un enrutador de fotón único eficiente y controlable direccionalmente. Nuestro análisis muestra que el comportamiento del enrutamiento se ve influenciado por la acumulación de fase efectiva y los efectos de interferencia, que pueden ajustarse variando el número de sitios de acoplamiento N , la energía del fotón E y la fuerza de acoplamiento interatómico J . Es importante destacar que identificamos configuraciones que permiten una transferencia de fotones perfecta (eficiencia del 100%) en un amplio rango de energías y que proporcionan control dinámico sobre el canal de salida. Además, investigamos cómo responde el sistema a los cambios en sus parámetros internos, demostrando la robustez y escalabilidad del rendimiento del enrutamiento. Estos hallazgos subrayan el potencial de esta configuración para su implementación en redes fotónicas cuánticas reconfigurables e integradas.

4.1 Configuración del sistema cuántico

El sistema en consideración consiste en un conjunto acoplado de átomos que se comportan colectivamente como un átomo gigante, acoplado a dos guías de ondas unidimensionales. Este sistema se modela utilizando redes unidimensionales de enlace fuerte, como se muestra en la Fig. 4.1.

Cada átomo presenta un estado fundamental, denotado como $|g\rangle$, y un estado excitado, representado por $|e\rangle$. La transición entre los estados $|g\rangle$ y $|e\rangle$ para cada átomo está acoplada por dipolo a las guías de onda A y B , con acoplamientos denotados como g_A y g_B , respectivamente. La transición $|g\rangle \leftrightarrow |s\rangle$ está prohibida. Un campo de control clásico externo, que opera a la frecuencia ν , impulsa la transición entre los estados $|s\rangle$

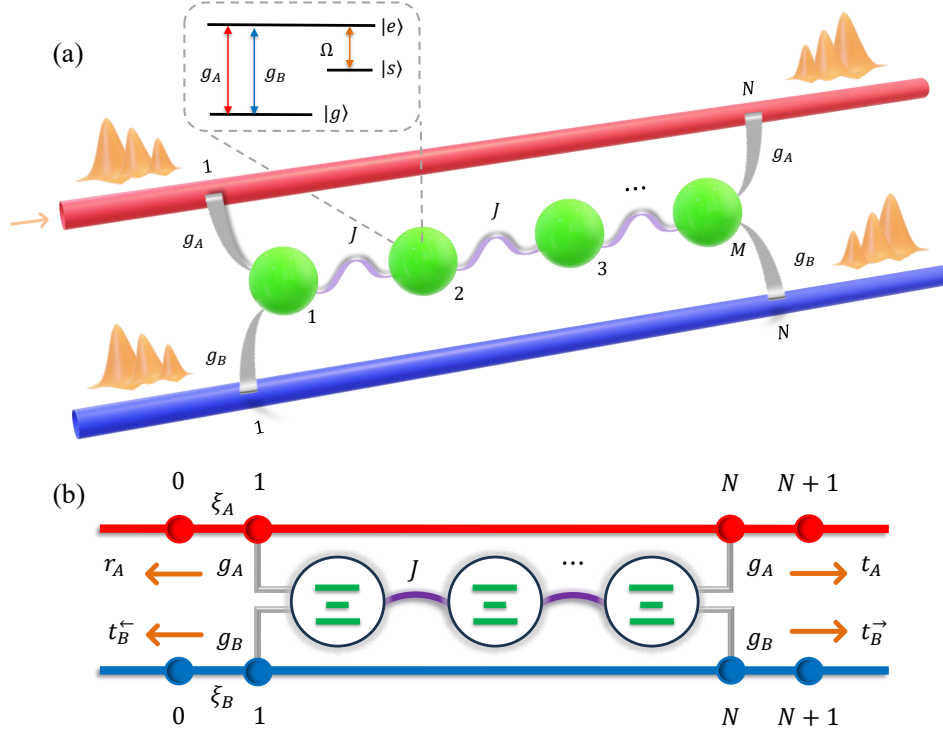


Figura 4.1: Representación esquemática del sistema físico. (a) El panel superior ilustra la configuración de un arreglo acoplado de átomos que, colectivamente, se comporta como un átomo gigante, interactuando con dos guías de onda unidimensionales en puntos espacialmente separados. Esta configuración permite interferencia de múltiples trayectorias y acoplamiento no local entre fotón y átomo. (b) El panel inferior muestra un esquema simplificado del sistema, destacando el comportamiento efectivo tipo átomo gigante que surge del acoplamiento distribuido espacialmente entre el arreglo y las dos guías de onda.

y $|e\rangle$ con una frecuencia de Rabi representada por Ω . El Hamiltoniano del sistema se expresa como

$$H = H_{AB} + H_{GA} + H_I, \quad (4.1)$$

donde H_{AB} describe la propagación de fotones a través de las guías de onda A y B , H_{GA} corresponde al Hamiltoniano libre de un arreglo similar a un átomo gigante, y H_I representa la interacción entre el átomo gigante efectivo y las guías de onda. La forma explícita del hamiltoniano se proporciona a continuación, asumiendo $\hbar = 1$ para simplificar.

$$H_{AB} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [\omega_A \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i - \xi_A (\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_{i+1} + \hat{a}_{i+1}^\dagger \hat{a}_i)] + \sum_{i=-\infty}^{\infty} [\omega_B \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i - \xi_B (\hat{b}_i^\dagger \hat{b}_{i+1} + \hat{b}_{i+1}^\dagger \hat{b}_i)], \quad (4.2)$$

$$H_{GA} = \sum_{l=1}^M [\omega_e \hat{\sigma}_l^+ \hat{\sigma}_l^- + \omega_s \hat{\sigma}_{l,s}^- \hat{\sigma}_{l,s}^+ + \hat{\sigma}_{l,s}^+ e^{-i\nu t}] + \text{h.c.}, \quad (4.3)$$

$$H_I = \hat{\sigma}_1^+ (g_A \hat{a}_1 + g_B \hat{b}_1) + \hat{\sigma}_M^+ (g_A \hat{a}_N + g_B \hat{b}_N) + \sum_{j=1}^M J \hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_{j+1}^- + \text{h.c.}, \quad (4.4)$$

donde \hat{a}_i^\dagger (\hat{a}_i) y \hat{b}_i^\dagger (\hat{b}_i) son los operadores de creación (aniquilación) de un único fotón en los i ésimos sitios de guías de onda, A y B con frecuencias ω_A y ω_B y ξ_A y ξ_B es

el coeficiente de salto entre dos sitios vecinos cualesquiera más cercanos en las guías de onda, respectivamente. Los operadores $\hat{\sigma}_i^+$ ($\hat{\sigma}_i^-$) denotan el operador de elevación (descenso) para el átomo gigante con $\hat{\sigma}_{i,s}^+ = |e_i\rangle\langle s_i|$ y $\hat{\sigma}_{i,s}^- = |s_i\rangle\langle e_i|$. ω_s y ω_e son las frecuencias del tercer estado y del estado excitado, y h.c. representa el conjugado hermítico. Las relaciones de dispersión para las guías de onda A y B se dan por $E_A = \omega_A - 2\xi_A \cos k_A$ y $E_B = \omega_B - 2\xi_B \cos k_B$ con $k_A, k_B \in (0, 2\pi)$, lo que resulta en bandas de energía con anchos de banda $4\xi_A$ y $4\xi_B$, respectivamente.

En este contexto, examinamos el proceso de dispersión de un solo fotón en el marco de referencia de onda rotante. Para facilitar el análisis, aplicamos una transformación unitaria [100], dada por $H' = U^\dagger H U - iU^\dagger \frac{\partial}{\partial t} U$, donde $U = \prod_{j=1}^N e^{i\nu t |s_j\rangle\langle s_j|}$. Esta transformación hace que el Hamiltoniano sea independiente del tiempo, obteniendo $H' = H_{AB} + H'_{GA} + H'_I$, donde

$$H'_{GA} = \sum_{l=1}^M [\omega_e \hat{\sigma}_l^+ \hat{\sigma}_l^- + \omega'_s \hat{\sigma}_{l,s}^- \hat{\sigma}_{l,s}^+ + \Omega \hat{\sigma}_{l,s}^+] + \text{h.c.}, \quad (4.5)$$

$$H'_I = \hat{\sigma}_1^+ (g_A \hat{a}_1 + g_B \hat{b}_1) + \hat{\sigma}_M^+ (g_A \hat{a}_M + g_B \hat{b}_M) + \sum_{j=1}^M J \hat{\sigma}_j^+ \hat{\sigma}_{j+1}^- + \text{h.c.}, \quad (4.6)$$

y $\omega'_s = \omega_s + \nu$. Bajo esta transformación, el hamiltoniano H_{AB} permanece inalterado.

La propagación de un fotón a través del sistema puede evaluarse inspeccionando el espectro de energía del Hamiltoniano. Esto puede obtenerse expresando el estado de excitación, como

$$|\psi\rangle = \sum_{i=-\infty}^{\infty} [\alpha_i \hat{a}_i^\dagger |0, g\rangle + \beta_i \hat{b}_i^\dagger |0, g\rangle] + \sum_{j=1}^N [u_{e,j} |0, e_j\rangle + u_{s,j} |0, s_j\rangle]. \quad (4.7)$$

Aquí α_i y β_i son las amplitudes de probabilidad para encontrar el fotón en la i -ésima cavidad de las guías de onda A y B , respectivamente, $u_{e,j}$ y $u_{s,j}$ son las amplitudes de probabilidad del estado excitado y del tercer estado, respectivamente, y $|0\rangle$ es el estado de vacío de las guías de onda.

4.2 Transmisión de un fotón en un arreglo de átomos similares a un átomo gigante

Nuestro sistema propuesto consta de dos guías de onda, las cuales están interconectadas por un arreglo de átomos que se comportan como un átomo gigante, como se ilustra en la Fig. 4.1. Las ecuaciones estacionarias acopladas para las amplitudes se

derivan de la ecuación de valor propio $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$,

$$(E - \omega_e)u_{e,j} = J(u_{e,j+1} + u_{e,j-1}) + \Omega u_{s,j} + g_A(\delta_{j,1}\alpha_1 + \delta_{j,M}\alpha_N) + g_B(\delta_{j,1}\beta_1 + \delta_{j,M}\beta_N), \quad (4.8a)$$

$$(E - \omega'_s)u_{s,j} = \Omega^* u_{e,j}, \quad (4.8b)$$

$$(E - \omega_A)\alpha_i = -\xi_A(\alpha_{i+1} + \alpha_{i-1}) + g_A \sum_j (\delta_{i,1}\delta_{j,1} + \delta_{i,N}\delta_{j,M}) u_{e,j}, \quad (4.8c)$$

$$(E - \omega_B)\beta_i = -\xi_B(\beta_{i+1} + \beta_{i-1}) + g_B \sum_j (\delta_{i,1}\delta_{j,1} + \delta_{i,N}\delta_{j,M}) u_{e,j}. \quad (4.8d)$$

A partir de(4.8a) y (4.8b) obtenemos las ecuaciones acopladas,

$$(E - \bar{\omega}_e)u_{e,j} - J(u_{e,j+1} + u_{e,j-1}) = S_j, \quad (4.9)$$

con $\bar{\omega}_e = \omega_e + \Omega^2/(E - \omega'_s)$ y $S_j = g_A(\delta_{j,1}\alpha_1 + \delta_{j,M}\alpha_N) + g_B(\delta_{j,1}\beta_1 + \delta_{j,M}\beta_N)$. Esto resulta en una ecuación no homogénea para la cadena de átomos acoplados a través de J . Por lo tanto, podemos resolver la ecuación (4.9) utilizando las funciones de Green, obteniendo la solución $u_{e,j} = \sum_j S_{j'} \langle j|G(E)|j'\rangle$. Una vez calculada $u_{e,j}$, esta solución se sustituye en las expresiones (4.8c) y (4.8d), obteniendo

$$(E - \omega_A)\alpha_i = -\xi_A(\alpha_{i+1} + \alpha_{i-1}) + \Gamma(E)(\delta_{i,1} + \delta_{i,N}) [g_A^2(\alpha_1 + \alpha_N) + g_A g_B(\beta_1 + \beta_N)], \quad (4.10a)$$

$$(E - \omega_B)\beta_i = -\xi_B(\beta_{i+1} + \beta_{i-1}) + \Gamma(E)(\delta_{i,1} + \delta_{i,N}) [g_A g_B(\alpha_1 + \alpha_N) + g_B^2(\beta_1 + \beta_N)], \quad (4.10b)$$

with $\Gamma(E) = \langle 1|G(E)|1\rangle + \langle 1|G(E)|M\rangle = \langle M|G(E)|1\rangle + \langle M|G(E)|M\rangle$ (see Appendix E).

En las condiciones de contorno de dispersión estándar, una onda plana incidente desde $-\infty$ en la guía de ondas, las amplitudes de los fotones en los dos canales se pueden escribir como

$$\alpha_j = \begin{cases} e^{ik_A j} + r_A e^{-ik_A j}, & j < 1 \\ A e^{ik_A j} + B e^{-ik_A j}, & 1 \leq j \leq N \\ t_A e^{ik_A j}, & j > N, \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\beta_j = \begin{cases} t_B^{\leftarrow} e^{-ik_B j}, & j < 1 \\ C e^{ik_B j} + D e^{-ik_B j}, & 1 \leq j \leq N \\ t_B^{\rightarrow} e^{ik_B j}, & j > N, \end{cases}$$

donde r_A y t_A son las amplitudes de reflexión y transmisión en el canal A , y t_B^{\leftarrow} y t_B^{\rightarrow} son las amplitudes de transferencia hacia atrás y hacia adelante en el canal B , respectivamente.

Para asegurar la máxima superposición entre las bandas de energía de las dos guías de onda, fijamos $\omega_A = \omega_B = \omega_0$ y $\xi_A = \xi_B = \xi$. Utilizamos el acoplamiento del vecino más cercano ξ como unidad de energía. Además, asumimos acoplamientos iguales entre el arreglo de átomos gigantes y el modo de la guía de onda, dados por $g_A = g_B = g$.

Para resolver las ecuaciones (4.10a) y (4.10b), realizamos la siguiente transformación: en lugar de considerar las amplitudes de los fotones α_j y β_j con $j \in \{1, N\}$ en las guías

de onda físicas A y B , introducimos sus combinaciones simétricas y antisimétricas para cada guía de onda. Específicamente, definimos: $\psi_j^\pm = \alpha_j \pm \beta_j$. En esta representación, las ecuaciones se simplifican, lo que resulta en modos simétricos (\mathcal{S}) y antisimétricos (\mathcal{A}) desacoplados para las guías de onda A y B .

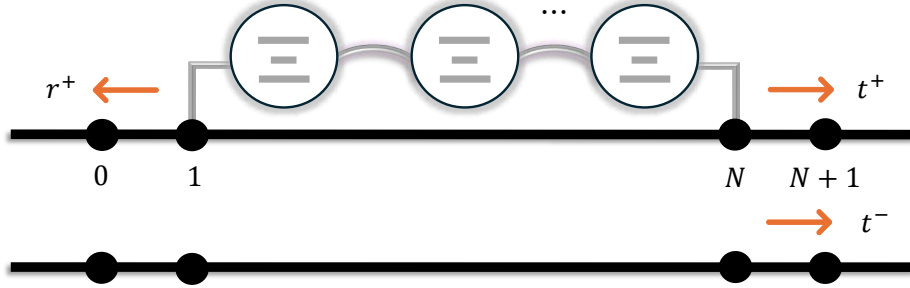


Figura 4.2: Representación esquemática de los canales virtuales simétricos y antisimétricos para un arreglo de átomos similar a un átomo gigante. Estos canales están marcados con $+$ y $-$, respectivamente. Las amplitudes de transmisión t^+ y t^- y de reflexión r^+ se representan mediante flechas de color naranja.

Las ecuaciones para la representación simétrica y antisimétrica,

$$\begin{aligned} (E - \varepsilon^+) \psi_j^+ &= -\xi(\psi_{j+1}^+ + \psi_{j-1}^+) + \bar{\varepsilon}(\psi_N^+ \delta_{j,1} + \psi_1^+ \delta_{j,N}), \\ (E - \varepsilon^-) \psi_j^- &= -\xi(\psi_{j+1}^- + \psi_{j-1}^-), \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde las energías efectivas del sitio son $\varepsilon^+ = \omega_0 + \bar{\varepsilon}$, $\varepsilon^- = \omega_0$ y $\bar{\varepsilon} = g^2 \Gamma(E)$.

En la representación \mathcal{S} - \mathcal{A} , las condiciones de contorno de dispersión se escriben como

$$\psi_j^\pm = \begin{cases} e^{ik_\pm j} + r^\pm e^{-ik_\pm j}, & j < 1 \\ A^\pm e^{ik_\pm j} + B^\pm e^{-ik_\pm j}, & 1 \leq j \leq N \\ t^\pm e^{ik_\pm j}, & j > N. \end{cases} \quad (4.13)$$

Las amplitudes de transmisión (t^\pm) y la reflexión (r^\pm) corresponden a los canales virtuales \mathcal{S} - \mathcal{A} . A partir de las ecuaciones (4.12), evaluadas en los límites de la región de dispersión $j = \{0, 1, N, N + 1\}$, junto con las ecuaciones (4.13) (véase el apéndice F), podemos derivar expresiones de forma cerrada para t^\pm y r^\pm . Dado que el canal \mathcal{A} se comporta como un canal libre con energía ω_0 , la onda incidente se transmite completamente sin reflexión, lo que resulta en una amplitud de transmisión unitaria: $r^- = 0$ y $t^- = 1$. Los valores de r^+ y t^+ pueden determinarse en consecuencia. Específicamente, las amplitudes de reflexión y transmisión para el canal \mathcal{S} , así como el número de onda k_+ , vienen dados por:

$$r^+ = \frac{4\xi \sin k}{\Lambda(k_+)} [\Delta(k_+) - \chi(k_+)], \quad (4.14a)$$

$$t^+ = \frac{4\xi^3 \sin k e^{-ik(N+1)}}{\Lambda(k_+)} [\bar{\varepsilon} \sin(k_+(N+1)) - \xi \sin k_+], \quad (4.14b)$$

con $k_+ = \arccos(-(E - \varepsilon^+)/2\xi)$, si $|(E - \varepsilon^+)/2\xi| \leq 1$ y

$$\chi(k_+) = \xi \sin(k_+(N-2)) - 2\xi \cos k_+ \sin(k_+(N-1)), \quad (4.15a)$$

$$\lambda(k_+) = 2i\xi^2(E - \omega_0 + \xi e^{ik_+})\chi(k_+), \quad (4.15b)$$

$$\Delta(k_+) = [4\xi^2 \cos^2 k_+ - (\bar{\varepsilon} + \xi)^2] \sin(k_+(N-1)) \\ + \sin(2k_+(N-1)) [2\xi(\bar{\varepsilon} - \xi) \cos k_+ + \xi^2 \cos(k_+(N-1))], \quad (4.15c)$$

$$\Lambda(k_+) = -\Delta(k_+) - 2i\xi^4 \sin(k_+(N-1)) + \lambda(k_+). \quad (4.15d)$$

Una vez conocidas las amplitudes de transmisión y reflexión en las guías de onda virtuales \mathcal{S} y \mathcal{A} , se pueden obtener las amplitudes correspondientes para las guías de onda físicas A y B aplicando la transformación inversa, que corresponde a la inversa de la transformación que desacopla las amplitudes en componentes simétricos y anti-simétricos. A partir de esto, se pueden derivar las amplitudes de transmisión y reflexión para las guías de onda A y B :

$$r_A = t_B^{\leftarrow} = \frac{1}{2}r^+, \quad t_A = \frac{1}{2}(t^+ + 1), \quad t_B^{\rightarrow} = \frac{1}{2}(t^+ - 1). \quad (4.16)$$

Las probabilidades de reflexión, transmisión y transferencia se calculan como $R_A = |r_A|^2$, $T_A = |t_A|^2$, $T_B^{\leftarrow} = |t_B^{\leftarrow}|^2$ y $T_B^{\rightarrow} = |t_B^{\rightarrow}|^2$. Estas amplitudes de dispersión satisfacen la condición estándar de conservación del flujo: $R_A + T_A + T_B^{\leftarrow} + T_B^{\rightarrow} = 1$.

El modelo en la representación \mathcal{S} - \mathcal{A} se ilustra esquemáticamente en la Fig. 4.2. La guía de onda \mathcal{S} es análoga a una guía de onda estándar con átomos de dos niveles incrustados. Nótese que las guías de onda \mathcal{S} y \mathcal{A} están desacopladas. En la guía de onda simétrica \mathcal{S} , la energía de sitio efectiva ε^+ se renormaliza con respecto a ω_0 dentro de la región de dispersión. Además, un arreglo similar a un átomo gigante está conectado a los sitios 1 y N , lo que induce procesos de dispersión dentro de esta guía de ondas. Por el contrario, la energía del sitio en la guía de ondas \mathcal{A} permanece uniforme, lo que permite la libre propagación de las ondas.

4.3 Caracterización de la Transmisión Fotónica

A continuación, utilizamos ξ como unidad de energía. La configuración del sistema se ilustra en la Fig. 4.1, donde el dispositivo funciona como un enrutador cuántico óptimo, alcanzando la máxima probabilidad de transferencia. Este comportamiento óptimo se observa cuando el acoplamiento entre las guías de onda A y B y el átomo gigante efectivo es fuerte, específicamente cuando $g = g_A = g_B = 1,5$. En cambio, el acoplamiento dentro del conjunto de átomos que se comportan colectivamente como un átomo gigante es débil, con $J = 0,01$ (todas las cantidades se expresan en unidades de ξ).

En este enfoque, examinamos el escenario más simple con campo de control cero ($\Omega = 0$), lo que resulta en el desacoplamiento de los terceros estados $|s_j\rangle$ del resto del sistema.

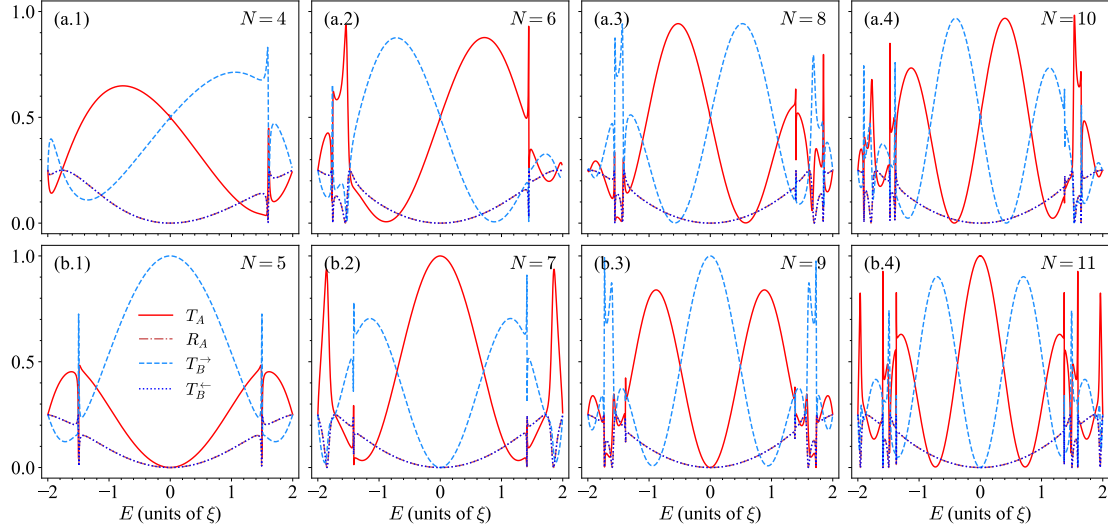


Figura 4.3: Espectros de transmisión de probabilidad T_A , reflexión R_A y transferencia T_B^{\rightarrow} y T_B^{\leftarrow} en función de la energía incidente E . Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0,01$ y $g = 1,5$ (todas las unidades de ξ), para diferentes números de átomos, como se indica en los paneles (a.1)–(a.4) y (b.1)–(b.4).

En esta configuración, un fotón incidente es dispersado por un sistema de guías de onda acopladas mediante N átomos de dos niveles. En particular, el número de átomos M coincide con el número de sitios de acoplo N entre las guías de onda y el arreglo que se comporta como un átomo gigante. Esta condición es fundamental y se ilustra esquemáticamente en la Fig. 4.1.

La figura 4.3 muestra las probabilidades de transmisión, reflexión y transferencia de fotones en función de la energía incidente E para el caso donde $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0.01$, $g = 1.5$ (todas las unidades de ξ) y el número variable de átomos N . En los subpaneles (a.1) a (a.4), que corresponden a valores pares de N , el enrutador muestra un rendimiento óptimo, alcanzando probabilidades de transferencia de fotones cercanas al 100% en un amplio rango de energía centrado en $E = 0$. Por el contrario, los subpaneles (b.1) a (b.4), relacionados con valores impares de N , revelan que la máxima transferencia de fotones no ocurre en el centro de la banda.

Las configuraciones más efectivas se encuentran en la Fig. 4.3, particularmente en (a.3) con $N = 8$ y (a.4) con $N = 10$, así como en (b.1) con $N = 5$ y (b.3) con $N = 9$, donde también se observa una alta transferencia de fotones cerca del centro de la banda.

Además, podemos observar un patrón periódico distintivo, con probabilidades de transferencia que se aproximan al 100% cerca del centro de la banda de energía. Para examinar la periodicidad dependiente de la energía del enrutador, fijamos el vector de onda en el centro de la banda ($k = \pi/2$) en las expresiones analíticas para r_+ y t_+ [Ecs. (4.14a) y (4.14b)]. Como se ilustra en la Fig. 4.4, la periodicidad resultante es $\tau = 4N$ para cualquier número de átomos. Además, cuando N es par, esta periodicidad se centra dentro de la banda de energía [paneles (b.1)–(b.4)]. Sin embargo, para N impar, la periodicidad ya no se centra dentro de la banda [paneles (a.1)–(a.4)].

Para comprender el patrón periódico observado en los espectros de transmisión pre-

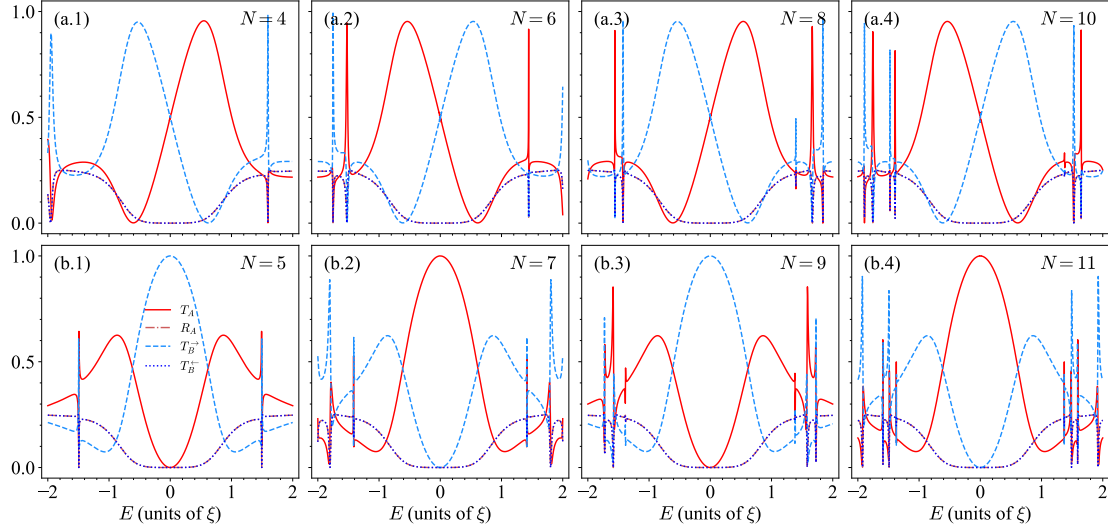


Figura 4.4: Espectros de transmisión de probabilidad T_A , reflexión R_A y transferencia T_B^{\rightarrow} y T_B^{\leftarrow} en función de la energía incidente E . Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0,01$, $g = 1,5$ (todas las unidades de ξ) y $k = \pi/2$.

sentados en los resultados de la Fig. 4.4, analizamos la periodicidad espectral de la amplitud de transmisión t^+ [Eq. (4.14b)] para un N fijo. Nos centramos en el régimen donde $k = \pi/2$, correspondiente al centro de la banda de energía. El sistema se describe en unidades naturales ($\hbar = 1$, $\xi = 1$), con la energía medida en el intervalo $E \in [-2, 2]$, y el vector de onda en la región de dispersión se define como $k_+(E) = \arccos(-E/2)$.

Bajo la condición de que la corrección de autoenergía $\bar{\epsilon}(E) = g^2\Gamma(E) \approx 0$ cerca de $E = 0$, la amplitud de transmisión se simplifica a $t^+ \approx \frac{-4 \sin k_+}{\Lambda(k_+(E))}$, donde el denominador $\Lambda(k_+(E))$ [Ec. (4.15d)], involucra funciones trigonométricas de la forma $\Lambda(k_+(E)) \sim f(k_+(N-j))$ con $j = 1, 2$. La estructura espectral de t^+ está gobernada por el comportamiento oscilatorio de la fase $\phi(E) = k_+(E) \cdot N$, que corresponde a la fase acumulada de la función de onda fotónica entre los dos sitios de acoplamiento distantes 1 y N .

En la teoría de dispersión cuántica, la función de onda del fotón incidente adquiere una fase proporcional a la distancia entre los centros de dispersión. En este caso, el estado fotónico dentro de la guía de ondas puede escribirse (hasta la normalización) como:

$$\psi_j(E) \sim e^{ik_+(E)j}, \quad (4.17)$$

y al interactuar con dos sitios distantes 1 y N , la diferencia de fase acumulada entre ellos es

$$\phi(E) = k_+(E)(N-1), \quad (4.18)$$

que regula la interferencia. Esto se denomina *fase efectiva* y desempeña un papel central en la determinación de la interferencia constructiva o destructiva, y, por lo tanto, de las resonancias o supresiones en la amplitud de transmisión t^+ .

La periodicidad clave surge cuando esta fase aumenta en 2π , es decir, $\phi(E + \Delta E) =$

$\phi(E) + 2\pi$

$$k_+(E + \Delta E) = k_+(E) + \frac{2\pi}{N}. \quad (4.19)$$

La relación de dispersión $E = -2 \cos(k_+(E))$, y por tanto, un cambio de fase corresponde a un cambio de energía,

$$\Delta E = -2 \left[\cos \left(k_+(E) + \frac{2\pi}{N} \right) - \cos(k_+(E)) \right]. \quad (4.20)$$

Para $N \gg 1$, una expansión de Taylor da

$$\Delta E \approx \frac{4\pi}{N} \sin(k_+(E)) + \frac{4\pi^2}{N^2} \cos(k_+(E)), \quad (4.21)$$

lo que muestra que la periodicidad espectral depende de E a través de $k_+(E)$, pero alrededor de $E \approx 0$, donde $k_+(E) \approx \pi/2$, el término dominante produce

$$\Delta E \approx \frac{4\pi}{N}. \quad (4.22)$$

Sin embargo, en unidades naturales utilizadas en simulaciones numéricas, donde $\pi \equiv 1$, esto se simplifica numéricamente a

$$\Delta E = \frac{4}{N}, \quad (4.23)$$

y el patrón de transmisión completo en función de E se vuelve exactamente periódico cada $4N$ unidades de energía, es decir, $\tau = 4N$.

Por lo tanto, la fase efectiva $\phi(E) = k_+(E)N$, resultante de la fase acumulada entre los sitios 1 y N , explica el comportamiento periódico de t^+ . Utilizando las relaciones $t_A = \frac{1}{2}(t^+ + 1)$ y $t_B^- = \frac{1}{2}(t^+ - 1)$ [Eqs. (4.16)], este comportamiento se refleja en las probabilidades de transmisión $T_A = |t_A|^2$ y $T_B^- = |t_B^-|^2$ y la repetición espectral observada en la Fig. 4.4. El resultado concuerda bien con las simulaciones numéricas en unidades naturales.

Ahora exploramos una configuración de sistema diseñada específicamente para maximizar el rendimiento del enrutamiento de fotones, centrándonos en la región central $E \sim [0, 1.2]$. La figura 4.5 muestra los espectros de transmisión y transferencia en función de la energía del fotón ($E > 0$) y el número de átomos N , correspondientes a la probabilidad de transmisión T_A y la probabilidad de transferencia T_B^- . Los parámetros utilizados son $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0.01$ y $g = 1.5$ (todas unidades de ξ).

En la Fig. 4.5, observamos comportamientos contrastantes entre T_A y T_B^- . Si bien T_A presenta regiones de mayor intensidad, los valores correspondientes de T_B^- se reducen significativamente en estas mismas regiones. Al centrarnos en la probabilidad de transferencia T_B^- , se observa un patrón repetitivo en función de N cuando la energía se centra dentro de la banda, con $T_B^- = 1$ ocurriendo periódicamente. En particular, el caso de $N = 20$ átomos corresponde a cinco periodos completos, es decir, 5τ .

Para comprender las condiciones para un enrutamiento perfecto ($T_B^- = 1$), exami-

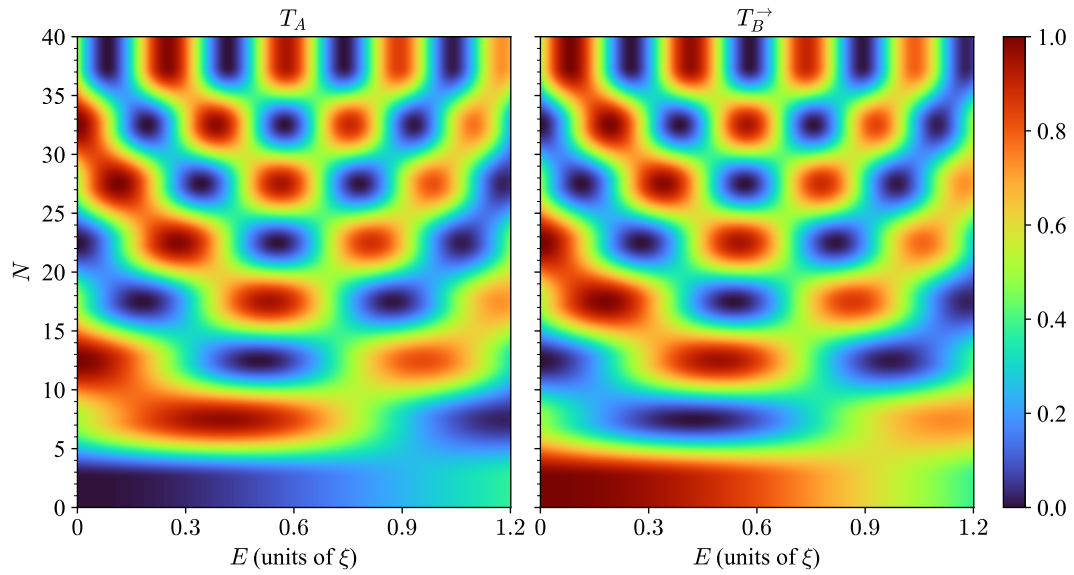


Figura 4.5: Espectros de transmisión de probabilidad de densidad T_A y $T_B^{\vec{}}$ en función de la energía incidente E y el número de átomos N . Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0.01$ y $g = 1.5$ (todas las unidades de ξ).

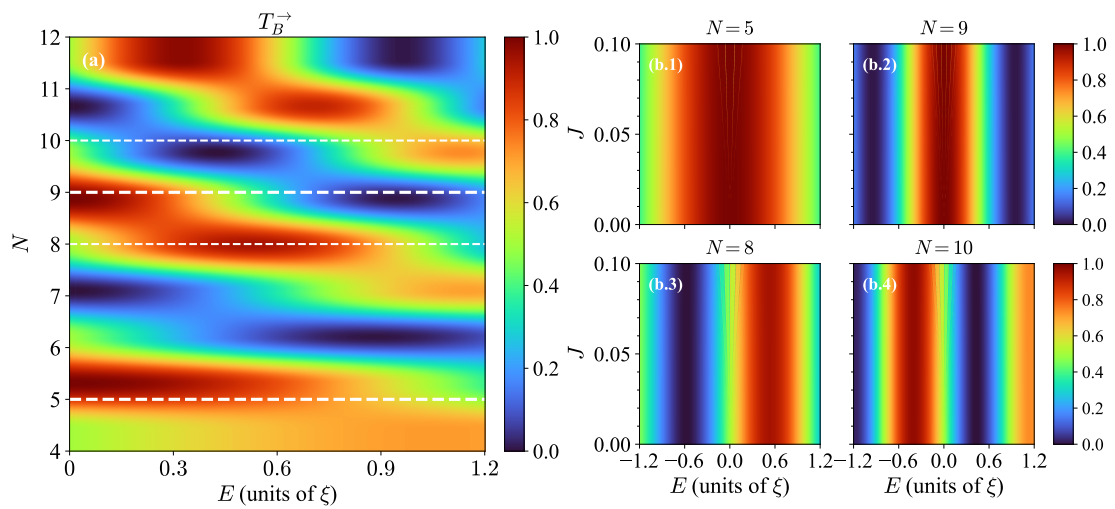


Figura 4.6: El panel (a) muestra el gráfico de densidad de la probabilidad de transferencia $T_B^{\vec{}}$ en función de la energía incidente E y el número de átomos N . La línea discontinua blanca indica la configuración óptima del sistema: $N = 5$, $N = 8$, $N = 9$ y $N = 10$. Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$, $J = 0.01$ y $g = 1.5$. Los paneles de la derecha muestran las probabilidades de transferencia $T_B^{\vec{}}$ en función de la energía incidente E y la fuerza de acoplamiento J de los átomos. Los espectros se calculan para los parámetros $\omega_0 = \omega_s = \omega_e = 0$, $\Omega = 0$ y $g = 1.5$ (todas las unidades de ξ), para (b.1) $N = 5$, (b.2) $N = 9$, (b.3) $N = 8$ y (b.4) $N = 10$.

namos el panel (a) de la Fig. 4.6. Las líneas blancas discontinuas indican los primeros valores de N en los que se observa transmisión perfecta, con picos prominentes en $N = 5, 8, 9$ y 10 . Los paneles (b.1) y (b.2) de la Fig. 4.6 ilustran con más detalle el comportamiento de T_B^- en función de la energía incidente E y la fuerza de acoplamiento J de los átomos. Cuando la energía se encuentra cerca del centro de la banda, el rango de transmisión es aproximadamente $E \sim [-1, 1]$ para $N = 5$ (b.1), y se reduce a $E \sim [-0.5, 0.5]$ para $N = 9$ (b.2), expresado en unidades de ξ . Este comportamiento refleja la sensibilidad de la resonancia tanto a N como a la desintonización energética. Por otro lado, los paneles (b.3) y (b.4) de la Fig. 4.6 muestran que el rango de energía se desplaza a $E \sim [0, 1]$ para (b.3) y $E \sim [-1, 0]$ para (b.4).

4.4 Conclusiones

Este capítulo se centro en el espectro de transmisión de un sistema formado por un conjunto acoplado de átomos que emula un átomo gigante e interactúa con dos guías de ondas. En el régimen de acoplamiento átomo-guía de onda fuerte y acoplamiento interatómico débil, observamos que nuestra configuración funciona como un enrutador cuántico óptimo. Además, observamos que, cuando el sistema funcionaba como un enrutador eficiente, exhibía una periodicidad característica de $\tau = 4N$. Esta periodicidad estaba vinculada a la fase acumulada de la función de onda fotónica entre los dos sitios de acoplamiento distantes, 1 y N . La diferencia de fase acumulada entre estos sitios, denotada como $\phi(E)$ [Eq. (4.18)], regulaba los fenómenos de interferencia y se denominaba *fase efectiva*. Esta fase desempeñó un papel fundamental para determinar si la interferencia era constructiva o destructiva y, en consecuencia, si se producían resonancias o supresiones de transmisión. Como se muestra en la Fig. 4.3 y la Fig. 4.4. La interferencia constructiva apareció para valores pares de N , mientras que se observó interferencia destructiva para N impares.

El patrón de interferencia se observó tanto en la densidad de probabilidad de transmisión como en la de transferencia, las cuales mostraron un comportamiento periódico distintivo. Cuando un canal alcanzaba su máximo, el otro alcanzaba simultáneamente su mínimo. Este patrón alternante se producía cada cinco periodos (5τ), lo que corresponde a un total de $N = 20$ átomos. Por lo tanto, nos centramos en los valores más significativos dentro de esta periodicidad, en particular en la probabilidad de transferencia del canal B .

Observación Relevante

Identificamos una configuración óptima para un enrutador cuántico que logran una transferencia de fotones cercana al 100% en un amplio rango de energía alrededor del centro de la banda, cuando utilizamos $N = 8$ átomos acoplados, operando en energías aproximado de $E \sim [-1, 1]$ (en unidades de ξ).

Este comportamiento periódico y alternante proporciona un mecanismo para controlar la dirección del enrutamiento mediante el ajuste del número de átomos o de la energía de los fotones, lo que permite un enrutamiento selectivo en función de la energía y dependiente de la configuración dentro de una red fotónica cuántica [101, 12, 14, 68]. La configuración propuesta demuestra un rendimiento mejorado, con una mayor eficiencia de enrutamiento y un ancho de banda operativo más amplio en comparación con esquemas previos de enrutamiento de fotones basados en átomos gigantes [102, 89, 90]. Cabe destacar que identificamos configuraciones que logran una transferencia de fotones cercana al 100% en un amplio rango de energía alrededor del centro de la banda. Este resultado destaca la estabilidad y la eficacia del mecanismo de enrutamiento. Estas mejoras hacen que el sistema sea menos susceptible a las fluctuaciones de parámetros y más estable frente a perturbaciones externas, lo cual constituye una ventaja significativa para los experimentos prácticos [103, 104, 105, 106, 107]. En general, nuestros hallazgos enfatizan la confiabilidad y versatilidad de nuestra configuración, reforzando su potencial como componente fundamental para tecnologías de información cuántica escalables.

5

Conclusiones

En esta tesis se propuso la arquitectura de dos dispositivos cuánticos para el uso en tecnologías cuánticas fotónicas que nos permitiesen manipular un fotón. En ese sentido, empleamos dos plataformas para su diseño, como son: los *resonadores de galería susurrante* (WGR) y un *átomo gigante* (entendido en nuestra propuesta como un átomo gigante efectivo). Por consiguiente, nuestra hoja de ruta en esta investigación estuvo enmarcada en dos vertices: *el almacenamiento y transmisión de información*.

Acorde con nuestra propuesta teórica, para el *almacenamiento de información*, estudiamos el transporte de fotones individuales a través de dos WGR acoplados a una guía de ondas unidimensional y descubrimos la aparición de BIC entre los WGR. Utilizando el formalismo de la función de Green, calculamos los espectros de transmisión y la DOS fotónica. El BIC se visualiza como funciones delta de Dirac y resonancias de Fano en la DOS cuando la distancia de separación L entre los WGR es par. Además, observamos que los BIC aparecen en la transmisión fotónica como resonancias agudas. Al romper la simetría de frecuencia, obtuvimos BIC para L par. Además, investigamos la evolución temporal de un paquete de ondas incidente de un fotón individual que interactúa con los WGR. Analizamos el mecanismo de almacenamiento parcial del paquete de ondas en el BIC.

El análisis de la DOS en función de la energía y el número de sitios entre los (L) revela picos agudos distintivos en valores pares de L , lo que indica la presencia de BIC. Estos picos, resultantes de la interferencia destructiva, conducen a estados altamente localizados que no irradian energía, lo que subraya la simetría inherente del sistema. Esta simetría fomenta la formación de BIC, estableciendo un patrón de resonancia en intervalos pares de L . Para comprender la formación física de los BIC, en la configuración que utilizamos para k centrada en la banda, es decir, $k = \pi/2$. La razón para elegir $k = \pi/2$ centrada en la banda se debe a que este haz también produce perfiles de viaje mucho más débiles en comparación con la realización experimental con fotones. De esta manera, analizamos el espectro de energía del sistema continuo donde $\omega = \omega_c - 2\xi_0 \cos(k)$. Cuando centramos su energía alrededor de cero, la energía del estado fundamental del sistema forma un pozo de potencial. Asimismo, se pueden tomar

valores que no esten en el centro de la banda, los cuales son detallamos en el [Ápndice D](#). Por otro lado, los valores extremadamente altos de la DOS en torno a la resonancia de Fano enfatizan aún más la interacción crucial entre pares de WGR, esencial para la manipulación precisa de la luz en el diseño de dispositivos fotónicos. Además, la ruptura de simetría en los WGR nos conduce directamente a un estado entre los WGR, para ello se utilizo $H_{\text{WG}}^{\text{Intra}}$ y $H_{\text{WG}}^{\text{Inter}}$, en la evolución temporal con los estados antisimétricos $|\Psi_{w_1}\rangle$ y $|\Psi_{w_1 \leftrightarrow w_2}\rangle$. Obteniendo altos valores de *fidelidad de transferencia* entre los modos de los WGR, de hasta 4/5 del estado inicial, lo cual hace a nuestra configuración excelente candidato para el almacenamiento y transmisión de información entre los modos de los WGR. En definitiva, un profundo conocimiento de esta dinámica es esencial para diseñar y optimizar con éxito sistemas fotónicos que incorporan a los WGR. Estas capacidades son particularmente relevantes para aplicaciones de información cuántica, como la comunicación cuántica y la memoria cuántica, donde la alta *fidelidad de transferencia* y la capacidad de controlar y manipular estados cuánticos son cruciales. La capacidad del sistema para mantener una alta fidelidad lo hace adecuado para la transferencia segura de información, la distribución del entrelazamiento cuántico y la implementación de redes cuánticas.

Ya para la última parte de nuestra propuesta de investigación, que esta enmarcada en la *transmisión de información*, analizamos el espectro de transmisión de un sistema compuesto por un arreglo de átomos acoplados entre si, que efectivamente son un átomo gigante acoplado a dos guías de onda. En el régimen de acoplamiento átomo-guía de onda fuerte y acoplamiento interatómico débil, observamos que nuestra configuración funciona como un enrutador cuántico óptimo. Además, observamos que, cuando el sistema funcionaba como un enrutador eficiente, exhibía una periodicidad característica de $\tau = 4N$. La configuración propuesta demuestra un rendimiento mejorado, con una mayor eficiencia de enrutamiento y un ancho de banda operativo más amplio en comparación con esquemas previos de enrutamiento de fotones basados en átomos gigantes. Cabe destacar que identificamos configuraciones que logran una transferencia de fotones cercana al 100% en un amplio rango de energía alrededor del centro de la banda, cuando utilizamos $N = 8$ átomos acoplados, operando en energías aproximado de $E \sim [-1, 1]$ (en unidades de ξ). Este resultado destaca la estabilidad y la eficacia del mecanismo de enrutamiento. Estas mejoras hacen que el sistema sea menos susceptible a las fluctuaciones de parámetros y más estable frente a perturbaciones externas (como el ruido que afecte la coherencia cuántica del sistema), lo cual constituye una ventaja significativa para los experimentos prácticos. En general, nuestros hallazgos enfatizan la confiabilidad y versatilidad de nuestra configuración, reforzando su potencial como componente fundamental para tecnologías de información cuántica escalables.

Como proyecciones futuras de las dos plataformas utilizadas a lo largo de este manuscrito, se plantean al menos dos vertientes directas para estudios futuros. La primera, es realizar un estudio dinámico del *átomo gigante efectivo* cuando enviamos un paquete de onda gaussiano y las implicaciones de la formación de BIC en el funcionamiento dinámico del enrutador, además del estudio de otros estados portadores de informa-

ción en esta dinámica. Ya para la segunda parte, como es afectado el Q para un WGR cuando controlamos dinámicamente el acoplamiento del WGR con el continuo, haciendo uso de la *ingeniería de Floquet* en este estudio dinámico.

Referencias

- [1] Max Planck. “Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum”. In: *Annalen der Physik* 309.3 (1901), pp. 553–563. DOI: [10.1002/andp.19013090310](https://doi.org/10.1002/andp.19013090310). URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19013090310>.
- [2] Albert Einstein. “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”. In: *Annalen der Physik* 322.6 (1905), pp. 132–148. DOI: [10.1002/andp.19053220607](https://doi.org/10.1002/andp.19053220607). URL: <https://doi.org/10.1002/andp.19053220607>.
- [3] P. A. M. Dirac. *The Principles of Quantum Mechanics*. 4th ed. Clarendon Press, Oxford, 1958. DOI: [10.1063/1.3062610](https://doi.org/10.1063/1.3062610).
- [4] Nouredine Zettili. *Quantum Mechanics: Concepts and Applications*. American Association of Physics Teachers, 2003.
- [5] J. S. Bell. “On the Einstein Podolsky Rosen paradox”. In: *Physics Physique Fizika* 1 (1964), pp. 195–200. DOI: [10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195](https://doi.org/10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195>.
- [6] Niels Bohr. *Essays 1932–1957 on Atomic Physics and Human Knowledge*. Vol. II. Incluye epígrafe con: “Those who are not shocked when they first come across quantum theory cannot possibly have understood it.” Woodbridge, CT: Ox Bow Press, 1958. ISBN: 0-918024-53-6.
- [7] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. 10th Anniversary Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. ISBN: 9781107002173.
- [8] Alan M. Turing. “On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem”. In: *Proceedings of the London Mathematical Society* s2-42.1 (1936), pp. 230–265. DOI: [10.1112/plms/s2-42.1.230](https://doi.org/10.1112/plms/s2-42.1.230). URL: <https://doi.org/10.1112/plms/s2-42.1.230>.
- [9] Alan M. Turing. “On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. A Correction”. In: *Proceedings of the London Mathematical Society* s2-43.1 (1937), pp. 544–546. DOI: [10.1112/plms/s2-43.1.544](https://doi.org/10.1112/plms/s2-43.1.544). URL: <https://doi.org/10.1112/plms/s2-43.1.544>.

- [10] John Bardeen and Walter H. Brattain. “The Transistor, A Semi-Conductor Triode”. In: *Physical Review* 74.2 (1948), pp. 230–231. DOI: [10.1103/PhysRev.74.230](https://doi.org/10.1103/PhysRev.74.230). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.74.230>.
- [11] Gordon E. Moore. *Cramming More Components onto Integrated Circuits*. Reprinted from *Electronics**, vol. 38(8), pp. 114–117, April 19, 1965. 1965.
- [12] Shi-Hai Wei et al. “Towards Real-World Quantum Networks: A Review”. In: *Laser & Photonics Reviews* 16.3 (Mar. 2022), p. 2100219. DOI: [10.1002/lpor.202100219](https://doi.org/10.1002/lpor.202100219). URL: <https://doi.org/10.1002/lpor.202100219>.
- [13] Jacob P. Covey, Harald Weinfurter, and Hannes Bernien. “Quantum networks with neutral atom processing nodes”. In: *npj Quantum Information* 9 (2023), p. 90. DOI: [10.1038/s41534-023-00759-9](https://doi.org/10.1038/s41534-023-00759-9). URL: <https://doi.org/10.1038/s41534-023-00759-9>.
- [14] Amar Abane et al. “Entanglement Routing in Quantum Networks: A Comprehensive Survey”. In: *IEEE Transactions on Quantum Engineering* (2025). DOI: [10.1109/TQE.2025.3541123](https://doi.org/10.1109/TQE.2025.3541123). URL: <https://doi.org/10.1109/TQE.2025.3541123>.
- [15] H. J. Kimble. “The quantum internet”. In: *Nature* 453.7198 (2008), pp. 1023–1030. DOI: [10.1038/nature07127](https://doi.org/10.1038/nature07127). URL: <https://doi.org/10.1038/nature07127>.
- [16] Nicolas Gisin et al. “Quantum cryptography”. In: *Reviews of Modern Physics* 74 (Mar. 2002), pp. 145–195. DOI: [10.1103/RevModPhys.74.145](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.145). URL: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.74.145>.
- [17] Stephanie Wehner, David Elkouss, and Ronald Hanson. “Quantum internet: A vision for the road ahead”. In: *Science* 362.6412 (2018), eaam9288. DOI: [10.1126/science.aam9288](https://doi.org/10.1126/science.aam9288). URL: <https://doi.org/10.1126/science.aam9288>.
- [18] Koji Azuma et al. “Quantum repeaters: From quantum networks to the quantum internet”. In: *Reviews of Modern Physics* 95 (Dec. 2023), p. 045006. DOI: [10.1103/RevModPhys.95.045006](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.95.045006). URL: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.95.045006>.
- [19] Michele Pittaluga, Hoi-Kwong Lo, Adam Brzosko, et al. “Long-distance coherent quantum communications in deployed telecom networks”. In: *Nature* 640 (2025), pp. 911–917. DOI: [10.1038/s41586-025-08801-w](https://doi.org/10.1038/s41586-025-08801-w). URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-025-08801-w>.
- [20] Sergei Slussarenko and Geoff J. Pryde. “Photonic quantum information processing: A concise review”. In: *Applied Physics Reviews* 6.4 (2019), p. 041303. DOI: [10.1063/1.5115814](https://doi.org/10.1063/1.5115814). URL: <https://doi.org/10.1063/1.5115814>.
- [21] Tobias Heindel et al. “Quantum dots for photonic quantum information technology”. In: *Advances in Optics and Photonics* 15.3 (2023), pp. 613–738. DOI: [10.1364/AOP.490091](https://doi.org/10.1364/AOP.490091).

- [22] Fulvio Flamini, Nicolò Spagnolo, and Fabio Sciarrino. “Photonic quantum information processing: a review”. In: *Reports on Progress in Physics* 82.1 (2019). Published 13 November 2018, p. 016001. DOI: [10.1088/1361-6633/aad5b2](https://doi.org/10.1088/1361-6633/aad5b2). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6633/aad5b2>.
- [23] Hermann Edlbauer et al. “Semiconductor-based electron flying qubits: review on recent progress accelerated by numerical modelling”. In: *EPJ Quantum Technology* 9.21 (2022). DOI: [10.1140/epjqt/s40507-022-00139-w](https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-022-00139-w). URL: <https://doi.org/10.1140/epjqt/s40507-022-00139-w>.
- [24] E. Bocquillon et al. “Electron Quantum Optics: Partitioning Electrons One by One”. In: *Physical Review Letters* 108 (May 2012), p. 196803. DOI: [10.1103/PhysRevLett.108.196803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.196803). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.196803>.
- [25] A. Gritsch, A. Ulanowski, J. Pforr, et al. “Optical single-shot readout of spin qubits in silicon”. In: *Nature Communications* 16 (2025), p. 64. DOI: [10.1038/s41467-024-55552-9](https://doi.org/10.1038/s41467-024-55552-9). URL: <https://doi.org/10.1038/s41467-024-55552-9>.
- [26] Shuo Sun, Rahul Trivedi, and et al. “On-chip spin–photon entanglement using quantum dots”. In: *Nature* 617 (2023), pp. 70–74. DOI: [10.1038/s41586-023-05876-0](https://doi.org/10.1038/s41586-023-05876-0).
- [27] W. Luo et al. “Recent progress in quantum photonic chips for quantum communication and internet”. In: *Light: Science Applications* 12 (2023), p. 175. DOI: [10.1038/s41377-023-01173-8](https://doi.org/10.1038/s41377-023-01173-8). URL: <https://doi.org/10.1038/s41377-023-01173-8>.
- [28] PsiQuantum team. “A manufacturable platform for photonic quantum computing”. In: *Nature* 641 (2025), pp. 876–883. DOI: [10.1038/s41586-025-08820-7](https://doi.org/10.1038/s41586-025-08820-7). URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-025-08820-7>.
- [29] Dan C. Marinescu and Gabriela M. Marinescu. “Chapter 1 - Preliminaries”. In: *Classical and Quantum Information*. Academic Press, 2012, pp. 1–131. DOI: [10.1016/B978-0-12-383874-2.00001-1](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-383874-2.00001-1). URL: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-383874-2.00001-1>.
- [30] G. Zhang et al. “An integrated silicon photonic chip platform for continuous-variable quantum key distribution”. In: *Nature Photonics* 13 (Dec. 2019), pp. 839–842. DOI: [10.1038/s41566-019-0504-5](https://doi.org/10.1038/s41566-019-0504-5). URL: <https://doi.org/10.1038/s41566-019-0504-5>.
- [31] A. Katiyi and A. Karabchevsky. “Quantum photonics on a chip”. In: *APL Quantum* 2 (June 2025), p. 020901. DOI: [10.1063/5.0268648](https://doi.org/10.1063/5.0268648). URL: <https://doi.org/10.1063/5.0268648>.

- [32] Jonathan P. Dowling and Gerard J. Milburn. “Quantum Technology: The Second Quantum Revolution”. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A* 361.1809 (2003), pp. 1655–1674.
- [33] Takele Teshome Somano, Mahmud Seid, and Lakachew Chanie. “Review on Second Quantum Revolution: Its Opportunities and Challenges”. In: *American Journal of Modern Physics* 13.6 (2024), pp. 79–89. DOI: [10.11648/j.ajmp.20241306.11](https://doi.org/10.11648/j.ajmp.20241306.11).
- [34] Guanru Feng et al. “Quantum computing: principles and applications”. In: *arXiv preprint* (2023). arXiv: [2310.09386](https://arxiv.org/abs/2310.09386) [quant-ph].
- [35] Parth S. Patel and Darshan B. Desai. “Review of qubit-based quantum sensing”. In: *Quantum Information Processing* 24.3 (2025), pp. 1–37. DOI: [10.1007/s11128-025-04699-5](https://doi.org/10.1007/s11128-025-04699-5).
- [36] Sean J. Weinberg et al. “Supply chain logistics with quantum and classical annealing algorithms”. In: *Scientific Reports* 13 (2023), p. 4770. DOI: [10.1038/s41598-023-31765-8](https://doi.org/10.1038/s41598-023-31765-8). URL: <https://doi.org/10.1038/s41598-023-31765-8>.
- [37] T. V. Le et al. “Quantum annealing approach for selective traveling salesman problem”. In: *Scientific Reports* 14 (2024), p. 75572. DOI: [10.1038/s41598-024-75572-1](https://doi.org/10.1038/s41598-024-75572-1). URL: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-75572-1>.
- [38] Edward Farhi et al. “Quantum approximate optimization study on near-term quantum devices”. In: *Phys. Rev. X* 10 (2020), p. 021067. DOI: [10.1103/PhysRevX.10.021067](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.021067). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.021067>.
- [39] Vijendran Le and et al. “Quantum approximate optimization via learning-based adaptive techniques”. In: *Communications Physics* 7 (2024), p. 77. DOI: [10.1038/s42005-024-01577-x](https://doi.org/10.1038/s42005-024-01577-x). URL: <https://doi.org/10.1038/s42005-024-01577-x>.
- [40] Kostas Blekos et al. “A review on Quantum Approximate Optimization Algorithm and its variants”. In: *Physics Reports* 1068 (June 2024), pp. 1–66. DOI: [10.1016/j.physrep.2024.03.002](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2024.03.002). URL: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2024.03.002>.
- [41] Radi A. Jishi. *Feynman Diagram Techniques in Condensed Matter Physics*. Cambridge University Press, 2013. ISBN: 9781107034282. DOI: [10.1017/CB09781139058873](https://doi.org/10.1017/CB09781139058873). URL: <https://doi.org/10.1017/CB09781139058873>.
- [42] Piers Coleman. *Introduction to Many-Body Physics*. Cambridge University Press, 2015. ISBN: 9781139020916. DOI: [10.1017/CB09781139020916](https://doi.org/10.1017/CB09781139020916). URL: <https://doi.org/10.1017/CB09781139020916>.
- [43] E. Economou. *Green’s Function in Quantum Physics*. Green’s Functions in Quantum Physics: Springer Series in Solid-State Sciences, Volume 7. Vol. 7. . ISBN

- 978-3-540-28838-1. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. ISBN: 978-3-540-28838-1. DOI: [10.1007/3-540-28841-4](https://doi.org/10.1007/3-540-28841-4).
- [44] John von Neumann and Eugene Wigner. “Über merkwürdige diskrete Eigenwerte”. German. In: *Physikalische Zeitschrift* 30 (1929), pp. 465–467.
- [45] H. Friedrich and D. Wintgen. “Physical realization of bound states in the continuum”. In: *Physical Review A* 31.6 (June 1985), pp. 3964–3966. DOI: [10.1103/PhysRevA.31.3964](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.31.3964). URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.31.3964>.
- [46] C. Hsu, B. Zhen, and A. et al. Stone. “Bound states in the continuum”. In: *Nat. Rev. Mater.* 1 (2016), p. 16048. DOI: [10.1038/natrevmats.2016.48](https://doi.org/10.1038/natrevmats.2016.48). URL: <https://doi.org/10.1038/natrevmats.2016.48>.
- [47] Federico Capasso et al. “Observation of an electronic bound state above a potential well”. In: *Nature* 358 (1992), pp. 565–567. DOI: [10.1038/358565a0](https://doi.org/10.1038/358565a0). URL: <https://doi.org/10.1038/358565a0>.
- [48] D. C. Marinica, A. G. Borisov, and S. V. Shabanov. “Bound States in the Continuum in Photonics”. In: *Physical Review Letters* 100.18 (2008), p. 183902. DOI: [10.1103/PhysRevLett.100.183902](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.183902). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.183902>.
- [49] Kirill Koshelev, Andrey Bogdanov, and Yuri Kivshar. “Engineering with Bound States in the Continuum”. In: *Optics & Photonics News* 31.1 (2020), pp. 38–45. URL: <https://opg.optica.org/opn/abstract.cfm?URI=opn-31-1-38>.
- [50] Kerry J. Vahala. “Optical microcavities”. In: *Nature* 424 (2003), pp. 839–846. DOI: [10.1038/nature01939](https://doi.org/10.1038/nature01939). URL: <https://doi.org/10.1038/nature01939>.
- [51] K. L. Koshelev et al. “Bound states in the continuum in photonic structures”. In: *Physics-Uspekhi* 66 (2023), pp. 494–517. DOI: [10.3367/UFNe.2021.12.039120](https://doi.org/10.3367/UFNe.2021.12.039120). URL: <https://ufn.ru/en/articles/2023/5/c/>.
- [52] Ugo Fano. “Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts”. In: *Physical Review* 124.6 (1961), pp. 1866–1878. DOI: [10.1103/PhysRev.124.1866](https://doi.org/10.1103/PhysRev.124.1866).
- [53] Andrey E. Miroshnichenko, Sergej Flach, and Yuri S. Kivshar. “Fano resonances in nanoscale structures”. In: *Rev. Mod. Phys.* 82 (3 Aug. 2010), pp. 2257–2298. DOI: [10.1103/RevModPhys.82.2257](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.2257). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.2257>.
- [54] Mikhail F. Limonov et al. “Fano resonances in photonics”. In: *Nature Photonics* 11 (2017), pp. 543–554. DOI: [10.1038/nphoton.2017.142](https://doi.org/10.1038/nphoton.2017.142).
- [55] Andrey A. Bogdanov et al. “Bound states in the continuum and Fano resonances in the strong mode coupling regime”. In: *Advanced Photonics* 1.1 (2019),

- p. 016001. DOI: [10.1117/1.AP.1.1.016001](https://doi.org/10.1117/1.AP.1.1.016001). URL: <https://doi.org/10.1117/1.AP.1.1.016001>.
- [56] Kirill Koshelev et al. "Asymmetric Metasurfaces with High-Q Resonances Governed by Bound States in the Continuum". In: *Physical Review Letters* 121.19 (2018), p. 193903. DOI: [10.1103/PhysRevLett.121.193903](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.193903).
- [57] Shuang Hao and Judith Su. "Whispering gallery mode optical resonators for biological and chemical detection: current practices, future perspectives, and challenges". In: *Reports on Progress in Physics* 88.1 (2025), p. 016402. DOI: [10.1088/1361-6633/ad99e7](https://doi.org/10.1088/1361-6633/ad99e7). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6633/ad99e7>.
- [58] Haichao Yu et al. "A brief review of Whispering Gallery Mode in sensing". In: *Optics & Laser Technology* 177 (Oct. 2024), p. 111099. DOI: [10.1016/j.optlastec.2024.111099](https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2024.111099). URL: <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2024.111099>.
- [59] Vincent Ginis et al. "Resonators with tailored optical path by cascaded-mode conversions". In: *Nature Communications* 14 (2023), p. 495. DOI: [10.1038/s41467-023-35956-9](https://doi.org/10.1038/s41467-023-35956-9). URL: <https://doi.org/10.1038/s41467-023-35956-9>.
- [60] A. Gin et al. "Towards early diagnosis and screening of Alzheimer's disease using frequency locked whispering gallery mode microtoroids". In: *npj Biosensing* 1 (2024), p. 9. DOI: [10.1038/s44328-024-00009-8](https://doi.org/10.1038/s44328-024-00009-8). URL: <https://doi.org/10.1038/s44328-024-00009-8>.
- [61] Martin Baaske, Matthew R. Foreman, and Frank Vollmer. "Single-molecule nucleic acid interactions monitored on a label-free microcavity biosensor platform". In: *Nature Nanotechnology* 9 (2014), pp. 933–939. DOI: [10.1038/nnano.2014.180](https://doi.org/10.1038/nnano.2014.180). URL: <https://doi.org/10.1038/nnano.2014.180>.
- [62] Abraham J. Qavi and Ryan C. Bailey. "Multiplexed Detection and Label-Free Quantitation of MicroRNAs Using Arrays of Silicon Photonic Microring Resonators". In: *Angewandte Chemie International Edition* 49.27 (2010), pp. 4608–4611. DOI: [10.1002/anie.201001712](https://doi.org/10.1002/anie.201001712). URL: <https://doi.org/10.1002/anie.201001712>.
- [63] Judith Su. "Label-Free Single Exosome Detection Using Frequency-Locked Microtoroid Optical Resonators". In: *ACS Photonics* 2.9 (2015), pp. 1241–1245. DOI: [10.1021/acsp Photonics.5b00142](https://doi.org/10.1021/acsp Photonics.5b00142). URL: <https://doi.org/10.1021/acsp Photonics.5b00142>.
- [64] Judith Su, Aaron Goldberg, and Brian Stoltz. "Label-free detection of single nanoparticles and biological molecules using microtoroid optical resonators". In: *Light: Science & Applications* 5 (2016), e16001. DOI: [10.1038/lsa.2016.1](https://doi.org/10.1038/lsa.2016.1). URL: <https://doi.org/10.1038/lsa.2016.1>.

- [65] Li He et al. "Detecting single viruses and nanoparticles using whispering gallery microlasers". In: *Nature Nanotechnology* 6 (2011), pp. 428–432. DOI: [10.1038/nnano.2011.99](https://doi.org/10.1038/nnano.2011.99). URL: <https://doi.org/10.1038/nnano.2011.99>.
- [66] Sivaraman Subramanian, Serge Vincent, and Frank Vollmer. "Effective linewidth shifts in single-molecule detection using optical whispering gallery modes". In: *Applied Physics Letters* 117 (2020), p. 151106. DOI: [10.1063/5.0028113](https://doi.org/10.1063/5.0028113). URL: <https://doi.org/10.1063/5.0028113>.
- [67] A. Ksendzov, M. L. Homer, and A. M. Manfreda. "Integrated optics ring-resonator chemical sensor with polymer transduction layer". In: *Electronics Letters* 40.1 (2004), pp. 63–64. DOI: [10.1049/el:20040062](https://doi.org/10.1049/el:20040062). URL: <https://doi.org/10.1049/el:20040062>.
- [68] Cheng Li et al. "Part-per-Trillion Trace Selective Gas Detection Using Frequency Locked Whispering-Gallery Mode Microtoroids". In: *ACS Applied Materials & Interfaces* 14.37 (2022), pp. 42430–42440. DOI: [10.1021/acscami.2c11494](https://doi.org/10.1021/acscami.2c11494). URL: <https://doi.org/10.1021/acscami.2c11494>.
- [69] Markus Gregor et al. "An alignment-free fiber-coupled microsphere resonator for gas sensing applications". In: *Applied Physics Letters* 96 (2010), p. 231102. DOI: [10.1063/1.3430058](https://doi.org/10.1063/1.3430058). URL: <https://doi.org/10.1063/1.3430058>.
- [70] Elena Sentre-Arribas et al. "Simultaneous Optical and Mechanical Sensing Based on Optomechanical Resonators". In: *ACS Sensors* 9.1 (2024), pp. 371–378. DOI: [10.1021/acssensors.3c02103](https://doi.org/10.1021/acssensors.3c02103). URL: <https://doi.org/10.1021/acssensors.3c02103>.
- [71] Rico Henze et al. "Tuning whispering gallery modes using internal aerostatic pressure". In: *Optics Letters* 36.23 (2011), pp. 4536–4538. DOI: [10.1364/OL.36.004536](https://doi.org/10.1364/OL.36.004536). URL: <https://doi.org/10.1364/OL.36.004536>.
- [72] Ramgopal Madugani et al. "Linear Laser Tuning Using a Pressure-Sensitive Microbubble Resonator". In: *IEEE Photonics Technology Letters* 28.10 (2016), pp. 1134–1137. DOI: [10.1109/LPT.2016.2532341](https://doi.org/10.1109/LPT.2016.2532341). URL: <https://doi.org/10.1109/LPT.2016.2532341>.
- [73] M. L. Gorodetsky and V. S. Ilchenko. "Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering-gallery modes". In: *Journal of the Optical Society of America B* 16.1 (1999), pp. 147–154. DOI: [10.1364/JOSAB.16.000147](https://doi.org/10.1364/JOSAB.16.000147). URL: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.16.000147>.
- [74] Michael R. Bryan et al. "Biosensing with Silicon Nitride Microring Resonators Integrated with an On-Chip Filter Bank Spectrometer". In: *ACS Sensors* 8.2 (2023), pp. 739–747. DOI: [10.1021/acssensors.2c02276](https://doi.org/10.1021/acssensors.2c02276). URL: <https://doi.org/10.1021/acssensors.2c02276>.

- [75] Pengfei Song et al. "Rolled-up $\text{SiO}_x/\text{SiN}_x$ microtubes with an enhanced quality factor for sensitive solvent sensing". In: *Nanotechnology* 29.41 (2018), p. 415501. DOI: [10.1088/1361-6528/aad0b1](https://doi.org/10.1088/1361-6528/aad0b1). URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6528/aad0b1>.
- [76] M. Sumetsky, Y. Dulashko, and R. S. Windeler. "Optical microbubble resonator". In: *Optics Letters* 35.7 (2010), pp. 898–900. DOI: [10.1364/OL.35.000898](https://doi.org/10.1364/OL.35.000898). URL: <https://doi.org/10.1364/OL.35.000898>.
- [77] C. P. Michael et al. "An optical fiber-taper probe for wafer-scale microphotonic device characterization". In: *Optics Express* 15.8 (2007), pp. 4745–4752. DOI: [10.1364/OE.15.004745](https://doi.org/10.1364/OE.15.004745). URL: <https://doi.org/10.1364/OE.15.004745>.
- [78] D. K. Armani et al. "Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip". In: *Nature* 421 (2003), pp. 925–928. DOI: [10.1038/nature01371](https://doi.org/10.1038/nature01371). URL: <https://doi.org/10.1038/nature01371>.
- [79] Bharath Kannan et al. "Waveguide quantum electrodynamics with superconducting artificial giant atoms". In: *Nature* 583 (2020), pp. 775–779. DOI: [10.1038/s41586-020-2529-9](https://doi.org/10.1038/s41586-020-2529-9). URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2529-9>.
- [80] Gustav Andersson, Baladitya Suri, Lei Guo, et al. "Non-exponential decay of a giant artificial atom". In: *Nature Physics* 15.11 (2019), pp. 1123–1127. DOI: [10.1038/s41567-019-0605-6](https://doi.org/10.1038/s41567-019-0605-6). URL: <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0605-6>.
- [81] Morten Kjaergaard et al. "Superconducting Qubits: Current State of Play". In: *Annual Review of Condensed Matter Physics* 11 (2020), pp. 369–395. DOI: [10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605](https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605). URL: <https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605>.
- [82] Harry Levine et al. "Parallel Implementation of High-Fidelity Multiqubit Gates with Neutral Atoms". In: *Phys. Rev. Lett.* 123 (17 Oct. 2019), p. 170503. DOI: [10.1103/PhysRevLett.123.170503](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.170503). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.123.170503>.
- [83] Loïc Henriët et al. "Quantum computing with neutral atoms". In: *Quantum* 4 (2020), p. 327. DOI: [10.22331/q-2020-09-21-327](https://doi.org/10.22331/q-2020-09-21-327). eprint: [arXiv:2006.12326](https://arxiv.org/abs/2006.12326). URL: <https://doi.org/10.22331/q-2020-09-21-327>.
- [84] S. J. Evered et al. "High-fidelity parallel entangling gates on a neutral-atom quantum computer". In: *Nature* 622 (2023), pp. 268–272. DOI: [10.1038/s41586-023-06481-y](https://doi.org/10.1038/s41586-023-06481-y). URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-023-06481-y>.
- [85] M. Saffman, T. G. Walker, and K. Mølmer. "Quantum information with Rydberg atoms". In: *Rev. Mod. Phys.* 82 (3 Aug. 2010), pp. 2313–2363. DOI: [10.1103/RevModPhys.82.031001](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.031001).

- 1103/RevModPhys.82.2313. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.82.2313>.
- [86] T. M. Graham et al. “Multi-qubit entanglement and algorithms on a neutral-atom quantum computer”. In: *Nature* 604 (2022), pp. 457–462. DOI: [10.1038/s41586-022-04603-6](https://doi.org/10.1038/s41586-022-04603-6). URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-022-04603-6>.
- [87] Guangze Chen and Anton Frisk Kockum. “Simulating open quantum systems with giant atoms”. In: *Quantum Science and Technology* 10 (2025), p. 025028. DOI: [10.1088/2058-9565/adb2bd](https://doi.org/10.1088/2058-9565/adb2bd). URL: <https://doi.org/10.1088/2058-9565/adb2bd>.
- [88] Chaitali Joshi, Frank Yang, and Mohammad Mirhosseini. “Resonance Fluorescence of a Chiral Artificial Atom”. In: *Physical Review X* 13 (2023), p. 021039. DOI: [10.1103/PhysRevX.13.021039](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.13.021039). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.13.021039>.
- [89] Jun-Cong Zheng et al. “Chiral and nonreciprocal transmission of single photons in coupled-resonator-waveguide systems”. In: *Physical Review A* 109 (2024), p. 063709. DOI: [10.1103/PhysRevA.109.063709](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.109.063709). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.109.063709>.
- [90] Yong Wang, Wen-An Li, and Yuan Chen. “Targeted quantum routing of single photons in a giant-atom waveguide-QED system”. In: *Physical Review A* 111 (2025), p. 043713. DOI: [10.1103/PhysRevA.111.043713](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.111.043713). URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.111.043713>.
- [91] Rui-Yang Gong et al. “Tunable quantum router with giant atoms, implementing quantum gates, teleportation, non-reciprocity, and circulators”. In: *arXiv preprint arXiv:2411.19307* (2024). Submitted on 28 Nov 2024. arXiv: [2411.19307](https://arxiv.org/abs/2411.19307) [quant-ph]. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.19307>.
- [92] Tomás Levy-Yeyati et al. “Passive Photonic CZ Gate with Two-Level Emitters in Chiral Multimode Waveguide QED”. In: *PRX Quantum* 6 (2025), p. 010342. DOI: [10.1103/PRXQuantum.6.010342](https://doi.org/10.1103/PRXQuantum.6.010342). URL: <https://doi.org/10.1103/PRXQuantum.6.010342>.
- [93] Gerald D. Mahan. *Many-Particle Physics*. 3rd. Springer, 2000.
- [94] U. Fano. “Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts”. In: *Phys. Rev.* 124 (6 Dec. 1961), pp. 1866–1878. DOI: [10.1103/PhysRev.124.1866](https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.124.1866). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.124.1866>.
- [95] Thomas Kloss et al. “Tkwant: a software package for time-dependent quantum transport”. In: *New J. Phys.* 23.2 (Feb. 2021), p. 023025. DOI: [10.1088/1367-2630/abddf7](https://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/abddf7). URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/abddf7>.

- [96] N. M. Shubin, V. V. Kapaev, and A. A. Gorbatsevich. “Interacting bound states in the continuum in Fabry-Pérot resonators: Merging, crossing, and avoided crossing”. In: *Phys. Rev. B* 108 (19 Nov. 2023), p. 195419. DOI: [10.1103/PhysRevB.108.195419](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.108.195419). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.108.195419>.
- [97] Bastián Real, Diego Guzmán-Silva, and Rodrigo A. Vicencio. “Radiation-based wave-packet generator in one-dimensional lattices”. In: *Phys. Rev. B* 109 (6 Feb. 2024), p. 064308. DOI: [10.1103/PhysRevB.109.064308](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.109.064308). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.109.064308>.
- [98] Z. F. Sadrieva et al. “Experimental observation of a symmetry-protected bound state in the continuum in a chain of dielectric disks”. In: *Phys. Rev. A* 99 (5 May 2019), p. 053804. DOI: [10.1103/PhysRevA.99.053804](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.053804). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.99.053804>.
- [99] Ruoheng Chai et al. “Spatial Information Lasing Enabled by Full- k -Space Bound States in the Continuum”. In: *Phys. Rev. Lett.* 132 (18 Apr. 2024), p. 183801. DOI: [10.1103/PhysRevLett.132.183801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.132.183801). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.132.183801>.
- [100] M. Ahumada et al. “Tunable single-photon quantum router”. In: *Phys. Rev. A* 99 (3 Mar. 2019), p. 033827. DOI: [10.1103/PhysRevA.99.033827](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.033827). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.99.033827>.
- [101] A. Reiserer and G. Rempe. “Cavity-based quantum networks with single atoms and optical photons”. In: *Rev. Mod. Phys.* 87 (2015), pp. 1379–1418. DOI: [10.1103/RevModPhys.87.1379](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.87.1379).
- [102] Yu-Qing Zhang et al. “Tunable single-photon routing between two single-mode waveguides by a giant Λ -type three-level atom”. In: *Optik* 274 (2023), p. 170568. DOI: [10.1016/j.ijleo.2023.170568](https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2023.170568). URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2023.170568>.
- [103] Z. Wang et al. “Experimental realization of a deterministic quantum router with superconducting quantum circuits”. In: *Phys. Rev. Applied* 15 (2021), p. 014049. DOI: [10.1103/PhysRevApplied.15.014049](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.15.014049).
- [104] Y. Li et al. “Quantum switch for itinerant microwave single photons with superconducting quantum circuits”. In: *Phys. Rev. Applied* 21 (2024), p. 044030. DOI: [10.1103/PhysRevApplied.21.044030](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.21.044030).
- [105] I. Söllner, S. Mahmoodian, S. Hansen, et al. “Deterministic photon-emitter coupling in chiral photonic circuits”. In: *Nature Nanotechnology* 10 (2015), pp. 775–778. DOI: [10.1038/nnano.2015.159](https://doi.org/10.1038/nnano.2015.159). URL: <https://doi.org/10.1038/nnano.2015.159>.

-
- [106] X. Yuan, J. J. Ma, P. Y. Hou, et al. "Experimental demonstration of a quantum router". In: *Scientific Reports* 5.12452 (2015). DOI: [10.1038/srep12452](https://doi.org/10.1038/srep12452). URL: <https://doi.org/10.1038/srep12452>.
- [107] Xin Wang and Hong-Rong Li. "Chiral quantum network with giant atoms". In: *Quantum Science and Technology* 7.3 (2022), p. 035007. DOI: [10.1088/2058-9565/ac6a04](https://doi.org/10.1088/2058-9565/ac6a04). URL: <https://doi.org/10.1088/2058-9565/ac6a04>.
- [108] A.B. Matsko and V.S. Ilchenko. "Optical resonators with whispering-gallery modes-part I: basics". In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 12.1 (2006), pp. 3–14. DOI: [10.1109/JSTQE.2005.862952](https://doi.org/10.1109/JSTQE.2005.862952).
- [109] V.S. Ilchenko and A.B. Matsko. "Optical resonators with whispering-gallery modes-part II: applications". In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 12.1 (2006), pp. 15–32. DOI: [10.1109/JSTQE.2005.862943](https://doi.org/10.1109/JSTQE.2005.862943).

APÉNDICES

A

Funciones de Green para la amplitud de transmisión

Este apéndice muestra cómo, utilizando las ecuaciones de Lippmann-Schwinger y Dyson, se calcula la función de Green en los sitios 0 y L de los WGRs acoplados a la guía de onda para obtener la amplitud de transmisión.

Como suposición inicial, consideramos

$$\phi_j = e^{ikj} \quad \text{y} \quad \phi_{w_1} = \phi_{w_2} = 0, \quad (\text{A.1})$$

donde ϕ_{w_1} y ϕ_{w_2} representan el primer y segundo WGR, respectivamente, que además suponemos desconectados.

La interacción entre la guía de onda y los modos del resonador, como se presenta en la Ec. (4.4), puede expresarse eficazmente como

$$H_1^{(\text{eff})} = \xi_1(\hat{c}_0^\dagger \hat{c}_{w_1} + \hat{c}_0 \hat{c}_{w_1}^\dagger) + \xi_1(\hat{c}_L^\dagger \hat{c}_{w_2} + \hat{c}_L \hat{c}_{w_2}^\dagger). \quad (\text{A.2})$$

La metodología es formalmente equivalente a sustituir los WGRs por dos impurezas discretas. Esta simplificación se emplea para facilitar el tratamiento matemático y no afecta el resultado final. Esta afirmación se respalda reintroduciendo las funciones de Green correspondientes a los WGRs tras el análisis. Cabe destacar que la elección del signo positivo en $H_1^{(\text{eff})}$ es arbitraria. Las ecuaciones presentadas aquí se recuperarían si se optara por el signo negativo, debido a la simetría del problema.

De esta manera, escribimos la ecuación de Lippmann-Schwinger como

$$|\Psi\rangle = |\phi\rangle + G H_1^{(\text{eff})} |\phi\rangle, \quad (\text{A.3})$$

donde $|\Psi\rangle$ representa el estado perturbado, $|\phi\rangle$ es el estado no perturbado, G es la función de Green asociada al hamiltoniano no perturbado, y $H_1^{(\text{eff})}$ denota el hamiltoniano

niano de interacción. El término $G H_1^{(\text{eff})} |\phi\rangle$ representa la corrección de primer orden al estado debido a la interacción.

Como nos interesa obtener la amplitud de transmisión para el sistema con WGRs, aplicamos el bra $\langle L+1|$, obteniendo: $\langle L+1|\Psi\rangle = \langle L+1|\phi\rangle + \langle L+1|G H_1^{(\text{eff})} |\phi\rangle$. De acuerdo con la Ec. (E.1), los términos relevantes son $\langle 0|\phi\rangle$ y $\langle L|\phi\rangle$, lo que lleva a

$$\Psi_{L+1} = \phi_{L+1} + \xi_1 G_{L+1,w_1} \phi_0 + \xi_1 G_{L+1,w_2} \phi_L. \quad (\text{A.4})$$

Para obtener Ψ_{L+1} completamente, evaluamos la amplitud del fotón correspondiente como

$$\Psi_j = t e^{ikj}, \quad j > L, \quad (\text{A.5})$$

y de este modo se obtiene la amplitud de transmisión.

Con el fin de derivar Ψ_{L+1} , es necesario calcular las funciones de Green G_{L+1,w_1} y G_{L+1,w_2} . Esto se logra usando la ecuación de Dyson,

$$G = g + g H_1^{(\text{eff})} G. \quad (\text{A.6})$$

Ilustrando el uso de la ecuación de Dyson para determinar $G_{L+1,w_1} = \langle L+1|G|w_1\rangle$:

$$\begin{aligned} G_{L+1,w_1} &= \langle L+1|g|0\rangle \langle 0|H_1^{(\text{eff})}|w_1\rangle \langle w_1|G|w_1\rangle \\ &+ \langle L+1|g|L\rangle \langle L|H_1^{(\text{eff})}|w_2\rangle \langle w_2|G|w_1\rangle \\ &= \xi_1 (g_{L+1,0} G_{w_1,w_1} + g_{L+1,L} G_{w_2,w_1}). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Análogamente, obtenemos:

$$G_{L+1,w_2} = \xi_1 (g_{L+1,0} G_{w_1,w_2} + g_{L+1,L} G_{w_2,w_2}). \quad (\text{A.8})$$

Tenemos las funciones de Green para los WGRs, que sólo tienen elementos diagonales, y las definimos como $g_{w_1,w_1} \equiv g_{w_1}$ y $g_{w_2,w_2} \equiv g_{w_2}$, escritas explícitamente como:

$$g_{w_1} = \frac{1}{\omega - \omega_{a1} + i\eta} + \frac{1}{\omega - \omega_{b1} + i\eta}, \quad (\text{A.9a})$$

$$g_{w_2} = \frac{1}{\omega - \omega_{a2} + i\eta} + \frac{1}{\omega - \omega_{b2} + i\eta}, \quad (\text{A.9b})$$

Para $\eta \rightarrow 0$. Además,

$$g_{l,j} = \frac{e^{ik|l-j|}}{2i \xi_0 \sin(k)}, \quad (\text{A.10})$$

correspondiente a la función de Green de una cadena infinita [43], o en nuestro caso, la guía de onda.

Ahora identificamos los elementos esenciales para determinar G_{L+1,w_1} . Utilizamos

la ecuación de Dyson para derivar G_{w_1, w_1} y resolvemos iterativamente hasta obtener:

$$G_{w_1, w_1} = g_{w_1} + \xi_1 g_{w_1} G_{0, w_1}, \quad (\text{A.11a})$$

$$G_{0, w_1} = \xi_1 (g_0 G_{w_1, w_1} + g_{0, L} G_{w_2, w_1}), \quad (\text{A.11b})$$

$$G_{w_2, w_1} = \xi_1 g_{w_1} G_{L, w_1}, \quad (\text{A.11c})$$

$$G_{L, w_1} = \xi_1 (g_{L, 0} G_{w_1, w_1} + g_L G_{w_2, w_1}). \quad (\text{A.11d})$$

Insertando la Ec. (A.11d) en la (A.11c):

$$G_{w_2, w_1} = \frac{g_{w_2} g_{L, 0} \xi_1^2}{1 - g_{w_1} g_{w_2} \xi_1^2} G_{w_1, w_1}. \quad (\text{A.12})$$

Con

$$g_0 = g_L = \frac{1}{2i \xi_0 \sin(k)}, \quad (\text{A.13a})$$

$$g_{0, L} = g_{L, 0} = g_0^2 e^{2ik|L|}, \quad (\text{A.13b})$$

se obtiene:

$$G_{w_1, w_1} = \frac{g_{w_1} (1 - g_0 g_{w_2} \xi_1^2)}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2}) \Sigma_0 + g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ik|L|})}, \quad (\text{A.14})$$

donde $\Sigma_0 = \xi_1^2 g_0 = \xi_1^2 / 2i \xi_0 \sin(k)$ es la autoenergía.

Usando

$$g_{L+1, 0} g_0 = g_0^2 e^{ik|L+1|}, \quad (\text{A.15a})$$

$$g_{L+1, L} g_{L, 0} = g_0^2 e^{2ik|L+1|}, \quad (\text{A.15b})$$

se obtiene

$$G_{L+1, w_1} = \frac{g_{L+1, 0} g_{w_1} \xi_1}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2}) \Sigma_0 + g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ik|L|})}. \quad (\text{A.16})$$

Usando un procedimiento análogo:

$$G_{w_2, w_2} = g_{w_2} + \xi_1 g_{w_2} G_{L, w_2}, \quad (\text{A.17a})$$

$$G_{L, w_2} = \xi_1 (g_{L, 0} G_{w_1, w_2} + g_L G_{w_2, w_2}), \quad (\text{A.17b})$$

$$G_{w_1, w_2} = \xi_1 g_{w_1} G_{0, w_2}, \quad (\text{A.17c})$$

$$G_{0, w_2} = \xi_1 (g_0 G_{w_1, w_2} + g_{0, L} G_{w_2, w_2}). \quad (\text{A.17d})$$

Usando

$$g_{L+1, 0} g_{0, L} = g_0^2 e^{ik|L+1|} e^{ik|L|}, \quad (\text{A.18a})$$

$$g_{L+1, L} g_0 = g_0^2 e^{ik}, \quad (\text{A.18b})$$

se obtiene finalmente

$$G_{L+1,w_2} = \frac{g_{L+1,L} g_{w_2} \xi_1 - g_{w_1} g_0^2 \xi_1^3 (e^{ik|1|} - e^{ik|L+1|} e^{ik|L|})}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2})\Sigma_0 + g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ik|L|})}. \quad (\text{A.19})$$

Finalmente, con

$$g_{L+1,0} \phi_0 = g_0 e^{ik(L+1)}, \quad (\text{A.20a})$$

$$g_{L+1,L} \phi_L = g_0 e^{ik(L+1)}, \quad (\text{A.20b})$$

obtenemos la amplitud de transmisión

$$t = \frac{1}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2})\Sigma_0 + g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}. \quad (\text{A.21})$$

donde Σ_0 , g_{w_1} y g_{w_2} son las cantidades definidas anteriormente.

B

Análisis Detallado de la Función de Green para WGRs

En este apéndice, determinamos la función de Green para los WGR ubicados en 0 y L , acoplados a la guía de onda (ver Fig. 3.1).

Partiendo del Hamiltoniano de interacción mostrado en la Ec. (4.4) y realizando una traza sobre la ecuación de Dyson para los modos del primer WGR, $G_{l,l} = \langle l|(g + g H_I G)|l\rangle$, obtenemos:

$$G_{l,l} = g_l - \xi g_l G_{0,l}, \quad (\text{B.1})$$

donde $l = \omega_{a1}, \omega_{b1}$ representan los modos del primer WGR y $g_{l,l} \equiv g_l$. Aplicando iterativamente la ecuación de Dyson, derivamos el conjunto cerrado de ecuaciones necesario para determinar $G_{l,l}$. Este conjunto es:

$$G_{0,l} = -\xi (g_0 G_{l,l} + g_{0,L} \sum_m G_{m,l}), \quad (\text{B.2a})$$

$$G_{m,l} = -\xi g_m G_{L,l}, \quad (\text{B.2b})$$

$$G_{L,l} = -\xi (g_{L,0} G_{l,l} + g_L \sum_m G_{m,l}), \quad (\text{B.2c})$$

donde $m = \omega_{a2}, \omega_{b2}$ representan los modos del segundo WGR y $g_{m,m} \equiv g_m$. Con este sistema de ecuaciones, calculamos $G_{l,l}$, cuya expresión final se simplifica usando $g_{0,L} = g_{L,0} = g_0^2 e^{2ikL}$. Como resultado, se obtiene:

$$G_{l,l} = \frac{g_l (1 - \sum_m g_m g_0 \xi_1^2)}{1 - (g_l + \sum_m g_m) \Sigma_0 + g_l \sum_m g_m \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}. \quad (\text{B.3})$$

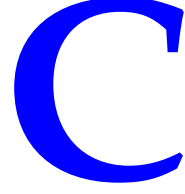
De esta forma, se sigue que $\sum_m g_m = \sum_m 1/(\omega - m + i\eta)$ representa la suma sobre los modos $m = \omega_{a2}, \omega_{b2}$ del segundo WGR. Por lo tanto, al identificar $\sum_m g_m$ con g_{w_2} ,

obtenemos la función de Green para el primer WGR como:

$$G_{l,l} = \frac{g_l (1 - g_{w_2} g_0 \xi_1^2)}{1 - (g_l + g_{w_2})\Sigma_0 + g_l g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}, \quad (\text{B.4})$$

Un procedimiento análogo puede emplearse para derivar la función de Green para el segundo WGR. Alternativamente, puede obtenerse reemplazando l por m en la Ec. (B.3) y usando la relación $\sum_l g_l = \sum_l 1/(\omega - l + i\eta) = g_{w_1}$ con $l = \omega_{a1}, \omega_{b1}$. Esta sustitución nos proporciona la función de Green para el segundo WGR como:

$$G_{m,m} = \frac{g_m (1 - g_{w_1} g_0 \xi_1^2)}{1 - (g_m + g_{w_1})\Sigma_0 + g_m g_{w_1} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}. \quad (\text{B.5})$$



Análisis Detallado de la Función de Green entre los WGRs

En este apéndice, utilizando la ecuación de Dyson, calculamos la función de Green entre los sitios 0 y L , donde los WGR están acoplados a la guía de ondas.

Ahora, calculamos los elementos diagonales sobre el número de sitios en la guía de ondas, denotados por j . Esto se logra utilizando la ecuación de Dyson $G_{j,j} = \langle j | (g + g H_1^{(\text{eff})} G) | j \rangle$, empleando el hamiltoniano detallado en la ecuación (E.2),

$$G_{j,j} = g_j + \xi_1 (g_{j,0} G_{w_1,j} + g_{j,L} G_{w_2,j}), \quad (\text{C.1})$$

donde $g_{j,j} \equiv g_j$. Aplicando iterativamente la ecuación de Dyson, obtenemos un conjunto completo de ecuaciones cerradas que nos permiten determinar $G_{j,j}$. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$G_{w_1,j} = \xi_1 g_{w_1} G_{0,j}, \quad (\text{C.2a})$$

$$G_{w_2,j} = \xi_1 g_{w_2} G_{L,j}, \quad (\text{C.2b})$$

$$G_{0,j} = g_{0,j} + \xi_1 (g_0 G_{w_1,j} + g_{0,L} G_{w_2,j}), \quad (\text{C.2c})$$

$$G_{L,j} = g_{L,j} + \xi_1 (g_{L,0} G_{w_1,j} + g_L G_{w_2,j}). \quad (\text{C.2d})$$

Al emplear consistentemente este conjunto de ecuaciones, podemos calcular $G_{j,j}$, para lo cual se aplican las siguientes simplificaciones:

$$g_{j,0} = g_{0,j} = g_0 e^{ikj} \quad (\text{C.3a})$$

$$g_{L,0} = g_{0,L} = g_0 e^{ikL} \quad (\text{C.3b})$$

$$g_{L,j} = g_{j,L} = g_0 e^{ik(L-j)} \quad (\text{C.3c})$$

Dado el rango de sitios $0 \leq j \leq L$, nuestro objetivo es calcular la función de Green que

conecta los WGR. Esta función se formula como:

$$G_{j,j} = \frac{g_0 (1 - F_j)}{1 - (g_{w_1} + g_{w_2})\Sigma_0 + g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 - e^{2ikL})}, \quad (\text{C.4})$$

donde F_j se define como

$$F_j \equiv g_{w_1} \Sigma_0 (1 - e^{2ikj}) + g_{w_2} \Sigma_0 (1 - e^{2ik(L-j)}) - g_{w_1} g_{w_2} \Sigma_0^2 (1 + e^{2ikL})(1 + e^{-2ikj}). \quad (\text{C.5})$$

Esta ecuación (C.4) representa la función de Green para los WGR situados en sitios numerados de 0 a L , capturando las interacciones complejas entre estos resonadores.

D

Demostración Analítica de la Existencia de un BIC en un Sistema de dos WGR

En este apéndice, presentamos una demostración analítica de la existencia de un estado ligado en el continuo (BIC, por sus siglas en inglés) en un sistema compuesto por dos resonadores de galería susurrante (WGR). Nuestro análisis muestra que la aparición de BICs en este sistema está estrechamente relacionada con la degeneración del espectro de los WGR. Específicamente, la existencia de un BIC está determinada por la condición de resonancia $\sin(kL) = 0$, donde $L = N' + 1$, y N' representa el número total de sitios entre los WGR. Esta condición, $\sin(kL) = 0$, surge naturalmente de las condiciones de contorno. Para un valor dado de L , se pueden determinar los valores permitidos de k , lo que a su vez determina los autovalores del sistema.

Para comenzar, reescribimos la función de Green, Ecs. (B.4) y (B.5), enfocándonos en el comportamiento de la frecuencia de resonancia (ω_0). Luego de manipulaciones algebraicas adicionales, obtuvimos la traza total de la función de Green $G_{\alpha,\alpha} = \sum_l G_{l,l} + \sum_m G_{m,m}$ como:

$$G_{\alpha,\alpha} \simeq \frac{1}{\omega - \omega_0 + i\Gamma_+} + \frac{1}{\omega - \omega_0^* + i\Gamma_-}, \quad (\text{D.1})$$

donde:

$$\Gamma_+ = \Im(3\Sigma_0), \quad (\text{D.2a})$$

$$\Gamma_- = \Im\left(\frac{\Sigma_0}{3}\right) \sin^2(kL) - \Im\left(\frac{3}{\Sigma_0}\right) (\omega - \omega_0)^2, \quad (\text{D.2b})$$

$$\omega_0^* = \omega_0 + 2 \Im\left(\frac{\Sigma_0}{3}\right) \sin(2kL). \quad (\text{D.2c})$$

Con $\Sigma_0 = \frac{\xi_1^2}{2i \xi_0 \sin(k)}$, la función de Green $G_{\alpha,\alpha}$ presenta dos resonancias distintas cen-

tradas en las energías ω_0 y ω_0^* . Estas resonancias están asociadas al comportamiento dinámico del sistema y reflejan sus características espectrales subyacentes. En consecuencia, la densidad de estados (DOS) puede expresarse como la superposición de dos perfiles lorentzianos. Cada perfil está caracterizado por su ancho, Γ_+ y Γ_- , correspondientes a las resonancias en ω_0 y ω_0^* , respectivamente. Los anchos Γ_+ y Γ_- desempeñan un papel crucial en determinar la nitidez de las resonancias, y la DOS representa el número de estados disponibles en cada nivel de energía, proporcionando información sobre las propiedades espectrales del sistema.

$$\rho_{w_1+w_2} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\Gamma_+}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma_+^2} + \frac{\Gamma_-}{(\omega - \omega_0^*)^2 + \Gamma_-^2} \right]. \quad (\text{D.3})$$

Tenemos dos contribuciones importantes: la correspondiente a Γ_+ , que representa tres veces la autoenergía del sistema Σ_0 y que no genera un BIC. Por otro lado, el ancho Γ_- está asociado al ancho del BIC; por lo tanto, para que exista un BIC, es necesario que $\sin(kL) = 0$. De esta forma, la energía de resonancia ω_0 se determina a partir de la relación de dispersión $\omega = -2\xi_0 \cos(k)$ para el valor de $k = \frac{n\pi}{N'+1}$ al fijar un L . Por tanto, se pueden obtener BICs para cualquier valor de L , siempre que se cumpla la condición de resonancia $\sin(kL) = 0$ y la energía de resonancia ω_0 se determine con el valor apropiado de k . Así, se hace evidente que existe un método sistemático para obtener BICs para un valor dado de L , siempre que se satisfaga la condición de resonancia.

Es importante notar que, para valores impares de L , es necesario modificar las frecuencias de los WGR para permitir la aparición de BICs. Por ejemplo, cuando $L = 9$, se forman BICs cuando $\omega_{a_1} = \omega_{b_1} = \omega_{a_2} = \omega_{b_2} = -2\xi_0 \cos(\pi n/9)$, donde $n = 1, \dots, 9$. Este escenario se ilustra en la Fig. D.1. Elegimos $k = 5\pi/9$ porque está más cercano al centro de la banda.

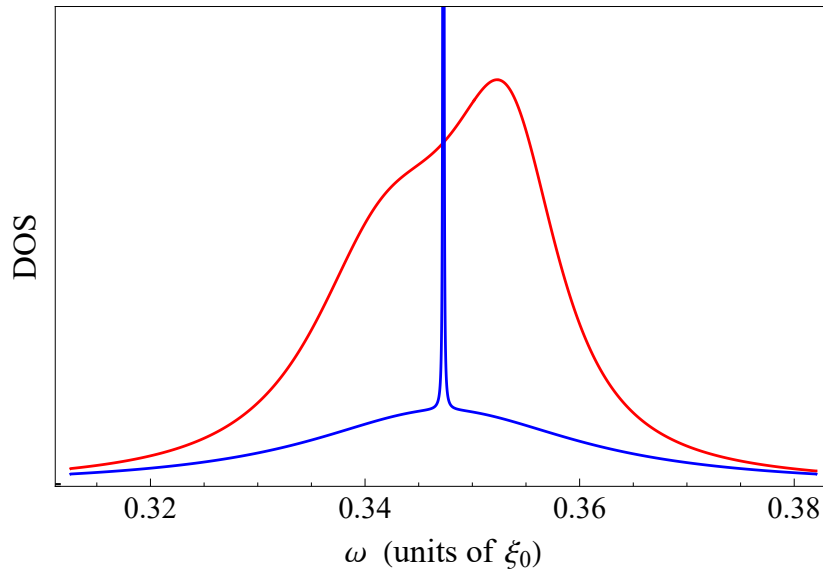


Figura D.1: DOS $\rho_{w_1+w_2}$ en función de ω . Los parámetros se eligieron como $\xi_1 = 0.1$ y $\xi_0 = 1$ (todas las unidades en función de ξ_0), $\omega_c = 0$, $\omega_{a_1} = \omega_{b_1} = \omega_{a_2} = \omega_{b_2} = -2 \cos(5\pi/9) \simeq 0.347304$ son las frecuencias de resonancia, y $L = 10$ (línea roja sólida) y $L = 9$ (línea azul sólida).

E

Un Análisis Teórico detallado de las Amplitudes de Transmisión y Reflexión

En este apéndice, obtenemos la solución de la ecuación no homogénea para la cadena finita de átomos gigantes acoplados y de esta solución obtenemos el término $\Gamma(E)$.

La ecuación resultante (4.9) admite la solución $u_{e,j} = S \langle j|G(E)|j' \rangle$, donde $G(E)$ denota la función de Green asociada con el operador discreto de ligadura fuerte que actúa sobre $u_{e,j}$. Esta función se define como

$$G(E) = \frac{1}{(E - \bar{\omega}_e)I - JH_{\text{TB}} + i\eta}, \quad (\text{E.1})$$

donde H_{TB} es una matriz tridiagonal que representa una cadena de enlace fuerte con M sitios, una amplitud de salto del vecino más próximo J y una energía en el sitio $\bar{\omega}_e$. Los elementos de la matriz $\langle j|G(E)|j' \rangle$ corresponden a la resolvente de este operador.

Para evaluar $\langle j|G(E)|j' \rangle$, utilizamos su *representación de Lehmann*,

$$G(E) = \sum_{n=1}^M \frac{|\psi_n\rangle\langle\psi_n|}{E - \bar{\omega}_e - JE_n + i\eta}, \quad (\text{E.2})$$

donde $H_{\text{TB}}|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$. Al proyectar sobre la base del sitio se obtiene:

$$\langle j|G(E)|j' \rangle = \sum_{n=1}^M \frac{\langle j|\psi_n\rangle\langle\psi_n|j' \rangle}{E - \bar{\omega}_e - JE_n + i\eta}, \quad (\text{E.3})$$

donde $\langle j|\psi_n\rangle = \sqrt{\frac{2}{M+1}} \sin\left(\frac{nj\pi}{M+1}\right)$ son las funciones propias normalizadas y $E_n = 2 \cos\left(\frac{n\pi}{M+1}\right)$ son los valores propios correspondientes.

Usando esta descomposición espectral, tenemos $\Gamma(E)$, puede ser expresado como

$$\Gamma(E) = \langle 1|G(E)|1\rangle + \langle 1|G(E)|M\rangle = \langle M|G(E)|1\rangle + \langle M|G(E)|M\rangle. \quad (\text{E.4})$$

La igualdad entre estas dos expresiones se desprende de la simetría espacial de la cadena de enlace fuerte finita, lo que implica $\langle 1|G(E)|1\rangle = \langle M|G(E)|M\rangle$ and $\langle 1|G(E)|M\rangle = \langle M|G(E)|1\rangle$.

F

Un análisis teórico detallado de las amplitudes de transmisión y reflexión

Este Apéndice demuestra cómo, utilizando las ecuaciones de contorno de dispersión, calculamos las amplitudes de reflexión y transmisión para diferentes configuraciones de los átomos gigantes en las representaciones simétricas (\mathcal{S}) y antisimétricas (\mathcal{A}).

La transformación que desacopla los modos simétricos (\mathcal{S}) y antisimétricos (\mathcal{A}) para las guías de ondas A y B ,

$$\begin{pmatrix} \psi_j^+ \\ \psi_j^- \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{F.1})$$

Las amplitudes correspondientes para las guías de ondas físicas A y B se pueden obtener aplicando la transformación inversa,

$$\begin{pmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = S^{-1} \begin{pmatrix} \psi_j^+ \\ \psi_j^- \end{pmatrix} \quad \text{with} \quad S^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{F.2})$$

La matriz S es simétrica e invertible, y satisface la relación $SS^{-1} = I$. Luego, aplicamos la transformación inversa (Ec. F.2) para expresar las amplitudes de reflexión y transmisión en la base \mathcal{S} - \mathcal{A} en términos de las amplitudes físicas asociadas con las guías de onda A y B . Esto produce las amplitudes de reflexión, transmisión y transferencia en la representación original de la guía de onda.

F.0.1 Sistema de átomos gigantes acoplados

En esta parte, utilizamos las ecuaciones (4.12) con la condición continua en $j = \{0, 1, N, N+1\}$, que es,

$$(E - \omega_0)\psi_0^\pm = \xi(\psi_1^\pm + \psi_{-1}^\pm), \quad (\text{F.3a})$$

$$(E - \varepsilon^\pm)\psi_0^\pm = \xi(\psi_2^\pm + \psi_0^\pm) + \bar{\varepsilon}\psi_N^\pm, \quad (\text{F.3b})$$

$$(E - \varepsilon^\pm)\psi_N^\pm = \xi(\psi_{N+1}^\pm + \psi_{N-1}^\pm) + \bar{\varepsilon}\psi_1^\pm, \quad (\text{F.3c})$$

$$(E - \omega_0)\psi_{N+1}^\pm = \xi(\psi_{N+2}^\pm + \psi_N^\pm). \quad (\text{F.3d})$$

En la región de dispersión ($j < 1$ o $j > N$), los parámetros toman los valores $\varepsilon^+ = \varepsilon^- = \omega_0$ y $k_+ = k_- = k$. En estas condiciones, combinamos las ecuaciones (F.3a)–(F.3d) con las ecuaciones (4.13). Al resolver este sistema, obtenemos las ecuaciones (4.14a) y (4.14b). Finalmente, aplicando la transformación inversa, ecuación (F.2),

$$\begin{pmatrix} r_A \\ t_B^{\leftarrow} \end{pmatrix} = S^{-1} \begin{pmatrix} r^+ \\ r^- \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} t_A \\ t_B^{\rightarrow} \end{pmatrix} = S^{-1} \begin{pmatrix} t^+ \\ t^- \end{pmatrix}, \quad (\text{F.4})$$

se determinan las amplitudes físicas de las guías de ondas A y B que se muestran en las ecuaciones (4.16).

ANEXOS

L

Aspectos técnicos

En este Anexo, se muestran diferentes tablas donde se detallan propiedades técnicas relevantes para los WGR.

Tabla L.1: Escala de tamaño de los WGR [50, 108, 109].

Tipo de WGR	Frecuencia	Tamaño típico	Longitud de onda	Ejemplos
Óptico	200–800THz	$R \sim 10\text{--}500 \mu\text{m}$	$\lambda \sim 0,5\text{--}1,5 \mu\text{m}$	microesferas, microdiscos
Microondas	1 – 20GHz	$R \sim 1\text{--}10 \text{mm}$	$\lambda \sim 1,5\text{--}30 \text{cm}$	cavidades dieléctricas, discos