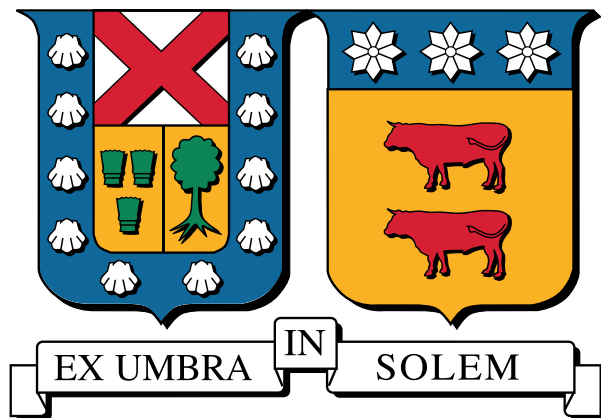


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELÉCTRICA



**Formulación del problema de planificación de generación y  
transmisión con restricciones de predespacho utilizando  
programación cónica de segundo orden**

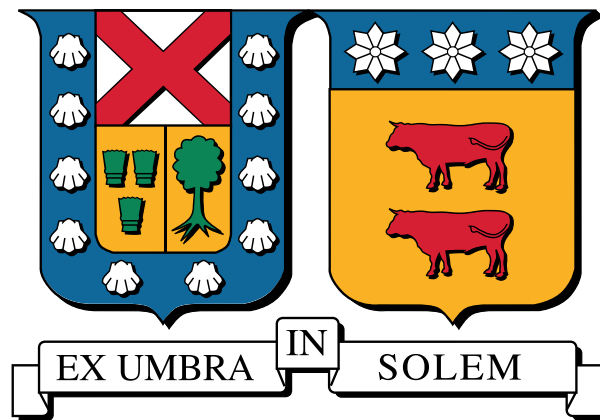
Tesis para optar al grado de:  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis  
Dr. Víctor Hinojosa Mateus  
Universidad Técnica Federico Santa María - Chile

Miembros del Comité de Evaluación:  
Co-Referente Externo  
Dr. José Manuel Arroyo  
Universidad de Castilla-La Mancha - España  
Presidente de la Comisión  
Dr. Esteban Gil Sagaz  
Universidad Técnica Federico Santa María - Chile

Valparaíso, octubre 2024.

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELÉCTRICA



**Formulación del problema de planificación de generación y transmisión con restricciones de predespacho utilizando programación cónica de segundo orden**

**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA**

TITULO DE LA TESIS:

**FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE PLANIFICACIÓN DE GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN CON RESTRICCIONES DE PREDESPACHO UTILIZANDO PROGRAMACIÓN CÓNICA DE SEGUNDO ORDEN**

AUTOR:

**NICOLÁS SOLÍS LLANOS**

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica, Área de Sistemas de Energía y Potencia, de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Víctor Hinojosa Mateus  
Universidad Técnica Federico Santa María - Chile

---

Dr. José Manuel Arroyo  
Universidad de Castilla-La Mancha - España

---

Dr. Esteban Gil Sagaz  
Universidad Técnica Federico Santa María - Chile

---

Valparaíso, octubre 2024.

*De error en error, toda la verdad se descubre*  
– Sigmund Freud

# Índice de Contenidos

Índice de Contenidos	I
Índice de Tablas	VIII
Índice de Figuras	XI
<b>Nomenclatura</b>	<b>XII</b>
Índices	XII
Conjuntos	XII
Variables binarias	XII
Variables reales	XII
Parámetros	XIII
<b>Resumen</b>	<b>XV</b>
<b>Abstract</b>	<b>XVI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo principal	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Alcance	2
1.3. Modelación y simulación	3
1.4. Estructura de trabajo	3
<b>2. Estado del arte</b>	<b>5</b>
2.1. Planificación de la expansión del sistema eléctrico	5
2.2. Programación de la operación en sistemas de potencia	7
2.3. Flujo de potencia convexo	8
<b>3. Marco teórico</b>	<b>10</b>
3.1. Visión general del problema de flujos de potencia utilizando una aproximación convexa	10
3.2. Relajación cónica de segundo orden, formulación de Jabr	13
3.2.1. Aproximación angular para la formulación Jabr	14
3.2.2. Resumen de las ecuaciones para la formulación Jabr:	15
3.3. Relajación cónica de segundo orden, formulación DistFlow	16
3.3.1. Aproximación angular para la formulación DistFlow	17
3.3.2. Resumen de las ecuaciones para la formulación DistFlow:	19
3.4. Discusión de los modelos convexos SOC	19
3.5. Aplicación de los modelos convexos SOC en la literatura	20
<b>4. Flujo óptimo de potencia convexo</b>	<b>21</b>
4.1. Análisis de la envolvente angular para la formulación DistFlow	22
4.1.1. Formulación del OPF-DF aplicada al sistema IEEE de 6 barras	22

4.1.2.	Formulación del OPF-DF aplicada al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	24
4.1.3.	Formulación del OPF-DF aplicada al sistema IEEE de 24 Barras . . . . .	28
4.2.	Análisis del flujo óptimo de potencia convexo . . . . .	30
4.3.	OPF convexo aplicado al sistema eléctrico IEEE de 14 Barras . . . . .	31
4.3.1.	Notación DistFlow aplicada al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	31
4.3.2.	Notación Jabr aplicada al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	33
4.4.	OPF convexo aplicado al sistema eléctrico IEEE de 57 Barras . . . . .	36
4.4.1.	Notación DistFlow aplicada al sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	37
4.4.2.	Notación Jabr aplicada al sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	39
4.5.	OPF convexo aplicado al sistema eléctrico IEEE de 118 Barras . . . . .	41
4.5.1.	Notación DistFlow aplicado al sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	41
4.5.2.	Notación Jabr aplicado al sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	43
4.6.	Resumen de los resultados del problema OPF . . . . .	46
<b>5.</b>	<b>Formulación matemática del problema de planificación considerando restricciones de predespacho</b>	<b>47</b>
5.1.	Formulación matemática del problema de planificación considerando restricciones de predespacho y flujos de potencia convexos . . . . .	47
5.1.1.	Función objetivo . . . . .	48
5.1.2.	Balance nodal . . . . .	49
5.1.3.	Flujo de potencia por el sistema de transmisión . . . . .	50
5.1.4.	Límites de generación y energía no servida . . . . .	52
5.1.5.	Restricciones de rampas de carga . . . . .	52
5.1.6.	Restricciones de tiempos mínimos de servicio y fuera de servicio . . . . .	52
5.1.7.	Reserva en giro . . . . .	53
5.1.8.	Restricciones de módulo de tensión . . . . .	54
5.1.9.	Restricciones de inversión y operación . . . . .	54
<b>6.</b>	<b>Aplicación de la formulación al problema de predespacho</b>	<b>57</b>
6.1.	Formulación del predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 14 Barras . . . . .	58
6.1.1.	Resultados del predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	59
6.1.2.	Validación operativa de las soluciones utilizando flujos de potencia . . . . .	64
6.2.	Formulación de predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 57 Barras . . . . .	69
6.2.1.	Resultados del predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	71
6.2.2.	Validación operativa de las soluciones . . . . .	74
6.3.	Resumen de los resultados del problema de predespacho . . . . .	82
<b>7.</b>	<b>Aplicación de la formulación al problema de planificación</b>	<b>83</b>
7.1.	Formulación de planificación aplicada al sistema eléctrico de 3 Barras . . . . .	84
7.1.1.	Resultados de la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	85
7.2.	Formulación de planificación aplicada al sistema eléctrico IEEE de 30 Barras . . . . .	87
7.2.1.	Resultados para la planificación del sistema IEEE de 30 barras . . . . .	87
7.3.	Formulación de planificación aplicada al sistema eléctrico IEEE de 118 Barras . . . . .	89

7.3.1.	Resultados para la planificación del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	90
7.4.	Resumen de los resultados del problema de planificación . . . . .	92
<b>8.</b>	<b>Aplicación de la formulación al problema de planificación con restricciones de pre-</b>	<b>93</b>
8.1.	Formulación de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema eléctrico de 3 barras . . . . .	94
8.1.1.	Resultados de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema de 3 barras . . . . .	95
8.1.2.	Validación operativa de las soluciones . . . . .	98
8.2.	Formulación de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 6 barras . . . . .	102
8.2.1.	Resultados para el modelo de planificación con restricciones de predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	104
8.2.2.	Validación operativa de las soluciones . . . . .	106
8.3.	Formulación de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 118 barras . . . . .	111
8.3.1.	Resultados para el modelo de planificación con restricciones de predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	111
8.4.	Resumen de los resultados del problema de planificación con restricciones de predespacho	113
<b>9.</b>	<b>Resumen final y conclusiones</b>	<b>114</b>
9.1.	Trabajos futuros . . . . .	116
<b>Anexos</b>		<b>123</b>
A.	Ejemplo de restricciones de ciclo . . . . .	124
B.	Sistemas eléctricos utilizados en el análisis del flujo óptimo de potencia convexo . . . .	125
C.	Formulación matemática del problema de predespacho utilizando programación cónica de segundo orden . . . . .	131
D.	Formulación matemática del problema de planificación utilizando programación cónica de segundo orden . . . . .	136
E.	Datos de sistemas de prueba para los modelos de planificación y predespacho . . . . .	140
E.1.	Sistemas eléctricos utilizados en el análisis de la formulación de predespacho . .	140
E.2.	Sistemas eléctricos utilizados en el análisis de la formulación de planificación .	142
E.3.	Sistemas eléctricos utilizados en el análisis de la formulación de planificación con restricciones de predespacho . . . . .	146

# Índice de Tablas

4.1.	Tensiones máximas y mínimas del sistema IEEE de 6 Barras . . . . .	22
4.2.	Desviación de $\theta_{ij}$ para el OPF-DF del sistema IEEE de 6 Barras . . . . .	24
4.3.	Desviación de $\theta_{ij}$ para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	26
4.4.	Desviación de $\theta_{ij}$ para la formulación propuesta del OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	26
4.5.	Desviación de $\theta_{ij}$ para el OPF-DF del sistema IEEE de 24 Barras . . . . .	30
4.6.	Tensiones para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	31
4.7.	Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	32
4.8.	Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	32
4.9.	Tensiones para el OPF-Jabr aplicado al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	34
4.10.	Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	34
4.11.	Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	35
4.12.	Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	37
4.13.	Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	37
4.14.	Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	39
4.15.	Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	39
4.16.	Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-DF del sistema de 118 Barras . . . . .	41
4.17.	Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-DF del sistema de 118 Barras . . . . .	41
4.18.	Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	43
4.19.	Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	43
4.20.	Desviación ( $\theta_{ij}$ ) para la notación original . . . . .	46
4.21.	Desviación $\theta_{ij}$ notación modificada . . . . .	46
4.22.	Desviación ( $\theta_{ij}$ ) para la notación Jabr . . . . .	46
6.1.	Unidades de generación para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	58
6.2.	Datos técnicos de operación para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	58
6.3.	Demanda horaria para el predespacho del sistema IEEE eléctrico de 14 barras . . . . .	59
6.4.	Estructura del modelo de optimización para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	59
6.5.	Costos de operación para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	60
6.6.	Costos de operación para el predespacho AC del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	60
6.7.	Error acumulado de potencia activa formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	62
6.8.	Error acumulado de potencia activa formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	63
6.9.	Error acumulado de potencia activa formulación DC para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	64

6.10. Indicadores de comparación formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	65
6.11. Indicadores de comparación formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	66
6.12. Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1$ [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	67
6.13. Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	68
6.14. Unidades de generación para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras . . . . .	69
6.15. Datos técnicos de operación para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras . . . . .	70
6.16. Demanda horaria para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	70
6.17. Estructura del modelo de optimización para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras	71
6.18. Costos de operación para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	71
6.19. Costos de operación para el predespacho AC del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	72
6.20. Error acumulado de potencia formulación Jabr y DF para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras . . . . .	73
6.21. Error acumulado de potencia formulación DC para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras . . . . .	73
6.22. Indicadores de comparación formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	74
6.23. Indicadores de comparación formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	76
6.24. Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1$ [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	78
6.25. Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	80
7.1. Unidades de generación candidatas para la planificación del modelo de 3 barras . . . . .	84
7.2. Líneas de transmisión candidatas para la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	85
7.3. Estructura del modelo de optimización para la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	85
7.4. Costos de inversión y operación para la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	85
7.5. Planes de inversión para la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	86
7.6. Costos de inversión y operación para la planificación AC del sistema de 3 barras . . . . .	86
7.7. Unidades de generación candidatas para la planificación del modelo IEEE de 30 barras	87
7.8. Líneas de transmisión candidatas para la planificación del modelo IEEE de 30 barras . . . . .	87
7.9. Estructura del modelo de optimización para la planificación del sistema IEEE de 30 barras . . . . .	88
7.10. Costos de inversión y operación para la planificación del modelo IEEE de 30 barras . . . . .	88
7.11. Plan de inversión para la planificación del sistema IEEE de 30 barras . . . . .	88
7.12. Costos de inversión y operación para la planificación AC del sistema de 30 barras . . . . .	89
7.13. Unidades de generación candidatas para la planificación del modelo IEEE de 118 barras	90
7.14. Líneas de transmisión candidatas para la planificación del modelo IEEE de 118 barras	90
7.15. Estructura del modelo de optimización para la planificación del modelo IEEE de 118 barras . . . . .	91
7.16. Costos de inversión y operación para la planificación del modelo IEEE de 118 barras . . . . .	91
7.17. Costos de inversión y operación para la planificación del sistema de 118 barras . . . . .	91
8.1. Unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	94

8.2. Datos técnicos unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	94
8.3. Líneas de transmisión candidatas para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	94
8.4. Demanda horaria para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 3 barras . .	95
8.5. Estructura del modelo de optimización para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	95
8.6. Costos de operación para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . .	96
8.7. Plan de inversión para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	96
8.8. Plan de inversión para la planificación y predespacho AC del sistema de 3 barras . . .	96
8.9. Indicadores de comparación formulación DC ( $t = 3$ ) para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	98
8.10. Indicadores de comparación formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	99
8.11. Indicadores de comparación formulación DF para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	100
8.12. Indicadores de comparación formulación DC para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	101
8.13. Unidades de generación candidatas del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	103
8.14. Datos técnicos unidades de generación candidatas del sistema IEEE de 6 barras . . . .	103
8.15. Líneas de transmisión candidatas del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	103
8.16. Demanda horaria para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . .	104
8.17. Estructura del modelo de optimización para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	104
8.18. Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	105
8.19. Plan de inversión para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . .	105
8.20. Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho AC del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	105
8.21. Indicadores de comparación formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	106
8.22. Indicadores de comparación formulación DF para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	108
8.23. Potencia de la barra slack formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	109
8.24. Demanda horaria para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras	111
8.25. Estructura del modelo de optimización para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	112
8.26. Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	112
8.27. Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho AC del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	112
10.1. Unidades de generación para el modelo IEEE de 6 barras . . . . .	125
10.2. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 6 barras . . . . .	125
10.3. Unidades de generación para el modelo IEEE de 14 barras . . . . .	125
10.4. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 14 barras (1) . . . . .	125
10.5. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 14 barras (2) . . . . .	125
10.6. Unidades de generación para el modelo IEEE de 24 barras . . . . .	126
10.7. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 14 barras . . . . .	126

---

10.8. Unidades de generación para el modelo IEEE de 57 barras . . . . .	127
10.9. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 57 barras (1) . . . . .	127
10.10. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 57 barras (2) . . . . .	127
10.11. Unidades de generación para el modelo IEEE de 118 barras . . . . .	128
10.12. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (1) . . . . .	129
10.13. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (2) . . . . .	129
10.14. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (3) . . . . .	130
10.15. Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (4) . . . . .	130
10.16. Líneas de transmisión para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	140
10.17. Líneas de transmisión para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras (1) . . . . .	141
10.18. Líneas de transmisión para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras (2) . . . . .	141
10.19. Unidades de generación existentes para la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	142
10.20. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema de 3 barras . . . . .	142
10.21. Unidades de generación existentes para la planificación del sistema IEEE de 30 barras . . . . .	142
10.22. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 30 barras (1) . . . . .	142
10.23. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 30 barras (2) . . . . .	142
10.24. Unidades de generación existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	143
10.25. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (1) . . . . .	144
10.26. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (2) . . . . .	144
10.27. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (3) . . . . .	145
10.28. Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (4) . . . . .	145
10.29. Unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	146
10.30. Datos técnicos unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	146
10.31. Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	146
10.32. Unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	146
10.33. Datos técnicos unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	146
10.34. Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	147
10.35. Unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	147
10.36. Datos técnicos unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	147
10.37. Líneas de transmisión candidatas para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	147
10.38. Unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	148
10.39. Datos técnicos unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	148
10.40. Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (1) . . . . .	149

---

10.41	Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (2)	149
10.42	Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (3)	150
10.43	Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (4)	150

# Índice de Figuras

3.1. Espacio solución: relajación convexa v/s aproximación . . . . .	11
3.2. Representación gráfica de una solución SOCP . . . . .	11
3.3. Envolventes convexas . . . . .	12
3.4. Modelo de línea de transmisión . . . . .	13
3.5. Modelo esquemático de una red radial simple . . . . .	16
3.6. (a) Representación del espacio convexo; (b) envolvente para $\theta_{ij}$ . . . . .	18
4.1. Topología del sistema eléctrico de 6 barras . . . . .	22
4.2. Diferencia angular para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 6 Barras . . . . .	23
4.3. Topología del sistema eléctrico de 14 barras . . . . .	24
4.4. Diferencia angular para el OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 30^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 14 Barras	25
4.5. Diferencia angular para el OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 20^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 14 Barras	25
4.6. Diferencia angular para el OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 14 Barras	25
4.7. Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 30^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	27
4.8. Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 20^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	27
4.9. Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	27
4.10. Topología del sistema eléctrico de 24 barras . . . . .	28
4.11. Diferencia angular para el OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 24 Barras	29
4.12. Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ aplicado al sistema IEEE de 24 Barras . . . . .	29
4.13. Error en el flujo de potencia activa por las líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	32
4.14. Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	33
4.15. Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	35
4.16. Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras . . . . .	35
4.17. Topología del sistema eléctrico de 57 barras . . . . .	36
4.18. Error de tensión para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	38
4.19. Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	38
4.20. Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	38
4.21. Error de tensión para el OPF-Jabr aplicado al sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	40
4.22. Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	40
4.23. Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras . . . . .	40
4.24. Error de tensión para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	42

4.25. Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	42
4.26. Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	42
4.27. Error de tensión para el OPF-Jabr aplicado al sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	44
4.28. Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	44
4.29. Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras . . . . .	44
4.30. Topología del sistema eléctrico de 118 barras . . . . .	45
6.1. Perfiles de demanda para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	59
6.2. Despacho de potencia formulación AC para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras	61
6.3. Despacho de potencia formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	61
6.4. Despacho de potencia formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras	62
6.5. Despacho de potencia formulación DC para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras	63
6.6. Perfil de tensión formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras	65
6.7. Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	65
6.8. Perfil de tensión formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras .	66
6.9. Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	67
6.10. Perfil de tensión formulación DC y $V_j = 1$ [pu] para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	68
6.11. Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras . . . . .	68
6.12. Perfiles de demanda para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	70
6.13. Despacho de potencia activa formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	72
6.14. Despacho de potencia reactiva formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	72
6.15. Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	74
6.16. Perfil de tensión formulación Jabr (h=1 - h=12) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	75
6.17. Perfil de tensión formulación Jabr (h=13 - h=24) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	75
6.18. Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	76
6.19. Perfil de tensión formulación DF (h=1 - h=12) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	77
6.20. Perfil de tensión formulación DF (h=13 - h=24) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	77
6.21. Generación reactiva formulación DC ( $V_j = 1$ [pu]) para el sistema IEEE de 57 barras .	78
6.22. Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1$ [pu]) (h=1 - h=12) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	79
6.23. Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1$ [pu]) (h=13 - h=24) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	79
6.24. Generación reactiva formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) para el sistema IEEE de 57 barras	80

6.25. Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) (h=1 - h=12) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	81
6.26. Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) (h=13 - h=24) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras . . . . .	81
7.1. Topología del sistema eléctrico de 3 barras . . . . .	84
8.1. Perfiles de demanda de potencia activa y reactiva para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	95
8.2. Despacho de potencia activa para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras	97
8.3. Despacho de potencia reactiva para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras	97
8.4. Error en la potencia reactiva generada formulación DC ( $t = 3$ ) para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	98
8.5. Porcentaje de carga en líneas de transmisión generada formulación DC ( $t = 3$ ) para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	99
8.6. Cargabilidad en líneas de transmisión formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	100
8.7. Cargabilidad en líneas de transmisión formulación DF para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	101
8.8. Error en la potencia reactiva generada formulación DC para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras . . . . .	102
8.9. Porcentaje de carga en líneas de transmisión formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 3 barras . . . . .	102
8.10. Perfiles de demanda de potencia activa y reactiva para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	104
8.11. Despacho de potencia activa formulación AC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	106
8.12. Despacho de potencia reactiva formulación AC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	106
8.13. Perfil de tensión formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	107
8.14. Porcentaje de carga en líneas de transmisión formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	107
8.15. Perfil de tensión formulación DF para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	108
8.16. Porcentaje de carga en líneas de transmisión formulación DF para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	109
8.17. Perfil de tensión formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	109
8.18. Límites de generación reactiva formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	110
8.19. Porcentaje de carga en líneas de transmisión utilizando la formulación DC del sistema IEEE de 6 barras . . . . .	110
8.20. Perfiles de demanda de potencia activa y reactiva para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras . . . . .	111
10.1. Restricciones de ciclo en el sistema eléctrico IEEE de 14 barras . . . . .	124

# Nomenclatura

## Índices:

$g$	Índice de las unidades de generación.
$h$	Índice para las horas de operación en el horizonte de planificación.
$i, j, k$	Índice de barra.
$(ij), (jk)$	Índice de líneas de transmisión.
$r$	Índice de las unidades de compensación reactiva.
$t$	Índice para los años de operación en el horizonte de planificación.
$v$	Índice de las unidades de generación virtual.

## Conjuntos:

$\Omega^C / \Omega^{C+}$	Conjunto de ciclos existentes/candidatos de un sistema de transmisión.
$\Omega^G / \Omega^{G+}$	Conjunto de unidades de generación existentes/candidatas.
$\Omega_H$	Conjunto de horas en el horizonte de planificación.
$\Omega_j$	Conjunto de componentes conectados a la barra $j$ .
$\Omega^L / \Omega^{L+}$	Conjunto de líneas de transmisión existentes/candidatas.
$\Omega_N$	Conjunto de barras del sistema eléctrico.
$\Omega^{R+}$	Conjunto de unidad de compensación reactiva candidatas.
$\Omega_T$	Conjunto de años en el horizonte de planificación.
$\Omega^V$	Conjunto de generadores virtuales.

## VARIABLES BINARIAS:

$x_{g,t}$	Variable de inversión binaria para el generador $g$ en el año $t$ .
$x_{ij,t}$	Variable de inversión binaria para la línea de transmisión $ij$ en el año $t$ .
$x_{r,t}$	Variable de inversión binaria para la unidad de compensación reactiva $r$ en el año $t$ .
$e_{g,h,t}$	Estado de operación del generador $g$ en la hora $h$ del año $t$ .

## VARIABLES REALES:

$r_{ij,h,t}$	Magnitud de corriente por la línea $ij$ en la hora $h$ del año $t$ .
$c_{ij,h,t}$	Variable auxiliar para el término $\cos(\theta)$ (formulación Jabr) en la hora $h$ del año $t$ .
$cu_{g,h,t}$	Costo de arranque del generador $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$cd_{g,h,t}$	Costo de apagado del generador $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$f_{ij,h,t}^p / f_{ij,h,t}^q$	Flujo de potencia activa/reactiva por la línea de transmisión $ij$ en la hora $h$ del año $t$ .
$f_{ij,h,t}^s$	Flujo de potencia aparente por la línea de transmisión $ij$ en la hora $h$ del año $t$ .
$l_{ij,h,t}$	Magnitud de corriente al cuadrado por la línea de transmisión $ij$ en la hora $h$ del año $t$ .

$p_{g,h,t}/q_{g,h,t}$	Generación de potencia activa/reactiva de la unidad $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$\bar{p}_{g,h,t}$	Potencia activa disponible de la unidad $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$p_{v,h,t}$	Potencia activa no servida (generador virtual) de la unidad $v$ en la hora $h$ del año $t$ .
$q_{r,h,t}$	Generación de potencia reactiva de la unidad de compensación en el hora $h$ del año $t$ .
$s_{g,h,t}$	Generación de potencia aparente de la unidad $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$u_{j,h,t}$	Magnitud de tensión al cuadrado de la barra $j$ en la hora $h$ del año $t$ .
$v_{j,h,t}$	Magnitud de tensión en barra $j$ en la hora $h$ del año $t$ .
$z_{ij,h,t}$	Variable auxiliar para el término $\sin(\theta)$ (formulación Jabr) en la hora $h$ del año $t$ .

### Parámetros:

$\epsilon$	Error admisible para la aproximación angular de la formulación SOC de Jabr.
$\theta_{ij}^l$	Amplitud de la envolvente.
$\theta_j^m/\theta_j^M$	Ángulo de tensión mínimo/máximo de la barra $j$ .
$\theta_{ij}^m/\theta_{ij}^M$	Diferencia angular de tensión mínima/máxima entre las barra $i$ y $j$ .
$B_{ij}^s$	Susceptancia en derivación de la línea $ij$ .
$CU_g$	Costo de arranque de la unidad $g$ .
$CD_g$	Costo de apagado de la unidad $g$ .
$DT_g$	Tiempo mínimo fuera de servicios de la unidad $g$ .
$F_g$	Costo de combustible del generador $g$ .
$G_t^{fd}$	Factor de crecimiento de la demanda en el año $t$ .
$G_j^s/B_j^s$	Conductancia/susceptancia en derivación de la barra $j$ .
$G_{ij}/B_{ij}$	Conductancia/susceptancia de la línea $ij$ .
$H_t$	Duración del bloque de demanda en la hora $h$ .
$I_g$	Costo de inversión del generador candidato $g$ .
$I_{ij}$	Costo de inversión de la línea candidata $ij$ .
$I_r$	Costo de inversión de la unidad de compensación reactiva candidata $r$ .
$M$	Constante de la formulación disyuntiva (big-M).
$O\&M_g$	Costo de operación y mantenimiento del generador $g$ .
$P_{j,h}^d/Q_{j,h}^d$	Demanda de potencia activa/reactiva de la barra $j$ en el bloque de operación $h$ .
$P_g^m/P_g^M$	Generación de potencia activa mínima/máxima del generador $g$ .
$(P^d)^M$	Demanda de potencia activa máxima del sistema.
$(P_h^d)^M$	Demanda de potencia activa máxima del sistema en la hora $h$ .
$Q_g^m/Q_g^M$	Generación de potencia reactiva mínima/máxima de la unidad $g$ .
$Q_r^m/Q_r^M$	Generación de potencia reactiva mínima/máxima de la unidad $r$ .
$R_{ij}/X_{ij}$	Resistencia/reactancia de la línea $ij$ .
$Rg^d$	Porcentaje de reserva de potencia activa en giro.
$Ri^d$	Porcentaje de reserva de potencia activa instalada.
$RD_g$	Rampa de disminución de generación del generador $g$ .

$RU_g$	Rampa de aumento de generación del generador $g$ .
$S_{ij}^M$	Capacidad de potencia máxima (límite térmico) de la línea $ij$ .
$S_{j,h}^d$	Demanda de potencia aparente de la barra $j$ en el bloque de operación $h$ .
$SU_g$	Rampa de carga máxima para el arranque del generador $g$ .
$SD_g$	Rampa de carga máxima para la detención del generador $g$ .
$UT_g$	Tiempo mínimo de servicio del generador $g$ .
$V_j^m/V_j^M$	Tensión mínima/máxima de la barra $j$ .
$VoLL$	Valor de la energía no suministrada (Value of load loss).
$Y_{ij}$	Admitancia de la línea $ij$ .
$Z_{ij}$	Impedancia de la línea $ij$ .
$Z$	Tasa de reposición.

# Resumen

Este trabajo presenta un enfoque novedoso para el problema de planificación estructurado por los siguientes puntos —(1) La operación del sistema se describe de manera aproximada utilizando un modelo convexo, (2) La estrategia de planificación considera la expansión de generación, transmisión y elementos de compensación reactiva, y (3) El desarrollo del sistema eléctrico se complementa con las restricciones de predespacho del parque generador mediante la formulación de 1-bin.

Esta propuesta establece un marco de optimización con un espacio de solución convexo para modelar la operación del sistema en corriente alterna, lo que facilita la gestión eficiente de la potencia reactiva y permite la inversión en elementos de compensación para su control. Además, se integran las restricciones de predespacho en el problema, imponiendo condiciones operativas adicionales a corto plazo con el fin de optimizar la implementación de los resultados.

La operación se modela de manera aproximada mediante una relajación basada en conos de segundo orden para evitar la intratabilidad del problema no lineal. Además, se incorporan restricciones que corrigen los errores de precisión propios de la formulación convexa, logrando un rendimiento comparable al de los modelos no lineales. La formulación resultante se define como un modelo de programación cónica de segundo orden entera-mixta, lo que reduce considerablemente la complejidad computacional en comparación con la programación no lineal entera-mixta.

La construcción del modelo se lleva a cabo de manera gradual, evaluando individualmente las formulaciones para los problemas de planificación y predespacho. El análisis de los resultados también abarca la evaluación de las formulaciones no lineal, convexa y lineal, utilizando métricas de error para estudiar la precisión del modelo y su desempeño computacional.

Los resultados de las simulaciones muestran que las formulaciones basadas en optimización convexa ofrecen un rendimiento superior en la resolución de sistemas de mediana escala, alcanzando un equilibrio óptimo entre precisión y eficiencia computacional. De esta forma, este enfoque supera las limitaciones de las formulaciones tradicionales en corriente alterna y continua.

# Abstract

This work introduces a novel approach to the planning problem, structured as follows —(1) The system operation is approximated using a convex model, (2) The planning strategy includes the expansion of generation, transmission, and reactive shunt elements, and (3) The development of the electrical system is enhanced by incorporating generator unit commitment constraints through a 1-bin formulation.

This method introduces an optimization framework with a convex solution space for modeling system operation in alternating current. This framework enhances reactive power management and supports investment in compensation elements for more effective control. Additionally, it incorporates unit commitment constraints to impose additional short-term operational conditions, thereby optimizing the implementation of the results.

The operation is approximated using second order cones to address the intractability of the nonlinear problem. Additionally, constraints are integrated to correct the precision errors inherent in the convex formulation, resulting in performance comparable to nonlinear models. The final formulation is a mixed integer second order cone programming model, which significantly reduces computational complexity compared to mixed integer nonlinear programming.

The model construction is conducted progressively, with each formulation for planning and unit commitment problems evaluated individually. The analysis of the results also includes an evaluation of nonlinear, convex, and linear formulations, using error metrics to assess both model accuracy and computational performance.

Simulation results indicate that formulations based on convex optimization improve performance in solving mid-scale systems, achieving an optimal balance between precision and simplicity of resolution. This approach overcomes the limitations of individual AC and DC formulations.

# Capítulo 1

## Introducción

En la última década, el impacto del cambio climático se ha vuelto cada vez más evidente, lo que ha creado una necesidad urgente de reducir las emisiones de carbono a nivel global. Este desafío ha impulsado el desarrollo de políticas energéticas destinadas a establecer un marco estratégico que guíe la transición hacia una matriz energética sostenible.

Fomentado por las energías con bajas emisiones contaminantes, se espera que los sistemas energéticos sean menos dependientes de los combustibles fósiles y las nuevas incorporaciones de generación estén dominadas por energías renovables variables. El impacto más sobresaliente se evidencia a través de fuentes volátiles como la energía eólica y solar. A nivel global, ya se han integrado en la red alrededor de 627 [GW] de instalaciones fotovoltaicas y 743 [GW] de turbinas eólicas, con una proyección de aumento del 45 [%] para 2040 [1].

Inherente a esta transición tecnológica, surgen nuevos desafíos, particularmente con la retirada de los generadores sincrónicos convencionales y la adopción masiva de tecnologías que introducen una componente significativa de incertidumbre. Esto redefine la dinámica del sector eléctrico y plantea la cuestión de cuántos detalles operativos deben recogerse para evaluar adecuadamente la planificación del sistema. En este sentido, los investigadores reconocen que, a medida que proliferan gradualmente las fuentes de energía renovable, las variables Q-V adquirirán mayor relevancia en el análisis técnico de la operación.

En la actualidad, las metodologías de planificación están limitadas por la capacidad computacional, lo que restringe la investigación a representaciones simplificadas del sistema con el fin de reducir la complejidad del problema. Esta es una práctica común para acelerar el proceso de cálculo, generalmente enfocándose en los impactos económicos, en detrimento de las condiciones técnicas de operación. Sin embargo, es crucial equilibrar estas simplificaciones para evitar que las conclusiones del modelo pierdan validez en situaciones prácticas.

Con el fin de explorar modelos relajados y representativos de los criterios técnicos del sistema eléctrico, este trabajo propone un enfoque novedoso para modelar la operación utilizando un espacio de soluciones convexo sin perder la influencia de las variables Q-V en la formulación.

El modelo propuesto se basa en conos de segundo orden (SOC) y se aplica al problema de planificación de la expansión del sistema, que incluye la construcción de unidades de generación, transmisión y elementos de compensación reactiva (GTREP). Además, la formulación se complementa con las restricciones inter-temporales de predespacho (UC) del parque generador.

Este enfoque optimiza simultáneamente las decisiones técnicas y económicas, asegurando que las inversiones en infraestructura no solo cubran las demandas actuales y futuras, sino que también maximicen la eficiencia operativa y reduzcan los costos para los consumidores. Al influir directamente en las decisiones del mercado eléctrico, un algoritmo de estas características puede contribuir al desarrollo sostenible del sistema, adaptándose a las dinámicas cambiantes del sector energético y facilitando la integración de nuevas tecnologías, como las energías renovables, entre otras.

## 1.1. Objetivos

Los objetivos de este trabajo corresponden a:

### 1.1.1. Objetivo principal

- Desarrollar una herramienta computacional de optimización convexa, utilizando programación entera-mixta de conos de segundo orden, que permita la resolución del problema coordinado de planificación GTREP considerando restricciones de predespacho y la formulación aproximada del flujo de carga en corriente alterna.

### 1.1.2. Objetivos específicos

- Desarrollar la aproximación del flujo de potencia en corriente alterna utilizando la relajación cónica de segundo orden considerando restricciones de diferencia angular de tensión entre las barras del sistema.
- Plantear los problemas de planificación y predespacho del sistema, describiendo la operación por flujos de carga en corriente alterna, corriente continua y el enfoque convexo.
- Analizar la aplicabilidad de la metodología desarrollada en diferentes sistemas de prueba determinando el desempeño y tiempos de simulación de los modelos desarrollados en este estudio.
- Evaluar los efectos técnicos y económicos en los costos de operación e inversión del sistema a través de las metodologías propuestas.

## 1.2. Alcance

El trabajo detalla las oportunidades que se presentan al implementar diversos modelos de optimización, al mismo tiempo que explora cómo los algoritmos de planificación y predespacho complementan el análisis del desarrollo de la red eléctrica.

Las formulaciones se comparan en términos económicos, técnicos y de rendimiento, considerando los modelos no lineales, convexos y lineales. El análisis abarca diversos aspectos, como el costo de inversión, tiempos de simulación, cantidad de variables y restricciones del modelo, así como la naturaleza de estas restricciones, con el objetivo de evaluar el equilibrio entre eficiencia y precisión en los esquemas de planificación.

Para validar la eficacia de los modelos propuestos, se recurre a sistemas de prueba tipo IEEE, adaptados conforme a la metodología aplicada para generar un problema determinista multiperíodo. Este enfoque proporciona una evaluación rigurosa y confiable de la capacidad de los modelos para abordar los desafíos de la planificación eléctrica en diversos escenarios operativos.

### 1.3. Modelación y simulación

Para el desarrollo y la implementación de las formulaciones se utiliza el lenguaje de programación Python mediante el entorno de desarrollo Pyomo [2].

Las formulaciones matemáticas de los modelos de programación lineal entera-mixta (MILP) y programación entera-mixta de conos de segundo (MISOCP) se resuelven mediante el solver de optimización Gurobi [3]. Se utiliza un computador equipado con un procesador Apple M1 Ultra, que cuenta con 20 núcleos físicos, 20 núcleos lógicos, una GPU de 48 núcleos y 64 GB de memoria RAM.

Para los problemas de programación no lineal entera-mixta (MINLP) se resuelven mediante el solver de optimización BONMIN [4]. Se utiliza un computador equipado con un procesador Intel Core i7 quad core de 2.5 GHz, que cuenta una GPU de 2 GB y 16 GB de memoria RAM.

### 1.4. Estructura de trabajo

Los contenidos del presente trabajo se estructuran de la siguiente manera:

El Capítulo 2 ofrece un resumen del estado del arte en el desarrollo de enfoques de planificación y predespacho. Además, se detallan los avances técnicos en los modelos convexos, con un enfoque específico en el modelo SOC.

El Capítulo 3 proporciona el marco teórico para los problemas convexos, detallando el método de relajación SOC en las formulaciones de flujos de potencia. Además, se presentan los trabajos de la literatura técnica relacionados con estos enfoques aplicados en el área de planificación y predespacho.

El Capítulo 4 ofrece un análisis exhaustivo del flujo óptimo de potencia convexo, con énfasis en las aproximaciones convexas, evaluando sus principales ventajas junto con sus limitaciones. También incluye ejemplos prácticos que ilustran la aplicación de estos métodos en la práctica.

El Capítulo 5 presenta la formulación matemática del problema de planificación con restricciones de predespacho, junto con los métodos de convexificación asociados.

El Capítulo 6 presenta la implementación de la formulación aplicada exclusivamente al problema de predespacho, con el objetivo de evaluar el rendimiento del modelo y establecer un punto de estudio para

la construcción de la formulación GTREP-UC. Los resultados del predespacho convexo se corroboran técnicamente mediante un análisis de flujo de potencia (PF).

El Capítulo 7 presenta la metodología aplicada únicamente al modelo de planificación para evaluar el rendimiento de la convexificación y generar otro punto de análisis en la construcción de la formulación GTREP-UC. Los resultados obtenidos se comparan con los de un estudio previo basado en modelos MINLP.

El Capítulo 8 desarrolla el modelo unificado de planificación con restricciones de predespacho. El objetivo principal de esta evaluación es analizar el rendimiento, escalabilidad y adaptabilidad de la formulación en diversas condiciones operativas. Los resultados del modelo propuesto se verifican técnicamente mediante un análisis de PF.

El Capítulo 9 presenta las conclusiones sobre la implementación y los resultados de las metodologías empleadas en el estudio. Además, se proponen directrices para trabajos futuros que podrían complementar el desarrollo de los modelos presentados.

# Capítulo 2

## Estado del arte

El aumento de la incertidumbre en el sistema, provocado por la variabilidad de las fuentes de energía renovable y las fluctuaciones en la demanda, ha impulsado al sector eléctrico a desarrollar herramientas de planificación cada vez más sofisticadas, con el objetivo de garantizar un sistema seguro y económicamente eficiente.

El desarrollo de técnicas de convexificación, junto con los avances en capacidad computacional, ha ampliado significativamente las posibilidades en el campo de la optimización. Estas herramientas permiten abordar problemas complejos con mayor precisión y eficiencia, reduciendo en gran medida el tiempo de cálculo y mejorando la calidad de las soluciones obtenidas. Además, el incremento en la potencia de procesamiento de los solvers comerciales permite aplicar estas técnicas a problemas que antes eran inabordables debido a su tamaño o complejidad.

De esta forma, la estrategia de este trabajo es considerar simultáneamente los enfoques de planificación, predespacho y formulaciones convexas mediante el método SOC. Esta combinación metodológica busca abordar el problema de optimización desde múltiples perspectivas, asegurando que se tengan en cuenta tanto las necesidades a largo plazo de la planificación como las decisiones operativas de corto plazo de la operación diaria, al mismo tiempo que se garantiza la solidez matemática mediante formulaciones convexas.

### 2.1. Planificación de la expansión del sistema eléctrico

En el ámbito de la proyección energética, los modelos de optimización se destacan como herramientas fundamentales para analizar las estrategias de crecimiento, facilitando el desarrollo y fortalecimiento del sistema de manera óptima, minimizando los costos de inversión y operación [5].

Varios trabajos han revisado los modelos de planificación del sistema [6, 7, 8], resaltando la importancia de comprender la naturaleza y precisión del problema, que está primordialmente definido por la modelación del problema de flujos de potencia [9] y las variables de decisión [10]. Como norma general, se recurre a aproximaciones lineales de las ecuaciones de flujo de potencia para superar los desafíos computacionales asociados a los requisitos técnicos de las formulaciones en corriente alterna (AC).

En situaciones donde se requieren modelos más robustos, la complejidad computacional representa uno de los problemas fundamentales, especialmente en modelos que incorporan una concatenación de escenarios de operación en AC [11], junto con variables discretas o binarias que indican el encendido o apagado de unidades y/o la inversión en generación y transmisión. Esto da lugar a una formulación matemática de tipo MINLP, caracterizada por su no convexidad y gran escala, lo que genera un espacio factible extremadamente complejo que no puede ser abordado por los solvers actuales [12].

Un recurso para abordar este tipo de problemas es la implementación de relajaciones y aproximaciones del flujo de potencia. Sin embargo, estas metodologías no reflejan con exactitud la operación real del sistema. Aunque se utilizan principalmente para obtener formulaciones manejables, comprometen la exactitud del modelo. Como resultado, las soluciones obtenidas pueden no ser óptimas o conducir a condiciones de operación inviables y con energía no suministrada [8].

La formulación en corriente continua (DC) es ampliamente utilizada en la literatura técnica para la planificación del sistema eléctrico. Aunque se destaca por su carácter lineal y formulación simple, presenta una limitación importante al desacoplar el manejo de las variables Q-V del modelo [13], lo que puede resultar en violaciones significativas de las restricciones de la red. En algunos casos, pueden ser necesarias medidas adicionales, como la redistribución de la potencia o la implementación de nuevas inversiones, para asegurar condiciones de funcionamiento que sean compatibles con la operación AC [14]. Además, el error de aproximación de un modelo DC se incrementa considerablemente con niveles elevados de penetración de energías renovables, en comparación con el modelo AC [15].

En contraste, los enfoques de linealización [16] se han centrado en abordar la no linealidad y no convexidad mediante aproximaciones. Aunque estos enfoques pueden generar magnitudes de tensión inexactas, cuentan con la ventaja de aproximar los efectos de las variables Q-V. En concreto, una relajación proporciona una cota inferior para un problema de minimización y una cota superior para un problema de maximización, respecto del problema original [17]. Además, las garantías teóricas que ofrecen las relajaciones complementan las capacidades de los solvers. La inviabilidad de una relajación verifica que el problema de optimización original es inviable, aunque la viabilidad de una relajación no garantiza por completo la viabilidad del problema original [18].

Los autores en [19, 20, 21] proponen un marco lineal para la planificación en corriente alterna, incorporando variables enteras y fundamentando el modelo de operación en aproximaciones mediante la expansión en serie de Taylor (TSE).

En el caso de [19], el enfoque de planificación propuesto se compara con metodologías lineales en corriente continua (MILP) y no lineal en corriente alterna (MINLP). Según los resultados obtenidos, el modelo sugerido tiende a generar resultados similares a los obtenidos con la metodología MILP, incluso en sistemas de pequeña escala. Por otro lado, en los artículos [20] y [21] se muestran resultados inconsistentes en escenarios de operación donde los supuestos de la linealización por TSE no se cumplen. Así, la aproximación al entorno AC se limita a escenarios operativos específicos.

En cuanto a los esfuerzos relacionados con la formulación del flujo de carga AC [11, 22], estos modelos se ven restringidos a sistemas eléctricos de menor escala o enfrentan tiempos de simulación prohibitivos para aplicaciones más extensas. En la literatura técnica, son escasos los enfoques que proponen

soluciones para sistemas en corriente alterna.

El modelo analizado en [23] aborda problemas deterministas de planificación de la expansión de transmisión (TEP) AC, utilizando un enfoque iterativo basado en el análisis de sensibilidad de las variables asociadas a las líneas candidatas, aplicando la matriz Hessiana a través del método de punto interior primal-dual. La formulación plantea una estructura multietapa considerando un escenario de operación, utilizando variables enteras para las líneas de transmisión y variables continuas para la inversión de potencia reactiva. Aunque se presenta una solución consistente para la planificación de la transmisión y la gestión de potencia reactiva, no es posible generalizar el análisis para una planificación coordinada de generación y transmisión con variables binarias.

Un enfoque esencial que integra la operación en corriente alterna es la gestión de la potencia reactiva. Para abordar de manera integral los desafíos de la planificación, resulta fundamental incluir la inversión en recursos destinados a su generación, lo que añade una nueva dimensión al problema y optimiza la adaptabilidad del sistema.

En este entorno, se debe considerar que la naturaleza local de la potencia reactiva y las restricciones en su transporte a larga distancia imponen limitaciones considerables a la eficiencia y capacidad de la red eléctrica, afectando directamente su rendimiento y estabilidad [24]. Estos obstáculos pueden generar cuellos de botella críticos para la capacidad de transmisión del sistemas.

Este enfoque no solo optimiza las inversiones necesarias para una distribución eficiente de la energía reactiva, sino que también asegura que el perfil de tensiones cumpla con los valores normativos. Esto incrementa la eficiencia de transmisión del sistema y permite aplazar las inversiones en las líneas de transmisión planificadas [14].

Diversos métodos se han propuesto para identificar de manera óptima la ubicación de compensaciones shunt, como capacitores, SVC (compensadores estáticos de voltaje), reactores y dispositivos FACTS, entre otros. En el estudio [25], el objetivo principal es minimizar los costos asociados con la operación e inversión de dispositivos adicionales de compensación reactiva. Este estudio emplea tres métodos diferentes para detectar barras críticas o débiles: sensibilidad a las pérdidas, análisis de flujo de potencia y método de análisis modal. Por otro lado, los autores de [26] eligen ubicaciones candidatas basándose en la tensión excedida o menor en las barras de carga mediante un procedimiento iterativo de inyección de potencia reactiva. Posteriormente, dimensionan el tamaño del reactor o condensador basándose en el análisis de sensibilidad de costos de operación e inversión.

Estos enfoques emplean técnicas heurísticas en lugar de métodos de planificación determinista. Aunque las heurísticas son eficaces, no garantizan soluciones óptimas ni precisas, a diferencia de los métodos deterministas, que ofrecen mayor exactitud y aseguran el cumplimiento de las restricciones.

## **2.2. Programación de la operación en sistemas de potencia**

Es una etapa clave en la planificación operativa de los sistemas de potencia, cuyo objetivo es determinar la asignación óptima de recursos de generación para satisfacer la demanda prevista de energía eléctrica. Este proceso considera restricciones técnicas, económicas y ambientales, buscando garantizar

el equilibrio entre el suministro y la demanda mientras se optimiza el desempeño del sistema.

Los autores de [27, 28, 29] presentan modelos de predespacho basados en una formulación que emplea tres variables binarias (3-bin). En contraste, el modelo propuesto en [30] optimiza esta formulación al reducir el número de variables binarias a una sola (modelo 1-bin), lo que mejora significativamente el rendimiento computacional, especialmente en problemas de gran escala.

Las aplicaciones de predespacho mencionadas anteriormente se formulan en un entorno MILP y no incluyen las variables de operación Q-V, lo que genera modelos relajados. La incorporación de las ecuaciones de flujo de potencia AC en estos modelos tiene el potencial de evitar acciones correctivas costosas que pueden resultar de aproximaciones de flujo de potencia menos precisas [28]. Sin embargo, el elevado costo computacional limita la optimización a sistemas de menor escala.

En un análisis detallado, el estudio [31] destaca la gran dificultad del predespacho en corriente alterna, llegando a la conclusión de que este problema se vuelve actualmente intratable incluso para los solvers MINLP comerciales más avanzados, entre los que se incluyen nombres reconocidos como BARON, SBB y DICOPT.

Esta complejidad resalta la necesidad apremiante de desarrollar enfoques innovadores y eficientes que permitan gestionar los desafíos computacionales, facilitando la resolución efectiva de problemas de predespacho en sistemas eléctricos de gran escala.

En la literatura se han desarrollado enfoques de aproximación para abordar el problema AC de predespacho. En [32], el problema se relaja utilizando tanto la relajación lagrangiana como lineal, mientras que en [33] el modelo se basa en la expansión en series de Taylor de segundo orden. No obstante, estos enfoques no alcanzan el nivel de precisión necesario para aplicaciones más exigentes, lo que puede derivar en soluciones subóptimas y en decisiones operativas menos fiables.

### **2.3. Flujo de potencia convexo**

Las relajaciones convexas son métodos específicos de relajación empleados en problemas de optimización, particularmente para abordar el flujo óptimo de potencia (OPF) en corriente alterna [34]. Estas relajaciones transforman el espacio no convexo asociado a las ecuaciones de flujo de potencia en un espacio convexo. De este modo, la solución del problema convexo resultante también ofrece una cota inferior/superior para el valor objetivo óptimo del problema no convexo original [17].

En específico, la optimización convexa se enfoca en el análisis de funciones y conjuntos convexas que delimitan el espacio no convexo factible de las ecuaciones de flujo de potencia, simplificando considerablemente los algoritmos para encontrar soluciones óptimas. Además, a diferencia de los problemas no lineales generales, los problemas convexas presentan la ventaja de que el mínimo obtenido corresponde a la solución global, evitando así el riesgo de soluciones subóptimas [35, 36].

La simplificación y las garantías asociadas a los problemas convexas no solo aceleran el proceso de optimización, sino que también permiten el uso de herramientas matemáticas avanzadas, como la dualidad convexa [37], que proporciona información adicional sobre el problema y sus soluciones.

La formulación del flujo de potencia basada en SOC es una de las variantes convexas comúnmente empleadas para resolver problemas de OPF. Estos modelos se destacan por su eficacia para alcanzar óptimos globales, posicionándolos como enfoques computacionalmente eficientes [38].

Este método específico aborda la no convexidad derivada de las ecuaciones de flujo de potencia. Sin embargo, también existen otras fuentes de no convexidad, como los estados de encendido y apagado de un generador en problemas de predespacho, así como las variables binarias relacionadas con la inversión en problemas de planificación. Estas variables generar un problema de optimización no convexo como se observa en la formulación MISOCP. En cualquier caso, una formulación que elimine la no convexidad asociada a las ecuaciones de flujo de potencia generalmente ofrece ventajas tanto teóricas como computacionales [39].

Otra perspectiva consiste en abordar los problemas mediante programación semi definida (SDP), los cuales generalizan las formulaciones basadas en conos de segundo orden. No obstante, las formulaciones SOC suelen presentar ventajas computacionales significativas sobre las formulaciones SDP. Estas ventajas se deben tanto a la simplicidad computacional [34], como a la relativa madurez de los solucionadores SOC.

Las mejoras computacionales de los solucionadores SOC se reflejan claramente tanto en el tiempo de ejecución como en la precisión numérica. En contraste, las aproximaciones SDP se ven afectadas por variables matriciales de mayor tamaño [40, 41], lo que repercute negativamente en la eficiencia de la resolución del problema.

En situaciones donde las relajaciones no ofrecen los fasores de tensión globalmente óptimos, las inyecciones de potencia y los flujos de línea derivados de dichas relajaciones pueden aproximarse a los de la solución real. No obstante, no hay garantías conocidas de que este sea siempre el caso. Las investigaciones, tanto empíricas como analíticas, sobre la calidad de las soluciones proporcionadas por las relajaciones constituyen un área activa de investigación.

En este marco de desarrollo, la estrategia propuesta se fundamenta en el uso de modelos convexas para representar los flujos de potencia.

# Capítulo 3

## Marco teórico

### 3.1. Visión general del problema de flujos de potencia utilizando una aproximación convexa

Los modelos de flujo de potencia convexos se distinguen por la capacidad de encapsular el espacio de soluciones no lineal y no convexo dentro de un manto convexo. Esta propiedad simplifica el tratamiento matemático y permite una aproximación más eficiente a la solución del problema. En comparación con los modelos no lineales, los modelos convexos ofrecen una mayor eficacia en la aplicación de métodos de optimización, ya que garantizan una rápida convergencia y proporcionan soluciones óptimas. Por esta razón, son una opción recurrente en problemas de alta complejidad.

La relajación SOC es una técnica comúnmente utilizada para abordar restricciones cuadráticas no convexas. Se basa en la idea de aproximar conjuntos no convexos mediante la introducción de los SOC, conjuntos convexos formados por la combinación de un cono cuadrático y un cono lineal. Esta estrategia encuentra aplicación en diversas áreas de la optimización de sistemas eléctricos, contribuyendo significativamente a mejorar la viabilidad y efectividad de las soluciones propuestas [42, 43].

Como contrapunto, las aproximaciones lineales resultan apropiadas cuando la eficiencia computacional es prioritaria sobre la exactitud, especialmente en problemas menos complejos o en etapas iniciales del análisis. La elección entre relajaciones convexas y aproximaciones lineales depende del equilibrio entre precisión y capacidad computacional, según las características del problema.

La Figura 3.1 muestra una relajación convexa (región azul a la izquierda) y una aproximación (región roja a la derecha) para el espacio de solución no convexo (región gris). La relajación convexa encapsula de manera regular el espacio factible no convexo en un espacio más amplio y convexo. Por otro lado, las aproximaciones no lineales tienden a abordar el espacio de soluciones de manera irregular, lo que puede resultar en la exclusión de segmentos factibles y en la generación de soluciones que se desvían considerablemente del problema original.

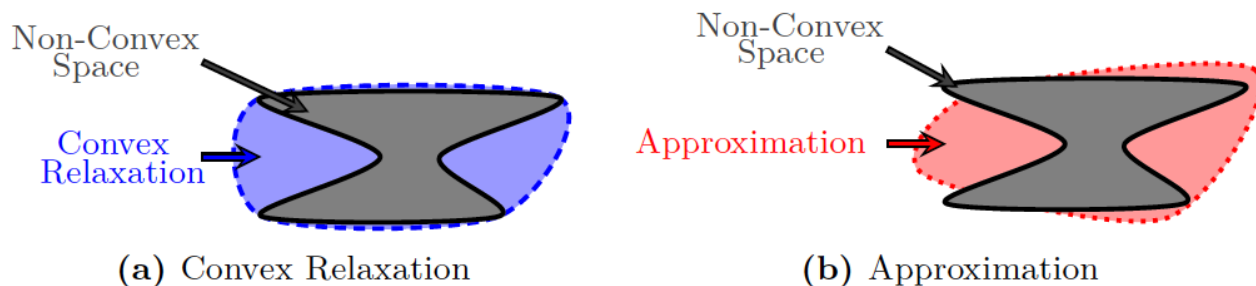


Figura 3.1: Espacio solución: relajación convexa v/s aproximación

La convexificación del espacio de soluciones facilita la aplicación de la teoría y los algoritmos de optimización, lo que conduce a una resolución eficiente del OPF. Este enfoque no solo mejora la convergencia de los algoritmos, sino que también enriquece la comprensión de la estructura subyacente del problema, generando beneficios significativos desde una perspectiva tanto teórica como práctica.

En la Figura 3.2 se ilustra el error introducido por una relajación cónica. El espacio factible para el modelo no lineal se encuentra en el límite de la curva  $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = u_i I_{ij} = S_{ij}^2$  (punto A), mientras que el espacio factible para el modelo SOC es la zona sombreada a la derecha (punto B). La diferencia entre los puntos de solución A y B es la brecha de solución del análisis SOC-OPF, y se representa por  $\sigma = |B - A|$ .

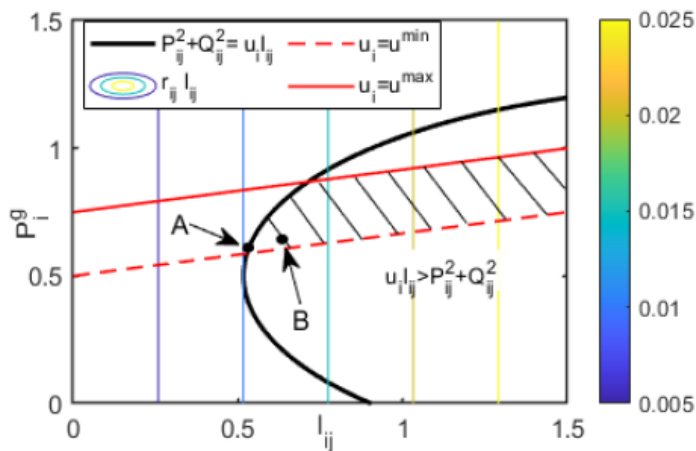


Figura 3.2: Representación gráfica de una solución SOCP

El marco de trabajo SOC también posibilita el empleo de envolventes convexas para aproximar funciones complejas y términos no lineales específicos en el análisis. De esta manera, las envolventes ofrecen una representación aproximada de la función original, construida a partir de términos más simples que deben mantener el comportamiento de la función original.

La dificultad de este enfoque radica en la construcción de las envolventes, las cuales, a pesar de ser

convexas, dependen de la rigidez de su formulación para garantizar la precisión de las relajaciones. La elección de envolventes más flexibles puede mejorar la fidelidad del modelo, aunque a menudo a expensas de una mayor complejidad computacional.

Para ilustrar este concepto, se presenta la Figura 3.3 donde se muestran las envolventes de la función cuadrática  $x^2$  y  $\sin(x)$  en el rango  $[0,9 - 1, 1]$  y grados  $[-60 - 60]^\circ$ , respectivamente. La envolvente convexa en (a) encierra la función cuadrática utilizando una restricción de desigualdad de tipo lineal que está por encima de la función original. La envolvente convexa de (b) encierra la función seno en un conjunto poliédrico formado por rectas paralelas.

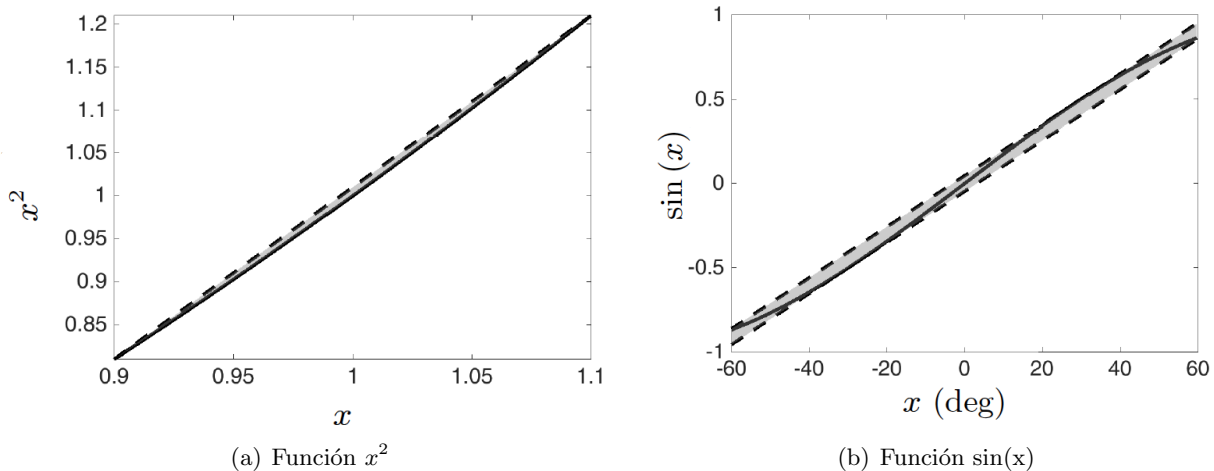


Figura 3.3: Envolventes convexas

Por lo tanto, la elección de una envolvente se convierte en un factor crítico que impacta directamente en la calidad y fiabilidad de las soluciones. Una selección cuidadosa de la envolvente puede influir considerablemente en la convergencia del algoritmo de optimización y en la precisión de los resultados.

Finalmente, los conceptos revisados se implementan en los siguientes modelos SOC. El modelo de flujo de potencia DistFlow (DF), o modelo de flujo de ramas (branch flow model), fue propuesto en 1989 en los artículos [47, 48]. Las relajaciones convexas derivadas de este modelo para su aplicación con SOC se abordan en [49, 50]. Por otro lado, la formulación para el modelo de inyección en barras (bus injection) de las ecuaciones de flujo de potencia fue presentada en 2006 por Rabih Jabr en [44]. Además, en [45, 46] se proponen las primeras aproximaciones para los modelos cónico cuadrático aplicados a redes malladas.

Ambos enfoques implican la relajación de los ángulos de fase en las barras del sistema con el fin de convexificar las ecuaciones del flujo de potencia. Si bien estos modelos son una representación exacta para redes radiales, las formulaciones son una relajación para las redes malladas debido a que no son capaces de recuperar un conjunto de ángulos de tensión que sumen cero o un múltiplo de  $2\pi$  radianes ( $0$  o  $2k\pi$  [rad] con  $k \in \mathbb{N}$ ) alrededor de cada ciclo de la red.

Diversas investigaciones han establecido condiciones suficientes a priori que aseguran la exactitud de la relajación SOC. Las condiciones para la recuperación del ángulo en el modelo SOC-OPF se analizan en [51, 52]. En [53], se proponen tres métodos que garantizan el cumplimiento de las restricciones

cíclicas en redes malladas. No obstante, estas formulaciones enfrentan dificultades computacionales cuando se aplican a redes de gran tamaño.

Con base en esta información, se presentan los modelos SOC-OPF fundamentados en las formulaciones de Jabr y DF. Además, se introducen enfoques para integrar la información de los ángulos de fase en cada modelo con el objetivo de minimizar el error asociado a la relajación y mejorar la precisión de las soluciones obtenidas.

### 3.2. Relajación cónica de segundo orden, formulación de Jabr

La Figura 3.4 presenta un modelo de línea de transmisión estándar, en donde se muestra la potencia que circula desde la barra  $i$  hasta la barra  $j$ , las variables  $f_{ij}^p$  y  $f_{ij}^q$  representan las potencias activa y reactiva que fluyen por el circuito. El modelo de línea sin conexiones en derivación (efecto capacitivo) es suficiente para describir los conceptos de esta sección.

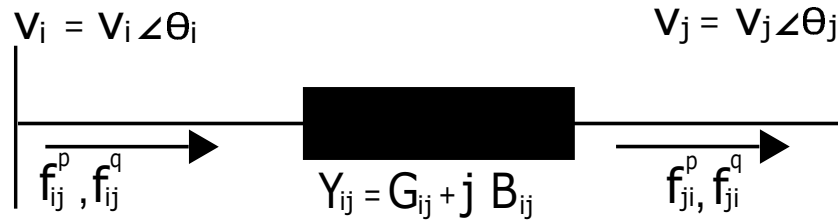


Figura 3.4: Modelo de línea de transmisión

La admitancia de una línea genérica en su forma rectangular (conductancia y susceptancia) se denota por  $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ , y las tensiones de una barra en su forma polar es  $\hat{v}_i = v_i \angle \theta_i$ . De esta forma, las potencias activa y reactiva, en el extremo emisor y receptor, entre dos barras genéricas  $i, j$  del sistema se expresan de acuerdo con las ecuaciones no lineales (3.1)-(3.4).

$$f_{ij}^p = G_{ij} \cdot v_i^2 - G_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \cos(\theta_{ij}) - B_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) \quad (3.1)$$

$$f_{ji}^p = -G_{ij} \cdot v_j^2 + G_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \cos(\theta_{ij}) - B_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) \quad (3.2)$$

$$f_{ij}^q = -B_{ij} \cdot v_i^2 - G_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) + B_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \cos(\theta_{ij}) \quad (3.3)$$

$$f_{ji}^q = B_{ij} \cdot v_j^2 - G_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) - B_{ij} \cdot v_i \cdot v_j \cdot \cos(\theta_{ij}) \quad (3.4)$$

### Convexificación

El método de Jabr relaja el ángulo de fase del cuadrado de la tensión y los términos no lineales de las ecuaciones de acuerdo con las expresiones (3.5)-(3.7). Además, añade la restricción no lineal que relaciona las nuevas variables en (3.8).

$$u_i = |v_i|^2 \quad (3.5)$$

$$c_{ij} = v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) \quad (3.6)$$

$$z_{ij} = v_i \cdot v_j \cdot \cos(\theta_{ij}) \quad (3.7)$$

$$(c_{ij})^2 + (z_{ij})^2 = u_i \cdot u_j \quad (3.8)$$

Considerando que las tensiones en las barras del sistema son siempre positivas, el cambio de variable mantiene las propiedades de  $\sin(\theta)$  y  $\cos(\theta)$  en (3.6) y (3.7). De esta forma, se deducen las siguientes relaciones:

$$c_{ij} = c_{ji} \quad (3.9)$$

$$z_{ij} = -z_{ji} \quad (3.10)$$

Aplicando las relaciones (3.5)-(3.7), (3.9) y (3.10), el problema de flujos de potencia se reescribe de forma lineal, como se puede ver en las ecuaciones (3.11)-(3.14).

$$f_{ij}^p = G_{ij} \cdot u_i - G_{ij} \cdot c_{ij} - B_{ij} \cdot z_{ij} \quad (3.11)$$

$$f_{ji}^p = -G_{ij} \cdot u_j + G_{ij} \cdot c_{ij} - B_{ij} \cdot z_{ij} \quad (3.12)$$

$$f_{ij}^q = -B_{ij} \cdot u_i - G_{ij} \cdot z_{ij} + B_{ij} \cdot c_{ij} \quad (3.13)$$

$$f_{ji}^q = B_{ij} \cdot u_j - G_{ij} \cdot z_{ij} - B_{ij} \cdot c_{ij} \quad (3.14)$$

No obstante, se deben incorporar las restricciones de límites mínimos y máximos de tensión en las barras de acuerdo con (3.15). La restricción (3.8) es no lineal y debe ser relajada a su forma de cono de segundo orden. Esta formulación se puede encontrar en la literatura de varias formas, siendo las principales las presentadas en (3.16) [44] y en (3.17) [54]. De esta forma, el espacio de solución no convexo se encierra en un espacio convexo cónico factible [34].

$$(V_i^m)^2 \leq u_i \leq (V_i^M)^2 \quad (3.15)$$

$$(2c_{ij})^2 + (2z_{ij})^2 + (u_i - u_j)^2 \leq (u_i + u_j)^2 \quad (3.16)$$

$$(c_{ij})^2 + (z_{ij})^2 \leq u_i \cdot u_j \quad (3.17)$$

### 3.2.1. Aproximación angular para la formulación Jabr

Los ángulos de fase en las barras del sistema se pueden incorporar a la formulación siguiendo la metodología propuesta por [55]. De este modo, la diferencia angular de la tensión a través de cada línea viene dado por la expresión no lineal (3.18).

$$\theta_i - \theta_j = \tan^{-1}\left(\frac{z_{ij}}{c_{ij}}\right) \quad (3.18)$$

Para incorporar el efecto de los ángulo de tensión en el problema de optimización, en [45] se propone linealizar (3.18) por medio de serie de Taylor, despreciando los términos cuadráticos y superiores. Sin embargo, cabe destacar que el rendimiento computacional es deficiente, ya que no se logra una aproximación suficientemente precisa de los resultados.

En consecuencia, en este trabajo se adopta la formulación propuesta en [56]. Para ello, se asumen tensiones nominales y se aproxima la diferencia angular en las barras del sistema mediante el cambio de variable aplicado en (3.6). La expresión para  $z_{ij}$  toma la siguiente forma:

$$z_{ij} = v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) \quad (3.19)$$

$$v_i \cdot v_j \approx 1 \quad (3.20)$$

$$\sin(\theta_{ij}) \approx \theta_i - \theta_j \quad (3.21)$$

Utilizando las simplificaciones de (3.20) y (3.21), equivalentes a las utilizadas en el modelo de corriente continua, se puede deducir la expresión para aproximar las restricciones angulares, como se presenta a continuación:

$$-\epsilon \leq \theta_i - \theta_j - z_{ij} \leq \epsilon \quad (3.22)$$

El valor recomendado en los estudios de operación para el error admisible  $\epsilon$  fluctúa entre 0,25 y 0,5 grados ( $\pi/360 - \pi/720$  radianes)[56]. De esta forma, la expresión (3.22) permite aproximar las diferencia angulares del OPF, logrando resultados de operación cercanos al valor real (NL).

Donde:

VARIABLES:

$\theta_i$	Ángulo de tensión de la barra $i$ .
$\theta_{ij}$	Diferencia angular entre las barras $i$ y $j$ .
$f_{ij}^p/f_{ij}^q$	Flujo de potencia activa/reactiva por la línea de transmisión $ij$ .
$c_{ij}$	Variable auxiliar para el término $\cos(\theta)$ (formulación Jabr) de la línea $ij$ .
$z_{ij}$	Variable auxiliar para el término $\sin(\theta)$ (formulación Jabr) de la línea $ij$ .
$u_i$	Magnitud de tensión al cuadrado de la barra $i$ .
$v_i$	Magnitud de tensión de la barra $i$ .

PARÁMETROS:

$\epsilon$	Error admisible para aproximación angular (formulación Jabr).
$G_{ij}/B_{ij}$	Conductancia/susceptancia de la línea $ij$ .
$V_i^m/V_i^M$	Tensión mínima/máxima de la barra $i$ .

### 3.2.2. Resumen de las ecuaciones para la formulación Jabr:

Las ecuaciones de flujo de potencia presentadas en (3.1) a (3.4) pueden reformularse en su forma convexa, de acuerdo con las expresiones (3.11) a (3.14), aplicando el cambio de variables propuesto de (3.5) a (3.8). En particular, la restricción (3.8), que es no lineal, se relaja en una forma convexa que puede expresarse mediante (3.16) o (3.17), mientras que la tensión para el cambio de variables está limitada por (3.15). Este modelo es exacto para sistemas de transmisión radiales, pero constituye una aproximación para sistemas enmallados. Para aproximar la operación en estos últimos, se utiliza la aproximación de las diferencias angulares de barra definida en la expresión (3.22). De esta forma, el PF queda definido en un entorno convexo.

### 3.3. Relajación cónica de segundo orden, formulación DistFlow

La Figura 3.5 presenta el problema de flujos de potencia entre las barras  $i, j, k$  de un sistema radial. Las definiciones de las variables eléctricas son similares a la formulación de Jabr con excepción de los parámetros de línea. En este caso se define la impedancia en una línea de transmisión genérica en su forma rectangular (resistencia y reactancia) y se denota por  $Z_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$ .

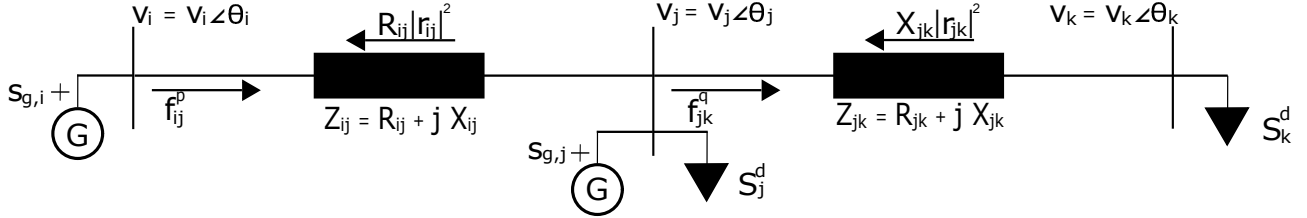


Figura 3.5: Modelo esquemático de una red radial simple

La relación de tensión entre la barra  $i$  y la barra  $j$  se pueden representar de acuerdo con la ecuación (3.23). Utilizando la definición de corriente en la línea, la relación anterior puede ser representada por (3.24), donde  $r_{ij}$  es la corriente y  $f_{ij}^s$  es la potencia aparente que circulan desde la barra  $i$  a la barra  $j$  a través de la línea de transmisión. La ecuación de balance de potencia aparente en la barra  $j$  se determina utilizando (3.25).

$$f_{ij}^s = v_i \cdot r_{ij}^* \quad (3.23)$$

$$v_j = v_i - \frac{Z_{ij} \cdot (f_{ij}^s)^*}{v_i^*} \quad (3.24)$$

$$s_{g,j} - S_j^d = - \sum_{i:i \rightarrow j} (f_{ij}^s - Z_{ij} \cdot |r_{ij}|^2) + \sum_{k:j \rightarrow k} f_{jk}^s \quad (3.25)$$

Considerando el cuadrado de los términos en (3.24), la relación de tensión entre las barras  $i, j$  se puede escribir como (3.26). Utilizando esta notación, el balance de potencia dado en (3.25) se puede expresar en su parte real e imaginaria según las ecuaciones (3.27) y (3.28).

$$|v_j|^2 = |v_i|^2 - |Z_{ij}|^2 \cdot |r_{ij}|^2 + (Z_{ij} \cdot (f_{ij}^s)^* + (Z_{ij}^*) \cdot f_{ij}^s) \quad (3.26)$$

$$p_{g,j} - P_j^d = - \sum_{i:i \rightarrow j} (f_{ij}^p - R_{ij} \cdot |r_{ij}|^2) + \sum_{k:j \rightarrow k} f_{jk}^p \quad (3.27)$$

$$q_{g,j} - Q_j^d = - \sum_{i:i \rightarrow j} (f_{ij}^q - X_{ij} \cdot |r_{ij}|^2) + \sum_{k:j \rightarrow k} f_{jk}^q \quad (3.28)$$

Con el uso de las expresiones (3.26) - (3.28), se establece y define completamente la distribución de carga del modelo DistFlow (flujo de ramas).

## Convexificación

El modelo propuesto relaja el ángulo de fase del cuadrado de la tensión y la corriente de (3.23)-(3.25), introduciendo el cambio de variables de las expresiones (3.29) y (3.30).

$$u_j = |v_j|^2 \quad (3.29)$$

$$l_{ij} = |r_{ij}|^2 \quad (3.30)$$

De esta manera, la ecuación (3.23) se puede reformular como (3.31). Además, el cambio de variable permite una mayor simplificación de (3.26), la cual se presenta en la ecuación (3.32).

$$(f_{ij}^s)^2 = (f_{ij}^p)^2 + (f_{ij}^q)^2 = u_i \cdot l_{ij} \quad (3.31)$$

$$u_j = u_i - 2(R_{ij} \cdot f_{ij}^p + X_{ij} \cdot f_{ij}^q) + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2)l_{ij} \quad (3.32)$$

Las restricciones de balance de potencia activa (3.27) y reactiva (3.28) se pueden reescribir de forma lineal como se muestra en (3.33) y (3.34).

$$p_{g,j} - P_j^d = - \sum_{i:i \rightarrow j} (f_{ij}^p - R_{ij} \cdot l_{ij}) + \sum_{k:j \rightarrow k} f_{jk}^p \quad (3.33)$$

$$q_{g,j} - Q_j^d = - \sum_{i:i \rightarrow j} (f_{ij}^q - X_{ij} \cdot l_{ij}) + \sum_{k:j \rightarrow k} f_{jk}^q \quad (3.34)$$

Para cada una de las líneas del sistema, el problema de flujos de potencia sigue siendo no lineal debido a la multiplicación de las variables  $u_i$  y  $l_{ij}$  en la ecuación (3.31). Para esta modelación, se realiza una convexificación mediante conos de segundo orden utilizando (3.35) [47, 48], o en su notación equivalente (3.36) [51]. Por lo que, el espacio de soluciones no convexo se encierra en un espacio convexo de manera equivalente a la formulación de Jabr.

$$(f_{ij}^p)^2 + (f_{ij}^q)^2 \leq u_i \cdot l_{ij} \quad (3.35)$$

$$(2f_{ij}^p)^2 + (2f_{ij}^q)^2 + (u_i - l_{ij})^2 \leq (u_i + l_{ij})^2 \quad (3.36)$$

### 3.3.1. Aproximación angular para la formulación DistFlow

Como se mencionó anteriormente, para el modelo SOC-OPF, las relajaciones cónicas son exactas en redes radiales. En redes malladas, el modelo cónico entrega resultados relajados, debido a que no se satisfacen las restricciones angulares para cada ciclo del sistema de potencia [53]. Para corregir esto, se debe cumplir que la suma de la diferencia angular de tensión alrededor de cualquier malla o ciclo debe ser cero, de acuerdo con la restricción (3.37) [51].

$$\sum_{(i,j,\dots,n) \in \Omega^C} \theta_{ij} + \theta_{jk} + \dots + \theta_{ni} = 0 \quad (3.37)$$

Los subíndices  $i, j, k, \dots, n$  son las barras que conforman un ciclo particular en una red eléctrica. Un ejemplo de estas restricciones para el sistema eléctrico IEEE de 24 barras se presenta en el Anexo A. La ecuación (3.38) muestra la dependencia angular de tensión con el flujo de potencia a través de una línea del sistema. Esta expresión se obtiene a partir de las restricciones de flujo de potencia (3.1) y (3.3).

$$v_i \cdot v_j \cdot \sin(\theta_{ij}) = \frac{B_{ij} \cdot f_{ij}^p + G_{ij} \cdot f_{ij}^q}{G_{ij}^2 + B_{ij}^2} \quad (3.38)$$

Para capturar el efecto de los ángulos de tensión en las barras, los autores de [57] proponen una envolvente convexa que depende linealmente de  $f_{ij}^p$  y  $f_{ij}^q$ . El modelo propuesto encierra la ecuación (3.38) dentro de una envolvente conformada por el conjunto poliédrico que se propone en las restricciones (3.39) y (3.40). La diferencia del ángulo de fase entre las barras se obtienen a partir de las restricciones cíclicas de (3.37).

$$\theta_{ij} \leq \frac{W}{V_i^m \cdot V_j^m \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} + \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} \quad (3.39)$$

$$\theta_{ij} \geq \frac{W}{V_i^M \cdot V_j^M \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} - \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} \quad (3.40)$$

Donde,  $W = v_i \cdot v_j \cdot \sin \theta_{ij} = \frac{B_{ij} \cdot f_{ij}^p + G_{ij} \cdot f_{ij}^q}{G_{ij}^2 + B_{ij}^2}$  y  $\theta_{ij}^l = \max[|\theta_{ij}^m|, |\theta_{ij}^M|]$ .

La condición  $\max[|\theta_{ij}^m|, |\theta_{ij}^M|]$  indica que la amplitud de la envolvente no puede ser menor que la diferencia angular máxima o mínima entre dos barras conectadas por una línea de transmisión.

De esta manera, las restricciones (3.37), (3.39) y (3.40) mejoran la exactitud de la relajación cónica del PF reforzando la formulación del modelo en los sistemas mallados. Una representación visual de la envolvente se ilustra en la Figura 3.6, donde U-E indica el nivel superior definido por la ecuación (3.39) y L-E indica el nivel inferior de la envolvente (3.40).

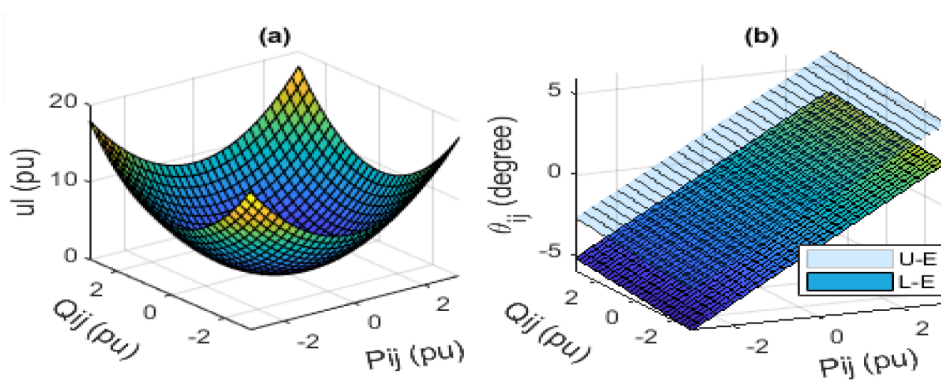


Figura 3.6: (a) Representación del espacio convexo; (b) envolvente para  $\theta_{ij}$

Donde:

VARIABLES:

$f_{ij}^s$	Flujo de potencia aparente por la línea de transmisión $ij$ .
$r_{ij}$	Magnitud de corriente a través de la línea $ij$ .
$l_{ij}$	Magnitud de corriente al cuadrado a través de la línea de transmisión $ij$ .
$p_{g,j}/q_{g,j}$	Generación de potencia activa/reactiva de la unidad $g$ en la barra $j$ .
$s_{g,j}$	Generación de potencia aparente de la unidad $g$ en la barra $j$ .

Parámetros:

$\theta_{ij}^l$	Amplitud de la envolvente.
$S_j^d$	Demanda de potencia aparente en la barra $j$ .
$P_j^d/Q_j^d$	Demanda de potencia activa/reactiva en la barra $j$ .
$Z_{ij}$	Impedancia de la línea $ij$ .
$R_{ij}/X_{ij}$	Resistencia/reactancia de la línea $ij$ .

### 3.3.2. Resumen de las ecuaciones para la formulación DistFlow:

Para formular el problema del PF se utilizan las ecuaciones (3.23), (3.26) y (3.28). Aplicando el cambio de variables (3.29) y (3.30) se puede expresar el problema en forma relajada, de acuerdo con las expresiones (3.31) - (3.34). La expresión (3.31) es no lineal y debe ser relajada en su forma SOC, lo que permite escribirla como (3.35) o su notación equivalente (3.36). Este modelo es exacto para sistemas de transmisión radiales, pero constituye una aproximación para sistemas enmallados. Para aproximar la operación en estos últimos, se utiliza la aproximación construida por las expresiones (3.37), (3.39) y (3.40). De esta forma, el PF queda definido en un entorno convexo.

### 3.4. Discusión de los modelos convexos SOC

Los modelos presentados constituyen la base para las formulaciones discutidas en este trabajo. Ambos son capaces de aproximar efectivamente las condiciones de operación del flujo de potencia mediante formulaciones convexas, manteniendo la influencia de las variables Q-V.

En este sentido, el espacio factible de la relajación de flujo de ramas (DF) tiene un mapeo de uno a uno con el espacio factible de la relajación de inyección en barras (Jabr), lo que indica una equivalencia entre estas relajaciones [58, 59, 60]. Sin embargo, a diferencia de la formulación del modelo de inyección en barras que analiza la magnitud de las variables en cada barra, las ecuaciones DistFlow se centran en las variables del flujo de potencia por las líneas. Al evitar la sustracción de variables con valores similares, la formulación de flujo de ramas tiene características de convergencia numérica superior a la formulación de inyección en barras. La superioridad numérica del modelo de flujo de rama es particularmente evidente para las relajaciones de los modelos de flujo de potencia trifásicos [61] y los sistemas monofásicos a gran escala [62].

Es importante destacar que la formulación angular del modelo convexo DistFlow es innovadora en la literatura técnica, con pocos modelos basados en esta aproximación hasta el momento de elaboración de

este documento. De esta manera, se propone un enfoque innovador que garantiza un equilibrio óptimo entre el detalle operacional y la eficiencia computacional. Para esto, se analiza exhaustivamente el rendimiento del modelo DF en los diferentes contextos de este trabajo y se compara con el rendimiento de la formulación de Jabr.

Esta perspectiva procura demostrar la viabilidad de utilizar modelos AC aproximados como una herramienta complementaria a los modelos DC tradicionales presentes extensamente en la literatura. El objetivo es establecer un esquema de inversión robusto que no necesite ajustes debido a las relajaciones del modelo de flujo de potencia, contribuyendo a una operación económica de los sistemas con soluciones operativas factibles, y reduciendo los costos de operación sin requerir modificaciones en los despachos programados.

Diversas metodologías de optimización convexa se han propuesto en la literatura técnica para complementar los retos de planificación en los sistemas eléctricos. A continuación, se exponen los documentos contemporáneos aplicados a las formulaciones SOC en problemas específicos relacionados con la planificación y predespacho.

### **3.5. Aplicación de los modelos convexos SOC en la literatura**

Los autores de [63] proponen una estrategia de optimización estocástica en dos etapas que integra tanto objetivos ambientales como económicos. Por otro lado, [64] aplica un modelo TEP utilizando la notación DF, mejorado con una estrategia para gestionar sistemas de almacenamiento de energía distribuida. Ambos estudios están limitados a sistemas o segmentos radiales.

Las simulaciones presentadas en [65] y [66] optimizan la incorporación de equipos de compensación de energía reactiva en el sistema mediante la formulación de modelos SOC. De esta manera, se reducen los requerimientos de potencia activa y se obtiene un perfil de tensión más suave. Sin embargo, el análisis en [65] se limita a sistemas radiales, mientras que [66] no corrige el error de la aproximación convexa.

En [67], se aplica la descomposición de Benders al problema de optimización del UC. Para mitigar las inexactitudes introducidas por la relajación SOC y asegurar la factibilidad de los resultados, se emplea el procedimiento cóncavo-convexo [68]. Sin embargo, dado que este algoritmo no se integra en el proceso de optimización principal, no se garantiza una solución globalmente óptima.

En [69], se presenta un modelo de predespacho aproximado que no corrige los errores generados por la aproximación SOC, lo que limita su precisión en problemas complejos.

En general, ninguno de estos artículos aborda simultáneamente la modelación conjunta del problema de planificación de la capacidad de generación y transmisión, junto con la inversión en equipos de compensación reactiva y las restricciones del predespacho diario. Al emplear un marco de operación convexo, este enfoque ofrece una base viable para implementar el modelo descrito, posicionándose como el primer estudio en desarrollar esta metodología.

## Capítulo 4

# Flujo óptimo de potencia convexo

Esta sección analiza la precisión de las aproximaciones y los criterios de convergencia en los modelos convexos. La metodología compara los resultados de las formulaciones OPF AC, DC y SOC, identificando las condiciones que generan diferencias significativas y evaluando cuándo el modelo propuesto puede aplicarse con una brecha de optimalidad reducida.

La formulación no lineal se utiliza como referencia para evaluar la desviación de ambos modelos convexos, proporcionando una visión más clara sobre sus particularidades y desempeño. Esta comparación constituye un primer paso clave para determinar su viabilidad en aplicaciones de planificación y predespacho.

El análisis profundiza en el método propuesto en [57] para la notación DistFlow, proporcionando un estudio detallado de la envolvente angular aplicada a las líneas de transmisión del sistema. Además, se presenta una visión integral de su aplicación y las limitaciones inherentes a su implementación.

Para los casos presentados en esta sección, los resultados se generan utilizando las herramientas Matpower [70] y Pypower [71] en la resolución del OPF-AC. En el caso de los modelos convexos, la solución del problema de optimización se consigue utilizando Gurobi, con un Gap de  $1 \times 10^{-4}$  [pu].

La estructura de esta Sección comienza con el estudio de la formulación de la envolvente. Luego, se emplea la formulación convexa del OPF utilizando las notaciones DF y Jabr en sistemas de prueba tipo IEEE de diferentes tamaños.

Las formulaciones del OPF AC y DC se consideran bien establecidas y se pueden consultar en [9] y [72]. Los detalles técnicos de los sistemas utilizados en este Capítulo se encuentran disponibles en el Anexo B.

#### 4.1. Análisis de la envolvente angular para la formulación DistFlow

Las condiciones necesarias en la formulación DF para aproximar la diferencia angular en redes malladas se definen mediante las expresiones (3.37), (3.39) y (3.40). De este modo, la optimización del OPF-SOC incorpora las restricciones cíclicas de las líneas de transmisión, estableciendo además las cotas superior e inferior para la diferencia angular.

La efectividad de la aproximación se evalúa utilizando la desviación estándar ( $\sigma$ ) de la diferencia angular ( $\theta_{ij}$ ) como métrica de comparación, según se describe en (4.1).

$$\sigma(\theta_{ij}) = \sqrt{\frac{1}{\Omega^L} \sum [\theta_{ij}(NL) - \theta_{ij}(SOC)]^2} \quad \forall ij \in \Omega^L \quad (4.1)$$

##### 4.1.1. Formulación del OPF-DF aplicada al sistema IEEE de 6 barras

La topología del sistema se presenta en la Figura 4.1. El sistema está compuesto por un total de 11 líneas de transmisión, organizadas de manera que forman 6 ciclos. En la Tabla 4.1 se detallan los límites de tensión para las barras del sistema.

El problema examina diversas configuraciones de la amplitud de la envolvente, para lo cual se resuelve el OPF considerando los valores de  $\theta_{ij}^l = \{30^\circ, 20^\circ, 10^\circ, 1^\circ\}$ .

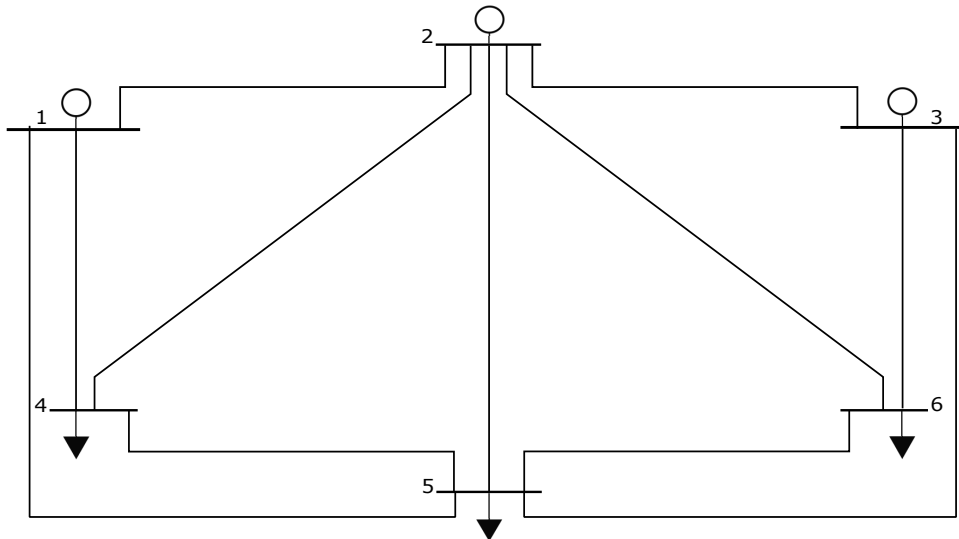


Figura 4.1: Topología del sistema eléctrico de 6 barras

Tabla 4.1: Tensiones máximas y mínimas del sistema IEEE de 6 Barras

Barra	1	2	3	4	5	6
$V^m$ [pu]	1,050	1,050	1,070	0,950	0,950	0,950
$V^M$ [pu]	1,050	1,050	1,070	1,050	1,050	1,050

**Resultados del OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 6 barras**

El análisis se fundamenta en los resultados del OPF-SOC, evaluados en términos de  $\theta_{ij}$ . En este contexto, las líneas segmentadas en rojo representan los límites de la envolvente, la línea azul muestra la solución del modelo convexo y la línea segmentada en negro corresponde a la solución del modelo OPF-AC.

En la Figura 4.2 se observa como la envolvente se estrecha a medida que la amplitud de la envolvente  $\theta_{ij}^l$  disminuye. Esto confirma como la aproximación convexa se adapta al conjunto de soluciones posibles a medida que los límites para los ángulos de tensión  $\theta_{ij}^m$  y  $\theta_{ij}^M$  se reducen.

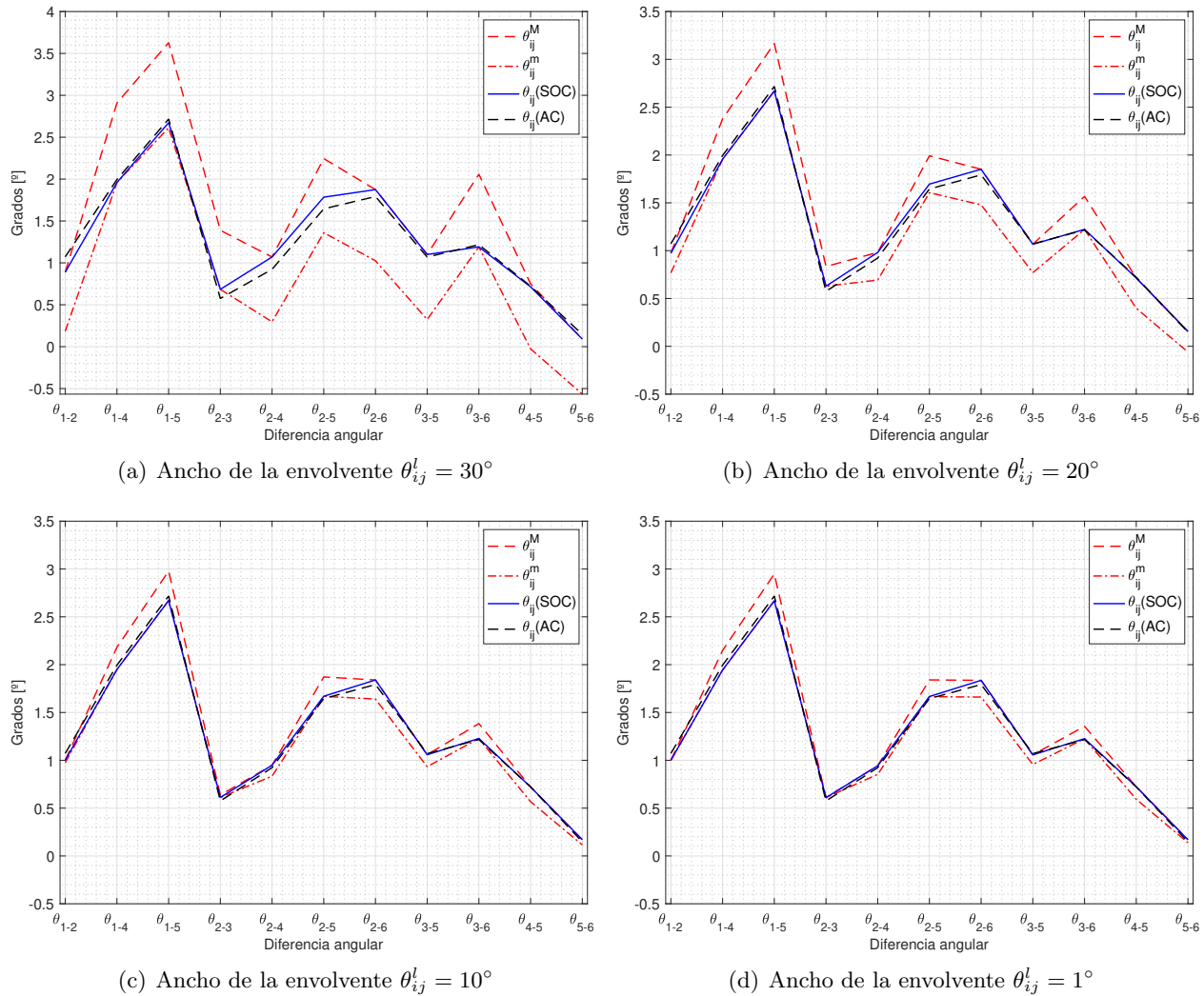


Figura 4.2: Diferencia angular para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 6 Barras

La Tabla 4.2 muestra la desviación estándar de la diferencia angular  $\sigma(\theta_{ij})$ . Se observa una disminución en la desviación a medida que  $\theta_{ij}^l$  disminuye, lo que indica una mejora en la precisión del modelo. Es relevante resaltar que la diferencia entre  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  y  $\theta_{ij}^l = 1^\circ$  es despreciable. De esta forma, se considera adecuado establecer el valor de  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  para asegurar la convergencia de la solución.

Tabla 4.2: Desviación de  $\theta_{ij}$  para el OPF-DF del sistema IEEE de 6 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$	$\theta_{ij}^l = 1^\circ$
$\sigma(\theta_{ij})$	0,56	0,21	0,09	0,07

En este caso, el rango permitido de tensiones en las barras de generación se restringe a un valor específico, lo que disminuye el espacio de soluciones. Esta limitación facilita que la formulación obtenga una solución coherente con los valores esperados del flujo de potencia y contribuye a una adecuada configuración de la envolvente del sistema.

Según lo expuesto, en términos de  $\theta_{ij}^l$ , el problema convexo proporciona una aproximación precisa del modelo no lineal. Esto se traduce en una descripción detallada de los flujos de potencia a través de la aproximación convexa, demostrando así la utilidad y eficacia de este enfoque en la optimización del sistema eléctrico bajo las condiciones mencionadas.

#### 4.1.2. Formulación del OPF-DF aplicada al sistema IEEE de 14 Barras

La topología del sistema se presenta en la Figura 4.3. El sistema está compuesto por un total de 17 líneas de transmisión y 3 transformadores, organizadas de manera que forman 7 ciclos. Los valores máximos y mínimos para la tensión están establecidos con  $V^m = 0,94[\text{pu}]$  y  $V^M = 1,06[\text{pu}]$ .

La resolución del problema se lleva a cabo considerando los valores de  $\theta_{ij}^l = \{30^\circ, 20^\circ, 10^\circ\}$ . Es importante destacar que la línea de transmisión  $L_{7-8}$  es radial y, por lo tanto, no se incluye en el análisis ( $\theta_{7-8} = 0$ ). Además, no se emplea el valor  $\theta_{ij}^l = \{1^\circ\}$  ya que  $\theta_{ij}^M$  supera este umbral, conforme a la restricción establecida de las expresiones (3.39) y (3.40).

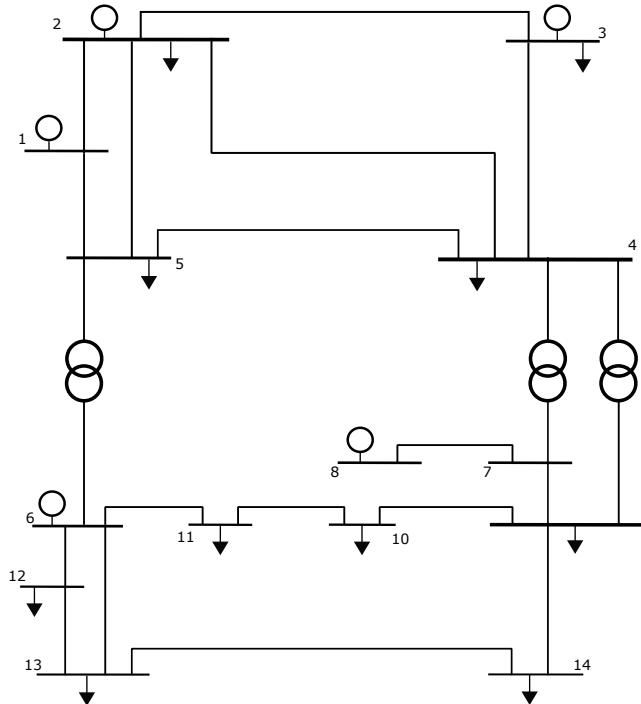


Figura 4.3: Topología del sistema eléctrico de 14 barras

### Resultados del OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

Los resultados para cada valor de  $\theta_{ij}^l$  se presentan en las Figuras 4.4 a 4.6. A diferencia de los resultados anteriores, no se observa un patrón de convergencia hacia el resultado no lineal, lo que sugiere que los resultados pueden estar sesgados e indica la posibilidad de inconsistencias en el modelo o en los datos de entrada.

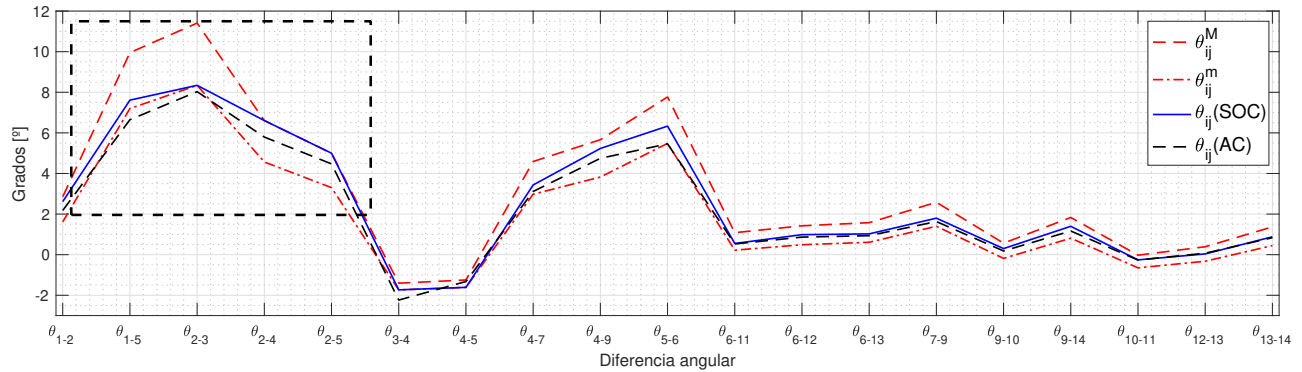


Figura 4.4: Diferencia angular para el OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 30^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

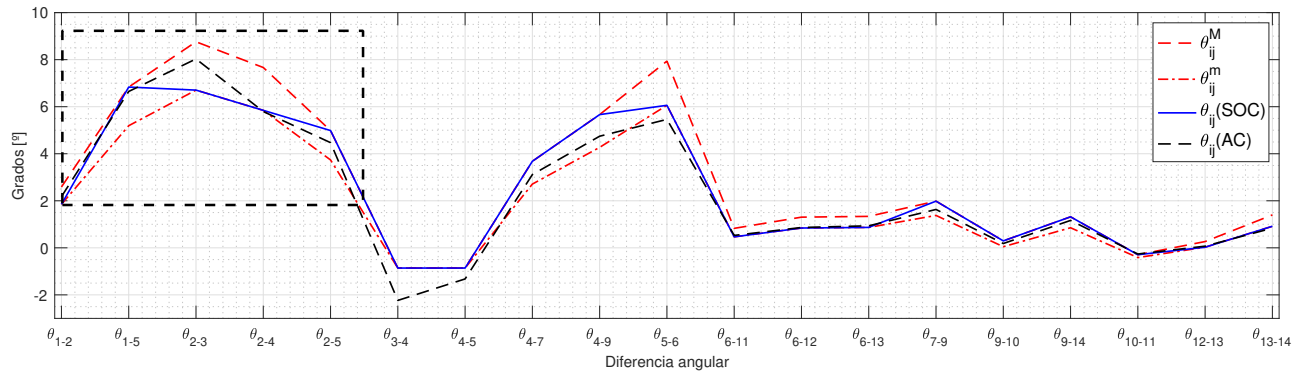


Figura 4.5: Diferencia angular para el OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 20^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

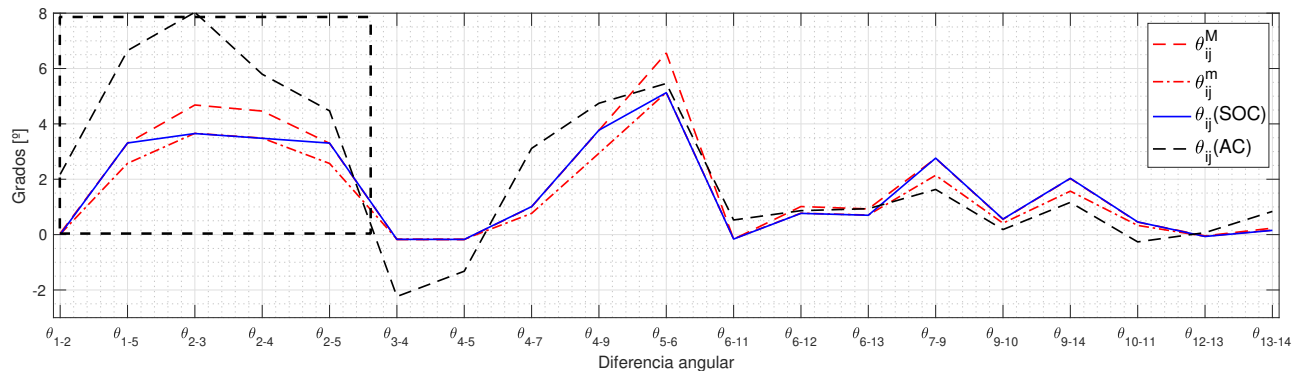


Figura 4.6: Diferencia angular para el OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

La evaluación del segmento entre las líneas  $L_{1-2}$  y  $L_{2-5}$  en los gráficos no revela patrones consistentes. Para  $\theta_{ij}^l = 30^\circ$ , el valor de la diferencia angular se aproxima de forma superior al valor del resultado

no lineal, indicando una posible sobreestimación. Para  $\theta_{ij}^l = 20^\circ$ , la aproximación altera la tendencia y el valor estimado se sitúa por debajo del valor esperado, sugiriendo una subestimación. Finalmente, para  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ , la envolvente parece estar completamente desacoplada del valor deseado.

En este caso, la dispersión aumenta a medida que disminuye la magnitud de  $\theta_{ij}^l$ , según se muestra en la Tabla 4.3. Este comportamiento indica que el problema convexo no converge hacia la solución buscada. Por el contrario, el error incrementa considerablemente a medida que  $\theta_{ij}^l$  disminuye.

Tabla 4.3: Desviación de  $\theta_{ij}$  para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\sigma(\theta_{ij})$	0,43	0,54	2,39

A diferencia del caso anterior, el rango de tensiones en las barras de generación es amplio, lo que pone de manifiesto la alta sensibilidad de la formulación ante estas variables. Esta característica limita la viabilidad del modelo en diversas condiciones de operación, constituyendo una restricción significativa en su aplicabilidad.

Además, se destaca la importancia de desarrollar un enfoque robusto que aborde eficazmente esta dependencia, con el propósito de mejorar la precisión y la convergencia del modelo DistFlow, promoviendo su aplicación en algoritmos de planificación y predespacho.

Como medida correctiva y en consideración de los factores previamente mencionados, se propone una modificación en la formulación de la envolvente. Se sugiere fijar los valores máximos y mínimos de tensión en cada barra, estableciendo  $V_i^M = V_j^M = V_i^m = V_j^m = 1$ . Con esta adaptación, las ecuaciones (3.38) y (3.39) se reemplazan por las expresiones (4.2) y (4.3).

$$\theta_{ij} \leq \frac{W}{1 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} + \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} \quad (4.2)$$

$$\theta_{ij} \geq \frac{W}{1 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} - \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} \quad (4.3)$$

Las Figuras 4.7 a 4.9 presentan los resultados obtenidos tras incorporar las modificaciones propuestas en la formulación. Estos resultados evidencian que el comportamiento de  $\theta_{ij}$  converge progresivamente hacia la tendencia del resultado no lineal a medida que  $\theta_{ij}^l$  disminuye.

La Tabla 4.4 muestra un incremento en la calidad de la solución, lo que conlleva una reducción del error entre ambos métodos. De este modo, la modificación en la formulación permite que el flujo de potencia convexo se mantenga dentro del rango angular deseado durante la resolución del problema, lo que posibilita una formulación más flexible del modelo.

Tabla 4.4: Desviación de  $\theta_{ij}$  para la formulación propuesta del OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\sigma(\theta_{ij})$	0,42	0,36	0,31

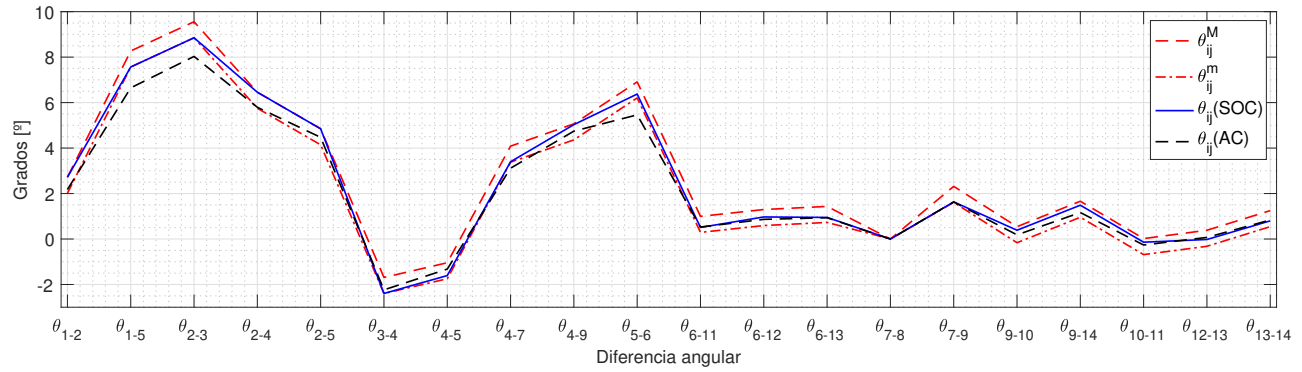


Figura 4.7: Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 30^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

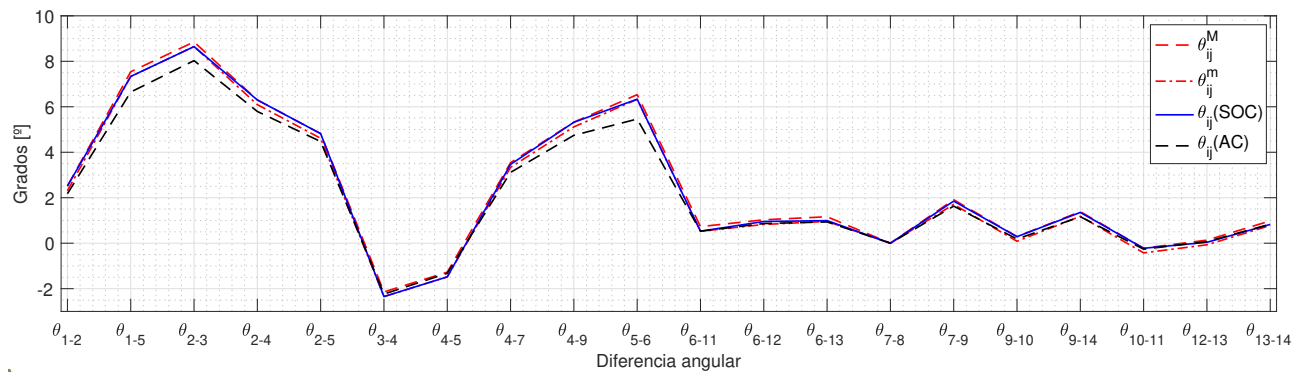


Figura 4.8: Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 20^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

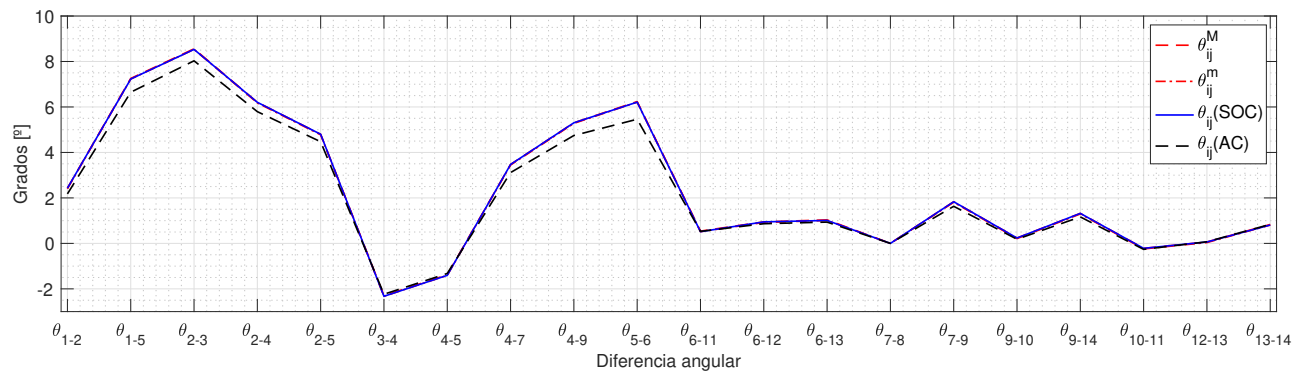


Figura 4.9: Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

La notación propuesta ofrece una solución robusta al problema independiente de las condiciones de funcionamiento, lo que permite abordar de manera efectiva la influencia de los amplios rangos de tensión en la convergencia y precisión del modelo. Además, se puede relajar la condición  $\theta_{ij}^l = \max[|\theta_{ij}^m|, |\theta_{ij}^M|]$ , lo que permite explorar anchos de la envolvente inferiores a la diferencia angular máxima en las líneas de transmisión.

### 4.1.3. Formulación del OPF-DF aplicada al sistema IEEE de 24 Barras

El problema de flujos de potencia se aborda utilizando tanto la formulación estándar como la formulación propuesta, lo que proporciona un punto de comparación adicional en el rendimiento de ambas al analizar la construcción de sus respectivas envolventes. Esta perspectiva permite una evaluación más detallada de las aproximaciones, fortaleciendo los supuestos subyacentes en cada formulación y contribuyendo a una comprensión más profunda de su aplicabilidad y precisión. En este caso, el problema se resuelve evaluando únicamente  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ , que representa el escenario más exigente en función de la condición  $\theta_{ij}^l = \max [|\theta_{ij}^m|, |\theta_{ij}^M|]$ .

La topología del sistema se presenta en la Figura 4.10. El sistema está compuesto por un total de 37 líneas de transmisión y 3 transformadores, organizadas de manera que forman 12 ciclos. Los valores máximos y mínimos para la tensión están configurados en el siguiente rango para todas las barras,  $V^m = 0,95[\text{pu}]$  y  $V^M = 1,05[\text{pu}]$ .

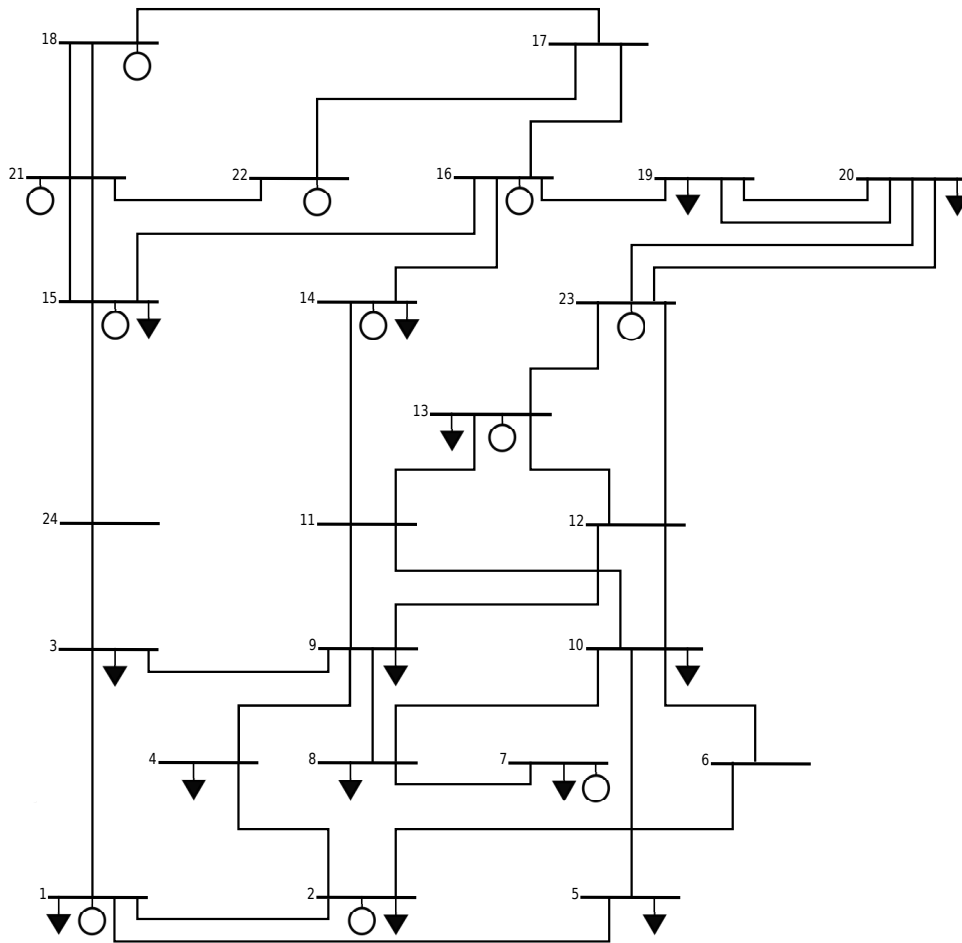


Figura 4.10: Topología del sistema eléctrico de 24 barras

### Resultados del OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 24 Barras

La Figura 4.11 presenta la diferencia angular obtenida a partir de la formulación original. Los resultados evidencian una distorsión en la envolvente, indicando que dicha formulación no converge al resultado esperado. Este comportamiento pone de manifiesto las limitaciones de la formulación para representar con precisión el desempeño del OPF convexo bajo las condiciones de operación establecidas.

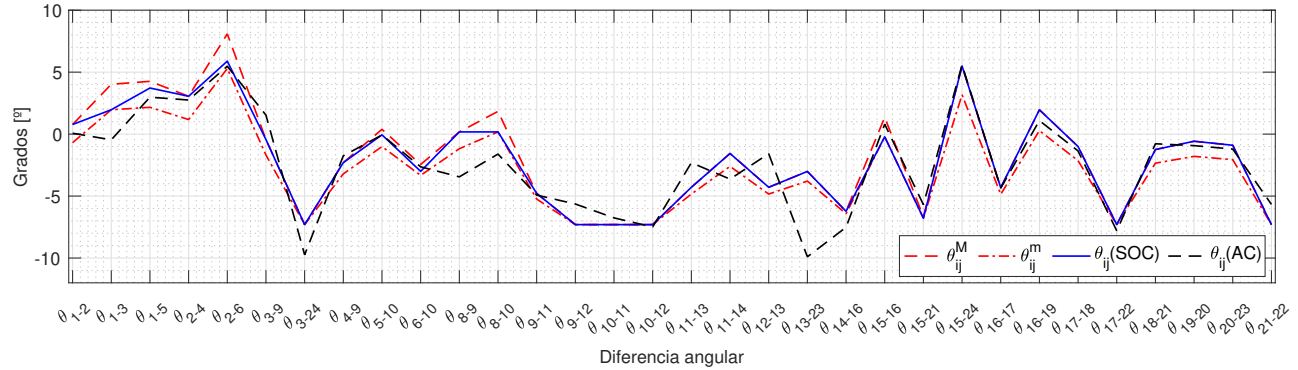


Figura 4.11: Diferencia angular para el OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 24 Barras

La Figura 4.12 muestra la solución obtenida con la formulación propuesta, la cual converge de manera precisa hacia el resultado del problema no lineal. Este comportamiento resalta la efectividad de las modificaciones implementadas, validando el enfoque adoptado y sugiriendo que la formulación es capaz de capturar de manera más exacta las dinámicas del sistema en las condiciones operativas consideradas.

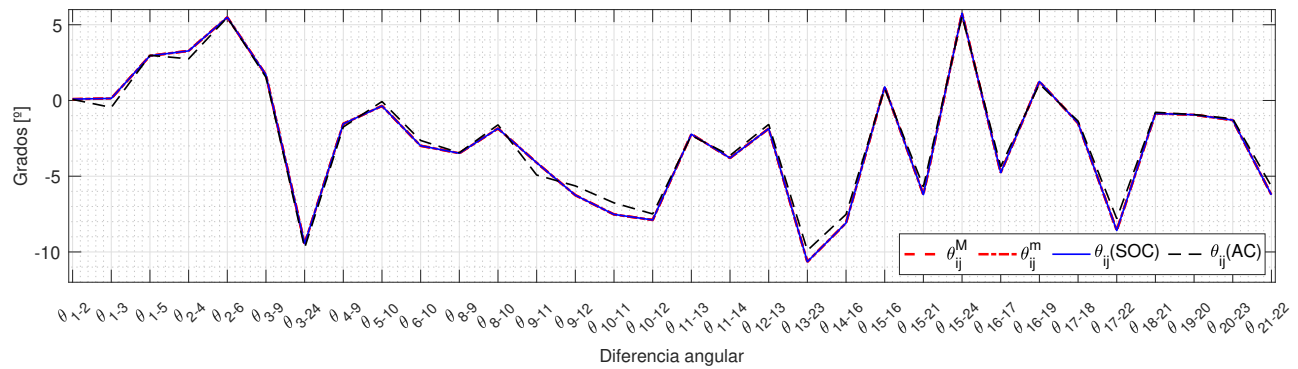


Figura 4.12: Diferencia angular para la formulación propuesta del OPF-DF con  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  aplicado al sistema IEEE de 24 Barras

El desempeño de las formulaciones se evalúa comparando los resultados de  $\sigma(\theta_{ij})$  como se muestra en la Tabla 4.5. Donde  $\sigma(\theta_{ij}^1)$  representa la dispersión de los resultados asociados a la formulación original y  $\sigma(\theta_{ij}^2)$  corresponde a la dispersión de la formulación modificada.

Tabla 4.5: Desviación de  $\theta_{ij}$  para el OPF-DF del sistema IEEE de 24 Barras

	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\sigma(\theta_{ij}^1)$	1,87
$\sigma(\theta_{ij}^2)$	0,42

La comparación de la dispersión revela que la formulación propuesta ofrece una aproximación más precisa al OPF-AC. Esta mejora valida el progreso logrado en la capacidad del modelo para representar con exactitud el comportamiento del sistema eléctrico.

En resumen, el análisis de la envolvente revela una notable sensibilidad en la aproximación angular del método original en relación con las tensiones admisibles en las barras del sistema. Esto pone de manifiesto situaciones operacionales en las que el enfoque utilizado no es válido, resultando en un rendimiento limitado.

Finalmente, la introducción de una variante del método ha demostrado ser efectiva para superar las limitaciones identificadas, proporcionando una aproximación precisa de los ángulos del sistema. Desde una perspectiva de optimización, esta adaptación emerge como una solución efectiva al problema del OPF-DF, produciendo resultados precisos que respaldan y validan la formulación propuesta.

A partir de este punto, todas las formulaciones que emplean la notación DistFlow se fundamentan en la versión modificada.

## 4.2. Análisis del flujo óptimo de potencia convexo

A continuación se amplía el análisis de los modelos convexos, examinando en detalle las soluciones en función de los parámetros que determinan la precisión del modelo. Para la notación de Jabr, la optimización se realiza en función del error admisible  $\epsilon$  de la ecuación (3.22). Para la notación DistFlow, se utiliza la amplitud de la envolvente  $\theta_{ij}^l$  de las ecuaciones (4.2) y (4.3). En particular, los problemas se resuelven utilizando los siguientes parámetros:  $\epsilon = \{1^\circ; 0,75^\circ; 0,5^\circ; 0,25^\circ; 0^\circ\}$  y  $\theta_{ij}^l = \{30^\circ, 20^\circ, 10^\circ\}$ .

Los resultados del OPF se analizan comparando el valor real ( $\Psi_e$ ) y con el valor aproximado ( $\Psi_a$ ) obtenido a partir de las soluciones generadas por los modelos no lineales y convexos, respectivamente. Los indicadores utilizados en la comparación de los resultados incluyen la variación en magnitud, la desviación estándar y el error acumulado. Para ello, se analizan variables clave como los flujos de potencia activa  $f_{ij}^p$  y reactiva  $f_{ij}^q$ , así como la magnitud de la tensión  $v_j$ .

La expresión (4.4) presenta la ecuación para estimar la magnitud del error de las variables de interés. Esta expresión permite cuantificar las discrepancias entre los valores calculados (SOC) y los valores reales (NL).

$$\gamma(\Psi) = |\Psi_e(NL) - \Psi_a(SOC)| \quad (4.4)$$

La fórmula para estimar la magnitud del error acumulado de las variables de interés se presenta en (4.5). Este indicador permite una evaluación global del rendimiento y precisión de los métodos de optimización.

$$\mu(\Psi) = \sum |\Psi_e(NL) - \Psi_a(SOC)| \quad (4.5)$$

La expresión (4.6) cuantifica la dispersión o variabilidad de los resultados entre diferentes métodos, entregando información sobre la consistencia y la uniformidad de las aproximaciones en relación a la solución buscada.

$$\sigma(\Psi) = \sqrt{\frac{1}{\Omega} \sum [\Psi_e(NL) - \Psi_a(SOC)]^2} \quad (4.6)$$

Adicionalmente, este análisis incorpora los resultados del modelo lineal DC, lo que ofrece otra perspectiva de comparación para evaluar el rendimiento del OPF convexo en concordancia con la formulación más recurrente en la literatura.

### Donde:

VARIABLES:

$\Psi$	Variable de interés.
$\Psi_a$	Valor aproximado calculado por flujo de potencia convexo.
$\Psi_e$	Valor de referencia calculado por flujo de potencia no lineal.
$\gamma$	Error de la variable de interés.
$\mu$	Error acumulado de la variable de interés.
$\sigma$	Desviación estándar de la variable de interés.
$\Omega$	Conjunto de valores de la variable de interés.

## 4.3. OPF convexo aplicado al sistema eléctrico IEEE de 14 Barras

### 4.3.1. Notación DistFlow aplicada al sistema IEEE de 14 Barras

#### i) Perfil de tensión

Los resultados se presentan en la Tabla 4.6. La magnitud de la tensión es equivalente en todos los casos, de esta forma  $\gamma(v_j) = \mu(v_j) = \sigma(v_j) = 0$ . Por otro lado, la metodología DC no ofrece información para esta variable.

Tabla 4.6: Tensiones para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

Barra	AC	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
1	1,060	1,060	1,060	1,060
2	1,050	1,050	1,050	1,050
3	1,016	1,016	1,016	1,015
4	1,016	1,017	1,016	1,016
5	1,018	1,019	1,019	1,019
6	1,060	1,060	1,060	1,060
7	1,047	1,047	1,047	1,047
8	1,060	1,060	1,060	1,060
9	1,044	1,044	1,044	1,044
10	1,039	1,039	1,039	1,039
11	1,046	1,046	1,046	1,046
12	1,045	1,045	1,045	1,045
13	1,040	1,040	1,040	1,040
14	1,024	1,024	1,024	1,024

## ii) Potencia activa

El error acumulado  $\mu(f_{ij}^p)$  y la desviación  $\sigma(f_{ij}^p)$  de la potencia activa a través de las líneas de transmisión se presenta en la Tabla 4.7. Se observa que la precisión de la aproximación mejora a medida que disminuye  $\theta_{ij}^l$ . Esta mejora alcanza un grado de exactitud de aproximadamente 0,41 [MW]. El error total acumulado asciende a 6,67 [MW], con un error promedio de 0,33 [MW] por cada línea.

Tabla 4.7: Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras

	DC	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\mu(f_{ij}^p)$	125,40	28,01	7,84	6,67
$\sigma(f_{ij}^p)$	17,47	1,99	0,57	0,41

La Figura 4.13 ilustra la interpretación gráfica de los errores  $\gamma(f_{ij}^p)$ , revelando una diferencia significativa entre los modelos. En particular, el modelo DC presenta un sesgo considerable, especialmente en la línea  $L_{1-2}$ , lo que afecta negativamente la precisión de la aproximación. Para la aproximación convexa, con  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ , el valor del error es despreciable.

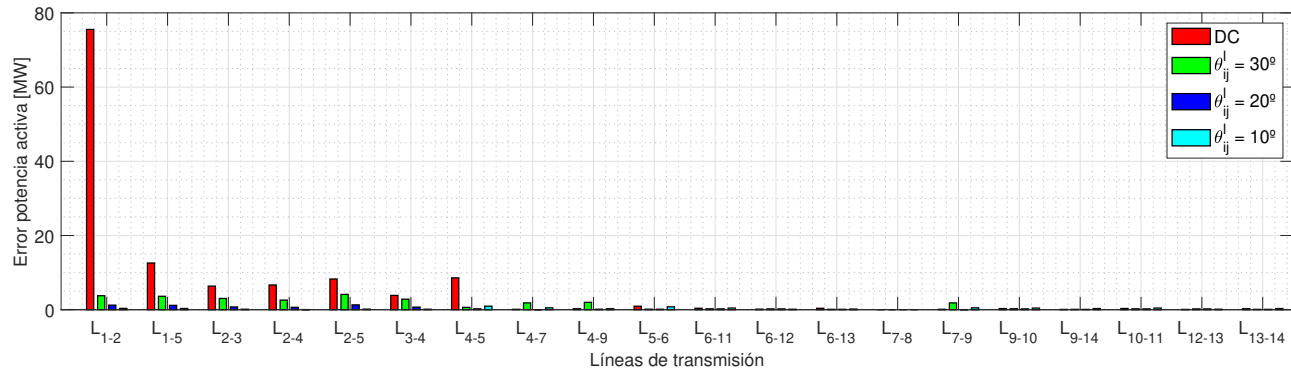


Figura 4.13: Error en el flujo de potencia activa por las líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras

## iii) Potencia reactiva

En la Tabla 4.8 se detallan el error acumulado  $\mu(f_{ij}^q)$  y la desviación  $\sigma(f_{ij}^q)$  de la potencia reactiva para cada caso. Estos valores se mantienen prácticamente estables en los tres escenarios analizados. Para  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  la desviación es de 1,27 [Mvar]. El error acumulado suma 15,34 [Mvar] con un error promedio de 0,77 [Mvar] en cada línea.

Tabla 4.8: Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\mu(f_{ij}^q)$	17,12	15,52	15,34
$\sigma(f_{ij}^q)$	1,36	1,28	1,27

La potencia reactiva presenta un aumento en el porcentaje de error en relación con la potencia activa, aunque este error se mantiene dentro de un rango aceptable. Asimismo, la distribución de la potencia reactiva en un sistema eléctrico puede ajustarse con mayor facilidad utilizando equipos de compensación, en contraste con la potencia activa.

La Figura 4.14 muestra la representación gráfica del error  $\gamma(f_{ij}^q)$  para los casos simulados, donde se observa que la desviación máxima no supera los 4 [Mvar], lo que sugiere una variación controlada en los resultados y un rendimiento aceptable del modelo en este contexto.

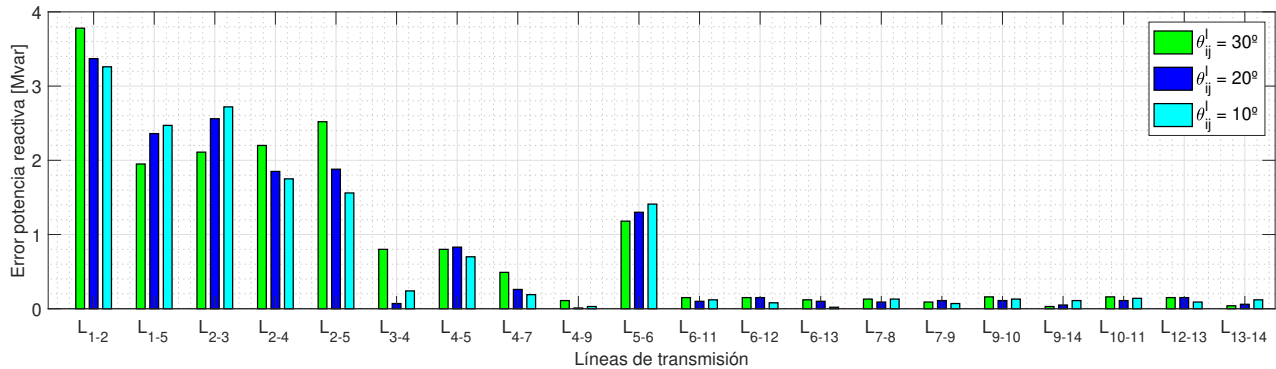


Figura 4.14: Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 14 Barras

Es fundamental destacar que el modelo DC no proporciona información sobre la distribución de potencia reactiva. Sin embargo, esta puede estimarse a través de un proceso independiente del problema de optimización, teniendo en cuenta el error asociado a los supuestos de esta aproximación.

### 4.3.2. Notación Jabr aplicada al sistema IEEE de 14 Barras

#### i) Perfil de tensión

Los perfiles de tensión para cada escenario de operación se detallan en la Tabla 4.9. A medida que el error  $\epsilon$  tiende a 0, se observa una ligera disminución en los niveles de tensión. En comparación con la formulación AC, el modelo convexo tiende a subestimar las magnitudes de tensión. No obstante, los resultados en función de  $\epsilon$  muestran un comportamiento estable en la aproximación de la tensión.

Tabla 4.9: Tensiones para el OPF-Jabr aplicado al sistema IEEE de 14 Barras

Barra	AC	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
1	1,060	1,060	1,060	1,060	1,060	1,060
2	1,050	1,051	1,051	1,051	1,051	1,051
3	1,016	1,018	1,018	1,017	1,016	1,016
4	1,016	1,013	1,013	1,013	1,012	1,012
5	1,018	1,016	1,016	1,016	1,015	1,015
6	1,060	1,055	1,055	1,055	1,055	1,054
7	1,047	1,035	1,035	1,035	1,034	1,034
8	1,060	1,060	1,060	1,060	1,060	1,060
9	1,044	1,020	1,020	1,020	1,019	1,019
10	1,039	1,018	1,018	1,018	1,018	1,018
11	1,046	1,033	1,033	1,033	1,033	1,032
12	1,045	1,038	1,039	1,038	1,038	1,037
13	1,040	1,032	1,032	1,032	1,032	1,031
14	1,024	1,007	1,007	1,007	1,006	1,006

## ii) Potencia activa

En la Tabla 4.10 se presenta el error acumulado y la desviación de la potencia activa, evidenciando que, a medida que el error  $\epsilon$  se reduce, el problema convexo converge con el flujo de potencia no lineal. El error acumulado total asciende a 6,17 [MW], con un error promedio de 0,31 [MW] por cada línea.

Según los indicadores de comparación, se observa una variación considerable en los resultados al reducir el error admisible de  $\epsilon = 0,25^\circ$  a  $\epsilon = 0^\circ$ , lo que evidencia una mejora significativa en la precisión del modelo convexo.

Tabla 4.10: Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras

	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
$\mu(f_{ij}^p)$	62,62	55,94	42,66	27,18	6,17
$\sigma(f_{ij}^p)$	4,62	4,03	2,88	1,676	0,36

La Figura 4.15 muestra el comportamiento gráfico de los errores en función de  $\epsilon$ . Se observa una convergencia gradual hacia valores más precisos a medida que el error disminuye, lo cual confirma el comportamiento descrito anteriormente. En términos de magnitud, el error para  $\epsilon = 0$  no sobrepasa el valor de 1 [MW] en cada línea.

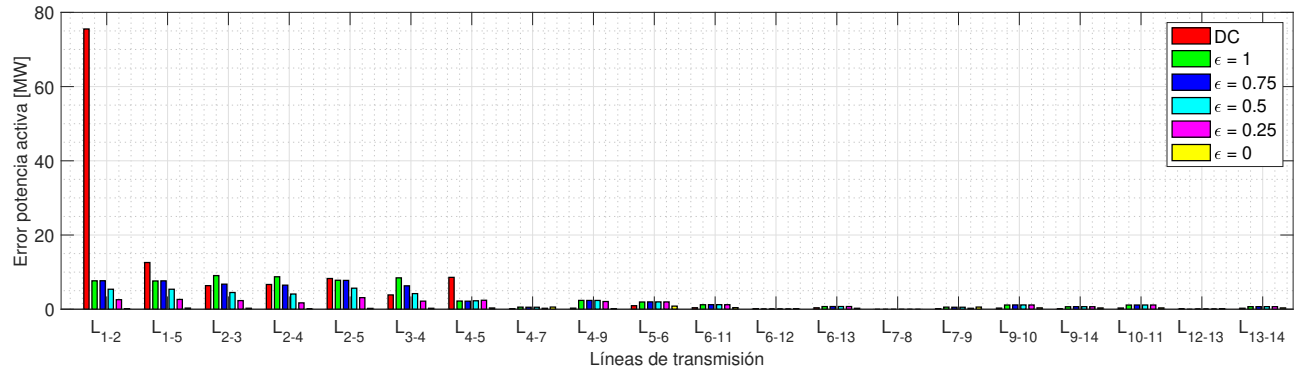


Figura 4.15: Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras

### iii) Potencia reactiva

La Tabla 4.11 muestra el error acumulado y la desviación de la potencia reactiva, con un comportamiento aproximadamente uniforme e independiente del valor de error utilizado. Además, existe un aumento en la desviación al reducir el error de  $\epsilon = 0,25^\circ$  a  $\epsilon = 0^\circ$ , que en términos prácticos es despreciable. El error acumulado suma 60,02 [Mvar] con un error promedio de 3,0 [Mvar] en cada línea.

Tabla 4.11: Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras

	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
$\mu(f_{ij}^q)$	58,77	57,53	57,77	58,46	60,02
$\sigma(f_{ij}^q)$	3,89	3,86	3,83	3,82	3,84

La Figura 4.16 muestra la distribución del error en magnitud para la potencia reactiva. El comportamiento es prácticamente constante entre los escenarios registrados, con una variación despreciable en función del error. El error no supera los 12 [Mvar] en ninguna de las líneas.

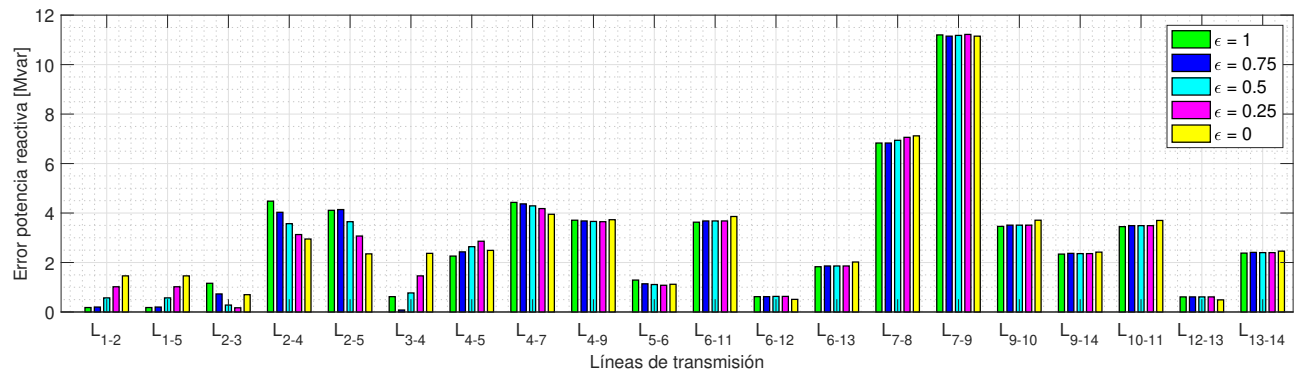


Figura 4.16: Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 14 Barras

#### 4.4. OPF convexo aplicado al sistema eléctrico IEEE de 57 Barras

La topología del sistema se presenta en la Figura 4.17. El sistema está compuesto por un total de 80 líneas de transmisión organizadas de manera que forman 20 ciclos. Los valores máximos y mínimos para la tensión están configurados en el siguiente rango para todas las barras,  $V^m = 0,94[\text{pu}]$  y  $V^M = 1,06[\text{pu}]$ .

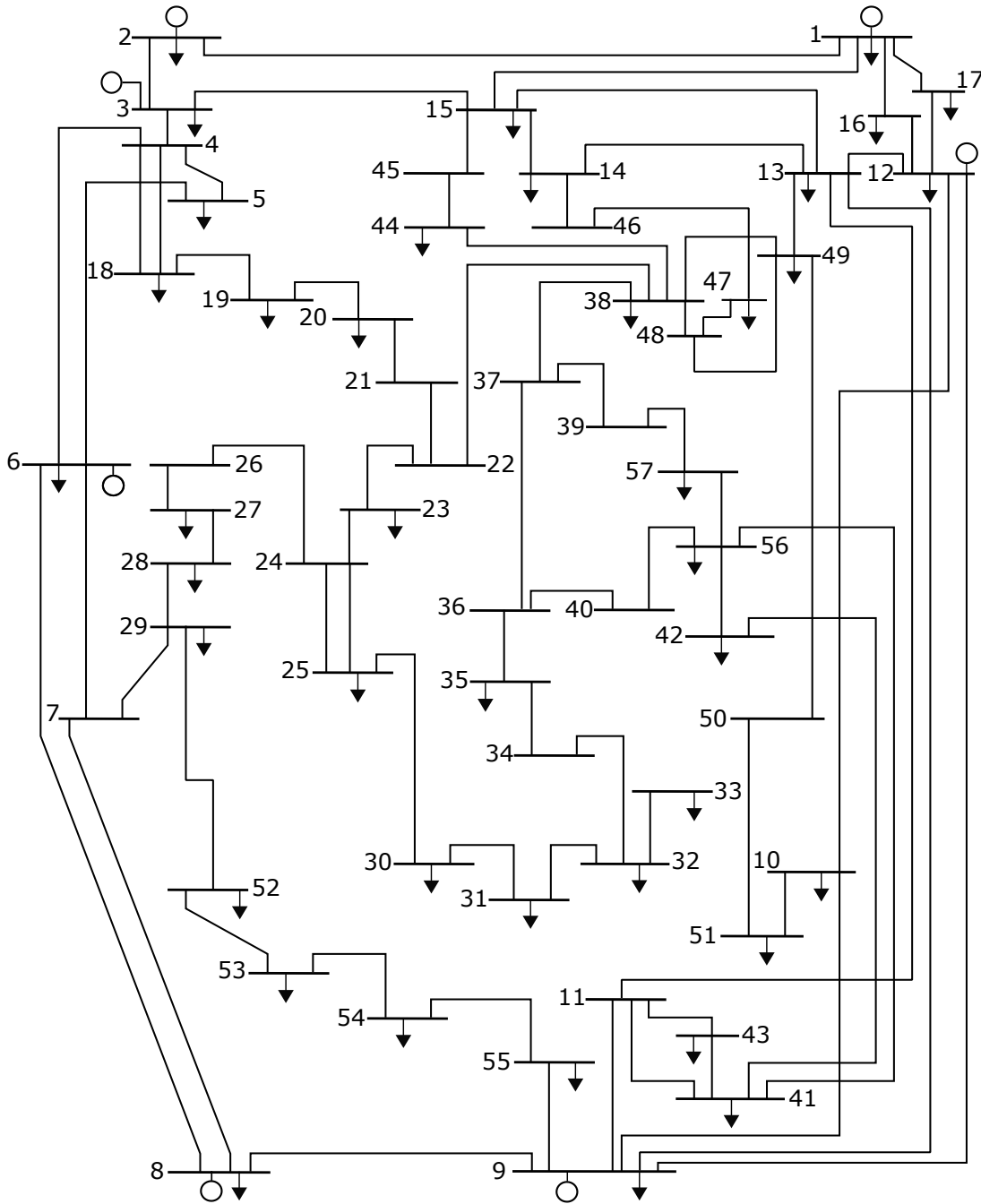


Figura 4.17: Topología del sistema eléctrico de 57 barras

#### 4.4.1. Notación DistFlow aplicada al sistema IEEE de 57 Barras

##### i) Perfil de tensión

La Figura 4.18 presenta el error en el perfil de tensión, mostrando una tendencia constante en todos los casos, con una leve disminución a medida que la amplitud  $\theta_{ij}^l$  se reduce. El error máximo observado es de aproximadamente 0,03 [pu].

##### ii) Potencia activa

La Tabla 4.12 muestra el error acumulado y la desviación de la potencia activa, con un error acumulado total de 68,48[MW], considerando que es un sistema con 80 líneas de transmisión, el error promedio es de 0,86 [MW]. La interpretación gráfica de los errores se presenta en la Figura 4.19, para  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$  el error máximo es aproximadamente 2 [MW].

Tabla 4.12: Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\mu(f_{ij}^p)$	159,68	84,24	68,48
$\sigma(f_{ij}^p)$	2,98	1,45	1,23

##### iii) Potencia reactiva

La Tabla 4.13 presenta el error acumulado y la desviación de la potencia reactiva, cuyo comportamiento reafirma la falta de correlación entre la potencia reactiva y  $\theta_{ij}^l$ . Se observa que  $\mu(f_{ij}^q)$  disminuye ligeramente en función de  $\theta_{ij}^l$ . El error acumulado alcanza la suma de 175,68 [Mvar], con un error promedio de 2,19 [Mvar] por línea.

Tabla 4.13: Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\mu(f_{ij}^q)$	192,52	181,76	175,68
$\sigma(f_{ij}^q)$	3,94	3,79	3,75

La Figura 4.20 muestra la representación gráfica de la magnitud del error, donde se observan errores puntuales en las líneas  $L_{13-14}$ ,  $L_{1-15}$ ,  $L_{3-15}$ ,  $L_{12-13}$ ,  $L_{14-15}$  y  $L_{14-46}$ , alcanzando un valor máximo aproximado de 18 [Mvar].

Estos errores se concentran en las líneas de transmisión que son modeladas con impedancias reducidas ( $R_{ij} \approx X_{ij} \approx 0$ ). Dado que la formulación de la envolvente, representada por las ecuaciones (3.39) y (3.40), depende de la impedancias de las líneas, la aproximación pierde precisión en estas áreas, lo que provoca un aumento local del error.

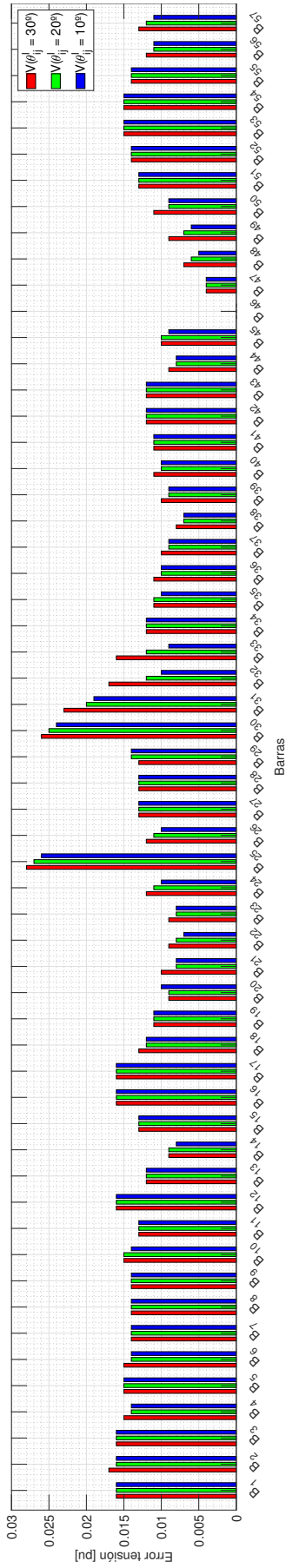


Figura 4.18: Error de tensión para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 57 Barras

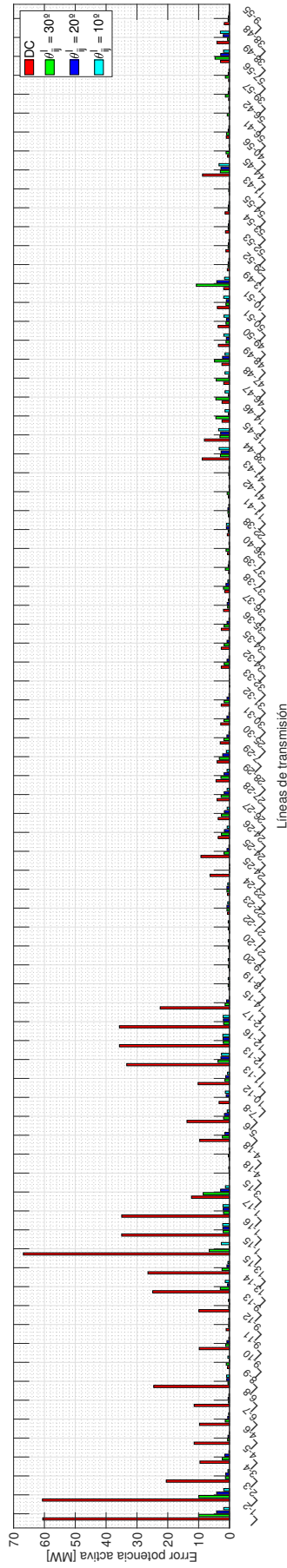


Figura 4.19: Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras

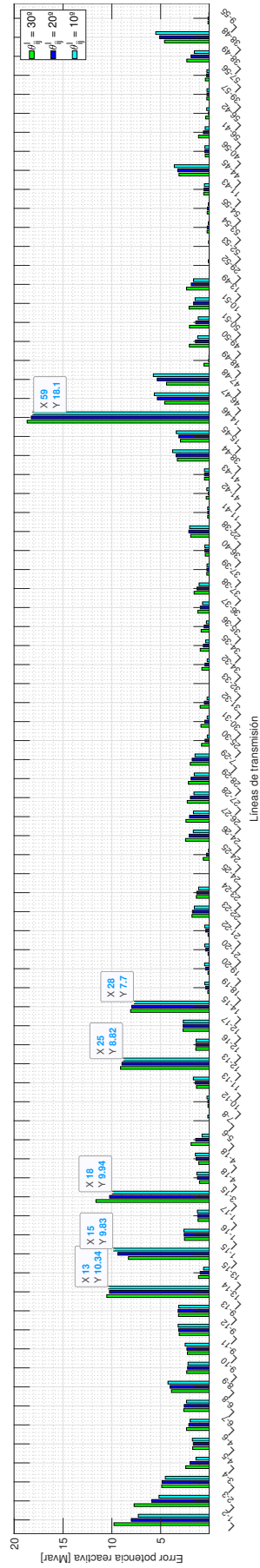


Figura 4.20: Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 57 Barras

#### 4.4.2. Notación Jabr aplicada al sistema IEEE de 57 Barras

##### i) Perfil de tensión

Los errores de tensión para cada valor de  $\epsilon$  se detallan en la Figura 4.21, donde se observa que el error se mantiene en aproximadamente 0,01 [pu].

##### ii) Potencia activa

En la Tabla 4.14 se presentan el error acumulado y la desviación de la potencia activa, manteniendo la correlación entre el error  $\epsilon$  y los indicadores de comparación, destacándose el comportamiento escalonado que se observa entre  $\epsilon = 0,25^\circ$  y  $\epsilon = 0^\circ$ . El error en la potencia activa alcanza una precisión de 1,55 [MW], con un error acumulado total de 59,10 [MW] y un promedio de 0,74 [MW] por línea.

Tabla 4.14: Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras

	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
$\mu(f_{ij}^P)$	253,83	252,53	225,10	160,76	59,10
$\sigma(f_{ij}^P)$	4,74	4,73	4,16	2,86	1,55

La Figura 4.22 ilustra la variación de los errores en función de  $\epsilon$ , donde se observa que para  $\epsilon = 0^\circ$ , el error máximo no supera los 3,5 [MW].

##### iii) Potencia reactiva

En la Tabla 4.15 se presentan el error acumulado y la desviación de la potencia reactiva, donde se evidencia que estos valores exhiben un comportamiento casi independiente del error utilizado, con una disminución muy ligera en los indicadores de comparación. Para  $\epsilon = 0^\circ$ , la precisión del modelo alcanza los 2,89 [Mvar] y el error promedio es de 0,74 [Mvar] en cada línea de transmisión.

Tabla 4.15: Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras

	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
$\mu(f_{ij}^Q)$	122,91	122,78	119,73	116,10	104,99
$\sigma(f_{ij}^Q)$	2,95	2,95	2,93	2,91	2,89

La Figura 4.23 presenta gráficamente la extensión de los errores, los cuales muestran patrones similares a los observados en el caso DistFlow. Si bien esta notación logra disminuir la magnitud de estos, también exhibe una cierta sensibilidad a las impedancias de línea. Es crucial resaltar que estos errores son aislados y no se propagan a lo largo del sistema, lo que sugiere que su impacto es limitado en el contexto general del análisis.

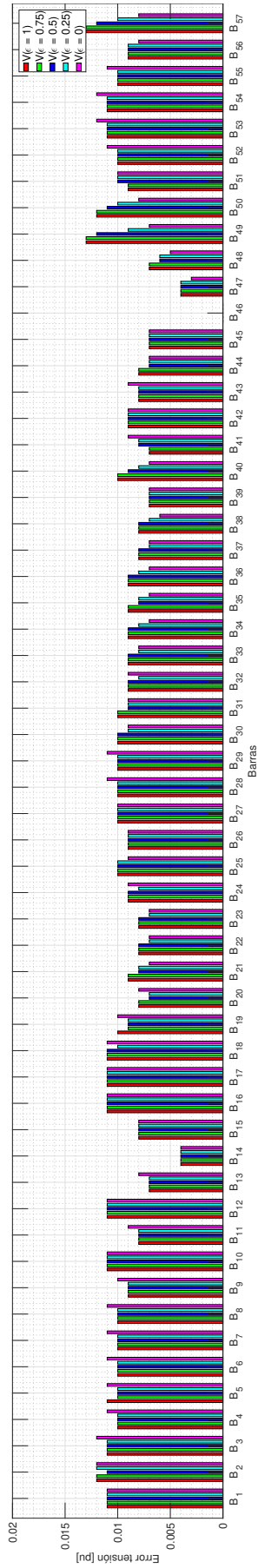


Figura 4.21: Error de tensión para el OPF-Jabr aplicado al sistema IEEE de 57 Barras

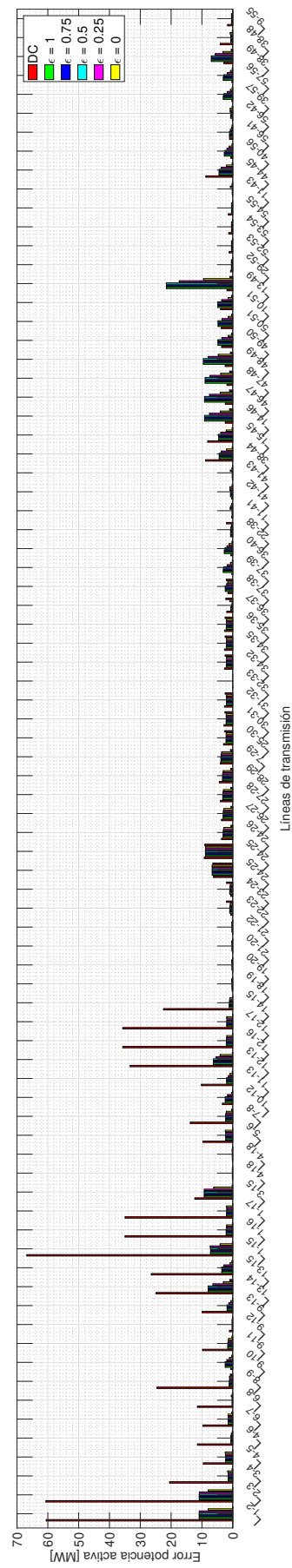


Figura 4.22: Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras

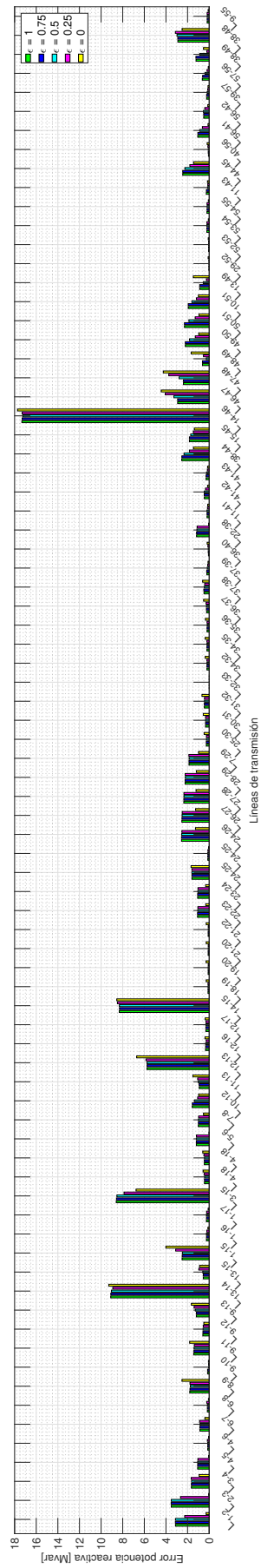


Figura 4.23: Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 57 Barras

## 4.5. OPF convexo aplicado al sistema eléctrico IEEE de 118 Barras

La topología del sistema se presenta en la Figura 4.30. El sistema está compuesto por un total de 186 líneas de transmisión organizadas de manera que forman 61 ciclos. Los valores máximos y mínimos para la tensión están entre  $V^m = 0,94[\text{pu}]$  y  $V^M = 1,06[\text{pu}]$ .

### 4.5.1. Notación DistFlow aplicado al sistema IEEE de 118 Barras

#### i) Perfil de tensión

La Figura 4.24 presenta la variación de tensión para cada valor de  $\theta_{ij}^l$ . En este caso, el error máximo se registra en la barra  $B_{26}$ , alcanzando un valor de 0,03 [pu] para todos los valores de  $\theta_{ij}^l$ , mientras que en las demás barras, el error se mantiene por debajo de 0,025 [pu].

#### ii) Potencia activa

En La Tabla 4.16 se presenta el error acumulado y la desviación de la potencia activa. El error mantiene un comportamiento despreciable con excepción de las líneas  $L_{26-25}$ ,  $L_{65-68}$  y  $L_{68-69}$  con valores aproximados de 251,37 [MW], 138,59 [MW] y 95,97 [MW], respectivamente. El error promedio es de 8,39 [MW].

Estos errores mantienen un comportamiento aislado y no afectan la validez general del análisis para el resto del sistema. Al igual que en el caso anterior, se concentran en líneas y transformadores con impedancias reducidas.

Tabla 4.16: Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-DF del sistema de 118 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\mu(f_{ij}^p)$	1.819,90	1.622,20	1.560,50
$\sigma(f_{ij}^p)$	27,19	25,98	24,59

#### iii) Potencia reactiva

La Tabla 4.17 presenta la desviación y el error acumulado de la potencia reactiva, manteniéndose la independencia entre el valor estimado de potencia reactiva y  $\theta_{ij}^l$ , con un error promedio de 7,95 [Mvar].

Tabla 4.17: Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-DF del sistema de 118 Barras

	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
$\mu(f_{ij}^q)$	1.513,60	1.487,90	1.479,70
$\sigma(f_{ij}^q)$	26,68	26,54	26,39

La Figura 4.26 ilustra el error en los casos simulados, el cual se concentra en las cercanías de los transformadores, con un valor máximo de aproximadamente 265 [Mvar] para la línea  $L_{26-25}$ .

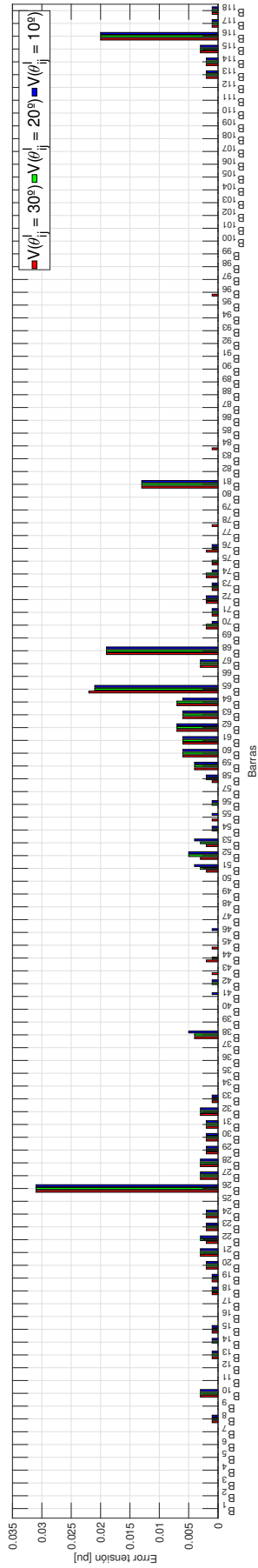


Figura 4.24: Error de tensión para el OPF-DF aplicado al sistema IEEE de 118 Barras

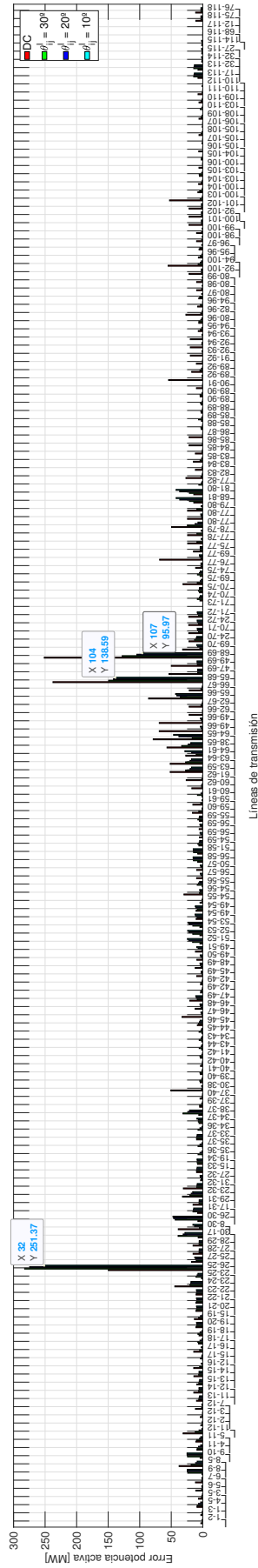


Figura 4.25: Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 118 Barras

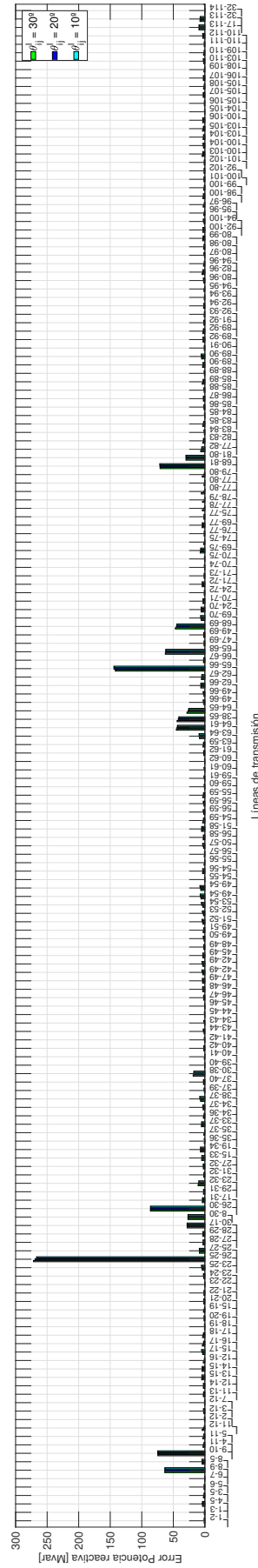


Figura 4.26: Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-DF del sistema IEEE de 118 Barras

### 4.5.2. Notación Jabr aplicado al sistema IEEE de 118 Barras

#### i) Perfil de tensión

Los errores de tensión para cada valor de  $\epsilon$  se detallan en la Figura 4.27, donde se evidencia que el error máximo puntual alcanza 0,03 [pu] en la barra  $B_{26}$ , mientras que en la mayoría de las demás barras, el error se mantiene por debajo de 0,02 [pu], mostrando un comportamiento comparable al de la notación DF.

#### ii) Potencia activa

La Tabla 4.18 presenta el error acumulado y la desviación de la potencia activa, donde se observa que el error alcanza una precisión de 1,33 [MW], con un error acumulado total de 104,5 [MW] y un promedio de 0,562 [MW] por línea. La Figura 4.28 muestra la distribución del error para esta variable.

Tabla 4.18: Desviación y error acumulado de potencia activa para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras

	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
$\mu(f_{ij}^p)$	1.644,64	1.434,35	1.131,08	707,84	104,51
$\sigma(f_{ij}^p)$	15,06	12,53	9,01	5,34	1,33

#### iii) Potencia reactiva

La información de la Tabla 4.19 reitera que la independencia del valor estimado en función de  $\epsilon$  se mantiene. El error promedio en cada línea es de 5,48 [Mvar]. La aproximación de la variable alcanza una precisión de 31,29 [Mvar], con un error acumulado total de 1.018,6 [Mvar] y un promedio de 5,48 [Mvar] para cada línea.

Tabla 4.19: Desviación y error acumulado de potencia reactiva para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras

	$\epsilon = 1^\circ$	$\epsilon = 0,75^\circ$	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
$\mu(f_{ij}^q)$	1.142,02	1.057,78	1.122,77	1.079,80	1.018,57
$\sigma(f_{ij}^q)$	30,10	26,41	30,74	30,98	31,29

La Figura 4.29 muestra la distribución del error en magnitud para la potencia reactiva. En este caso, se observa un error atípico en las líneas  $L_{26-25}$  y  $L_{65-66}$  con valores aproximados de 372,79 [Mvar] y 143,52 [Mvar].

Los errores en la potencia activa y reactiva se concentran principalmente alrededor de los transformadores de potencia, que suelen modelarse con una resistencia serie nula. Esto sugiere que las aproximaciones empleadas pueden no ser completamente adecuadas en estas áreas específicas del sistema. No obstante, es fundamental destacar que este comportamiento localizado no impacta significativamente al resto del problema, lo que permite mantener la validez general del análisis.

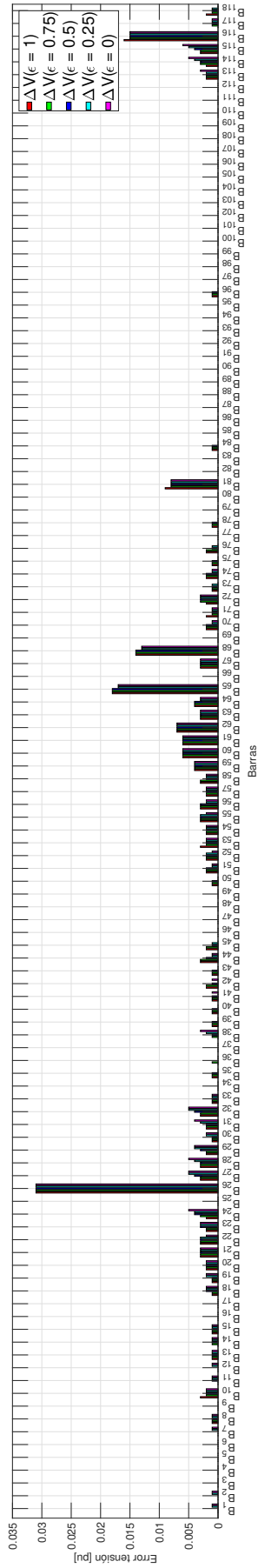


Figura 4.27: Error de tensión para el OPF-Jabr aplicado al sistema IEEE de 118 Barras

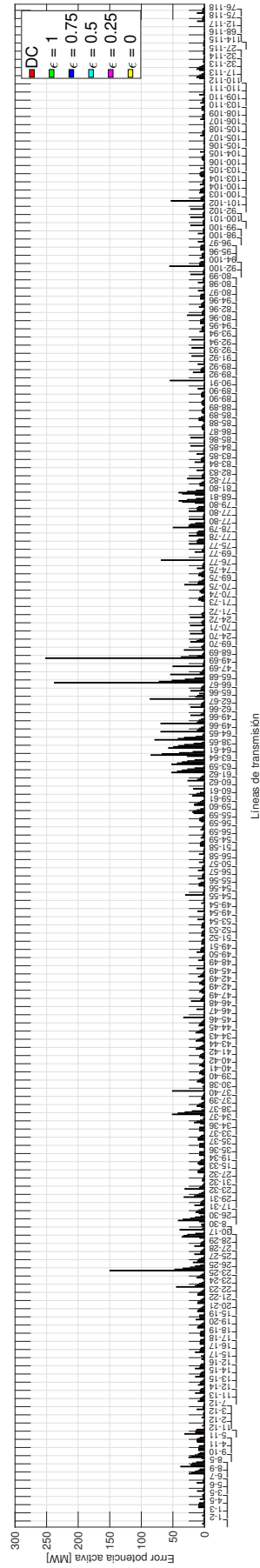


Figura 4.28: Error en el flujo de potencia activa por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras

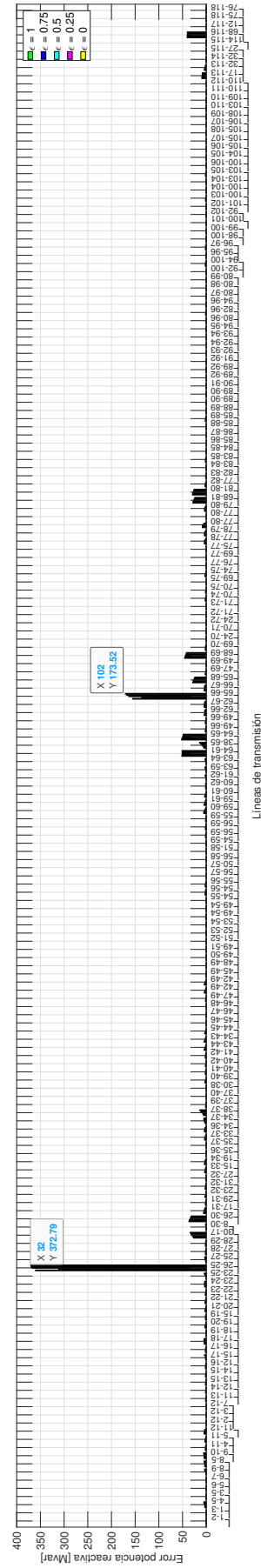


Figura 4.29: Error en el flujo de potencia reactiva por líneas de transmisión para el OPF-Jabr del sistema IEEE de 118 Barras

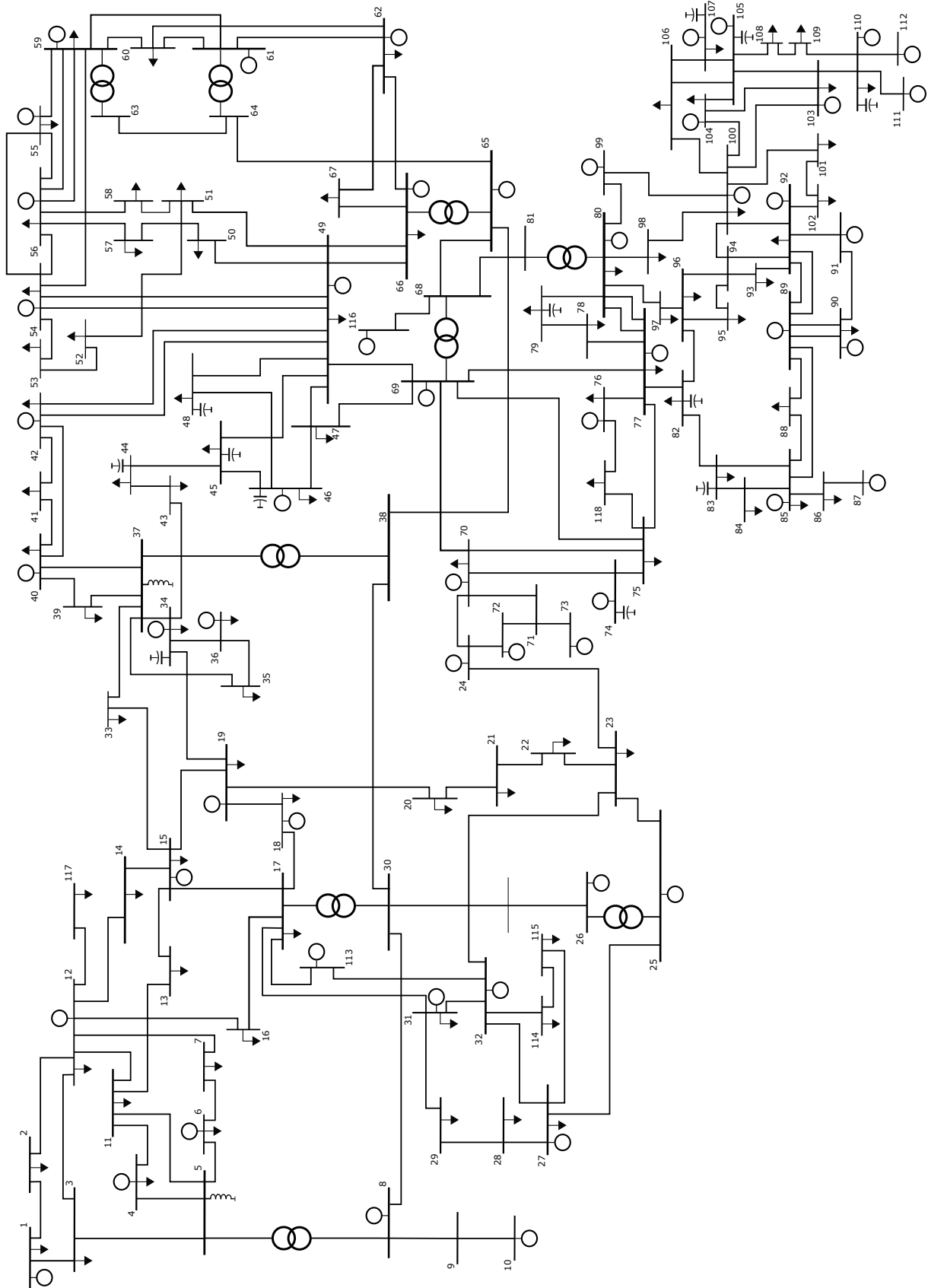


Figura 4.30: Topología del sistema eléctrico de 118 barras

## 4.6. Resumen de los resultados del problema OPF

En términos generales, las notaciones convexas DF y Jabr ofrecen una aproximación precisa a los resultados del OPF no lineal, siempre que se incluyan las restricciones adecuadas para modelar correctamente el efecto de los ángulos de tensión en las redes malladas.

La notación propuesta del método DF implica ajustes específicos en la formulación, lo que permite que  $\theta_{ij}(SOC)$  se aproxime de manera más precisa a la solución no lineal  $\theta_{ij}(AC)$ . Esto mejora la representación de la operación del sistema, facilitando la optimización bajo condiciones de amplios rangos de tensión. Además, reduce el espacio de soluciones y asegura una respuesta coherente al problema de optimización, independientemente de las condiciones operativas del sistema.

En las Tablas 4.20, 4.21 y 4.22 se resume el rendimiento de la formulación al generalizar el análisis en diversos sistemas eléctricos. Las simulaciones se llevan a cabo bajo un rango de tensión operativa de  $V_j^m = 0,95[\text{pu}]$  y  $V_j^M = 1,05[\text{pu}]$ , lo que asegura la representación de las condiciones típicas de funcionamiento en estos sistemas.

Al comparar el comportamiento de los modelos presentados, se observa que el modelo DF con la notación original no converge en seis ocasiones, corroborando que no es válido para todos los escenarios. Por otro lado, tanto la notación de Jabr como la versión modificada del modelo DF muestran una convergencia exitosa en todos los casos. Además, se destaca que el error disminuye progresivamente a medida que se ajustan los parámetros  $\theta_{ij}^l$  y  $\epsilon$ .

Tabla 4.20: Desviación ( $\theta_{ij}$ ) para la notación original

Sistema	Demanda		Desviación estándar $\sigma(\theta_{ij})$		
	kW	kvar	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
3-barras	170,0	145,0	0,06	0,05	0,04
6-barras	210,0	210,0	0,19	0,12	0,10
14-barras	259,0	73,5	0,36	0,46	1,98
24-barras	2.850,0	580,0	-	-	-
57-barras	1.250,8	336,4	0,37	-	-
118-barras	4.242,0	1.438,0	1,81	3,10	-

Tabla 4.21: Desviación  $\theta_{ij}$  notación modificada

Sistema	Desviación estándar $\sigma(\theta_{ij})$		
	$\theta_{ij}^l = 30^\circ$	$\theta_{ij}^l = 20^\circ$	$\theta_{ij}^l = 10^\circ$
3-barras	0,05	0,05	0,03
6-barras	0,11	0,07	0,06
14-barras	0,37	0,30	0,25
24-barras	0,53	0,04	0,43
57-barras	0,27	0,17	0,15
118-barras	0,91	0,86	0,83

Tabla 4.22: Desviación ( $\theta_{ij}$ ) para la notación Jabr

Sistema	Desviación estándar $\sigma(\theta_{ij})$		
	$\epsilon = 0,5^\circ$	$\epsilon = 0,25^\circ$	$\epsilon = 0^\circ$
3-barras	0,297	0,03	0,03
6-barras	0,110	0,07	0,05
14-barras	0,223	0,22	0,27
24-barras	0,743	0,74	0,74
57-barras	0,292	0,18	0,08
118-barras	0,458	0,44	0,44

## Capítulo 5

# Formulación matemática del problema de planificación considerando restricciones de predespacho

En este capítulo, se presenta la formulación matemática utilizada para modelar el problema de planificación a largo plazo, integrando las restricciones operativas a corto plazo en sistemas eléctricos. Esta formulación permite optimizar la asignación de recursos y la toma de decisiones, considerando factores clave como la demanda energética, la disponibilidad de recursos y las limitaciones de la red. El objetivo es mejorar las características técnicas y económicas del sistema eléctrico.

La formulación comprende una función objetivo que contempla los costos de inversión en generación y transmisión, junto con las unidades de compensación reactiva. Además, incluye los costos de operación, los cuales están relacionados tanto con el costo del combustible como con el estado operativo de los generadores. Por otro lado, no se tienen en cuenta los costos asociados a la generación de potencia reactiva proporcionada tanto por las máquinas sincrónicas como por los equipos de compensación.

El modelo presentado en esta sección se basa en la capacidad de los modelos convexos para abordar el problema del despacho económico con variables de decisión discretas, clasificado como un problema de optimización MISOCP. Las formulaciones detalladas para los modelos de predespacho y planificación se incluyen en los Anexos C y D, respectivamente.

### 5.1. Formulación matemática del problema de planificación considerando restricciones de predespacho y flujos de potencia convexos

El modelo se formula como una planificación determinista multietapa, basado en flujos de potencia en corriente alterna convexificados a través de la relajación por conos de segundo orden. En la formulación se presentan los métodos de Jabr [44] y DistFlow [47, 48]. Por otra parte, el modelo de predespacho se formula utilizando la notación conocida como 1-bin [30].

El modelo utiliza variables binarias en lugar de variables naturales para la decisión de inversión. De

esta forma, se sustituyen las múltiples etapas de la variable entera con dos estados (0 o 1).

Las decisiones de inversión en la modelación se consideran anuales, la construcción del elemento candidato se toma en cuenta al principio del periodo de planificación  $t$ . Las variables de decisión binarias que se utilizan son las siguientes:  $x_{g,t}$ ,  $x_{ij,t}$ ,  $x_{r,t}$ ,  $e_{g,h,t}$ .

### 5.1.1. Función objetivo

La función objetivo se presenta en la expresión (5.1). Los tres primeros términos corresponden a los costos de inversión, mientras que los términos restantes corresponden a costos de operación, costo de arranque y costos de apagado de los generadores respectivamente.

$$\min FO : \sum_{t \in \Omega_T} \frac{1}{(1+Z)^t} [(CI^G + CI^L + CI^R) + \sum_{h \in \Omega_H} (CO + CUP + CD)] \quad (5.1)$$

Respecto a los costo inversión en generación  $CI^G$ , la expresión (5.2) incorpora también los costos de operación y mantenimiento una vez se decida implementar la unidad.

$$CI^G = \sum_{g \in \Omega^{G+}} P_g^M (I_g \cdot x_{g,t} + O\&M_g \sum_{t \in \Omega_T} x_{g,t}) \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.2)$$

En el caso de los costos de inversión en transmisión  $CI^L$ , se consideran dos enfoques según la situación. El primero, representado por la expresión (5.3), contempla únicamente el valor de inversión de la línea de transmisión. El segundo enfoque, descrito en la expresión (5.4), integra los costos adicionales de operación y mantenimiento en el modelo.

$$CI^L = \sum_{ij \in \Omega^{L+}} S_{ij}^M (I_{ij} \cdot x_{ij,t}) \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.3)$$

$$CI^L = \sum_{ij \in \Omega^{L+}} S_{ij}^M (I_{ij} \cdot x_{ij,t} + O\&M_{ij} \sum_{t \in \Omega_T} x_{ij,t}) \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.4)$$

Los costo de inversión en unidades de potencia reactiva  $CI^R$  se presentan en (5.5). No se consideran costos de operación y mantenimiento para estos dispositivos.

$$CI^R = \sum_{r \in \Omega^{R+}} Q_r^M (I_r \cdot x_{r,t}) \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.5)$$

Los costos de operación se muestran en la expresión (5.6), la cual se formula a partir de la energía comprometida por los generadores (existentes y candidatos) y los costos de la energía no suministrada, los cuales son calculados utilizando el valor de la energía no servida (VoLL).

$$CO = \sum_{g \in \Omega^{G \cup G+}} F_g \cdot H_t \cdot p_{g,h,t} + VoLL \cdot H_t \sum_{v \in \Omega^V} p_{v,h,t} \quad \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.6)$$

Los costos de arranque tanto para las unidades existentes como proyectada, son definidos por las expresiones (5.7) y (5.8).

$$CUP = \sum_{g \in \Omega^{GUG+}} cu_{g,h,t} \quad \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.7)$$

$$cu_{g,h,t} \geq CU_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t}) \quad \forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.8)$$

Los costos de apagado son definidos por las expresiones (5.9) y (5.10).

$$CD = \sum_{g \in \Omega^{GUG+}} cd_{g,h,t} \quad \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.9)$$

$$cd_{g,h,t} \geq CD_g \cdot (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t}) \quad \forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.10)$$

El problema de optimización está sujeto a las siguientes restricciones:

### 5.1.2. Balance nodal

Las restricciones (5.11) - (5.14) representan las ecuaciones de equilibrio de potencia activa y reactiva en cada barra del sistema eléctrico para cada hora  $h$  y año  $t$  de operación. Estas ecuaciones reflejan la suma de la potencia proveniente de las unidades existentes y candidatas, así como la energía no suministrada, la demanda y la energía entregada por los elementos pasivos en derivación (capacitores, reactores, compensadores sincrónicos o dispositivos FACTS). Además, considera la energía transportada a través de las líneas de transmisión que se conectan a la barra  $j$  analizada.

A continuación, se detallan las restricciones del balance nodal, teniendo en cuenta las formulaciones convexas estudiadas en este trabajo:

#### 1. Formulación Jabr

$$\sum_{g \in \Omega_j^{GUG+}} p_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^V} p_{v,h,t} - G_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot P_{j,h}^d = \sum_{(j,i) \in \Omega_j^{LUL+}} f_{ji,h,t}^p - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^{LUL+}} f_{jk,h,t}^p \quad (5.11)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{g \in \Omega_j^{GUG+}} q_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^{R+}} q_{r,h,t} + B_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot Q_{j,h}^d = \sum_{(j,i) \in \Omega_j^{LUL+}} f_{ji,h,t}^q - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^{LUL+}} f_{jk,h,t}^q \quad (5.12)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

#### 2. Formulación DistFlow

$$\sum_{g \in \Omega_j^{GUG+}} p_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^V} p_{v,h,t} - G_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot P_{j,h}^d = \sum_{(i:i \rightarrow j) \in \Omega_j^{LUL+}} (f_{ij,h,t}^p - R_{ij} \cdot l_{ij,h,t}) - \sum_{(k:j \rightarrow k) \in \Omega_j^{LUL+}} f_{jk,h,t}^p \quad (5.13)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{g \in \Omega_j^{G \cup G^+}} q_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^{R^+}} q_{r,h,t} + B_j^s \cdot u_{j,h,t} + \sum_{(i:i \rightarrow j) \in \Omega_j^{L \cup L^+}} \left( \frac{B_{ij}^s}{2} \right) \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot Q_{j,h}^d = \\
 \sum_{(i:i \rightarrow j) \in \Omega_j^{L \cup L^+}} (f_{ij,h,t}^q - X_{ij} \cdot l_{ij,h,t}) - \sum_{(k:j \rightarrow k) \in \Omega_j^{L \cup L^+}} f_{jk,h,t}^q \quad (5.14) \\
 \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T
 \end{aligned}$$

### 5.1.3. Flujo de potencia por el sistema de transmisión

#### 1. Formulación Jabr

Utilizando el cambio de variable presentado en la Sección 3.2, se modela el flujo de potencia en corriente alterna bajo la relajación cónica de segundo orden. Los flujos de potencia activa y reactiva a través de las líneas de transmisión existentes se calculan mediante las ecuaciones (5.15) y (5.16). Las ecuaciones de flujo de potencia de las líneas de transmisión candidatas se muestran en las expresiones (5.17) y (5.18). Estas restricciones están basadas en el modelo disyuntivo, formulación big M [73].

$$f_{ij,h,t}^p = G_{ij} \cdot u_{ij,h,t} + G_{ij} \cdot c_{ij,h,t} - B_{ij} \cdot z_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned}
 f_{ij,h,t}^q = B_{ij}^s \cdot u_{i,h,t} - B_{ij} \cdot u_{i,h,t} + B_{ij} \cdot c_{ij,h,t} - G_{ij} \cdot z_{ij,h,t} \\
 \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left| f_{ij,h,t}^p - G_{ij} \cdot u_{i,h,t} - G_{ij} \cdot c_{ij,h,t} + B_{ij} \cdot z_{ij,h,t} \right| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \\
 \forall ij \in \Omega^{L^+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left| f_{ij,h,t}^q - B_{ij}^s \cdot u_{i,h,t} + B_{ij} \cdot u_{i,h,t} - B_{ij} \cdot c_{ij,h,t} + G_{ij} \cdot z_{ij,h,t} \right| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \\
 \forall ij \in \Omega^{L^+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

El límite térmico está definido en la expresión (5.19). La ecuación (5.20) representa la restricción no lineal relajada. Es importante destacar que ambas restricciones adoptan una forma cónica de segundo orden. Por último, el error admisible para la aproximación angular se presenta en la ecuación (5.21). Estas restricciones consideran tanto las líneas de transmisión existentes como las candidatas.

$$(f_{ij,h,t}^p)^2 + (f_{ij,h,t}^q)^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^{L \cup L^+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
 (2c_{ij,h,t})^2 + (2z_{ij,h,t})^2 + (u_{i,h,t} - u_{j,h,t})^2 \leq (u_{i,h,t} + u_{j,h,t})^2 \\
 \forall ij \in \Omega^{L \cup L^+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.20)
 \end{aligned}$$

$$-\epsilon \leq \theta_{i,h,t} - \theta_{j,h,t} - z_{ij,h,t} \leq \epsilon \quad \forall ij \in \Omega^{L \cup L^+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.21)$$

#### 2. Formulación DistFlow

Utilizando el cambio de variable presentado en la Sección 3.3 se modela el flujo de potencia en corriente alterna bajo la relajación cónica de segundo orden. Las ecuaciones (5.22) y (5.23) describen

las relaciones de la tensión y las potencias activa y reactiva entre las barras  $i$  y  $j$  para las líneas de transmisión existentes y candidatas, respectivamente.

$$u_{j,h,t} = u_{i,h,t} - 2(R_{ij} \cdot f_{ij,h,t}^p + X_{ij,h,t} \cdot f_{ij,h,t}^q) + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2)l_{ij,h,t} \quad (5.22)$$

$$\forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\left| -u_{j,h,t} + u_{i,h,t} - 2(R_{ij} \cdot f_{ij,h,t}^p + X_{ij} \cdot f_{ij,h,t}^q) + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2)l_{ij,h,t} \right| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad (5.23)$$

$$\forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

El límite térmico está definido por la expresión (5.24). La expresión (5.25) representa la restricción no lineal relajada en su forma convexa. Ambas restricciones, aplicables a las líneas de transmisión existentes y candidatas, adoptan la forma cónica de segundo orden.

$$(f_{ij,h,t}^p)^2 + (f_{ij,h,t}^q)^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^{L \cup L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.24)$$

$$(f_{ij,h,t}^p)^2 + (f_{ij,h,t}^q)^2 \leq u_{i,h,t} \cdot l_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^{L \cup L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.25)$$

La ecuación (5.26) describe las mallas que forman las líneas de transmisión en el sistema eléctrico existente. Las expresiones (5.27) y (5.28) definen los límites de la envolvente angular en cada línea, esta formulación incorpora las mejoras analizadas en la Sección 3.5.

$$\sum_{(i,j) \in \Omega^C} \theta_{ij,h,t} = 0 \quad \forall ij \in \Omega^C, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.26)$$

$$\theta_{ij,h,t} \leq \frac{W}{1 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} + \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} \quad \forall ij \in \Omega^C, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.27)$$

$$\theta_{ij,h,t} \geq \frac{W}{1 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} - \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} \quad \forall ij \in \Omega^C, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.28)$$

La ecuación (5.29) describe los posibles ciclos que pueden formar las nuevas líneas de transmisión. Las expresiones (5.30) y (5.31) definen los límites de la envolvente angular en cada línea candidata.

$$\left| \sum_{(i,j) \in \Omega^{C+}} \theta_{ij,h,t} \right| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad \forall ij \in \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.29)$$

$$\theta_{ij,h,t} \leq \frac{W}{1 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} + \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} + (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad \forall ij \in \Omega^{C+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.30)$$

$$\theta_{ij,h,t} \geq \frac{W}{1 \cdot 1 \cdot \cos\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right)} - \tan\left(\frac{\theta_{ij}^l}{2}\right) - \frac{\theta_{ij}^l}{2} - (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad \forall ij \in \Omega^{C+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.31)$$

#### 5.1.4. Límites de generación y energía no servida

En las expresiones (5.32) y (5.33) se puede observar el límite inferior y superior de potencia generada  $p_{g,h,t}$  y la potencia disponible  $\bar{p}_{g,h,t}$  para las unidades de generación existente y candidatas. La restricción (5.34) muestra la capacidad de generación de potencia reactiva. Cabe señalar que el valor de potencia entregado por la unidad queda condicionado al estado del generador.

$$P_g^m \cdot e_{g,h,t} \leq p_{g,h,t} \leq \bar{p}_{g,h,t} \quad \forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.32)$$

$$0 \leq \bar{p}_{g,h,t} \leq P_g^M \cdot e_{g,h,t} \quad \forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.33)$$

$$Q_g^m \cdot e_{g,h,t} \leq q_{g,h,t} \leq Q_g^M \cdot e_{g,h,t} \quad \forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.34)$$

La expresión (5.35) limita el valor máximo y mínimo en la capacidad de generación para la unidad de compensación reactiva.

$$Q_r^m \cdot x_{r,t} \leq q_{r,h,t} \leq x_{r,t} \cdot Q_r^M \quad \forall r \in \Omega^{R+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.35)$$

La energía no servida se limita en la restricción (5.36). El valor máximo que puede tomar corresponde a la demanda en la barra en el periodo  $h$  multiplicada por el factor de crecimiento.

$$0 \leq p_{v,h,t} \leq Gf_t^d \cdot P_{j,h}^d \quad \forall v \in \Omega^V, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.36)$$

#### 5.1.5. Restricciones de rampas de carga

La restricción (5.37) limita la potencia disponible de acuerdo con los valores de las rampas de encendido y de aumento de generación, controlando el incremento de potencia entre dos periodos consecutivos. En la restricción (5.38) se modelan las rampas de apagado, y la expresión (5.39) modela las rampas de disminución de generación.

$$\bar{p}_{g,h,t} \leq p_{g,h-1,t} + RU_g \cdot e_{g,h-1,t} + SU_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t}) + P_g^M \cdot (1 - e_{g,h,t}) \quad (5.37)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\bar{p}_{g,h,t} \leq P_g^M \cdot e_{g,h+1,t} + SD_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h+1,t}) \quad (5.38)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$p_{g,h-1,t} - p_{g,h,t} \leq RD_g \cdot e_{g,h,t} + SD_g \cdot (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t}) + P_g^M \cdot (1 - e_{g,h-1,t}) \quad (5.39)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

#### 5.1.6. Restricciones de tiempos mínimos de servicio y fuera de servicio

La formulación 1-bin considera las condiciones iniciales de las unidades de generación. Esta condición indica el tiempo que lleva encendida o apagada la unidad en la primera hora del análisis. Sin embargo, debido a que cada año de planificación se modela mediante un día tipo, se propone que en el primer

período de cada año, todas las unidades estén disponibles o bien se encuentran desconectadas por un periodo mayor a sus tiempos mínimos de apagado. De esta manera, podrán entrar en operación durante la primera hora del horizonte de demanda, como se establece en [74].

La restricción (5.40) asegura el cumplimiento del tiempo mínimo en servicio para todos los posibles conjuntos de horas consecutivas de tamaño igual al tiempo mínimo de servicio. Para las horas finales, a partir de las cuales no hay un número de horas consecutivas igual al tiempo mínimo en servicio, se utiliza la restricción (5.41).

$$\sum_{k=h}^{h+UT_g-1} e_{g,k,t} \geq UT_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t}) \quad (5.40)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h = 0 \dots \Omega_H - UT_g + 1, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{k=h}^{\Omega^h} [e_{g,h,t} - (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t})] \geq 0 \quad (5.41)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h = \Omega_H - UT_g + 2, \forall t \in \Omega_T$$

De manera análoga, la restricción (5.42) asegura el cumplimiento del tiempo mínimo fuera de servicio para todos los posibles conjuntos de horas consecutivas de tamaño igual al tiempo mínimo fuera de servicio. Para las horas finales se utiliza la restricción (5.43).

$$\sum_{k=h}^{h+DT_g-1} (1 - e_{g,k,t}) \geq DT_g \cdot (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t}) \quad (5.42)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h = 0 \dots \Omega_H - DT_g + 1, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{k=h}^{\Omega^h} [1 - e_{g,k,t} - (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t})] \geq 0 \quad (5.43)$$

$$\forall g \in \Omega^{GUG+}, \forall h = \Omega_H - DT_g + 2, \forall t \in \Omega_T$$

### 5.1.7. Reserva en giro

La capacidad de respaldo disponible para eventos inesperados se modela en la restricción (5.44). La potencia máxima disponible del sistema debe ser mayor a la demanda en el instante  $h$  multiplicada por el factor de crecimiento más la reserva determinada para el sistema. Esta restricción no considera las pérdidas del sistema por efecto Joule.

$$(1 + Rg^d) \sum_{j \in \Omega^N} Gf_t^d \cdot (P_h^d)^M \leq \sum_{g \in \Omega^{GUG+}} \bar{p}_{g,h,t} \quad \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.44)$$

### 5.1.8. Restricciones de módulo de tensión

Las restricciones (5.45) establece el valor máximo y mínimo del módulo de tensión.

$$(V_j^m)^2 \leq u_{j,h,t} \leq (V_j^M)^2 \quad \forall j \in \Omega_N, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.45)$$

### 5.1.9. Restricciones de inversión y operación

La restricción (5.46) indica que el estado de una unidad de generación candidata no puede entrar en operación mientras no se realice la inversión correspondiente.

$$e_{g,h,t} \leq x_{g,t} \quad \forall g \in \Omega^{G+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (5.46)$$

Para evitar inversiones múltiples a lo largo del horizonte de planificación, las restricciones (5.47) - (5.49) garantizan el límite máximo de inversiones.

$$\sum_t x_{g,t} \leq 1 \quad \forall g \in \Omega^{G+} \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.47)$$

$$\sum_t x_{ij,t} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega^{L+} \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.48)$$

$$\sum_t x_{r,t} \leq 1 \quad \forall r \in \Omega^{R+} \quad \forall t \in \Omega_T \quad (5.49)$$

### Donde:

Conjuntos:

$\Omega^{C \cup C+}$	Conjunto de ciclos existentes y candidatos de las líneas de transmisión.
$\Omega^G / \Omega^{G+}$	Conjunto de unidades de generación existentes/candidatas.
$\Omega_H$	Conjunto de horas en el horizonte de planificación.
$\Omega_j$	Conjunto de componentes conectados a la barra $j$ .
$\Omega^L / \Omega^{L+}$	Conjunto de líneas de transmisión existentes/candidatas.
$\Omega^{R+}$	Conjunto de unidad de compensación reactiva candidatas.
$\Omega_T$	Conjunto de años en el horizonte de planificación.
$\Omega^V$	Conjunto de generadores virtuales.

Variables binarias:

$x_{g,t}$	Variable de inversión binaria para el generador $g$ en el año $t$ .
$x_{ij,t}$	Variable de inversión binaria para la línea de transmisión $ij$ en el año $t$ .
$x_{r,t}$	Variable de inversión binaria para la unidad de compensación reactiva $r$ en el año $t$ .
$e_{g,h,t}$	Estado de operación del generador $g$ en la hora $h$ del año $t$ .

VARIABLES REALES:

$c_{ij,h,t}$	Variable auxiliar para formulación de Jabr relacionada con el $\cos(\theta)$ en la hora $h$ del año $t$ .
$cu_{g,h,t}$	Costo de arranque del generador $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$cd_{g,h,t}$	Costo de apagado del generador $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$f_{ij,h,t}^p / f_{ij,h,t}^q$	Flujo de potencia activa/reactiva por la línea de transmisión $ij$ en la hora $h$ del año $t$ .
$l_{ij,h,t}$	Magnitud de corriente al cuadrado a través de la línea de transmisión $ij$ en la hora $h$ del año $t$ .
$\bar{p}_{g,h,t}$	Potencia activa disponible de la unidad $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$p_{g,h,t}$	Generación de potencia activa de la unidad $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$p_{v,h,t}$	Potencia activa no servida (generación virtual) de la unidad $v$ en la hora $h$ del año $t$ .
$q_{g,h,t}$	Generación de potencia reactiva de la unidad $g$ en la hora $h$ del año $t$ .
$q_{r,h,t}$	Generación de potencia reactiva de la unidad de compensación $r$ en el hora $h$ del año $t$ .
$u_{j,h,t}$	Magnitud de tensión al cuadrado de la barra $j$ en la hora $h$ del año $t$ .
$z_{ij,h,t}$	Variable auxiliar para formulación de Jabr relacionada con el $\sin(\theta)$ en la hora $h$ del año $t$ .

PARÁMETROS:

$\theta_{ij}^l$	Amplitud de la envolvente.
$B_{ij}^s$	Susceptancia en derivación de la línea $ij$ .
$CA_g$	Costo de arranque de la unidad $g$ .
$CD_g$	Costo de apagado de la unidad $g$ .
$DT_g$	Tiempo mínimo fuera de servicios.
$F_g$	Coste del combustible del generador $g$ .
$G f_t^d$	Factor de crecimiento de la demanda en el año $t$ .
$G_j^s / B_j^s$	Conductancia/susceptancia en derivación de la barra $j$ .
$G_{ij} / B_{ij}$	Conductancia/susceptancia de la línea $ij$ .
$H_t$	Duración de la demanda horaria del bloque $h$ .
$I_g$	Coste de inversión del generador candidato $g$ .
$I_r$	Coste de inversión de la unidad de compensación reactiva candidata $r$ .
$I_{ij}$	Coste de inversión de la línea de transmisión candidata $ij$ .
$M$	Un número suficientemente grande (big-M).
$O \& M_g$	Coste de operación y mantenimiento del generador $g$ .
$O \& M_{ij}$	Coste de operación y mantenimiento de la línea de transmisión $ij$ .
$P_g^m / P_g^M$	Generación de potencia activa mínima/máxima de la unidad $g$ .
$P_{j,h}^d$	Demanda de potencia activa en la barra $j$ y bloque de operación $h$ .
$(P_h^d)^M$	Demanda de potencia activa máxima del sistema en la hora $h$ .
$P_g^m$	Generación de potencia activa mínima de la unidad $g$ .
$Q_g^m / Q_g^M$	Generación de potencia reactiva mínima/máxima de la unidad $g$ .

$Q_r^m / Q_r^M$	Generación de potencia reactiva mínima/máxima de la unidad $r$ .
$Q_{j,h}^d$	Demanda de potencia reactiva en la barra $j$ y bloque de operación $h$ .
$R_{ij} / X_{ij}$	Resistencia/reactancia de la línea $ij$ .
$Rg^d$	Porcentaje de reserva de potencia activa en giro.
$RU_g$	Rampa aumento de generación del generador $g$ .
$RD_g$	Rampa disminución de generación del generador $g$ .
$S_{ij}^M$	Capacidad de potencia máxima (límite térmico) de la línea $ij$ .
$SU_g$	Rampa de arranque máxima del generador $g$ .
$SD_g$	Rampa de detención máxima del generador $g$ .
$UT_g$	Tiempo mínimo de servicio.
$VoLL$	Valor de la carga perdida (Value of load loss).
$V_j^m / V_j^M$	Tensión mínima/máxima de la barra $j$ .
$Z$	Tasa de reposición.

## Capítulo 6

# Aplicación de la formulación al problema de predespacho

Este capítulo se centra en la implementación de las formulaciones convexas aplicadas al modelo de predespacho, lo cual constituye un paso fundamental en la construcción del modelo propuesto. El análisis preliminar permite establecer la fundamentación teórica y un avance práctico necesario para el diseño óptimo de la operación energética en el marco presentado.

El objetivo principal es analizar el rendimiento de las formulaciones desde una perspectiva de optimización, evaluando el impacto de estas en la eficiencia y calidad de las soluciones, así como los tiempos de convergencia correspondientes. Además, se examina detalladamente la estructura del problema en términos de la cantidad y diversidad tanto de variables como de restricciones presentes.

La formulación de predespacho se detalla en el Anexo C. A diferencia de la formulación presentada en la Sección 4.6 y específicamente en el conjunto de ecuaciones (5.40) a (5.43), este enfoque considera el estado de los generados antes del periodo de operación bajo estudio. De esta manera, el modelo evalúa los tiempos de servicio y tiempos fuera de servicio, integrando los estados previos a la operación.

Los resultados del modelo propuesto se validan técnicamente mediante un análisis de PF, configurando las barras P-V del sistema con los valores obtenidos en la solución de los modelos. Se emplea la métrica definida en la expresión (4.5) para medir la precisión de las variables Q-V. Además, se analiza la potencia activa de la barra slack (SL) para verificar la desviación de generación con respecto a la demanda del sistema.

Por otro lado, para cuantificar la pérdida de optimalidad de los modelos aproximados, se propone una metodología de optimización estructurada en dos etapas. En la primera etapa, las variables binarias se determinan a partir de las soluciones de los modelos MISOCP y MILP. Estos valores se utilizan como datos de entrada en una segunda etapa de optimización, en la que se replica el modelo inicial empleando una formulación NLP.

Este análisis se extiende también a la formulación DC, utilizando la información derivada de dicho modelo. El flujo de potencia se lleva a cabo fijando las tensiones en las barras P-V bajo dos condiciones:

$$V_j = 1[\text{pu}] \text{ y } V_j^M = V^M[\text{pu}].$$

Para los problemas de esta sección se considera que el costo de energía no suministrada (VoLL) es de 10.000 [\$/MWh] y la reserva de potencia activa en giro es del 10 [%], los otros parámetros se definen en cada ejemplo. Los datos de los sistemas eléctricos analizados en esta sección se encuentran en el Anexo E.1.

### 6.1. Formulación del predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 14 Barras

El rango de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,93[\text{pu}]$  y  $V^M = 1,06[\text{pu}]$  y el criterio de convergencia del solver (GAP) para todas las simulaciones es  $1 \times 10^{-4}$  [pu].

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 5^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

#### i) Unidades de generación del sistema IEEE de 14 barras

Los datos técnicos y económicos de los generadores ( $G_i$ ) se presentan en las Tablas 6.1 y 6.2. La primera tabla detalla los costos de generación con los límites técnicos asociados, mientras que la segunda tabla proporciona información sobre los ciclos de operación, incluyendo los costos de arranque y parada.

Tabla 6.1: Unidades de generación para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	20	335	0	100	15
$G_2$	2	15	120	-40	60	20
$G_3$	3	10	100	0	60	40
$G_4$	6	5	70	-6	25	60
$G_5$	8	2	50	-6	25	60

Tabla 6.2: Datos técnicos de operación para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Unidad #	$CA_g$ [\\$]	$CD_g$ [\\$]	$UT_g$ #	$DT_g$ #	$SU_g$ [MW]	$SD_g$ [MW]	$RU_g$ [MW]	$RD_g$ [MW]
$G_1$	100	100	3	4	30	40	35	35
$G_2$	80	80	2	3	30	35	20	20
$G_3$	50	50	4	3	35	35	25	25
$G_4$	10	10	3	3	15	20	25	15
$G_5$	10	10	3	3	10	20	10	15

#### ii) Perfil de demanda del sistema IEEE de 14 barras

La simulación se implementa ejecutando un horizonte de operación de 12 bloques de demanda. Los datos de potencia activa y reactiva de la demanda se detallan en la Tabla 6.3, mientras que el perfil de carga se muestra gráficamente en la Figura 6.1.

Tabla 6.3: Demanda horaria para el predespacho del sistema IEEE eléctrico de 14 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. Activa [MW]	259,0	233,1	194,3	207,2	259,0	284,9	297,9	323,8	310,8	284,9	259,0	233,1
P. Reactiva [Mvar]	112,0	104,7	93,6	97,3	112,0	119,4	123,0	130,4	126,7	119,4	112,0	104,7

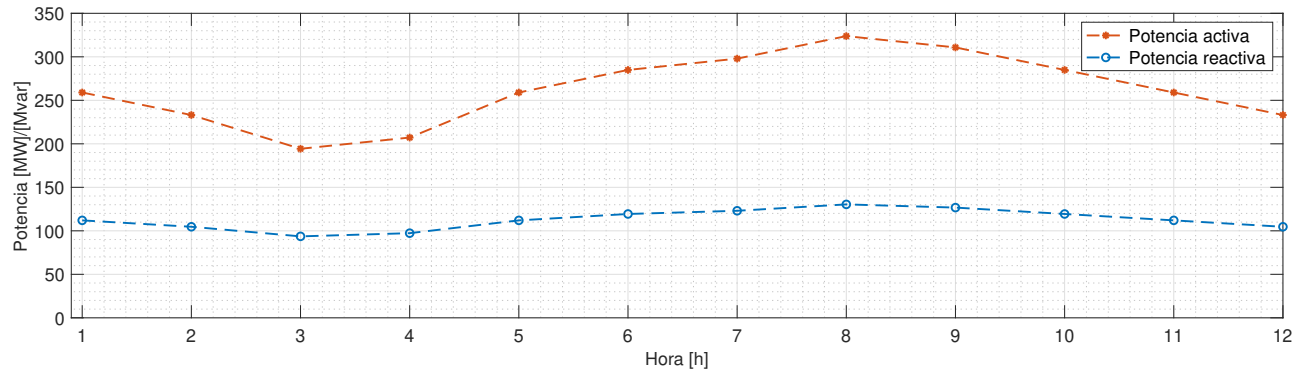


Figura 6.1: Perfiles de demanda para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

### 6.1.1. Resultados del predespacho del sistema IEEE de 14 barras

La Tabla 6.4 resume la configuración del problema de optimización y muestra los tiempos de simulación para las distintas formulaciones. Cabe destacar que las metodologías convexas reducen de manera importante el tiempo de resolución del problema, con una mejora de aproximadamente 870 segundos en comparación con la formulación no lineal.

Tabla 6.4: Estructura del modelo de optimización para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	2.508	60	1.764	877
Jabr	3.228	60	2.244	7,1
DF	2.196	60	2.244	5,1
DC	1.260	60	1.056	0,1

De las restricciones totales presentadas en la tabla, la formulación AC incluye 1.440 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF tienen un total de 720 restricciones cónicas cada una. Las restricciones restantes se expresan de manera lineal.

El resumen de los costos asociados a la operación del sistema se presenta en la Tabla 6.5. Es importante destacar la proximidad entre los resultados obtenidos mediante las formulaciones convexas y el modelo no lineal. Esto sugiere una tendencia positiva en la efectividad de estas metodologías. No obstante, para validar completamente este parámetro económico, es crucial realizar pruebas en la operación real del sistema.

Tabla 6.5: Costos de operación para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Método	Costo de operación	Costo de arranque	Costo de parada	Costo total
AC	75.512,4	110,0	50,0	75.672,4
Jabr	75.277,2	110,0	50,0	75.437,2
DF	75.276,4	110,0	50,0	75.436,4
DC	70.323,0	100,0	60,0	70.483,0

Como se puede observar, los modelos aproximados subestiman el valor de operación esperado. La formulación Jabr difiere del valor de la función objetivo en 235,2 [\$], mientras que la formulación DF lo hace en 236,0 [\$]. Ambas formulaciones convexas tienen una diferencia entre sí de 0,8 unidades monetarias. Por otro lado, la formulación DC presenta la mayor discrepancia con respecto al valor real, con una brecha de 4.954,2 [\$].

La Tabla 6.6 presenta los costos de inversión y operación de las soluciones aproximadas, obtenidas mediante la ejecución del predespacho en corriente alterna, considerando las variables binarias como datos de entrada del modelo. Estos costos reflejan el impacto de las decisiones operativas en el desempeño del sistema, permitiendo una evaluación detallada de la eficiencia y viabilidad de las soluciones en un contexto operativo real.

Tabla 6.6: Costos de operación para el predespacho AC del sistema IEEE de 14 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	75.672,4	-	75.672,4
DF	75.672,4	-	75.672,4
DC	-	-	-

Los resultados obtenidos demuestran que los modelos convexos convergen hacia la solución del modelo en corriente alterna (AC), evidenciando su capacidad para aproximar con precisión el comportamiento del sistema de 3 barras. En contraste, el modelo DC no converge, lo cual se atribuye a que los recursos disponibles, identificados en la primera etapa de la optimización, son insuficientes para suministrar la energía reactiva mínima necesaria para el correcto funcionamiento de la red.

### i) Resultados de la formulación no lineal AC

La solución del predespacho en el contexto de operación AC sirve como referencia para evaluar y comparar los resultados de las otras metodologías desarrolladas. La Figura 6.2 ilustra los patrones de generación asociados a esta formulación.

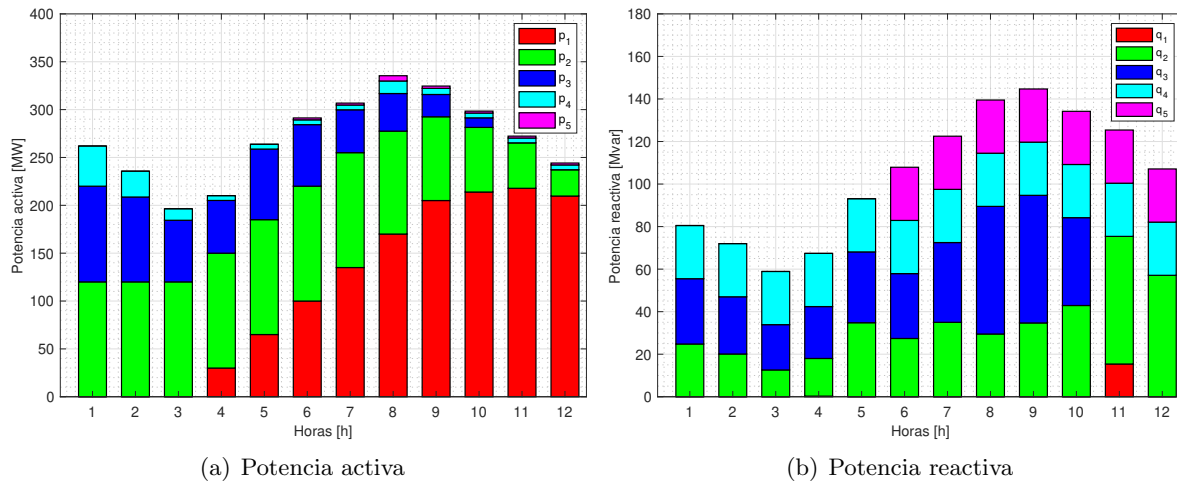


Figura 6.2: Despacho de potencia formulación AC para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

En el programa de operación, se observa que durante varios períodos, los generadores  $G_4$  y  $G_5$  operan con niveles de potencia activa cercanos a su mínimo técnico, mientras que suministran una cantidad importante de potencia reactiva. Este comportamiento indica que la operación de estas unidades está orientada principalmente al control de tensión en el sistema, más que a la producción de potencia activa, lo que resalta la importancia de su función en la estabilidad y regulación de tensión.

## ii) Resultados de la formulación Jabr

La Figura 6.3 muestra la solución del predespacho utilizando la formulación de Jabr. En comparación con los valores de referencia (resultados AC) para la potencia reactiva, se observa que la formulación convexa tiende a sobrestimar la generación durante los períodos  $h = 8$  y  $h = 9$ . En lo que respecta a la potencia activa, aunque se producen ligeras variaciones en la asignación de potencia despachada, el resultado neto de la generación sigue una tendencia similar, manteniendo la coherencia global con el escenario de referencia.

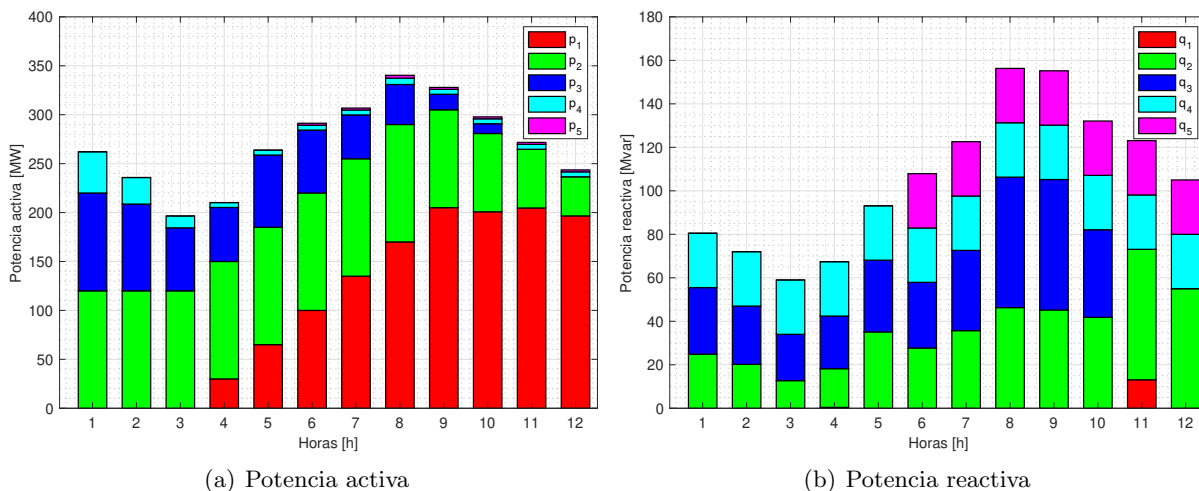


Figura 6.3: Despacho de potencia formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

La Tabla 6.7 muestra el error acumulado de los generadores a lo largo de todo el horizonte de planificación. Esta información permite identificar las discrepancias en los programas de generación y evaluar la precisión de las soluciones obtenidas en el problema de optimización desde una perspectiva global. Además, ofrece una visión cuantitativa de las diferencias entre los enfoques analizados, lo que facilita la comprensión del impacto de las decisiones de despacho en los resultados generales del sistema.

Tabla 6.7: Error acumulado de potencia activa formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Generador	$\mu(p_g)[MW]$	$\mu(q_g)[Mvar]$
$G_1$	39,3	2,4
$G_2$	62,5	32,2
$G_3$	9,0	2,6
$G_4$	8,3	0,0
$G_5$	3,0	0,0
<b>Total</b>	<b>122,1</b>	<b>37,2</b>

Los errores más relevantes en la potencia activa se concentran en los generadores  $G_1$  y  $G_2$ . El primero tiene un error constante de 13,1 [MW] en los periodos  $h = 10$  al  $h = 12$ . Por otro lado, el error de  $G_2$  también presenta una distribución constante de 12,5 [MW] en los periodos  $h = 8$  al  $h = 12$ .

El error más importante de potencia reactiva lo presenta el generador  $G_2$  en los periodos  $h = 8$  y  $h = 9$ , con una cantidad de 16,8 [Mvar] y 10,5 [Mvar], respectivamente.

### iii) Resultados de la formulación DistFlow

La Figura 6.4 ilustra los patrones de generación obtenidos de la solución del predespacho DF. En este caso, la solución refleja las mismas tendencias de generación observadas en el modelo Jabr, evidenciando un comportamiento consistente en ambos enfoques.

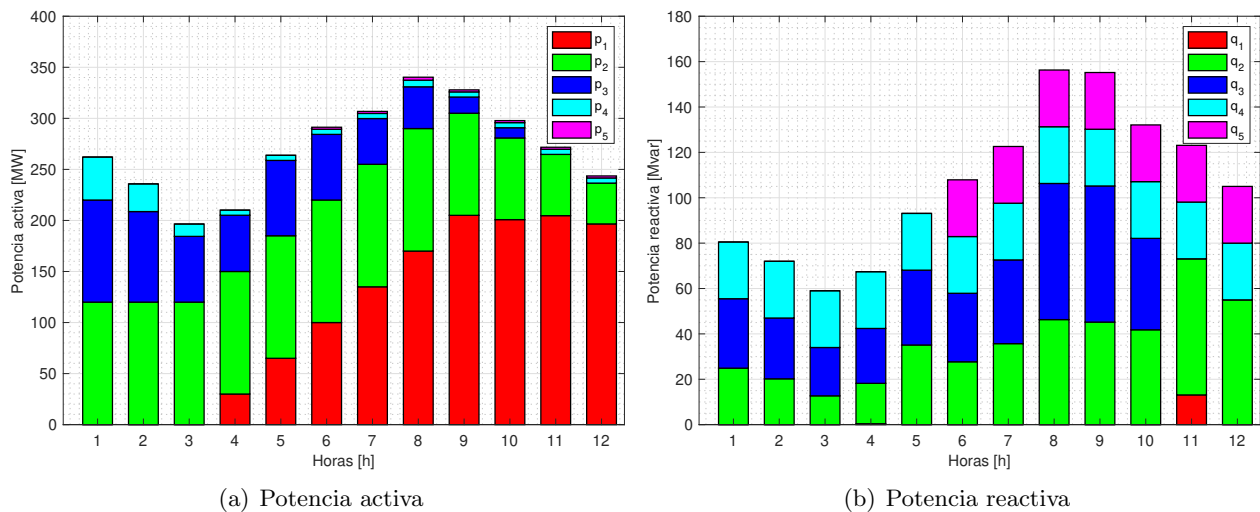


Figura 6.4: Despacho de potencia formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Los errores acumulados durante el período de operación son prácticamente idénticos a los obtenidos

con la formulación Jabr, como se detalla en la Tabla 6.8. En particular, la única variación significativa es el error de la unidad  $G_1$ , que presenta una diferencia de 0,1 [MW].

Tabla 6.8: Error acumulado de potencia activa formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Generador	$\mu(p_g)[MW]$	$\mu(q_g)[Mvar]$
$G_1$	39,3	2,4
$G_2$	62,5	32,2
$G_3$	9,1	2,6
$G_4$	8,3	0,0
$G_5$	3,0	0,0
<b>Total</b>	<b>122,2</b>	<b>37,2</b>

Ambos modelos convexos convergen hacia soluciones consistentes. Sin embargo, el modelo basado en la notación DF presenta una mejora leve en los tiempos de optimización.

#### iv) Resultados de la formulación DC

La Figura 6.5 muestra la solución del predespacho DC. A diferencia de las otras formulaciones, el generador  $G_4$  opera únicamente durante los primeros cinco períodos, mientras que en los modelos SOC permanece activo a lo largo de todo el horizonte de planificación. Asimismo, la unidad  $G_5$  no es despachada, mientras que en los otros modelos comienza a operar a partir de la hora  $h = 6$ .

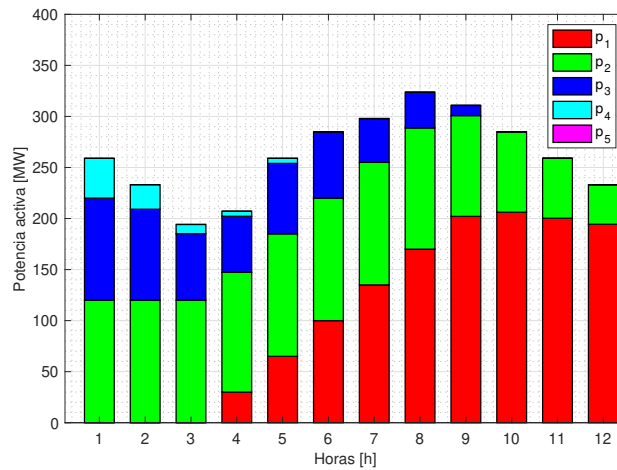


Figura 6.5: Despacho de potencia formulación DC para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

La Tabla 6.9 detalla el error acumulado de generación. En comparación con las formulaciones convexas, el error total aumenta aproximadamente un 82 [%]. Este aumento es particularmente notable para los generadores  $G_3$ ,  $G_4$  y  $G_5$ , que muestran incrementos considerables en el error, del orden de 414 [%], 645 [%] y 663 [%], respectivamente.

Tabla 6.9: Error acumulado de potencia activa formulación DC para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

<b>Generador</b>	$\mu(p_g)[MW]$
$G_1$	48,6
$G_2$	65,2
$G_3$	37,7
$G_4$	53,5
$G_5$	17,9
<b>Total</b>	<b>222,9</b>

Los resultados de la optimización no incorporan explícitamente información sobre la generación de potencia reactiva, a pesar de su relevancia crítica para garantizar la estabilidad y eficiencia en la transmisión de energía. Aunque es factible derivar esta información a partir de los resultados del predespacho, dichas estimaciones están basadas en los supuestos del modelo DC, lo que introduce posibles sesgos y limitaciones en la precisión de los resultados obtenidos.

### 6.1.2. Validación operativa de las soluciones utilizando flujos de potencia

Dado que los modelos convexos y DC son aproximaciones de las condiciones reales del sistema, se lleva a cabo una verificación de las condiciones operativas para garantizar la viabilidad técnica de las soluciones. Este proceso implica evaluar la información de las soluciones en un contexto práctico, teniendo en cuenta las condiciones operativas reales del sistema.

Para validar cada metodología, se llevan a cabo análisis de flujos de potencia considerando los datos de las soluciones en las barras P-V (potencia activa y magnitud de tensión) y la barra slack (magnitud de tensión y ángulo).

El análisis incluye, la estimación de pérdidas mediante la comparación de la potencia activa en la barra slack del sistema, las variaciones en la magnitud de la tensión en las barras P-Q y las diferencias en la potencia reactiva generada por las unidades disponibles.

#### i) Validación para la formulación Jabr

La Tabla 6.10 presenta la variación de los resultados obtenidos mediante la optimización del modelo Jabr y su implementación a través del análisis de flujo de potencia.

La información de la barra slack refleja el grado de precisión en la estimación de la potencia activa, con una diferencia general de aproximadamente 0,01 [MW]. Sin embargo, en los períodos  $h = 8$  y  $h = 9$ , la formulación sobreestima ligeramente la generación, con desviaciones de 4,64 [MW] y 2,63 [MW], respectivamente.

Tabla 6.10: Indicadores de comparación formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	-0,01	0,01	0,02	0,00	0,00	0,00	-0,01	-4,64	-2,63	-0,01	0,01	0,01
$\mu(v_i)$ [pu]	0,003	0,000	0,004	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,003	0,003	0,000	0,002
$\mu(q_g)$ [Mvar]	1,01	0,35	0,24	0,89	1,66	0,77	0,64	14,34	8,44	3,03	1,97	2,44

Con respecto al error acumulado de los valores de tensión, la mayor desviación es de 0,004 [pu] en la hora  $h = 3$ . La Figura 6.6 muestra el perfil de tensiones para todos los escenarios estudiados, revelando que se mantienen dentro de los rangos permitidos.

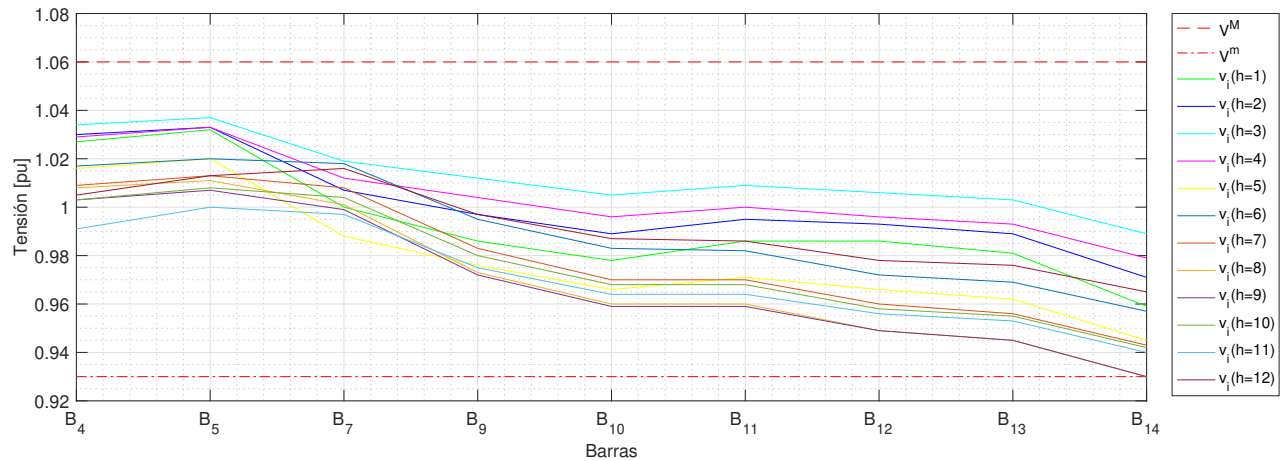


Figura 6.6: Perfil de tensión formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Con respecto a las desviaciones en la potencia reactiva, se observan mayores diferencias durante los periodos  $h = 8$ ,  $h = 9$  y  $h = 10$ , con valores de 14,34 [Mvar], 8,44 [Mvar] y 3,03 [Mvar], respectivamente. El error de generación de cada unidad se presenta en la Figura 6.7.

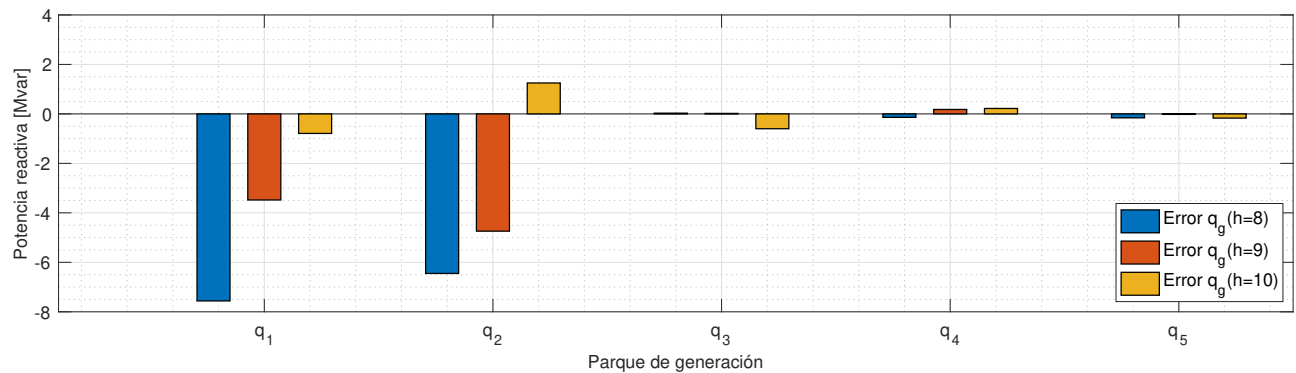


Figura 6.7: Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Basado en las consideraciones previas y el análisis de las desviaciones, la formulación de Jabr para el

problema de predespacho ofrece una solución que satisface los requisitos técnicos fundamentales, lo que la hace idónea para su implementación en un entorno operativo real.

## ii) Validación para la formulación DF

En la Tabla 6.11 se presenta el análisis del modelo DF, donde se observa una sobreestimación de la generación en 4,63 [MW] y 2,62 [MW] durante los periodos  $h = 8$  y  $h = 9$ , respectivamente. En contraste, la desviación en la generación para los demás periodos es mínima. Además, la diferencia en la generación entre los modelos DF y Jabr para los periodos  $h = 8$  y  $h = 9$  es de solo 0,01 [MW].

Tabla 6.11: Indicadores de comparación formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	-0,01	0,01	0,02	0,00	0,00	0,00	-0,01	-4,63	-2,62	-0,01	0,01	0,01
$\mu(v_i)$ [pu]	0,003	0,000	0,004	0,003	0,000	0,001	0,000	0,000	0,003	0,003	0,000	0,001
$\mu(q_g)$ [Mvar]	1,01	0,35	0,24	0,88	1,66	0,77	0,63	14,32	8,41	3,04	1,97	2,45

Al igual que el modelo anterior, el error acumulado de tensión también presenta la mayor desviación en la hora  $h = 3$  con 0,004 [pu]. La Figura 6.8 ilustra el perfil de tensiones en todos los escenarios estudiados, los cuales se encuentran dentro de los rangos permitidos.

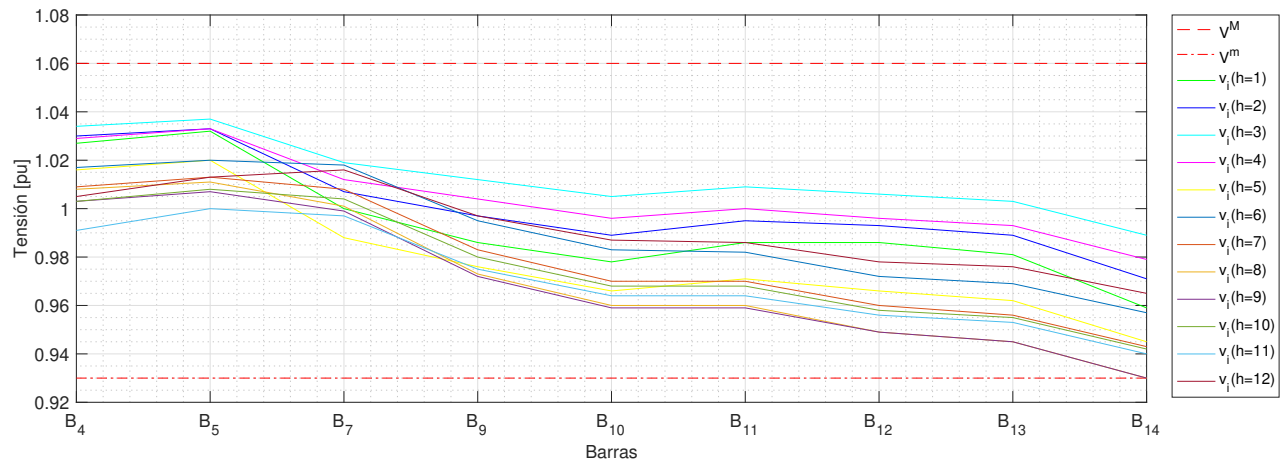


Figura 6.8: Perfil de tensión formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Con respecto a la desviación de potencia reactiva, la mayor fluctuación se observa en los periodos  $h = 8$ ,  $h = 9$  y  $h = 10$ , con diferencias de 14,32 [Mvar], 8,41 [Mvar] y 3,04 [Mvar], respectivamente. El error de generación de cada unidad se muestra en la Figura 6.9.

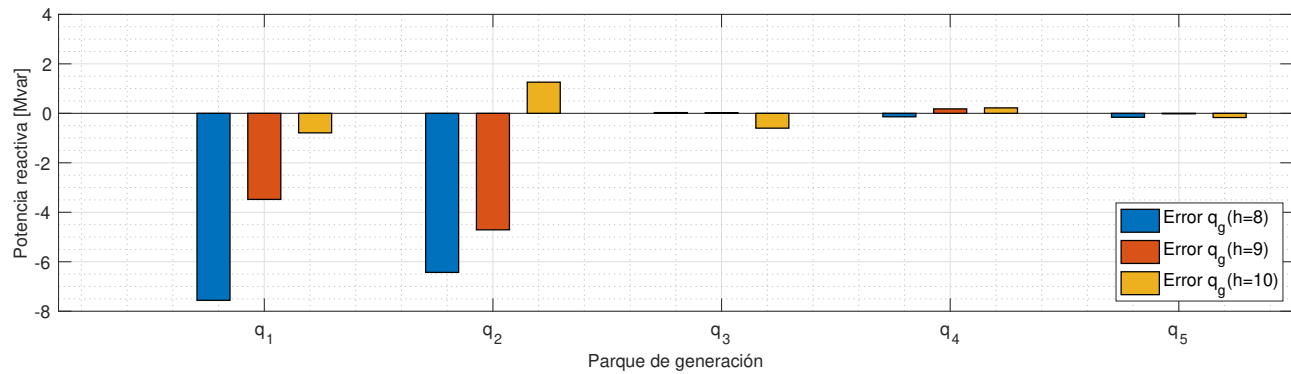


Figura 6.9: Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

En consecuencia, la solución proporcionada por la formulación convexa DistFlow se valida en un entorno operativo real (NL), confirmando así su viabilidad y precisión para el problema de predespacho.

### iii) Validación para la formulación DC ( $V_j = 1$ [pu])

La Tabla 6.12 presenta la verificación de los resultados al considerar una tensión de 1 [pu] en las barras de generación. En este caso, se muestran exclusivamente los resultados de potencia activa para la barra slack, de acuerdo con la información disponible del modelo.

El análisis revela que el sistema está subdimensionado en todos los períodos evaluados. Específicamente, durante las horas  $h = 9$ ,  $h = 10$  y  $h = 11$ , la potencia activa excede los 19 [MW]. Este resultado se asocia con el estudio de pérdidas del modelo DC.

Tabla 6.12: Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1$  [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	3,46	3,07	2,61	3,38	5,56	9,95	13,78	19,19	21,81	21,87	31,31	14,92

La Figura 6.10 ilustra el perfil de tensión, evidenciando que, en varios periodos, la magnitud cae por debajo del límite inferior establecido. Esta situación sugiere que la formulación no cumple con los criterios de seguridad, lo que podría dar lugar a puntos de operación restrictivos. De esta forma, la solución obtenida mediante el modelo DC no es viable en un contexto operativo real (NL).

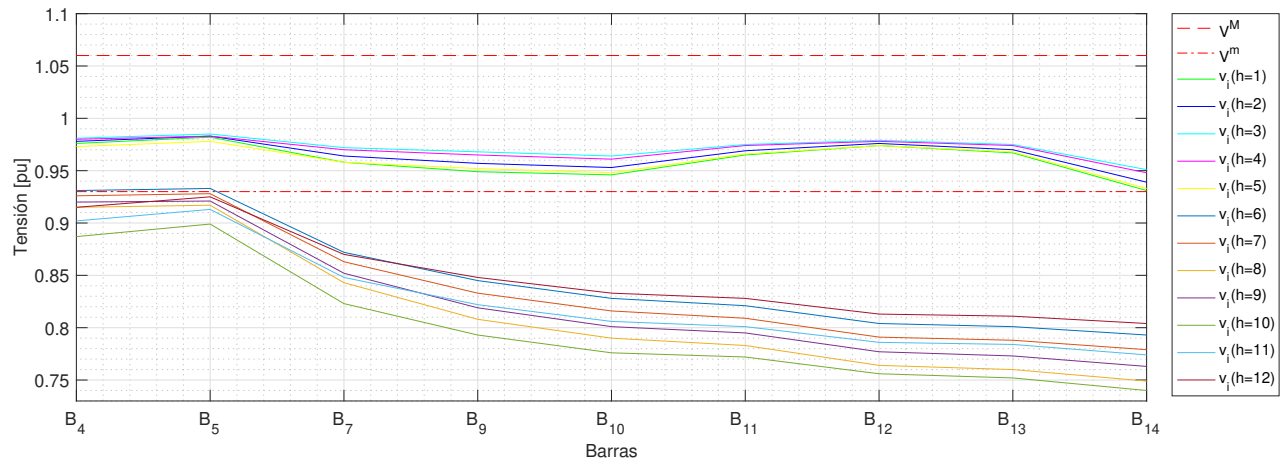


Figura 6.10: Perfil de tensión formulación DC y  $V_j = 1$  [pu] para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

**iv) Validación para la formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu])**

La Tabla 6.13 presenta la verificación de la formulación DC bajo la condición de  $V_j = V_j^M = 1,06$  [pu]. En este escenario, se observa una reducción en las pérdidas en comparación con el caso anterior.

Tabla 6.13: Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	3,00	2,67	2,28	2,95	4,84	8,34	11,58	16,01	18,38	18,12	15,17	12,66

Las curvas de tensión se presentan en la Figura 6.11. Aunque el perfil de tensión muestra una mejora comparativa con la condición  $V_j = 1$  [pu], aún se identifican barras que operan fuera de los límites mínimos establecidos.

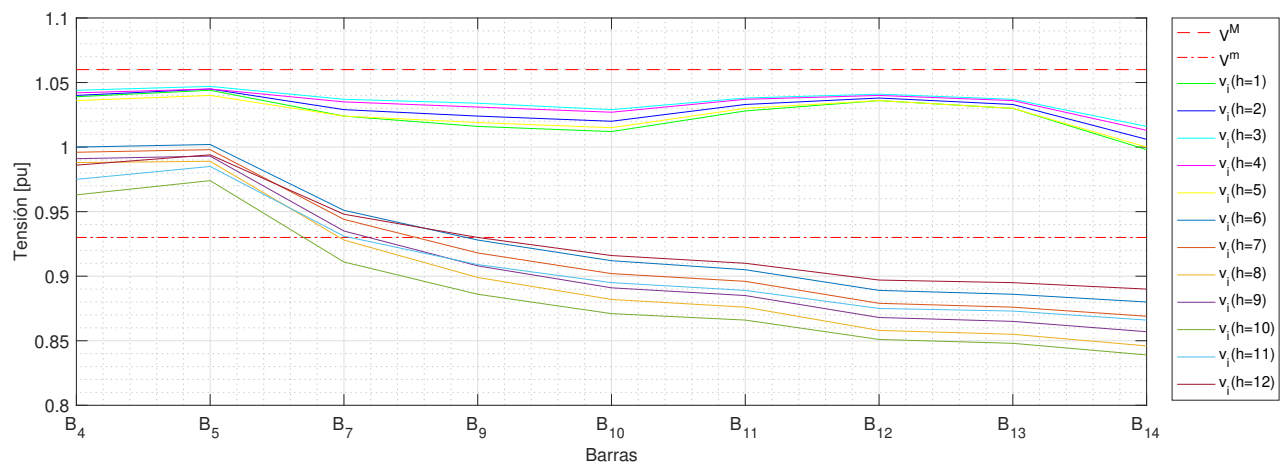


Figura 6.11: Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Los resultados revelan que, aunque se ha incrementado la tensión en las barras P-V, el sistema sigue operando en un punto restrictivo. Este comportamiento evidencia la estrecha relación entre el despacho del sistema y la distribución de potencia reactiva. En consecuencia, para resolver estas limitaciones, es necesario ajustar el despacho de las fuentes existentes o considerar la incorporación de nuevas fuentes de potencia reactiva que complementen la operación del sistema.

Para implementar la solución propuesta por la formulación DC, se requiere llevar a cabo un estudio adicional que estudie la convergencia del sistema dentro de los límites de operación establecidos. Este proceso aumenta el tiempo total de análisis del problema, aspecto que debe ser considerado al evaluar esta metodología. Cabe resaltar que la complejidad de este análisis se incrementa con el tamaño del sistema, lo que puede representar un desafío significativo en sistemas de mayor envergadura.

## 6.2. Formulación de predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 57 Barras

El rango de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,94$  [pu] y  $V^M = 1,06$  [pu] y el Gap para todas las simulaciones es  $1 \times 10^{-4}$  [pu].

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

### i) Unidades de generación para el sistema IEEE de 57 barras

Los costos de generación y la información técnica sobre los ciclos de operación de las unidades ( $G_i$ ) se presentan en las Tablas 6.14 y 6.15.

Tabla 6.14: Unidades de generación para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	35	575	-140	200	20
$G_2$	2	25	200	-17	50	50
$G_3$	3	10	140	-10	60	20
$G_4$	6	10	200	-80	100	40
$G_5$	8	20	550	-140	200	15
$G_6$	9	5	200	-30	90	45
$G_7$	12	5	410	150	155	45
$G_8$	31	0	200	-150	150	120
$G_9$	48	0	200	-150	150	120
$G_{10}$	53	0	200	-150	150	120

Tabla 6.15: Datos técnicos de operación para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras

Unidad	$CA_g$	$CD_g$	$UT_g$	$DT_g$	$SU_g$	$SD_g$	$RU_g$	$RD_g$
$G_1$	10	10	5	5	75	75	60	60
$G_2$	10	10	3	3	50	45	40	35
$G_3$	10	10	4	4	45	45	30	30
$G_4$	10	10	3	3	30	30	20	20
$G_5$	10	10	5	5	70	70	50	50
$G_6$	10	10	2	3	100	100	100	100
$G_7$	10	10	2	2	75	75	50	50
$G_8$	10	10	1	1	30	30	15	15
$G_9$	10	10	1	1	30	30	15	15
$G_{10}$	10	10	1	1	30	30	15	15

ii) Perfil de demanda para el sistema IEEE de 57 barras

El predespacho se implementa ejecutando un horizonte de operación de 24 horas. Los datos de potencia activa y reactiva de la demanda se detallan en la Tabla 6.16, mientras que las curvas de demanda se muestran gráficamente en la Figura 6.12.

Tabla 6.16: Demanda horaria para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. Activa [MW]	1.125,7	1.250,8	1.438,4	1.375,9	1.250,8	1.063,2	1.000,6	875,6	813,02	938,1	1.063,2	1.125,7
P. Reactiva [Mvar]	302,8	336,4	386,9	370,0	336,4	285,9	269,1	235,5	218,7	252,3	285,9	302,8
Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
P. Activa [MW]	1.375,9	1.500,9	1.626,0	1.751,1	1.563,5	1.438,4	1.250,8	1.250,8	1.125,7	1.438,4	1.563,5	1.500,9
P. Reactiva [Mvar]	370,0	403,7	437,3	470,9	420,5	386,9	336,4	336,4	302,8	386,9	420,5	403,6

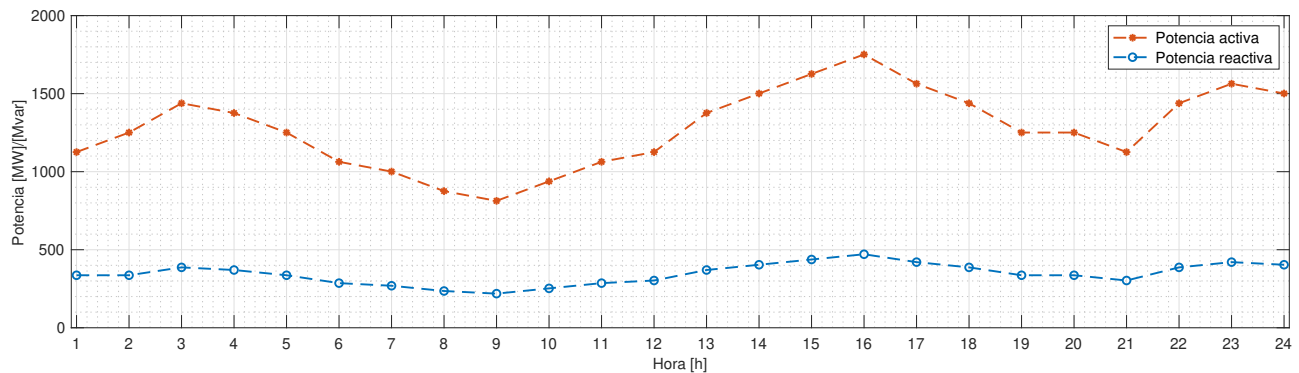


Figura 6.12: Perfiles de demanda para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

### 6.2.1. Resultados del predespacho del sistema IEEE de 57 barras

La Tabla 6.17 sintetiza la estructura del problema de optimización y detalla los tiempos de simulación asociados a las distintas formulaciones analizadas. En este contexto, se observa que la formulación AC presenta un tiempo de simulación superior a una semana sin alcanzar una solución (168 h = 604.800 s). Por lo tanto, se concluye que el problema no converge (no cv).

Tabla 6.17: Estructura del modelo de optimización para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	16.296	168	12.624	604.800 (no cv)
Jabr	22.056	168	22.056	19.174
DF	12.456	168	16.464	11
DC	7.248	168	6.912	1,4

El proceso de optimización utilizando la notación Jabr requiere 5.3 horas (19.174,6 segundos). No obstante, al emplear la notación DF, el tiempo de optimización disminuye considerablemente, logrando la solución en 11,54 segundos.

De las restricciones totales presentadas en la tabla, la formulación AC incluye 11.520 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF tienen un total de 5.760 restricciones cónicas cada una. Las restricciones restantes se expresan de manera lineal.

En el caso de la solución AC, el solver no reporta información al momento de terminar con la simulación. Por lo tanto, estos valores no están disponibles.

En la Tabla 6.18 se presentan los costos de operación del sistema. Las formulaciones convexas presentan una diferencia de 17.752 [\$], lo que equivale a un 3 [%] del costo total. En contraste, el modelo DC muestra un comportamiento distinto, siendo la solución más económica, con una variación aproximada de 70.000 [\$], lo que representa un 10 [%] respecto al valor más elevado.

Tabla 6.18: Costos de operación para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Método	Costo de operación	Costo de arranque	Costo de parada	Costo total
AC	-	-	-	-
Jabr	683.847,0	130,0	110,0	687.087,0
DF	704.629,7	100,0	110,0	704.839,7
DC	617.556,1	60,0	70,0	617.686,1

La Tabla 6.19 muestra los costos de operación obtenidos al verificar el problema de predespacho utilizando el modelo AC con las variables binarias como datos de entrada. Los resultados indican que los modelos convexas convergen hacia soluciones cercanas, presentando una diferencia de 1.753,7 [\$], lo que corresponde a 0,266 [%] y al 0,265 [%] del valor total de las formulaciones Jabr y DF, respectivamente. Es relevante destacar que ambos modelos proporcionan soluciones factibles para el problema de operación. Asimismo, en la segunda etapa de optimización, el modelo NLP corrige las

imprecisiones de la formulación convexa, lo que permite una reducción del costo de operación en comparación con el modelo MISCOP. Por el contrario, el modelo DC, a lo largo de la progresión de escenarios, no logra encontrar una solución viable.

Tabla 6.19: Costos de operación para el predespacho AC del sistema IEEE de 57 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	657.648,4	-	657.648,4
DF	659.402,1	-	659.402,1
DC	-	-	-

### i) Resultados formulaciones convexas

Los patrones de generación para la solución del predespacho utilizando la notación de Jabr se presentan en las Figuras 6.13 y 6.14.

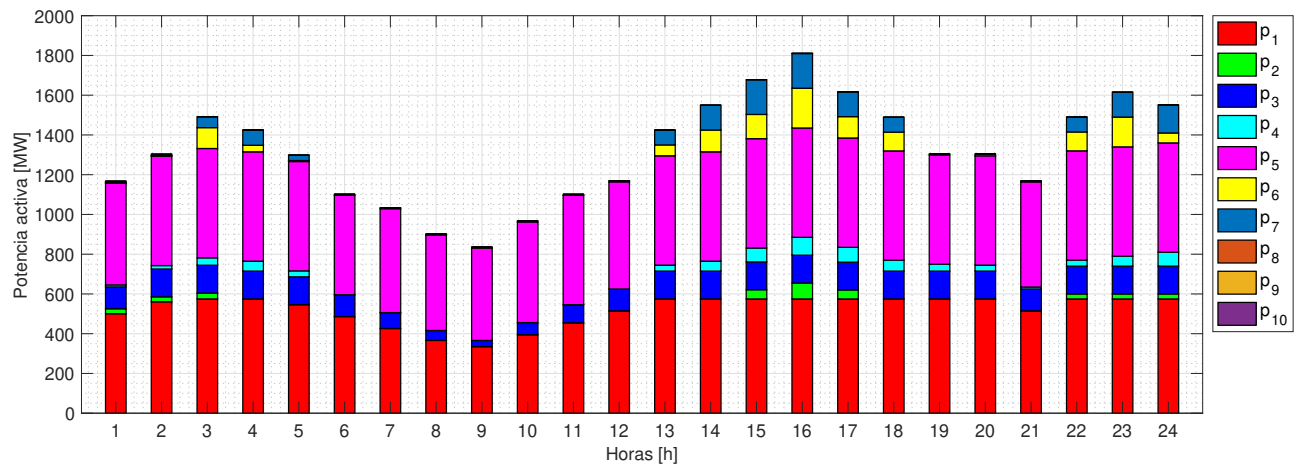


Figura 6.13: Despacho de potencia activa formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

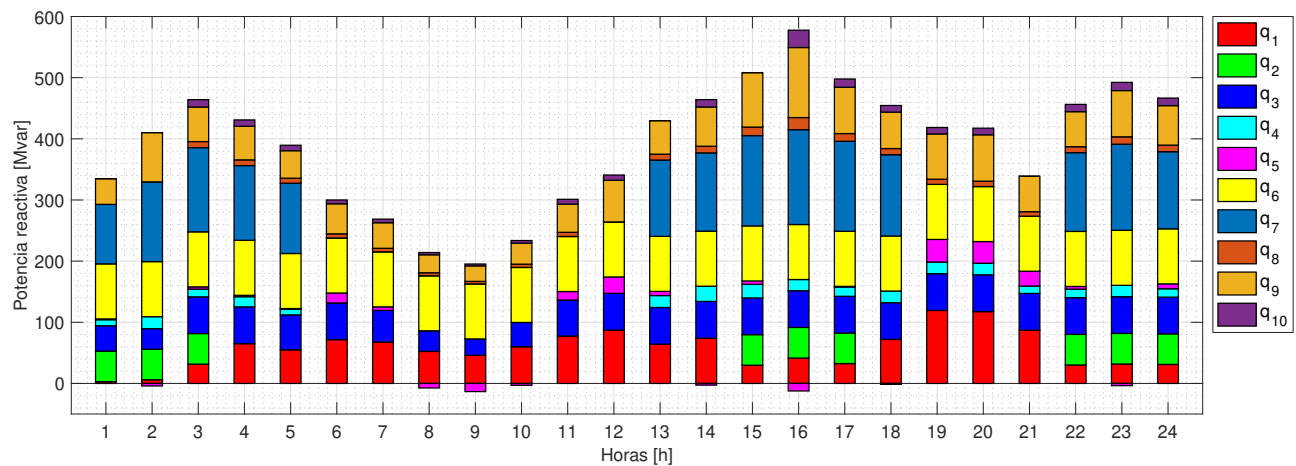


Figura 6.14: Despacho de potencia reactiva formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Considerando como referencia este patrón de generación, la Tabla 6.20 presenta los errores acumulados de la formulación DF en comparación con el modelo Jabr. En términos de potencia activa, el error es relativamente pequeño, con un total de 15,8 [MW]. Sin embargo, el error en potencia reactiva es considerable, alcanzando un total de 661,5 [Mvar], con un pico de 177,9 [Mvar] en el generador  $G_9$ .

Tabla 6.20: Error acumulado de potencia formulación Jabr y DF para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras

Generador	$\mu(p_g)[MW]$	$\mu(q_g)[Mvar]$
$G_1$	3,2	131,2
$G_2$	2,7	0,0
$G_3$	1,2	22,9
$G_4$	1,2	50,8
$G_5$	1,8	82,3
$G_6$	5,2	0,0
$G_7$	0,4	34,2
$G_8$	0,1	47,6
$G_9$	0,0	177,9
$G_{10}$	0,0	144,6
<b>Total</b>	<b>15,8</b>	<b>661,5</b>

Dado que la potencia reactiva no se valora explícitamente en el problema planteado, los generadores pueden adoptar diversas configuraciones en su despacho. Por ejemplo, dos generadores que operan en la misma barra o en ubicaciones cercanas pueden ajustar el despacho de potencia reactiva según la formulación empleada (Jabr o DF). Esta flexibilidad proporciona un grado de libertad en la gestión del sistema. Las variaciones en la generación representan diversas estrategias para distribuir la potencia reactiva, asegurando en todos los casos el cumplimiento de los criterios técnicos del sistema eléctrico.

## ii) Resultados formulación DC

La Tabla 6.21 presenta el error acumulado de la formulación DC en comparación con las notaciones convexas. Las desviaciones son importantes, superando los 1.500 [MW].

Tabla 6.21: Error acumulado de potencia formulación DC para el predespacho del modelo IEEE de 57 barras

Generador	$\mu(p_g)[MW]$ (Jabr)	$\mu(p_g)[MW]$ (DF)
$G_1$	249,7	246,5
$G_2$	86,9	84,2
$G_3$	266,3	265,1
$G_4$	158,7	157,5
$G_5$	76,4	76,2
$G_6$	306,0	306,8
$G_7$	391,2	390,8
$G_8$	0,1	0,0
$G_9$	0,0	0,0
$G_{10}$	0,0	0,0
<b>Total</b>	<b>1.535,3</b>	<b>1.527,1</b>

Este nivel de discrepancia resalta la importancia de analizar detalladamente las diferencias entre la formulación DC y las notaciones convexas en el contexto de la optimización en sistemas AC.

### 6.2.2. Validación operativa de las soluciones

#### i) Validación para la formulación Jabr

En la Tabla 6.22 se observa que la diferencia en la potencia suministrada por la barra slack esta en el orden de 0,1 [MW], lo que indica una estimación precisa de la potencia activa total.

Tabla 6.22: Indicadores de comparación formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	0,03	0,04	0,07	0,02	0,02	0,12	0,04	0,01	0,03	0,01	0,09	0,06
$\mu(v_i)$ [pu]	0,016	0,008	0,036	0,003	0,004	0,006	0,025	0,013	0,025	0,006	0,009	0,01
$\mu(q_g)$ [MVar]	8,04	3,61	10,34	5,79	3,93	2,11	7,75	10,75	16,12	1,78	5,31	4,56
Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Slack [MW]	0,00	0,00	0,01	0,05	0,09	0,03	0,14	0,12	0,08	0,07	0,08	0,03
$\mu(v_i)$ [pu]	0,002	0,006	0,009	0,005	0,007	0,008	0,011	0,01	0,007	0,007	0,006	0,013
$\mu(q_g)$ [MVar]	3,80	4,73	3,85	2,75	3,82	5,84	3,47	3,68	3,58	6,82	6,32	8,66

El error en la tensión se encuentra en el rango de 0,001 [pu]. Además, como se muestra en las Figuras 6.16 y 6.17, el perfil de tensión se mantiene dentro de los rangos definidos.

Para la potencia reactiva, las mayores desviaciones se registran durante los periodos  $h = 3$ ,  $h = 8$  y  $h = 9$ . El error en la potencia reactiva generada por cada unidad en estos periodos se ilustra en la Figura 6.15. A pesar de las variaciones, las diferencias son despreciables, lo que sugiere que el sistema mantiene un comportamiento adecuado y estable en su operación.

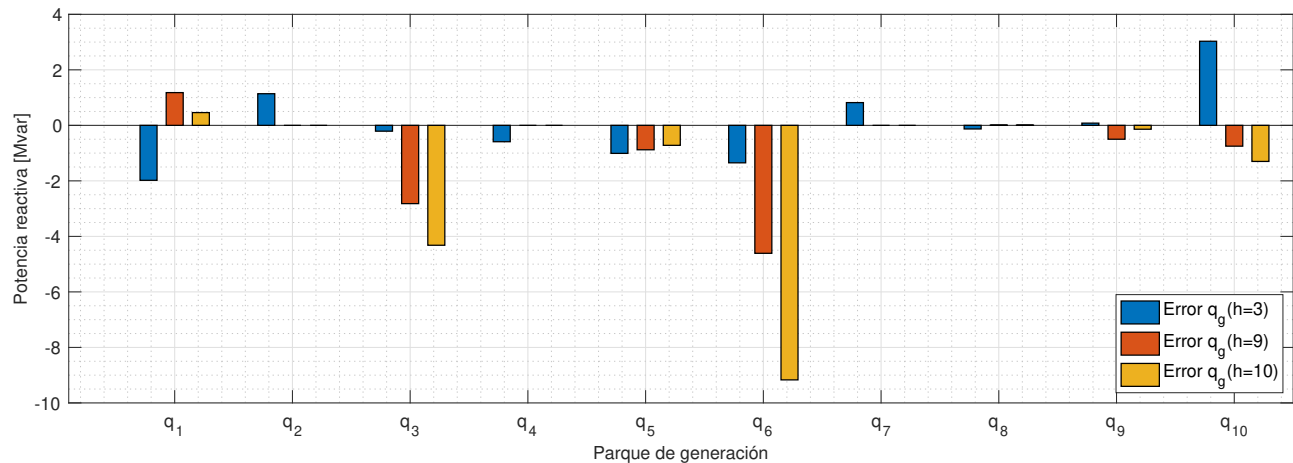


Figura 6.15: Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación Jabr para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Considerando que la desviación en el proceso de validación es menor, se concluye que la formulación Jabr es viable.

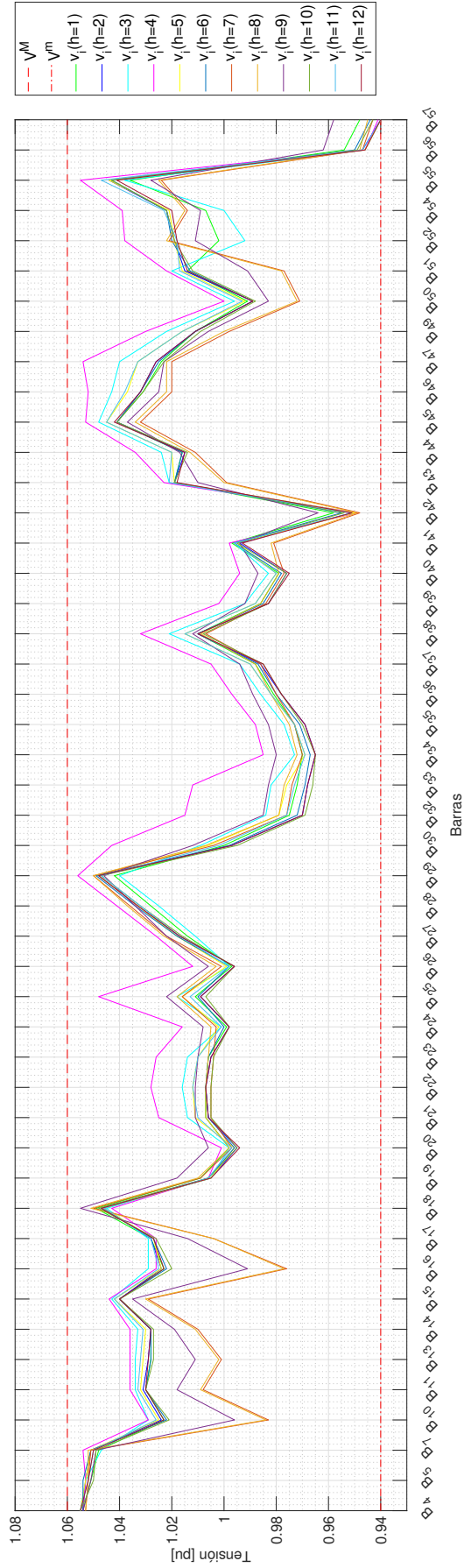


Figura 6.16: Perfil de tensión formulación Jabr ( $h=1$  -  $h=12$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

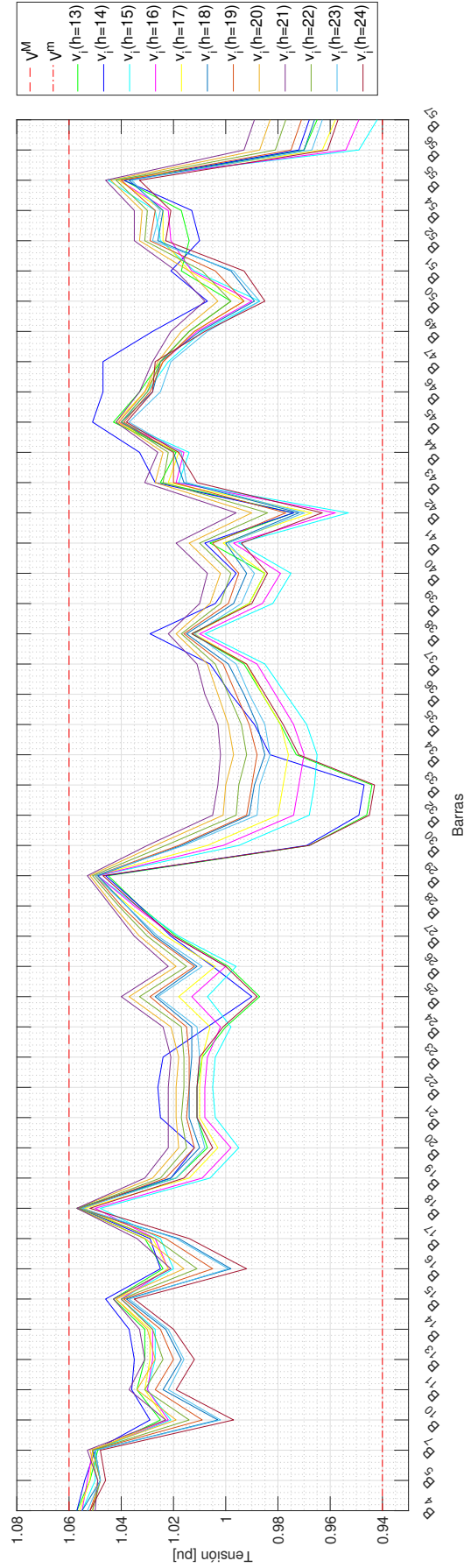


Figura 6.17: Perfil de tensión formulación Jabr ( $h=13$  -  $h=24$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

### i) Validación para la formulación DF

La Tabla 6.23 muestra la validación de este modelo. La diferencia de potencia que suministra la barra slack está en el orden de 0,5 [MW]. Si bien aumenta en un orden de magnitud con respecto a la formulación Jabr, sigue siendo un valor despreciable.

Tabla 6.23: Indicadores de comparación formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
slack [MW]	0,50	0,65	0,66	0,61	0,59	0,47	0,37	0,29	0,27	0,32	0,48	0,14
$\mu(v_i)$ [pu]	0,076	0,093	0,058	0,053	0,051	0,05	0,053	0,052	0,068	0,05	0,048	0,139
$\mu(q_g)$ [Mvar]	16,59	18,20	18,43	15,49	15,85	11,34	8,11	12,20	20,79	8,62	9,11	11,87
Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
slack [MW]	0,56	0,56	0,61	0,65	0,74	0,61	0,60	0,63	0,48	0,60	0,67	0,62
$\mu(v_i)$ [pu]	0,065	0,052	0,063	0,088	0,062	0,064	0,059	0,058	0,066	0,064	0,054	0,056
$\mu(q_g)$ [Mvar]	11,04	15,55	15,62	16,84	16,52	15,48	15,17	10,74	9,62	19,19	18,78	17,61

El error acumulado de tensión se encuentra en un rango de 0,06 [pu]. Las Figuras 6.19 y 6.20 muestran los perfiles de tensión para todos los escenarios evaluados, observándose que en algunas barras, como  $B_{33}$ ,  $B_{56}$  y  $B_{57}$ , la magnitud de la tensión excede los límites máximos establecidos para la operación. Específicamente, se detecta un exceso de aproximadamente un 0,01 [pu]. Este problema puede ser resuelto con los recursos disponibles ajustando la distribución de potencia reactiva de los generadores o equipos de compensación.

El error en la potencia reactiva aumenta tanto en magnitud como en cantidad de horas respecto al modelo Jabr, como se muestra en la Figura 6.18. Para los periodos  $h = 2$ ,  $h = 3$ ,  $h = 9$ ,  $h = 10$  y  $h = 11$ , ningún error supera los 10 [Mvar], lo que sugiere un comportamiento controlado en la variación de la potencia reactiva durante estos intervalos.

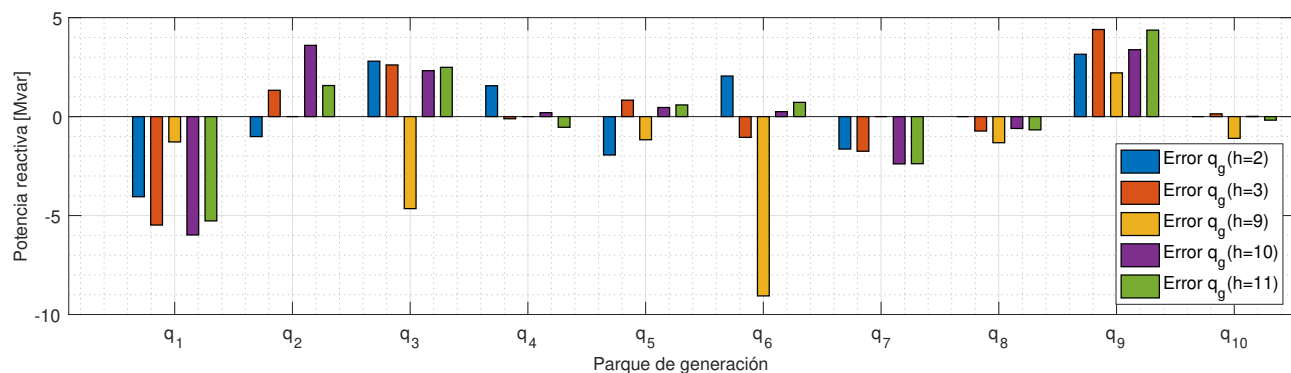


Figura 6.18: Error en la potencia reactiva generada utilizando la formulación DF para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

El análisis indica que la formulación DF ofrece una solución viable para el predespacho, aunque requiere ajustes menores para corregir los errores en el perfil de tensión.

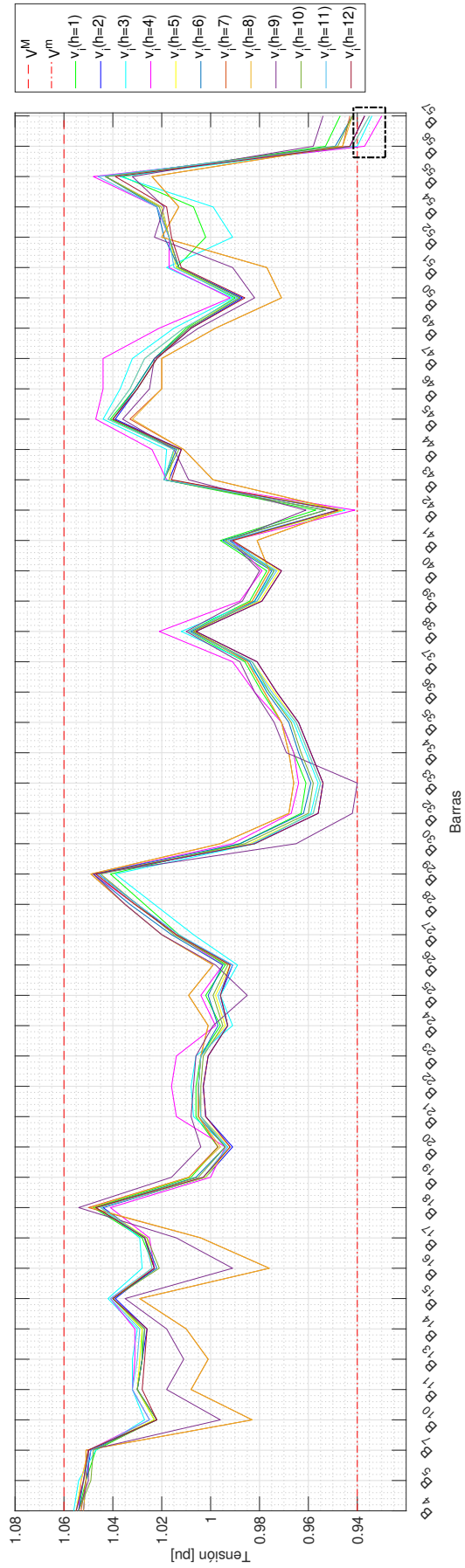


Figura 6.19: Perfil de tensión formulación DF ( $h=1 - h=12$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

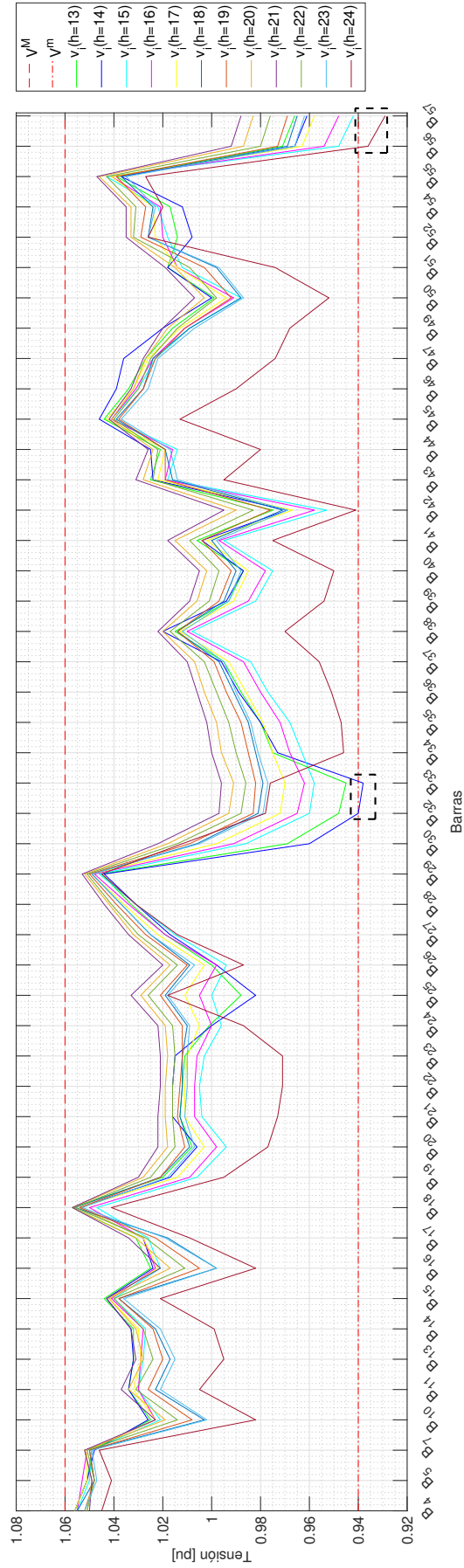


Figura 6.20: Perfil de tensión formulación DF ( $h=13 - h=24$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

iii) Validación para la formulación DC ( $V_j = 1$  [pu])

La Tabla 6.23 muestra que la generación de potencia es insuficiente en todos los períodos, con variaciones que oscilan entre 27 y 76 [MW].

Tabla 6.24: Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1$  [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	48,49	61,81	72,14	72,00	60,29	47,09	40,61	31,16	27,07	35,39	46,06	53,05
Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Slack [MW]	61,20	63,92	64,21	70,32	66,03	64,27	65,89	67,08	53,41	67,44	76,39	76,64

El perfil de tensión se muestra en las Figuras 6.22 y 6.23, donde la desviación más importante se observa en la barra  $B_{33}$  en la hora  $h = 4$ , alcanzando un valor de 0,808 [pu]. Con respecto a la generación de potencia reactiva, en la Figura 6.21 se observan escenarios de operaciones no factibles para las horas  $h = 4$ ,  $h = 12$ ,  $h = 14$  y  $h = 21$ .

Considerando lo anterior, se destaca la necesidad de realizar ajustes sustanciales en el despacho de los generadores o en la infraestructura del sistema eléctrico para corregir la condición de operación no factible. En consecuencia, la solución obtenida mediante el modelo DC no es viable.

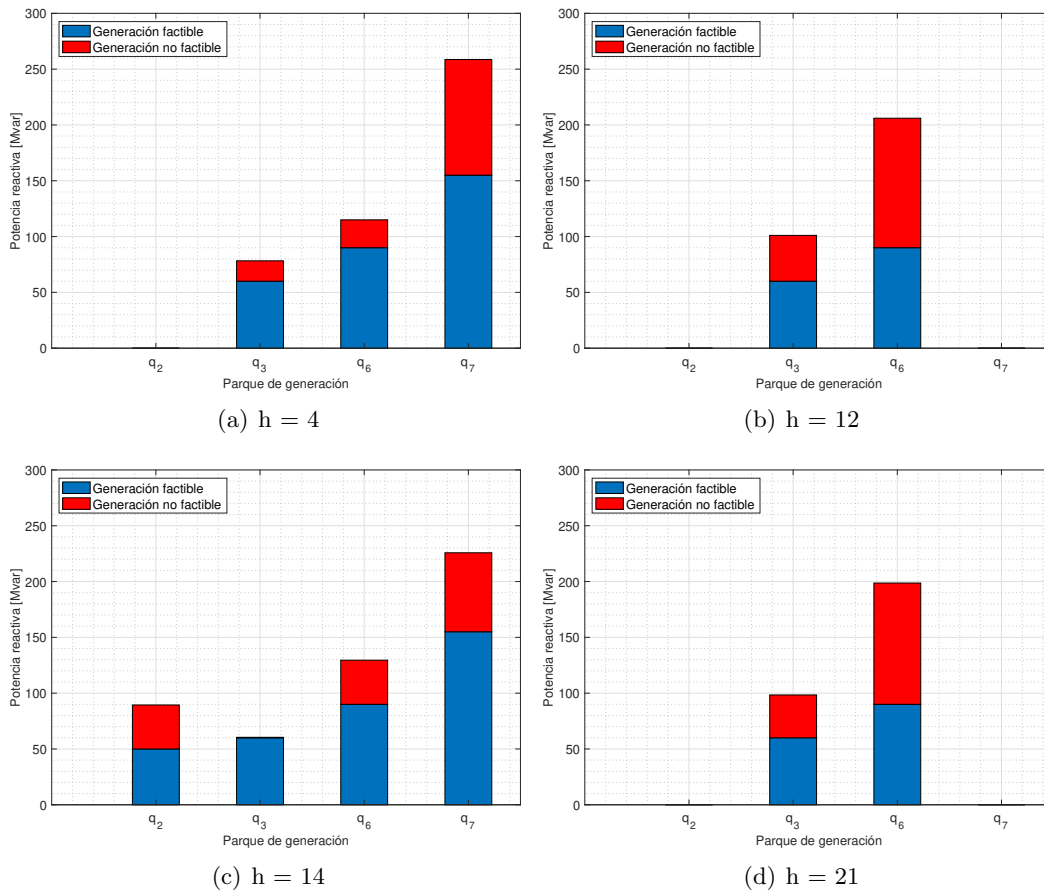


Figura 6.21: Generación reactiva formulación DC ( $V_j = 1$  [pu]) para el sistema IEEE de 57 barras

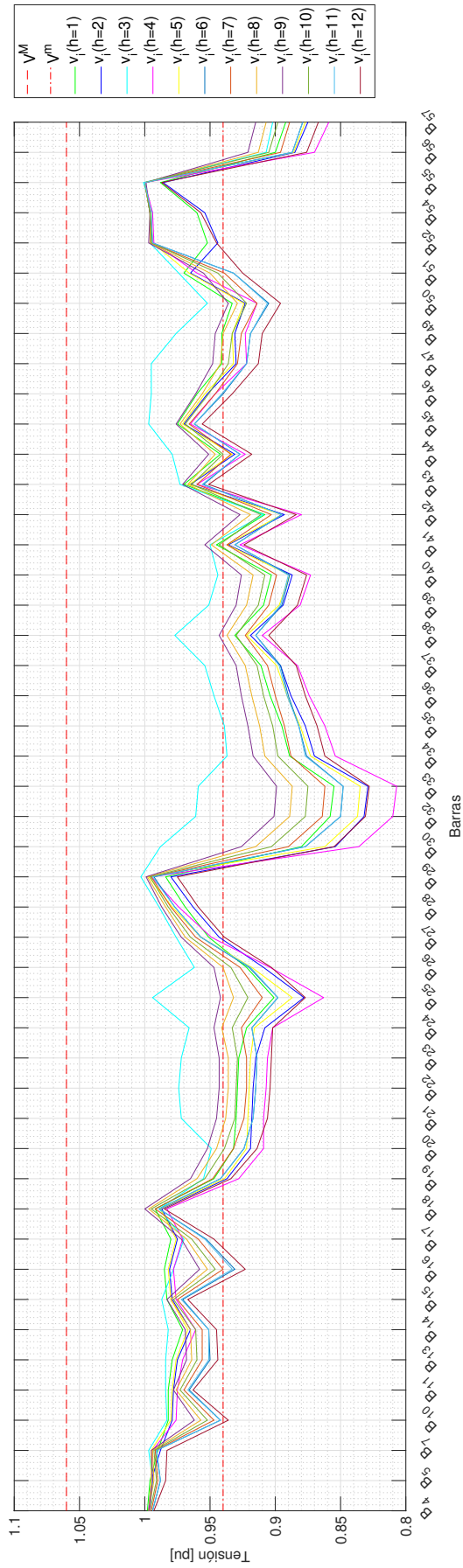


Figura 6.22: Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1$  [pu]) ( $h=1$  -  $h=12$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

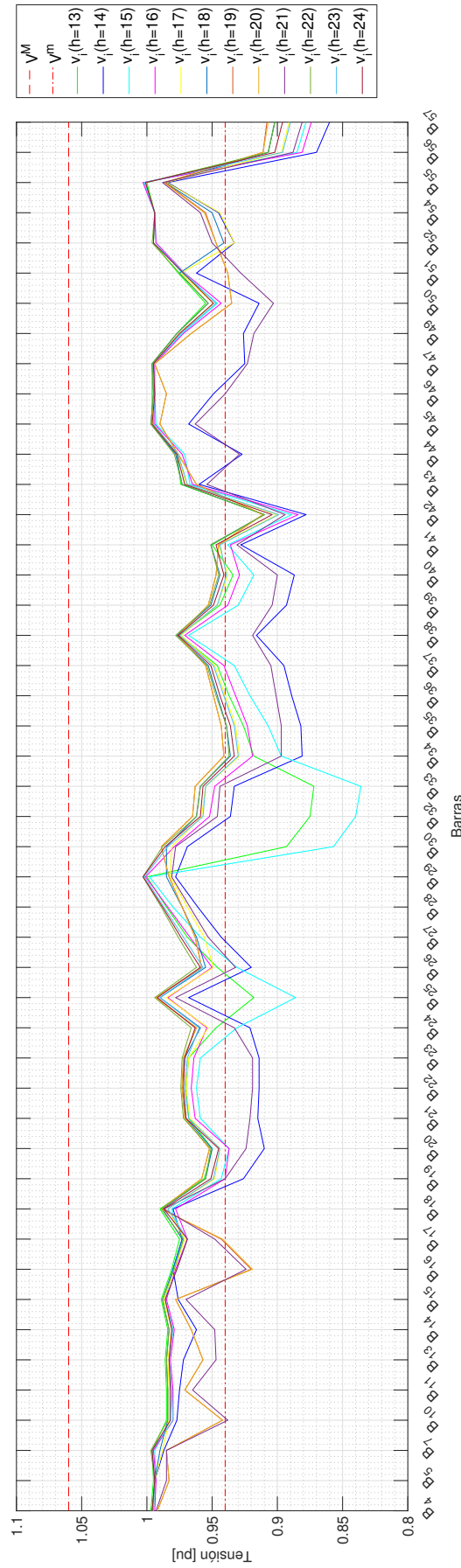


Figura 6.23: Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1$  [pu]) ( $h=13$  -  $h=24$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

iv) Validación para la formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu])

La Tabla 6.25 muestra que la generación de potencia es insuficiente en todos los periodos, con variaciones que oscilan entre 23 y 67 [MW] aproximadamente. Esta situación refleja una ligera mejora en comparación con el caso anterior.

Tabla 6.25: Potencia de la barra slack formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu]) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	42,32	53,69	62,77	62,31	52,41	40,66	35,28	27,24	23,74	30,84	39,87	45,59
Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Slack [MW]	53,31	55,35	55,75	61,06	57,40	55,94	56,68	57,67	45,97	58,75	66,42	66,63

Las Figuras 6.25 y 6.26 muestran que la desviación más importante en el perfil de tensión ocurre en la barra  $B_{33}$  a la hora  $h = 4$ , con un valor de 0,89 [pu]. La generación de potencia reactiva se muestra en la Figura 6.24 para los escenarios de operaciones no factibles en las horas  $h = 4$ ,  $h = 12$ ,  $h = 14$  y  $h = 21$ . Aunque estos valores muestran una reducción en comparación con el caso DC con ( $V_j = 1$  [pu]), la operación sigue siendo restrictiva.

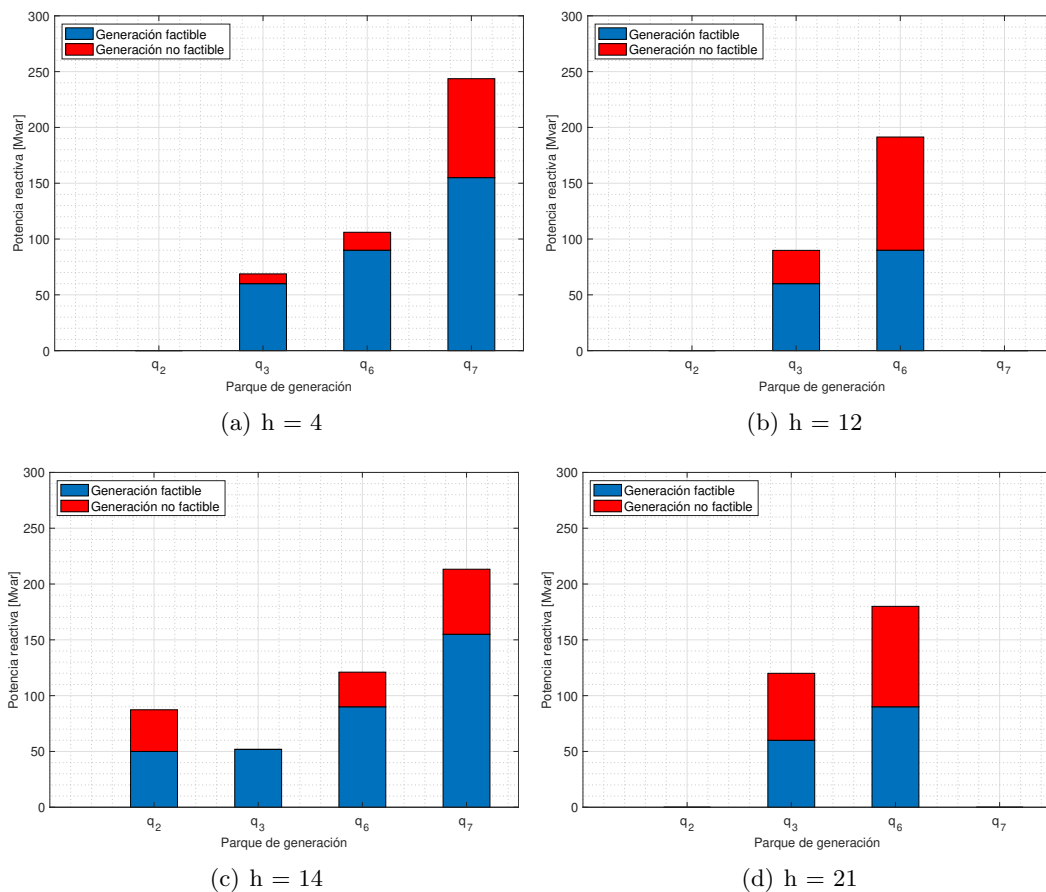


Figura 6.24: Generación reactiva formulación DC ( $V_j = 1,06$ [pu]) para el sistema IEEE de 57 barras

Dado el cumplimiento insuficiente de las condiciones de operación establecidas, los modelos DC no son adecuados para su aplicación en un contexto operativo real.

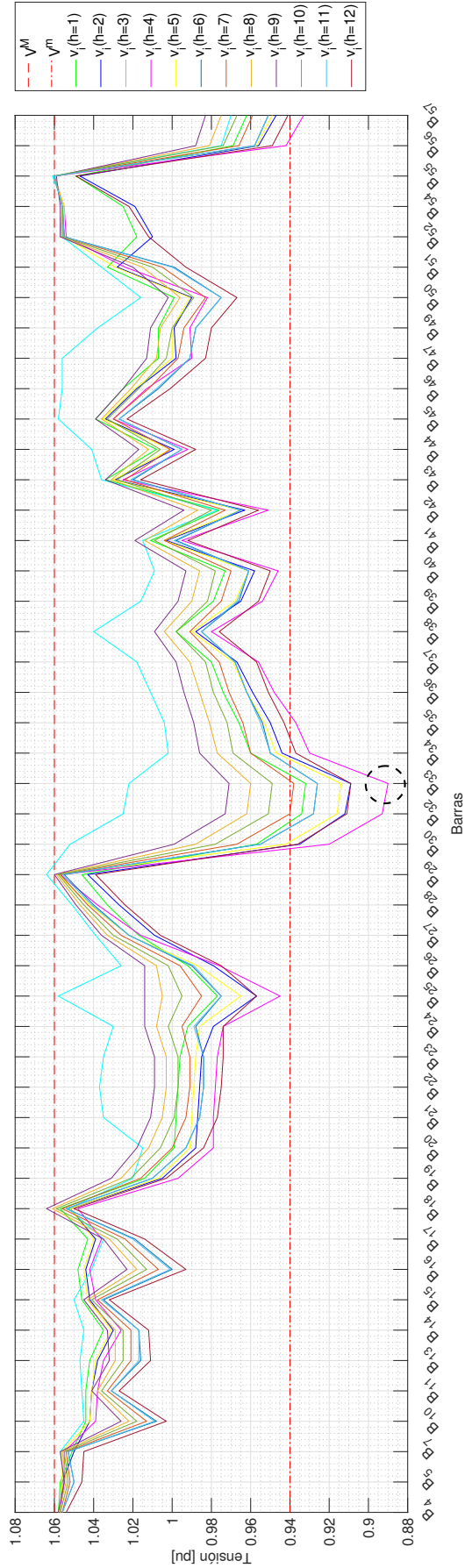


Figura 6.25: Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu]) ( $h=1 - h=12$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

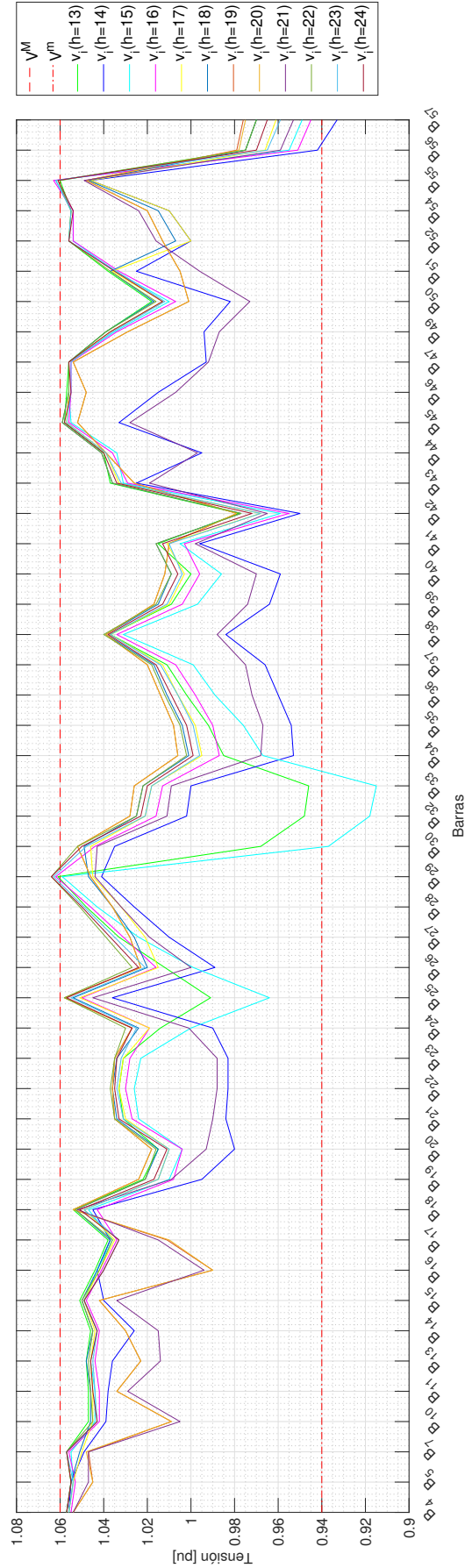


Figura 6.26: Perfil de tensión formulación DC ( $V_j = 1,06$  [pu]) ( $h=13 - h=24$ ) para el predespacho del sistema IEEE de 57 barras

### 6.3. Resumen de los resultados del problema de predespacho

Las verificaciones de los resultados obtenidos con el modelo DC indican que, en ambos casos, se presentan problemas de operación no factibles. La desviación de la potencia reactiva se identifica como un factor crítico en la implementación de esta solución, dado que impacta significativamente el perfil de tensión y, por ende, el rendimiento en la transmisión de energía.

Para abordar este problema, es necesario optimizar el despacho del parque generador o considerar inversiones en nuevas unidades. Aunque la deficiencia de potencia reactiva en las fuentes despachadas constituye un factor clave, la solución no depende exclusivamente de este aspecto, lo que convierte la evaluación de la viabilidad de los resultados en un desafío considerable. Igualmente, es fundamental tener en cuenta el error acumulado asociado con el análisis que comienza desde un punto no factible.

El comportamiento de los modelos convexos es consistente, mostrando errores similares en los indicadores estudiados. En el caso de la formulación Jabr, el análisis de los resultados muestran que los parámetros se mantienen dentro de los rangos permitidos. Por otro lado, la formulación DF presenta una desviación mínima respecto a los límites técnicos del problema. No obstante, estos errores de pequeña magnitud pueden ser fácilmente compensados por los recursos disponibles del sistema.

Desde la perspectiva de la simulación, la formulación DF se destaca por su eficiencia en comparación con la formulación Jabr, logrando reducciones significativas en el tiempo de simulación. Así, la formulación DF se posiciona favorablemente frente a Jabr debido a su combinación superior de eficiencia y precisión.

## Capítulo 7

# Aplicación de la formulación al problema de planificación

Este capítulo se centra en la implementación de las formulaciones convexas en el modelo de planificación GTREP, ofreciendo una nueva perspectiva para la construcción del modelo propuesto. Esta metodología implica un proceso de optimización que busca diseñar y gestionar eficientemente la infraestructura eléctrica, garantizando que se satisfaga la demanda de energía proyectada a lo largo del tiempo.

El problema se aborda en varias etapas desde la perspectiva de un operador central, comenzando con la identificación de las necesidades de expansión y modernización de la red eléctrica. Este proceso incluye la evaluación de tecnologías y estrategias destinadas a garantizar la operación óptima del sistema. Entre los aspectos más relevantes se encuentra la selección de ubicaciones para nuevas plantas de generación y la planificación de la red de transmisión, con el objetivo de asegurar un suministro eléctrico eficiente y seguro.

Los resultados y efectos del modelo no lineal se contrastan con los modelos propuestos y el enfoque tradicional de planificación DC, tomando como referencia el estudio presentado en [14]. Para evaluar la complejidad matemática, se analiza la estructura y el rendimiento del problema de planificación, considerando aspectos como el tiempo de simulación, así como el número de variables y restricciones involucradas. Además, se verifica la pérdida de optimalidad utilizando el método de optimización en dos etapas definido en la sección anterior.

La formulación detallada del modelo de planificación se encuentra descrita en el Anexo D. A diferencia de la formulación presentada en la Sección 4.6, específicamente en la ecuación (5.44), el cálculo de la reserva de potencia se realiza de forma anual, como se presenta en la ecuación (10.70).

En esta sección, se asume un VoLL de 10.000 [\$/MWh], una reserva anual de potencia activa del 20 [%], y una tasa de interés del 10 [%] para calcular los costos en valor presente. Los datos de los sistemas eléctricos se encuentran en el Anexo E.2.

### 7.1. Formulación de planificación aplicada al sistema eléctrico de 3 Barras

En este ejemplo se utiliza el sistema de 3 barras, cuya topología se presenta en la Figura 7.1. El sistema está compuesto por un total de 3 líneas de transmisión, organizadas de manera que forman 1 ciclo completo.

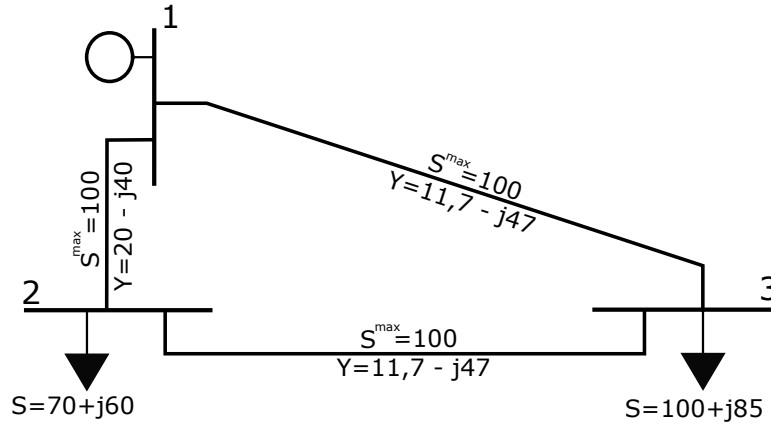


Figura 7.1: Topología del sistema eléctrico de 3 barras

El problema de planificación se resuelve para un horizonte de 11 años con una tasa de crecimiento del 4 [%] a partir del segundo año. El periodo de planificación se configura con un único escenario operativo que abarca 8.760 horas, equivalente a un año completo.

El rango de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,97$  [pu] y  $V^M = 1,03$  [pu] y el Gap del solver para todas las formulaciones es  $1 \times 10^{-9}$  [pu].

Para la formulación DistFlow, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 5^\circ$ , y para la formulación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

#### i) Unidades de generación y compensación reactiva del sistema de 3 barras

Los datos técnicos y económicos de los generadores ( $G_i$ ) y unidades reactiva en derivación ( $R_i$ ) disponibles para invertir se presentan en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1: Unidades de generación candidatas para la planificación del modelo de 3 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]	$I_g$ [\$/ $P_g^M$ ]	$I_r$ [\$/ $Q_r^M$ ]	$O \& M_g$ [\$/ $P_g^M$ ]
$G_1$	2	10	120	-100	100	14,36	150.000	-	20.000
$R_1$	2	-	-	-100	150	-	-	30.000	-

#### ii) Sistema de transmisión del sistema de 3 barras

La Tabla 7.2 muestra las líneas de transmisión candidatas para la expansión del sistema. La notación  $L_{f-t,n}$  indica que la línea se conecta en el corredor formador entre las barras  $f - t$ , representando el circuito con la notación  $n$ .

En este caso particular, se incluyen los costos de operación y mantenimiento de las líneas de transmisión, denotados como  $O\&M_{ij}$ , siguiendo la metodología propuesta por [14].

Tabla 7.2: Líneas de transmisión candidatas para la planificación del sistema de 3 barras

Línea $f-t, n$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	$I_{ij}$ [\$/Fs_{ij}^M]	$O\&M_{ij}$ [\$/Fs_{ij}^M]
$L_{1-2,2}$	100	0,005	0,02	0,04	100.000	12.000
$L_{1-3,2}$	100	0,005	0,02	0,04	100.000	12.000

### 7.1.1. Resultados de la planificación del sistema de 3 barras

La Tabla 7.3 presenta un resumen de la cantidad de variables, restricciones y tiempos de simulación asociados con las distintas formulaciones del problema de optimización. El caso AC incorpora 330 restricciones no lineales, mientras que las notaciones convexas Jabr y DF incluyen 231 y 253 restricciones cónicas, respectivamente. El resto de las restricciones se expresan en forma lineal.

Los modelos AC y convexos incorporan 11 variables binarias adicionales relacionadas con los dispositivos de compensación de potencia reactiva, lo que no es posible evaluar en el modelo DC.

Tabla 7.3: Estructura del modelo de optimización para la planificación del sistema de 3 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	1.225	44	374	1.542
Jabr	1.423	44	616	10
DF	961	44	440	1,7
DC	587	33	198	1,1

El tiempo de simulación de las formulaciones convexas disminuye considerablemente en comparación con el problema no lineal. Específicamente, la formulación Jabr muestra una reducción aproximada del tiempo de resolución en un factor de 155 veces, mientras que la formulación DF logra una reducción en el orden de 900 veces, alcanzando un rendimiento comparable a la solución DC.

El resumen de los costos asociados a la operación del sistema se presenta en la Tabla 7.4, la formulación Jabr presenta una aproximación con una brecha reducida en comparación con el problema no lineal, alcanzando un costo total que difiere en 4.585 [\$]. Por otro lado, la formulación DF exhibe un costo total inferior en 2,25 M[\$] respecto al valor de la formulación AC, mientras que el modelo DC muestra una diferencia de 4,26 M[\$].

Tabla 7.4: Costos de inversión y operación para la planificación del sistema de 3 barras

Método	Costo de operación	Costo de inversión	Costo total
AC	194.832.411,3	37.456.172,5	232.288.583,8
Jabr	194.836.995,5	37.456.172,5	232.293.168,0
DF	194.882.378,0	35.146.961,0	230.029.339,0
DC	203.920.549,6	24.105.338,2	228.025.887,8

La Tabla 7.5 muestra los períodos de inversión anualizados de cada unidad candidata según las formulaciones analizadas.

Tabla 7.5: Planes de inversión para la planificación del sistema de 3 barras

Método	AC	Jabr	DF	DC
Unidad	Años			
$G_1$	1	1	1	4
$L_{1-2,2}$	-	-	-	-
$L_{1-3,2}$	-	-	-	-
$R_1$	8	8	11	-

Las tres metodologías que abordan la gestión de potencia activa y reactiva realizan la inversión en una unidad de generación durante el primer año de análisis. Además, tanto los modelos AC como Jabr contemplan la instalación de una unidad shunt en el octavo año de operación, mientras que la metodología DF retrasa esta inversión hasta el año 11. Esto último implica que la metodología DF no logra planificar la inversión con precisión, lo que podría derivar en una distribución menos eficiente de la energía.

Por otro lado, la metodología DC se distingue por su enfoque simplificado, que se centra exclusivamente en la distribución de potencia activa, lo que resulta en decisiones de inversión que difieren de las metodologías basadas en corriente alterna.

La Tabla 7.6 presenta los costos de operación de las soluciones aproximadas, obtenidas mediante la ejecución del la planificación en corriente alterna, considerando las variables binarias como datos de entrada del modelo.

Tabla 7.6: Costos de inversión y operación para la planificación AC del sistema de 3 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	232.288.584,2	-	232.288.584,2
DF	229.693.316,3	2.592.024.433,5	2.821.717.749,8
DC	-	-	-

La formulación Jabr reproduce el mismo esquema de inversión que el modelo AC, logrando resultados homólogos en el sistema. En este caso, la diferencia de la operación es de 0,4 [\$] lo que corresponde a  $1,7 \times 10^{-7}$  [%], esta diferencia se explica por la holgura del gap de optimización del modelo.

La formulación DF presenta un aumento en el costo de operación de 2.589.429.166,0 [\$], equivalente a 11,15 veces del valor base. Este valor incluye energía no servida de la barra  $B_3$  por un total de 29,6 [MW], distribuida en los periodos  $t = 8$ ,  $t = 9$  y  $t = 10$ , con potencias de 0,21 [MW], 9,74 [MW], 16,64 [MW], respectivamente. El modelo DC no converge, lo que invalida los resultados obtenidos.

El análisis destaca la efectividad de las formulaciones convexas para aproximar la operación AC del modelo. El caso DF proporciona información precisa sobre la energía no servida, lo que complementa el análisis de la optimización al identificar los puntos críticos del problema. Además, se evidencian las limitaciones del modelo DC para abordar tanto el problema de planificación como el análisis posterior.

## 7.2. Formulación de planificación aplicada al sistema eléctrico IEEE de 30 Barras

El horizonte de planificación se proyecta en un plazo de 6 años. A partir del segundo año, la demanda de carga crece a razón de 20 [%] anual. Para estimar la energía anual, se propone una curva de duración de carga ( $H_t$ ) compuesta por cuatro periodos de demanda: punta (1.825 horas), media (2.555 horas), resto (1.460 horas) y valle (2.920 horas), que se obtienen multiplicando la carga original de los clientes por un factor de 1,0; 0,9; 0,8 y 0,5, respectivamente.

El intervalo de tensión en las barras se establece entre  $V^m = 0,95$  [pu] y  $V^M = 1,05$  [pu], excepto en las barras  $B_2$ ,  $B_{13}$ ,  $B_{22}$ ,  $B_{23}$  y  $B_{27}$ , donde la tensión máxima es  $V^M = 1,1$  [pu]. En este caso el Gap es de  $1 \times 10^{-4}$  [pu] para todas las formulaciones.

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

### i) Unidades de Generación y compensación reactiva del sistema IEEE de 30 barras

Los datos técnicos y económicos de los generadores ( $G_i$ ) y unidades reactiva en derivación ( $R_i$ ) disponibles para invertir se presentan en la Tabla 7.7.

Tabla 7.7: Unidades de generación candidatas para la planificación del modelo IEEE de 30 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]	$I_g$ [\$/ $P_g^M$ ]	$I_r$ [\$/ $Q_r^M$ ]	$O\&M_g$ [\$/ $P_g^M$ ]
$G_1$	11	0	120	-10	20	3,36	100.000	-	20.000
$G_2$	21	0	200	-100	100	7,36	200.000	-	25.000
$R_1$	9	-	-	-100	200	-	-	30.000	-
$R_2$	21	-	-	-100	200	-	-	30.000	-

### ii) Datos del sistema de transmisión para el sistema IEEE de 30 barras

La Tabla 7.8 detalla las líneas de transmisión consideradas como candidatas para la expansión del sistema. En este caso, se excluyen los costos asociados a la operación y mantenimiento ( $O\&M_{ij}$ ) para simplificar el análisis.

Tabla 7.8: Líneas de transmisión candidatas para la planificación del modelo IEEE de 30 barras

Línea $f-t, n$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	$I_{ij}$ [\$/ $Fs_{ij}^M$ ]	$O\&M_{ij}$ [\$/ $Fs_{ij}^M$ ]
$L_{6-8,2}$	50	0,005	0,02	0,03	100.000	-
$L_{8-22,1}$	50	0,005	0,02	0	100.000	-

#### 7.2.1. Resultados para la planificación del sistema IEEE de 30 barras

La Tabla 7.9 muestra las variables y restricciones para cada metodología de planificación. La formulación AC incluye 6.384 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF

tienen un total de 3.096 y 3.144 restricciones cónicas, respectivamente.

En cuanto a los tiempos de simulación, la formulación Jabr presenta una reducción de 4,74 veces, lo que se traduce en un tiempo efectivo de 12,36 horas. Por su parte, la formulación DF logra una disminución de 1.084 veces, alcanzando un tiempo efectivo de 195 segundos.

Tabla 7.9: Estructura del modelo de optimización para la planificación del sistema IEEE de 30 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	21.180	36	6.720	211.390
Jabr	18.396	36	8.784	44.522
DF	13.500	36	6.048	195
DC	9.889	24	3.696	0,6

La Tabla 7.10 resume los costos de inversión y operación correspondientes a las tres formulaciones de planificación analizadas. En términos de costos de operación, la formulación Jabr presenta un sobre costo de 5.501 [\$], atribuible a las características propias del enfoque convexo. Sin embargo, este incremento resulta despreciable frente al costo total del problema. Por otro lado, los costos de inversión de las formulaciones DF y DC corresponden al 75,16 [%] y al 74,79 [%] del total, respectivamente.

Tabla 7.10: Costos de inversión y operación para la planificación del modelo IEEE de 30 barras

Método	Costo de operación	Costo de inversión	Costo total
AC	17.321.662,6	29.049.493,6	46.371.156,2
Jabr	17.327.175,2	29.049.493,6	46.376.657,8
DF	17.145.482,4	17.704.950,6	34.850.433,0
DC	18.080.608,0	16.598.622,7	34.679.230,7

La Tabla 7.11 muestra los períodos de inversión anualizados de cada unidad candidata según las metodologías analizadas.

Tabla 7.11: Plan de inversión para la planificación del sistema IEEE de 30 barras

Método	AC	Jabr	DF	DC
Unidad	Años			
$G_1$	4	4	4	4
$G_2$	-	-	-	-
$L_{6-8,2}$	2	2	4	3
$L_{8-22,1}$	6	6	-	-
$R_9$	6	6	-	-
$R_{21}$	6	6	-	-

Los modelos AC y Jabr comparten el mismo esquema de inversión, lo que confirma que la formulación convexa logra aproximar con precisión la complejidad del problema real. Por otro lado, la similitud entre los resultados de inversión de las formulaciones DF y DC resalta que la aplicación del modelo convexo en este sistema no es viable.

La Tabla 7.12 muestra los costos de operación de las soluciones aproximadas, considerando las variables binarias como datos de entrada del modelo.

Tabla 7.12: Costos de inversión y operación para la planificación AC del sistema de 30 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	46.371.397,0	-	46.371.397,0
DF	35.915.783,8	2.234.986.570,1	2.270.902.353,9
DC	36.000.251,5	924.920.382,9	960.920.634,4

El esquema de inversión de la formulación Jabr es equivalente al del modelo AC. Los costos operativos del sistema generan un sobrecosto de 240,8 [\$], lo que representa el  $5,19 \times 10^{-4}$  [%] del valor base, el cual se encuentra dentro de la holgura del gap de optimización.

El modelo DF no proporciona una aproximación precisa para este sistema de transmisión, debido a la dependencia de la envolvente angular con respecto a los parámetros de las líneas de transmisión. Asimismo, dado que el modelo del sistema se construye sobre diversas simplificaciones, los resultados obtenidos no alcanzan el valor esperado y el sobrecosto alcanza 48,97 veces el valor del resultado base.

Al analizar el comportamiento del modelo DC, se observa que converge al considerar energía no suministrada, generando un costo de 924.920.382,9 [\$], lo que representa 19,94 veces el valor del resultado de referencia. Aunque es posible identificar con precisión los puntos de energía no suministrada, la diferencia sustancial entre este resultado y el caso base convierte la remediación del problema en una tarea compleja.

### 7.3. Formulación de planificación aplicada al sistema eléctrico IEEE de 118 Barras

En este sistema de prueba, se evalúa la escalabilidad de las metodologías para determinar su capacidad de adaptarse a distintos tamaños y complejidades del problema. El análisis se centra en la estructura del problema de optimización y los tiempos de resolución.

La planificación considera un horizonte de 3 años, a partir del segundo año, la demanda de carga crece un 10 [%]. La curva de duración de la carga ( $H_t$ ) se compone de tres periodos: punta, medio y valle, y considera para el periodo punta un factor de 1,0 y 1.825 horas de duración, para el periodo medio un factor de 0,75 y 4.015 horas, y para el periodo valle un factor de 0,5 y 2.920 horas.

El intervalo de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,94$  [pu] y  $V^M = 1,06$  [pu]. El Gap para todas las formulaciones es 0,03 [pu] o [3 %].

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 15^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

#### i) Unidades de generación y compensación reactiva del sistema IEEE de 118 barras

Los datos de los generadores ( $G_i$ ) y unidades reactiva en derivación ( $R_i$ ) candidatas se presentan en la Tabla 7.13.

Tabla 7.13: Unidades de generación candidatas para la planificación del modelo IEEE de 118 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]	$I_g$ [\$/ $P_g^M$ ]	$I_r$ [\$/ $Q_r^M$ ]	$O\&M_g$ [\$/ $P_g^M$ ]
$G_1$	10	0	350	-120	120	40	250.000	-	15.000
$G_2$	49	0	200	-160	160	40	250.000	-	15.000
$G_3$	59	0	150	-120	120	40	250.000	-	10.000
$G_4$	79	0	100	-80	80	40	250.000	-	15.000
$G_5$	83	0	50	-40	40	40	100.000	-	10.000
$G_6$	90	0	150	-120	120	40	250.000	-	15.000
$G_7$	96	0	200	-160	160	40	250.000	-	15.000
$G_8$	113	0	300	-240	240	40	250.000	-	15.000
$R_1$	3	-	-	-100	150	-	-	10.000	-
$R_2$	62	-	-	-100	100	-	-	30.000	-
$R_3$	83	-	-	-100	100	-	-	30.000	-
$R_4$	45	-	-	-100	100	-	-	30.000	-
$R_5$	104	-	-	-100	100	-	-	30.000	-

## ii) Datos del sistema de transmisión para el sistema IEEE de 118 barras

La Tabla 7.14 muestra las líneas de transmisión candidatas para la expansión del sistema.

Tabla 7.14: Líneas de transmisión candidatas para la planificación del modelo IEEE de 118 barras

Línea $f-t, n$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	$I_{ij}$ [\$/ $Fs_{ij}^M$ ]
$L_{1-82,2}$	150	0,0482	0,2180	0,040	100.000
$L_{24-72,2}$	100	0,0488	0,1960	0,062	100.000
$L_{39-40,2}$	100	0,0184	0,0605	0,040	100.000
$L_{63-59,2}$	200	0,0000	0,0386	0,050	100.000
$L_{68-81,2}$	100	0,0018	0,0202	0,050	100.000
$L_{100-106,2}$	100	0,0605	0,2290	0,062	100.000
$L_{110-112,2}$	100	0,0247	0,0640	0,012	100.000

### 7.3.1. Resultados para la planificación del sistema IEEE de 118 barras

En la Tabla 7.15 se resume el rendimiento computacional de las cuatro metodologías. La formulación AC incluye 4.950 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF comprenden un total de 2.349 y 2.412 restricciones cónicas, respectivamente. El tiempo de simulación de las formulaciones convexas representa el 0,54[%] y 1,43[%] del tiempo total de la simulación no lineal, con tiempos efectivos de 16,7 minutos para la formulación Jabr y 42,45 minutos para la formulación DF.

Tabla 7.15: Estructura del modelo de optimización para la planificación del modelo IEEE de 118 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	35.303	60	11.241	178.085
Jabr	16.678	60	9.036	1.002
DF	16.018	60	8.232	2.574
DC	18.009	45	6.138	1,1

La Tabla 7.16 presenta un resumen de los costos del problema de optimización. En este contexto, la formulación Jabr subestima el valor total del problema en 40,5 M[\$], lo que representa un 1,12[ %]. Por otro lado, la formulación DF sobrestima el valor en 41,3 M[\$], equivalente al 1,15[ %]. La formulación DC, en contraste, muestra un error significativo de 188,8 M[\$], lo que corresponde a un 5,23[ %] del valor total del problema.

Tabla 7.16: Costos de inversión y operación para la planificación del modelo IEEE de 118 barras

Método	Costo de operación	Costo de inversión	Costo total
AC	3.451.306.227,2	156.789.566,1	3.608.098.793,3
Jabr	3.452.269.599,9	115.306.479,3	3.567.576.079,2
DF	3.535.705.777,4	113.711.847,1	3.649.417.624,5
DC	3.366.308.289,1	52.995.867,7	3.419.304.156,8

En cuanto a los costos de inversión, los modelos convexos presentan una discrepancia de 1,59 M[\$] entre ambos. Así, la formulación Jabr y la formulación DF se desvían del valor AC en un 73,5[ %] y un 72,5[ %], respectivamente.

La verificación de los costos de operación de las soluciones aproximadas, al considerar las variables binarias como parámetros fijos, se presenta en la Tabla 7.17.

Tabla 7.17: Costos de inversión y operación para la planificación del sistema de 118 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	3.570.960.767,7	-	3.570.960.767,7
DF	3.626.434.019,9	-	3.626.434.019,9
DC	3.524.955.252,7	420.198.029,8	3.945.153.282,5

La formulación de Jabr muestra un costo inferior en 37.138.026,7 [\$], lo que representa una reducción del 1,03 [ %]. En contraste, el modelo DF presenta un sobrecosto de 18.335.226,5 [\$], equivalente al 0,51 [ %]. Así, los modelos convexos proporcionan soluciones aproximadas al caso base, y en ambas simulaciones, el porcentaje de variación de los resultados se mantiene dentro del margen del gap.

El modelo DC converge al considerar la energía no servida, lo que resalta la necesidad de ajustar el plan de inversión. El sobrecosto asociado es de 337.054.489,2 [\$], lo que representa un 9,34 [ %].

#### 7.4. Resumen de los resultados del problema de planificación

Las formulaciones convexas se adaptan de manera efectiva a los problemas planteados, demostrando su aplicabilidad en diversos escenarios. Sin embargo, la formulación DF no muestra un rendimiento adecuado en el sistema IEEE de 30 barras. Esto se debe a la dependencia de la envolvente angular con los parámetros  $R_{ij}$  y  $X_{ij}$  de las líneas de transmisión, cuyos valores son pequeños, lo que provoca distorsiones en la aproximación y, en consecuencia, afecta la precisión de los resultados.

Considerando el error asociado a la relajación cónica y el método de corrección correspondiente, los resultados numéricos obtenidos son comparables con los del método MINLP. Las principales ventajas de los modelos convexas se evidencian en la reducción de la complejidad computacional, con tiempos de resolución significativamente más bajos, así como en su capacidad para determinar la solución óptima al incorporar las variables Q y V. Esto valida la metodología, consolidándola como una herramienta eficaz para la planificación del sistema.

De esta manera, en el siguiente capítulo, se complementa el problema de planificación con la formulación de predespacho, creando un enfoque más detallado que integra restricciones de corto y mediano plazo. Esto permitirá abordar con mayor precisión las complejidades operativas del sistema eléctrico en diversos horizontes temporales.

## Capítulo 8

# Aplicación de la formulación al problema de planificación con restricciones de predespacho

Esta metodología permite considerar de manera integral tanto los aspectos de expansión de la infraestructura eléctrica como los requerimientos operativos del sistema, con el objetivo de garantizar un suministro de energía eficiente, seguro y económico.

La finalidad principal de este trabajo es desarrollar y evaluar el rendimiento de este esquema de inversión, midiendo la capacidad de la solución para requerir los menores ajustes posibles debido a las relajaciones del modelo de flujo de potencia. De este modo, el esquema debe contribuir a la operación económica de los sistemas, ofreciendo soluciones operativas factibles y permitiendo la reducción de los costos de operación sin necesidad de modificar los despachos obtenidos.

En esta sección, los resultados del modelo propuesto se también se validan técnicamente mediante el análisis de flujo de potencia, siguiendo la metodología previamente presentada, pero considerando únicamente la condición  $V_j = V_j^M$  [pu]. Además, se verifica la optimalidad de los resultados utilizando el método de optimización en dos etapas.

Para los problemas de esta sección se considera un VoLL de 10.000 [\$/MWh], una reserva de potencia activa en giro de 10 [%] y una tasa de actualización monetaria anual del 10 [%], los otros parámetros se definen en cada ejemplo. Los datos de los sistemas eléctricos analizados en esta sección se encuentran en el Anexo E.3.

### 8.1. Formulación de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema eléctrico de 3 barras

El problema se resuelve para un horizonte de 5 años, con una tasa de crecimiento del 10 [%] a partir del segundo año. El horizonte de planificación anual se configura con 12 escenarios operativos (bloques de demanda), cada uno ponderado por 365 horas, lo que equivale a un año de operación.

El rango de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,97[\text{pu}]$  y  $V^M = 1,03[\text{pu}]$ . El Gap para la formulación convexa y lineal es  $1 \times 10^{-4} [\text{pu}]$ , el Gap para la formulación no lineal es de 0,001 [pu] o 0,1 [%].

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 1^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

#### i) Unidades de generación y compensación reactiva del sistema de 3 barras

Los datos técnicos y económicos de los generadores ( $G_i$ ) y unidades reactivas en derivación ( $R_i$ ) disponibles para invertir se presentan en las Tablas 8.1 y 8.2.

Tabla 8.1: Unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]	$I_g$ [\$/ $P_g^M$ ]	$I_r$ [\$/ $Q_r^M$ ]	$O\&M_g$ [\$/ $P_g^M$ ]
$G_1$	1	10	60	-50	50	16,36	120.000	-	15.000
$G_2$	2	5	50	-40	40	24,97	110.000	-	18.000
$R_1$	2	-	-	-100	150	-	-	30.000	-

Tabla 8.2: Datos técnicos unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Unidad #	$CA_g$ [\\$]	$CD_g$ [\\$]	$UT_g$ #	$DT_g$ #	$SU_g$ [MW]	$SD_g$ [MW]	$RU_g$ [MW]	$RD_g$ [MW]
$G_1$	250	250	1	1	35	35	30	30
$G_2$	350	350	1	1	25	25	20	20

#### ii) Datos del sistema de transmisión para el sistema de 3 barras

La Tabla 8.3 muestra las líneas candidatas ( $L_{f-t,n}$ ) que están disponibles para la expansión del sistema.

Tabla 8.3: Líneas de transmisión candidatas para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Línea $f-t, n$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	$I_{ij}$ [\$/ $F S_{ij}^M$ ]
$L_{1-2,2}$	100	0,005	0,02	0,04	100.000
$L_{1-3,2}$	100	0,005	0,02	0,04	100.000

### iii) Perfil de demanda del sistema de 3 barras

Los datos de potencia activa y reactiva de la demanda se detallan en la Tabla 8.4, el perfil de carga se muestra gráficamente en la Figura 8.1.

Tabla 8.4: Demanda horaria para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 3 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. Activa [MW]	136,0	153,0	178,5	195,5	204,0	178,5	170,0	144,5	153,0	178,5	187,0	170,0
P. Reactiva [MVar]	116,0	130,5	152,3	166,8	152,3	285,9	269,1	235,5	218,7	252,3	285,9	302,8

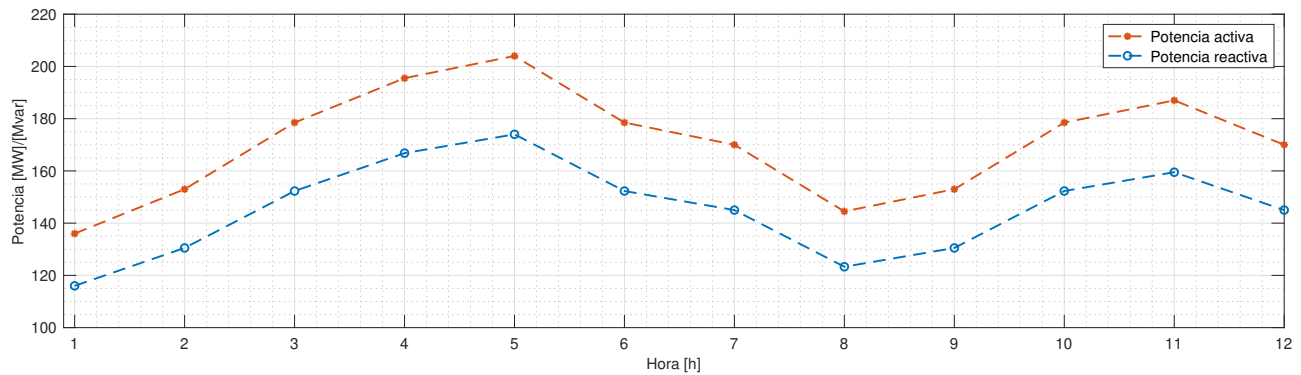


Figura 8.1: Perfiles de demanda de potencia activa y reactiva para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

#### 8.1.1. Resultados de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema de 3 barras

La Tabla 8.5 presenta la relación entre variables y restricciones, así como el tiempo de simulación obtenidos a través de la aplicación de las cuatro formulaciones. Considerando las restricciones totales presentadas en la tabla, la formulación AC incluye 1.800 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF tienen un total de 900 restricciones cónicas cada una. Las restricciones restantes se expresan de manera lineal.

Tabla 8.5: Estructura del modelo de optimización para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	6.306	265	3.000	20.389,7
Jabr	7.206	265	3.600	144
DF	6.426	265	3.300	13
DC	4.085	260	1.920	1,3

El proceso de optimización para resolver el modelo AC inicialmente requiere 5,6 horas. En contraste, la formulación Jabr representa una mejora importante al reducir este tiempo a 144,03 segundos. Por otro lado, la formulación DF logra una reducción aún mayor, encontrando la solución en 13,6 segundos. Esta diferencia reafirma la eficiencia de las formulaciones convexas en problemas de optimización.

El resumen de los costos de operación del sistema se presenta en la Tabla 8.6. Las formulaciones convexas muestran una aproximación con una diferencia reducida en comparación con el problema no lineal. La formulación Jabr presenta un costo total superior de 17.764 [\$], mientras que la formulación DF muestra un costo total superior de 20.228 [\$]. El valor más alejado corresponde al modelo DC, con 12.818.616 [\$], lo que representa un error del 14,2 [%].

Tabla 8.6: Costos de operación para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Método	Costo de operación	Costo de inversión	Costo total
AC	62.720.913,2	27.585.923,0	90.306.836,2
Jabr	62.738.677,2	27.585.923,9	90.324.601,1
DF	62.741.201,9	27.585.923,0	90.327.124,9
DC	62.666.760,0	14.821.460,2	77.488.220,2

La Tabla 8.7 proporciona un análisis detallado de los períodos de inversión para cada unidad candidata según las metodologías estudiadas. Las metodologías convexas presentan un programa de inversión que es consistente con el del caso AC. Por otro lado, el caso DC muestra un patrón de inversión distinto, requiriendo un menor número de equipos.

Tabla 8.7: Plan de inversión para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Método	AC	Jabr	DF	DC
Unidad	Años			
$G_3$	2	2	2	2
$G_4$	4	4	4	4
$L_{1-2,2}$	-	-	-	-
$L_{1-3,2}$	3	3	3	-
$R_1$	1	1	1	-

La Tabla 8.8 muestra los costos de operación de las soluciones aproximadas, considerando las variables binarias como datos de entrada del modelo.

Tabla 8.8: Plan de inversión para la planificación y predespacho AC del sistema de 3 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	90.081.214,9	-	90.081.214,9
DF	90.081.214,9	-	90.081.214,9
DC	-	-	-

Los modelos convexas generan la misma solución que el problema no lineal. Como resultado, la diferencia en el costo total es inferior en 225.621,4 [\$], lo que equivale a un 0,25 [%] de la solución MINLP. Cabe destacar que, además del gap del problema, la optimización MINLP no asegura alcanzar el mínimo global de la solución, limitándose a un mínimo local. En este contexto, la optimización NLP obtiene un valor inferior al del caso base. Por otro lado, el modelo DC no converge.

Los patrones de generación reales obtenidos a partir de la formulación AC se presentan en las Figuras 8.2 y 8.3, sirviendo como referencia para comparar los resultados de las otras metodologías. En estas figuras, las unidades proyectadas están resaltadas con un borde rojo.

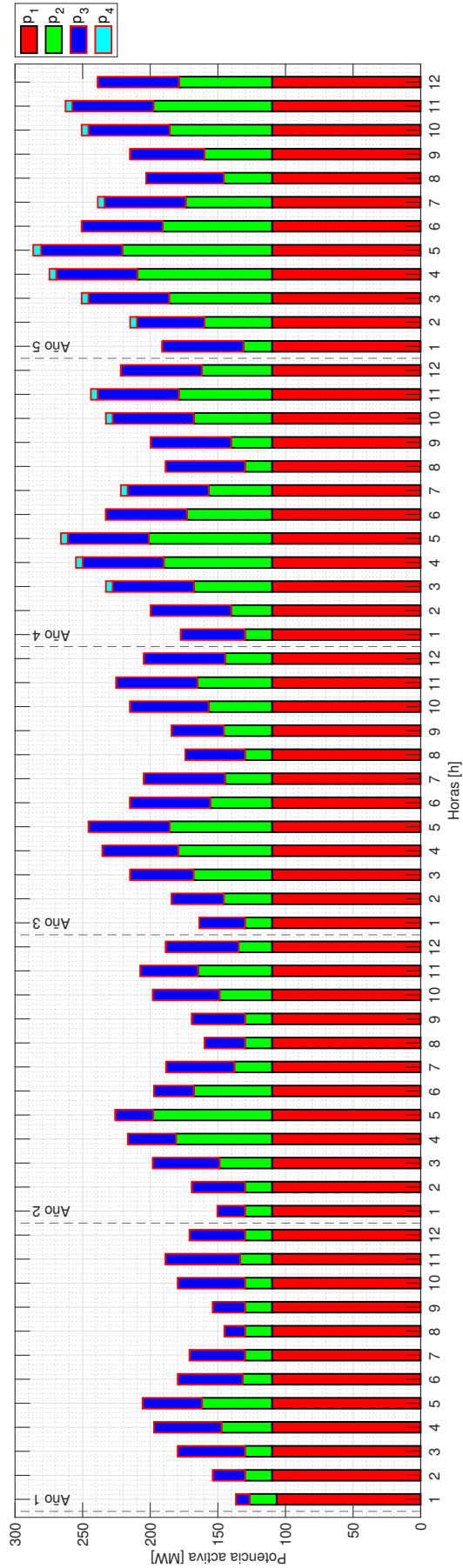


Figura 8.2: Despacho de potencia activa para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

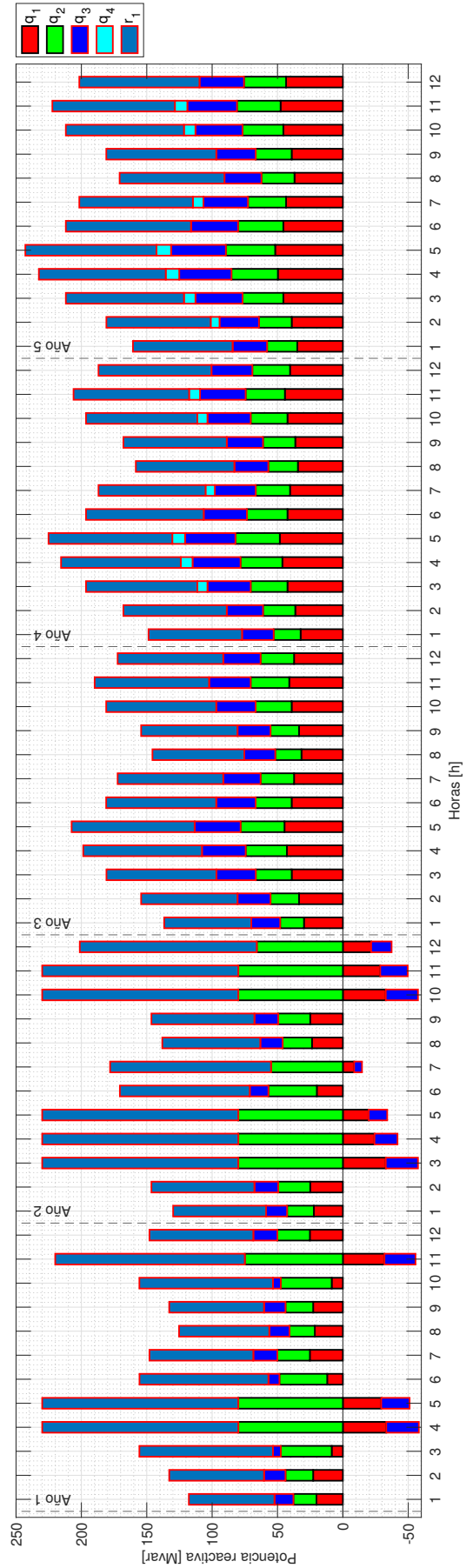


Figura 8.3: Despacho de potencia reactiva para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

### 8.1.2. Validación operativa de las soluciones

Como se muestra en la Tabla 8.7, el modelo DC presenta un error considerable en el resultado de inversión para el año  $t = 3$ . En particular, la inversión en la línea de transmisión  $L_{1-3,2}$  no se realiza, lo que evidencia una discrepancia significativa en el resultado. Por esta razón, el análisis se centra inicialmente en este punto específico. Posteriormente, se revisan las soluciones de todas las formulaciones para el último año de operación.

#### i) Formulación DC

Los resultados para la validación operativa se presentan en la Tabla 8.9. Según la barra slack, las pérdidas del sistema son aproximadamente 1 [MW] en todos los períodos, cantidad que puede ser suplida por los generadores despachados. Además, el perfil de tensión en la barra (P-Q)  $B_3$  se mantiene dentro de los rangos establecidos a lo largo del horizonte de planificación.

Tabla 8.9: Indicadores de comparación formulación DC ( $t = 3$ ) para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	0,94	1,11	1,17	1,33	1,31	1,19	1,35	1,08	1,03	1,33	1,37	1,35
$(v_3)$ [pu]	1,020	1,018	1,016	1,010	1,014	1,016	1,017	1,019	1,018	1,016	1,016	1,020

La generación de potencia reactiva en la barra  $B_2$ , mostrada en la Figura 8.4, revela escenarios de operaciones no factibles a lo largo de todo el horizonte de operación. En este caso, el exceso en la generación de potencia reactiva supera la capacidad de las unidades despachadas, y no puede ser compensado por los generadores en operación.

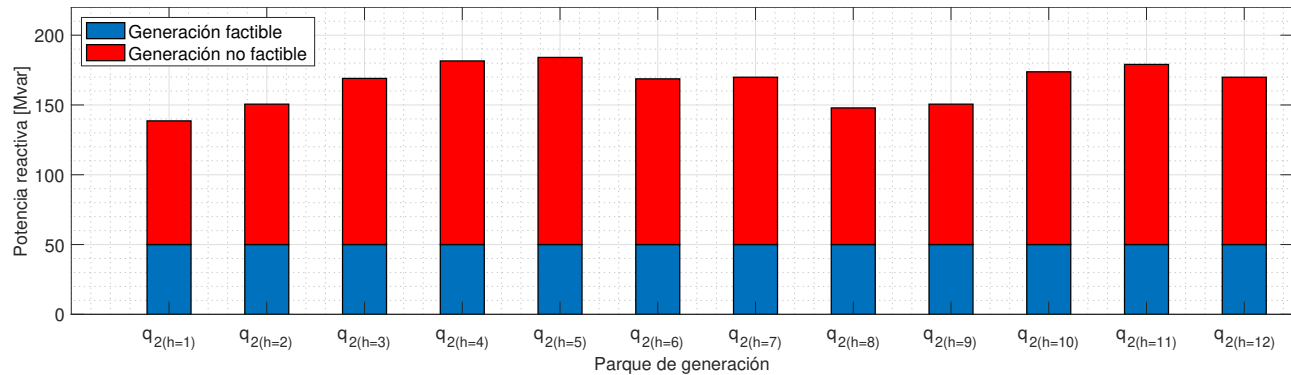


Figura 8.4: Error en la potencia reactiva generada formulación DC ( $t = 3$ ) para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

La Figura 8.5 muestra el estado de operación de las líneas de transmisión. Se observa que la línea  $L_{1-3,1}$  opera sobrecargada durante nueve de los períodos operativos.

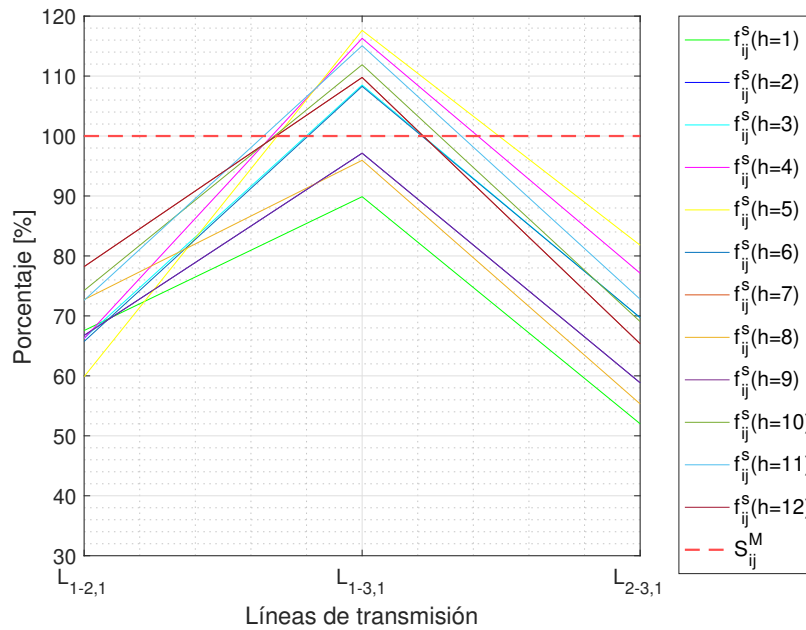


Figura 8.5: Porcentaje de carga en líneas de transmisión generada formulación DC ( $t = 3$ ) para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Las deficiencias del modelo DC no solo resultan en una distribución inadecuada de la potencia reactiva, sino que también generan errores en la transmisión de energía activa. Esto ocasiona la sobrecarga de las líneas disponibles y da lugar a escenarios de operación no factibles. Por esta razón, es fundamental evaluar el redespacho de los generadores del sistema o la inversión en unidades adicionales de transmisión o generación para garantizar la viabilidad operativa.

A continuación se comprueban los resultados para el año final de operación  $t = 5$ .

## ii) Formulación Jabr

La Tabla 8.10 muestra la validación de este modelo, la barra slack indica que la estimación de las pérdidas está en el orden de 0,01 [MW]. Por otro lado, el perfil de tensión en la barra  $B_3$  se mantiene en los rangos establecidos.

Tabla 8.10: Indicadores de comparación formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01
$\mu(q_g)$ [Mvar]	6,57	6,41	4,26	4,24	9,44	5,47	10,38	4,32	4,26	7,3	4,69	4,66
$(v_3)$ [pu]	1,020	1,020	1,018	1,017	1,017	1,018	1,019	1,020	1,020	1,018	1,018	1,019

Con respecto a las desviaciones en la potencia reactiva, se observan mayores diferencias durante los periodos  $h = 5$  y  $h = 10$ , con valores de 9,44 [Mvar] y 10,38 [Mvar], respectivamente.

El grado de utilización de las líneas de transmisión se muestra en la Figura 8.6. Todas las líneas operan dentro del límite térmico.

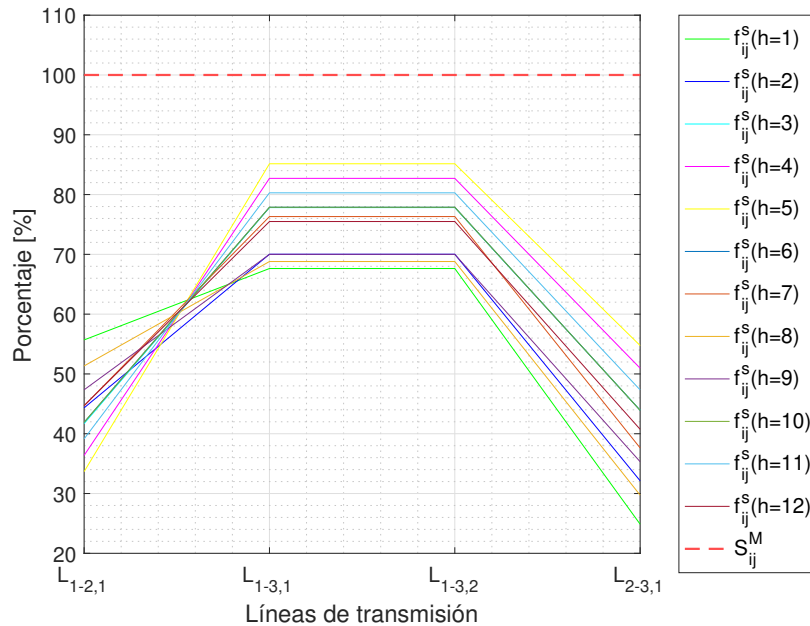


Figura 8.6: Cargabilidad en líneas de transmisión formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Basado en las consideraciones previas de los parámetros técnicos en la transmisión de energía, la formulación de Jabr para el problema de predespacho y planificación se presenta como una solución factible.

### iii) Formulación DistFlow

La Tabla 8.11 presenta la validación de este modelo. La barra slack indica que el grado de precisión en la potencia activa se encuentra en el orden de 0,05 [MW]. Además, el perfil de tensión en la barra  $B_3$  se mantiene dentro de los rangos definidos. Asimismo, la desviación de potencia reactiva permanece estable, con valores inferiores a 7,8 [Mvar].

Tabla 8.11: Indicadores de comparación formulación DF para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	0,05	0,00	0,03	0,01	0,03	0,03	0,00	0,02	0,01	0,03	0,04	0,00
$\mu(q_g)$ [Mvar]	5,37	7,37	3,74	3,43	7,16	4,05	7,72	0,20	5,69	4,05	0,27	7,72
$(v_3)$ [pu]	1,021	1,020	1,018	1,017	1,017	1,018	1,019	1,020	1,020	1,018	1,018	1,019

El grado de utilización de las líneas de transmisión se muestra en la Figura 8.7. Todas las líneas operan dentro del límite térmico.

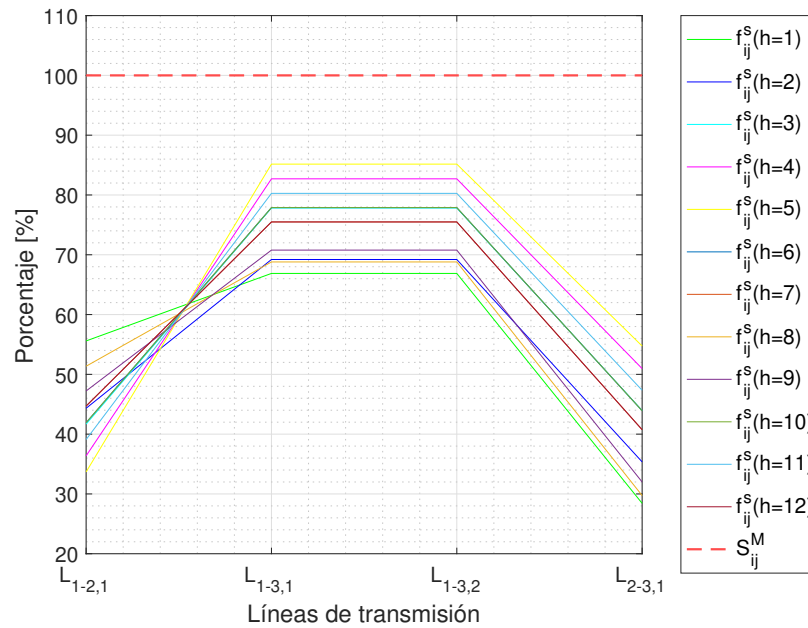


Figura 8.7: Cargabilidad en líneas de transmisión formulación DF para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

De esta forma, la formulación DF para el problema de predespacho y planificación se presenta como una solución factible.

#### iv) Formulación DC

La Tabla 8.12 muestra la validación de este modelo, los resultados indican que las pérdidas del sistema están en el orden de 1,3 [MW] y el perfil de tensión en la barra  $B_3$  se mantiene dentro de los rangos definidos.

Tabla 8.12: Indicadores de comparación formulación DC para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	1,32	1,23	1,30	1,30	1,33	1,53	1,32	1,30	1,30	1,30	1,29	1,32
$(v_3)$ [pu]	1,018	1,016	1,014	1,012	1,012	1,014	1,015	1,017	1,016	1,014	1,013	1,015

La generación de potencia reactiva en la barra  $B_2$ , como se muestra en la Figura 8.8, indica que en todos los escenarios de operación la cantidad requerida no es factible. El exceso de potencia reactiva supera la capacidad de los generadores despachados, y no puede ser compensada por los recursos actuales del sistema.

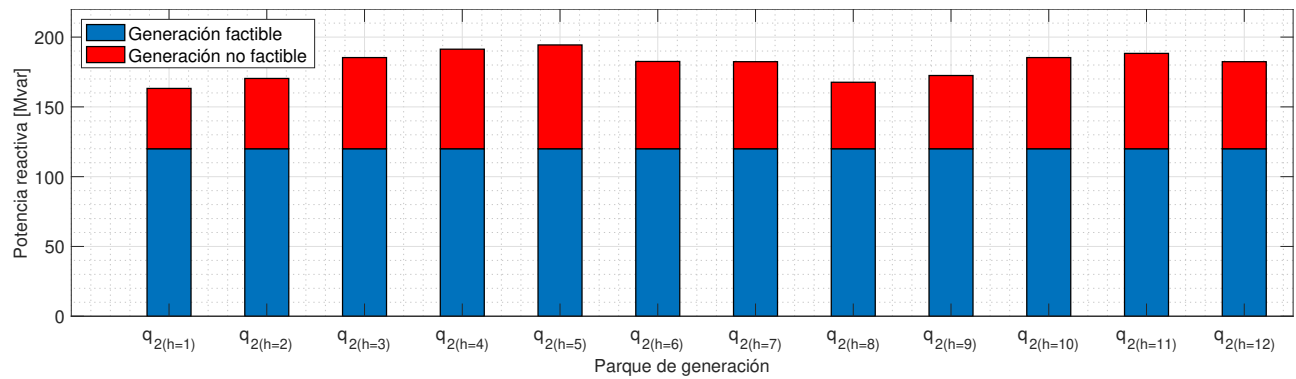


Figura 8.8: Error en la potencia reactiva generada formulación DC para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

La Figura 8.9 ilustra el estado de operación de las líneas de transmisión, destacando que la línea  $L_{1-3,1}$  presenta saturación en todos los escenarios analizados.

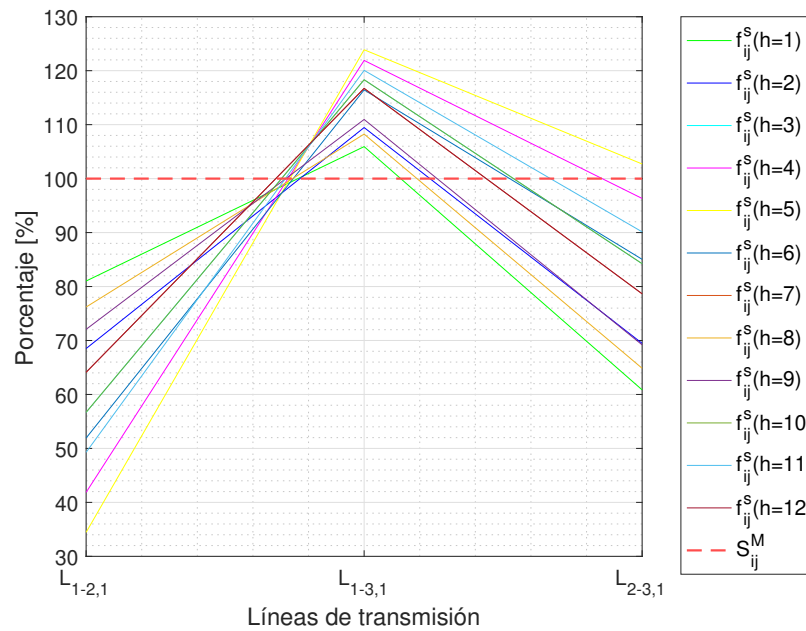


Figura 8.9: Porcentaje de carga en líneas de transmisión formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 3 barras

Los parámetros evaluados en la validación del modelo DC indican que la solución es inviable.

## 8.2. Formulación de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 6 barras

El problema se resuelve para un horizonte de 3 años, con una tasa de crecimiento del 10 [%] a partir del segundo año. El horizonte de planificación anual se configura con 12 escenarios operativos, cada uno ponderado por 365 horas, lo que equivale a un año de operación.

El rango de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,95$  [pu] y  $V^M = 1,07$  [pu]. El Gap para la formulación convexa y lineal es  $1 \times 10^{-4}$  [pu], el Gap para la formulación no lineal es de 0,01 [pu] o 1 [%].

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 5^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

### i) Unidades de generación y compensación reactiva del sistema IEEE de 6 barras

Los datos técnicos y económicos de los generadores y unidades reactivas en derivación disponibles para invertir se presentan en las Tablas 8.13 y 8.14.

Tabla 8.13: Unidades de generación candidatas del sistema IEEE de 6 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]	$I_g$ [\$/ $P_g^M$ ]	$I_r$ [\$/ $Q_r^M$ ]	$O\&M_g$ [\$/ $P_g^M$ ]
$G_1$	1	10	150	-100	50	20,41	300.000	-	12.000
$G_2$	2	10	100	-100	100	25,95	400.000	-	30.000
$R_1$	2	-	-	-100	150	-	-	10.000	-
$R_2$	3	-	-	-100	100	-	-	30.000	-

Tabla 8.14: Datos técnicos unidades de generación candidatas del sistema IEEE de 6 barras

Unidad	$CA_g$	$CD_g$	$UT_g$	$DT_g$	$SU_g$	$SD_g$	$RU_g$	$RD_g$
$G_1$	50	50	1	1	50	50	35	50
$G_2$	50	50	1	1	50	50	35	50

### ii) Datos del sistema de transmisión para el sistema de 6 barras

La Tabla 8.15 muestra las líneas de transmisión candidatas que están disponibles para la expansión del sistema.

Tabla 8.15: Líneas de transmisión candidatas del sistema IEEE de 6 barras

Línea $f-t, n$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	$I_{ij}$ [\$/ $F s_{ij}^M$ ]
$L_{1-2,2}$	40	0,10	0,20	0,04	100.000
$L_{1-5,2}$	30	0,10	0,30	0,04	100.000
$L_{2-5,2}$	40	0,12	0,16	0,05	100.000

### iii) Perfil de demanda del sistema IEEE de 6 barras

Los datos de potencia activa y reactiva de la demanda se detallan en la Tabla 8.16, mientras que el perfil de carga se muestra gráficamente en la Figura 8.10.

Tabla 8.16: Demanda horaria para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. Activa [MW]	144,0	160,0	184,0	176,0	160,0	136,0	128,0	112,0	104,0	120,0	136,0	144,0
P. Reactiva [Mvar]	121,5	135,0	155,3	148,5	135,0	114,8	108,0	94,5	87,8	101,3	114,75	121,5

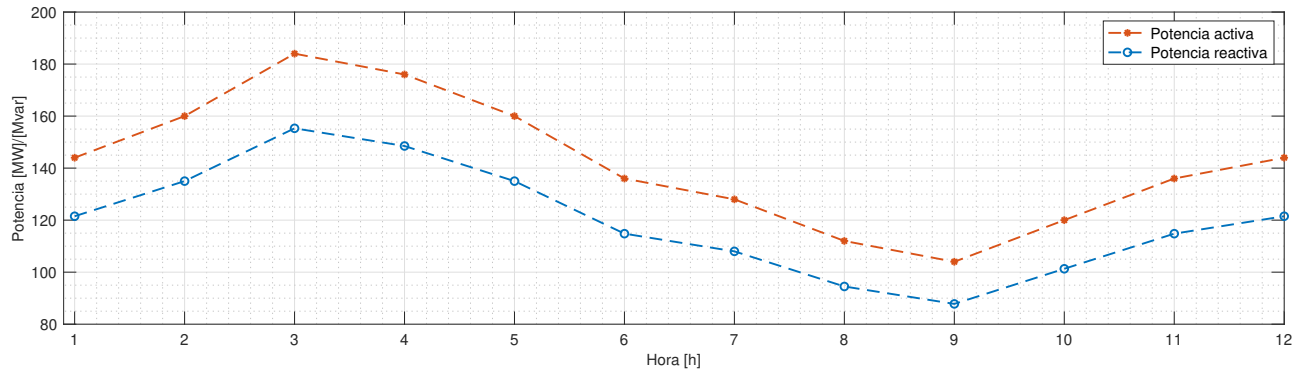


Figura 8.10: Perfiles de demanda de potencia activa y reactiva para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

### 8.2.1. Resultados para el modelo de planificación con restricciones de predespacho del sistema IEEE de 6 barras

La Tabla 8.17 presenta la estructura de optimización de las cuatro formulaciones, la formulación AC incluye 5.540 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF tienen un total de 2.520 restricciones cónicas cada una. Las restricciones restantes se expresan de manera lineal.

Tabla 8.17: Estructura del modelo de optimización para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	10.508	275	5.760	114.189
Jabr	13.028	275	7.440	617
DF	10.568	265	6.900	40
DC	5.706	260	3.360	0,5

El tiempo de simulación para encontrar la solución del modelo AC es de 31,79 horas. Al emplear las notaciones Jabr y DF, este tiempo se reduce significativamente en 185 y 2.836 veces, respectivamente, lo que corresponde al 0,541 [%] y 0,035 [%] del tiempo necesario para el modelo no lineal.

Los costos del problema se resumen en la Tabla 8.18. La formulación de Jabr presenta un costo total de 612.791,6 [\$], inferior al costo esperado, mientras que la formulación DF muestra un costo total de 631.961,7 [\$], también por debajo del valor esperado. El valor más alejado corresponde al modelo DC, con 5.379.191,9 [\$], lo que representa un error del 5,99 [%].

Tabla 8.18: Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Método	Costo de operación	Costo de inversión	Costo total
AC	33.596.606,5	56.173.553,7	89.770.160,2
Jabr	33.678.029,8	55.479.338,8	89.157.368,6
DF	33.534.892,7	55.603.305,7	89.138.198,4
DC	32.878.571,6	51.512.396,6	84.390.968,2

Los períodos de inversión de cada unidad candidata se detallan en la Tabla 8.19. Las inversiones según las metodologías en corriente alterna siguen un patrón similar, por lo que es necesario evaluar la parte técnica de la operación para confirmar la calidad de la solución. Por otro lado, el plan de obras de la metodología DC se desvía completamente de la tendencia anterior.

Tabla 8.19: Plan de inversión para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Método	AC	Jabr	DF	DC
Unidad	Años			
$G_1$	-	-	-	-
$G_2$	1	1	1	1
$L_{1-2,2}$	-	-	-	3
$L_{2-5,2}$	2	2	2	3
$L_{3-5,2}$	1	3	3	-
$R_1$	3	3	2	-
$R_2$	-	-	-	-

La metodología AC adelanta la inversión en la línea  $L_{3-5,2}$  en comparación con las metodologías Jabr y DF. Por otro lado, la metodología DF adelanta la inversión en la unidad  $R_1$ , programando su implementación para el año 2 en lugar del año 3.

La verificación de los costos de operación de las soluciones aproximadas, considerando las variables binarias como parámetros fijos, se presenta en la Tabla 8.20.

Tabla 8.20: Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho AC del sistema IEEE de 6 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	89.162.704,4	5.852.803,5	95.015.507,8
DF	89.188.896,2	-	89.188.896,2
DC	87.197.666,6	431.722.159,6	518.919.826,2

El modelo Jabr registra un sobrecosto de 5.245.347,6 [\$], lo que representa el 5,84 [%] del valor total de la solución. Este incremento se atribuye a 1,6 [MW] de energía no servida, despachada en la hora  $h = 3$  del periodo  $t = 2$ . La solución del modelo DF muestra una reducción en el costo de 581.264,0 [\$], lo que representa el 0,65 [%] del costo del caso base. Esta variación se encuentra dentro del margen establecido por el gap de optimización. Finalmente, el modelo DC converge, pero eleva los costos totales 4,78 veces debido a la energía no suministrada.

Los patrones de generación obtenidos con la formulación AC se presentan en las Figuras 8.11 y 8.12. Las unidades proyectadas están resaltadas con un borde rojo.

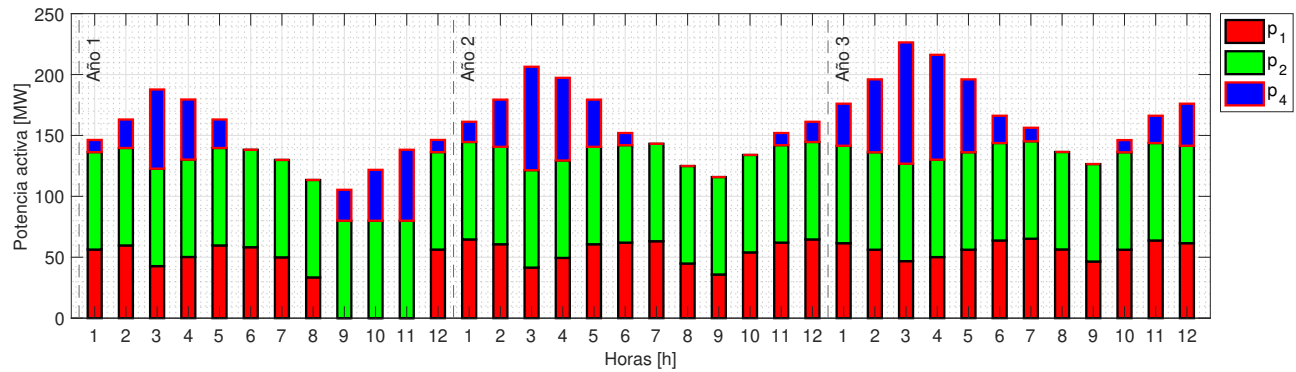


Figura 8.11: Despacho de potencia activa formulación AC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

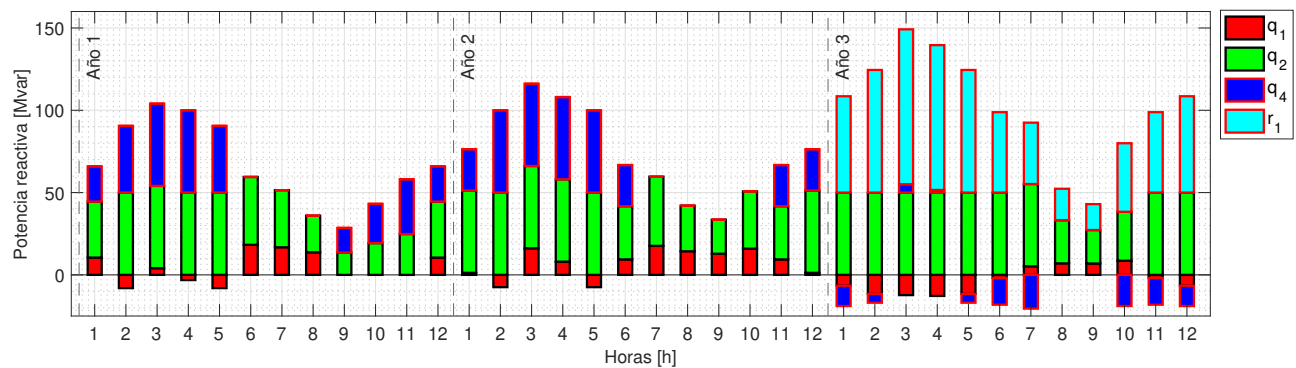


Figura 8.12: Despacho de potencia reactiva formulación AC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

### 8.2.2. Validación operativa de las soluciones

Esta metodología se aplica a los resultados correspondientes al último año de operación.

#### i) Formulación Jabr

La Tabla 8.21 presenta la validación de este modelo. La estimación de la potencia activa es precisa, con una desviación de 0,01 [MW], aunque se observa un pico aislado de 0,37 [MW] en la hora  $h = 3$ , el valor es despreciable. En cuanto a la generación de potencia reactiva, las desviaciones más significativas se registran en los períodos  $h = 7$ ,  $h = 8$  y  $h = 9$ , aunque en ningún caso son magnitudes relevantes en el análisis.

Tabla 8.21: Indicadores de comparación formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	-0,01	-0,01	0,37	0,27	-0,01	-0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	-0,01
$\mu(q_g)$ [Mvar]	0,96	1,13	1,47	1,17	1,13	0,95	2,09	3,06	1,88	1,33	0,95	0,96

La Figura 8.13 muestra el perfil de tensión para todos los escenarios analizados, destacando que en cada caso las tensiones se mantienen dentro de los rangos permitidos.

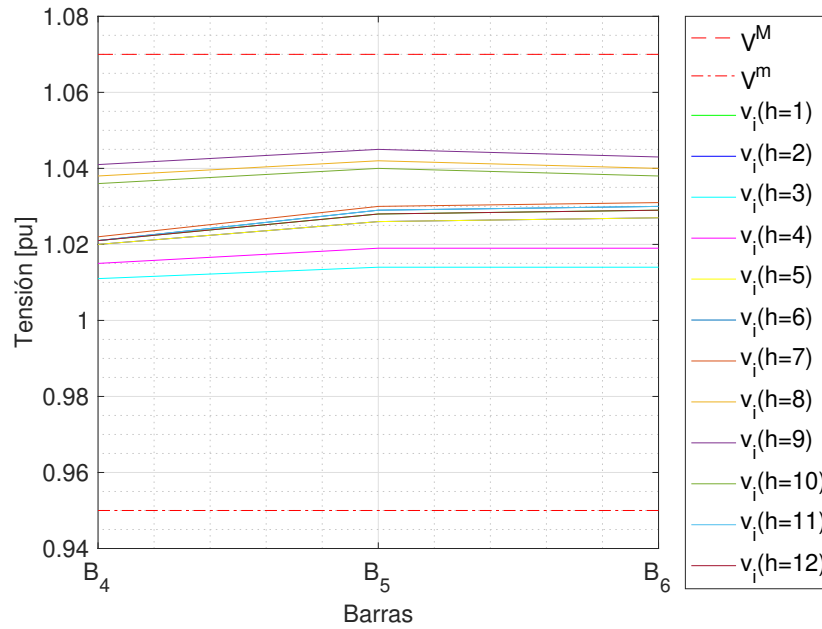


Figura 8.13: Perfil de tensión formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

El grado de utilización de las líneas de transmisión se ilustra en la Figura 8.14, donde se observa que todas las líneas operan dentro de los límites térmicos establecidos.

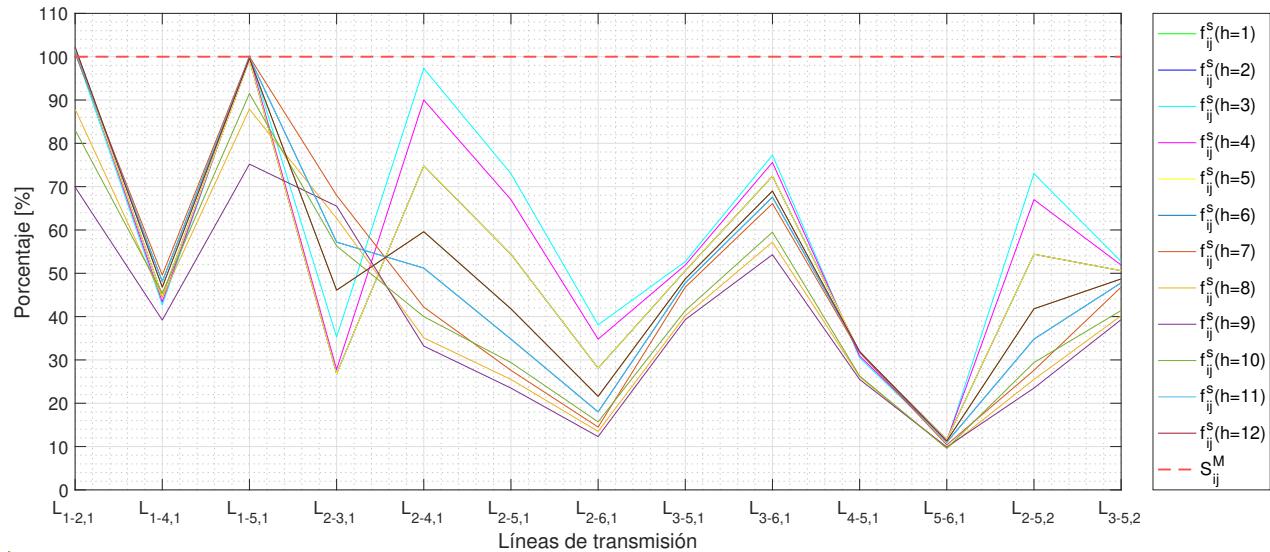


Figura 8.14: Porcentaje de carga en líneas de transmisión formulación Jabr para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Según lo mencionado, la formulación de Jabr proporciona una solución factible para el problema de planificación con restricciones de predespacho.

## ii) Formulación DF

La Tabla 8.22 muestra la validación del modelo. La diferencia en la potencia suministrada por la barra slack no excede los 0,2 [MW], lo que sugiere una estimación precisa de la demanda de potencia activa. En cuanto a la generación de potencia reactiva, las mayores desviaciones se registran en los períodos  $h = 1$ ,  $h = 4$  y  $h = 12$ , con diferencias pequeñas de 3,96 [Mvar], 3,79 [Mvar] y 3,96 [Mvar], respectivamente.

Tabla 8.22: Indicadores de comparación formulación DF para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	0,08	0,11	0,17	0,1	0,11	0,16	0,12	0,09	0,08	0,09	0,16	0,08
$\varepsilon(q_g)$ [MVar]	3,96	2,96	2,53	3,79	2,84	3,30	3,10	0,97	0,30	1,10	3,30	3,96

La Figura 8.15 muestra el perfil de tensiones en todos los escenarios analizados, evidenciando que se mantienen dentro de los rangos permitidos.

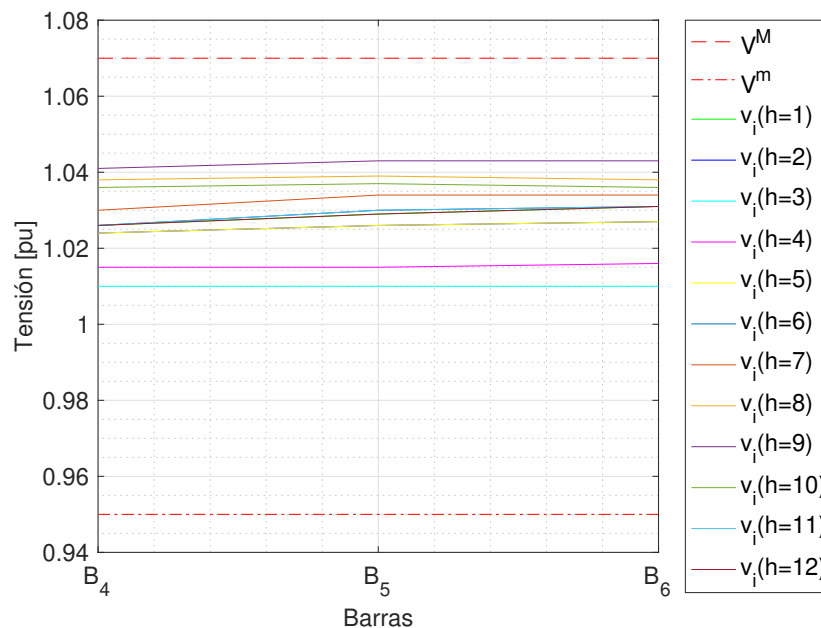


Figura 8.15: Perfil de tensión formulación DF para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

La Figura 8.16 ilustra la cargabilidad de las líneas de transmisión, donde se observa que las líneas que las líneas  $L_{1-2,1}$  y  $L_{1-5,1}$  operan con una sobrecarga inferior al 7 [%].

Considerando que la solución presenta una desviación menor en comparación a los casos de operación factible (NL o Jabr), que la cargabilidad del sistema de transmisión no es crítica y que la potencia reactiva en reserva de los generadores permite redistribuir la generación, el sistema tiene la capacidad de reorientar los flujos de potencia para cumplir con los límites técnicos. En este contexto, la formulación de flujo de potencia DF requiere ajustes menores para proporcionar una solución factible.

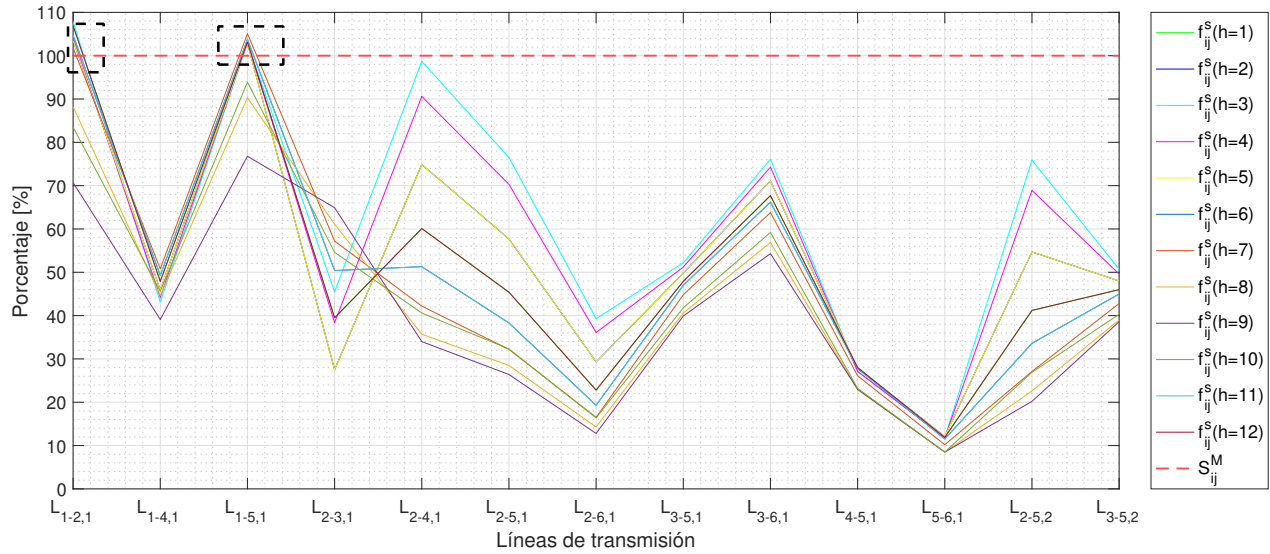


Figura 8.16: Porcentaje de carga en líneas de transmisión formulación DF para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

### iii) Formulación DC

La Tabla 8.23 presenta la validación del modelo, donde las pérdidas en la potencia suministrada no exceden los 0,11 [MW], lo que indica una estimación adecuada de la demanda de potencia activa.

Tabla 8.23: Potencia de la barra slack formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Slack [MW]	0,08	0,11	0,17	0,10	0,11	0,16	0,12	0,09	0,08	0,09	0,16	0,08

La Figura 8.17 ilustra el perfil de tensión en todos los escenarios estudiados, los cuales se mantienen dentro de los rangos permitidos.

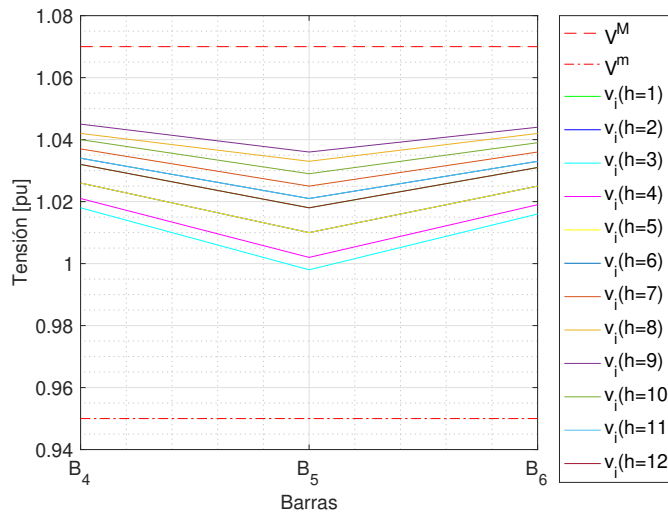


Figura 8.17: Perfil de tensión formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

La Figura 8.18 muestra la generación de potencia reactiva en los periodos  $h = 3$  y  $h = 4$ . Continuando con la tendencia observada en los resultados del modelo DC en casos previos, la generación de potencia reactiva excede los límites técnicos de las unidades despachadas.

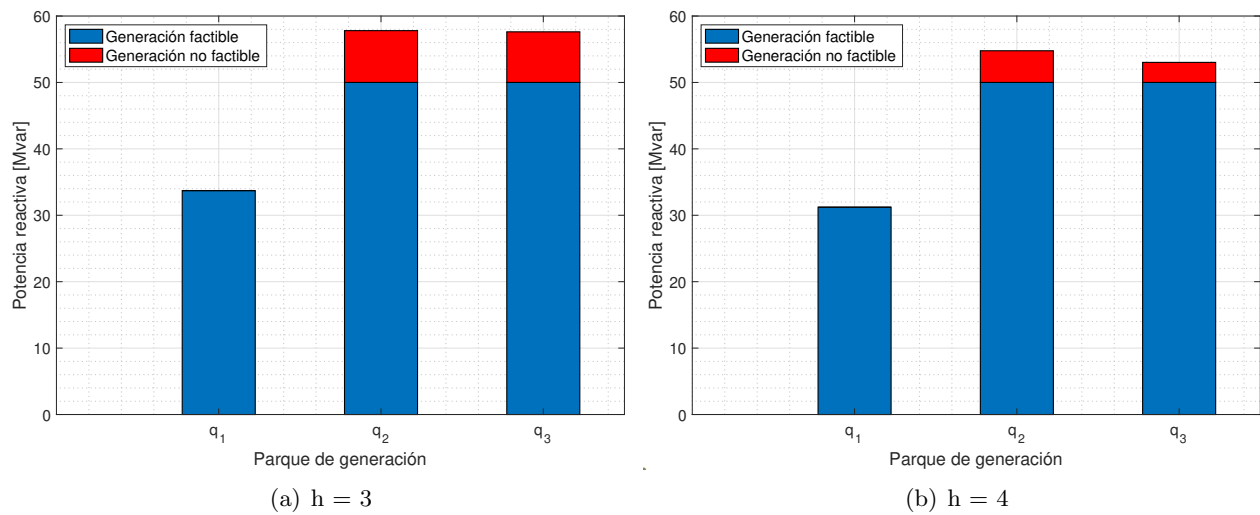


Figura 8.18: Límites de generación reactiva formulación DC para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

La Figura 8.19 muestra el estado de operación de las líneas de transmisión, donde se observa que la línea  $L_{1-3,1}$  supera el límite térmico en la mayoría de los casos.

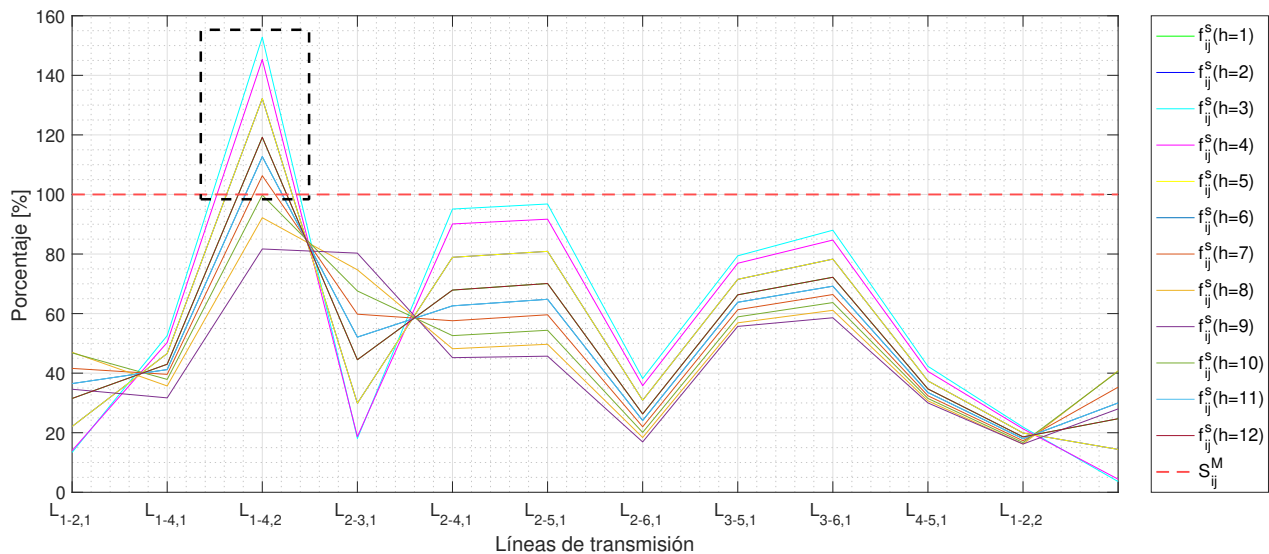


Figura 8.19: Porcentaje de carga en líneas de transmisión utilizando la formulación DC del sistema IEEE de 6 barras

Considerando que la evaluación con  $V_j = V_j^M$  mejora las condiciones operativas, la formulación DC sigue sin ser adecuada en un contexto real. Esta solución resulta inviable debido a la saturación del sistema de transmisión y de la generación de potencia reactiva, así como a un perfil de tensión que se encuentra fuera de los límites establecidos.

### 8.3. Formulación de planificación con restricciones de predespacho aplicada al sistema eléctrico IEEE de 118 barras

El problema se resuelve para un horizonte de 3 años con una tasa de crecimiento del 10 [%] a partir del segundo año. El horizonte de planificación anual se configura con 12 escenarios operativos, cada uno ponderado por 365 horas, lo que equivale a un año de operación.

El rango de tensión para todas las barras se establece entre  $V^m = 0,94$  [pu] y  $V^M = 1,06$  [pu]. El Gap para la formulación convexa y no lineal es 0,01 [pu] o 1 [%], el Gap para la formulación lineal es de  $0,03 \times 10^{-4}$  [pu].

Para la notación DF, el ancho de la envolvente es de  $\theta_{ij}^l = 10^\circ$ , y para la notación Jabr se configura el error admisible con  $\epsilon = 0^\circ$ .

#### i) Perfil de demanda para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

El perfil de carga se muestra en la Figura 8.20, mientras que los datos específicos de potencia activa y reactiva se detallan en la Tabla 8.24.

Tabla 8.24: Demanda horaria para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. Activa [MW]	4.242,0	4.737,0	5.232,0	5.727,0	5.440,7	5.005,4	4.242,0	4.737,0	5.232,0	5.727,0	5.440,7	5.005,4
P. Reactiva [Mvar]	1.438,0	1.888,0	2.338,0	2.788,0	2.648,6	2.436,7	1.438,0	1.888,0	2.338,0	2.788,0	2.648,6	2.436,7

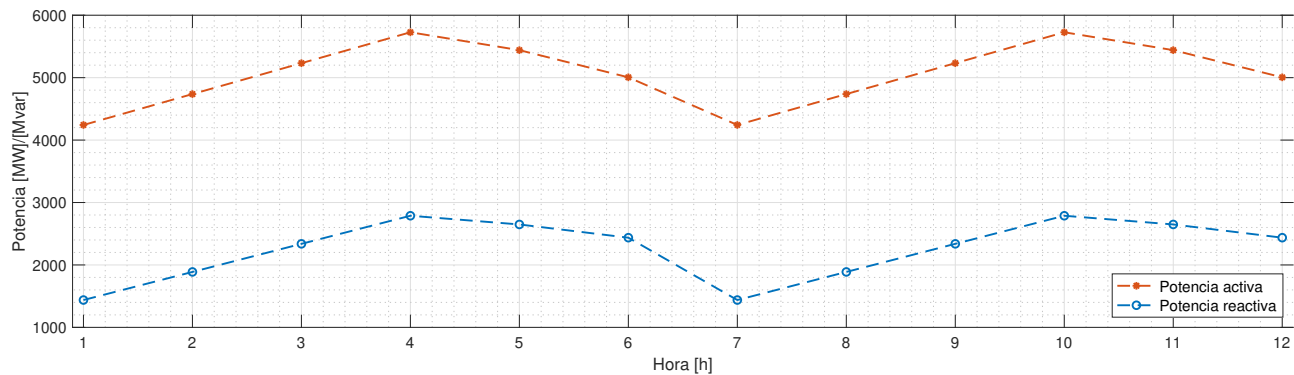


Figura 8.20: Perfiles de demanda de potencia activa y reactiva para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

#### 8.3.1. Resultados para el modelo de planificación con restricciones de predespacho del sistema IEEE de 118 barras

El problema de optimización se detalla en la Tabla 8.25. La formulación AC presenta 41.472 restricciones no lineales, mientras que las formulaciones convexas Jabr y DF incluyen 20.736 restricciones

cónicas cada una. En este caso, la formulación AC no converge, por lo que se reporta el tiempo máximo de simulación (168 h = 604.800 s).

Tabla 8.25: Estructura del modelo de optimización para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Método	Restricciones	Variables binarias	Variables continuas	Tiempo de resolución [s]
AC	77.888	2.181	51.192	604.800 (no cv)
Jabr	98.624	2.181	65.016	233.280
DF	73.820	2.181	60.552	24.661
DC	40.947	2.166	30.816	26

La formulación Jabr requiere alrededor de 64,8 horas de simulación, mientras que la formulación DF reduce significativamente este tiempo, obteniendo resultados en solo 6,8 horas, lo que representa un 10,5 [%] del tiempo total necesario para la optimización del modelo Jabr.

La Tabla 8.26 resume los costos obtenidos, revelando una diferencia de 22.742.764 [\$] entre las formulaciones convexas, mientras que el modelo DC presenta un error importante, con una discrepancia de 103,8 M [\$] frente a la formulación Jabr y de 81,1 M [\$] en comparación con la formulación DF. Estas diferencias resaltan la falta de precisión del modelo DC en la estimación de los costos.

Tabla 8.26: Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Método	Costo de operación	Costo de inversión	Costo total
Jabr	1.797.825.445,7	103.512.396,6	1.901.337.036,8
DF	1.793.581.875,9	85.012.396,6	1.878.594.272,6
DC	1.759.481.990,7	37.995.867,7	1.797.477.858,5

En términos de costos de inversión, la formulación DF representa el 82,1 [%] del valor obtenido con el método Jabr. Por su parte, la inversión del modelo DC equivale al 36,7 [%] y al 44,7 [%] de los resultados obtenidos con las formulaciones Jabr y DF, respectivamente.

La verificación de los costos de operación de las soluciones aproximadas, considerando las variables binarias como parámetros fijos, se presenta en la Tabla 8.27.

Tabla 8.27: Costos de inversión y operación para la planificación y predespacho AC del sistema IEEE de 118 barras

Método	Costos de inversión y operación	Costo de energía no suministrada	Costo total
Jabr	1.906.433.931,0	-	1.906.433.931,0
DF	1.883.677.602,3	-	1.883.677.602,3
DC	1.852.520.764,3	553.614.703,3	2.406.135.467,7

Los modelos convexos presentan una diferencia de 22.756.328,7 [\$] entre ellos, equivalente al 1,19 [%] y 1,21 [%] del valor total asociado a las formulaciones Jabr y DF, respectivamente. Las variaciones con el resultado de la optimización MISCOP son de 0,26 [%] y 0,27 [%], lo que confirma que ambas

formulaciones convergen hacia una solución similar. Por último, aunque el modelo DC converge, incrementa los costos totales en un 126,2 [%] en comparación con el modelo Jabr, debido a la energía no suministrada.

Las formulaciones aplicadas a un modelo de gran escala muestran un comportamiento coherente con los resultados obtenidos en los casos previamente analizados. En términos económicos y técnicos, los modelos convexos ofrecen soluciones comparables entre sí, y en particular, la formulación DistFlow presenta un rendimiento superior en cuanto al tiempo de simulación.

Finalmente, el modelo DC sobresale por su eficiencia en los tiempos de resolución y ofrece consistentemente la solución más económica entre las formulaciones. Sin embargo, esto evidencia la presencia de restricciones técnicas que comprometen la viabilidad operativa de los resultados obtenidos.

#### **8.4. Resumen de los resultados del problema de planificación con restricciones de predespacho**

Como se ha observado, los modelos convexos convergen hacia una solución factible para el problema de inversión con restricciones de predespacho. Aunque los resultados validados presentan ligeras desviaciones, estas pueden ser compensadas con los recursos disponibles o bien las soluciones están en el límite de la factibilidad y necesitan cambios menores para su implementación.

En términos de optimización, los modelos convexos son adecuados para situaciones en que las formulaciones no lineales no pueden aplicarse debido a problemas de intratabilidad computacional. Además, la notación DF demuestra una superioridad en el tiempo de resolución de los problemas presentados, manteniendo en gran medida los detalles técnicos del problema. Esta característica no solo mejora la eficiencia del proceso de optimización, sino que también asegura que todas las variables y restricciones del sistema sean consideradas de manera adecuada.

En general, las correcciones necesarias para ajustar los resultados de los modelos convexos son mínimas en comparación con las correcciones requeridas para la solución DC y la sobreinversión asociada. El modelo DC presenta deficiencias significativas en la distribución de energía, especialmente bajo condiciones de alta carga o cuando la demanda de potencia reactiva no es despreciable. Estos problemas son críticos en contextos donde se requiere una eficiencia máxima del sistema eléctrico.

## Capítulo 9

# Resumen final y conclusiones

Comprender la distribución y transmisión de la energía eléctrica en el sistema permite desarrollar estrategias efectivas para garantizar la calidad del suministro eléctrico. En este contexto, la construcción de modelos convexos no solo ofrece una representación detallada de las condiciones mínimas necesarias para el funcionamiento adecuado, sino que también optimiza la capacidad computacional del problema, facilitando su resolución.

La notación Jabr es una formulación ampliamente reconocida en la literatura técnica. En este trabajo, se presenta su implementación en el contexto de la optimización con el objetivo de realizar una comparación detallada de su rendimiento frente al modelo propuesto. Esto incluye una evaluación detallada de la precisión y la velocidad de convergencia de dicha metodología.

La construcción de la envolvente para la formulación DF se revisa exhaustivamente, lo que revela una limitación clave en la aproximación del PF-AC. Sin embargo, esta limitación se supera mediante una propuesta que generaliza la notación convexa, asegurando su aplicabilidad en todos los sistemas estudiados. De este modo, se valida la flexibilidad del modelo en diversos contextos y condiciones operativas, lo que permite obtener una comprensión más profunda de su desempeño.

Como se menciona en el estudio, los modelos convexos son aproximaciones para describir los PF-AC, adaptándose según los parámetros que definen el nivel de precisión. La evaluación de la operación de los resultados mediante indicadores de comparación proporciona un respaldo teórico importante para entender la precisión técnica del modelo y establecer un criterio de calidad en la búsqueda de soluciones efectivas.

En este sentido, la distribución de potencia reactiva no debe ser ignorada, ya que afecta directamente la eficiencia y la optimización de los beneficios técnicos y económicos del sistema. Esta información es crucial para identificar cuellos de botella en la red de transmisión y mejorar el rendimiento general del sistema eléctrico.

La comparación entre los modelos resalta las perspectivas únicas que cada uno aporta y cómo se complementan en el análisis de la planificación. Cada modelo presenta enfoques distintos, adecuados para diversos entornos dependiendo de los requisitos específicos del problema de optimización y los

objetivos perseguidos. Comprender las implicaciones de cada modelo es esencial para seleccionar el más adecuado y lograr los mejores resultados en el contexto específico de su aplicación.

El análisis de pérdida de optimalidad de los resultados muestra que los modelos convexos tienden a converger hacia soluciones operativamente factibles o con un mínimo de energía no suministrada. Esta característica permite identificar de manera precisa tanto la temporalidad como la magnitud de dicha variable. Como resultado, cualquier desviación en los resultados puede abordarse de forma sencilla, facilitando las acciones correctivas necesarias.

Como se ha detallado en todas las secciones, la solución DC presenta problemas significativos en la gestión eficiente de la energía en el sistema de transmisión, particularmente en lo relacionado con la convergencia y factibilidad operativa. En los casos en que alcanzan la convergencia, los resultados suelen estar asociados a elevados niveles de energía no servida, lo que deriva en soluciones prácticamente infactibles a lo largo de todos los periodos, complicando el proceso de remediación posterior a la optimización. Por otro lado, en la mayoría de los casos, estos modelos no alcanzan la convergencia debido a la incapacidad de los recursos disponibles para suministrar la energía reactiva mínima requerida para el funcionamiento del sistema. Este análisis pone de manifiesto que la energía no servida, proporcionada por generadores virtuales, no garantiza la convergencia de los problemas y limita su viabilidad como herramienta confiable en problemas en corriente alterna.

Es posible abordar problemas AC aplicando MISOCP, particularmente en sistemas donde la estrategia MINLP no resulta viable. Esta metodología no solo facilita la obtención de soluciones viables, sino que también complementa el modelo en corriente continua al proporcionar datos sobre las variables Q-V. Este marco de optimización permite que una pequeña inversión, como los dispositivos de potencia reactiva, optimice significativamente la capacidad de transmisión del sistema. Este enfoque refuerza la tesis principal, la cual afirma que las formulaciones DF y Jabr generan resultados confiables y técnicamente sólidos.

Desde el punto de vista económico, las formulaciones DF y Jabr proporcionan resultados similares, minimizando la energía no servida y garantizando la viabilidad técnica del problema, con ajustes menores en algunos casos. Por otro lado, el modelo DC presenta una falta de precisión que, incluso cuando logra la convergencia, genera soluciones con sobrecostos que superan el valor de la solución inicial por varios órdenes de magnitud. Además, en situaciones de no convergencia, resulta imposible realizar una estimación económica confiable, lo que afecta la validez técnica de los resultados obtenidos.

De esta manera, los modelos convexos se perfilan como una alternativa eficaz para la optimización de sistemas de potencia, con una aplicabilidad que trasciende el contexto específico analizado. La evolución y mejora continua de los algoritmos convexos, capaces de capturar las condiciones esenciales del flujo de potencia, subrayan un campo de investigación dinámico y en constante progreso. Este enfoque no solo promueve la eficiencia en la operación de redes eléctricas, sino que también abre nuevas perspectivas para enfrentar los desafíos futuros en la gestión de sistemas de potencia.

## 9.1. Trabajos futuros

El marco operativo que describe la aplicación de modelos SOC ofrece una base teórica y práctica sólida para diversas aplicaciones en el análisis y control de sistemas de potencia. En este trabajo, se analizaron aplicaciones que combinan formulaciones de planificación y predespacho. No obstante, este enfoque puede extenderse a otros objetivos, tales como algoritmos de descomposición, reconfiguración del sistema de transmisión, análisis de seguridad, control de frecuencia-potencia, y la integración de fuentes de energía renovable, entre otros.

En particular, con base en la información presentada en este trabajo, se sugiere implementar mejoras en la construcción de la envolvente convexa para optimizar la aproximación de la diferencia angular ( $\theta_{ij}$ ). Asimismo, se propone desarrollar un modelo que aborde el problema de resistencias nulas ( $R_{ij}=0$ ) para los parámetros de las líneas de transmisión y transformadores presentes en el sistema eléctrico.

Otra implementación factible es un modelo mixto que combine las formulaciones Jabr y DF. Esta integración permitiría aprovechar las fortalezas de ambos enfoques.

Finalmente, el modelo presentado puede ser extendido para abordar aplicaciones que incorporen escenarios de operación estocásticos. De esta forma se puede considerar la incertidumbre en la demanda de energía, la disponibilidad de recursos y otras variables aleatorias que afectan el funcionamiento del sistema eléctrico.

## Referencias

- [1] P. Makolo, R. Zamora, and T. T. Lie, “The role of inertia for grid flexibility under high penetration of variable renewables-a review of challenges and solutions,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 147, p. 111223, 2021.
- [2] W. E. Hart, C. Laird, J.-P. Watson, and D. L. Woodruff, *Pyomo—optimization modeling in python*, vol. 67. Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] L. Gurobi Optimization, “Gurobi optimizer reference manual (2020),” 2023.
- [4] P. Bonami and J. Lee, “Bonmin user’s manual,” *Numer Math*, vol. 4, pp. 1–32, 2007.
- [5] A. J. Conejo, L. Baringo, S. J. Kazempour, and A. S. Siddiqui, “Investment in electricity generation and transmission,” *Cham Zug, Switzerland: Springer International Publishing*, vol. 106, 2016.
- [6] N. E. Koltsaklis and A. S. Dagoumas, “State-of-the-art generation expansion planning: A review,” *Applied Energy*, vol. 230, pp. 563–589, 2018.
- [7] V. Vahidinasab, M. Tabarzadi, H. Arasteh, M. I. Alizadeh, M. Mohammad Beigi, H. R. Sheikhzadeh, K. Mehran, and M. S. Sepasian, “Overview of electric energy distribution networks expansion planning,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 34750–34769, 2020.
- [8] V. Krishnan, J. Ho, B. F. Hobbs, A. L. Liu, J. D. McCalley, M. Shahidehpour, and Q. P. Zheng, “Co-optimization of electricity transmission and generation resources for planning and policy analysis: review of concepts and modeling approaches,” *Energy Systems*, vol. 7, no. 2, pp. 297–332, 2016.
- [9] J. D. Glover, M. S. Sarma, and T. J. Overbye, *Power System Analysis and Design*. Thomson, 2008.
- [10] V. Punnathanam, R. Kommadath, and P. Kotecha, “Extension and performance evaluation of recent optimization techniques on mixed integer optimization problems,” in *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, pp. 4390–4397, IEEE, 2016.
- [11] N. Solís-Llanos, I. A. Calle, and V. H. Hinojosa, “New approach applied to the generation expansion planning considering an ac modeling,” in *2017 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*, pp. 1–7, 2017.
- [12] D. K. Molzahn, “Computing the feasible spaces of optimal power flow problems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 6, pp. 4752–4763, 2017.

- [13] P. V. Gomes and J. T. Saraiva, “State-of-the-art of transmission expansion planning: A survey from restructuring to renewable and distributed electricity markets,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 111, pp. 411–424, 2019.
- [14] N. Solís-Llanos, V. H. Hinojosa, and D. Ortiz-Villalba, “Solving the generation and transmission capacity expansion planning framework modeling the ac power flow problem and incorporating reactive compensation devices,” in *XVIII Multidisciplinary International Congress on Science and Technology*, pp. 73–89, Springer, 2023.
- [15] Z. Zhuo, E. Du, N. Zhang, C. Kang, Q. Xia, and Z. Wang, “Incorporating massive scenarios in transmission expansion planning with high renewable energy penetration,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 1061–1074, 2019.
- [16] M. Hohmann, J. Warrington, and J. Lygeros, “Optimal linearizations of power systems with uncertain supply and demand,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 2, pp. 1504–1512, 2019.
- [17] M. Mehrtash and Y. Cao, “A new global solver for transmission expansion planning with ac network model,” *IEEE Transactions on Power Systems*, pp. 1–1, 2021.
- [18] J. Liu, C. D. Laird, J. K. Scott, J.-P. Watson, and A. Castillo, “Global solution strategies for the network-constrained unit commitment problem with ac transmission constraints,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 2, pp. 1139–1150, 2019.
- [19] T. Akbari and M. T. Bina, “Approximated milp model for ac transmission expansion planning: global solutions versus local solutions,” *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 10, no. 7, pp. 1563–1569, 2016.
- [20] N. Olfatinezhad, V. Vahidinasab, M. Ahmadian, H. Arasteh, J. Aghaei, and K. Mehran, “Flexible two-stage robust model for moving the transmission and reactive power infrastructures expansion planning towards power system integration of renewables,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 14, no. 11, pp. 1921–1932, 2020.
- [21] Z. Zhou, C. He, T. Liu, X. Dong, K. Zhang, D. Dang, and B. Chen, “Reliability-constrained ac power flow-based co-optimization planning of generation and transmission systems with uncertainties,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 194218–194227, 2020.
- [22] M. A. Farrag, K. M. Ali, and S. Omran, “Ac load flow based model for transmission expansion planning,” *Electric Power Systems Research*, vol. 171, pp. 26–35, 2019.
- [23] P. N. Yarasvi, A. Mohapatra, and S. C. Srivastava, “Efficient sensitivity based approach for ac transmission expansion planning,” *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 14, no. 12, pp. 2378–2388, 2020.
- [24] L. Yan, T. Xinshou, H. Jianzu, and L. Chao, “Research on reactive power planning technology of power grid containing uhvdc system with high proportion of renewable energy integration,”

- in *2020 IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application (ICHVE)*, pp. 1–4, IEEE, 2020.
- [25] N. Karmakar and B. Bhattacharyya, “Optimal reactive power planning in power transmission network using sensitivity based bi-level strategy,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 23, p. 100383, 2020.
- [26] A. M. Shaheen, R. A. El-Sehiemy, and S. M. Farrag, “A reactive power planning procedure considering iterative identification of var candidate buses,” *Neural Computing and Applications*, vol. 31, no. 3, pp. 653–674, 2019.
- [27] L. You, X. Jin, and Y. Liu, “A unit commitment model considering the flexibility retrofit of combined heat and power units for wind integration,” *IEEE Access*, vol. 12, pp. 122199–122212, 2024.
- [28] W. Bukhsh, “The significance of time constraints in unit commitment problems,” *IEEE Access*, vol. 12, pp. 31515–31522, 2024.
- [29] D. Yang, B. Knueven, J.-P. Watson, and J. Ostrowski, “Near-optimal solutions for day-ahead unit commitment,” *Electric Power Systems Research*, vol. 234, p. 110678, 2024.
- [30] M. Carrion and J. Arroyo, “A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 1371–1378, 2006.
- [31] J. Aghaei, A. Nikoobakht, P. Siano, M. Nayeripour, A. Heidari, and M. Mardaneh, “Exploring the reliability effects on the short term ac security-constrained unit commitment: A stochastic evaluation,” *Energy*, vol. 114, pp. 1016–1032, 2016.
- [32] A. Helseth, S. Jaehnert, and A. L. Diniz, “Convex relaxations of the short-term hydrothermal scheduling problem,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 4, pp. 3293–3304, 2021.
- [33] K. Šepetanc and H. Pandžić, “Convex polar second-order taylor approximation of ac power flows: A unit commitment study,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 4, pp. 3585–3594, 2021.
- [34] D. K. Molzahn, I. A. Hiskens, *et al.*, “A survey of relaxations and approximations of the power flow equations,” *Foundations and Trends in Electric Energy Systems*, vol. 4, no. 1-2, pp. 1–221, 2019.
- [35] C. Coffrin, H. L. Hijazi, and P. Van Hentenryck, “Distflow extensions for ac transmission systems,” *arXiv preprint arXiv:1506.04773*, 2015.
- [36] R. Madani, S. Sojoudi, and J. Lavaei, “Convex relaxation for optimal power flow problem: Mesh networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 1, pp. 199–211, 2014.
- [37] F. Farnia and D. Tse, “A convex duality framework for gans,” *Advances in neural information processing systems*, vol. 31, 2018.

- [38] J. A. Taylor, *Convex optimization of power systems*. Cambridge University Press, 2015.
- [39] F. Geth, R. D’hulst, and D. Van Hertem, “Convex power flow models for scalable electricity market modelling,” *CIREN-Open Access Proceedings Journal*, vol. 1, pp. 989–993, 2017.
- [40] Y. Weng, Q. Li, R. Negi, and M. Ilić, “Semidefinite programming for power system state estimation,” in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–8, IEEE, 2012.
- [41] B. Ghaddar and R. A. Jabr, “Power transmission network expansion planning: A semidefinite programming branch-and-bound approach,” *European Journal of Operational Research*, vol. 274, no. 3, pp. 837–844, 2019.
- [42] B. Zhang, A. Y. Lam, A. Dominguez-Garcia, and D. Tse, “Optimal distributed voltage regulation in power distribution networks,” *Cornell University Library Web Page*. Available online: <http://arxiv.org/abs/1204.5226> v1 (accessed on 23 April 2012), vol. 108, 2012.
- [43] S. Moghadasi and S. Kamalasadani, “Optimal fast control and scheduling of power distribution system using integrated receding horizon control and convex conic programming,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 52, no. 3, pp. 2596–2606, 2016.
- [44] R. A. Jabr, “Radial distribution load flow using conic programming,” *IEEE transactions on power systems*, vol. 21, no. 3, pp. 1458–1459, 2006.
- [45] R. A. Jabr, “A conic quadratic format for the load flow equations of meshed networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 2285–2286, 2007.
- [46] R. A. Jabr, “Optimal power flow using an extended conic quadratic formulation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 1000–1008, 2008.
- [47] M. E. Baran and F. F. Wu, “Optimal capacitor placement on radial distribution systems,” *IEEE Transactions on power Delivery*, vol. 4, no. 1, pp. 725–734, 1989.
- [48] M. Baran and F. F. Wu, “Optimal sizing of capacitors placed on a radial distribution system,” *IEEE Transactions on power Delivery*, vol. 4, no. 1, pp. 735–743, 1989.
- [49] D. Bienstock and G. Muñoz, “On linear relaxations of opf problems,” *arXiv preprint arXiv:1411.1120*, 2014.
- [50] D. Bienstock and G. Muñoz, “Approximate method for ac transmission switching based on a simple relaxation for acopf problems,” in *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pp. 1–5, IEEE, 2015.
- [51] M. Farivar and S. H. Low, “Branch flow model: Relaxations and convexification-part i,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2554–2564, 2013.
- [52] M. Farivar and S. H. Low, “Branch flow model: Relaxations and convexification-part ii,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, pp. 2565–2572, 2013.

- [53] B. Kocuk, S. S. Dey, and X. A. Sun, “Strong socp relaxations for the optimal power flow problem,” *Operations Research*, vol. 64, no. 6, pp. 1177–1196, 2016.
- [54] F. U. Nazir, B. C. Pal, and R. A. Jabr, “Distributed solution of stochastic volt/var control in radial networks,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 6, pp. 5314–5324, 2020.
- [55] R. A. Jabr, R. Singh, and B. C. Pal, “Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 1106–1115, 2012.
- [56] R. A. Jabr, “Optimization of ac transmission system planning,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2779–2787, 2013.
- [57] M. M. U. T. Chowdhury, S. Kamalasan, and S. Paudyal, “A second-order cone programming (socp) based optimal power flow (opf) model with cyclic constraints for power transmission systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, pp. 1–12, 2023.
- [58] S. H. Low, “Convex relaxation of optimal power flow—part i: Formulations and equivalence,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 15–27, 2014.
- [59] S. H. Low, “Convex relaxation of optimal power flow—part ii: Exactness,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 1, no. 2, pp. 177–189, 2014.
- [60] B. Subhonmesh, S. H. Low, and K. M. Chandy, “Equivalence of branch flow and bus injection models,” in *2012 50th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pp. 1893–1899, IEEE, 2012.
- [61] L. Gan and S. H. Low, “Convex relaxations and linear approximation for optimal power flow in multiphase radial networks,” in *2014 Power Systems Computation Conference*, pp. 1–9, IEEE, 2014.
- [62] C. Coffrin, H. L. Hijazi, and P. Van Hentenryck, “The qc relaxation: A theoretical and computational study on optimal power flow,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 4, pp. 3008–3018, 2015.
- [63] J. M. Home-Ortiz, O. D. Melgar-Dominguez, M. Pourakbari-Kasmaei, and J. R. S. Mantovani, “A stochastic mixed-integer convex programming model for long-term distribution system expansion planning considering greenhouse gas emission mitigation,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 108, pp. 86–95, 2019.
- [64] H. Xing, H. Cheng, Y. Zhang, and P. Zeng, “Active distribution network expansion planning integrating dispersed energy storage systems,” *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 10, no. 3, pp. 638–644, 2016.
- [65] X. Zhang, D. Shi, Z. Wang, J. Huang, X. Wang, G. Liu, and K. Tomsovic, “Optimal allocation of static var compensator via mixed integer conic programming,” in *2017 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–5, 2017.

- [66] S. Abou Jawdeh and R. Jabr, “Mixed integer conic programming approach for optimal capacitor placement in radial distribution networks,” in *2012 47th International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, pp. 1–6, IEEE, 2012.
- [67] G. E. Constante-Flores, A. J. Conejo, and F. Qiu, “Ac network-constrained unit commitment via relaxation and decomposition,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 37, no. 3, pp. 2187–2196, 2022.
- [68] T. Lipp and S. Boyd, “Variations and extension of the convex–concave procedure,” *Optimization and Engineering*, vol. 17, pp. 263–287, 2016.
- [69] H. Haghighat and B. Zeng, “Bilevel conic transmission expansion planning,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 4640–4642, 2018.
- [70] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez, and D. Gan, “Matpower: A matlab power system simulation package,” *Manual, Power Systems Engineering Research Center, Ithaca NY*, vol. 1, 1997.
- [71] R. Sharma and J. Dhillon, “Pypsa: Open source python tool for load flow study,” in *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1854, p. 012036, IOP Publishing, 2021.
- [72] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*. John Wiley & Sons, 1996.
- [73] A. Moreira, D. Pozo, A. Street, and E. Sauma, “Reliable renewable generation and transmission expansion planning: Co-optimizing system’s resources for meeting renewable targets,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 4, pp. 3246–3257, 2017.
- [74] E. Estay Scabini, “Planificación de la capacidad de la transmisión considerando los problemas de coordinación hidrotermica y reconfiguración de red, utilizando factores de sensibilidad para la modelación de los flujos de potencia,” 2022.

# Anexos

## A. Ejemplo de restricciones de ciclo

La Figura 10.1 y las ecuaciones (10.1) - (10.7) ejemplifican las restricciones de malla para el sistema presentado. Para facilitar la lectura y diferenciar las barras en la notación, se divide por una coma las barras de origen y final (e.g.  $\theta_{1,2} = \theta_2 - \theta_1$ ).

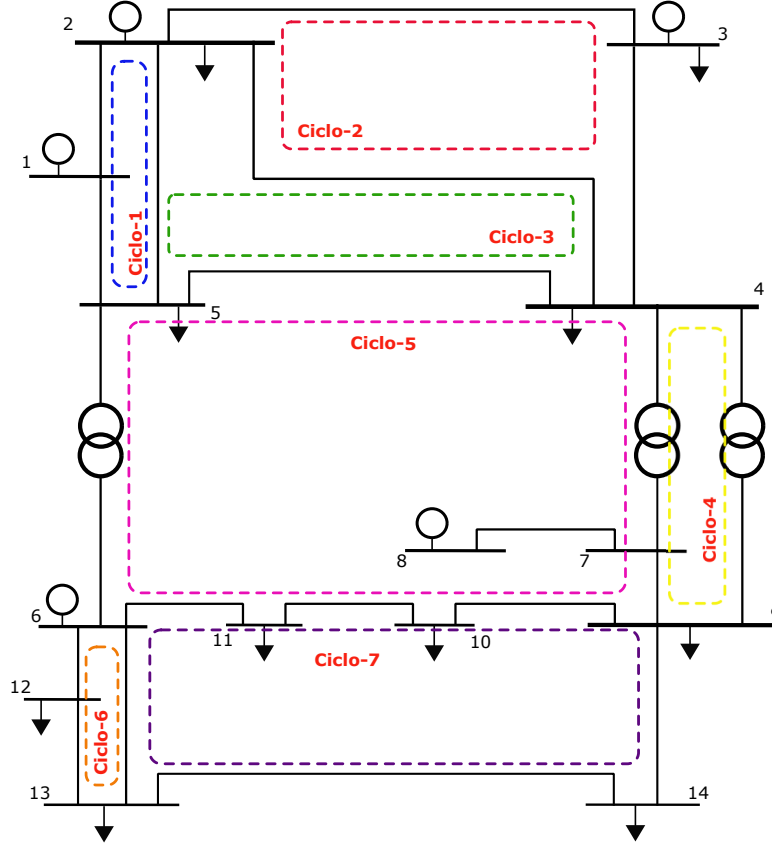


Figura 10.1: Restricciones de ciclo en el sistema eléctrico IEEE de 14 barras

$$Ciclo_1 : \sum \theta_{1,2} + \theta_{2,5} + \theta_{5,1} = 0 \quad (10.1)$$

$$Ciclo_2 : \sum \theta_{2,3} + \theta_{3,4} + \theta_{4,2} = 0 \quad (10.2)$$

$$Ciclo_3 : \sum \theta_{2,4} + \theta_{4,5} + \theta_{5,2} = 0 \quad (10.3)$$

$$Ciclo_4 : \sum \theta_{4,9} + \theta_{9,7} + \theta_{7,4} = 0 \quad (10.4)$$

$$Ciclo_5 : \sum \theta_{5,4} + \theta_{4,9} + \theta_{9,10} + \theta_{10,11} + \theta_{11,6} + \theta_{6,5} = 0 \quad (10.5)$$

$$Ciclo_6 : \sum \theta_{6,11} + \theta_{11,10} + \theta_{10,9} + \theta_{9,14} + \theta_{14,13} + \theta_{13,6} = 0 \quad (10.6)$$

$$Ciclo_7 : \sum \theta_{6,13} + \theta_{13,12} + \theta_{12,6} = 0 \quad (10.7)$$

## B. Sistemas eléctricos utilizados en el análisis del flujo óptimo de potencia convexo

### Datos técnicos sistema IEEE de 6 barras

Tabla 10.1: Unidades de generación para el modelo IEEE de 6 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	50	200	-100	100	11.669
$G_2$	2	37,5	150	-100	100	10.333
$G_3$	3	45	180	-100	100	10.833

Tabla 10.2: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 6 barras

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2}$	40	0,010	0,02	0,04	1
$L_{1,4}$	60	0,005	0,02	0,04	1
$L_{1,5}$	40	0,005	0,02	0,06	1
$L_{2,3}$	40	0,050	0,25	0,06	1
$L_{2,4}$	60	0,050	0,10	0,02	1
$L_{2,5}$	30	0,100	0,30	0,04	1
$L_{2,6}$	90	0,070	0,20	0,05	1
$L_{3,5}$	70	0,120	0,26	0,05	1
$L_{3,6}$	80	0,020	0,10	0,02	1
$L_{4,5}$	20	0,200	0,40	0,08	1
$L_{5,6}$	40	0,100	0,30	0,06	1

### Datos técnicos sistema IEEE de 14 barras

Tabla 10.3: Unidades de generación para el modelo IEEE de 14 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	0	332,4	0	10	20
$G_2$	2	0	140,0	-40	50	20
$G_3$	3	0	100,0	0	40	40
$G_4$	6	0	100,0	-6	24	40
$G_5$	8	0	100,0	-6	24	40

Tabla 10.4: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 14 barras (1)

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2}$	9999	0,01938	0,05917	0,0528	1
$L_{1,5}$	9999	0,05403	0,22304	0,0492	1
$L_{2,3}$	9999	0,04699	0,19797	0,0438	1
$L_{2,4}$	9999	0,05811	0,17632	0,0340	1
$L_{2,5}$	9999	0,05695	0,17388	0,0346	1
$L_{3,4}$	9999	0,06701	0,17103	0,0128	1
$L_{4,5}$	9999	0,01335	0,04211	0	1
$L_{4,7}$	9999	0,00000	0,20912	0	0.978
$L_{4,9}$	9999	0,00000	0,55618	0	0.969
$L_{5,6}$	9999	0,00000	0,25202	0	0.932

Tabla 10.5: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 14 barras (2)

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{6,11}$	9999	0,09498	0,19890	0	1
$L_{6,12}$	9999	0,12291	0,25581	0	1
$L_{6,13}$	9999	0,06615	0,13027	0	1
$L_{7,8}$	9999	0,00000	0,17615	0	1
$L_{7,9}$	9999	0,00000	0,11001	0	1
$L_{9,10}$	9999	0,03181	0,08450	0	1
$L_{9,14}$	9999	0,12711	0,27038	0	1
$L_{10,11}$	9999	0,08205	0,19207	0	1
$L_{12,13}$	9999	0,22092	0,19988	0	1
$L_{13,14}$	9999	0,17093	0,34802	0	1

## Sistema IEEE 24 barras

Tabla 10.6: Unidades de generación para el modelo IEEE de 24 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	16	20	0	10	130
$G_2$	1	16	20	0	10	130
$G_3$	1	15,2	76	-25	30	16,0811
$G_4$	1	15,2	76	-25	30	16,0811
$G_5$	2	16	20	0	10	130
$G_6$	2	16	20	0	10	130
$G_7$	2	15,2	76	-25	30	16,0811
$G_8$	2	15,2	76	-25	30	16,0811
$G_9$	7	25	100	0	60	43,6615
$G_{10}$	7	25	100	0	60	43,6615
$G_{11}$	7	25	100	0	60	43,6615
$G_{12}$	13	69	197	0	80	48,5804
$G_{13}$	13	69	197	0	80	48,5804
$G_{14}$	13	69	197	0	80	48,5804
$G_{15}$	14	0	0	-50	200	0
$G_{16}$	15	2,4	12	0	6	56,564
$G_{17}$	15	2,4	12	0	6	56,564
$G_{18}$	15	2,4	12	0	6	56,564
$G_{19}$	15	2,4	12	0	6	56,564
$G_{20}$	15	2,4	12	0	6	56,564
$G_{21}$	15	54,3	155	-50	80	12,3883
$G_{22}$	16	54,3	155	-50	80	12,3883
$G_{23}$	18	100	400	-50	200	4,4231
$G_{24}$	21	100	400	-50	200	4,4231
$G_{25}$	22	10	50	-10	16	0,001
$G_{26}$	22	10	50	-10	16	0,001
$G_{27}$	22	10	50	-10	16	0,001
$G_{28}$	22	10	50	-10	16	0,001
$G_{29}$	22	10	50	-10	16	0,001
$G_{30}$	22	10	50	-10	16	0,001
$G_{31}$	23	54,3	155	-50	80	12,3883
$G_{32}$	23	54,3	155	-50	80	12,3883
$G_{33}$	23	140	350	-25	150	11,8495

Tabla 10.7: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 14 barras

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{2,1-1}$	175	0,0026	0,0139	0,4611	1
$L_{3,1-1}$	175	0,0546	0,2112	0,0572	1
$L_{5,1-1}$	175	0,0218	0,0845	0,0229	1
$L_{4,2-1}$	175	0,0328	0,1267	0,0343	1
$L_{6,2-1}$	175	0,0497	0,192	0,0520	1
$L_{9,3-1}$	175	0,0308	0,119	0,0322	1
$L_{24,3-1}$	400	0,0023	0,0839	0	1,03
$L_{9,4-1}$	175	0,0268	0,1037	0,0281	1
$L_{10,5-1}$	175	0,0228	0,0883	0,0239	1
$L_{10,6-1}$	175	0,0139	0,0605	2,4590	1
$L_{8,7-1}$	175	0,0159	0,0614	0,0166	1
$L_{9,8-1}$	175	0,0427	0,1651	0,0447	1
$L_{10,8-1}$	175	0,0427	0,1651	0,0447	1
$L_{11,9-1}$	400	0,0023	0,0839	0	1,03
$L_{12,9-1}$	400	0,0023	0,0839	0	1,03
$L_{11,10-1}$	400	0,0023	0,0839	0	1,02
$L_{12,10-1}$	400	0,0023	0,0839	0	1,02
$L_{13,11-1}$	500	0,0061	0,0476	0,0999	1
$L_{14,11-1}$	500	0,0054	0,0418	0,0879	1
$L_{13,12-1}$	500	0,0061	0,0476	0,0999	1
$L_{23,12-1}$	500	0,0124	0,0966	0,203	1
$L_{23,13-1}$	500	0,0111	0,0865	0,1818	1
$L_{16,14-1}$	500	0,005	0,0389	0,0818	1
$L_{16,15-1}$	500	0,0022	0,0173	0,0364	1
$L_{21,15-1}$	500	0,0063	0,049	0,103	1
$L_{21,15-2}$	500	0,0063	0,049	0,103	1
$L_{24,15-1}$	500	0,0067	0,0519	0,1091	1
$L_{17,16-1}$	500	0,0033	0,0259	0,0545	1
$L_{19,16-1}$	500	0,003	0,0231	0,0485	1
$L_{18,17-1}$	500	0,0018	0,0144	0,0303	1
$L_{22,17-1}$	500	0,0135	0,1053	0,2212	1
$L_{21,18-1}$	500	0,0033	0,0259	0,0545	1
$L_{21,18-2}$	500	0,0033	0,0259	0,0545	1
$L_{20,19-1}$	500	0,0051	0,0396	0,0833	1
$L_{20,19-2}$	500	0,0051	0,0396	0,0833	1
$L_{23,20-1}$	500	0,0028	0,0216	0,0455	1
$L_{23,20-2}$	500	0,0028	0,0216	0,0455	1
$L_{22,21-1}$	500	0,0087	0,0678	0,1424	1

## Sistema IEEE 57 barras

Tabla 10.8: Unidades de generación para el modelo IEEE de 57 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	0	575.88	-140	200	20
$G_2$	2	0	100	-17	50	40
$G_3$	3	0	140	-10	60	20
$G_4$	6	0	100	-8	25	40
$G_5$	8	0	550	-140	200	20
$G_6$	9	0	100	-3	9	40
$G_7$	12	0	410	-150	155	20

Tabla 10.9: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 57 barras (1)

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	300	0,0083	0,0280	0,1290	1
$L_{2,3-1}$	300	0,0298	0,0850	0,0818	1
$L_{3,4-1}$	300	0,0112	0,0366	0,0380	1
$L_{4,5-1}$	300	0,0625	0,1320	0,0258	1
$L_{4,6-1}$	300	0,0430	0,1480	0,0348	1
$L_{6,7-1}$	300	0,0200	0,1020	0,0276	1
$L_{6,8-1}$	300	0,0339	0,1730	0,0470	1
$L_{8,9-1}$	300	0,0099	0,0505	0,0548	1
$L_{9,10-1}$	300	0,0369	0,1679	0,0440	1
$L_{9,11-1}$	300	0,0258	0,0848	0,0218	1
$L_{9,12-1}$	300	0,0648	0,2950	0,0772	1
$L_{9,13-1}$	300	0,0481	0,1580	0,0406	1
$L_{13,14-1}$	300	0,0132	0,0434	0,0110	1
$L_{13,15-1}$	300	0,0269	0,0869	0,0230	1
$L_{1,15-1}$	300	0,0178	0,0910	0,0988	1
$L_{1,16-1}$	300	0,0454	0,2060	0,0546	1
$L_{1,17-1}$	300	0,0238	0,1080	0,0286	1
$L_{3,15-1}$	300	0,0162	0,0530	0,0544	1
$L_{4,18-1}$	300	0	0,5550	0	0,970
$L_{4,18-2}$	300	0	0,4300	0	0,978
$L_{5,6-1}$	300	0,0302	0,0641	0,0124	1
$L_{7,8-1}$	300	0,0139	0,0712	0,0194	1
$L_{10,12-1}$	300	0,0277	0,1262	0,0328	1
$L_{11,13-1}$	300	0,0223	0,0732	0,0188	1
$L_{12,13-1}$	300	0,0178	0,0580	0,0604	1
$L_{12,16-1}$	300	0,0180	0,0813	0,0216	1
$L_{12,17-1}$	300	0,0397	0,1790	0,0476	1
$L_{14,15-1}$	300	0,0171	0,0547	0,0148	1
$L_{18,19-1}$	300	0,4610	0,6850	0	1
$L_{19,20-1}$	300	0,2830	0,4340	0	1
$L_{21,20-1}$	300	0	0,7767	0	1,043
$L_{21,22-1}$	300	0,0736	0,1170	0	1
$L_{22,23-1}$	300	0,0099	0,0152	0	1
$L_{23,24-1}$	300	0,1660	0,2560	0,0084	1
$L_{24,25-1}$	300	0	1,2300	0	1
$L_{24,25-2}$	300	0	0,0473	0	1
$L_{24,26-1}$	300	0	0,0473	0	1,043
$L_{26,27-1}$	300	0,1650	0,2540	0	1
$L_{27,28-1}$	300	0,0618	0,0954	0	1
$L_{28,29-1}$	300	0,0418	0,0587	0	1

Tabla 10.10: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 57 barras (2)

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{7,29-1}$	300	0	0,0648	0	0,967
$L_{25,30-1}$	300	0,1350	0,2020	0	1
$L_{30,31-1}$	300	0,3260	0,4970	0	1
$L_{31,32-1}$	300	0,5070	0,7550	0	1
$L_{32,33-1}$	300	0,0392	0,0360	0	1
$L_{34,32-1}$	300	0	0,9530	0	0,975
$L_{34,35-1}$	300	0,0520	0,0780	0,0032	1
$L_{35,36-1}$	300	0,0430	0,0537	0,0016	1
$L_{36,37-1}$	300	0,0290	0,0366	0	1
$L_{37,38-1}$	300	0,0651	0,1009	0,0020	1
$L_{37,39-1}$	300	0,0239	0,0379	0	1
$L_{36,40-1}$	300	0,0300	0,0466	0	1
$L_{22,38-1}$	300	0,0192	0,0295	0	1
$L_{11,41-1}$	300	0	0,7490	0	0,955
$L_{41,42-1}$	300	0,2070	0,3520	0	1
$L_{41,43-1}$	300	0	0,4120	0	1
$L_{38,44-1}$	300	0,0289	0,0585	0,0020	1
$L_{15,45-1}$	300	0	0,1042	0	0,955
$L_{14,46-1}$	300	0	0,0735	0	0,900
$L_{46,47-1}$	300	0,0230	0,0680	0,0032	1
$L_{47,48-1}$	300	0,0182	0,0233	0	1
$L_{48,49-1}$	300	0,0834	0,1290	0,0048	1
$L_{49,50-1}$	300	0,0801	0,1280	0	1
$L_{50,51-1}$	300	0,1386	0,2200	0	1
$L_{10,51-1}$	300	0	0,0712	0	0,930
$L_{13,49-1}$	300	0	0,1910	0	0,895
$L_{29,52-1}$	300	0,1442	0,1870	0	1
$L_{52,53-1}$	300	0,0762	0,0984	0	1
$L_{53,54-1}$	300	0,1878	0,2320	0	1
$L_{54,55-1}$	300	0,1732	0,2265	0	1
$L_{11,43-1}$	300	0	0,1530	0	0,958
$L_{44,45-1}$	300	0,0624	0,1242	0,0040	1
$L_{40,56-1}$	300	0	1,1950	0	0,958
$L_{56,41-1}$	300	0,5530	0,5490	0	1
$L_{56,42-1}$	300	0,2125	0,3540	0	1
$L_{39,57-1}$	300	0	1,3550	0	0,980
$L_{57,56-1}$	300	0,1740	0,2600	0	1
$L_{38,49-1}$	300	0,1150	0,1770	0,0030	1
$L_{38,48-1}$	300	0,0312	0,0482	0	1
$L_{9,55-1}$	300	0	0,1205	0	0,940

## Sistema IEEE 118 barras

Tabla 10.11: Unidades de generación para el modelo IEEE de 118 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	0	100	-5	15	40
$G_2$	4	0	100	-300	300	40
$G_3$	6	0	100	-13	50	40
$G_4$	8	0	100	-300	300	40
$G_5$	10	0	550	-147	200	20
$G_6$	12	0	185	-35	120	20
$G_7$	15	0	100	-10	30	40
$G_8$	18	0	100	-16	50	40
$G_9$	19	0	100	-8	24	40
$G_{10}$	24	0	100	-300	300	40
$G_{11}$	25	0	320	-47	140	20
$G_{12}$	26	0	414	-1000	1000	20
$G_{13}$	27	0	100	-300	300	40
$G_{14}$	31	0	107	-300	300	20
$G_{15}$	32	0	100	-14	42	40
$G_{16}$	34	0	100	-8	24	40
$G_{17}$	36	0	100	-8	24	40
$G_{18}$	40	0	100	-300	300	40
$G_{19}$	42	0	100	-300	300	40
$G_{20}$	46	0	119	-100	100	20
$G_{21}$	49	0	304	-85	210	20
$G_{22}$	54	0	148	-300	300	20
$G_{23}$	55	0	100	-8	23	40
$G_{24}$	56	0	100	-8	15	40
$G_{25}$	59	0	255	-60	180	20
$G_{26}$	61	0	260	-100	300	20
$G_{27}$	62	0	100	-20	20	40
$G_{28}$	65	0	491	-67	200	20
$G_{29}$	66	0	492	-67	200	20
$G_{30}$	69	0	805,2	-300	300	20
$G_{31}$	70	0	100	-10	32	40
$G_{32}$	72	0	100	-100	100	40
$G_{33}$	73	0	100	-100	100	40
$G_{34}$	74	0	100	-6	9	40
$G_{35}$	76	0	100	-8	23	40
$G_{36}$	77	0	100	-20	70	40
$G_{37}$	80	0	577	-165	280	20
$G_{38}$	85	0	100	-8	23	40
$G_{39}$	87	0	104	-100	1000	20
$G_{40}$	89	0	707	-210	300	20
$G_{41}$	90	0	100	-300	300	40
$G_{42}$	91	0	100	-100	100	40
$G_{43}$	92	0	100	-3	9	40
$G_{44}$	99	0	100	-100	100	40
$G_{45}$	100	0	352	-50	155	20
$G_{46}$	103	0	140	-15	40	20
$G_{47}$	104	0	100	-8	23	40
$G_{48}$	105	0	100	-8	23	40
$G_{49}$	107	0	100	-200	200	40
$G_{50}$	110	0	100	-8	23	40
$G_{51}$	111	0	136	-100	1000	20
$G_{52}$	112	0	100	-100	1000	40
$G_{53}$	113	0	100	-100	200	40
$G_{54}$	116	0	100	-1000	1000	40

Tabla 10.12: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (1)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	9999	0,03030	0,09990	0,02540	1
$L_{1,3-1}$	9999	0,01290	0,04240	0,01082	1
$L_{4,5-1}$	9999	0,00176	0,00798	0,00210	1
$L_{3,5-1}$	9999	0,02410	0,10800	0,02840	1
$L_{5,6-1}$	9999	0,01190	0,05400	0,01426	1
$L_{6,7-1}$	9999	0,00459	0,02080	0,00550	1
$L_{8,9-1}$	9999	0,00244	0,03050	1,16200	1
$L_{8,5-1}$	9999	0	0,02670	0	0,985
$L_{9,10-1}$	9999	0,00258	0,03220	1,23000	1
$L_{4,11-1}$	9999	0,02090	0,06880	0,01748	1
$L_{5,11-1}$	9999	0,02030	0,06820	0,01738	1
$L_{11,12-1}$	9999	0,00595	0,01960	0,00502	1
$L_{2,12-1}$	9999	0,01870	0,06160	0,01572	1
$L_{3,12-1}$	9999	0,04840	0,16000	0,04060	1
$L_{7,12-1}$	9999	0,00862	0,03400	0,00874	1
$L_{11,13-1}$	9999	0,02225	0,07310	0,01876	1
$L_{12,14-1}$	9999	0,02150	0,07070	0,01816	1
$L_{13,15-1}$	9999	0,07440	0,24440	0,06268	1
$L_{14,15-1}$	9999	0,05950	0,19500	0,05020	1
$L_{12,16-1}$	9999	0,02120	0,08340	0,02140	1
$L_{15,17-1}$	9999	0,01320	0,04370	0,04440	1
$L_{16,17-1}$	9999	0,04540	0,18010	0,04660	1
$L_{17,18-1}$	9999	0,01230	0,05050	0,01298	1
$L_{18,19-1}$	9999	0,01119	0,04930	0,01142	1
$L_{19,20-1}$	9999	0,02520	0,11700	0,02980	1
$L_{15,19-1}$	9999	0,01200	0,03940	0,01010	1
$L_{20,21-1}$	9999	0,01830	0,08490	0,02160	1
$L_{21,22-1}$	9999	0,02090	0,09700	0,02460	1
$L_{22,23-1}$	9999	0,03420	0,15900	0,04040	1
$L_{23,24-1}$	9999	0,01350	0,04920	0,04980	1
$L_{23,25-1}$	9999	0,01560	0,08000	0,08640	1
$L_{26,25-1}$	9999	0	0,03820	0	0,960
$L_{25,27-1}$	9999	0,03180	0,16300	0,17640	1
$L_{27,28-1}$	9999	0,01913	0,08550	0,02160	1
$L_{28,29-1}$	9999	0,02370	0,09430	0,02380	1
$L_{30,17-1}$	9999	0	0,03880	0	0,960
$L_{8,30-1}$	9999	0,00431	0,05040	0,51400	1
$L_{26,30-1}$	9999	0,00799	0,08600	0,90800	1
$L_{17,31-1}$	9999	0,04740	0,15630	0,03990	1
$L_{29,31-1}$	9999	0,01080	0,03310	0,00830	1
$L_{23,32-1}$	9999	0,03170	0,11530	0,11730	1
$L_{31,32-1}$	9999	0,02980	0,09850	0,02510	1
$L_{27,32-1}$	9999	0,02290	0,07550	0,01926	1
$L_{15,33-1}$	9999	0,03800	0,12440	0,03194	1
$L_{19,34-1}$	9999	0,07520	0,24700	0,06320	1
$L_{35,36-1}$	9999	0,00224	0,01020	0,00268	1
$L_{35,37-1}$	9999	0,01100	0,04970	0,01318	1
$L_{33,37-1}$	9999	0,04150	0,14200	0,03660	1
$L_{34,36-1}$	9999	0,00871	0,02680	0,00568	1

Tabla 10.13: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (2)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{34,37-1}$	9999	0,00256	0,00940	0,00984	1
$L_{38,37-1}$	9999	0	0,03750	0	0,935
$L_{37,39-1}$	9999	0,03210	0,10600	0,02700	1
$L_{37,40-1}$	9999	0,05930	0,16800	0,04200	1
$L_{30,38-1}$	9999	0,00464	0,05400	0,42200	1
$L_{39,40-1}$	9999	0,01840	0,06050	0,01552	1
$L_{40,41-1}$	9999	0,01450	0,04870	0,01222	1
$L_{40,42-1}$	9999	0,05550	0,18300	0,04660	1
$L_{41,42-1}$	9999	0,04100	0,13500	0,03440	1
$L_{43,44-1}$	9999	0,06080	0,24540	0,06068	1
$L_{34,43-1}$	9999	0,04130	0,16810	0,04226	1
$L_{44,45-1}$	9999	0,02240	0,09010	0,02240	1
$L_{45,46-1}$	9999	0,04000	0,13560	0,03320	1
$L_{46,47-1}$	9999	0,03800	0,12700	0,03160	1
$L_{46,48-1}$	9999	0,06010	0,18900	0,04720	1
$L_{47,49-1}$	9999	0,01910	0,06250	0,01604	1
$L_{42,49-1}$	9999	0,07150	0,32300	0,08600	1
$L_{42,49-2}$	9999	0,07150	0,32300	0,08600	1
$L_{45,49-1}$	9999	0,06840	0,18600	0,04440	1
$L_{48,49-1}$	9999	0,01790	0,05050	0,01258	1
$L_{49,50-1}$	9999	0,02670	0,07520	0,01874	1
$L_{49,51-1}$	9999	0,04860	0,13700	0,03420	1
$L_{51,52-1}$	9999	0,02030	0,05880	0,01396	1
$L_{52,53-1}$	9999	0,04050	0,16350	0,04058	1
$L_{53,54-1}$	9999	0,02630	0,12200	0,03100	1
$L_{49,54-1}$	9999	0,07300	0,28900	0,07380	1
$L_{49,54-2}$	9999	0,08690	0,29100	0,07300	1
$L_{54,55-1}$	9999	0,01690	0,07070	0,02020	1
$L_{54,56-1}$	9999	0,00275	0,00955	0,00732	1
$L_{55,56-1}$	9999	0,00488	0,01510	0,00374	1
$L_{56,57-1}$	9999	0,03430	0,09660	0,02420	1
$L_{50,57-1}$	9999	0,04740	0,13400	0,03320	1
$L_{56,58-1}$	9999	0,03430	0,09660	0,02420	1
$L_{51,58-1}$	9999	0,02550	0,07190	0,01788	1
$L_{54,59-1}$	9999	0,05030	0,22930	0,05980	1
$L_{56,59-1}$	9999	0,08250	0,25100	0,05690	1
$L_{56,59-2}$	9999	0,08030	0,23900	0,05360	1
$L_{55,59-1}$	9999	0,04739	0,21580	0,05646	1
$L_{59,60-1}$	9999	0,03170	0,14500	0,03760	1
$L_{59,61-1}$	9999	0,03280	0,15000	0,03880	1
$L_{60,61-1}$	9999	0,00264	0,01350	0,01456	1
$L_{60,62-1}$	9999	0,01230	0,05610	0,01468	1
$L_{61,62-1}$	9999	0,00824	0,03760	0,00980	1
$L_{63,59-1}$	9999	0	0,03860	0	0,960
$L_{63,64-1}$	9999	0,00172	0,02000	0,21600	1
$L_{64,61-1}$	9999	0	0,02680	0	0,985
$L_{38,65-1}$	9999	0,00901	0,09860	1,04600	1
$L_{64,65-1}$	9999	0,00269	0,03020	0,38000	1
$L_{49,66-1}$	9999	0,01800	0,09190	0,02480	1

Tabla 10.14: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (3)

Línea $f - t$	$Fs_{ij}^M$ [MVA]	$r_{ij}$ [pu]	$x_{ij}$ [pu]	$b_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{49,66-2}$	9999	0,01800	0,09190	0,02480	1
$L_{62,66-1}$	9999	0,04820	0,21800	0,05780	1
$L_{62,67-1}$	9999	0,02580	0,11700	0,03100	1
$L_{65,66-1}$	9999	0	0,03700	0	0,935
$L_{66,67-1}$	9999	0,02240	0,10150	0,02682	1
$L_{65,68-1}$	9999	0,00138	0,01600	0,63800	1
$L_{47,69-1}$	9999	0,08440	0,27780	0,07092	1
$L_{49,69-1}$	9999	0,09850	0,32400	0,08280	1
$L_{68,69-1}$	9999	0	0,03700	0	0,935
$L_{69,70-1}$	9999	0,03000	0,12700	0,12200	1
$L_{24,70-1}$	9999	0,00221	0,41150	0,10198	1
$L_{70,71-1}$	9999	0,00882	0,03550	0,00878	1
$L_{24,72-1}$	9999	0,04880	0,19600	0,04880	1
$L_{71,72-1}$	9999	0,04460	0,18000	0,04444	1
$L_{71,73-1}$	9999	0,00866	0,04540	0,01178	1
$L_{70,74-1}$	9999	0,04010	0,13230	0,03368	1
$L_{70,75-1}$	9999	0,04280	0,14100	0,03600	1
$L_{69,75-1}$	9999	0,04050	0,12200	0,12400	1
$L_{74,75-1}$	9999	0,01230	0,04060	0,01034	1
$L_{76,77-1}$	9999	0,04440	0,14800	0,03680	1
$L_{69,77-1}$	9999	0,03090	0,10100	0,10380	1
$L_{75,77-1}$	9999	0,06010	0,19990	0,04978	1
$L_{77,78-1}$	9999	0,00376	0,01240	0,01264	1
$L_{78,79-1}$	9999	0,00546	0,02440	0,00648	1
$L_{77,80-1}$	9999	0,01700	0,04850	0,04720	1
$L_{77,80-2}$	9999	0,02940	0,10500	0,02280	1
$L_{79,80-1}$	9999	0,01560	0,07040	0,01870	1
$L_{68,81-1}$	9999	0,00175	0,02020	0,80800	1
$L_{81,80-1}$	9999	0	0,03700	0	0,935
$L_{77,82-1}$	9999	0,02980	0,08530	0,08174	1
$L_{82,83-1}$	9999	0,01120	0,03665	0,03796	1
$L_{83,84-1}$	9999	0,06250	0,13200	0,02580	1
$L_{83,85-1}$	9999	0,04300	0,14800	0,03480	1
$L_{84,85-1}$	9999	0,03020	0,06410	0,01234	1
$L_{85,86-1}$	9999	0,03500	0,12300	0,02760	1
$L_{86,87-1}$	9999	0,02828	0,20740	0,04450	1
$L_{85,88-1}$	9999	0,02000	0,10200	0,02760	1
$L_{85,89-1}$	9999	0,02390	0,17300	0,04700	1
$L_{88,89-1}$	9999	0,01390	0,07120	0,01934	1
$L_{89,90-1}$	9999	0,05180	0,18800	0,05280	1
$L_{89,90-2}$	9999	0,02380	0,09970	0,10600	1
$L_{90,91-1}$	9999	0,02540	0,08360	0,02140	1
$L_{89,92-1}$	9999	0,00990	0,05050	0,05480	1
$L_{89,92-2}$	9999	0,03930	0,15810	0,04140	1
$L_{91,92-1}$	9999	0,03870	0,12720	0,03268	1
$L_{92,93-1}$	9999	0,02580	0,08480	0,02180	1
$L_{89,90-2}$	9999	0,02380	0,09970	0,10600	1

Tabla 10.15: Líneas de transmisión para el modelo IEEE de 118 barras (4)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{90,91-1}$	9999	0,02540	0,08360	0,02140	1
$L_{89,92-1}$	9999	0,00990	0,05050	0,05480	1
$L_{89,92-2}$	9999	0,03930	0,15810	0,04140	1
$L_{91,92-1}$	9999	0,03870	0,12720	0,03268	1
$L_{92,93-1}$	9999	0,02580	0,08480	0,02180	1
$L_{92,94-1}$	9999	0,04810	0,15800	0,04060	1
$L_{93,94-1}$	9999	0,02230	0,07320	0,01876	1
$L_{94,95-1}$	9999	0,01320	0,04340	0,01110	1
$L_{80,96-1}$	9999	0,03560	0,18200	0,04940	1
$L_{82,96-1}$	9999	0,01620	0,05300	0,05440	1
$L_{94,96-1}$	9999	0,02690	0,08690	0,02300	1
$L_{80,97-1}$	9999	0,01830	0,09340	0,02540	1
$L_{80,98-1}$	9999	0,02380	0,10800	0,02860	1
$L_{80,99-1}$	9999	0,04540	0,20600	0,05460	1
$L_{92,100-1}$	9999	0,06480	0,29500	0,04720	1
$L_{94,100-1}$	9999	0,01780	0,05800	0,06040	1
$L_{95,96-1}$	9999	0,01710	0,05470	0,01474	1
$L_{96,97-1}$	9999	0,01730	0,08850	0,02400	1
$L_{98,100-1}$	9999	0,03970	0,17900	0,04760	1
$L_{99,100-1}$	9999	0,01800	0,08130	0,02160	1
$L_{100,101-1}$	9999	0,02770	0,12620	0,03280	1
$L_{92,102-1}$	9999	0,01230	0,05590	0,01464	1
$L_{101,102-1}$	9999	0,02460	0,11200	0,02940	1
$L_{100,103-1}$	9999	0,01600	0,05250	0,05360	1
$L_{100,104-1}$	9999	0,04510	0,20400	0,05410	1
$L_{103,104-1}$	9999	0,04660	0,15840	0,04070	1
$L_{103,105-1}$	9999	0,05350	0,16250	0,04080	1
$L_{100,106-1}$	9999	0,06050	0,22900	0,06200	1
$L_{104,105-1}$	9999	0,00994	0,03780	0,00986	1
$L_{105,106-1}$	9999	0,01400	0,05470	0,01434	1
$L_{105,107-1}$	9999	0,05300	0,18300	0,04720	1
$L_{105,108-1}$	9999	0,02610	0,07030	0,01844	1
$L_{106,107-1}$	9999	0,05300	0,18300	0,04720	1
$L_{108,109-1}$	9999	0,01050	0,02880	0,00760	1
$L_{103,110-1}$	9999	0,03906	0,18130	0,04610	1
$L_{109,110-1}$	9999	0,02780	0,07620	0,02020	1
$L_{110,111-1}$	9999	0,02200	0,07550	0,02000	1
$L_{110,112-1}$	9999	0,02470	0,06400	0,06200	1
$L_{17,113-1}$	9999	0,00913	0,03010	0,00768	1
$L_{32,113-1}$	9999	0,06150	0,20300	0,05180	1
$L_{32,114-1}$	9999	0,01350	0,06120	0,01628	1
$L_{27,115-1}$	9999	0,01640	0,07410	0,01972	1
$L_{114,115-1}$	9999	0,00230	0,01040	0,00276	1
$L_{68,116-1}$	9999	0,00034	0,00405	0,16400	1
$L_{12,117-1}$	9999	0,03290	0,14000	0,03580	1
$L_{75,118-1}$	9999	0,01450	0,04810	0,01198	1
$L_{76,118-1}$	9999	0,01640	0,05440	0,01356	1

### C. Formulación matemática del problema de predespacho utilizando programación cónica de segundo orden

#### Función objetivo

La función objetivo se presenta en la expresión (10.8). Los términos corresponden a costos de operación, costo de arranque y costos de apagado de los generadores respectivamente.

$$\min FO : \sum_{t \in \Omega_T} \frac{1}{(1+Z)^t} \sum_{h \in \Omega_H} (CO + CUP + CD) \quad (10.8)$$

Los costos de operación se muestran en la expresión (10.9).

$$CO = \sum_{g \in \Omega^G} F_g \cdot H_t \cdot p_{g,h,t} + VoLL \cdot H_t \sum_{v \in \Omega^V} p_{v,h,t} \quad (10.9)$$

Los costos de arranque son definidos por las expresiones (10.10) y (10.11).

$$CUP = \sum_{g \in \Omega^G} cu_{g,h,t} \quad (10.10)$$

$$cu_{g,h,t} \geq CU_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t}) ; \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.11)$$

Los costos de apagado son definidos por las expresiones (10.12) y (10.13).

$$CD = \sum_{g \in \Omega^G} cd_{g,h,t} \quad (10.12)$$

$$cd_{g,h,t} \geq CD_g \cdot (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t}) ; \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.13)$$

El problema de optimización está sujeto a las siguientes restricciones:

#### Balance nodal

Las restricciones (10.14) - (10.17) representan las ecuaciones de equilibrio de potencia activa y reactiva en cada barra del sistema eléctrico.

#### Formulación Jabr

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} p_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^V} p_{v,h,t} - G_j^s \cdot u_{j,h,t} - G_j^d \cdot P_{j,h,t}^d = \sum_{(j,i) \in \Omega_j^L} fp_{ji,h,t} - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} fp_{jk,h,t} \quad (10.14)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} q_{g,h,t} + B_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot Q_{j,h,t}^d = \sum_{(j,i) \in \Omega_j^L} f q_{ji,h,t} - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f q_{jk,h,t} \quad (10.15)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

### Formulación DistFlow

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} p_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^V} p_{v,h,t} - G_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot P_{j,h,t}^d = \sum_{(i,j) \in \Omega_j^L} (f p_{ij,h,t} - R_{ij} \cdot l_{ij,h,t}) - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f p_{jk,h,t} \quad (10.16)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} q_{g,h,t} + B_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot Q_{j,h,t}^d = \sum_{(i,j) \in \Omega_j^L} (f q_{ij,h,t} - X_{ij} \cdot l_{ij,h,t}) - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f q_{jk,h,t} \quad (10.17)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

### Flujo de energía por líneas de transmisión

#### Formulación Jabr

Los flujos de potencia activa y reactiva a través de la línea de transmisión se calculan mediante las ecuaciones (10.18) y (10.19). El límite térmico se definen en la expresión (10.20). La ecuación (10.21) corresponde a la restricción convexa.

$$f p_{ij,h,t} = G_{ij} \cdot u_{ij,h,t} + G_{ij} \cdot R_{ij,h,t} - B_{ij} \cdot T_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.18)$$

$$f q_{ij,h,t} = B_{ij}^s \cdot u_{i,h,t} - B_{ij} \cdot u_{i,h,t} + B_{ij} \cdot R_{ij,h,t} - G_{ij} \cdot T_{ij,h,t} \quad (10.19)$$

$$\forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$f p_{ij,h,t}^2 + f q_{ij,h,t}^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.20)$$

$$(2R_{ij,h,t})^2 + (2T_{ij,h,t})^2 + (u_{i,h,t} - u_{j,h,t})^2 \leq (u_{i,h,t} + u_{j,h,t})^2 \quad (10.21)$$

$$\forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

#### Formulación DistFlow

La relación de tensión entre las barras  $i$  y  $j$  en las líneas de transmisión se muestra en la expresión (10.22), la restricción (10.23) corresponde a la restricción convexa y la expresión (10.24) define el límite térmico.

$$u_{j,h,t} = u_{i,h,t} - 2(R_{ij} \cdot f p_{ij,h,t} + X_{ij} \cdot f q_{ij,h,t}) + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2) I_{ij,h,t} \quad (10.22)$$

$$\forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq u_{i,h,t} \cdot l_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.23)$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.24)$$

### Límites de generación y energía no servida

En las expresiones (10.25) y (10.26) se puede observar el límite inferior y superior de potencia generada y la potencia disponible. La restricción (10.27) muestra la capacidad de generación de potencia reactiva.

$$P_g^m \cdot e_{g,h,t} \leq p_{g,h,t} \leq \bar{p}_{g,h,t} \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.25)$$

$$0 \leq \bar{p}_{g,h,t} \leq P_g^M \cdot e_{g,h,t} \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.26)$$

$$Q_g^m \cdot e_{g,h,t} \leq q_{g,h,t} \leq Q_g^M \cdot e_{g,h,t} \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.27)$$

La energía no servida se limita en la restricción (10.28). El valor máximo que puede tomar corresponde a la demanda en la barra en el periodo  $h$  multiplicada por el factor de crecimiento.

$$0 \leq p_{v,h,t} \leq Gf_t^d \cdot P_{j,h,t}^d \quad \forall v \in \Omega^V, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.28)$$

### Restricciones de módulo de tensión

Las restricciones (10.29) establece el valor máximo y mínimo del módulo de tensión.

$$(V_j^m)^2 \leq u_{j,h,t} \leq (V_j^M)^2 \quad \forall j \in \Omega_N, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.29)$$

### Reserva en giro

La capacidad de respaldo en caliente disponible para eventos inesperados se modela en la restricción (10.30).

$$(1 + Rg^d) \sum_{j \in \Omega^N} Gf_t^d \cdot (P_h^d)^M \leq \sum_{g \in \Omega^G} \bar{p}_{g,h,t} \quad \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.30)$$

### Restricciones de rampas de carga

La restricción (10.31) restringe la potencia disponible de acuerdo con los límites en las rampas de encendido y de subida. En la restricción (10.32) se modelan las rampas de apagado y en la expresión (10.33) se modelan las rampas de bajada.

$$\bar{p}_{g,h,t} \leq p_{g,h-1,t} + RU_g \cdot e_{g,h-1,t} + SU_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t}) + P_g^M \cdot (1 - e_{g,h,t}) \quad (10.31)$$

$$\forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\bar{p}_{g,h,t} \leq P_g^M \cdot e_{g,h+1,t} + SD_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h+1,t}) \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.32)$$

$$p_{g,h-1,t} - p_{g,h,t} \leq RD_g \cdot e_{g,h,t} + SD_g \cdot (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t}) + P_g^M \cdot (1 - e_{g,h-1,t}) \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.33)$$

### Restricciones de tiempo mínimo de servicio

La restricción (10.34) asegura el tiempo mínimo que debe permanecer en servicio el generador durante las primeras horas del horizonte de planificación.

La restricción (10.35) asegura el cumplimiento del tiempo mínimo en servicio para todos los posibles conjuntos de horas consecutivas de tamaño igual al tiempo mínimo de servicio. Para las horas finales se utiliza la restricción (10.36).

$$\sum_{h=1}^{H_i^{on}} (1 - e_{g,h,t}) = 0 \quad \forall g \in \Omega^G, \forall t \in \Omega_T \quad (10.34)$$

$$\sum_{k=h}^{h+UT_g-1} e_{g,k,t} \geq UT_g \cdot (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t}) \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h = 0 \dots \Omega_H - UT_g + 1, \forall t \in \Omega_T \quad (10.35)$$

$$\sum_{k=h}^{\Omega^h} [e_{g,h,t} - (e_{g,h,t} - e_{g,h-1,t})] \geq 0 \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h = \Omega_H - UT_g + 2, \forall t \in \Omega_T \quad (10.36)$$

$H_i^{on}$  es el número de horas que debe estar encendida la unidad  $i$  al iniciar el período de operación, lo cual es expresado como  $H_i^{on} = \min [\Omega_T, (UT_g - E_g^0)e_{i,0,t}]$ .

### Restricciones de tiempo mínimo fuera de servicio

La restricción (10.37) asegura el tiempo mínimo que debe permanecer fuera de servicio el generador durante las primeras horas del horizonte de planificación.

La restricción (10.38) asegura el cumplimiento del tiempo mínimo fuera de servicio para todos los posibles conjuntos de horas consecutivas de tamaño igual al tiempo mínimo fuera de servicio. Para las horas finales se utiliza la restricción (10.39).

$$\sum_{h=1}^{H_i^{off}} e_{g,h,t} = 0 \quad \forall g \in \Omega^G, \forall t \in \Omega_T \quad (10.37)$$

$$\sum_{k=h}^{h+DT_g-1} (1 - e_{g,k,t}) \geq DT_g \cdot (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t}) \quad (10.38)$$
$$\forall g \in \Omega^G, \forall h = 0 \dots \Omega_H - DT_g + 1, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{k=h}^{\Omega^h} [1 - e_{g,k,t} - (e_{g,h-1,t} - e_{g,h,t})] \geq 0 \quad (10.39)$$
$$\forall g \in \Omega^G, \forall h = \Omega_H - DT_g + 2, \forall t \in \Omega_T$$

$H_i^{off}$  es el número de horas que debe estar apagada la unidad  $i$  al iniciar el período de operación, lo cual es expresado como  $H_i^{off} = \min [\Omega_T, (DT_g - E_g^0)(1 - e_{i,0,t})]$ .

## D. Formulación matemática del problema de planificación utilizando programación cónica de segundo orden

### Función objetivo

La función objetivo se presenta en la expresión (10.40). Los tres primeros términos corresponden a los costos de inversión, mientras que el término restante corresponden al costo de operación de los generadores.

$$\min FO : \sum_{t \in \Omega_T} \frac{1}{(1+Z)^t} [(CI^G + CI^L + CI^R) + \sum_{h \in \Omega_H} CO] \quad (10.40)$$

Respecto a los costos de inversión en generación  $CI^G$ , la expresión (10.41) describe los costos de operación y mantenimiento.

$$CI^G = \sum_{g \in \Omega^{G+}} P_g^M (I_g \cdot x_{g,t} + O\&M_g \sum_{t \in \Omega_T} x_{g,t}) \quad (10.41)$$

Los costos de inversión en transmisión  $CI^L$  se presentan en (10.42).

$$CI^L = \sum_{ij \in \Omega^{L+}} (I_{ij} \cdot x_{ij,t}) \quad (10.42)$$

Los costos de inversión en unidades de potencia reactiva  $CI^R$  se presentan en (10.43).

$$CI^R = \sum_{r \in \Omega^{R+}} (I_r \cdot x_{r,t}) \quad (10.43)$$

Los costos de operación se muestran en la expresión (10.44).

$$CO = \sum_{g \in \Omega^{G \cup G+}} F_g \cdot H_t \cdot p_{g,h,t} + VoLL \cdot H_t \sum_{v \in \Omega^V} p_{v,h,t} \quad (10.44)$$

El problema de optimización está sujeto a las siguientes restricciones:

### Balance nodal

Las restricciones (10.45) - (10.48) representan las ecuaciones de equilibrio de potencia activa y reactiva en cada barra del sistema eléctrico para cada hora  $h$  y año  $t$  de operación.

A continuación se presentan las restricciones del balance nodal tomando en cuenta las formulaciones convexas estudiadas en este trabajo.

**Formulación Jabr**

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} p_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^V} p_{v,h,t} - G_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot P_{j,h}^d = \sum_{(j,i) \in \Omega_j^L} f p_{ji,h,t} - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f p_{jk,h,t} \quad (10.45)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} q_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^{R+}} q_{r,h,t} + B_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot Q_{j,h}^d = \sum_{(j,i) \in \Omega_j^L} f q_{ji,h,t} - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f q_{jk,h,t} \quad (10.46)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

**Formulación DistFlow**

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} p_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^V} p_{v,h,t} - G_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot P_{j,h}^d = \sum_{(i,j) \in \Omega_j^L} (f p_{ij,h,t} - R_{ij} \cdot l_{ij,h,t}) - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f p_{jk,h,t} \quad (10.47)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$\sum_{g \in \Omega_j^G} q_{g,h,t} + \sum_{g \in \Omega_j^{R+}} q_{r,h,t} + B_j^s \cdot u_{j,h,t} - G f_t^d \cdot Q_{j,h}^d = \sum_{(i,j) \in \Omega_j^L} (f q_{ij,h,t} - X_{ij} \cdot l_{ij,h,t}) - \sum_{(j,k) \in \Omega_j^L} f q_{jk,h,t} \quad (10.48)$$

$$\forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

**Flujo de energía por líneas de transmisión****Formulación Jabr**

Los flujos de potencia activa y reactiva a través de la línea de transmisión existente se calculan mediante las ecuaciones (10.49) y (10.50). El límite térmico se define en la expresión (10.51). La ecuación (10.52) corresponde a la restricción no lineal relajada en su forma cónica de segundo orden.

$$f p_{ij,h,t} = G_{ij} \cdot u_{ij,h,t} + G_{ij} \cdot R_{ij,h,t} - B_{ij} \cdot T_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.49)$$

$$f q_{ij,h,t} = B_{ij}^s \cdot u_{i,h,t} - B_{ij} \cdot u_{i,h,t} + B_{ij} \cdot R_{ij,h,t} - G_{ij} \cdot T_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.50)$$

$$f p_{ij,h,t}^2 + f q_{ij,h,t}^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.51)$$

$$(2R_{ij,h,t})^2 + (2T_{ij,h,t})^2 + (u_{i,h,t} - u_{j,h,t})^2 \leq (u_{i,h,t} + u_{j,h,t})^2 \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.52)$$

Las ecuaciones de flujo de potencia de las líneas de transmisión candidatas se muestran en las expresiones (10.53) y (10.54). El flujo de potencia máximo se restringen en la expresión (10.55). La ecuación (10.56) corresponde a la restricción cónica de segundo orden.

$$|fp_{ij,h,t} - G_{ij} \cdot u_{i,h,t} - G_{ij} \cdot R_{ij,h,t} + B_{ij} \cdot T_{ij,h,t}| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad (10.53)$$

$$\forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$|fq_{ij,h,t} - B_{ij}^s \cdot u_{i,h,t} + B_{ij} \cdot u_{i,h,t} - B_{ij} \cdot R_{ij,h,t} + G_{ij} \cdot T_{ij,h,t}| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad (10.54)$$

$$\forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.55)$$

$$(2R_{ij,h,t})^2 + (2T_{ij,h,t})^2 + (u_{i,h,t} - u_{j,h,t})^2 \leq (u_{i,h,t} + u_{j,h,t})^2 \quad (10.56)$$

$$\forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

### Formulación DistFlow

La ecuación (10.57) presenta la relación de tensión entre las barras  $i$  y  $j$ , la expresión (10.58) corresponde a la restricción no lineal relajada en su forma convexa y la expresión (10.59) define el límite térmico.

$$u_{j,h,t} = u_{i,h,t} - 2(R_{ij} \cdot fp_{ij,h,t} + X_{ij,h,t} \cdot fq_{ij,h,t}) + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2)I_{ij,h,t} \quad (10.57)$$

$$\forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq u_{i,h,t} \cdot l_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.58)$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^L, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.59)$$

La relación de tensión entre las barras  $i$  y  $j$  en las líneas de transmisión candidatas se muestra en la expresión (10.60), la restricción (10.61) corresponde a la restricción SOC y el flujo de potencia máximo se impone en (10.62).

$$|-u_{j,h,t} + u_{i,h,t} - 2(R_{ij} \cdot fp_{ij,h,t} + X_{ij} \cdot fq_{ij,h,t}) + (R_{ij}^2 + X_{ij}^2)I_{ij,h,t}| \leq (1 - x_{ij,t}) \cdot M \quad (10.60)$$

$$\forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq u_{i,h,t} \cdot l_{ij,h,t} \quad \forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.61)$$

$$fp_{ij,h,t}^2 + fq_{ij,h,t}^2 \leq (S_{ij}^M)^2 \quad \forall ij \in \Omega^{L+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.62)$$

### Límites de generación y energía no servida

En las expresiones (10.63) - (10.66) se puede observar el límite inferior y superior de potencia generada para las unidades existentes y candidatas.

$$P_g^m \leq p_{g,h,t} \leq P_g^M \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.63)$$

$$Q_g^m \leq q_{g,h,t} \leq Q_g^M \quad \forall g \in \Omega^G, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.64)$$

$$P_g^m \cdot x_{g,t} \leq p_{g,h,t} \leq P_g^M \cdot x_{g,t} \quad \forall g \in \Omega^{G+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.65)$$

$$Q_g^m \cdot x_{g,t} \leq q_{g,h,t} \leq Q_g^M \cdot x_{g,t} \quad \forall g \in \Omega^{G+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.66)$$

La expresión (10.67) limita el valor máximo y mínimo en la capacidad de generación para las unidades de compensación shunt candidatas.

$$Q_r^m \cdot x_{r,t} \leq q_{r,h,t} \leq x_{r,t} \cdot Q_r^M \quad \forall r \in \Omega^{R+}, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.67)$$

La energía no servida se delimita en la restricción (10.68).

$$0 \leq p_{v,h,t} \leq Gf_t^d \cdot P_{j,h}^d \quad \forall v \in \Omega^V, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.68)$$

### Restricciones de módulo de tensión

La restricción (10.69) establece el valor máximo y mínimo del módulo de tensión.

$$(V_j^m)^2 \leq u_{j,h,t} \leq (V_j^M)^2 \quad \forall j \in \Omega_N, \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.69)$$

### Reserva anual de potencia instalada

La capacidad de potencia de respaldo instalada para eventos inesperados se modela en la restricción (10.70).

$$\sum_{g \in \Omega^G} P_g^M + \sum_{g \in \Omega^{G+}} P_g^M \cdot x_{g,t} \geq Gf_t^d \cdot (P^d)^M \cdot (1 + Ri^d) \quad \forall h \in \Omega_H, \forall t \in \Omega_T \quad (10.70)$$

### Restricciones de inversión

Para evitar inversiones múltiples a lo largo del horizonte de planificación, las restricciones (10.71) - (10.73) garantizan el límite máximo de inversiones.

$$\sum_t x_{g,t} \leq 1 \quad \forall g \in \Omega^{G+} \quad \forall t, \in \Omega_T \quad (10.71)$$

$$\sum_t x_{ij,t} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega^{L+} \quad \forall t, \in \Omega_T \quad (10.72)$$

$$\sum_t x_{r,t} \leq 1 \quad \forall r \in \Omega^{R+} \quad \forall t, \in \Omega_T \quad (10.73)$$

## E. Datos de sistemas de prueba para los modelos de planificación y predespacho

### E.1. Sistemas eléctricos utilizados en el análisis de la formulación de predespacho

#### Sistema IEEE 14 barras

Tabla 10.16: Líneas de transmisión para el predespacho del sistema IEEE de 14 barras

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	200	0,01938	0,05917	0,0528	1
$L_{1,5-1}$	200	0,05403	0,22304	0,0492	1
$L_{2,3-1}$	200	0,04699	0,19797	0,0438	1
$L_{2,4-1}$	200	0,05811	0,17632	0,0340	1
$L_{2,5-1}$	200	0,05695	0,17388	0,0346	1
$L_{3,4-1}$	200	0,06701	0,17103	0,0128	1
$L_{4,5-1}$	200	0,01335	0,04211	0	1
$L_{4,7-1}$	200	0,00000	0,20912	0	1
$L_{4,9-1}$	200	0,00000	0,55618	0	1
$L_{5,6-1}$	200	0,00000	0,25202	0	1
$L_{6,11-1}$	200	0,09498	0,19890	0	1
$L_{6,12-1}$	200	0,12291	0,25581	0	1
$L_{6,13-1}$	200	0,06615	0,13027	0	1
$L_{7,8-1}$	200	0,00000	0,17615	0	1
$L_{7,9-1}$	200	0,00000	0,11001	0	1
$L_{9,10-1}$	200	0,03181	0,08450	0	1
$L_{9,14-1}$	200	0,12711	0,27038	0	1
$L_{10,11-1}$	200	0,08205	0,19207	0	1
$L_{12,13-1}$	200	0,22092	0,19988	0	1
$L_{13,14-1}$	200	0,17093	0,34802	0	1

## Sistema IEEE 57 barras

Tabla 10.17: Líneas de transmisión para el predes-pacho del sistema IEEE de 57 barras (1)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	300	0.0083	0.0280	0.1290	1
$L_{2,3-1}$	300	0.0298	0.0850	0.0818	1
$L_{3,4-1}$	300	0.0112	0.0366	0.0380	1
$L_{4,5-1}$	300	0.0625	0.1320	0.0258	1
$L_{4,6-1}$	300	0.0430	0.1480	0.0348	1
$L_{6,7-1}$	300	0.0200	0.1020	0.0276	1
$L_{6,8-1}$	300	0.0339	0.1730	0.0470	1
$L_{8,9-1}$	300	0.0099	0.0505	0.0548	1
$L_{9,10-1}$	300	0.0369	0.1679	0.0440	1
$L_{9,11-1}$	300	0.0258	0.0848	0.0218	1
$L_{9,12-1}$	300	0.0648	0.2950	0.0772	1
$L_{9,13-1}$	300	0.0481	0.1580	0.0406	1
$L_{13,14-1}$	300	0.0132	0.0434	0.0110	1
$L_{13,15-1}$	300	0.0269	0.0869	0.0230	1
$L_{1,15-1}$	300	0.0178	0.0910	0.0988	1
$L_{1,16-1}$	300	0.0454	0.2060	0.0546	1
$L_{1,17-1}$	300	0.0238	0.1080	0.0286	1
$L_{3,15-1}$	300	0.0162	0.0530	0.0544	1
$L_{4,18-1}$	300	0	0.5550	0	1
$L_{4,18-2}$	300	0	0.4300	0	1
$L_{5,6-1}$	300	0.0302	0.0641	0.0124	1
$L_{7,8-1}$	300	0.0139	0.0712	0.0194	1
$L_{10,12-1}$	300	0.0277	0.1262	0.0328	1
$L_{11,13-1}$	300	0.0223	0.0732	0.0188	1
$L_{12,13-1}$	300	0.0178	0.0580	0.0604	1
$L_{12,16-1}$	300	0.0180	0.0813	0.0216	1
$L_{12,17-1}$	300	0.0397	0.1790	0.0476	1
$L_{14,15-1}$	300	0.0171	0.0547	0.0148	1
$L_{18,19-1}$	300	0.4610	0.6850	0	1
$L_{19,20-1}$	300	0.2830	0.4340	0	1
$L_{21,20-1}$	300	0	0.7767	0	1
$L_{21,22-1}$	300	0.0736	0.1170	0	1
$L_{22,23-1}$	300	0.0099	0.0152	0	1
$L_{23,24-1}$	300	0.1660	0.2560	0.0084	1
$L_{24,25-1}$	300	0	1.2300	0	1
$L_{24,25-2}$	300	0	0.0473	0	1
$L_{24,26-1}$	300	0	0.0473	0	1
$L_{26,27-1}$	300	0.1650	0.2540	0	1
$L_{27,28-1}$	300	0.0618	0.0954	0	1
$L_{28,29-1}$	300	0.0418	0.0587	0	1

Tabla 10.18: Líneas de transmisión para el predes-pacho del sistema IEEE de 57 barras (2)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{7,29-1}$	300	0	0.0648	0	1
$L_{25,30-1}$	300	0.1350	0.2020	0	1
$L_{30,31-1}$	300	0.3260	0.4970	0	1
$L_{31,32-1}$	300	0.5070	0.7550	0	1
$L_{32,33-1}$	300	0.0392	0.0360	0	1
$L_{34,32-1}$	300	0	0.9530	0	1
$L_{34,35-1}$	300	0.0520	0.0780	0.0032	1
$L_{35,36-1}$	300	0.0430	0.0537	0.0016	1
$L_{36,37-1}$	300	0.0290	0.0366	0	1
$L_{37,38-1}$	300	0.0651	0.1009	0.0020	1
$L_{37,39-1}$	300	0.0239	0.0379	0	1
$L_{36,40-1}$	300	0.0300	0.0466	0	1
$L_{22,38-1}$	300	0.0192	0.0295	0	1
$L_{11,41-1}$	300	0	0.7490	0	1
$L_{41,42-1}$	300	0.2070	0.3520	0	1
$L_{41,43-1}$	300	0	0.4120	0	1
$L_{38,44-1}$	300	0.0289	0.0585	0.0020	1
$L_{15,45-1}$	300	0	0.1042	0	1
$L_{14,46-1}$	300	0	0.0735	0	1
$L_{46,47-1}$	300	0.0230	0.0680	0.0032	1
$L_{47,48-1}$	300	0.0182	0.0233	0	1
$L_{48,49-1}$	300	0.0834	0.1290	0.0048	1
$L_{49,50-1}$	300	0.0801	0.1280	0	1
$L_{50,51-1}$	300	0.1386	0.2200	0	1
$L_{10,51-1}$	300	0	0.0712	0	1
$L_{13,49-1}$	300	0	0.1910	0	1
$L_{29,52-1}$	300	0.1442	0.1870	0	1
$L_{52,53-1}$	300	0.0762	0.0984	0	1
$L_{53,54-1}$	300	0.1878	0.2320	0	1
$L_{54,55-1}$	300	0.1732	0.2265	0	1
$L_{11,43-1}$	300	0	0.1530	0	1
$L_{44,45-1}$	300	0.0624	0.1242	0.0040	1
$L_{40,56-1}$	300	0	1.1950	0	1
$L_{56,41-1}$	300	0.5530	0.5490	0	1
$L_{56,42-1}$	300	0.2125	0.3540	0	1
$L_{39,57-1}$	300	0	1.3550	0	1
$L_{57,56-1}$	300	0.1740	0.2600	0	1
$L_{38,49-1}$	300	0.1150	0.1770	0.0030	1
$L_{38,48-1}$	300	0.0312	0.0482	0	1
$L_{9,55-1}$	300	0	0.1205	0	1

## E.2. Sistemas eléctricos utilizados en el análisis de la formulación de planificación

### Sistema 3 barras

Tabla 10.19: Unidades de generación existentes para la planificación del sistema de 3 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	10	250	-150	150	17.76

Tabla 10.20: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema de 3 barras

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	100	0,010	0,02	0	1
$L_{1,3-1}$	100	0,005	0,02	0	1
$L_{2,3-1}$	100	0,005	0,02	0	1

### Sistema IEEE 30 barras

Tabla 10.21: Unidades de generación existentes para la planificación del sistema IEEE de 30 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	0	80	-20	150,0	2
$G_2$	2	0	80	-20	60,0	1,75
$G_3$	22	0	50	-15	62,5	1
$G_4$	27	0	55	-15	48,7	3,25
$G_5$	23	0	30	-10	40,0	3
$G_6$	13	0	40	-15	44,7	3

Tabla 10.22: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 30 barras (1)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	130	0,02	0,06	0,03	1
$L_{1,3-1}$	130	0,05	0,19	0,02	1
$L_{2,4-1}$	65	0,06	0,17	0,02	1
$L_{3,4-1}$	130	0,01	0,04	0	1
$L_{2,5-1}$	130	0,05	0,20	0,02	1
$L_{2,6-1}$	65	0,06	0,18	0,02	1
$L_{4,6-1}$	90	0,01	0,04	0	1
$L_{5,7-1}$	70	0,05	0,12	0,01	1
$L_{6,7-1}$	130	0,03	0,08	0,01	1
$L_{6,8-1}$	32	0,01	0,04	0	1
$L_{6,9-1}$	65	0	0,21	0	1
$L_{6,10-1}$	32	0	0,56	0	1
$L_{9,11-1}$	65	0	0,21	0	1
$L_{9,10-1}$	65	0	0,11	0	1
$L_{4,12-1}$	65	0	0,26	0	1
$L_{12,13-1}$	65	0	0,14	0	1
$L_{12,14-1}$	32	0,12	0,26	0	1
$L_{12,15-1}$	32	0,07	0,13	0	1
$L_{12,16-1}$	32	0,09	0,20	0	1
$L_{14,15-1}$	16	0,22	0,20	0	1
$L_{16,17-1}$	16	0,08	0,19	0	1

Tabla 10.23: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 30 barras (2)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{15,18-1}$	16	0,11	0,22	0	1
$L_{18,19-1}$	16	0,06	0,13	0	1
$L_{19,20-1}$	32	0,03	0,07	0	1
$L_{10,20-1}$	32	0,09	0,21	0	1
$L_{10,17-1}$	32	0,03	0,08	0	1
$L_{10,21-1}$	32	0,03	0,07	0	1
$L_{10,22-1}$	32	0,07	0,15	0	1
$L_{21,22-1}$	32	0,01	0,02	0	1
$L_{15,23-1}$	16	0,10	0,20	0	1
$L_{22,24-1}$	16	0,12	0,18	0	1
$L_{23,24-1}$	16	0,13	0,27	0	1
$L_{24,25-1}$	16	0,19	0,33	0	1
$L_{25,26-1}$	16	0,25	0,38	0	1
$L_{25,27-1}$	16	0,11	0,21	0	1
$L_{28,27-1}$	65	0	0,40	0	1
$L_{27,29-1}$	16	0,22	0,42	0	1
$L_{27,30-1}$	16	0,32	0,60	0	1
$L_{29,30-1}$	16	0,24	0,45	0	1
$L_{8,28-1}$	32	0,06	0,20	0,02	1
$L_{6,28-1}$	32	0,02	0,06	0,01	1

## Sistema IEEE 118 barras

Tabla 10.24: Unidades de generación existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	0	100	-5	15	40
$G_2$	4	0	100	-300	300	40
$G_3$	6	0	100	-13	50	40
$G_4$	8	0	100	-300	300	20
$G_5$	10	0	150	-147	200	20
$G_6$	12	0	185	-35	120	40
$G_7$	15	0	100	-10	30	40
$G_8$	18	0	100	-16	50	40
$G_9$	19	0	100	-8	24	40
$G_{10}$	24	0	100	-300	300	20
$G_{11}$	25	0	320	-47	140	40
$G_{12}$	26	0	414	-1000	1000	20
$G_{13}$	27	0	100	-300	300	33
$G_{14}$	31	0	107	-300	300	44
$G_{15}$	32	0	100	-14	42	25
$G_{16}$	34	0	100	-8	24	50
$G_{17}$	36	0	100	-8	24	40
$G_{18}$	40	0	100	-300	300	20
$G_{19}$	42	0	100	-300	300	30
$G_{20}$	46	0	119	-100	100	20
$G_{21}$	54	0	148	-300	300	20
$G_{22}$	55	0	100	-8	23	30
$G_{23}$	56	0	100	-8	15	40
$G_{24}$	61	0	260	-100	300	33
$G_{25}$	62	0	100	-20	20	22
$G_{26}$	65	0	300	-67	200	30
$G_{27}$	66	0	300	-67	200	40
$G_{28}$	69	0	805,2	-300	300	40
$G_{29}$	70	0	100	-10	32	20
$G_{30}$	72	0	100	-100	100	40
$G_{31}$	73	0	100	-100	100	25
$G_{32}$	74	0	100	-6	9	33
$G_{33}$	76	0	100	-8	23	44
$G_{34}$	77	0	100	-20	70	30
$G_{35}$	80	0	577	-165	280	20
$G_{36}$	85	0	100	-8	23	40
$G_{37}$	87	0	104	-100	1000	40
$G_{38}$	89	0	507	-210	300	20
$G_{39}$	91	0	100	-100	100	40
$G_{40}$	92	0	100	-3	9	20
$G_{41}$	99	0	100	-100	100	40
$G_{42}$	100	0	352	-50	155	20
$G_{43}$	103	0	140	-15	40	20
$G_{44}$	104	0	100	-8	23	40
$G_{45}$	105	0	100	-8	23	50
$G_{46}$	107	0	100	-200	200	50
$G_{47}$	110	0	100	-8	23	52
$G_{48}$	111	0	136	-100	1000	39
$G_{49}$	112	0	100	-100	1000	45
$G_{50}$	116	0	100	-1000	1000	45
$G_{51}$	78	0	200	-100	100	15

Tabla 10.25: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (1)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	100	0,03030	0,09990	0,02540	1
$L_{1,3-1}$	100	0,01290	0,04240	0,01082	1
$L_{4,5-1}$	150	0,00176	0,00798	0,00210	1
$L_{3,5-1}$	100	0,02410	0,10800	0,02840	1
$L_{5,6-1}$	100	0,01190	0,05400	0,01426	1
$L_{6,7-1}$	100	0,00459	0,02080	0,00550	1
$L_{8,9-1}$	500	0,00244	0,03050	1,16200	1
$L_{8,5-1}$	380	0	0,02670	0	1
$L_{9,10-1}$	500	0,00258	0,03220	1,23000	1
$L_{4,11-1}$	100	0,02090	0,06880	0,01748	1
$L_{5,11-1}$	100	0,02030	0,06820	0,01738	1
$L_{11,12-1}$	100	0,00595	0,01960	0,00502	1
$L_{2,12-1}$	100	0,01870	0,06160	0,01572	1
$L_{3,12-1}$	100	0,04840	0,16000	0,04060	1
$L_{7,12-1}$	100	0,00862	0,03400	0,00874	1
$L_{11,13-1}$	100	0,02225	0,07310	0,01876	1
$L_{12,14-1}$	100	0,02150	0,07070	0,01816	1
$L_{13,15-1}$	100	0,07440	0,24440	0,06268	1
$L_{14,15-1}$	100	0,05950	0,19500	0,05020	1
$L_{12,16-1}$	100	0,02120	0,08340	0,02140	1
$L_{15,17-1}$	100	0,01320	0,04370	0,04440	1
$L_{16,17-1}$	100	0,04540	0,18010	0,04660	1
$L_{17,18-1}$	100	0,01230	0,05050	0,01298	1
$L_{18,19-1}$	100	0,01119	0,04930	0,01142	1
$L_{19,20-1}$	100	0,02520	0,11700	0,02980	1
$L_{15,19-1}$	100	0,01200	0,03940	0,01010	1
$L_{20,21-1}$	100	0,01830	0,08490	0,02160	1
$L_{21,22-1}$	100	0,02090	0,09700	0,02460	1
$L_{22,23-1}$	100	0,03420	0,15900	0,04040	1
$L_{23,24-1}$	100	0,01350	0,04920	0,04980	1
$L_{23,25-1}$	200	0,01560	0,08000	0,08640	1
$L_{26,25-1}$	200	0	0,03820	0	1
$L_{25,27-1}$	150	0,03180	0,16300	0,17640	1
$L_{27,28-1}$	100	0,01913	0,08550	0,02160	1
$L_{28,29-1}$	100	0,02370	0,09430	0,02380	1
$L_{30,17-1}$	250	0	0,03880	0	1
$L_{8,30-1}$	100	0,00431	0,05040	0,51400	1
$L_{26,30-1}$	250	0,00799	0,08600	0,90800	1
$L_{17,31-1}$	100	0,04740	0,15630	0,03990	1
$L_{29,31-1}$	100	0,01080	0,03310	0,00830	1
$L_{23,32-1}$	100	0,03170	0,11530	0,11730	1
$L_{31,32-1}$	100	0,02980	0,09850	0,02510	1
$L_{27,32-1}$	100	0,02290	0,07550	0,01926	1
$L_{15,33-1}$	100	0,03800	0,12440	0,03194	1
$L_{19,34-1}$	100	0,07520	0,24700	0,06320	1
$L_{35,36-1}$	100	0,00224	0,01020	0,00268	1
$L_{35,37-1}$	100	0,01100	0,04970	0,01318	1
$L_{33,37-1}$	100	0,04150	0,14200	0,03660	1
$L_{34,36-1}$	100	0,00871	0,02680	0,00568	1

Tabla 10.26: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (2)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{34,37-1}$	100	0,00256	0,00940	0,00984	1
$L_{38,37-1}$	250	0	0,03750	0	1
$L_{37,39-1}$	100	0,03210	0,10600	0,02700	1
$L_{37,40-1}$	100	0,05930	0,16800	0,04200	1
$L_{30,38-1}$	100	0,00464	0,05400	0,42200	1
$L_{39,40-1}$	100	0,01840	0,06050	0,01552	1
$L_{40,41-1}$	100	0,01450	0,04870	0,01222	1
$L_{40,42-1}$	100	0,05550	0,18300	0,04660	1
$L_{41,42-1}$	100	0,04100	0,13500	0,03440	1
$L_{43,44-1}$	100	0,06080	0,24540	0,06068	1
$L_{34,43-1}$	100	0,04130	0,16810	0,04226	1
$L_{44,45-1}$	100	0,02240	0,09010	0,02240	1
$L_{45,46-1}$	100	0,04000	0,13560	0,03320	1
$L_{46,47-1}$	100	0,03800	0,12700	0,03160	1
$L_{46,48-1}$	100	0,06010	0,18900	0,04720	1
$L_{47,49-1}$	100	0,01910	0,06250	0,01604	1
$L_{42,49-1}$	100	0,07150	0,32300	0,08600	1
$L_{42,49-2}$	100	0,07150	0,32300	0,08600	1
$L_{45,49-1}$	100	0,06840	0,18600	0,04440	1
$L_{48,49-1}$	100	0,01790	0,05050	0,01258	1
$L_{49,50-1}$	100	0,02670	0,07520	0,01874	1
$L_{49,51-1}$	100	0,04860	0,13700	0,03420	1
$L_{51,52-1}$	100	0,02030	0,05880	0,01396	1
$L_{52,53-1}$	100	0,04050	0,16350	0,04058	1
$L_{53,54-1}$	100	0,02630	0,12200	0,03100	1
$L_{49,54-1}$	100	0,07300	0,28900	0,07380	1
$L_{49,54-2}$	100	0,08690	0,29100	0,07300	1
$L_{54,55-1}$	100	0,01690	0,07070	0,02020	1
$L_{54,56-1}$	100	0,00275	0,00955	0,00732	1
$L_{55,56-1}$	100	0,00488	0,01510	0,00374	1
$L_{56,57-1}$	100	0,03430	0,09660	0,02420	1
$L_{50,57-1}$	100	0,04740	0,13400	0,03320	1
$L_{56,58-1}$	100	0,03430	0,09660	0,02420	1
$L_{51,58-1}$	100	0,02550	0,07190	0,01788	1
$L_{54,59-1}$	100	0,05030	0,22930	0,05980	1
$L_{56,59-1}$	100	0,08250	0,25100	0,05690	1
$L_{56,59-2}$	100	0,08030	0,23900	0,05360	1
$L_{55,59-1}$	100	0,04739	0,21580	0,05646	1
$L_{59,60-1}$	100	0,03170	0,14500	0,03760	1
$L_{59,61-1}$	100	0,03280	0,15000	0,03880	1
$L_{60,61-1}$	150	0,00264	0,01350	0,01456	1
$L_{60,62-1}$	100	0,01230	0,05610	0,01468	1
$L_{61,62-1}$	100	0,00824	0,03760	0,00980	1
$L_{63,59-1}$	200	0	0,03860	0	1
$L_{63,64-1}$	200	0,00172	0,02000	0,21600	1
$L_{64,61-1}$	100	0	0,02680	0	1
$L_{38,65-1}$	200	0,00901	0,09860	1,04600	1
$L_{64,65-1}$	200	0,00269	0,03020	0,38000	1
$L_{49,66-1}$	150	0,01800	0,09190	0,02480	1

Tabla 10.27: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (3)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{49,66-2}$	150	0,01800	0,09190	0,02480	1
$L_{62,66-1}$	100	0,04820	0,21800	0,05780	1
$L_{62,67-1}$	100	0,02580	0,11700	0,03100	1
$L_{65,66-1}$	100	0	0,03700	0	1
$L_{66,67-1}$	100	0,02240	0,10150	0,02682	1
$L_{65,68-1}$	100	0,00138	0,01600	0,63800	1
$L_{47,69-1}$	100	0,08440	0,27780	0,07092	1
$L_{49,69-1}$	100	0,09850	0,32400	0,08280	1
$L_{68,69-1}$	200	0	0,03700	0	1
$L_{69,70-1}$	150	0,03000	0,12700	0,12200	1
$L_{24,70-1}$	100	0,00221	0,41150	0,10198	1
$L_{70,71-1}$	100	0,00882	0,03550	0,00878	1
$L_{24,72-1}$	100	0,04880	0,19600	0,04880	1
$L_{71,72-1}$	100	0,04460	0,18000	0,04444	1
$L_{71,73-1}$	100	0,00866	0,04540	0,01178	1
$L_{70,74-1}$	100	0,04010	0,13230	0,03368	1
$L_{70,75-1}$	100	0,04280	0,14100	0,03600	1
$L_{69,75-1}$	120	0,04050	0,12200	0,12400	1
$L_{74,75-1}$	100	0,01230	0,04060	0,01034	1
$L_{76,77-1}$	100	0,04440	0,14800	0,03680	1
$L_{69,77-1}$	100	0,03090	0,10100	0,10380	1
$L_{75,77-1}$	100	0,06010	0,19990	0,04978	1
$L_{77,78-1}$	100	0,00376	0,01240	0,01264	1
$L_{78,79-1}$	100	0,00546	0,02440	0,00648	1
$L_{77,80-1}$	100	0,01700	0,04850	0,04720	1
$L_{77,80-2}$	100	0,02940	0,10500	0,02280	1
$L_{79,80-1}$	100	0,01560	0,07040	0,01870	1
$L_{68,81-1}$	100	0,00175	0,02020	0,80800	1
$L_{81,80-1}$	100	0	0,03700	0	1
$L_{77,82-1}$	100	0,02980	0,08530	0,08174	1
$L_{82,83-1}$	100	0,01120	0,03665	0,03796	1
$L_{83,84-1}$	100	0,06250	0,13200	0,02580	1
$L_{83,85-1}$	100	0,04300	0,14800	0,03480	1
$L_{84,85-1}$	100	0,03020	0,06410	0,01234	1
$L_{85,86-1}$	100	0,03500	0,12300	0,02760	1
$L_{86,87-1}$	100	0,02828	0,20740	0,04450	1
$L_{85,88-1}$	100	0,02000	0,10200	0,02760	1
$L_{85,89-1}$	100	0,02390	0,17300	0,04700	1
$L_{88,89-1}$	100	0,01390	0,07120	0,01934	1
$L_{89,90-1}$	100	0,05180	0,18800	0,05280	1
$L_{89,90-2}$	120	0,02380	0,09970	0,10600	1
$L_{90,91-1}$	100	0,02540	0,08360	0,02140	1
$L_{89,92-1}$	170	0,00990	0,05050	0,05480	1
$L_{89,92-2}$	170	0,03930	0,15810	0,04140	1

Tabla 10.28: Líneas de transmisión existentes para la planificación del sistema IEEE de 118 barras (4)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{91,92-1}$	100	0,03870	0,12720	0,03268	1
$L_{92,93-1}$	100	0,02580	0,08480	0,02180	1
$L_{92,94-1}$	100	0,04810	0,15800	0,04060	1
$L_{93,94-1}$	100	0,02230	0,07320	0,01876	1
$L_{94,95-1}$	100	0,01320	0,04340	0,01110	1
$L_{80,96-1}$	100	0,03560	0,18200	0,04940	1
$L_{82,96-1}$	100	0,01620	0,05300	0,05440	1
$L_{94,96-1}$	100	0,02690	0,08690	0,02300	1
$L_{80,97-1}$	100	0,01830	0,09340	0,02540	1
$L_{80,98-1}$	100	0,02380	0,10800	0,02860	1
$L_{80,99-1}$	100	0,04540	0,20600	0,05460	1
$L_{92,100-1}$	100	0,06480	0,29500	0,04720	1
$L_{94,100-1}$	100	0,01780	0,05800	0,06040	1
$L_{95,96-1}$	100	0,01710	0,05470	0,01474	1
$L_{96,97-1}$	100	0,01730	0,08850	0,02400	1
$L_{98,100-1}$	100	0,03970	0,17900	0,04760	1
$L_{99,100-1}$	100	0,01800	0,08130	0,02160	1
$L_{100,101-1}$	100	0,02770	0,12620	0,03280	1
$L_{92,102-1}$	100	0,01230	0,05590	0,01464	1
$L_{101,102-1}$	100	0,02460	0,11200	0,02940	1
$L_{100,103-1}$	100	0,01600	0,05250	0,05360	1
$L_{100,104-1}$	100	0,04510	0,20400	0,05410	1
$L_{103,104-1}$	100	0,04660	0,15840	0,04070	1
$L_{103,105-1}$	100	0,05350	0,16250	0,04080	1
$L_{100,106-1}$	100	0,06050	0,22900	0,06200	1
$L_{104,105-1}$	100	0,00994	0,03780	0,00986	1
$L_{105,106-1}$	100	0,01400	0,05470	0,01434	1
$L_{105,107-1}$	100	0,05300	0,18300	0,04720	1
$L_{105,108-1}$	100	0,02610	0,07030	0,01844	1
$L_{106,107-1}$	100	0,05300	0,18300	0,04720	1
$L_{108,109-1}$	100	0,01050	0,02880	0,00760	1
$L_{103,110-1}$	100	0,03906	0,18130	0,04610	1
$L_{109,110-1}$	100	0,02780	0,07620	0,02020	1
$L_{110,111-1}$	100	0,02200	0,07550	0,02000	1
$L_{110,112-1}$	100	0,02470	0,06400	0,06200	1
$L_{17,113-1}$	100	0,00913	0,03010	0,00768	1
$L_{32,113-1}$	100	0,06150	0,20300	0,05180	1
$L_{32,114-1}$	100	0,01350	0,06120	0,01628	1
$L_{27,115-1}$	100	0,01640	0,07410	0,01972	1
$L_{114,115-1}$	100	0,00230	0,01040	0,00276	1
$L_{68,116-1}$	250	0,00034	0,00405	0,16400	1
$L_{12,117-1}$	100	0,03290	0,14000	0,03580	1
$L_{75,118-1}$	100	0,01450	0,04810	0,01198	1
$L_{76,118-1}$	100	0,01640	0,05440	0,01356	1

### E.3. Sistemas eléctricos utilizados en el análisis de la formulación de planificación con restricciones de predespacho

#### Sistema 3 barras

Tabla 10.29: Unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	20	110	-60	50	14,29
$G_2$	2	20	120	-80	80	22,74

Tabla 10.30: Datos técnicos unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Unidad #	$CA_g$ [\$]	$CD_g$ [\$]	$UT_g$ #	$DT_g$ #	$SU_g$ [MW]	$SD_g$ [MW]	$RU_g$ [MW]	$RD_g$ [MW]
$G_1$	150	150	2	2	40	40	25	25
$G_2$	150	150	3	3	35	35	30	30

Tabla 10.31: Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema de 3 barras

Línea $f-t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	100	0,010	0,02	0,0	1
$L_{1,3-1}$	100	0,005	0,02	0,0	1
$L_{2,3-1}$	100	0,005	0,02	0,0	1

#### Sistema IEEE 6 barras

Tabla 10.32: Unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	10	100	-50	50	18,50
$G_2$	3	10	80	-50	50	14,36

Tabla 10.33: Datos técnicos unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Unidad #	$CA_g$ [\$]	$CD_g$ [\$]	$UT_g$ #	$DT_g$ #	$SU_g$ [MW]	$SD_g$ [MW]	$RU_g$ [MW]	$RD_g$ [MW]
$G_1$	50	50	3	3	50	50	40	40
$G_2$	50	50	2	2	30	30	25	25

Tabla 10.34: Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 6 barras

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2}$	20	0,10	0,20	0,04	1
$L_{1,4}$	60	0,05	0,20	0,04	1
$L_{1,5}$	20	0,08	0,30	0,06	1
$L_{2,3}$	20	0,05	0,25	0,06	1
$L_{2,4}$	60	0,05	0,10	0,02	1
$L_{2,5}$	30	0,10	0,30	0,04	1
$L_{2,6}$	90	0,07	0,20	0,05	1
$L_{3,5}$	40	0,12	0,26	0,05	1
$L_{3,6}$	80	0,02	0,10	0,02	1
$L_{4,5}$	20	0,20	0,40	0,08	1
$L_{5,6}$	40	0,10	0,30	0,06	1

### Sistema IEEE 118 barras

Tabla 10.35: Unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	10	0	350	-120	120	40
$G_2$	49	0	200	-160	160	40
$G_3$	59	0	150	-120	120	40
$G_4$	79	0	100	-80	80	40
$G_5$	83	0	50	-40	40	40
$G_6$	90	0	150	-120	120	40
$G_7$	96	0	200	-160	160	40
$G_8$	113	0	300	-240	240	40

Tabla 10.36: Datos técnicos unidades de generación candidatas para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Unidad #	$CA_g$ [\$]	$CD_g$ [\$]	$UT_g$ #	$DT_g$ #	$SU_g$ [MW]	$SD_g$ [MW]	$RU_g$ [MW]	$RD_g$ [MW]
$G_1$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_2$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_3$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_4$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_5$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_6$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_7$	250	250	1	1	150	150	80	80
$G_8$	250	250	1	1	150	150	80	80

Tabla 10.37: Líneas de transmisión candidatas para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Línea $f - t, n$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	$I_{ij}$ [\$/ $F S_{ij}^M$ ]
$L_{24-72,2}$	100	0,0488	0,196	0,062	100.000
$L_{39-40,2}$	100	0,0184	0,060	0,040	100.000
$L_{63-59,2}$	200	0	0,038	0,050	100.000
$L_{68-81,2}$	100	0,0017	0,020	0,050	100.000
$L_{100-106,2}$	100	0,0605	0,229	0,062	100.000
$L_{110-112,1}$	100	0,0247	0,064	0,012	100.000

Tabla 10.38: Unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Unidad #	Barra #	$P_g^m$ [MW]	$P_g^M$ [MW]	$Q_g^m$ [Mvar]	$Q_g^M$ [Mvar]	$F_g$ [\$/MWh]
$G_1$	1	0	100	-5	15	40
$G_2$	4	0	100	-300	300	40
$G_3$	6	0	100	-13	50	40
$G_4$	8	0	100	-300	300	20
$G_5$	10	0	150	-147	200	20
$G_6$	12	0	185	-35	120	40
$G_7$	15	0	100	-10	30	40
$G_8$	18	0	100	-16	50	40
$G_9$	19	0	100	-8	24	40
$G_{10}$	24	0	100	-300	300	20
$G_{11}$	25	0	320	-47	140	40
$G_{12}$	26	0	414	-1000	1000	20
$G_{13}$	27	0	100	-300	300	33
$G_{14}$	31	0	107	-300	300	44
$G_{15}$	32	0	100	-14	42	25
$G_{16}$	34	0	100	-8	24	50
$G_{17}$	36	0	100	-8	24	40
$G_{18}$	40	0	100	-300	300	20
$G_{19}$	42	0	100	-300	300	30
$G_{20}$	46	0	119	-100	100	20
$G_{21}$	54	0	148	-300	300	20
$G_{22}$	55	0	100	-8	23	30
$G_{23}$	56	0	100	-8	15	40
$G_{24}$	61	0	260	-100	300	33
$G_{25}$	62	0	100	-20	20	22
$G_{26}$	65	0	300	-67	200	30
$G_{27}$	66	0	300	-67	200	40
$G_{28}$	69	0	805,2	-300	300	40
$G_{29}$	70	0	100	-10	32	20
$G_{30}$	72	0	100	-100	100	40
$G_{31}$	73	0	100	-100	100	25
$G_{32}$	74	0	100	-6	9	33
$G_{33}$	76	0	100	-8	23	44
$G_{34}$	77	0	100	-20	70	30
$G_{35}$	80	0	577	-165	280	20
$G_{36}$	85	0	100	-8	23	40
$G_{37}$	87	0	104	-100	1000	40
$G_{38}$	89	0	507	-210	300	20
$G_{39}$	91	0	100	-100	100	40
$G_{40}$	92	0	100	-3	9	20
$G_{41}$	99	0	100	-100	100	40
$G_{42}$	100	0	352	-50	155	20
$G_{43}$	103	0	140	-15	40	20
$G_{44}$	104	0	100	-8	23	40
$G_{45}$	105	0	100	-8	23	50
$G_{46}$	107	0	100	-200	200	50
$G_{47}$	110	0	100	-8	23	52
$G_{48}$	111	0	136	-100	1000	39
$G_{49}$	112	0	100	-100	1000	45
$G_{50}$	116	0	100	-1000	1000	45
$G_{51}$	78	0	200	-100	00	15

Tabla 10.39: Datos técnicos unidades de generación existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras

Unidad #	$CA_g$ [\\$]	$CD_g$ [\\$]	$UT_g$ #	$DT_g$ #	$SU_g$ [MW]	$SD_g$ [MW]	$RU_g$ [MW]	$RD_g$ [MW]
$G_1$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_2$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_3$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_4$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_5$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_6$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_7$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_8$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_9$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{10}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{11}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{12}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{13}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{14}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{15}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{16}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{17}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{18}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{19}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{20}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{21}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{22}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{23}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{24}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{25}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{26}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{27}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{28}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{29}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{30}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{31}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{32}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{33}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{34}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{35}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{36}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{37}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{38}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{39}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{40}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{41}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{42}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{43}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{44}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{45}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{46}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{47}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{48}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{49}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{50}$	150	150	2	2	100	100	50	50
$G_{51}$	150	150	2	2	100	100	50	50

Tabla 10.40: Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (1)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{1,2-1}$	100	0,03030	0,09990	0,02540	1
$L_{1,3-1}$	100	0,01290	0,04240	0,01082	1
$L_{4,5-1}$	150	0,00176	0,00798	0,00210	1
$L_{3,5-1}$	100	0,02410	0,10800	0,02840	1
$L_{5,6-1}$	100	0,01190	0,05400	0,01426	1
$L_{6,7-1}$	100	0,00459	0,02080	0,00550	1
$L_{8,9-1}$	500	0,00244	0,03050	1,16200	1
$L_{8,5-1}$	380	0	0,02670	0	1
$L_{9,10-1}$	500	0,00258	0,03220	1,23000	1
$L_{4,11-1}$	100	0,02090	0,06880	0,01748	1
$L_{5,11-1}$	100	0,02030	0,06820	0,01738	1
$L_{11,12-1}$	100	0,00595	0,01960	0,00502	1
$L_{2,12-1}$	100	0,01870	0,06160	0,01572	1
$L_{3,12-1}$	100	0,04840	0,16000	0,04060	1
$L_{7,12-1}$	100	0,00862	0,03400	0,00874	1
$L_{11,13-1}$	100	0,02225	0,07310	0,01876	1
$L_{12,14-1}$	100	0,02150	0,07070	0,01816	1
$L_{13,15-1}$	100	0,07440	0,24440	0,06268	1
$L_{14,15-1}$	100	0,05950	0,19500	0,05020	1
$L_{12,16-1}$	100	0,02120	0,08340	0,02140	1
$L_{15,17-1}$	100	0,01320	0,04370	0,04440	1
$L_{16,17-1}$	100	0,04540	0,18010	0,04660	1
$L_{17,18-1}$	100	0,01230	0,05050	0,01298	1
$L_{18,19-1}$	100	0,01119	0,04930	0,01142	1
$L_{19,20-1}$	100	0,02520	0,11700	0,02980	1
$L_{15,19-1}$	100	0,01200	0,03940	0,01010	1
$L_{20,21-1}$	100	0,01830	0,08490	0,02160	1
$L_{21,22-1}$	100	0,02090	0,09700	0,02460	1
$L_{22,23-1}$	100	0,03420	0,15900	0,04040	1
$L_{23,24-1}$	100	0,01350	0,04920	0,04980	1
$L_{23,25-1}$	200	0,01560	0,08000	0,08640	1
$L_{26,25-1}$	200	0	0,03820	0	1
$L_{25,27-1}$	150	0,03180	0,16300	0,17640	1
$L_{27,28-1}$	100	0,01913	0,08550	0,02160	1
$L_{28,29-1}$	100	0,02370	0,09430	0,02380	1
$L_{30,17-1}$	250	0	0,03880	0	1
$L_{8,30-1}$	100	0,00431	0,05040	0,51400	1
$L_{26,30-1}$	250	0,00799	0,08600	0,90800	1
$L_{17,31-1}$	100	0,04740	0,15630	0,03990	1
$L_{29,31-1}$	100	0,01080	0,03310	0,00830	1
$L_{23,32-1}$	100	0,03170	0,11530	0,11730	1
$L_{31,32-1}$	100	0,02980	0,09850	0,02510	1
$L_{27,32-1}$	100	0,02290	0,07550	0,01926	1
$L_{15,33-1}$	100	0,03800	0,12440	0,03194	1
$L_{19,34-1}$	100	0,07520	0,24700	0,06320	1
$L_{35,36-1}$	100	0,00224	0,01020	0,00268	1
$L_{35,37-1}$	100	0,01100	0,04970	0,01318	1
$L_{33,37-1}$	100	0,04150	0,14200	0,03660	1

Tabla 10.41: Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (2)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{34,36-1}$	100	0,00871	0,02680	0,00568	1
$L_{34,37-1}$	100	0,00256	0,00940	0,00984	1
$L_{38,37-1}$	250	0	0,03750	0	1
$L_{37,39-1}$	100	0,03210	0,10600	0,02700	1
$L_{37,40-1}$	100	0,05930	0,16800	0,04200	1
$L_{30,38-1}$	100	0,00464	0,05400	0,42200	1
$L_{39,40-1}$	100	0,01840	0,06050	0,01552	1
$L_{40,41-1}$	100	0,01450	0,04870	0,01222	1
$L_{40,42-1}$	100	0,05550	0,18300	0,04660	1
$L_{41,42-1}$	100	0,04100	0,13500	0,03440	1
$L_{43,44-1}$	100	0,06080	0,24540	0,06068	1
$L_{34,43-1}$	100	0,04130	0,16810	0,04226	1
$L_{44,45-1}$	100	0,02240	0,09010	0,02240	1
$L_{45,46-1}$	100	0,04000	0,13560	0,03320	1
$L_{46,47-1}$	100	0,03800	0,12700	0,03160	1
$L_{46,48-1}$	100	0,06010	0,18900	0,04720	1
$L_{47,49-1}$	100	0,01910	0,06250	0,01604	1
$L_{42,49-1}$	100	0,07150	0,32300	0,08600	1
$L_{42,49-2}$	100	0,07150	0,32300	0,08600	1
$L_{45,49-1}$	100	0,06840	0,18600	0,04440	1
$L_{48,49-1}$	100	0,01790	0,05050	0,01258	1
$L_{49,50-1}$	100	0,02670	0,07520	0,01874	1
$L_{49,51-1}$	100	0,04860	0,13700	0,03420	1
$L_{51,52-1}$	100	0,02030	0,05880	0,01396	1
$L_{52,53-1}$	100	0,04050	0,16350	0,04058	1
$L_{53,54-1}$	100	0,02630	0,12200	0,03100	1
$L_{49,54-1}$	100	0,07300	0,28900	0,07380	1
$L_{49,54-2}$	100	0,08690	0,29100	0,07300	1
$L_{54,55-1}$	100	0,01690	0,07070	0,02020	1
$L_{54,56-1}$	100	0,00275	0,00955	0,00732	1
$L_{55,56-1}$	100	0,00488	0,01510	0,00374	1
$L_{56,57-1}$	100	0,03430	0,09660	0,02420	1
$L_{50,57-1}$	100	0,04740	0,13400	0,03320	1
$L_{56,58-1}$	100	0,03430	0,09660	0,02420	1
$L_{51,58-1}$	100	0,02550	0,07190	0,01788	1
$L_{54,59-1}$	100	0,05030	0,22930	0,05980	1
$L_{56,59-1}$	100	0,08250	0,25100	0,05690	1
$L_{56,59-2}$	100	0,08030	0,23900	0,05360	1
$L_{55,59-1}$	100	0,04739	0,21580	0,05646	1
$L_{59,60-1}$	100	0,03170	0,14500	0,03760	1
$L_{59,61-1}$	100	0,03280	0,15000	0,03880	1
$L_{60,61-1}$	150	0,00264	0,01350	0,01456	1
$L_{60,62-1}$	100	0,01230	0,05610	0,01468	1
$L_{61,62-1}$	100	0,00824	0,03760	0,00980	1
$L_{63,59-1}$	200	0	0,03860	0	1
$L_{63,64-1}$	200	0,00172	0,02000	0,21600	1
$L_{64,61-1}$	100	0	0,02680	0	1
$L_{38,65-1}$	200	0,00901	0,09860	1,04600	1

Tabla 10.42: Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (3)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{64,65-1}$	200	0,00269	0,03020	0,38000	1
$L_{49,66-1}$	150	0,01800	0,09190	0,02480	1
$L_{49,66-2}$	150	0,01800	0,09190	0,02480	1
$L_{62,66-1}$	100	0,04820	0,21800	0,05780	1
$L_{62,67-1}$	100	0,02580	0,11700	0,03100	1
$L_{65,66-1}$	100	0	0,03700	0	1
$L_{66,67-1}$	100	0,02240	0,10150	0,02682	1
$L_{65,68-1}$	100	0,00138	0,01600	0,63800	1
$L_{47,69-1}$	100	0,08440	0,27780	0,07092	1
$L_{49,69-1}$	100	0,09850	0,32400	0,08280	1
$L_{68,69-1}$	200	0	0,03700	0	1
$L_{69,70-1}$	150	0,03000	0,12700	0,12200	1
$L_{24,70-1}$	100	0,00221	0,41150	0,10198	1
$L_{70,71-1}$	100	0,00882	0,03550	0,00878	1
$L_{24,72-1}$	100	0,04880	0,19600	0,04880	1
$L_{71,72-1}$	100	0,04460	0,18000	0,04444	1
$L_{71,73-1}$	100	0,00866	0,04540	0,01178	1
$L_{70,74-1}$	100	0,04010	0,13230	0,03368	1
$L_{70,75-1}$	100	0,04280	0,14100	0,03600	1
$L_{69,75-1}$	120	0,04050	0,12200	0,12400	1
$L_{74,75-1}$	100	0,01230	0,04060	0,01034	1
$L_{76,77-1}$	100	0,04440	0,14800	0,03680	1
$L_{69,77-1}$	100	0,03090	0,10100	0,10380	1
$L_{75,77-1}$	100	0,06010	0,19990	0,04978	1
$L_{77,78-1}$	100	0,00376	0,01240	0,01264	1
$L_{78,79-1}$	100	0,00546	0,02440	0,00648	1
$L_{77,80-1}$	100	0,01700	0,04850	0,04720	1
$L_{77,80-2}$	100	0,02940	0,10500	0,02280	1
$L_{79,80-1}$	100	0,01560	0,07040	0,01870	1
$L_{68,81-1}$	100	0,00175	0,02020	0,80800	1
$L_{81,80-1}$	100	0	0,03700	0	1
$L_{77,82-1}$	100	0,02980	0,08530	0,08174	1
$L_{82,83-1}$	100	0,01120	0,03665	0,03796	1
$L_{83,84-1}$	100	0,06250	0,13200	0,02580	1
$L_{83,85-1}$	100	0,04300	0,14800	0,03480	1
$L_{84,85-1}$	100	0,03020	0,06410	0,01234	1
$L_{85,86-1}$	100	0,03500	0,12300	0,02760	1
$L_{86,87-1}$	100	0,02828	0,20740	0,04450	1
$L_{85,88-1}$	100	0,02000	0,10200	0,02760	1
$L_{85,89-1}$	100	0,02390	0,17300	0,04700	1
$L_{88,89-1}$	100	0,01390	0,07120	0,01934	1
$L_{89,90-1}$	100	0,05180	0,18800	0,05280	1
$L_{89,90-2}$	120	0,02380	0,09970	0,10600	1
$L_{90,91-1}$	100	0,02540	0,08360	0,02140	1
$L_{89,92-1}$	170	0,00990	0,05050	0,05480	1

Tabla 10.43: Líneas de transmisión existentes para la planificación y predespacho del sistema IEEE de 118 barras (4)

Línea $f - t$	$S_{ij}^M$ [MVA]	$R_{ij}$ [pu]	$X_{ij}$ [pu]	$B_{ij}^s$ [pu]	Tap [-]
$L_{89,92-2}$	170	0,03930	0,15810	0,04140	1
$L_{91,92-1}$	100	0,03870	0,12720	0,03268	1
$L_{92,93-1}$	100	0,02580	0,08480	0,02180	1
$L_{92,94-1}$	100	0,04810	0,15800	0,04060	1
$L_{93,94-1}$	100	0,02230	0,07320	0,01876	1
$L_{94,95-1}$	100	0,01320	0,04340	0,01110	1
$L_{80,96-1}$	100	0,03560	0,18200	0,04940	1
$L_{82,96-1}$	100	0,01620	0,05300	0,05440	1
$L_{94,96-1}$	100	0,02690	0,08690	0,02300	1
$L_{80,97-1}$	100	0,01830	0,09340	0,02540	1
$L_{80,98-1}$	100	0,02380	0,10800	0,02860	1
$L_{80,99-1}$	100	0,04540	0,20600	0,05460	1
$L_{92,100-1}$	100	0,06480	0,29500	0,04720	1
$L_{94,100-1}$	100	0,01780	0,05800	0,06040	1
$L_{95,96-1}$	100	0,01710	0,05470	0,01474	1
$L_{96,97-1}$	100	0,01730	0,08850	0,02400	1
$L_{98,100-1}$	100	0,03970	0,17900	0,04760	1
$L_{99,100-1}$	100	0,01800	0,08130	0,02160	1
$L_{100,101-1}$	100	0,02770	0,12620	0,03280	1
$L_{92,102-1}$	100	0,01230	0,05590	0,01464	1
$L_{101,102-1}$	100	0,02460	0,11200	0,02940	1
$L_{100,103-1}$	100	0,01600	0,05250	0,05360	1
$L_{100,104-1}$	100	0,04510	0,20400	0,05410	1
$L_{103,104-1}$	100	0,04660	0,15840	0,04070	1
$L_{103,105-1}$	100	0,05350	0,16250	0,04080	1
$L_{100,106-1}$	100	0,06050	0,22900	0,06200	1
$L_{104,105-1}$	100	0,00994	0,03780	0,00986	1
$L_{105,106-1}$	100	0,01400	0,05470	0,01434	1
$L_{105,107-1}$	100	0,05300	0,18300	0,04720	1
$L_{105,108-1}$	100	0,02610	0,07030	0,01844	1
$L_{106,107-1}$	100	0,05300	0,18300	0,04720	1
$L_{108,109-1}$	100	0,01050	0,02880	0,00760	1
$L_{103,110-1}$	100	0,03906	0,18130	0,04610	1
$L_{109,110-1}$	100	0,02780	0,07620	0,02020	1
$L_{110,111-1}$	100	0,02200	0,07550	0,02000	1
$L_{110,112-1}$	100	0,02470	0,06400	0,06200	1
$L_{17,113-1}$	100	0,00913	0,03010	0,00768	1
$L_{32,113-1}$	100	0,06150	0,20300	0,05180	1
$L_{32,114-1}$	100	0,01350	0,06120	0,01628	1
$L_{27,115-1}$	100	0,01640	0,07410	0,01972	1
$L_{114,115-1}$	100	0,00230	0,01040	0,00276	1
$L_{68,116-1}$	250	0,00034	0,00405	0,16400	1
$L_{12,117-1}$	100	0,03290	0,14000	0,03580	1
$L_{75,118-1}$	100	0,01450	0,04810	0,01198	1
$L_{76,118-1}$	100	0,01640	0,05440	0,01356	1