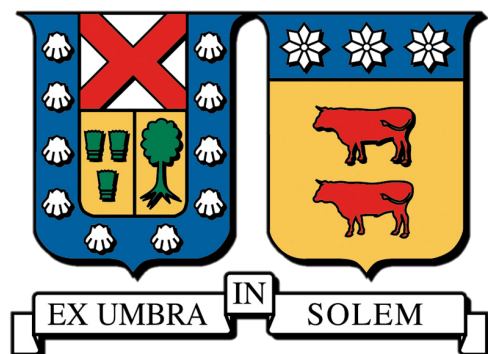


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS, METALURGIA Y MATERIALES



ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE RELAVES MINEROS A TRAVÉS DE MEDIOS POROSOS

DIEGO NICOLÁS TEJO MUÑOZ

TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS Y MAGÍSTER EN
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA METALÚRGICA

Profesor Guía: Dr. Sergio Palma

Comisión: Dra. Belén Barraza

Dra. Francisca San Martín

Dr. Juvenal Letelier



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Análisis del comportamiento de relaves mineros a través de medios porosos

Nombre del candidato(a): Diego Nicolás Tejo Muñoz

Carrera / Grado: Ingeniería Civil de Minas / Magíster en Ciencias de la Ingeniería Metalúrgica

Campus: San Joaquín, Santiago. **Departamento:** Departamento de Ingeniería de Minas, Metalurgia y Materiales

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Sergio Palma Moya, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente

DEJO CONSTANCIA que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 01/12/2025

Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 01/12/2025

Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Resumen

La gestión segura de los relaves mineros constituye uno de los principales desafíos de la industria minera de la actualidad. Los sistemas de contención, como tranques y depósitos, presentan riesgos inherentes de rotura que pueden generar derrames con consecuencias ambientales catastróficas, siendo la infiltración en el subsuelo uno de los más críticos. Debido a su naturaleza, los relaves mineros no se comportan como fluidos newtonianos, sino que presentan características reológicas complejas que dificultan predecir su movilidad mediante modelos tradicionales de filtración en medios porosos. Este aspecto hace necesario el desarrollo de modelos que integren tanto las propiedades del fluido como la geometría del medio de transporte.

En este contexto, la presente investigación propone un modelo adimensional para la caracterización del flujo de relaves mineros a través de medios porosos, construido a partir de simulaciones computacionales realizadas en el software COMSOL Multiphysics. Se consideró el modelo reológico de Herschel-Bulkley, con parámetros definidos a partir de investigaciones previas, los cuales fueron variados en conjunto con la geometría de simulación con el fin de determinar su influencia sobre la presión y la velocidad interna del medio poroso.

En paralelo, se realizaron experimentos de infiltración por gravedad en medios porosos, utilizando suspensiones de maicena como fluido no newtoniano de referencia, con el objetivo de generar datos experimentales que permitieran contrastar y validar la aplicabilidad del modelo propuesto en sistemas más complejos.

Los resultados confirmaron que el modelo propuesto describe de forma coherente la interacción entre las propiedades reológicas de los relaves y la geometría del medio poroso, permitiendo extender su aplicabilidad tanto a configuraciones bidimensional como tridimensional. En conjunto, el modelo entrega una herramienta robusta para el estudio y la predicción del comportamiento de estos fluidos complejos en medios porosos, contribuyendo a reducir la dependencia de parámetros estrictamente empíricos y facilitando el diseño, evaluación y optimización de procesos asociados a infiltración, transporte y contención de relaves y otras suspensiones complejas.

Abstract

The safe management of mine tailings is one of the main challenges currently facing the mining industry. Containment systems, such as dams, carry inherent risks of failure that can lead to spills with catastrophic environmental consequences, with subsurface infiltration being one of the most critical. Due to their nature, mine tailings do not behave as Newtonian fluids; instead, they exhibit complex rheological characteristics that make it difficult to predict their mobility using traditional porous media filtration models. This requires the development of models that integrate both the fluid properties and the geometry of the transport medium.

In this context, the present research proposes a dimensionless model for characterizing the flow of mine tailings through porous media, developed from computational simulations performed using COMSOL Multiphysics software. The Herschel-Bulkley rheological model was considered, with parameters defined based on previous studies. These parameters were varied along with the simulation geometry to determine their influence on pressure and internal velocity within the porous medium.

In parallel, gravity-driven infiltration experiments were conducted in porous media using corn-starch suspensions as a reference non-Newtonian fluid, with the aim of generating experimental data to compare and validate the applicability of the proposed model in more complex systems.

The results confirmed that the proposed model consistently describes the interaction between the rheological properties of tailings and the geometry of the porous medium, allowing its applicability to be extended to both two-dimensional and three-dimensional configurations. Overall, the model provides a robust tool for studying and predicting the behavior of these complex fluids in porous media, helping to reduce reliance on strictly empirical parameters and facilitating the design, evaluation, and optimization of processes related to infiltration, transport, and containment of tailings and other complex suspensions.

Agradecimientos

Deseo dedicarle esta tesis y agradecerle a mi mamá, nada de esto hubiera sido posible sin ti, todo lo que soy y todo lo que he logrado a lo largo de mi vida es gracias a ti, tu fortaleza, tu esfuerzo, tus enseñanzas y, sobre todo, al amor, la confianza y el apoyo incondicional que me entregas todos los días. Eres y siempre serás la mejor persona, la mejor mujer y la mejor madre que he conocido y conoceré. Siempre estaré agradecido por todo lo que has hecho por mí y siempre estaré agradecido y honrado por llevar tu apellido y poder decir que soy tu hijo. Te amo infinito mamá.

Agradezco a mi hermano, que siempre ha creído en mí y siempre me da ánimos. Cada día quedo impresionado con lo brillante que eres, el gran corazón que tienes y me siento orgulloso de ser tu hermano mayor y verte crecer. Le agradezco a mi papá, gracias por tus enseñanzas y tu apoyo, gracias por mostrarme Star Wars cuando era un niño y compartir conmigo ese mundo que marcó mi infancia, pero sobre todo, gracias por enseñarme la importancia de querer y cuidar a la familia.

Le agradezco a mi compañera de viaje, quien estuvo a mi lado en la aventura más grande que he vivido, en la que pude crear recuerdos inolvidables y conocer lugares maravillosos. Gracias por todas las risas y momentos compartidos hasta el día de hoy, y especialmente por brindarme un hogar en el que me sentí seguro y en paz cuando estaba lejos del mío.

Agradezco a mi amigos, por siempre estar presentes, acompañándome en los buenos y malos momentos. Gracias por alegrar mis días con su compañía, por sacarme sonrisas cuando más lo necesitaba y por entregarme apoyo y consejo a lo largo de este camino. Espero poder hacer por ustedes, lo que ustedes han hecho por mi. Los quiero mucho a todos.

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a mi profesor guía por las oportunidades que me brindó desde mis primeras experiencias en su laboratorio, por sus enseñanzas y por motivarme a superar mis propios límites. Agradezco especialmente su apoyo en la gestión de mi pasantía en el extranjero, la cual significó un hito fundamental en mi formación. Asimismo, agradezco al Dr. Baptiste Darbois-TeXier por la oportunidad de realizar dicha pasantía y por el cálido recibimiento en su laboratorio, experiencia que enriqueció de manera invaluable mi desarrollo académico y personal.

Tabla de Contenidos

1	Introducción	1
1.1	Hipótesis	2
1.2	Objetivo General	2
1.3	Objetivos Específicos	2
1.4	Alcances	3
2	Marco Teórico	4
2.1	Fluidos	4
2.1.1	Fluidos newtonianos	4
2.1.2	Fluidos no newtonianos	5
2.1.3	Fluido de Bingham	5
2.1.4	Fluido de Herschel - Bulkley	6
2.2	Reología de relaves mineros	6
2.3	Medios porosos	8
2.3.1	Porosidad	8
2.3.2	Permeabilidad intrínseca del medio k	8
2.3.3	Conductividad hidráulica K	9
2.3.4	Determinación Experimental de la conductividad hidráulica K	9
2.4	Flujo en medios porosos	11
2.4.1	Ley de Darcy	11
2.4.2	Ecuación de Ergun	12
2.5	Dinámica de fluidos computacional (CFD)	13
2.5.1	Preprocesamiento	13
2.5.2	Resolución numérica	14
2.5.3	Posprocesamiento	14
2.6	Teorema π de Buckingham	14
2.6.1	Identificación de variables relevantes	15
2.6.2	Determinación de dimensiones fundamentales	15
2.6.3	Construcción de los grupos adimensionales Π	15

2.6.4	Obtención de la relación funcional reducida	16
2.7	Estado del arte	16
2.7.1	Chevalier et al. 2013	16
2.7.2	Chevalier et al. 2014	18
3	Metodología	20
3.1	Simulaciones computacionales	20
3.1.1	Geometrías de simulación	20
3.1.2	Mallado	22
3.1.3	Ecuaciones gobernantes	22
3.1.4	Condiciones de frontera	24
3.1.5	Puntos de medición	24
3.1.6	Fluidos a simular	25
3.1.7	Simulaciones realizadas	26
3.1.8	Modelo propuesto	27
3.2	Experimentos de laboratorio	29
3.2.1	Montaje experimental	29
3.2.2	Fluido utilizado: Mezcla de maicena y agua	29
3.2.3	Medio poroso	30
3.2.4	Volumen de fluido	30
3.2.5	Presión hidrostática	30
3.2.6	Procedimiento Experimental	31
4	Resultados y Análisis	33
4.1	Simulaciones computacionales	33
4.2	Simulaciones newtonianas	34
4.3	Simulaciones no newtonianas	36
4.3.1	Variación de τ_0	36
4.3.2	Variación de K	39
4.3.3	Variación de n	40
4.3.4	Comparación con fluido newtoniano	43
4.3.5	Variación del medio	45
4.3.6	Comparación Chevalier et al. 2013	48
4.4	Modelo propuesto	51
4.4.1	Análisis del efecto de cifras significativas en el ajuste del modelo	56
4.4.2	Utilidad y alcances del modelo propuesto	57
4.5	Experimentos de laboratorio	57
4.5.1	Mezcla de maicena y agua a una concentración en peso = 35, 40 y 45%	57

4.5.2	Mezcla de maicena y agua a una concentración en peso = 60% (variación de volumen infiltrado)	59
4.5.3	Mezcla de maicena y agua a una concentración en peso = 60% (variación del tamaño de partículas)	61
4.5.4	Aplicación de modelo propuesto	63
5	Conclusiones y Recomendaciones	65
5.1	Conclusiones	65
5.2	Recomendaciones	67
6	Anexos	72
6.1	Simulaciones computacionales	72
6.2	Variación de τ_0 , K y n	75
6.3	Comparación con simulaciones newtonianas	78
6.4	Variación del medio (simulaciones no newtonianas)	79
6.5	Análisis dimensional	82
6.6	Resultados experimentales	84

Lista de Figuras

2.1	Reograma de los distintos tipos de fluidos (White, 2016)(Herschel and Bulkley, 1926)	6
2.2	Diagrama de un medio poroso (Vafai, 2015).	8
2.3	Experimento de cabeza constante (Das and Sobhan, 2018)	10
2.4	Experimento de cabeza descendente (Das and Sobhan, 2018)	11
2.5	Experimento de columna de Darcy (Bear and Cheng, 2010)	12
2.6	Experimento de inyección de fluido en medio poroso de Chevalier et al. 2013 (T.Chevalier et al., 2013)	17
2.7	Curva de flujo para fluido no newtoniano Carbopol (T.Chevalier et al., 2013)	17
2.8	Curva de flujo para fluido no newtoniano emulsiones (T.Chevalier et al., 2013)	18
2.9	Función distribución en base a la velocidad escalada por la velocidad promedio dentro de los poros (las formas corresponden a datos obtenidos de diferentes literaturas con diferentes velocidades y diámetros de partículas)(T.Chevalier et al., 2014)	19
3.1	Geometría 1 y parámetros ($R = 5 \text{ mm}$)	21
3.2	Mallado de geometría 3 ($R = 4 \text{ mm}$)	23
3.3	Puntos de medición en geometrías	25
3.4	Esquema de experimento	32
4.1	Campos de presión en Pa (a) y velocidad en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (b) con $V_{in} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ y $R = 4 \text{ mm}$	34
4.2	Simulaciones newtonianas (glicerina)	36
4.3	Gráfico ΔP vs V_{in} (variación τ_0)	38
4.4	Gráfico V_{max} vs ΔP (variación τ_0)	38
4.5	Gráfico ΔP vs V_{in} (variación K)	39
4.6	Gráfico V_{max} vs ΔP (variación K)	40
4.7	Gráfico ΔP vs V_{in} (variación n)	42
4.8	Gráfico V_{max} vs ΔP (variación n)	43
4.9	Diferencia porcentual entre simulaciones no newtonianas (variación de τ_0) y newtonianas	44
4.10	Gráfico ΔP vs V_{in} (variación de geometría)	45
4.11	Gráfico V_{max} vs ΔP (variación de geometría)	48

4.12	Relación entre grupos adimensionales Π_1 y Π_2	52
4.13	Relación entre grupos adimensionales Π_1 y Π_3	53
4.14	Relación entre grupos adimensionales Π_1 y Π_4	53
4.15	Relación entre Π_1 y combinación de grupos adimensionales ajustados	55
4.16	Experimentos newtonianos (variación en la concentración)	58
4.17	Experimentos no newtonianos (variación del volumen infiltrado)	60
4.18	Variación porcentual de presión (P) y flujo másico respecto a $Vol = 25$ ml	60
4.19	Experimentos no newtonianos (variación del tamaño de partículas)	62
4.20	Variación porcentual de presión (P) y flujo másico respecto a $Dp = 1$ mm	62
4.21	Evaluación de los experimentos en el modelo propuesto	63
6.1	Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$ y $R = 4$ mm	72
6.2	Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 0.4 \frac{m}{s}$ y $R = 4$ mm	73
6.3	Campos de presión(a.) y velocidad(b) con $V_{in} = 0.7 \frac{m}{s}$ y $R = 4$ mm	73
6.4	Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ y $R = 5$ mm	74
6.5	Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ y $R = 4.5$ mm	74
6.6	Variación porcentual de ΔP con respecto a $\tau_0 = 100$ Pa.	75
6.7	Variación porcentual de ΔP con respecto a $K = 0.4$ Pa·s ⁿ	75
6.8	Variación porcentual de ΔP con respecto a $n = 0.4$	76
6.9	Diferencia porcentual entre simulaciones no newtonianas (variación de K) y newtonianas	78
6.10	Diferencia porcentual entre simulaciones no newtonianas (variación de n) y newtonianas	78
6.11	Gráfico ΔP vs V_{in} (variación de geometría y K)	79
6.12	Gráfico ΔP vs V_{in} (variación de geometría y n)	79
6.13	Gráfico V_{max} vs ΔP (variación de geometría y K)	81
6.14	Gráfico V_{max} vs ΔP (variación de geometría y n)	82
6.15	Promedio de experimentos no newtonianos (variación del volumen infiltrado)	84
6.16	Promedio de experimentos no newtonianos (variación del diámetro de partícula)	84

Lista de Tablas

3.1	Características de las geometrías de simulación	21
3.2	Condiciones de frontera simulaciones	24
3.3	Propiedades físicas de la glicerina	25
3.4	Propiedades físicas del relave	26
3.5	Parámetros de simulaciones no newtonianas	26
3.6	Viscosidades de mezcla para diferentes concentraciones de maicena	30
4.1	Variación porcentual de ΔP entre geometrías	35
4.2	Variación porcentual para diferentes valores de τ_0 con respecto a la geometría 1 (G1).	46
4.3	Calculo de ΔP utilizando el modelo Chevalier et al. (2013).	49
4.4	Resultados de ΔP obtenidos de las simulaciones en COMSOL.	50
4.5	Variación porcentual respecto al modelo de Chevalier et al. 2013	50
4.6	Ajuste de coeficientes del modelo físico	54
4.7	Comparación de los indicadores estadísticos obtenidos al modificar la cantidad de cifras significativas en los coeficientes del modelo adimensional.	56
6.1	Variación porcentual de V_{max} con respecto a $K = 0.4 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$	76
6.2	Variación porcentual de V_{max} respecto a $n = 0.4$	77
6.3	Variación porcentual para diferentes valores de n con respecto a la geometría 1 (G1) ($\tau_0 = 500 \text{ Pa}$).	80
6.4	Variación porcentual para diferentes valores de K con respecto a la geometría 1 (G1) ($\tau_0 = 500 \text{ Pa}$).	81
6.5	Variables consideraras y sus dimensiones físicas	82
6.6	Variación experimental respecto al promedio (Vol = 25 ml)	85
6.7	Variación experimental respecto al promedio (Vol = 20 ml)	85
6.8	Variación experimental respecto al promedio (Vol = 15 ml)	85
6.9	Variación experimental respecto al promedio (Dp = 3 mm)	85
6.10	Variación experimental respecto al promedio (Dp = 4 mm)	85

Capítulo 1

Introducción

La gestión segura y eficiente de los relaves mineros constituye uno de los principales desafíos para la industria minera chilena y mundial. El incremento sostenido en la demanda global de metales como el cobre, ha impulsado un aumento en la producción y, en consecuencia, en la generación de relaves los cuales corresponden a los residuos resultantes del procesamiento de minerales mediante operaciones de chancado, molienda y flotación (Minero, 2022). Estos relaves son comúnmente transportados en forma de pulpas a través de extensos sistemas de tuberías hacia depósitos o tranques, cuya función es almacenar de manera segura los desechos y mitigar su impacto ambiental (ICMM, 2020).

En Chile existen actualmente 795 tranques registrados, de los cuales 128 se encuentran activos, 475 abandonados y el resto en estado de revisión o construcción (SERNAGEOMIN, 2023). Esta cifra sitúa al país como el tercer mayor generador de relaves a nivel mundial, resaltando la relevancia de desarrollar estrategias de manejo más seguras y sostenibles. No obstante, la gestión de relaves enfrenta dos problemáticas críticas: Siendo la primera la rotura de las tuberías de transporte y segundo la falla de los tranques de contención (Azam and Li, 2010). Ambos eventos pueden desencadenar derrames masivos, generando la infiltración de relaves en el subsuelo, con potenciales consecuencias ambientales devastadoras, tales como la contaminación de aguas subterráneas y riesgos severos para la salud pública.

Desde el punto de vista físico, los relaves mineros se caracterizan por ser suspensiones de partículas sólidas en agua cuyo comportamiento reológico se aleja de la descripción de un fluido newtoniano. Diversos estudios han demostrado que estos materiales se comportan como fluidos no newtonianos, en particular ajustándose al modelo de Herschel-Bulkley (Sharma and Goel, 2022) (Wang et al., 2023), que combina un esfuerzo de fluencia con propiedades pseudoplásticas o dilatantes (Coussot, 2014). Este comportamiento implica que la viscosidad efectiva del fluido varía con la tasa de corte y el esfuerzo cortante, dificultando la aplicación directa de modelos clásicos de filtración como la

Ley de Darcy, los cuales fueron originalmente formulados para fluidos newtonianos. A pesar de los avances teóricos, aún existe la necesidad de establecer relaciones generalizadas que permitan caracterizar el transporte de estos fluidos en medios porosos, considerando tanto la geometría del medio como las propiedades reológicas del fluido, ya que los modelos propuestos en la literatura dependen de parámetros empíricos ajustados a condiciones específicas de cada estudio, restringiendo su aplicabilidad para distintos tipos de fluidos o configuraciones geométricas (T.Chevalier et al., 2013)(T.Chevalier et al., 2014).

El presente trabajo se enmarca dentro de esa problemática y busca abordar la brecha existente entre las leyes de transporte en medios porosos y el comportamiento de los relaves mineros. Para ello, se realizarán simulaciones computacionales que permitan analizar la interacción entre parámetros reológicos y geométricos en el flujo a través de medios porosos, contribuyendo a la formulación de un modelo físico que describa el fenómeno observado.

1.1 Hipótesis

Dada la naturaleza no newtoniana de los relaves mineros, representables mediante el modelo reológico de Herschel–Bulkley, se postula que, bajo condiciones de flujo constante y comparables, la caída de presión en un medio poroso saturado será menor que la registrada para fluidos newtonianos. Asimismo, se espera que la relación entre caída de presión y velocidad de infiltración muestre un comportamiento no lineal, diferenciándose del descrito por la Ley de Darcy.

1.2 Objetivo General

- Estudiar el comportamiento de los relaves mineros al fluir a través de medios porosos considerando dos perspectivas complementarias: (i) mediante simulaciones computacionales bajo condiciones de flujo constante, y (ii) a través de experimentos de laboratorio que reproduzcan el flujo natural inducido por la acción de la gravedad.

1.3 Objetivos Específicos

- Analizar el efecto de los parámetros reológicos del relave (fluido no newtoniano) sobre el flujo en medios porosos bajo condiciones de flujo constante.
- Examinar el efecto de la concentración de sólidos y del volumen de fluido infiltrado en la dinámica del flujo a través de medios porosos cuando este es impulsado por gravedad (flujo natural)

- Evaluar la influencia de las características geométricas del medio poroso en el comportamiento del flujo.
- Proponer un modelo físico que permita describir y explicar el fenómeno observado.

1.4 Alcances

- El presente estudio considera la modelación computacional del flujo a través de medios porosos utilizando CFD como herramienta principal para evaluar la influencia de los parámetros reológicos y geométricos del sistema.
- El comportamiento no newtoniano de los relaves se representa mediante la ley constitutiva de Herschel–Bulkley, con parámetros reológicos definidos a partir de datos de literatura y estudios previos.
- Para reproducir el comportamiento de un fluido constituido por partículas en suspensión, se utilizarán mezclas de maicena más agua a distintas concentraciones, seleccionada por su capacidad de emular propiedades no newtonianas y gran disponibilidad.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Fluidos

En el marco de la mecánica de medios continuos, los fluidos se definen como sustancias que se deforman de manera continua bajo la acción de esfuerzos cortantes, independientemente de la magnitud de estos. A diferencia de los sólidos, que poseen un módulo de elasticidad que les permite resistir deformaciones y recuperar su forma original, los fluidos carecen de rigidez al corte, lo que implica que no pueden mantener una forma fija y que su estado, en reposo o en movimiento, está regido por las leyes de la dinámica y la estática de fluidos (Batchelor, 2000).

En términos generales, los fluidos se dividen en dos categorías principales: líquidos y gases. Ambos comparten la capacidad de fluir y adaptarse al contorno del recipiente que los contiene, aunque difieren en propiedades fundamentales como la compresibilidad, la densidad y la respuesta frente a variaciones de presión y temperatura (White, 2016).

Desde una perspectiva reológica, la clasificación de los fluidos se establece a partir de la relación entre el esfuerzo cortante aplicado y la tasa de corte. Bajo este criterio, se distinguen dos grupos principales: los fluidos newtonianos y los fluidos no newtonianos (Bird et al., 2002).

2.1.1 Fluidos newtonianos

Los fluidos newtonianos se caracterizan por presentar una relación proporcional entre el esfuerzo cortante, τ , y la tasa de corte $\frac{du}{dy}$, también denotada como $\dot{\gamma}$. Esta relación puede expresarse de manera general como:

$$\tau_{xy} \propto \frac{du}{dy} \quad (2.1)$$

Donde la constante de proporcionalidad corresponde a la viscosidad dinámica μ , obteniéndose la ecuación 2.2:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} = \mu \dot{\gamma} \quad (2.2)$$

En la Figura 2.1 se observa que la curva correspondiente al gráfico de esfuerzo cortante en función de la tasa de corte presenta un comportamiento lineal, cuya pendiente representa la viscosidad dinámica constante del fluido. Cabe destacar que esta propiedad depende de la temperatura: en los líquidos, la viscosidad μ disminuye al aumentar la temperatura, mientras que en los gases ocurre el efecto contrario, es decir, la viscosidad tiende a incrementarse (Chin, 2017)(Bird et al., 2002).

2.1.2 Fluidos no newtonianos

Estos fluidos, a comparación de los newtonianos, no tienen una relación proporcional entre el esfuerzo de corte τ y la velocidad de corte $\dot{\gamma}$. La relación típica para fluidos no newtonianos entre el esfuerzo de corte y la tasa de corte se rige por el modelo de ley de potencia:

$$\tau = K(\dot{\gamma})^n \quad (2.3)$$

Donde K corresponde al índice de consistencia y n es el índice de ley de potencia o también llamado índice de comportamiento de flujo. La ecuación 2.3 se puede reducir a la relación de fluidos newtonianos cuando $K = \mu$ y $n = 1$. Para asegurar que el signo de τ_{xy} sea el mismo que la tasa corte, la ecuación 2.3 se escribe de la siguiente manera:

$$\tau_{xy} = K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} = \mu_{apa} \frac{du}{dy} \quad (2.4)$$

Donde la sección $K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1}$ corresponde a la viscosidad aparente, cuya diferencia a la viscosidad dinámica en los fluidos newtonianos es que mientras μ es constante, μ_{apa} depende de la tasa de corte. En fluidos cuya viscosidad aparente aumenta a medida que la tasa de corte aumenta, es decir, cuando $n > 1$ son llamados fluidos dilatantes. Los fluidos donde la viscosidad de este disminuye al aumentar la tasa de corte, es decir $n < 1$ corresponden a fluidos pseudoplásticos (Chin, 2017)(White, 2016)(Chhabra and Richardson, 2008). Las curvas generadas por estos fluidos se pueden observar en la Figura 2.1.

2.1.3 Fluido de Bingham

Corresponden a fluidos con la característica de que solo fluirán cuando se supere un umbral de esfuerzo de corte mínimo, el cual es llamado esfuerzo de fluencia τ_0 (medido en Pa). Al superar dicho umbral, el fluido se comportará como un fluido newtoniano donde la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de corte será lineal, en caso contrario, si el umbral no es superado el fluido se

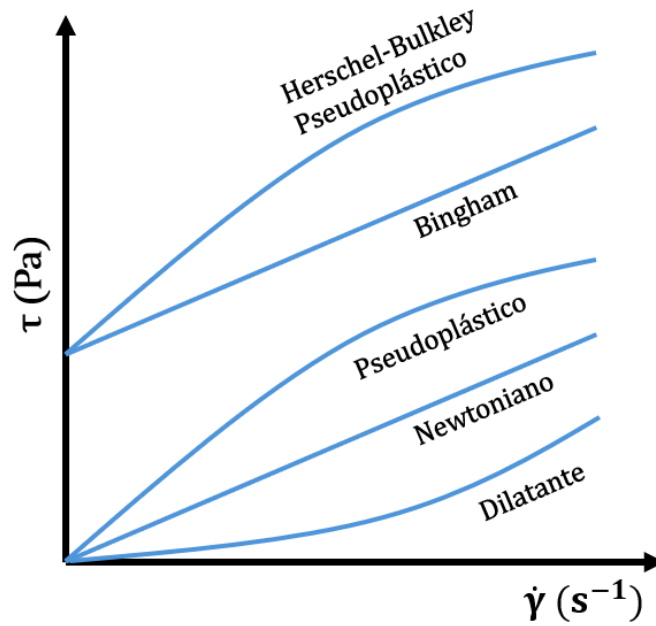


Figura 2.1: Reograma de los distintos tipos de fluidos (White, 2016)(Herschel and Bulkley, 1926)

comportará como un sólido y la tasa de corte será 0. Los fluidos de Bingham se rigen por la siguiente ecuación (Bingham, 1916)(White, 2016)(Chin, 2017):

$$\tau = \tau_0 + \mu\dot{\gamma} \quad (2.5)$$

2.1.4 Fluido de Herschel - Bulkley

Estos fluidos presentan la misma condición de flujo que los fluidos de Bingham, sin embargo, a comparación de los anteriores, al superarse el esfuerzo de fluencia estos no presentarán el comportamiento de un fluido newtoniano, sino que se comportarán como fluidos de ley de potencia (ecuación 2.6), donde como se mencionó en la sección 2.3 si $n > 1$ estos serán fluidos dilatantes de Herschel - Bulkley y si $n < 1$ serán fluidos pseudoplásticos de Herschel - Bulkley. La Figura 2.1 muestra un ejemplo de un fluido de H-B pseudoplástico (Herschel and Bulkley, 1926)(Coussot, 2014).

$$\tau = \tau_0 + K(\dot{\gamma})^n \quad (2.6)$$

2.2 Reología de relaves mineros

La reología de los relaves mineros constituye un aspecto fundamental para comprender su comportamiento durante las etapas de transporte hidráulico, espesamiento, disposición y eventual infiltración en medios porosos. Como se mencionó previamente, los relaves corresponden a suspensiones de partículas sólidas finas en agua, cuyo comportamiento fluido puede abarcar desde el

régimen newtoniano hasta comportamientos no newtonianos complejos (Adiguzela and Bascetina, 2019), incluyendo la presencia de esfuerzo de cedencia, adelgazamiento por cizalla o tixotropía (Boger, 2013) (Coussot, 2014).

En general, a bajas concentraciones de sólidos los relaves tienden a comportarse como fluidos newtonianos. Sin embargo, al aumentar el contenido de sólidos y dependiendo de la distribución granulométrica, aparecen propiedades reológicas más complejas. Destacando el esfuerzo de fluencia (τ_0) y comportamientos pseudoplásticos, de los cuales recordemos que, la viscosidad aparente disminuye a medida que aumenta la tasa de corte. Estas características justifican el uso de modelos constitutivos avanzados, como el modelo de Bingham y el modelo de Herschel-Bulkley, que permiten describir de manera más precisa el comportamiento de suspensiones con esfuerzo de cedencia y dependencia de la viscosidad con la cizalla (Zhang et al., 2023) (Sofrà and Boger, 2011).

Diversos estudios han demostrado la influencia de la concentración de sólidos y la distribución granulométrica sobre las propiedades reológicas de los relaves. Un mayor contenido de sólidos genera un incremento exponencial en la viscosidad (Duan et al., 2021) y el esfuerzo de fluencia, mientras que partículas más finas promueven la floculación, elevando la resistencia al flujo y modificando el régimen de deformación (Sharma and Goel, 2022). En base a esto, Wang et al. 2023 propusieron una teoría denominada doble 30, según la cual los relaves con partículas cercanas a 30 μm y contenidos de material del 30 %, se ajustan adecuadamente al modelo de Herschel-Bulkley, mientras que para tamaños de partículas y concentraciones mayores, el fluido se ve representado de mejor manera por el modelo de Bingham (Wang et al., 2023).

El entendimiento de estas propiedades tiene aplicaciones prácticas directas en la minería, resultando fundamental para las siguientes labores:

- El diseño de transporte hidráulico en tuberías, donde la presión de operación depende de la viscosidad aparente y del esfuerzo de fluencia (Prasad, 2025) (Adiguzela and Bascetina, 2019).
- La optimización de tecnologías de espesamiento y disposición en pasta, cuyo objetivo es mejorar la estabilidad de los depósitos y reducir los riesgos ambientales asociados (Sofrà and Boger, 2011) (Mudd and Boger, 2013).
- La estimación de distancia peligrosa en escenarios de derrame, donde la caracterización reológica de los relaves permite modelar el flujo posterior a la rotura de un tranque de contención (Álvaro Vergara et al., 2022).

En base a lo anterior, y considerando lo propuesto por Vergara et al. (2022) (Álvaro Vergara et al., 2022), en este trabajo se adoptará el modelo de Herschel-Bulkley para describir el comportamiento

reológico del fluido utilizado. Esto permite representar adecuadamente la naturaleza pseudoplástica de los relaves mineros y garantizar una mejor aproximación al fenómeno de infiltración en medios porosos.

2.3 Medios porosos

Un medio poroso dentro de la ciencia de materiales corresponde a un material que está formado por una matriz sólida, la cual puede ser de materia orgánica o inorgánica, que contiene espacios vacíos o poros. Estos poros tienen la capacidad de almacenar diferentes tipos de fluidos, además de permitir el movimiento de estos. Se caracterizan principalmente por su permeabilidad, porosidad y conductividad (Su et al., 2011).

2.3.1 Porosidad

Porosidad ϵ es la fracción del volumen que corresponde a poros o espacios vacíos dentro del medio. A través de estos espacios porosos se facilita el movimiento de gases y fluidos en el suelo (Sparks, 2019). Como corresponde a una fracción de volumen este valor puede ir variando desde 0 a 1, sin embargo, los valores típicos de porosidad circulan entre los 0.3 a 0.7 (Nimmo, 2013).

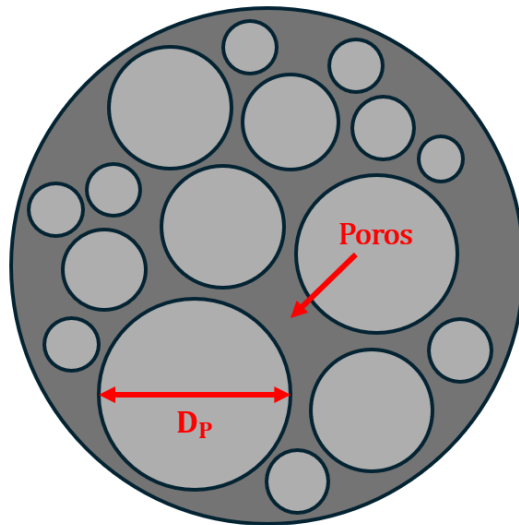


Figura 2.2: Diagrama de un medio poroso (Vafai, 2015).

2.3.2 Permeabilidad intrínseca del medio k

Corresponde a la capacidad de un medio poroso para transmitir un fluido, esta característica es independiente de las propiedades del fluido y únicamente depende de las variables geométricas del medio, correspondientes al diámetro de partículas (D_p) y la porosidad (ϵ). La ecuación para

determinar k se le conoce como la ecuación de Kozeny-Carman (ecuación 2.7), la cual nos entrega los valores de la permeabilidad del medio en metros al cuadrado (m^2) (Nield and Bejan, 2013).

$$k = \frac{Dp^2\epsilon^3}{180(1 - \epsilon)^2} \quad (2.7)$$

Su validez se restringe a medios homogéneos, isotrópicos y con partículas aproximadamente esféricas, típicamente dentro de un rango de porosidad entre 0,3 y 0,6. Por tanto, en medios donde se presentan irregularidades geométricas, heterogeneidad en el tamaño de partículas o anisotropía estructural, la predicción de la permeabilidad mediante este modelo puede presentar desviaciones significativas respecto de los valores experimentales (Bird et al., 2002)(Poirier and Geiger, 2016).

2.3.3 Conductividad hidráulica K

Describe la facilidad con la que un fluido atravesará el medio poroso. La conductividad hidráulica dependerá de la densidad, la viscosidad del fluido y la permeabilidad del medio, esta relación existente entre K , el fluido infiltrado y el medio se presenta en la ecuación 2.8, siendo sus unidades correspondientes metros por segundo ($\frac{m}{s}$) (Bear and Cheng, 2010).

$$K = \frac{\rho g k}{\mu} \quad (2.8)$$

Donde ρ corresponde a la densidad del fluido, g la aceleración de gravedad, μ la viscosidad dinámica y k la permeabilidad del medio.

2.3.4 Determinación Experimental de la conductividad hidráulica K

A continuación, se presentan dos metodologías y experimentos ampliamente utilizados para determinar la conductividad hidráulica K . Estos experimentos funcionan específicamente cuando se trabaja con agua, pero su diseño se utilizará como una guía para la construcción del experimento realizado en este estudio.

Experimento de cabeza constante

En este experimento, el suministro de agua que ingresa y satura el medio poroso está ajustado para que la diferencia de altura se mantenga constante entre la entrada y salida del experimento. El medio poroso utilizado en este ensayo se comprime entre dos rocas porosas, las cuales tienen la función de mantener la forma del medio (Figura 2.3). Existen variaciones de este ensayo que, en vez de rocas, se utilizan mallas de apertura menor al tamaño de las partículas del medio a estudiar (Das and Sobhan, 2018). Para realizar las mediciones en el experimento, primero, el medio debe encontrarse saturado por el agua. Luego de la saturación, se debe formar un flujo constante en

la salida del medio poroso. Posterior a formar este flujo, se recolecta el agua por un periodo de tiempo determinado y se prosigue a determinar su volumen. Para determinar la conductividad hidráulica se debe utilizar la siguiente ecuación (2.11), la cual entregará el valor de K en $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$:

$$K = \frac{QL}{A\Delta ht} \quad (2.9)$$

Donde Q es el volumen de agua recolectado, L corresponde a la altura de la muestra, A al área transversal del material, h corresponde a la diferencia de altura entre la entrada y la salida del medio poroso. Ciertas variaciones de este experimento miden esta diferencia utilizando manómetros, los cuales están conectados en diferentes niveles de la celda de prueba.

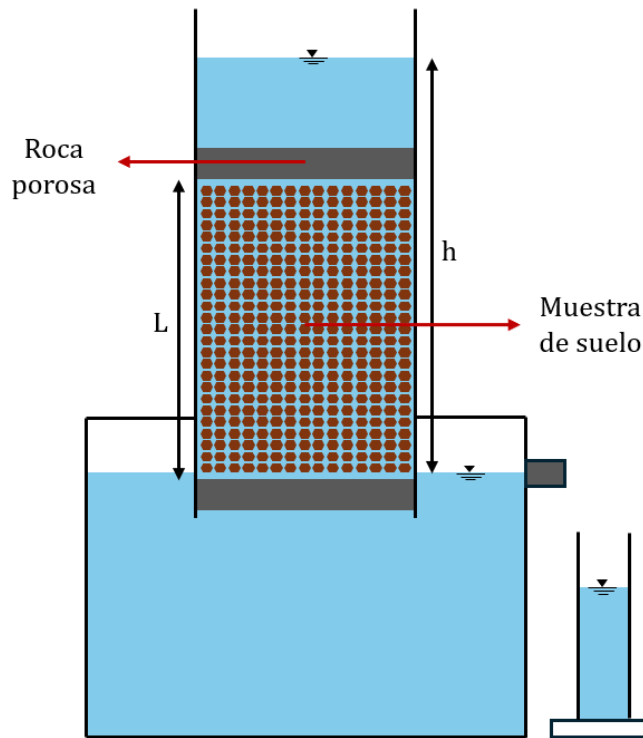


Figura 2.3: Experimento de cabeza constante (Das and Sobhan, 2018)

Experimento cabeza descendente

En este experimento, a comparación del anterior, no se mantiene una altura constante entre la salida y la entrada (Figura 2.4). El medio poroso está formado de la misma manera que el experimento anterior, donde el medio a estudiar se encuentra comprimido entre dos rocas porosas. Las mediciones en este experimento se realizan una vez el material se encuentra completamente saturado, luego de esto, por un periodo de tiempo determinado, se deja salir el agua del medio poroso. Las mediciones por realizar corresponden al nivel de agua de la tubería de inyección h_1 en el tiempo inicial t_0 y nuevamente en h_2 una vez superado el tiempo seleccionado t_1 (Das and Sobhan, 2018). Para determinar la conductividad hidráulica de este experimento se utiliza la

ecuación 2.12, donde el resultado de K es entregado en $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$:

$$K = \frac{aL}{At} \ln \frac{h_1}{h_2} \quad (2.10)$$

En la cual a corresponde al área transversal de la tubería de inyección al medio, A al área transversal de la muestra, L al largo de esta y t corresponde al tiempo en el que se realizó el experimento.

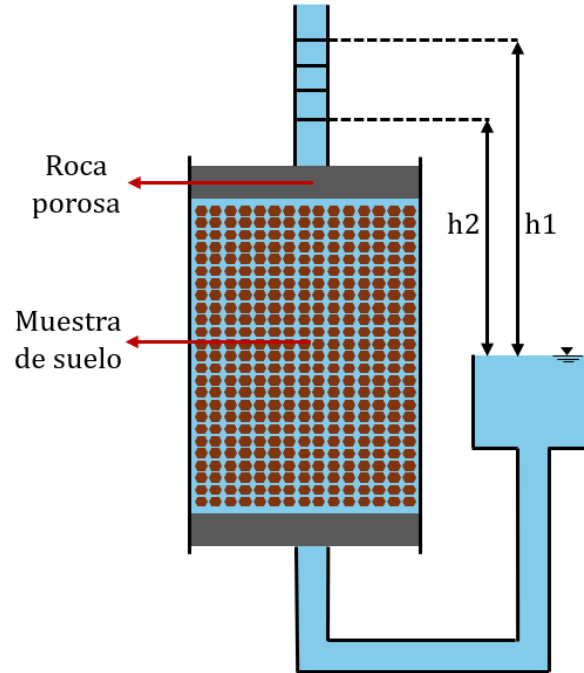


Figura 2.4: Experimento de cabeza descendente (Das and Sobhan, 2018)

2.4 Flujo en medios porosos

2.4.1 Ley de Darcy

Al analizar el comportamiento de los fluidos en medios porosos, una de las leyes fundamentales corresponde a la ley formulada por Henry Darcy en 1856, la cual formuló desde experimentos al analizar el flujo de agua a través de una columna de arena saturada (Figura 2.4). La ecuación obtenida de este experimento corresponde a la ecuación 2.11 o conocida como la ley de Darcy:

$$Q = KA \frac{\Delta h}{L} \quad (2.11)$$

De esta ecuación se obtiene el flujo Q de un fluido dentro de un medio homogéneo de longitud L , con sección transversal A y el cual cuenta con una conductividad hidráulica K . Dentro de este medio se presencia pérdida de carga Δh en función a las velocidades del fluido en los respectivos puntos (Bear and Cheng, 2010).

Al combinar las ecuaciones 2.8 y 2.11 se logra obtener una nueva forma de representar la ley de Darcy:

$$V = k \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (2.12)$$

Un punto a destacar es que esta ley cuenta con diferentes limitantes, las cuales complican su aplicación para sistemas más complejos, siendo estas limitantes que el fluido que fluye a través debe ser newtoniano y que el medio debe estar saturado, ser continuo y homogéneo, causando que la permeabilidad del medio sea constante durante toda la longitud de este. Esta ecuación es válida para flujos con números de Reynolds (Re) bajos, a medida que empieza a subir, en la ecuación de Darcy se generará un cambio presentándose los efectos de la inercia como un término no lineal (J.Comiti et al., 2000).

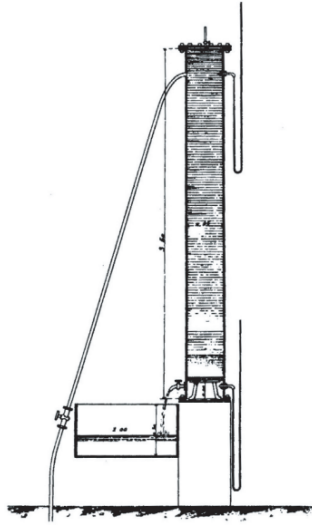


Figura 2.5: Experimento de columna de Darcy (Bear and Cheng, 2010)

2.4.2 Ecuación de Ergun

Otra forma de describir la caída de presión de fluidos newtonianos a través de un medio poroso corresponde a la ecuación empírica de Ergun (ecuación 2.13), el cual combina los efectos de fricción viscosa (termino izquierda) y la inercia del fluido (termino derecha).

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \left(\frac{\mu V_0}{Dp^2} \right) \frac{(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3} + \frac{7}{4} \left(\frac{\rho V_0^2}{Dp} \right) \frac{1 - \epsilon}{\epsilon^3} \quad (2.13)$$

Donde V_0 es la velocidad del fluido en el medio ($\frac{m}{s}$), μ es la viscosidad ($Pa \cdot s$), ρ la densidad del fluido ($\frac{kg}{m^3}$), Dp el diámetro medio de las partículas (m) y ϵ la porosidad del medio. Dependiendo del régimen del fluido dentro del medio poroso, es decir, dependiendo del número de Reynolds con el que se trabaje, esta ecuación se puede reducir de la siguiente manera: Si el régimen es

laminar la ecuación de Ergun se reduce a la ecuación de Blake - Kozeny (término de la izquierda), la cual describe la caída de presión en un medio poroso para un régimen laminar, mientras que si es turbulento la ecuación se reducirá a la ecuación empírica de Burke - Plummer (termino en la derecha)(Bird et al., 2002). Es importante destacar que para el caso de medios porosos, el número de Reynolds se debe modificar obteniéndose un Re_p (ecuación 2.14)(Poirier and Geiger, 2016) cambiando los valores típicos que dividen los régimen laminar y turbulento. Donde los valores para el flujo laminar será de $Re_p < 10$ y el turbulento será para $Re_p > 1000$.

$$Re_p = \left(\frac{DpV_0\rho}{\mu} \right) \left(\frac{1}{1 - \epsilon} \right) \quad (2.14)$$

2.5 Dinámica de fluidos computacional (CFD)

La Dinámica de Fluidos Computacional o CFD corresponde a una rama de la mecánica de fluidos que emplea métodos numéricos y algoritmos computacionales para analizar el comportamiento de los fluidos y los fenómenos asociados, tales como la transferencia de calor, la mezcla de especies, la turbulencia o el transporte de partículas. Su desarrollo se basa en la discretización y resolución numérica de las ecuaciones de Navier–Stokes, las cuales representan la conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía.(Anderson, 1995)(Ferziger et al., 2022).

La CFD se ha consolidado como una herramienta esencial tanto en la investigación científica como en la ingeniería aplicada, permitiendo predecir y visualizar campos de velocidad, presión y esfuerzo cortante en sistemas donde las mediciones experimentales son costosas o difíciles de realizar. En el ámbito minero e industrial, su uso se ha extendido al estudio de flujos no newtonianos, transporte de relaves, mezcla de suspensiones y procesos de sedimentación (Yavuz and Cavdar, 2021)(Javadi et al., 2015).

El proceso de una simulación CFD comprende tres etapas fundamentales:

2.5.1 Preprocesamiento

En esta fase se construye la geometría del dominio de estudio, se define el mallado computacional y se establecen las condiciones de borde o frontera y de operación del problema. El mallado es un paso crítico, ya que la precisión y estabilidad de la solución depende fuertemente de la resolución espacial, el tipo de elementos y su refinamiento, especialmente en regiones donde se presentan altos gradientes de velocidad o presión. Se deben seleccionar adecuadamente el tipo de elementos (triangulares, tetraédricos o hexaédricos), el tamaño local de la celda y el tratamiento de las interfaces sólidas o paredes. Asimismo, se especifican las propiedades físicas del fluido (viscosidad, densidad, etc.) y en el caso de fluidos no newtonianos, se debe especificar su modelo constitutivo

(ley de potencia, Herschel-Bulkley, etc.) (Versteeg and Malalasekera, 2007)(Wendt, 2009).

2.5.2 Resolución numérica

Durante esta etapa se discretizan las ecuaciones de gobernantes mediante un método numérico apropiado, volúmenes finitos, elementos finitos o diferencias finitas. La mayoría de los programas CFD comerciales (ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics, OpenFOAM, etc.) implementan el método de volúmenes finitos, debido a su capacidad para conservar las magnitudes físicas en cada celda del dominio (Patankar, 1980)(Ferziger et al., 2022).

En este proceso se seleccionan los esquemas de interpolación y de integración temporal, se imponen los criterios de convergencia y se aplica un algoritmo iterativo (como SIMPLE, PISO o GMRES) hasta alcanzar la estabilidad numérica del sistema. Los criterios de convergencia se evalúan mediante los residuos normalizados, que deben alcanzar valores suficientemente pequeños para garantizar la validez de la solución (Tu et al., 2019).

2.5.3 Posprocesamiento

La ultima fase corresponde a la visualización análisis e interpretación de los resultados obtenidos. Se utilizan herramientas gráficas y de análisis (Paraview, MATLAB, Python o Microsoft Excel) para examinar los campos de velocidad, presión, temperatura, esfuerzos de corte y vorticidad. Esta etapa es crucial para comprender los patrones de flujo, validar los resultados con datos experimentales o analíticos y extraer información relevante para el diseño o la optimización del sistema. De esta forma, el ciclo completo de una simulación CFD permite no solo reproducir el fenómeno físico de interés, sino también analizar su sensibilidad frente a distintos parámetros geométricos, de operación o de reología del fluido (Ferziger et al., 2022)(Tu et al., 2019).

2.6 Teorema π de Buckingham

El análisis dimensional constituye una herramienta esencial en la ingeniería y las ciencias aplicadas, ya que permite estudiar la influencia relativa de múltiples variables físicas en un fenómeno, reduciendo su complejidad mediante la formación de combinaciones adimensionales.

Dentro de este marco, el teorema π de Buckingham (Buckingham, 1914) establece que si un fenómeno físico depende de n variables dimensionalmente independientes que involucran k dimensiones fundamentales (por ejemplo, masa M , longitud L , tiempo T), entonces dicho fenómeno puede expresarse en términos de $n - k$ grupos adimensionales o números Π . Estos grupos encapsulan las relaciones físicas subyacentes, permitiendo generalizar resultados experimentales y

modelaciones numéricas a sistemas de distinta escala sin necesidad de repetir ensayos o simulaciones bajo cada condición.

2.6.1 Identificación de variables relevantes

El primer paso consiste en identificar todas las variables físicas que describen el fenómeno, estas pueden incluir propiedades del fluido (densidad, viscosidad, esfuerzo de fluencia), variables geométricas (longitudes características, diámetros de partícula, porosidad), y condiciones de operación (velocidad, presión, gravedad). Cada variable debe representar un aspecto físico independiente, evitando redundancias que reduzcan el rango de análisis (Fox et al., 2011).

2.6.2 Determinación de dimensiones fundamentales

Cada variable se expresa en términos de dimensiones primarias (M: masa, L: longitud, T: tiempo, Θ : temperatura, entre otras). El número de dimensiones fundamentales k permite establecer la base del sistema de referencia dimensional (Panton, 2013).

2.6.3 Construcción de los grupos adimensionales Π

Una vez identificadas las variables y sus dimensiones, se procede a la construcción de los grupos Π mediante uno de los siguientes métodos:

Método de las variables repetitivas

Se seleccionan k variables denominadas repetitivas que contengan todas las dimensiones fundamentales y que no sean adimensionales entre si (por ejemplo, ρ , V y D_p). Cada una de las $n - k$ variables restantes se combinan con las repetitivas elevandolas a potencias a_i , b_i , c_i tales que el producto resultante sea adimensional:

$$\Pi_i = X_i * \rho^{a_i} V^{b_i} D_p^{c_i} \quad (2.15)$$

Los exponentes se determinan imponiendo la homogeneidad dimensional y resolviendo el sistema lineal correspondiente (White, 2016)(Fuentes, 2002).

Método matricial o algebraico

Se construye una matriz dimensional D de tamaño $k \times n$ donde cada columna representa una variable y cada fila una dimensión fundamental. Los grupos Π se obtienen al determinar la base del núcleo (null space) de la matriz D , lo cual puede hacerse mediante álgebra lineal o software simbólico (MATLAB, o Python). Siendo este enfoque mas general y sistemático, especialmente cuando el número de variables es elevado (Hunt, 1978)(Fuentes, 2002).

Método de los exponentes fraccionales o similitud funcional

En casos con leyes físicas conocidas, los grupos Π pueden deducirse directamente a partir de relaciones empíricas o ecuaciones de conservación (por ejemplo, el número de Reynolds o Herschel-Bulkley modificado)(Barenblatt, 1996).

2.6.4 Obtención de la relación funcional reducida

El teorema de Buckingham establece que cualquier relación funcional entre las n variables dimensionales puede expresarse como una función entre los $n - k$ grupos adimensionales, siguiendo la forma:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-k}) \quad (2.16)$$

Esta relación permite analizar la dependencia entre parámetros sin necesidad de unidades específicas y sirve como base para la correlación empírica o la validación de modelos numéricos.

2.7 Estado del arte

2.7.1 Chevalier et al. 2013

Este trabajo presenta una caracterización experimental del flujo de materiales con esfuerzo de fluencia, geles de carbopol y emulsiones de agua en aceite, a través de empaques tridimensionales de esferas de vidrio (Figura 2.5), con el objetivo de establecer una ley constitutiva “efectiva” a escala de medio poroso. Mediante ensayos de presión impuesta y medición del caudal promedio, los autores demuestran que la relación macroscópica entre gradiente de presión y flujo puede representarse por una expresión análoga a la ley de Herschel–Bulkley (Figuras 2.6 y 2.7):

$$D\nabla P = \alpha\tau_c + \beta k \left(\frac{V}{D}\right)^n \quad (2.17)$$

Donde α y β corresponden a valores constantes para medios porosos compuestos por esferas. Este estudio logra presentar un modelo aplicable para fluidos no newtonianos que atraviesen un medio poroso simple, siendo importante recalcar que α y β no son universales y dependen de las características del medio poroso, además, no sería válido para fluidos no newtonianos de partículas en suspensión .

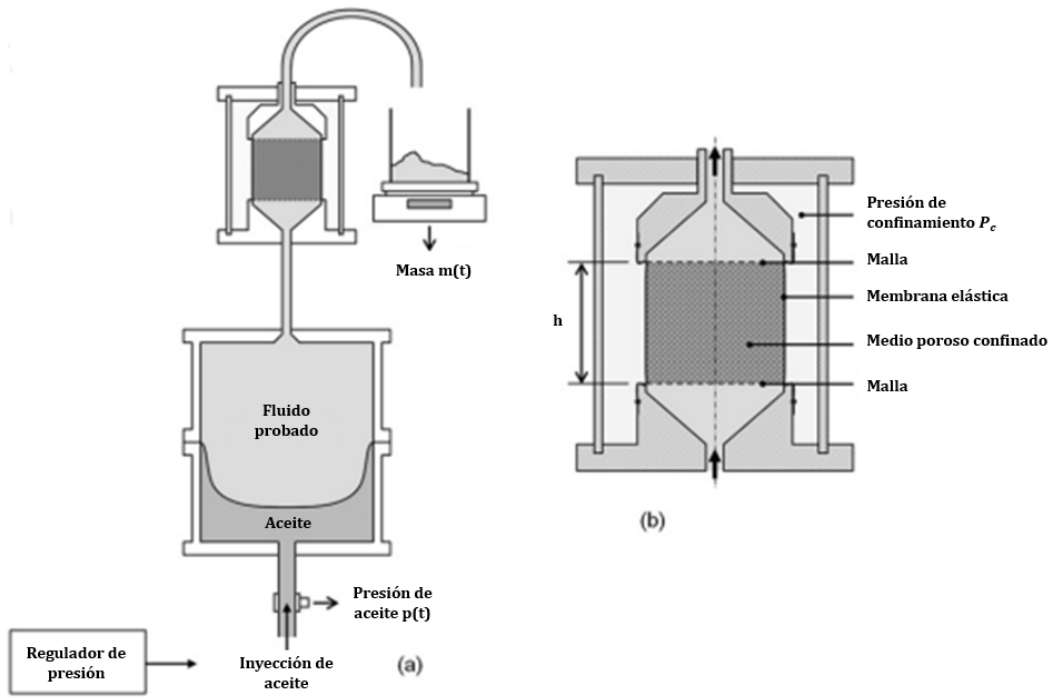


Figura 2.6: Experimento de inyección de fluido en medio poroso de Chevalier et al. 2013 (T.Chevalier et al., 2013)

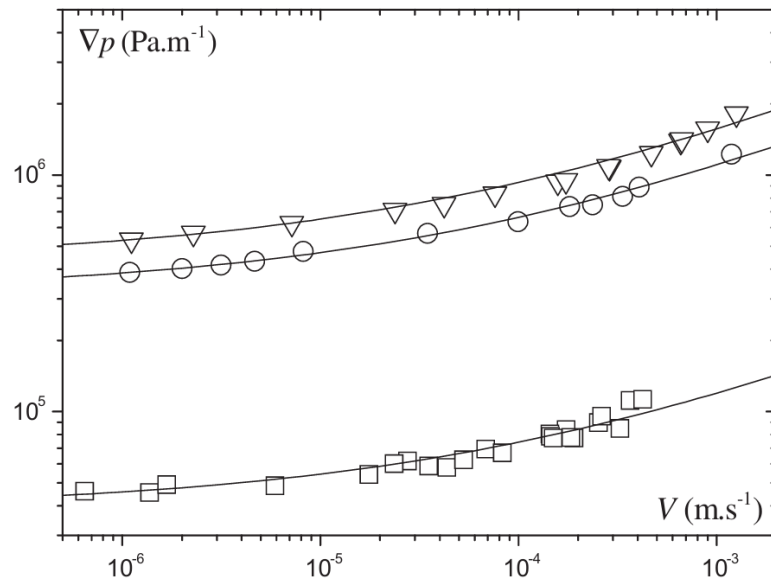


Figura 2.7: Curva de flujo para fluido no newtoniano Carbopol (T.Chevalier et al., 2013)

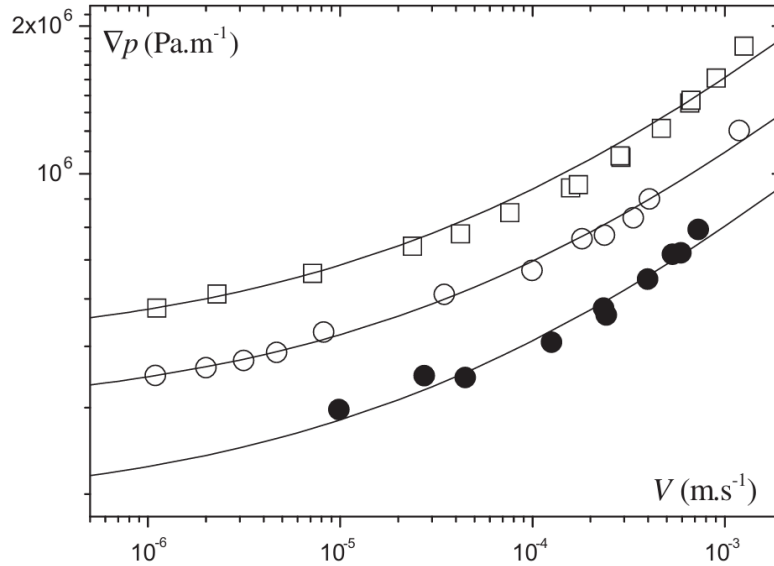


Figura 2.8: Curva de flujo para fluido no newtoniano emulsiones (T.Chevalier et al., 2013)

2.7.2 Chevalier et al. 2014

En este estudio mediante el uso de resonancia magnética se logró analizar el campo de velocidad local de una emulsión de agua en aceite (fluido de límite elástico) cuya curva de flujo era representada mediante el modelo de Herschel-Bulkley.

Los resultados de este estudio indicaron que, en un medio poroso complejo el flujo local de un fluido de límite elástico es similar a las de un fluido newtoniano, basándose en la independencia de la función distribución en relación con la velocidad dentro del medio y el diámetro de las partículas (Figura 2.8).

Otro punto analizado correspondió a la pérdida de las características reológicas a medida que el fluido avanzaba por el medio poroso, causando que este se deforme en varias direcciones y que su campo de velocidad se asemeje al de un fluido newtoniano.

Finalmente, se propuso un modelo general de la ley de Darcy para fluidos complejos que incluye la ley de potencia y la estructura reológica de los fluidos newtonianos, la cual relaciona el gradiente de presión ∇P con V y los coeficientes adimensionales α y β_n los cuales dependen $\dot{\gamma}$ y el coeficiente n (ecuación 2.16). Este modelo no fue probado para fluidos con partículas en suspensión, solo para emulsiones.

$$D\nabla P = \alpha \frac{\tau_c}{D} + \beta_n k \frac{1}{D} \left(\frac{V}{D} \right)^n \quad (2.18)$$

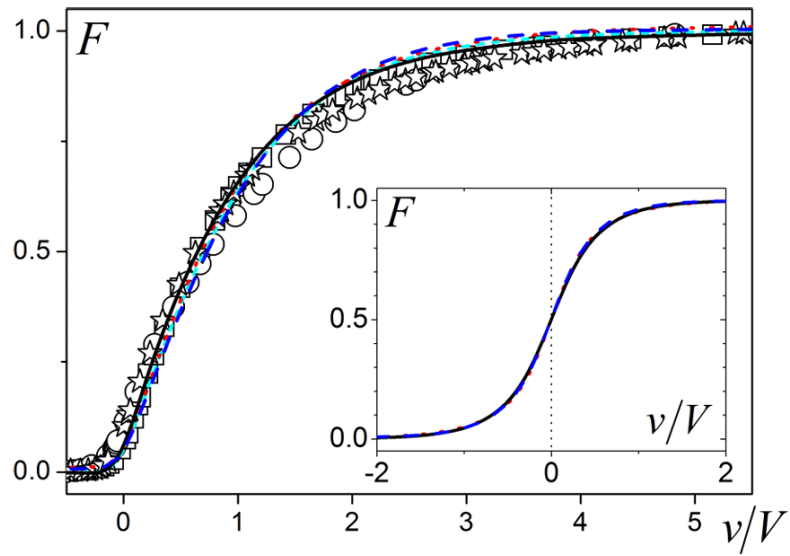


Figura 2.9: Función distribución en base a la velocidad escalada por la velocidad promedio dentro de los poros (las formas corresponden a datos obtenidos de diferentes literaturas con diferentes velocidades y diámetros de partículas)(T.Chevalier et al., 2014)

Capítulo 3

Metodología

3.1 Simulaciones computacionales

Como primera etapa de este estudio, se llevarán a cabo simulaciones numéricas utilizando el software Comsol Multiphysics, una herramienta de elementos finitos ampliamente utilizada para el modelado de fenómenos de transporte en medios complejos. El objetivo de estas simulaciones fue analizar de manera sistemática cómo las propiedades reológicas de un relave minero descrito por el modelo de Herschel–Bulkley (Javadi et al., 2015)(Álvaro Vergara et al., 2022), influyen en su comportamiento al infiltrarse a través de un medio poroso bidimensional.

En particular, se evaluará el efecto de la variación del tamaño de las partículas sólidas que conforman el medio poroso sobre parámetros hidrodinámicos relevantes, tales como la distribución local de velocidades y la caída de presión global a través del dominio. El medio poroso será representado mediante una disposición regular y controlada de partículas circulares, siguiendo metodologías comunes en estudios numéricos que buscan aislar el efecto geométrico de la porosidad y el tamaño de poro(T.Chevalier et al., 2013)(T.Chevalier et al., 2014)(Coussot, 2014).

Asimismo, para garantizar la comparabilidad entre los diferentes escenarios simulados, se impondrá en todas las configuraciones una condición de flujo de entrada constante, de modo que las diferencias observadas se atribuyan a las propiedades reológicas y a la geometría del medio poroso.

3.1.1 Geometrías de simulación

Para la representación del medio poroso se construyeron geometrías bidimensionales uniformes, las cuales se conformaron por un conjunto de partículas circulares dispuestas en un patrón regular. Dichas partículas representan los granos sólidos que conforman el medio poroso, mientras que el espacio intersticial corresponde a los canales por donde fluirá el fluido simulado. El objetivo de este planteamiento fue simplificar la estructura del medio, manteniendo una configuración controlada

el cual permitió estudiar el efecto del tamaño de las partículas.

Las dimensiones globales de la geometría fueron definidas por una altura $L = 500$ mm y un ancho $W = 195$ mm. Se consideraron tres configuraciones geométricas, diferenciadas por el radio de partículas que componen el medio, estos radios corresponden a $R = 5$ mm (G1), $R = 4.5$ mm (G2) y $R = 4$ mm (G3). La elección de estas dimensiones buscó representar distintas porosidades, manteniendo la proporción general del medio y permitió evaluar la influencia del tamaño de partículas en la caída de presión y en velocidad dentro del medio. La distancia entre partículas se definió en función del radio de cada, estableciéndose como $A = R$. Este criterio garantizó una separación uniforme, con el fin de evitar la formación de canales preferenciales que pudiesen distorsionar el comportamiento del flujo. La Figura 3.1 muestra un esquema de la geometría diseñada, donde se indican las dimensiones globales (L y W) y los parámetros de las partículas (R y A), la Tabla 3.1 muestra un resumen de las dimensiones explicadas previamente.

Tabla 3.1: Características de las geometrías de simulación

Parámetro	Valor	Unidad
Altura geometría (L)	500	mm
Ancho geometría (W)	195	mm
Radio de partículas (R)	4, 4.5 y 5	mm
Distancia entre partículas (A)	R	mm

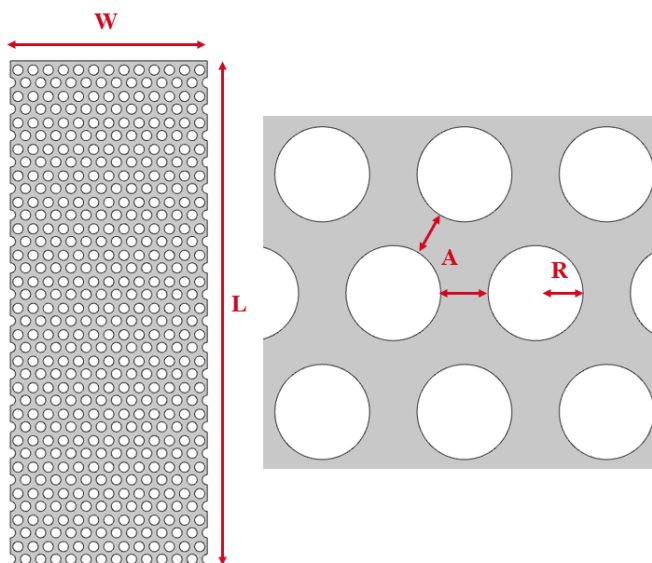


Figura 3.1: Geometría 1 y parámetros ($R = 5$ mm)

3.1.2 Mallado

El dominio de simulación se discretizó mediante una malla de elementos triangulares no estructurada. Se evaluaron tres mallados diferentes grueso, normal y fino (definidos por el software), con el fin de determinar su influencia en la precisión de los resultados numéricos. Al realizar simulaciones de prueba con cada malla se obtuvo que, en términos de presión interna los resultados eran similares con variaciones menores al 2.5%. Sin embargo, con respecto a la velocidad interna, los mallados grueso y normal presentaron inconsistencias locales producto de una menor definición en las secciones circulares de la geometría (partículas que conforman el medio poroso). En contraste el mallado fino permitió una representación mas fiel de la geometría y una estimación mas estable de las velocidades internas, siendo seleccionado como el mallado mas adecuado para las simulaciones.

Luego de seleccionar el tipo de malla, se prosiguió a realizar el mallado de las tres geometrías construidas. El numero total de elementos fue 269,079 para las partículas de 4 mm, 212,751 elementos para las partículas de 4.5 mm y 173,648 elementos para las de 5 mm. Esto se explica porque a medida que aumenta el tamaño de las partículas, disminuye la superficie a discretizar, reduciendo el numero de elementos necesarios para representar el dominio.

Cabe destacar que, si bien un mayor número de elementos en la malla permite una mejor resolución espacial y una representación más precisa de los gradientes de presión y velocidad dentro del medio poroso, esto también conlleva un incremento en el costo computacional. En particular, tiempos de cálculo más extensos y un mayor consumo de memoria se hacen evidentes en las geometrías con partículas más pequeñas, donde la densidad de elementos es mayor.

3.1.3 Ecuaciones gobernantes

Las simulaciones numéricas se realizaron utilizando el modulo de Laminar Flow, el cual resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible mediante el método de elementos finitos. Estas ecuaciones se complementan con la ecuación de continuidad, garantizando la conservación de la masa del sistema. La ecuación de continuidad para un fluido incompresible se expresa como:

$$\rho \nabla \cdot u = 0 \quad (3.1)$$

donde u corresponde a la velocidad. Por su parte, la ecuación de Navier-Stokes para un fluido incompresible se formula como:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \nabla[-p\mathbf{I} + \tau] + \rho g \quad (3.2)$$

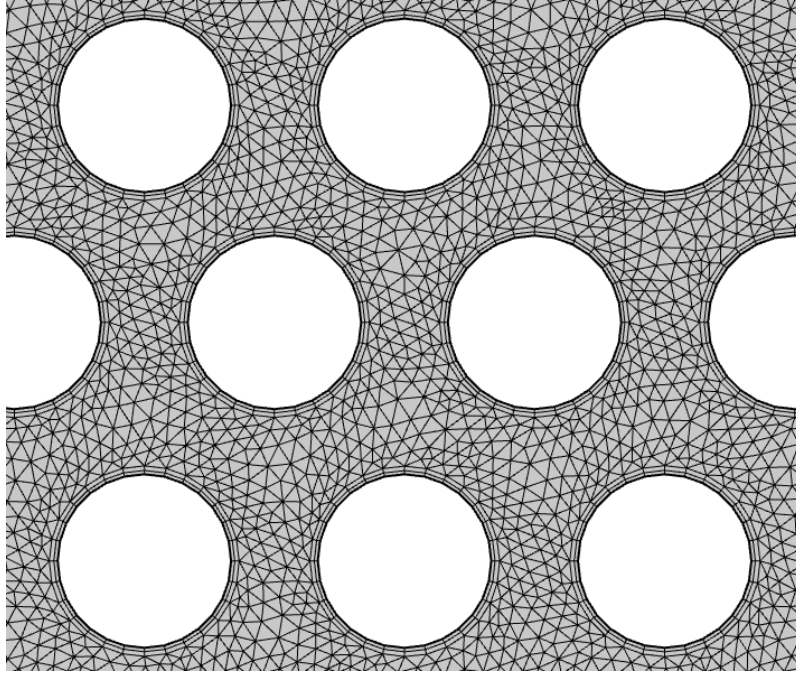


Figura 3.2: Mallado de geometría 3 ($R = 4$ mm)

donde u corresponde a la velocidad (m/s), ρ es la densidad del fluido (kg/m^3), p la presión (Pa) y τ el tensor de esfuerzos viscosos (Pa).

Para describir el comportamiento reológico del fluido no newtoniano, como fue mencionado previamente, se empleó el modelo de Herschel - Bulkley, el cual incorpora un efecto de fluencia y una dependencia no lineal de la viscosidad con la tasa de corte. El modelo se define como:

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \quad (3.3)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2D : D} \quad (3.4)$$

donde τ_0 corresponde al esfuerzo de fluencia, K al índice de consistencia, n al índice de comportamiento de flujo y $\dot{\gamma}$ a la tasa de corte. El tensor de la tasa de corte D se define como:

$$D = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T) \quad (3.5)$$

De esta manera Comsol Multiphysics combina la resolución de las ecuaciones de continuidad y Navier-Stokes con la relación constitutiva del modelo de Herschel-Bulkley, permitiendo representar el flujo de fluidos no newtonianos en medios porosos (Batchelor, 2000)(Version 6.2).

3.1.4 Condiciones de frontera

Una vez definidas las geometrías correspondiente al medio poroso, se procedió a establecer las condiciones de frontera de las simulaciones. En la parte superior de la geometría se impuso una condición de velocidad de entrada (V_{in}), representando el flujo constante del fluido hacia el interior del medio poroso. Este parametro varió en el rango de 0.1 a 1 $\frac{m}{s}$ con incrementos de 0.05 $\frac{m}{s}$, con el objetivo de analizar la influencia de la velocidad de entrada sobre los campos de velocidad y presión internos. Cabe destacar que las simulaciones se realizaron bajo un régimen laminar, siendo una de las razones por la cual se seleccionaron dichas velocidades. Por otro lado, este intervalo aseguró una variación suficientemente amplia como para identificar las tendencias de caída presión y en la distribución de velocidades.

En la parte inferior del dominio se estableció como condición de frontera una presión de salida constante $p_0 = 0$ Pa, correspondiendo a un nivel de referencia o presión relativa, facilitando el calculo de la caída de presión ΔP dentro del medio porosos. Adicionalmente, tanto las paredes externas de la geometría como las superficies solidas que representan las partículas del medio porosos fueron modeladas con una condición de no deslizamiento (no-slip), imponiendo que la velocidad del fluido sea nula al interactuar con los sólidos.

Tabla 3.2: Condiciones de frontera simulaciones

Propiedad	Valor	Variación	Unidad
V_{in}	0.1 – 1	± 0.05	$\frac{m}{s}$
p_0	0	-	Pa

3.1.5 Puntos de medición

Para la obtención de las variables de interés en las simulaciones, se definieron tres puntos de medición mediante la herramienta Cut Line del software. Esta herramienta permite trazar una línea de corte virtual a lo largo de la geometría de simulación, sobre la cual se extraen los valores locales de las variables simuladas (como presión o velocidad). De esta forma, es posible obtener perfiles de las magnitudes físicas en posiciones específicas o determinar valores puntuales en regiones de interés dentro del modelo.

Se emplearon dos líneas para determinar la diferencia de presión interna del medio poroso y una tercera para registrar la velocidad máxima entre las partículas. Los puntos correspondientes a las mediciones de presión se ubicaron en la parte superior e inferior de la geometría, registrando las presiones P_1 y P_2 , respectivamente. Así, la caída de presión ΔP se calculó como la diferencia entre ambas mediciones.

Por otro lado, el punto de medición de velocidad se situó en el espacio intersticial entre partículas, a la altura del punto P_2 , con el objetivo de capturar el valor de velocidad máxima del fluido (V_{max}) dentro del medio. La disposición de estos puntos de medición y su ubicación relativa dentro del dominio simulado se muestran en la Figura 3.3.

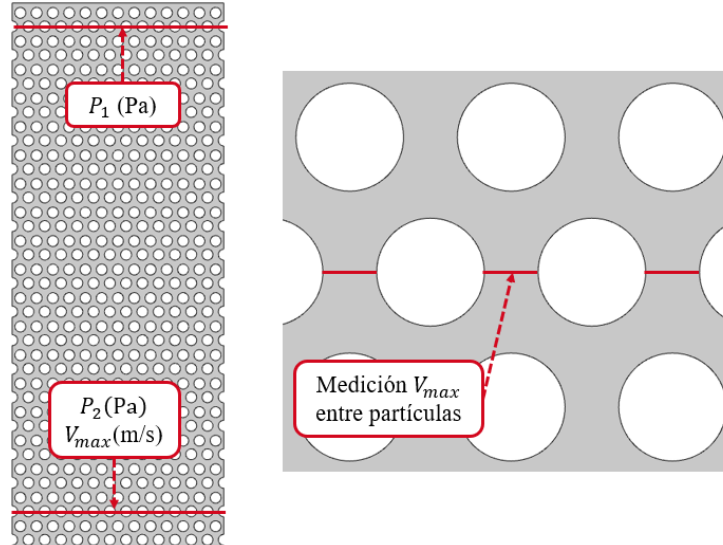


Figura 3.3: Puntos de medición en geometrías

3.1.6 Fluidos a simular

Glicerina (fluido newtoniano)

Con el objetivo de verificar que las geometrías construidas representan un medio poroso, se evaluó si el comportamiento del flujo a través de ellas cumple con la ley de Darcy. Recordemos que esta ley establece una relación lineal entre la velocidad y la presión dentro del medio poroso para un fluido newtoniano en régimen laminar. Para ello, se utilizó la glicerina como fluido de prueba ya que presenta un comportamiento newtoniano bien caracterizado y una viscosidad suficientemente alta para asegurar un régimen laminar en las simulaciones.

Tabla 3.3: Propiedades físicas de la glicerina

Propiedad	Valor	Unidad
ρ	1260	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
μ	1.5	$\text{Pa} \cdot \text{s}$

Relave Minero (fluido no newtoniano)

Como se mencionó en secciones anteriores el objetivo de este estudio es analizar el comportamiento de los relaves mineros a través de medios porosos. Para ello, se seleccionó como fluido de estudio el relave caracterizado en el trabajo de Álvaro Vergara (Álvaro Vergara et al., 2022), el cual está modelado como un fluido de Herschel-Bulkley y cuyas propiedades se presentan a continuación:

Tabla 3.4: Propiedades físicas del relave

Propiedad	Valor	Unidad
τ_0	100 – 1000	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
n	0.8	-
K	0.4	$\text{Pa} \cdot \text{s}^n$
ρ	1800	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

3.1.7 Simulaciones realizadas

Simulaciones newtonianas

Con respecto al primer set de simulaciones y como se mencionó en la sección anterior, se buscó comprobar si las geometrías utilizadas representan de manera correcta un medio poroso. Para ello, en estas simulaciones únicamente se varió la geometría utilizada como medio poroso, es decir, se utilizaron las tres geometrías creadas las cuales tienen partículas de 5, 4.5 y 4 mm de radio respectivamente.

Simulaciones no newtonianas

En relación a las simulaciones no newtonianas, siendo el punto principal de esta tesis, además de utilizar las diferentes geometrías previamente explicadas, se variaron las propiedades reológicas del relave utilizado. Esto con la finalidad de comprender el efecto que tiene cada característica reológica sobre el flujo a través del medio poroso. En la siguiente tabla se muestran los parámetros de simulación considerados, donde se indica el intervalo de variación y los saltos que se realizaron en cada parámetro:

Tabla 3.5: Parámetros de simulaciones no newtonianas

Parámetro	Valor	Variación	Unidad
τ_0	100 – 1000	± 100	Pa
n	0.4 – 0.9	± 0.1	-
K	0.4 – 0.9	± 0.1	$\text{Pa} \cdot \text{s}^n$

3.1.8 Modelo propuesto

El desarrollo del modelo propuesto surge como una etapa posterior al análisis detallado de los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas. Una vez identificadas las tendencias principales y cuantificado el efecto de las variables reológicas y geométricas sobre el flujo en el medio poroso, se planteó la necesidad de formular una representación más general del fenómeno. Con este objetivo, se recurrió al teorema del π de Buckingham como herramienta de análisis dimensional, permitiendo establecer relaciones entre las variables más relevantes del sistema y reducir la complejidad del problema.

El primer paso en la formulación del modelo consistió en identificar las variables relevantes que intervienen en el fenómeno de flujo a través del medio poroso. Estas corresponden a:

- ΔP : Caída de presión dentro del medio poroso (Pa).
- V_1 : Velocidad de entrada al medio poroso ($\frac{m}{s}$).
- V_2 : Velocidad dentro del medio poroso ($\frac{m}{s}$).
- τ_0 : Esfuerzo de fluencia del fluido (Pa).
- K : Índice de consistencia del fluido (Pa \cdot s).
- n : Índice de comportamiento de flujo (-).
- R : Radio de las partículas que conforman el medio poroso (m).
- ρ : Densidad del fluido ($\frac{Kg}{m^3}$)

Con estas variables, el sistema puede representarse de manera general mediante la función:

$$f(\Delta P, V_1, V_2, \tau_0, K, n, R, \rho) \quad (3.6)$$

Todas estas variables se expresan en términos de las tres magnitudes fundamentales: masa (M), longitud (L) y tiempo (T). El teorema de Buckingham establece que, cuando un fenómeno depende de n variables dimensionales expresadas en k magnitudes fundamentales, el problema puede describirse mediante $(n - k)$ números adimensionales. En este caso, al considerar ocho variables (n siendo adimensional) y tres dimensiones fundamentales, se determinó la necesidad de construir cuatro números adimensionales Π_i . Una vez obtenidos estos grupos adimensionales, se buscó establecer una relación funcional entre ellos. De esta forma, se planteó un modelo físico que describe el fenómeno de manera más compacta y general, expresado de la forma:

$$\Pi_1 = \alpha_1 \Pi_2^{\alpha_2} \Pi_3^{\alpha_3} \Pi_4^{\alpha_4} \quad (3.7)$$

Este modelo resume el comportamiento del sistema y permite comparar distintos escenarios de simulación bajo un marco común, independiente de las unidades utilizadas.

Con el fin de evaluar la precisión del modelo adimensional propuesto y su capacidad para representar los resultados obtenidos en las simulaciones, se emplearon tres indicadores estadísticos: el coeficiente de determinación R^2 , la raíz del error cuadrático medio RMSE y el error medio absoluto MAE(Montgomery and Runger, 2018)(Bevington and Robinson, 2003).

Coeficiente de determinación R^2

Este parámetro mide el grado de correlación entre los valores predichos y los observados, indicando qué proporción de la variabilidad de los datos es explicada por el modelo. Su valor varía entre 0 y 1, siendo 1 un ajuste perfecto. Se define como:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (3.8)$$

Donde y_i son los valores obtenidos de las simulaciones, \hat{y}_i los valores predichos por el modelo y \bar{y}_i el promedio de los datos observados. Este parámetro es ampliamente utilizado en análisis de regresión para medir la calidad del ajuste(Montgomery and Runger, 2018)(Taylor, 1997).

Raíz del error cuadrático medio RMSE

El RMSE representa la desviación promedio entre los valores observados y los predichos, penalizando con mayor peso los errores grandes. Se expresa en las mismas unidades que las variables analizadas y se calcula mediante:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (3.9)$$

Valores bajos de RMSE indican que las predicciones del modelo son cercanas a los valores reales, reflejando un buen desempeño. Este indicador es uno de los más utilizados para evaluar modelos de simulación, al proporcionar una medida directa de la magnitud del error (Bevington and Robinson, 2003)(Chai and Draxler, 2014).

Error medio absoluto MAE

El MAE corresponde al promedio de las diferencias absolutas entre los valores observados y los predichos. A diferencia del RMSE, todos los errores tienen el mismo peso, por lo que el MAE es menos sensible a la presencia de valores atípicos. Se define como:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i| \quad (3.10)$$

Tanto el RMSE como el MAE permiten evaluar la exactitud de las predicciones, mientras que el R^2 indica la capacidad del modelo para representar la tendencia general de los datos. En conjunto, estos indicadores proporcionan una medida integral del desempeño del modelo y de su capacidad para reproducir los resultados observados (Montgomery and Runger, 2018)(Chai and Draxler, 2014).

3.2 Experimentos de laboratorio

En una segunda etapa del estudio, se llevarán a cabo experimentos de laboratorio orientados a determinar el efecto de la presión hidrostática ejercida por la columna de fluido sobre el flujo a través del medio poroso. En este caso, se considerarán como variables de estudio la concentración del fluido, el tamaño de las partículas que conforman el medio y el volumen de fluido a infiltrar, con el fin de evaluar su influencia en el comportamiento global del sistema. A diferencia de las simulaciones numéricas, donde se impuso un flujo de entrada constante, los ensayos experimentales se desarrollarán bajo condiciones de flujo natural impulsado únicamente por la acción de la gravedad.

3.2.1 Montaje experimental

Para realizar esta etapa del estudio, se construyó un experimento el cual consistió en un tubo de acrílico de 300 mm de alto y 30 mm de diámetro interno. Este tubo contaba con una tapa en su parte inferior con abertura de 5 mm, por donde saldría el fluido del medio poroso. En esta abertura, se instaló una malla cuya función era evitar que las partículas del medio poroso salieran del experimento (Figura 3.4).

Debajo del tubo, se ubicó una balanza con una precisión 0.01 g, mediante la cual se registraba la masa de salida del medio, permitiendo determinar el flujo de salida del experimento.

3.2.2 Fluido utilizado: Mezcla de maicena y agua

El primer objetivo de esta etapa corresponde a estudiar el efecto de la concentración del fluido sobre el flujo a través del medio poroso. Para ello, se optó por utilizar una mezcla de maicena con

agua, la decisión de esto se baso en la capacidad de crear fluidos newtonianos y no newtonianos de particulas en suspensión únicamente variando la concentración en peso de maicena en la mezcla, además, de su alta disponibilidad y el bajo costo de la maicena comercial. En este experimento para crear un fluido newtoniano, se generaron mezclas con concentraciones de 35, 40 y 45%. Con respecto al fluido no newtoniano, únicamente se generaron mezclas con una concentración del 60% (Crawford et al., 2013). Para determinar la viscosidad de estos fluidos se utilizó la fórmula de Darbois et al. 2020 (Darbois-TeXier et al., 2020):

$$\eta(\phi) = \eta_s(\phi_0 - \phi)^{-2} \quad (3.11)$$

Donde η_s es la viscosidad del solvente (agua) la cual tiene un valor de 0.91 ± 0.01 mPa·s, ϕ_0 es la fracción volumétrica de empaquetamiento donde ocurre el atascamiento con un valor de 0.52 ± 0.005 y ϕ corresponde a la fracción volumétrica de la mezcla a evaluar.

Tabla 3.6: Viscosidades de mezcla para diferentes concentraciones de maicena

Concentración (%)	Valor	Unidad
35%	0.058	Pa · s
40%	0.160	Pa · s
45%	0.743	Pa · s

3.2.3 Medio poroso

Las particulas que conforman el medio porosos utilizado en estos experimentos correspondieron a esferas de vidrio monodispersas. Con el fin de comprender el efecto que tiene el tamaño de las partículas del medio poroso sobre el flujo se utilizaron diametros de de 1, 3 y 4 mm. Debido a la alta viscosidad para el fluido con la concentración del 60%, el experimento se llenó únicamente hasta alcanzar una altura de 40 mm para las diferentes partículas.

3.2.4 Volumen de fluido

El tercer objetivo de estos experimentos corresponde al estudio del efecto del volumen de fluido infiltrado sobre el flujo a través del medio poroso. Para variar dicho volumen, se modificó la cantidad de agua utilizada en la preparación de mezclas, de manera que, al aumentar el volumen de agua utilizada, también aumentaron los gramos de maicena necesarios para obtener la concentración objetivo. En estos experimentos, se utilizaron volúmenes de 15, 20 y 25 mL de agua.

3.2.5 Presión hidrostática

Para determinar la presión hidrostática ejercida por la columna de fluido sobre el medio poroso, es necesario conocer cómo varía la altura de dicha columna en función del tiempo. La primera

ecuación corresponde a una relación geométrica entre la altura instantánea del fluido $h(t)$, la altura inicial h_0 y la masa infiltrada $m(t)$. Dado que el fluido se infiltra a través de una sección transversal circular de radio R , la disminución de altura se expresa como el cociente entre la masa infiltrada con respecto al tiempo y el volumen equivalente, considerando la densidad del fluido ρ Gerhart et al. (2016). De esta manera, la variación de $h(t)$ refleja directamente el proceso de infiltración.

$$h(t) = h_0 - \frac{m(t)}{\pi\rho R^2} \quad (3.12)$$

Una vez determinada la altura del fluido en función del tiempo, la presión hidrostática se calcula a partir de la relación clásica (White, 2016):

$$P = \rho gh(t) \quad (3.13)$$

Donde g es la aceleración de gravedad. Esta expresión permite obtener la presión ejercida por la columna de fluido sobre el medio poroso en cada instante, considerando que el origen del flujo experimental está dado por la acción gravitacional. En conjunto, ambas ecuaciones permiten vincular la pérdida de masa del sistema con la variación de la altura de la columna y, a partir de ello, con la presión hidrostática aplicada durante el experimento.

3.2.6 Procedimiento Experimental

Luego de definir todos los parámetros a variar en los experimentos y preparar los fluidos a correspondientes, se procedió a la ejecución de casa ensayo siguiendo una serie de pasos establecidos mostrados a continuación:

1. Rellenar el tubo con las esferas de vidrio y compactar hasta alcanzar la marca de 40 mm .
2. Vertir el fluido dentro del tubo y esperar a que este sature el medio poroso.
3. Iniciar medición de la masa al momento que se observe que el fluido sale por la abertura de 5 mm.
4. Realizar la medición durante 360 segundos (experimentos no newtonianos) o hasta que el experimento se vacié por completo (experimentos newtonianos).
5. Extraer medio poroso de la celda, limpiarlo y secarlo.
6. Realizar cada medición un total de 3 veces para fluidos newtonianos y 4 para no newtonianos.
7. Luego de cada medición realizar un gráfico de masa vs tiempo y flujo másico vs tiempo, este se genera derivando la ecuación de la curva del gráfico m vs t.
8. Utilizando las ecuaciones 3.3 y 3.4 crear gráficos de altura vs tiempo y presión vs tiempo.

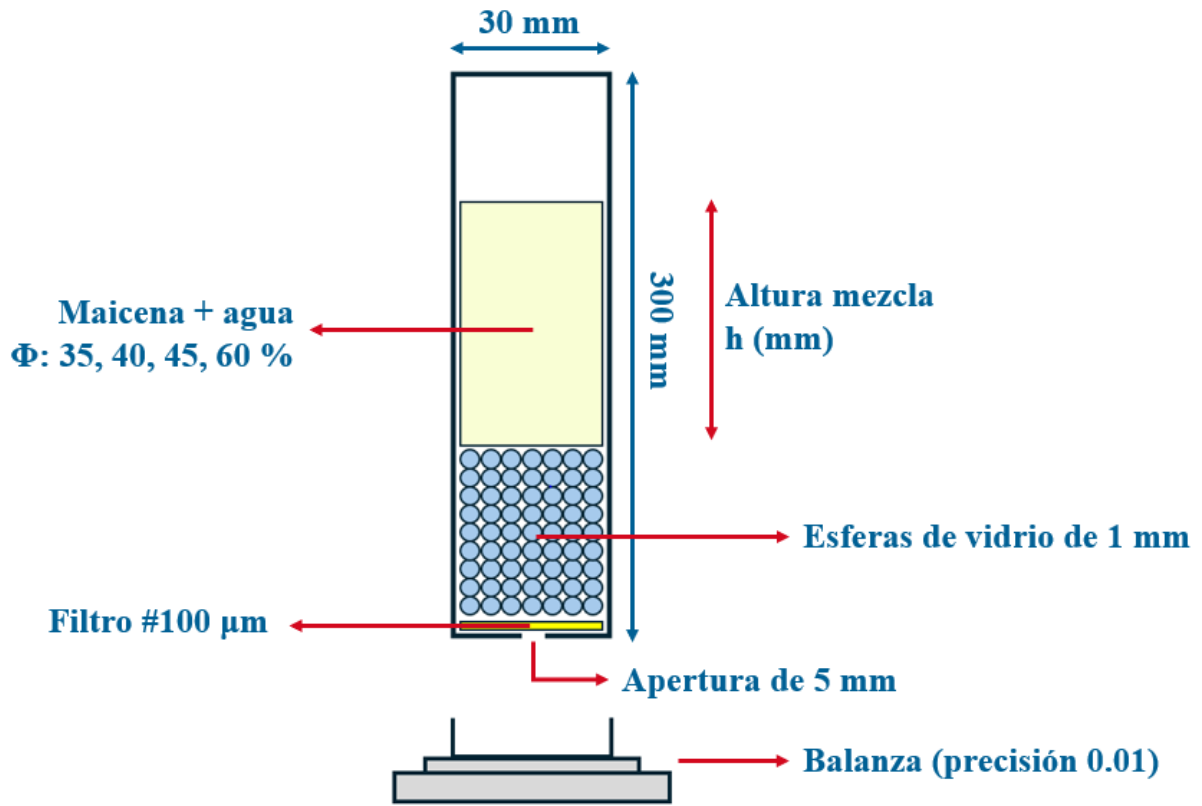


Figura 3.4: Esquema de experimento

Capítulo 4

Resultados y Análisis

4.1 Simulaciones computacionales

Los resultados de las simulaciones realizadas se presentan en la Figura 4.1. y anexos (6.1 - 6.5). En el gráfico (a) se muestra la distribución de la caída de presión dentro del medio poroso, donde se observa que el gradiente desciende desde la zona de entrada hasta la salida del medio. La gráfica (b) presenta la distribución de la velocidad interna del medio poroso, la cual se concentra en los espacios libres entre las partículas, mientras que disminuye en las zonas cercanas a las superficies sólidas. Además, se observa que a medida que aumenta la velocidad de entrada V_{in} , tanto la caída de presión como la velocidad interna se incrementan, siendo evidente al comparar los casos de $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$ y $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$, donde la magnitud de velocidad interna y la presión aumentan en un orden de magnitud. Sin embargo, la distribución espacial del flujo se mantiene similar, concentrándose siempre en los intersticios del medio, indicando que el patrón de movimiento del fluido está principalmente condicionado por la geometría del medio poroso. Por otra parte, al analizar el efecto del tamaño de partícula, se aprecia que a menor radio de partícula la caída de presión aumenta significativamente, debido a una disminución de permeabilidad. No obstante, este cambio geométrico no produce variaciones relevantes en el patrón de velocidad interna.

Cabe destacar que este análisis corresponde a una primera aproximación a los resultados, ya que en las siguientes secciones se desarrollará un estudio más detallado que permitirá profundizar en las tendencias existentes.

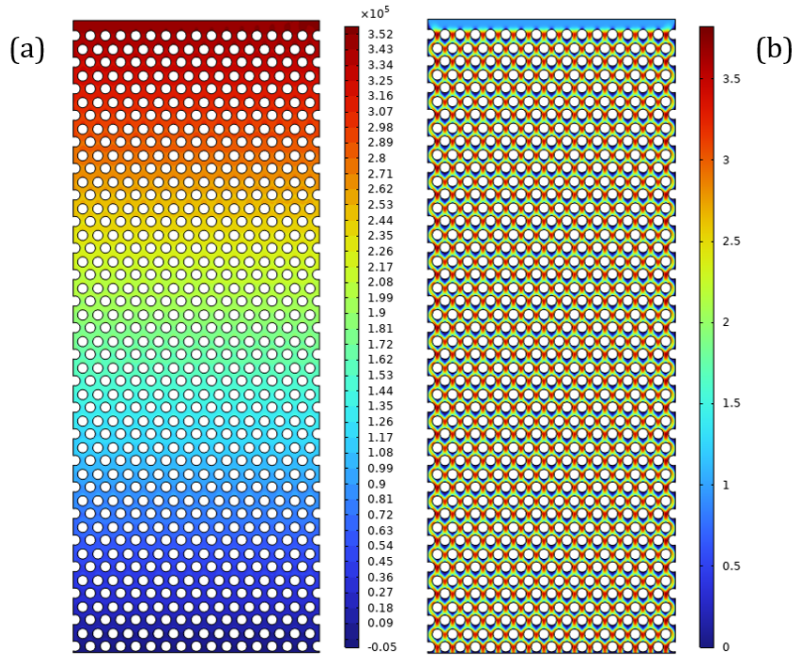


Figura 4.1: Campos de presión en Pa (a) y velocidad en $\frac{m}{s}$ (b) con $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ y $R = 4 \text{ mm}$

4.2 Simulaciones newtonianas

En las simulaciones realizadas donde se utilizó glicerina como fluido, se obtuvo que la relación entre la caída de presión (ΔP) y la velocidad de entrada (V_{in}) presenta un carácter lineal (Figura 4.2). Este comportamiento presenta concordancia con lo establecido por la ley de Darcy para el flujo en medios porosos, corroborando que las geometrías diseñadas lograrían representar un medio poroso y permitirían reproducir el comportamiento esperado para un fluido newtoniano. Al analizar la Figura 4.2, se observa que la caída de presión dentro del medio poroso presenta dependencia con respecto al tamaño de las partículas que conforman dicho medio. Apreciándose que para una misma velocidad de entrada, la presión interna del medio poroso aumenta a medida que las partículas son de menor tamaño. Esto se explica debido a la relación existente entre el tamaño de partículas y la permeabilidad del medio, como lo postula la ecuación de Kozeny-Carman (ecuación 2.7) la permeabilidad del medio es directamente proporcional al diámetro de partícula. Analizando la ley de Darcy (ecuación 2.12) con la consideración de que la velocidad de entrada es constante, logramos deducir que la caída de presión es inversamente proporcional a la permeabilidad del medio poroso, es decir, que la caída de presión es inversamente proporcional al diámetro de las partículas, por lo tanto, a medida que disminuye el diámetro de las partículas que conforman el medio poroso, la caída de presión aumentará. Para evaluar la influencia de la geometría del medio poroso sobre la caída de presión se prosiguió a comparar los resultados de cada geometría entre si, En la Tabla 4.1 se presentan las variaciones porcentuales de ΔP obtenidas al comparar G2 (4.5mm) y G3 (4 mm) respecto al caso base G1 (5 mm), para todo el rango de velocidad de entrada.

Tabla 4.1: Variación porcentual de ΔP entre geometrías

V_{in} (m/s)	G1 vs G2 (%)	G1 vs G3 (%)
0.10	31.1	54.6
0.15	30.4	53.1
0.20	30.0	52.2
0.25	29.7	51.7
0.30	29.5	51.3
0.35	29.4	51.0
0.40	29.2	50.7
0.45	29.1	50.5
0.50	29.0	50.2
0.55	28.9	49.9
0.60	28.8	49.7
0.65	28.6	49.4
0.70	28.5	49.2
0.75	28.4	48.9
0.80	28.2	48.6
0.85	28.1	48.3
0.90	28.0	48.0
0.95	27.8	47.7
1.00	27.7	47.4

Los resultados muestran que, para la comparación entre G1 y G2 el incremento de la caída de presión se encuentra en un rango del 27% al 31% y entre 47% y 55% para G1 vs G3. Esto confirma lo mencionado previamente, siendo el tamaño de partículas es un factor dominante en la resistencia hidráulica del medio poroso, llegando a aumentar la caída de presión en un medio respecto al caso base. Además, se aprecia una tendencia decreciente en la variación porcentual al aumentar la velocidad de entrada. En el caso de G1 vs G2, la diferencia pasa de 31.1% en $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$ a 27.7% en $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$. Para G1 vs G3, la variación se reduce de 55% a 47% en el mismo rango de valores. Este comportamiento se explica porque a bajas velocidades, la pérdida de presión esta dominada por los efectos viscosos, acentuando las diferencias geométricas, mientras que, a velocidades altas, los efectos inerciales incrementan la caída de presión, atenuando la influencia del tamaño de las partículas.

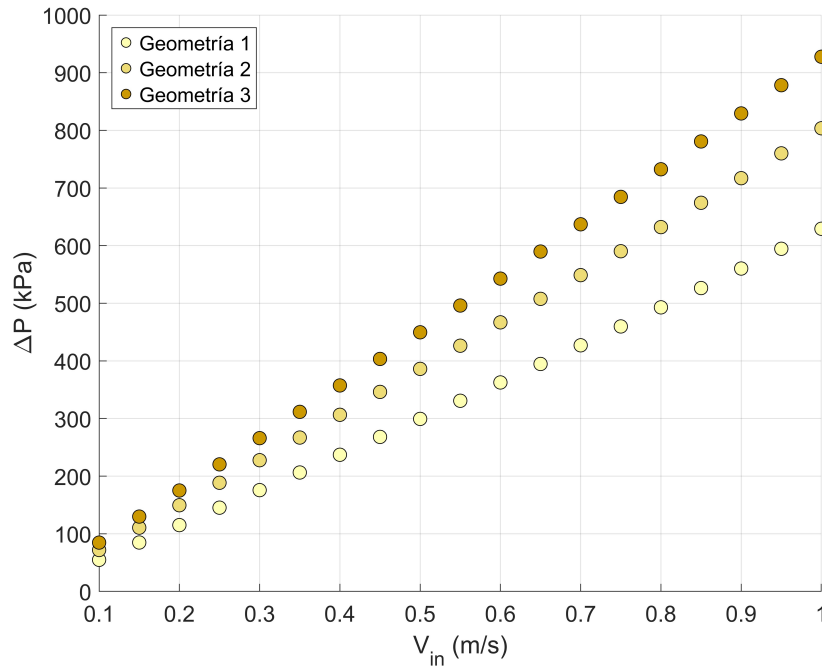


Figura 4.2: Simulaciones newtonianas (glicerina)

4.3 Simulaciones no newtonianas

Con respecto a las simulaciones no newtonianas donde se utilizó el relave, los resultados obtenidos muestran que la relación entre la caída de presión al interior del medio poroso y la velocidad de entrada no presenta un comportamiento lineal, a diferencia de lo observado en el caso newtoniano. Esto demuestra que, a la hora de trabajar con relaves mineros, la ley de Darcy no lograría describir adecuadamente el flujo a través de medios porosos, ya que no capturan los efectos propios de la reología de estos fluidos. Cabe destacar que, bajo ciertas condiciones, en ninguno de los escenarios simulados la caída de presión generada por los fluidos de tipo Herschel–Bulkley superó a la obtenida para el caso newtoniano, esto se verá mas detallado en las siguientes secciones.

4.3.1 Variación de τ_0

En la Figura 4.3 se presenta la variación de la caída de presión interna del medio poroso en función de la velocidad de entrada del relave minero. Se observa que la caída de presión ΔP aumenta a medida que se incrementa la velocidad de entrada (V_{in}). Además, a medida que aumentar el valor de τ_0 , se genera un aumento de la presión para mismas velocidades de entrada, este comportamiento se explica debido a que al tener un mayor esfuerzo de fluencia implica que se requiere superar un umbral más alto de esfuerzo cortante antes de comenzar a fluir, lo cual que se traduce en una presión interna mayor para una misma velocidad de entrada. En La Figura 6.6 del Anexo 6.2 se presenta la variación porcentual de la caída de presión para distintos esfuerzos de fluencia con

respecto al caso base $\tau_0 = 100$ Pa. Los resultados muestran que el efecto de τ_0 sobre la pérdida de presión es altamente dependiente de la velocidad de entrada al medio porosos. Para condiciones de baja velocidad el incremento en la caída de presión es extremadamente alto, teniendo un aumento del 877% cuando $\tau_0 = 1000$ Pa, incluso para un incremento intermedio del esfuerzo de fluencia como $\tau_0 = 500$ Pa, el aumento en la caída de presión es superior al 390%, confirmando que para flujos bajos el esfuerzo de fluencia presenta una alta dominancia en el comportamiento hidráulico.

A medida que la velocidad de entrada aumenta, la influencia de τ_0 sobre el flujo se reduce progresivamente. Por ejemplo, a $V_{in} = 0.5 \frac{m}{s}$ la diferencia entre $\tau_0 = 1000$ Pa y el caso base es de aproximadamente 314% y para $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ esta diferencia disminuye hasta el 144%. Este descenso en las diferencias porcentuales refleja que, en condiciones de mayor energía, los gradientes son suficientes para superar el umbral de fluencia con holgura, mitigando el impacto de τ_0 , de modo que los términos viscosos e inerciales del modelo de Herschel-Bulkley adquieren mayor protagonismo.

Por otro lado, en la Figura 4.4 se analiza la relación entre la velocidad alcanzada dentro del medio poroso y la caída de presión. Los resultados muestran que, aunque τ_0 aumente, este no modificaría de manera significativa la magnitud de la velocidad interna alcanzada, sin embargo, sí condicionaría el nivel de presión necesario para alcanzar dicha velocidad. Esto se puede observar al comparar las curvas de $\tau_0 = 100$ Pa y $\tau_0 = 1000$ Pa, la diferencia porcentual entre las velocidades internas menores (simulaciones donde $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$) es del 0.08%, mientras que la diferencia porcentual entre las presiones es cercana al 900%, para $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ la diferencia entre las velocidades internas es inferior al 3% y la diferencia entre presiones es de 144%. Prácticamente, el fluido puede alcanzar valores similares de V_{max} , pero para ello se requiere una mayor caída de presión en el medio a medida que τ_0 se incrementa. Esto refuerza la interpretación de que el efecto del esfuerzo de fluencia se manifiesta principalmente en la resistencia inicial al movimiento, más que en la modificación del campo de velocidades una vez que el flujo se ha establecido.

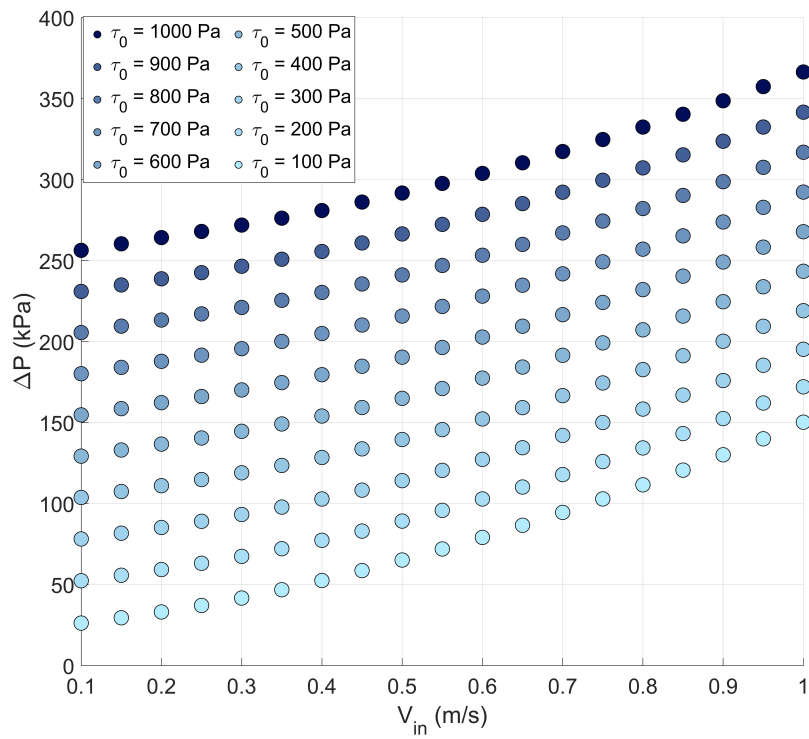


Figura 4.3: Gráfico ΔP vs V_{in} (variación τ_0)

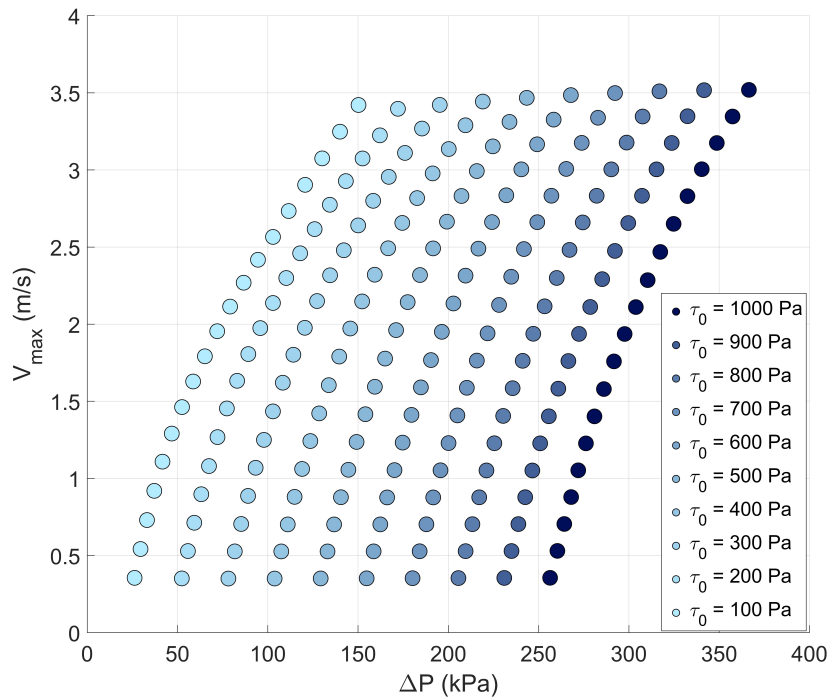


Figura 4.4: Gráfico V_{max} vs ΔP (variación τ_0)

4.3.2 Variación de K

En la Figura 4.5 se presenta la relación entre la caída de presión interna del medio poroso y la velocidad de entrada del relave para distintos valores del índice de consistencia K , manteniéndose constante los demás parámetros geológicos. Se observa que, para todo el rango de velocidades la caída de presión ΔP aumenta progresivamente con V_{in} . Al comparar entre las diferentes curvas, podemos notar que para un mismo valor de V_{in} , la caída de presión es mayor cuando K adquiere valores más altos. Esto se debe a que un mayor K representa un fluido más resistente al flujo, provocando un aumento en el gradiente de presión para una misma velocidad de entrada. La Figura 6.7 del Anexo 6.2 complementa esta afirmación, mostrando la variación porcentual de ΔP respecto a un caso base $K = 0.4 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$. De este gráfico podemos apreciar que el efecto de K es acumulativo y crece con la velocidad de entrada. Mientras que a bajas velocidades ($V_{in} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) el incremento de ΔP para un $K = 0.9 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ y el caso base es de un 6% aproximadamente, a velocidades de $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ la diferencia relativa es del 26%. Este comportamiento refleja que el parámetro K regula directamente la magnitud de la viscosidad aparente del fluido, amplificando las pérdidas de presión de manera más notoria a medida que se incrementa la velocidad de entrada.

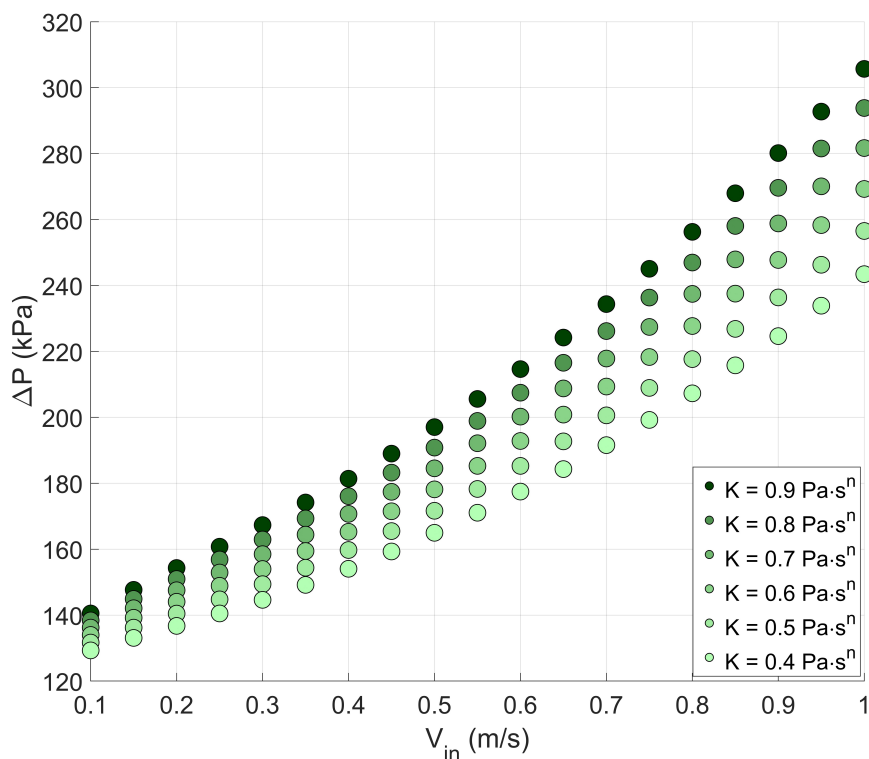


Figura 4.5: Gráfico ΔP vs V_{in} (variación K)

En la Figura 4.6 se muestra la variación de la velocidad máxima dentro del medio poroso en función de la caída de presión. Los resultados indicarían que, el incremento de K no modificaría significativamente los valores de velocidad que se pueden alcanzar (V_{max}) dentro del medio poroso,

pero sí influirían en la presión necesaria para alcanzar dichos valores. La Tabla 6.1 (anexo 6.2) muestra la variación porcentual de V_{max} al aumentar el parámetro de consistencia K tomando como referencia el caso base $K = 0.4 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$. Se observa que, en general, los incrementos de K producen aumentos acotados de V_{max} , alcanzando una diferencia máxima del 3.5% para $K = 0.9$ en el rango de velocidades más altas ($V_{in} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$). Para incrementos de $K(0.6 - 0.7) \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$, la variación relativa se mantiene en torno al 1.5 - 2.5% y para un $K = 0.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ el incremento en la velocidad alcanzada es del 0.9%. Para velocidades medias ($V_{in} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) el incremento en la velocidad interna se encuentra en el rango de 0.5 - 2.4% a medida que incrementa K . Esto nos indica que, si bien el parámetro consistencia K tiene un efecto en la caída de presión, su impacto sobre la velocidad alcanzada dentro del medio poroso no sería significativo.

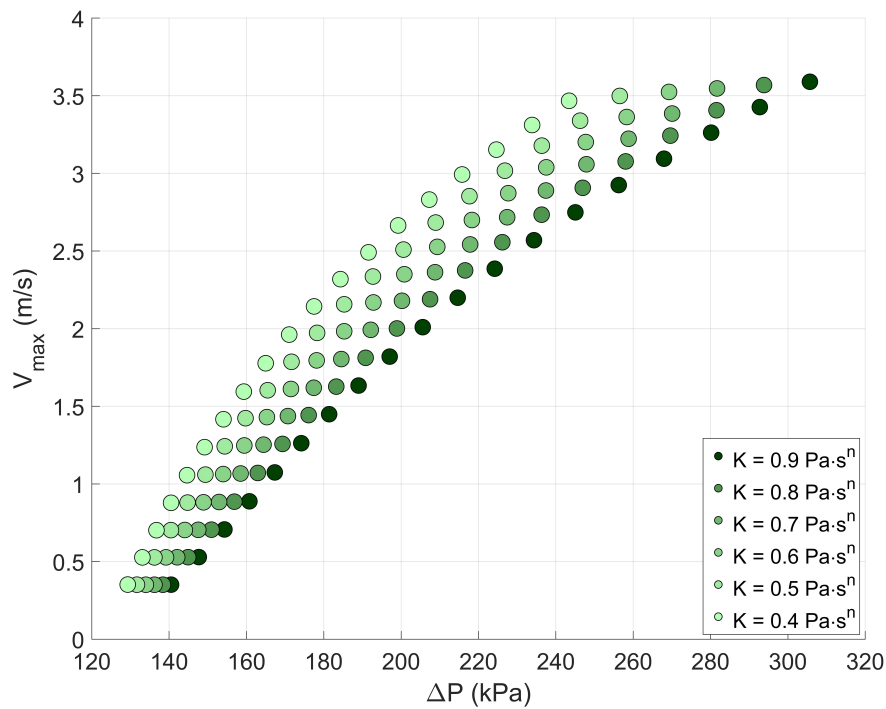


Figura 4.6: Gráfico V_{max} vs ΔP (variación K)

4.3.3 Variación de n

En el caso de las simulaciones donde se varió el índice de comportamiento de flujo (n), se observa en la Figura 4.7 que, al igual que en los casos anteriores, la caída de presión (ΔP) aumenta a medida que se incrementa la velocidad de entrada (V_{in}). Podemos notar que a medida que el índice de comportamiento de flujo n se incrementa, también aumenta la caída de presión ΔP dentro del medio poroso. Destacando que para los valores menores de $n(0.4$ y $0.5)$ las curvas se superponen, indicando que para valores más cercanos a 0, la variación de n no presenta cambios significativos en la caída de presión. En contraste, a medida que n se acerca a 1, el incremento de ΔP se vuelve

mucho más pronunciado, ya que el fluido comienza a perder sus características pseudoplásticas y se asemeja a un fluido newtoniano. Este efecto sería aún más marcado si n superara el valor de 1, pues el fluido entraría en un régimen dilatante donde la resistencia al movimiento crece con la velocidad de corte.

La Figura 6.8 (Anexo 6.2) muestra la variación porcentual relativa con respecto al caso $n = 4$, donde podemos notar lo mencionado anteriormente en el cual al comparar los resultados de $n = 5$ con el caso base, la variación porcentual relativa es inferior al 1.5% para todo el rango de velocidades de entrada, mostrando que para flujos más pseudoplásticos (bajos valores de n) presenta una menor sensibilidad a la variación de la caída de presión por cambios en la velocidad de entrada. Mientras que, a medida que n se acerca a 1 hay un incremento en la variación porcentual de la caída de presión, donde su efecto sobre la pérdida de presión es altamente dependiente de la velocidad de entrada al medio poroso. En condiciones de baja velocidad de entrada, el incremento de la caída de presión no es tan significativo, teniendo para el caso de $n = 0.9$ un incremento relativo que no supera el 15%, mientras que para un $n = 0.8$ el incremento es inferior al 10%, indicando que para flujos bajos, el índice de comportamiento de flujo no presenta una alta dominancia en el comportamiento del hidráulico.

A medida que la velocidad de entrada aumenta, la influencia de n se ve aumentada. Para una $V_{in} = 0.5 \frac{m}{s}$ la variación relativa entre $n = 0.9$ y $n = 0.4$ es del 43% y para $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ incrementa al 66%. Este aumento en las diferencias porcentuales relativas refleja que el índice de comportamiento de flujo tiene un impacto más relevante en condiciones de mayor velocidad de inyección.

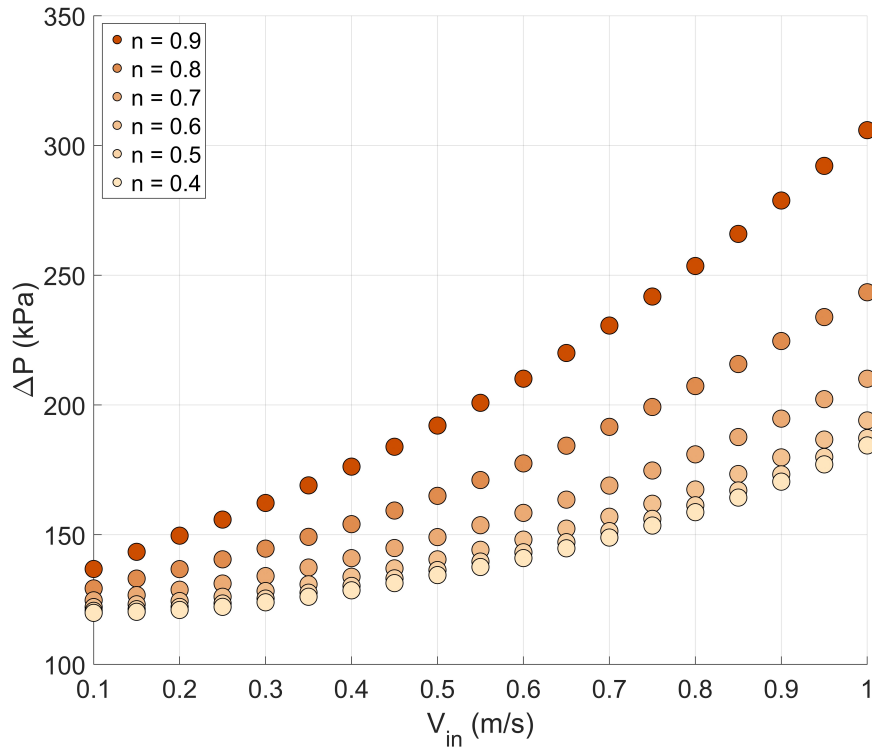


Figura 4.7: Gráfico ΔP vs V_{in} (variación n)

Los resultados obtenidos para las velocidades internas muestran que la variación del índice de flujo n también tiene un efecto directo sobre el perfil interno del fluido en el medio poroso. En la Figura 4.8 muestra la relación entre la velocidad interna alcanzada dentro del medio (V_{max}) y la caída de presión ΔP , en este gráfico se aprecia que a caídas de presión bajas ($\Delta P < 150$ kPa), la velocidad máxima lograda disminuye a medida que aumenta el índice de comportamiento de flujo n . Esto significa que aunque el gradiente de presión sea similar, un fluido con mayor n ofrece mayor resistencia al movimiento, reduciendo el flujo en los canales internos. A medida que la caída de presión aumenta ($\Delta P > 150$ kPa), debido al aumento en la velocidad de entrada, la velocidad interna presenta un leve aumento al aumentar n , siendo importante destacar que, este incremento en velocidad va de la mano con un gran aumento en la presión interna del medio poroso. Comparando las curvas de $n = 0.4$ y $n = 0.9$, se puede comprobar esta afirmación, donde para obtener un incremento en la velocidad interna de $3.3 \frac{m}{s}$ a $3.6 \frac{m}{s}$ es decir un incremento en velocidad del 9%, es necesario que la presión interna aumente en un 66%.

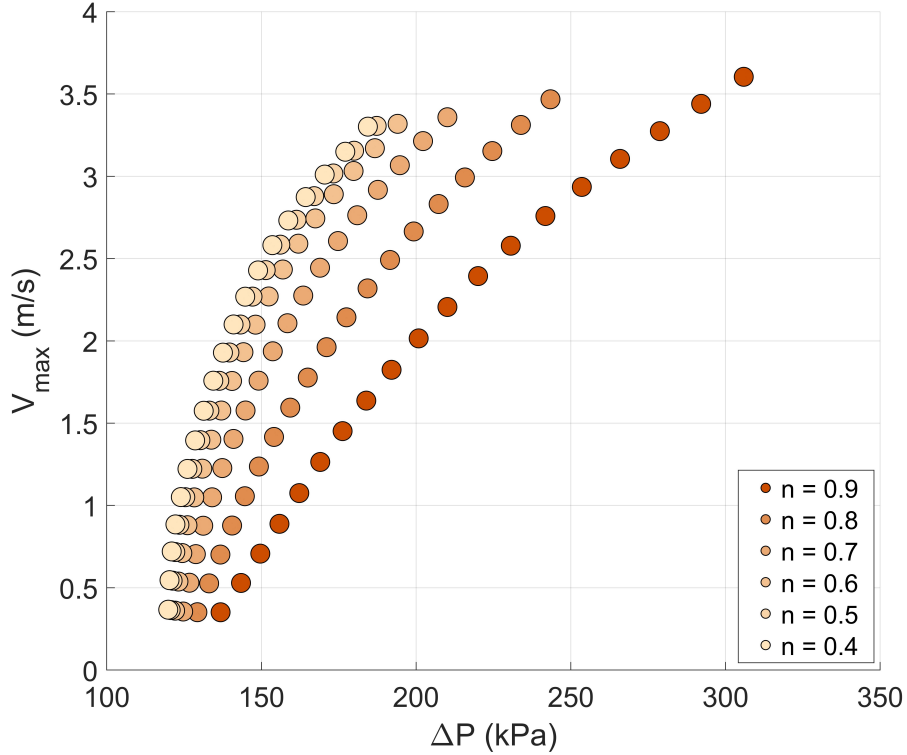


Figura 4.8: Gráfico V_{max} vs ΔP (variación n)

4.3.4 Comparación con fluido newtoniano

El análisis comparativo entre las simulaciones newtonianas y el caso newtoniano permite identificar el peso relativo de cada parámetro del modelo de Herschel-Bulkley. En primer lugar, el esfuerzo de fluencia τ_0 resulta ser el factor más determinante, ya que introduce un incremento basal de la caída de presión que se manifiesta con gran intensidad en bajas velocidades de entrada ($V_{in} < 0.2 \frac{m}{s}$). En este rango, las diferencias respecto al caso newtoniano alcanzan hasta +350%, confirmando que el esfuerzo de fluencia actúa como una barrera inicial al movimiento y gobierna la resistencia al inicio del flujo en el medio poroso. A medida que la velocidad de entrada aumenta, estas diferencias se reducen y convergen en una zona de transición ($V_{in} = 0.2 - 0.3 \frac{m}{s}$) en la que los resultados newtonianos y no newtonianos son comparables. A partir de este régimen las tendencias se invierten y los relaves muestran caídas de presión menores al fluido newtoniano de referencia, llegando a ser inferiores entre un -40% y -60% en el rango de $V_{in} > 0.6 \frac{m}{s}$.

En los barridos realizados sobre K y n , se mantuvo un $\tau_0 = 500$ Pa. Esto significa que las simulaciones cuentan con el mismo desfase asociado al esfuerzo de fluencia, explicando que frente al caso newtoniano existan diferencias importantes. No obstante, al comparar dentro de cada conjunto de simulaciones, las variaciones observadas indican que los parámetros K y n corresponderían a parámetros incrementales que aumentarían o disminuirían la diferencia existente entre el caso new-

toniano y no newtoniano dependiendo del régimen en el que se encuentre. Para $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$ para un $K = 0.4$ la simulación no newtoniana presenta una diferencia porcentual del 136%, y mientras que para un $K = 0.9$ existe una diferencia del 156% es decir el incremento de K aumento la diferencia en +13%. Por otro lado, para una velocidad de entrada $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ para los mismos valores de K se paso de un -61% a un -51%, es decir, la diferencia entre el caso no newtoniano y el newtoniano se redujo en un 20%. Para el caso de n el comportamiento es similar, para $n = 0.4$ y $n = 0.9$, a una $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$ la diferencia aumenta de 119% a 150%, es decir, un incremento del 26%, mientras que para $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ la diferencia porcentual disminuye de -71% a -51% siendo una disminución relativa del 28%. Cabe mencionar que, estas variaciones porcentuales relativas indicarían que a la hora de aumentar o disminuir la diferencia entre el caso no newtoniano y newtoniano, el índice de consistencia de flujo n tendría un mayor impacto que el índice de comportamiento K .

En términos prácticos, este comportamiento permite separar dos contribuciones (i) un comportamiento basal definido por τ_0 , que explica el exceso de ΔP respecto al fluido newtoniano, y (ii) un componente incremental determinado por K y n , los cuales regulan la sensibilidad del fluido al régimen de deformación. En conjunto, se puede concluir que el esfuerzo de fluencia es el parámetro de mayor peso en la comparación absoluta con el comportamiento newtoniano, mientras que los parámetros K y n son los que explican las variaciones relativas dentro de un escenario ya condicionado por el valor de τ_0 .

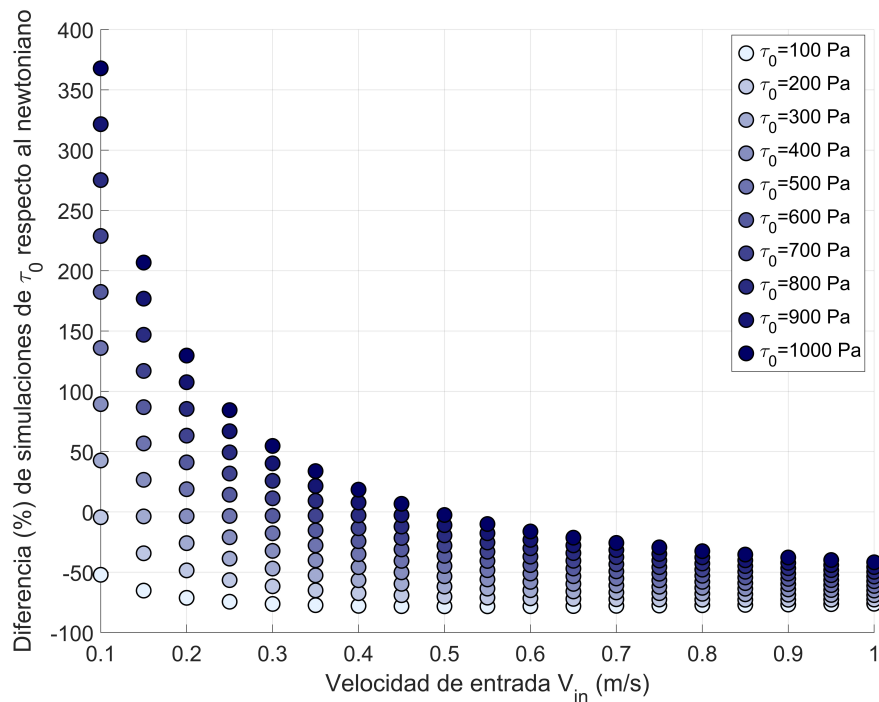


Figura 4.9: Diferencia porcentual entre simulaciones no newtonianas (variación de τ_0) y newtonianas

4.3.5 Variación del medio

La Figura 4.10 y las Figuras 6.11 y 6.12 (Anexo) muestran el efecto del tamaño de las partículas que conforman el medio poroso sobre la caída de presión con respecto a los tres parámetros estudiados (τ_0 , n y K). A partir de los gráficos se observa que el tamaño de las partículas que conforma el medio poroso es un factor dominante en la magnitud de la caída de presión ΔP . Donde similar que en el caso newtoniano, a medida que el tamaño de las partículas es menor, la caída de presión dentro del medio presenta un aumento, esto nos indica que, aunque estemos trabajando con fluidos que físicamente se comportan de manera distinta, la permeabilidad del medio sigue presentando una relación inversa a la caída de presión dentro del medio. Para determinar la influencia del tamaño de partículas sobre la caída de presión, se realizó la comparación porcentual entre los resultados obtenidos en la geometría 2 (G2) y la geometría 3 (G3) con respecto a los resultados de la geometría 1 (G1), esta comparación se realizó para cada parámetro estudiado (τ_0, n y K).

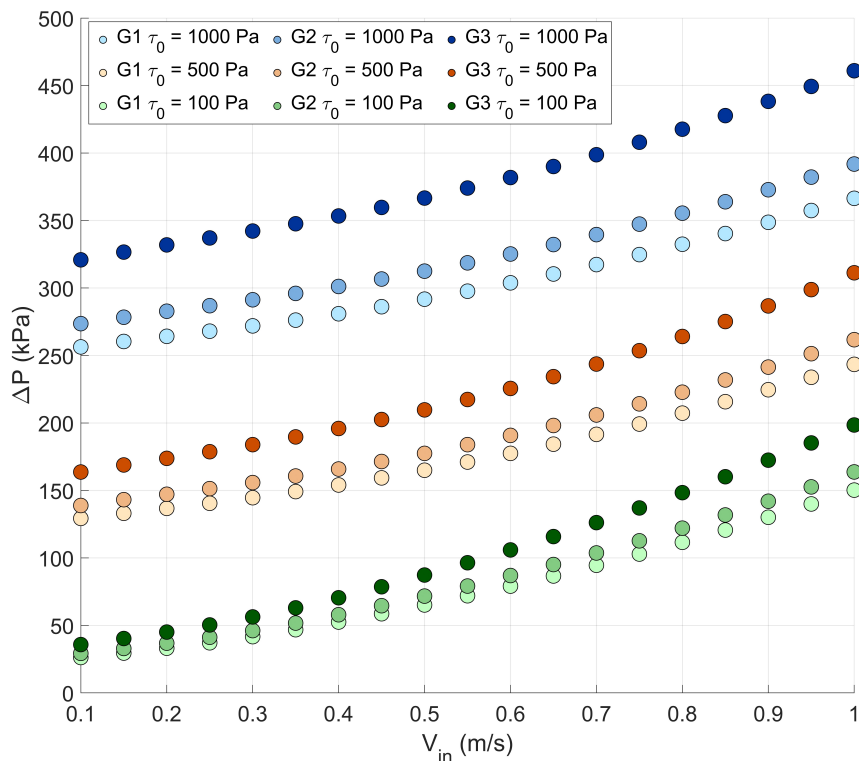


Figura 4.10: Gráfico ΔP vs V_{in} (variación de geometría)

En la Tabla 4.2 los resultados confirman que la geometría del medio poroso es un factor dominante en la magnitud la presión interna, observándose que a medida que el diámetro de partículas disminuya, la caída de presión aumentará, ya que las diferencias de presión más significativas se aprecian cuando comparamos el medio poroso formado por partículas de 4 mm con nuestro caso base de 5 mm, con valores entre 25-36%, mientras que al comparar el medio de 4.5 mm con el

de 5 mm las variaciones obtenidas son menores, en el rango del 6-12%. Este comportamiento es esperable ya que de la G1 a G3 tenemos una reducción en tamaño del 20% para el caso de 4 mm y para la comparación G1-G2 tenemos una reducción del 10% en el tamaño de las partículas.

Adicionalmente, podemos apreciar que al disminuir τ_0 la variación porcentual entre los casos aumenta, tanto para la comparación G1-G2 como en G1-G3. Donde por ejemplo si tomamos el caso donde $V_{in} = 0.5 \frac{m}{s}$ en la comparación G1-G3 se pasa de un 25.68% con un $\tau_0 = 1000$ Pa a 34.01% con $\tau_0 = 100$ Pa, confirmando que un menor esfuerzo de fluencia amplifica el efecto de la geometría sobre la caída de presión, ya que el fluido fluye con mayor facilidad y la diferencia de estructura se volvería mas determinante.

Tabla 4.2: Variación porcentual para diferentes valores de τ_0 con respecto a la geometría 1 (G1).

V_{in} (m/s)	$\tau_0 = 1000$ Pa		$\tau_0 = 500$ Pa		$\tau_0 = 100$ Pa	
	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm
0.10	25.2	6.7	26.6	7.4	36.5	11.6
0.15	25.4	6.9	26.9	7.6	36.5	11.5
0.20	25.6	7.0	27.1	7.6	36.2	11.3
0.25	25.8	7.1	27.2	7.7	35.6	11.0
0.30	25.8	7.1	27.2	7.7	35.0	10.6
0.35	25.9	7.2	27.2	7.7	34.5	10.3
0.40	25.8	7.2	27.2	7.7	34.2	10.1
0.45	25.7	7.2	27.2	7.6	34.0	9.9
0.50	25.7	7.1	27.1	7.6	34.0	9.9
0.55	25.7	7.1	27.1	7.5	33.9	9.8
0.60	25.7	7.0	27.1	7.5	33.7	9.8
0.65	25.7	7.0	27.1	7.5	33.6	9.7
0.70	25.7	7.0	27.2	7.5	33.4	9.6
0.75	25.6	7.0	27.3	7.5	33.2	9.5
0.80	25.6	6.9	27.4	7.5	33.0	9.4
0.85	25.7	6.9	27.6	7.5	32.7	9.2
0.90	25.7	6.9	27.7	7.5	32.5	9.1
0.95	25.7	6.9	27.8	7.5	32.3	9.0
1.00	25.8	6.9	27.9	7.5	32.1	8.9

Con respecto a la comparación de geometrías para distintos valores de n (Tabla 6.3), los resultados muestran que la geometría del medio sigue siendo un factor predominante, ya que la comparación G1-G3 arroja valores del orden de 25-31%, mientras que al comparar G1 con G3 las variaciones se sitúan en un rango de 6-9%. Se observa que el índice de comportamiento de flujo n tiene un impacto creciente en las variaciones porcentuales, especialmente en la comparación G1-G2. Donde a medida que n aumenta de 0.6 a 0.9, los valores pasar de 6.1% a 8.8%, representando un incremento

relativo de +44%. En cambio, en la comparación G1-G3 los valores crecen de manera más moderada, desde 25.6% a 30.9%, es decir un aumento relativo de +21%. Sugiriendo que mientras más restrictivo sea el medio poroso, la geometría presentaría mayor dominancia en el flujo hidráulico.

En la Tabla 6.4 los resultados se muestran de manera consistente con los análisis anteriores, donde la geometría es el factor que determina la mayor diferencia, situándose los valores entre 26-29% para la comparación G1-G3 y 7-8% para la comparación G1-G2. El aumento de K genera un incremento gradual en los valores porcentuales, con una variación porcentual relativa de +6-10% entre los extremos analizados, siendo este efecto más notorio en la comparación G1-G2, donde los valores crecen de 7.5% a 8.2% al pasar de $K = 0.4$ a $K = 0.7$ (+9%), mientras que G1-G3 el aumento es de 27.9% a 29.5% (+6%) en las mismas condiciones. Sugiriendo lo mismo que en la comparación de n que en medios más restrictivos, la geometría tendría mayor dominancia en el flujo.

Finalmente, para los tres parámetros analizados, el efecto de la velocidad de entrada V_{in} resulto ser marginal, ya que los valores se mantienen generalmente constantes a lo largo de todo el rango $0.1 - 1 \frac{m}{s}$. Indicando que la respuesta del sistema esta modulada principalmente por la interacción entre la geometría y las características reológicas del fluido.

Por otra parte, al analizar la relación entre la velocidad interna del fluido y la caída de presión (Figuras 4.10 y anexos 6.13 y 6.14), se observa un comportamiento coherente con lo descrito previamente: para alcanzar las mismas velocidades internas, los medios porosos conformados por partículas más pequeñas requieren una caída de presión mayor. Esto refuerza la interpretación de que la geometría influye principalmente en la resistencia hidráulica del medio y en el nivel de presión necesario para establecer el flujo, pero no modifica de forma relevante la dependencia funcional entre velocidad interna y caída de presión en condiciones de flujo constante.

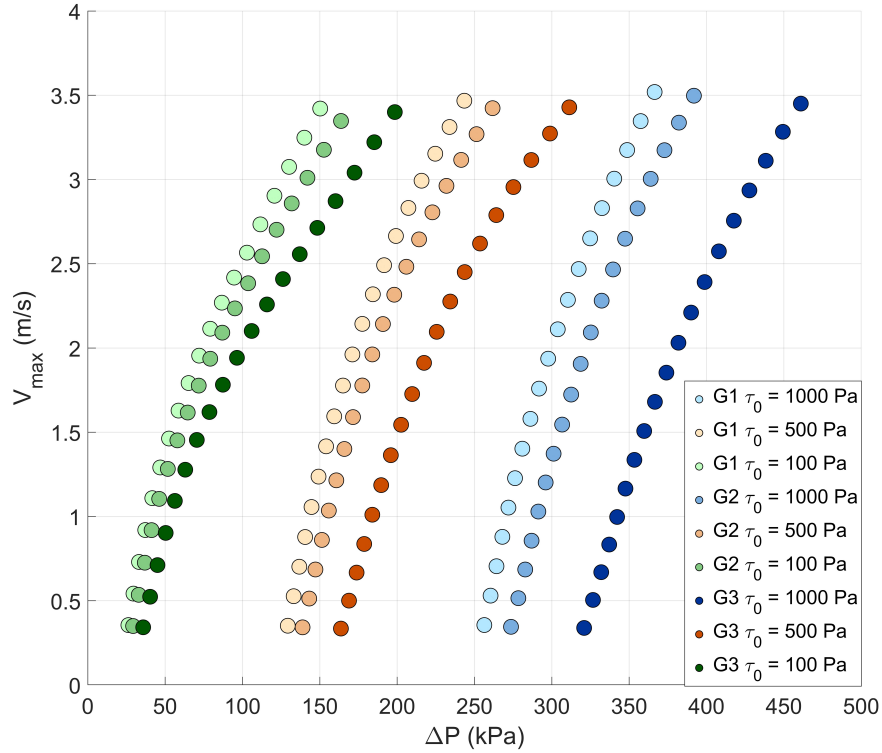


Figura 4.11: Gráfico V_{max} vs ΔP (variación de geometría)

4.3.6 Comparación Chevalier et al. 2013

En las Tablas 4.3 y 4.4 se presentan los resultados para la caída de presión utilizando el modelo de Chevalier et al. 2013 y los resultados obtenidos de las simulaciones computacionales. Como se observa, ambos métodos reproducen de manera consistente la tendencia del incremento de ΔP a medida que incrementa la velocidad de entrada V_{in} . Además, se mantiene la relación entre el tamaño de partículas que conforman el medio y la caída de presión dentro de este, donde a menor radio de partículas hay un aumento en la caída de presión dentro del medio.

Al comparar ambos resultados obtenidos (Tabla 4.5) existe una discrepancia entre los métodos utilizados, presentándose diferencias entre los valores de caída de presión calculados. Esta diferencia se obtuvo principalmente cuando nos encontramos en regímenes donde la velocidad de entrada es baja ($V_{in} < 0.35 \frac{m}{s}$), obteniéndose una subestimación en la caída de presión entre el 12-10% en la geometría 1. Por el otro lado, cuando nos encontramos en $V_{in} > 0.85 \frac{m}{s}$, se obtiene una sobreestimación entre 10-19%. Esta discrepancia puede atribuirse al carácter empírico de los coeficientes α y β presentes en el modelo de Chevalier, los cuales fueron definidos en su estudio con valores de 5.5 y 85 respectivamente, ajustados al fluido y a la geometría utilizados en sus experimentos. Al aplicar dichos coeficientes en este trabajo, no logran reflejar con exactitud las condiciones reológicas

del fluido simulado ni la configuración geométrica del medio poroso, por lo que el modelo reproduce adecuadamente las tendencias generales pero no logra un ajuste cuantitativo preciso. Otra razón de estas discrepancias sería la misma geometría de simulación, debido a que el modelo de Chevalier se construyó a partir de un experimento 3D, el medio poroso utilizado es más complejo que el de las simulaciones 2D realizadas en este estudio, donde tenemos una estructura regular a lo largo de todo el dominio. Las posibles soluciones para estas discrepancias serían, (i) Recalcular los parámetros empíricos α y β considerando las características del relave minero utilizado, (ii) Modificar la geometría de simulación buscando que se asemeje lo mas posible a un medio poroso real.

Tabla 4.3: Calculo de ΔP utilizando el modelo Chevalier et al. (2013).

V (m/s)	ΔP (kPa) G1	ΔP (kPa) G2	ΔP (kPa) G3
0.10	148.23	165.74	187.90
0.15	152.34	170.71	194.04
0.20	156.18	175.35	199.78
0.25	159.83	179.77	205.24
0.30	163.33	184.00	210.47
0.35	166.72	188.10	215.64
0.40	170.02	192.08	220.46
0.45	173.33	195.92	225.96
0.50	176.37	199.77	229.96
0.55	179.45	203.49	234.56
0.60	182.47	207.07	239.08
0.65	185.45	210.74	243.53
0.70	188.38	214.28	247.90
0.75	191.26	217.77	252.47
0.80	194.11	221.21	256.47
0.85	196.93	224.61	260.68
0.90	199.71	227.98	264.83
0.95	202.46	231.30	268.94
1.00	205.18	234.59	273.01

Tabla 4.4: Resultados de ΔP obtenidos de las simulaciones en COMSOL.

V (m/s)	ΔP (kPa) G1	ΔP (kPa) G2	ΔP (kPa) G3
0.10	129.30	138.86	163.65
0.15	133.09	143.17	168.89
0.20	136.74	147.17	173.78
0.25	140.51	151.35	178.71
0.30	144.64	155.83	183.94
0.35	149.18	160.68	189.68
0.40	154.06	165.87	195.91
0.45	159.31	171.46	202.56
0.50	164.98	177.47	209.71
0.55	171.06	183.94	217.40
0.60	177.48	190.80	225.58
0.65	184.30	198.14	234.32
0.70	191.56	205.95	243.66
0.75	199.22	214.18	253.57
0.80	207.28	222.79	264.08
0.85	215.77	231.87	275.45
0.90	224.63	241.40	286.73
0.95	233.86	251.34	298.81
1.00	243.42	261.70	311.82

Tabla 4.5: Variación porcentual respecto al modelo de Chevalier et al. 2013

V in (m/s)	G1	G2	G3
0.10	-12.8	-16.2	-12.9
0.15	-12.6	-16.1	-12.9
0.20	-12.4	-16.1	-13.0
0.25	-12.1	-15.8	-12.9
0.30	-11.4	-15.3	-12.6
0.35	-10.5	-14.6	-12.0
0.40	-9.4	-13.7	-11.1
0.45	-8.1	-12.5	-10.0
0.50	-6.5	-11.2	-8.6
0.55	-4.8	-9.6	-7.3
0.60	-2.7	-7.9	-5.7
0.65	-0.6	-6.0	-3.8
0.70	1.7	-3.9	-1.7
0.75	4.5	-1.7	0.5
0.80	6.8	0.7	3.0
0.85	9.6	3.3	5.6
0.90	12.5	5.9	8.3
0.95	15.5	8.7	11.1
1.00	18.6	11.6	14.0

4.4 Modelo propuesto

A partir de los resultados obtenidos de las simulaciones, se identificó que el comportamiento de un flujo no newtoniano a través de un medio poroso depende tanto de las propiedades reológicas del fluido como de las características geométricas del medio. Como se mencionó en la sección 3.2, se utilizaría el teorema del π de Buckingham para construir grupos adimensionales que permitan describir el fenómeno estudiado (Anexo 6.5).

El primer grupo adimensional Π_1 se describe mediante la ecuación 4.1 la cual define la relación entre la caída de presión dentro del medio poroso y la energía cinética del flujo, representando el costo energético necesario para el avance del fluido a través del medio poroso. El segundo grupo Π_2 (ecuación 4.2) relaciona los términos inerciales con los reológicos definidos por la ley de Herschel–Bulkley, actuando como un número de transición que indica cuándo domina la reología no newtoniana frente a los efectos inerciales, en concordancia con el concepto de Reynolds generalizado para fluidos complejos. El tercer grupo (Π_3) (ecuación 4.3) equivale al coeficiente de fluencia, reflejando la importancia del esfuerzo de fluencia respecto a la presión, estableciendo el umbral mínimo para que ocurra el flujo. El último grupo Π_4 (ecuación 4.4) incorpora la influencia geométrica del medio poroso a través de la razón entre el radio de las partículas R y el ancho del este W .

$$\Pi_1 = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad (4.1)$$

$$\Pi_2 = \frac{\rho V_1^2}{\tau_0 + K\left(\frac{8V_1}{2R}\right)^n} \quad (4.2)$$

$$\Pi_3 = \frac{\tau_0}{\rho V_1^2} \quad (4.3)$$

$$\Pi_4 = \frac{R}{W} \quad (4.4)$$

Luego de definir los grupos adimensionales respectivos, se busca construir un modelo físico que describa el fenómeno siguiendo la forma de la ecuación 3.2 del capítulo anterior. Para ello primero debemos determinar las relaciones existentes entre Π_1 y los demás grupos adimensionales, es decir:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) \quad (4.5)$$

$$\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2} = f\left(\frac{\rho V^2}{\tau_0 + K\left(\frac{8V_1}{2R}\right)^n}, \frac{\tau_0}{\rho V_1^2}, \frac{R}{W}\right) \quad (4.6)$$

En la Figura 4.13, se presenta la relación entre Π_1 y Π_2 , donde se observa que el comportamiento es fuertemente no lineal, caracterizado por valores altos de Π_1 cuando Π_2 es cercano a cero y viceversa. Este resultado nos indica que, cuando Π_2 es pequeño, las características reológicas

dominarían frente a los términos de inerciales, provocando que la caída de presión en Π_1 aumente significativamente. Por el contrario, a medida que Π_2 aumente, la influencia de las características reológicas disminuye frente a las velocidades de entrada, produciendo que los valores de Π_1 disminuyan. Con respecto a la Figura 4.14, se presenta la relación entre Π_1 y Π_3 , donde a comparación del caso anterior, en este gráfico se observa un comportamiento lineal y creciente, es decir, a medida que incrementa Π_3 , también aumenta Π_1 . Este gráfico nos muestra que cuando Π_3 es pequeño, los valores de Π_1 también lo son, implicando que la caída de presión necesaria para el movimiento del fluido es reducida. Sin embargo, a medida que aumenta Π_3 , aumentan los valores de Π_1 , indicando que se requiere una mayor caída de presión para mantener el flujo a través del medio poroso. Analizando la Figura 4.15, se presentan tres bandas verticales correspondientes a las tres geometrías utilizadas. En las bandas se observa una gran dispersión de los datos debido a la variación en las condiciones de flujo y parámetros reológicos, mientras que los parámetros geométricos se mantienen constantes. Entre Π_1 y Π_4 no existe una relación clara, sin embargo, podemos notar que las bandas decrecen a medida que el tamaño de las partículas aumenta, presentando concordancia con lo mencionado anteriormente, donde la caída de presión aumentaba a medida que el tamaño de partícula disminuía.

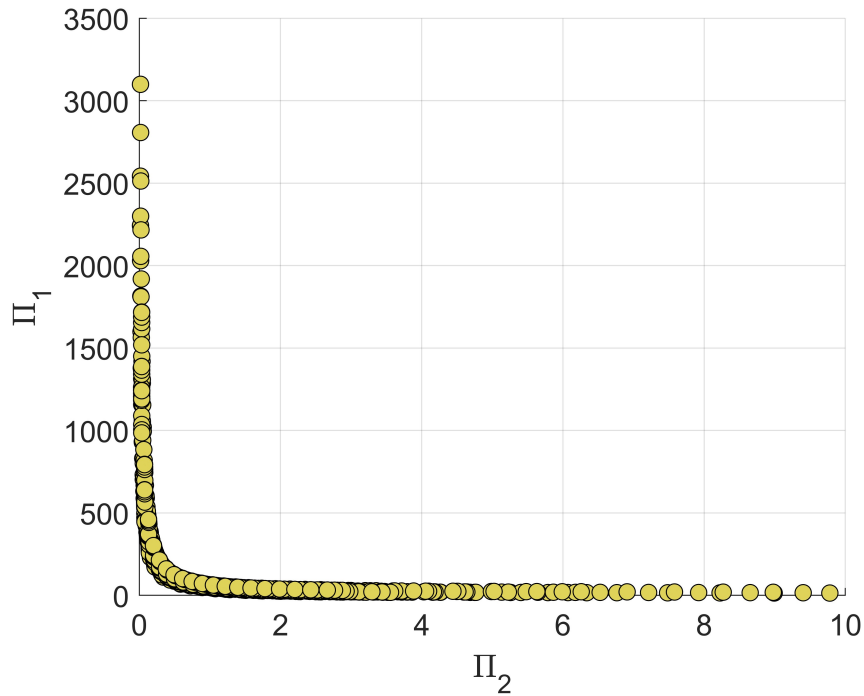


Figura 4.12: Relación entre grupos adimensionales Π_1 y Π_2

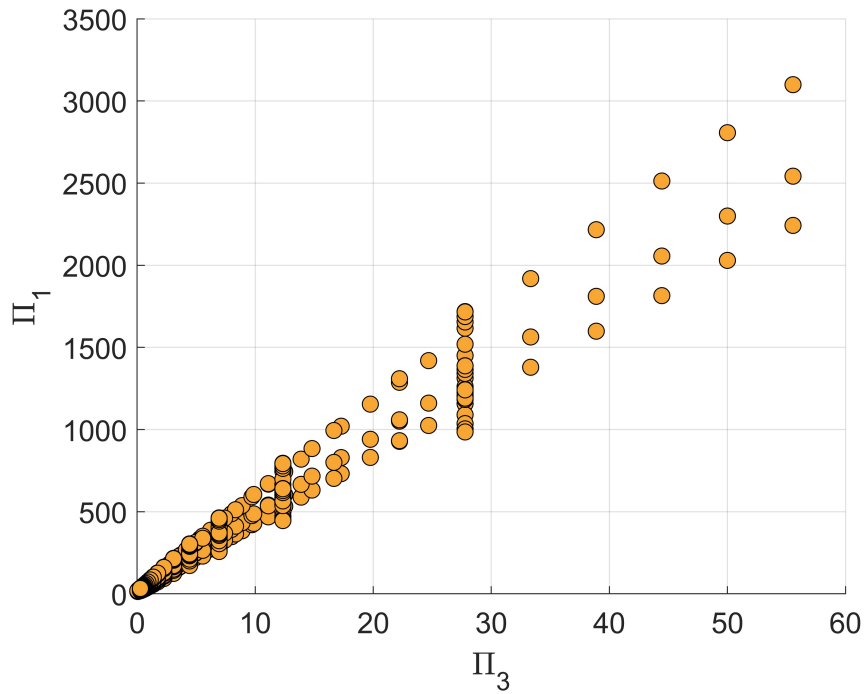


Figura 4.13: Relación entre grupos adimensionales Π_1 y Π_3

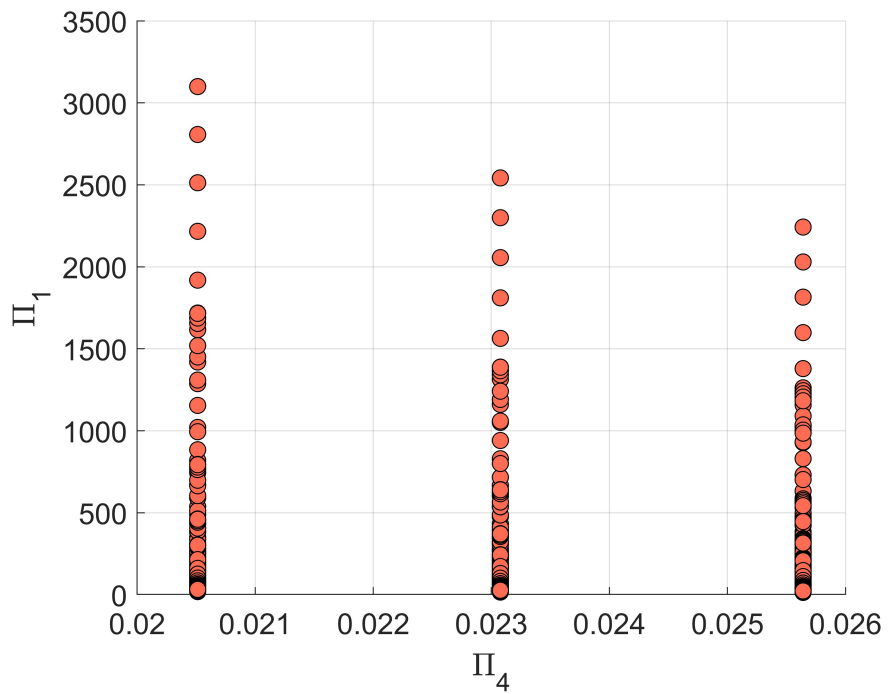


Figura 4.14: Relación entre grupos adimensionales Π_1 y Π_4

Posterior a determinar la relación existente entre los grupos adimensionales, se procede a construir un modelo físico que describa el comportamiento del flujo no newtoniano a través de medios

porosos. Este modelo se construye siguiendo la forma de la ecuación 3.2 mencionada en el capítulo 3, la cual es la combinación de los grupos adimensionales con el objetivo de expresar Π_1 en función de Π_2 , Π_3 y Π_4 . En esta fórmula los coeficientes α_i corresponden al ajuste de los parámetros a partir de los datos simulados. El ajuste de estos coeficientes se realizó mediante el método de mínimos cuadrados no lineales, utilizando la función `lsqcurvefit` de MATLAB. Este algoritmo implementa el método de Levenberg-Marquardt, el cual combina el enfoque Gauss-Newton con el descenso por gradiente para minimizar la suma de los cuadrados de los residuos:

$$S(\alpha) = \sum_{i=1}^N (\Pi_{i,1}^{sim} - \Pi_{1,i}(\alpha))^2 \quad (4.7)$$

Donde $\Pi_{i,1}^{sim}$ corresponde a los valores simulados y $\Pi_{1,i}(\alpha)$ a los valores estimados por el modelo. En cada iteración, los parámetros se actualizan de acuerdo con la dirección que minimiza el error entre los valores experimentales y los predichos por el modelo.

Los valores finales obtenidos para los coeficientes del modelo se presentan en la Tabla 4.6, mostrando la relación empírica ajustada entre los grupos adimensionales.

Tabla 4.6: Ajuste de coeficientes del modelo físico

Coficiente	Valor
α_1	0.17288
α_2	-2.28532
α_3	-1.28746
α_4	-1.47828

Como fue mencionado en el capítulo 3, con el fin de validar cuantitativamente la capacidad predictiva del modelo adimensional, se realizó un análisis estadístico basado en los parámetros R^2 , RMSE y MAE.

El modelo presenta un coeficiente de determinación $R^2 = 0.98$, lo que indica que el 98% de la variabilidad de los datos es explicada por la relación adimensional propuesta. Este valor refleja un ajuste casi perfecto entre los resultados obtenidos de las simulaciones y los predichos por el modelo, evidenciando su robustez en la representación del comportamiento del flujo a través del medio poroso.

Por otra parte, la raíz del error cuadrático medio RMSE obtenida fue de 12.36, implicando que la desviación promedio entre los valores predichos y los simulados corresponde a aproximadamente ± 12 unidades en el rango de Π_1 . Considerando que los valores de Π_1 alcanzan magnitudes del orden de varios miles, este error relativo sería inferior al 5%, considerándose muy satisfactorio

para modelos de este tipo.

Finalmente, el error medio absoluto MAE alcanzó un valor de 7.12, lo cual representa la diferencia promedio entre los datos obtenidos y los estimados por el modelo. El bajo valor del MAE confirma que las discrepancias locales son pequeñas y se mantienen distribuidas de manera uniforme, sin presencia de desviaciones significativas.

Estos resultados demuestran que el modelo adimensional lograría reproducir con alta precisión las tendencias observadas en las simulaciones. La Figura 4.16 muestra la comparación entre los valores de Π_1 obtenidos y los predichos por el modelo, observándose una clara alineación de los puntos a lo largo de la línea de tendencia, reforzando la validez del ajuste obtenido. De este modo, el modelo propuesto quedaría expresado por la ecuación 4.8.

$$\Pi_1 = 0.17288\Pi_2^{-2.28532}\Pi_3^{-1.28746}\Pi_4^{-1.47828} \tag{4.8}$$

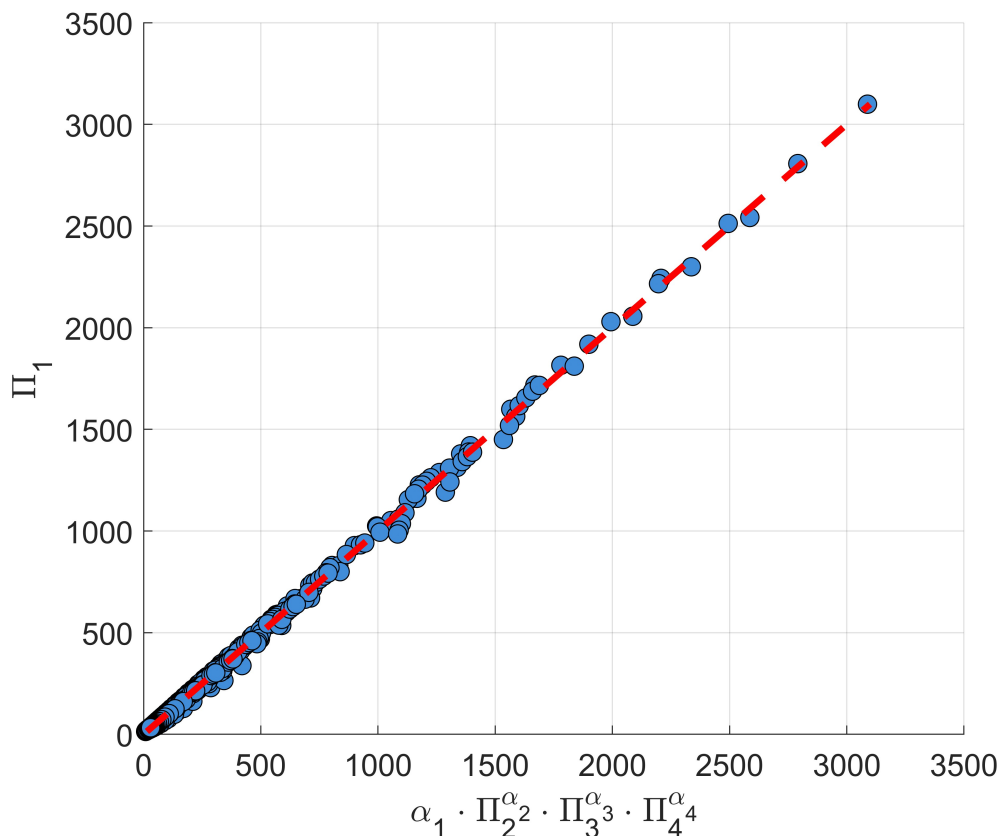


Figura 4.15: Relación entre Π_1 y combinación de grupos adimensionales ajustados

4.4.1 Análisis del efecto de cifras significativas en el ajuste del modelo

Con el objetivo de evaluar la sensibilidad del modelo frente a la precisión numérica de sus coeficientes de ajuste, se realizó un análisis adicional considerando el impacto de las cifras significativas utilizadas en los parámetros α_i . Para ello, se repitió el análisis estadístico manteniendo la misma formulación del modelo, donde se variaron la cantidad de cifras significativas de los coeficientes:

- Modelo original: Valores de α_i obtenidos directamente del ajuste.
- Modelo con 2 cifras significativas: Valores de α_i se redondearon a dos cifras significativas.
- Modelo con 1 cifra significativa: Valores de α_i se redondearon a una cifra significativa.

Los resultados de este análisis se resumen en la Tabla 4.7.

Se observa que tanto el modelo original como el de 2 cifras significativas mantienen prácticamente el mismo nivel de ajuste, con un $R^2 = 0.98$, $RMSE \approx 12.5$ y $MAE \approx 7.4$, indicando que una reducción moderada de precisión en los coeficientes, no afectaría de manera significativa el desempeño del modelo.

Por el contrario, al redondear a una cifra significativa, los indicadores estadísticos disminuyen considerablemente $R^2 = 0.89$, $RMSE = 109.79$ y $MAE = 48.73$, reflejando una pérdida sustancial en la capacidad predictiva del modelo y un aumento importante en la dispersión de los datos.

En base a estos resultados, se puede concluir que el modelo puede ser simplificado utilizando coeficientes con dos cifras significativas, lo que facilita su interpretación y aplicación práctica sin comprometer la precisión del ajuste estadístico ni la representación física del fenómeno. De esta manera, el modelo propuesto quedaría expresado por la ecuación 4.9:

$$\frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V_2^2} = 0.17 \left(\frac{\rho V_1^2}{\tau_0 + K \left(\frac{8V_1}{2R} \right)^n} \right)^{-2.29} \left(\frac{\tau_0}{\rho V_1^2} \right)^{-1.29} \left(\frac{R}{W} \right)^{-1.48} \quad (4.9)$$

Tabla 4.7: Comparación de los indicadores estadísticos obtenidos al modificar la cantidad de cifras significativas en los coeficientes del modelo adimensional.

Modelo	R^2	$RMSE$	MAE
Modelo original	0.98	12.36	7.12
Modelo con 2 cifras significativas	0.98	12.45	7.39
Modelo con 1 cifra significativa	0.89	109.79	48.73

4.4.2 Utilidad y alcances del modelo propuesto

La ecuación adimensional obtenida constituye una herramienta predictiva que permite estimar la caída de presión de un relave minero y fluidos no newtonianos representados por el modelo de Herschel–Bulkley, en función de sus propiedades reológicas y las características geométricas del medio poroso. La fórmula adimensional facilitaría el análisis comparativo entre diferentes condiciones de operación (velocidad de entrada, esfuerzo de fluencia, tamaño de partículas, etc.), permitiendo interpretar los resultados numéricos y establecer tendencias generales del comportamiento del flujo. Además, el modelo permitiría la extrapolación de los resultados a sistemas físicamente equivalentes, sin necesidad de repetir simulaciones numéricas para cada conjunto de parámetros.

No obstante, es importante recordar que las simulaciones realizadas para obtener este modelo fueron realizadas sobre un medio poroso bidimensional con patrón regular, por lo que mantendría su validez dentro de ese rango geométrico. Su aplicación a configuraciones más complejas, por ejemplo, medios tridimensionales, será evaluado en las próximas secciones a través de experimentos de laboratorio, con el fin de determinar si se requeriría una recalibración de los coeficientes de ajuste. Aun así, la ecuación conserva un valor significativo al capturar las relaciones físicas dominantes que gobiernan el flujo en medios porosos no newtonianos, proporcionando una base para el análisis de infiltración de fluidos con esfuerzo de fluencia a través de medios porosos.

4.5 Experimentos de laboratorio

4.5.1 Mezcla de maicena y agua a una concentración en peso = 35, 40 y 45%

La Figura 4.17 muestra los experimentos realizados con mezclas de 35, 40 y 45%. En el gráfico se observa que la relación entre la presión hidrostática y el flujo másico presenta un carácter lineal, lo cual es esperable debido a que en estas concentraciones la mezcla de maicena y agua presenta el comportamiento de un fluido newtoniano. Por otro lado, se logra identificar una disminución de la presión hidrostática y del flujo producto a la disminución en la columna de fluido a medida que este se infiltra en el material.

De los resultados experimentales, se contempla que la concentración del 35% genera una presión hidrostática de 314 Pa al inicio del flujo, donde se presentan los valores más altos de flujo másico, alcanzando $2.1 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. La pendiente promedio en este rango es de $2 \times 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{Pa}\cdot\text{s}}$, representando una mayor sensibilidad del flujo a medida que la presión hidrostática disminuye.

En el caso de $C_p = 40\%$ estos valores de flujo disminuyen, alcanzando $1.58 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ al inicio del

movimiento, sin embargo, se debe destacar que la presión hidrostática aumento a 420 Pa, indicando que al aumentar la concentración, la presión hidrostática aumentará, debido al aumento en la densidad del fluido. Además, la pendiente de los resultados es de $8.8 \times 10^{-7} \frac{\text{kg}}{\text{Pa}\cdot\text{s}}$, significando una reducción del 57% en la sensibilidad del flujo.

Finalmente, para $C_p = 40\%$ el flujo másico presenta una disminución mínima de $0.46 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ para una presión de 575 Pa a $0.4 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ cuando la presión es 0 Pa. La pendiente obtenida es de solo $1.0 \times 10^{-7} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$, es decir, un 90% menor al caso de $C = 35\%$.

Al comparar las tres concentraciones a una misma condición de presión hidrostática de $P = 300$ Pa, el flujo másico para $C_p = 35\%$ es $2.06 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$, para $C_p = 40\%$ el flujo es de $1.51 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ (26% menor al $C_p = 35\%$) y en el caso de $C_p = 45\%$ el flujo alcanza un valor de $0.43 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ (80% menor a $C_p = 35\%$). Esto confirma que, un aumento en la concentración de sólidos, provoca dos cosas principalmente, a un aumento en la presión hidrostática debido al aumento en la densidad y viscosidad, y una reducción en el flujo a través del medio poroso, debido a ese mismo aumento en la viscosidad.

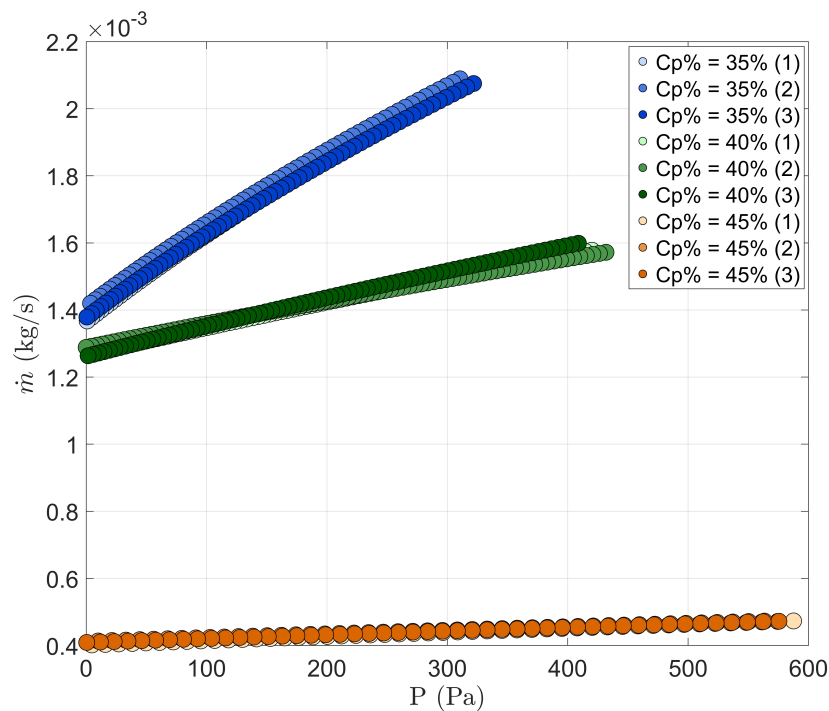


Figura 4.16: Experimentos newtonianos (variación en la concentración)

4.5.2 Mezcla de maicena y agua a una concentración en peso = 60% (variación de volumen infiltrado)

En los experimentos donde se varió el volumen infiltrado utilizando una concentración del 60%, se puede observar que a mayor volumen a infiltrar, mayor será la presión hidrostática ejercida sobre el medio poroso, debido al aumento en la altura de la columna de fluido que ejerce dicha presión. Por otro lado, en el gráfico logra apreciar el mismo comportamiento presentado en los experimentos newtonianos, donde la presión y el flujo se ven disminuidos a medida que el fluido se infiltra dentro del medio poroso, producto de la disminución en la altura de columna.

Con el fin de facilitar el análisis de los resultados, se utilizó el promedio de repeticiones de cada experimento (Figura 6.15 Anexos). Realizando la comparación entre las curvas, es decir, (i) curva de 25 ml con la curva de 20 ml y (ii) curva de 25 ml con curva de 15 ml, se obtuvo que la diferencia porcentual de la presión hidrostática es de constantes -24% y -43% respectivamente, indicándonos que el efecto del volumen de infiltración con relación a la presión sería proporcional ya que para una una disminución en volumen del 20% (25 a 20 ml) la disminución en la presión sería 24%, mientras que al disminuir el volumen en un 40% (25 a 15 ml) la presión disminuiría en un 43%.

Al analizar la comparación entre las curvas de flujo, estas revelaron que, mientras la diferencia porcentual de la presión entre los casos de 25 y 20 mL se mantuvo prácticamente constante, los flujos máxicos mostraron un comportamiento completamente distinto. En un inicio ($t = 0$ s) la variación entre casos fue cercana a -28%, aumentando progresivamente hasta alcanzar valores cercanos a -40% hacia los 350 s. Este resultado sugiere que, a diferencia de la presión, el flujo máxico no escala de manera proporcional con el volumen de infiltración, sino que presenta una pérdida relativa de eficiencia en condiciones de menor volumen, evidenciando un efecto acumulativo asociado al tiempo de infiltración y a la reducción de la carga hidráulica disponible.

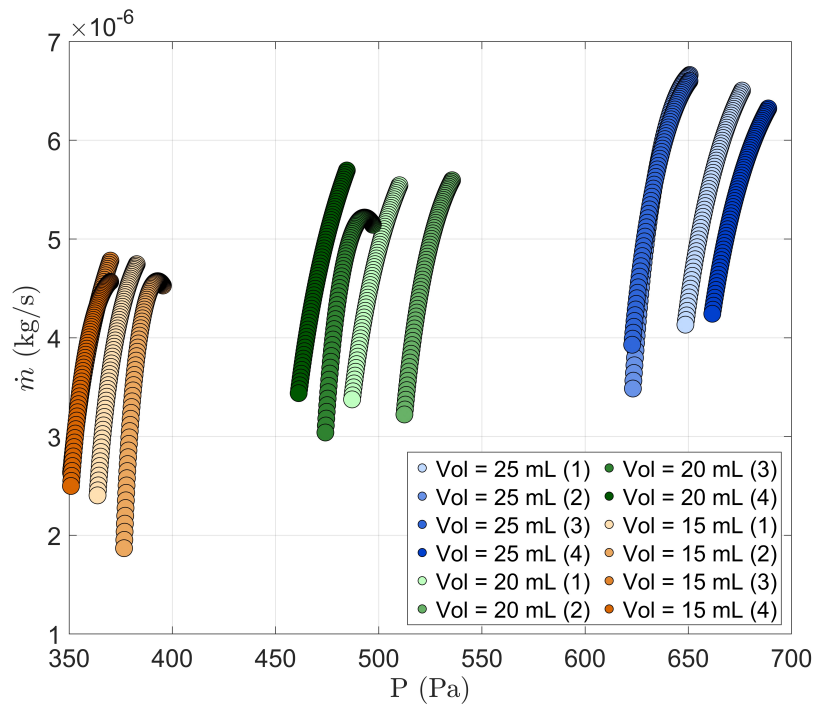


Figura 4.17: Experimentos no newtonianos (variación del volumen infiltrado)

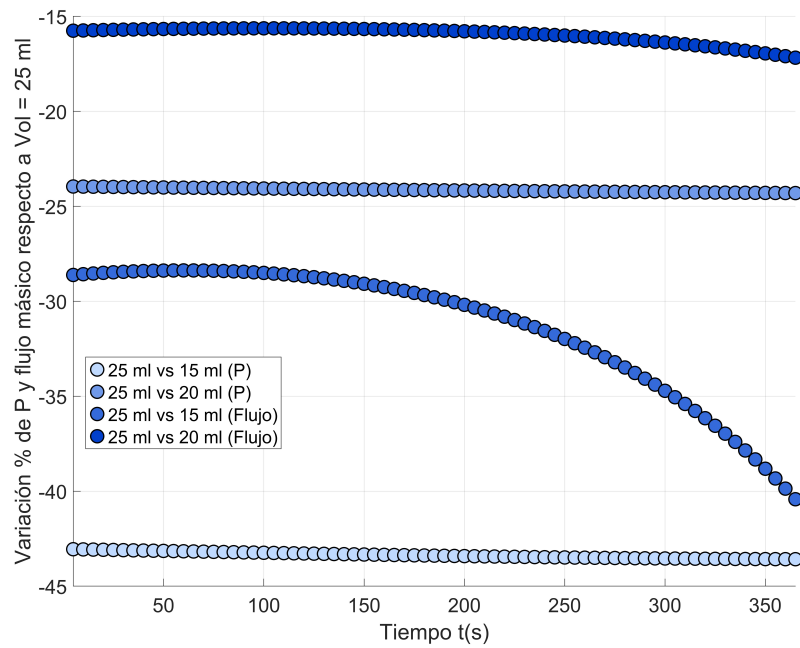


Figura 4.18: Variación porcentual de presión (P) y flujo másico respecto a Vol = 25 ml

4.5.3 Mezcla de maicena y agua a una concentración en peso = 60% (variación del tamaño de partículas)

Con respecto a los experimento donde fue variado el tamaño de las partículas, la Figura 4.19 muestra que, a medida que el diámetro de las partículas que conforman el medio poroso aumenta, también aumenta el flujo a través de este, inclusive cuando la presión hidrostática ejercida por el fluido se encuentra en un rango similar. Este comportamiento evidencia que, un mayor tamaño de partícula estaría asociado a una mayor permeabilidad del medio y, por ende, a una menor resistencia al paso del fluido. Otro punto importante a destacar es que al aumentar el tamaño de las partículas, dependiendo de que tan grande sea este incremento, es posible que el flujo pierda su carácter no newtoniano y se semeje a un flujo newtoniano, tal como se puede observar en experimentos de $Dp = 4$ mm, donde las curvas obtenidas serían casi lineales, contrastándose con las curvas de $Dp = 3$ mm y $Dp = 1$ mm, en las cuales se puede apreciar una clara no linealidad en sus curvas de flujo.

Aplicando el mismo procedimiento comparativo utilizado en el grupo de experimentos anterior, se observó que la presión hidrostática ejercida por el fluido se mantuvo prácticamente constante durante la mayor parte del ensayo. Solo en los minutos finales se registró una leve disminución inferior al 5 % asociada al incremento del flujo producido por el mayor tamaño de partículas. Al aumentar el diámetro de partícula, la infiltración fue más rápida y la columna de fluido descendió con mayor rapidez respecto del caso base ($Dp = 1$ mm), lo que se tradujo en una reducción de la presión hidrostática disponible.

Analizando el efecto del tamaño de partículas sobre el flujo, se confirma lo mencionado previamente, que un incremento en el tamaño de partículas genera un incremento en el flujo a través del medio poroso en condiciones de flujo natural. Comparando el flujo con partículas de 1 mm con el de 4 mm, tenemos un incremento en el rango de 120-150% presentando ese aumento hacia el fin del experimento, indicando que el incremento sería progresivo más que proporcional. De manera similar, al comparar los experimentos los experimentos de $Dp = 1$ mm y $Dp = 3$ mm, se presentó un incremento en el flujo entre un 40-60% el cual aumentaría progresivamente dentro de ese rango, a medida que avanza el experimento.

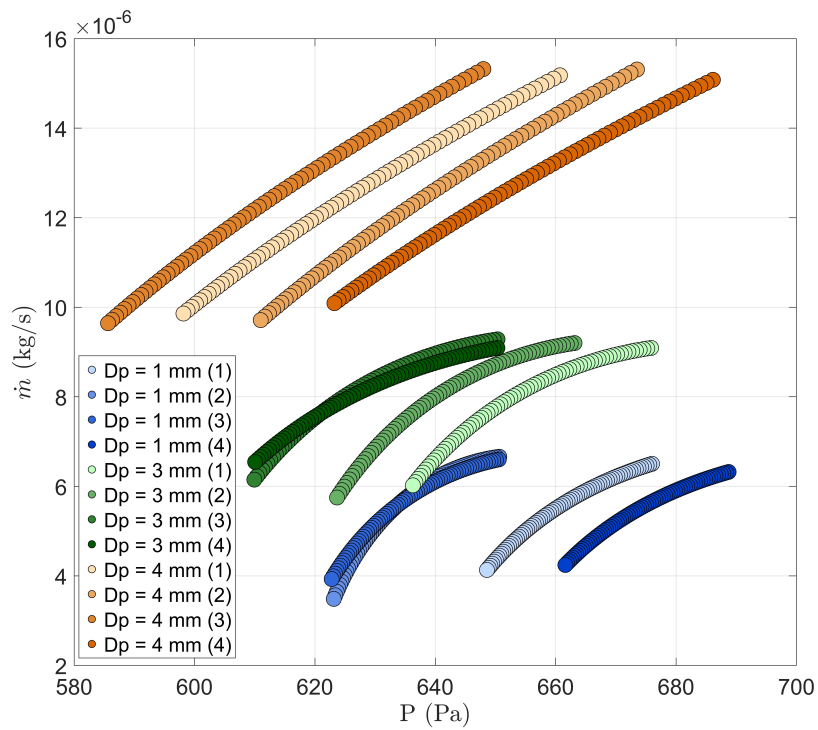


Figura 4.19: Experimentos no newtonianos (variación del tamaño de partículas)

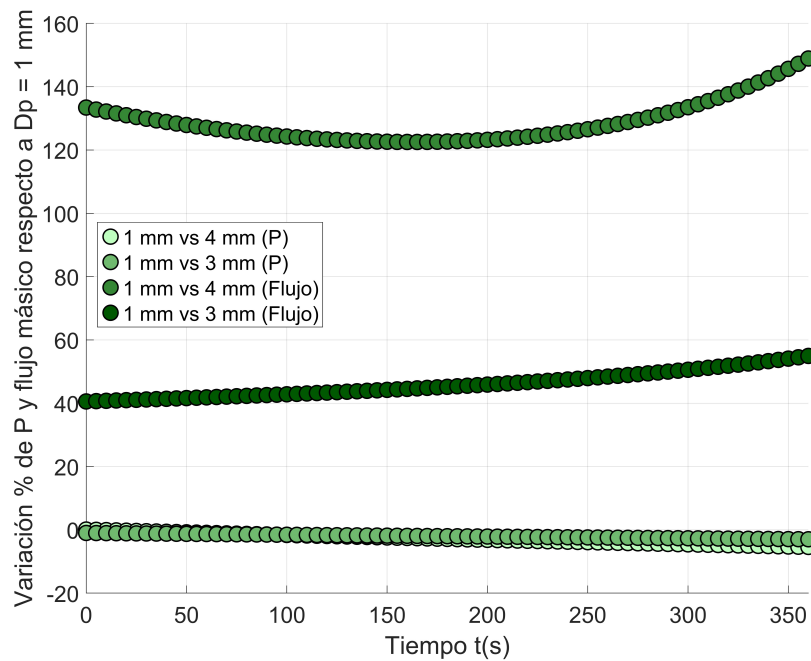


Figura 4.20: Variación porcentual de presión (P) y flujo másico respecto a $D_p = 1$ mm

4.5.4 Aplicación de modelo propuesto

Utilizando los resultados obtenidos de los experimentos se buscó analizar la aplicabilidad del modelo propuesto para sistemas más complejos. Para ello, el primer paso fue realizar la caracterización reológica de las mezclas a una concentración del 60% de maicena, obteniéndose los siguientes parámetros reológicos: $\tau_0 = 150$ Pa, $k = 2.5$ Pa \cdot sⁿ y $n = 1.4$, indicándonos que el fluido utilizado en los experimentos corresponde a un fluido de Herschel-Bulkley dilatante. Posterior a realizar la caracterización, se debieron transformar los resultados obtenidos a las variables presentes en el modelo desarrollado. Para las velocidades, estas se determinaron a partir del flujo másico obtenido, dividiéndolo por el área característica del medio poroso ($A = 7 \times 10^{-4}$ m²) y la densidad del fluido ($\rho = 1300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Con respecto a la caída de presión, esta se calculó como la diferencia entre la presión hidrostática ejercida por el fluido al inicio del flujo ($t = 0$ s) y la presión ejercida al terminar el experimento ($t = 360$ s).

La Figura 4.21 muestra el resultado obtenido al aplicar el modelo construido a partir de las simulaciones. Donde los puntos corresponden a los distintos grupos de experimentos (donde se variaron el volumen infiltrado y el diámetro de partículas del medio poroso) y la línea segmentada corresponde a modelo propuesto.

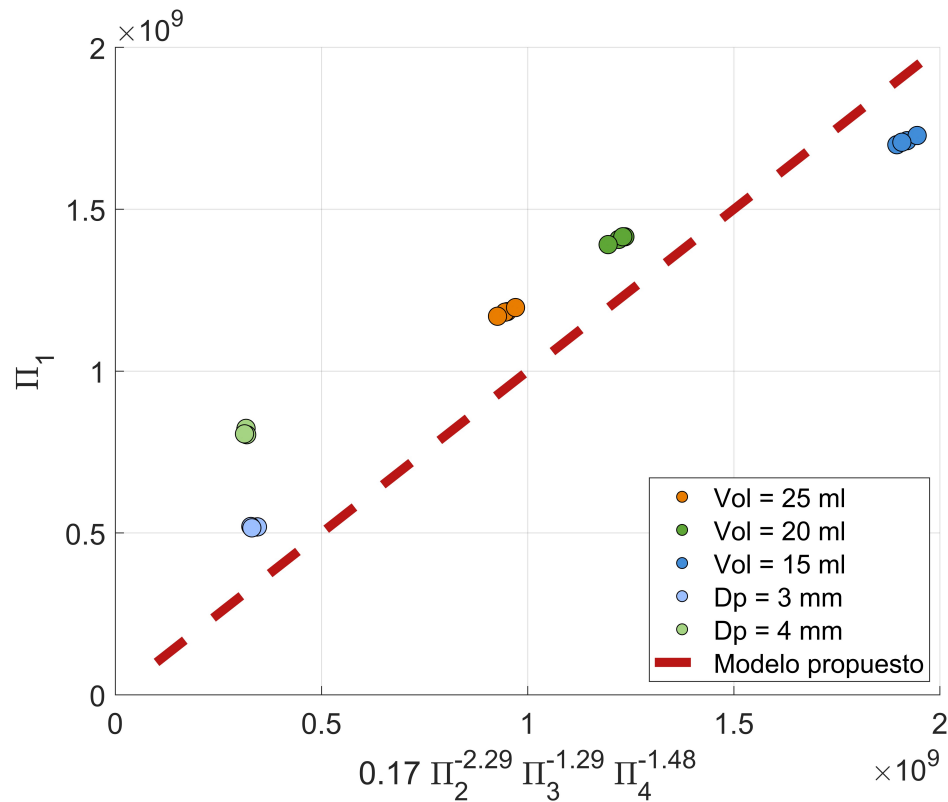


Figura 4.21: Evaluación de los experimentos en el modelo propuesto

Como se puede observar, ninguno de los grupos de experimentos se ajustaría de manera perfecta al modelo diseñado; sin embargo, este sí reproduciría de manera correcta el comportamiento general del fenómeno. Realizando una comparación entre los resultados entregados por Π_1 y el grupo adimensional ajustado (conformado por Π_2 , Π_3 y Π_4), se obtuvo que, para los experimentos donde se varió el volumen de infiltración, el grupo adimensional ajustado presentaría una variación porcentual del 15-21%, subestimando el valor determinado por Π_1 para los casos donde el volumen infiltrado es de 20 y 25 ml, mientras que para el caso donde el volumen es de 15 ml, el grupo ajustado sobreestimaría el valor de Π_1 en un 12% aproximadamente. Con respecto a los experimentos donde se modificó el tamaño de partículas, esta variación incrementó considerablemente, aumentando a un 42% para los experimentos donde el diámetro de las partículas fue de 3 mm, y a un 71% en los experimentos de $D_p = 4$ mm.

Cabe recordar que, este modelo fue desarrollado a partir de simulaciones bidimensionales con un medio poroso de estructura regular, por lo que estas diferencias pueden atribuirse a que el modelo no logra capturar el efecto estructural de medio poroso tridimensional, como es el empaquetamiento de las partículas y los canales preferenciales de flujo. No obstante, los resultados demuestran que el modelo reproduciría de forma coherente las tendencias para casos tridimensionales, permitiendo su aplicabilidad para describir el comportamiento global del sistema sin la necesidad de reajustar los coeficientes α_i .

En este sentido, el modelo propuesto constituye una herramienta teórica sólida para la descripción de flujos de fluidos no newtonianos en medios porosos, al integrar de manera adimensional los efectos combinados de la reología y la geometría del sistema. Su formulación, independiente de parámetros empíricos específicos, permite extrapolar los resultados hacia condiciones experimentales o geométricas distintas, manteniendo la coherencia del fenómeno estudiado. De esta manera, el modelo no solo aporta una base conceptual para la comprensión del flujo en medios complejos, sino que también ofrece un punto de partida para el desarrollo de correlaciones aplicables a distintos contextos.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

En el presente estudio se logró analizar el comportamiento de un relave, modelado como un fluido de Herschel-Bulkley pseudoplástico, al fluir a través de un medio poroso mediante simulaciones computacionales realizadas en el software Comsol Multiphysics. Esto permitió comprender como las diferentes propiedades reológicas y características geométricas influyen en el flujo. Complementariamente, a través de experimentos de laboratorio, se evaluó el efecto del tamaño de las partículas y el volumen infiltrado sobre el comportamiento del flujo a través en medios porosos.

Los resultados obtenidos permitieron validar en parte de la hipótesis planteada al inicio del estudio. Ya que en primer lugar, se comprobó que los fluidos de Herschel–Bulkley pseudoplásticos presentan una caída de presión menor en comparación con fluidos newtonianos bajo las mismas condiciones de flujo, sin embargo esta diferencia en la caída de presión solo es logvable cuando se tienen velocidades de entrada lo suficientemente altas como para minimizar el efecto del esfuerzo de fluencia. En segundo lugar, se observó que la relación entre la caída de presión y la velocidad de entrada no presenta un comportamiento lineal, lo que confirma que la ley de Darcy no es aplicable en estos casos y evidencia la necesidad de utilizar formulaciones alternativas que integren las propiedades reológicas de este tipo de fluidos.

Con respecto a la influencia de los parámetros reológicos sobre el flujo se observó que el esfuerzo de fluencia τ_0 es uno de los parámetro dominantes con respecto a inicio del flujo a través del medio poroso incrementando la caída de presión necesaria para iniciarlo. Esta dominancia sería particularmente notoria a bajas velocidades de entrada donde el régimen está controlado por la relación entre la presión aplicada y el umbral de fluencia. A mayores velocidades, el efecto de τ_0 tiende a atenuarse, dado que las fuerzas viscosas e inerciales adquieren mayor relevancia en el comportamiento global del sistema. Por su parte, el índice de consistencia de flujo K y el índice de

comportamiento de flujo n actúan como parámetros moduladores de las velocidades y las presiones dentro del medio poroso. No obstante, ambos parámetros mostraron una marcada dependencia del esfuerzo de fluencia, ya que este definiría la presión base en la que trabajará el sistema estudiado.

El modelo adimensional propuesto en este estudio representa un avance respecto a las formulaciones existentes, al integrar en una única expresión las propiedades reológicas y las características geométricas del medio poroso. El modelo ofrece una herramienta general y adaptable a diferentes condiciones de flujo y geometrías, con capacidad para reproducir tendencias experimentales sin requerir reajustes de sus coeficientes. De este modo, se constituye como una base teórica sólida para la caracterización de flujos no newtonianos en medios porosos.

Finalmente, los ensayos de laboratorio indicaron que a bajo condiciones de flujo natural, a medida que el fluido infiltra en el medio, su flujo se ve reducido producto de una disminución en la presión hidrostática ejercida sobre el medio poroso. Asimismo, se observó que al aumentar la concentración de sólidos, la presión ejercida por el fluido incrementa pero su flujo se ve disminuido producto de un aumento en la viscosidad y, por ende, a una menor movilidad del fluido dentro del medio. Con respecto al tamaño de partículas que conforman el medio, al incrementar su diámetro, se generaría un aumento en el flujo consecuencia de un aumento en la porosidad y la permeabilidad del medio.

5.2 Recomendaciones

A continuación, se presentan una serie de recomendaciones para la continuación de este estudio o estudios relacionados:

- En el caso de simulaciones computacionales, se recomienda diseñar geometrías más representativas del medio poroso, incorporando partículas con formas irregulares, distintas distribuciones de tamaño y variaciones en la conectividad de los poros. Además, se sugiere desarrollar modelos tridimensionales que permitan capturar el efecto de empaquetamiento no presente en las aproximaciones bidimensionales.
- Se sugiere ampliar el rango de parámetros reológicos y considerar distintos tipos de fluidos, con el fin de comparar los diferentes modelos existentes y buscar correlaciones entre ellos.
- Se recomienda complementar los ensayos de laboratorio con mediciones directas de presión y velocidad al interior del medio poroso, para validar cuantitativamente los campos de velocidad y presión obtenidos en las simulaciones.
- Se sugiere profundizar en la calibración y validación del modelo propuesto, aplicándolo a otras geometrías o configuraciones experimentales, con el fin de determinar su rango de validez y su potencial de generalización.

Referencias

- Deniz Adiguzela and Atac Bascetina. The investigation of effect of particle size distribution on flow behavior of paste tailings. *Journal of Environmental Management*, 2019.
- John D. Anderson. *Computational Fluid Dynamics: The Basics With Applications*. McGraw-Hill Science, 1995.
- Shahid Azam and Qiren Li. Tailings dam failures: A review of the last one hundred years. *Geotechnical News*, 2010.
- G. I. Barenblatt. *Scaling, Self-similarity, and Intermediate Asymptotics*. Cambridge University Press, 1996.
- G. K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2000.
- Jacob Bear and Alexander H.-D. Cheng. *Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport*. Springer, 2010.
- Philip R. Bevington and D. Keith Robinson. *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences (3rd ed,)*. McGraw-Hill Higher Education, 2003.
- Eugene C. Bingham. An investigation if the laws of plastic flow. *Boullletin of the Bureau of Standards*, 1916.
- R. Byron Bird, Warre E. Stewart, and Edwin N. Lightfoot. *Transport Phenomena Second Edition*. John Wiley Sons, Inc., 2002.
- David V. Boger. Rheology of slurries and environmental impacts in the mining industry. *Annual Review of Chemical and Biomolecular Engineering*, 2013.
- Edgar Buckingham. On physically similar systems. illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 1914.
- T. Chai and R.R. Draxler. Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae)? – arguments gainst avoiding rmse in the literature. *Geoscientific Model Development*, 2014.

- R.P. Chhabra and J.F. Richardson. *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology (2nd ed.)*. Butterworth-Heinemann., 2008.
- David A. Chin. *Fluid Mechanics for Engineers*. Pearson, 2017.
- P. Coussot. Yield stress fluid flows: A review of experimental data. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2014.
- Nathan C. Crawford, Lauren B. Popp, Kathryn E. Johns, Lindsey M. Caire, Brittany N. Peterson, and Matthew W. Liberatore. Shear thickening of corn starch suspensions: Does concentration matter? *Journal of Colloid and Interface Science*, 2013.
- Baptiste Darbois-Textier, Henri Lhuissier, Yoel Forterre, , and Bloen Metzger. Surface-wave instability without inertia in shear-thickening suspensions. *Communications Physics*, 2020.
- Braja M. Das and Khaled Sobhan. *Principles of Geotechnical Engineering 9th Edition*. Gengage Learning, 2018.
- Xiaobo Duan, Yucheng Huang, and Wenxiang Zheng. Study on the influence of particle size and grade of total tailings on the fluidity of high-concentration filling slurry considering strength. *Wiley*, 2021.
- Joel H. Ferziger, Milovan Perić, and Robert L. Street. *Computational Methods for Fluid Dynamics (4th ed.)*. Springer, 2022.
- R. W. Fox, A. T. McDonald, and P. J. Pritchard. *Introduction to Fluid Mechanics (8th ed.)*. Wiley, 2011.
- Ramón Fuentes. *Modelos Hidráulicos: Teoría y Diseño*. Dolmen Estudio, 2002.
- Philip M. Gerhart, John I. Hochstein, and Andrew L. Gerhart. *Munson, Young and Okiishi's Fundamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley Sons, 2016.
- Winslow H. Herschel and Ronald Bulkley. Konsistenzmessungen von gummi-benzollösungen. 1926.
- J. C. R. Hunt. *Dimensional Analysis and Physical Similarity*. Oxford University Press, 1978.
- ICMM. Global industry standard on tailings management. 2020.
- Sadegh Javadi, Rahul Gupta, Sati Bhattacharya, and Paul Slatter. Laminar flow of non-newtonian thickened tailings slurry through an open channel. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2015.

- J.Comiti, N.E.Sabiri, and A.Montillet. Experimental characterization of flow regimes in various porous media - iii: limit of darcy's or creeping flow regime for newtonian and purely viscous non-newtonian fluids. *Chemical Engineering Science*, 2000.
- Consejo Minero. *Minería en mas de 280 caracteres*. 2022.
- Douglas C. Montgomery and George C. Runger. *Applied Statistics and Probability for Engineers (7th ed.)*. Wiley, 2018.
- G.M. Mudd and D.V. Boger. The ever growing case for paste and thickened tailings – towards more sustainable mine waste management. *BULLETIN Geotechnical Engineering*, 2013.
- Donald A. Nield and Adrian Bejan. *Convection in Porous Media 4th Edition*. Springer, 2013.
- J.R Nimmo. Porosity and pore size distribution. *Earth Systems and Enviromental Sciences*, 2013.
- Ronald L. Panton. *Incompressible Flow (4th ed.)*. Wiley, 2013.
- Suhas V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Mc Craw-Hill. Book Company, 1980.
- D.R. Poirier and G.H. Geiger. *Transport Phenomena in Material Processing*. TMS The Mineral, Metal and Material Society, 2016.
- Vighnesh Prasad. Rheology of non-newtonian slurries and its effects on pipeline transportation for economical handling of bulk iron ore. *Chemical Engineering Research and Design*, 2025.
- SERNAGEOMIN. Datos públicos depósito de relaves, 2023. URL <https://www.sernageomin.cl/datos-publicos-deposito-de-relaves/>.
- Aditi Sharma and Pratik Goel. Rheological properties of tailings materials. *International Journal of Engineering Research Technology (IJERT)*, 2022.
- F. Sofrà and D.V. Boger. Rheology for thickened tailings and paste—history, state-of-the-art and future directions. *Paste*, 2011.
- Donald L. Sparks. *Advances in Agronomy Volume 156*. Elsevier Inc., 2019.
- Bao-Lian Su, Clement Sanchez, , and Xiao-Yu Yang. *Hierarchically Structured Porous Materials*. WILEY-VCH Verlag GmbH Co., 2011.
- John R. Taylor. *An Instrodution to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements (2nd ed.)*. University Science Books, 1997.
- T.Chevalier, C.Chevalier, X.Clain, J.C. Dupla, J.Canou, S.Rodts, and P. Coussot. Darcy's law for yield stress fluid flowing through a porous medium. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2013.

- T.Chevalier, C.Chevalier, X.Chateau, S.Rodts, and P. Coussot. Breaking of non-newtonian character in flows through a porous medium. *PHYSICAL REVIEW*, 2014.
- Jiyuan Tu, Guan-Heng Yeeh, and Chaoqun Liu. *Computational Fluid Dynamics A Practical Approach*. Butterworth-Heinemann, 2019.
- Kambiz Vafai. *Handbook of Porous Media (3th ed.)*. CRC Press Taylor Francis Group, 2015.
- Version 6.2. *COMSOL Multiphysics Reference Manual, Version 6.2*.
- H. K. Versteeg and W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method (2nd ed.)*. Pearson, 2007.
- Zhiliu Wang, Linlin Chen, and Mengxin Hu. Experiment research and mechanism analysis on rheological properties of tailings slurry. *Frontiers in Earth Science*, 2023.
- John F. Wendt. *Computational Fluid Dynamics: An Introduction*. Springer, 2009.
- Frank White. *Fluid Mechanics (8th ed.)*. Mc Graw Hill Education, 2016.
- Mustafa Murat Yavuz and Pinar Cavdar. Cfd modelling of non-newtonian fluid flow in a pipe including obstacle. *Celal Bayar University Journal of Science*, 2021.
- Xi Zhang, Hongjiang Wang, and Aixiang Wu. Study on correlations between tailings particle size distribution and rheological properties of filling slurries. *Minerals*, 2023.
- Álvaro Vergara, Sergio Palma, Alejandra Álvarez, and María Teresa Zandarín. Hazards in mining: A novel model for the prediction of run-out distances in tailing dams using cfd. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2022.

Capítulo 6

Anexos

6.1 Simulaciones computacionales

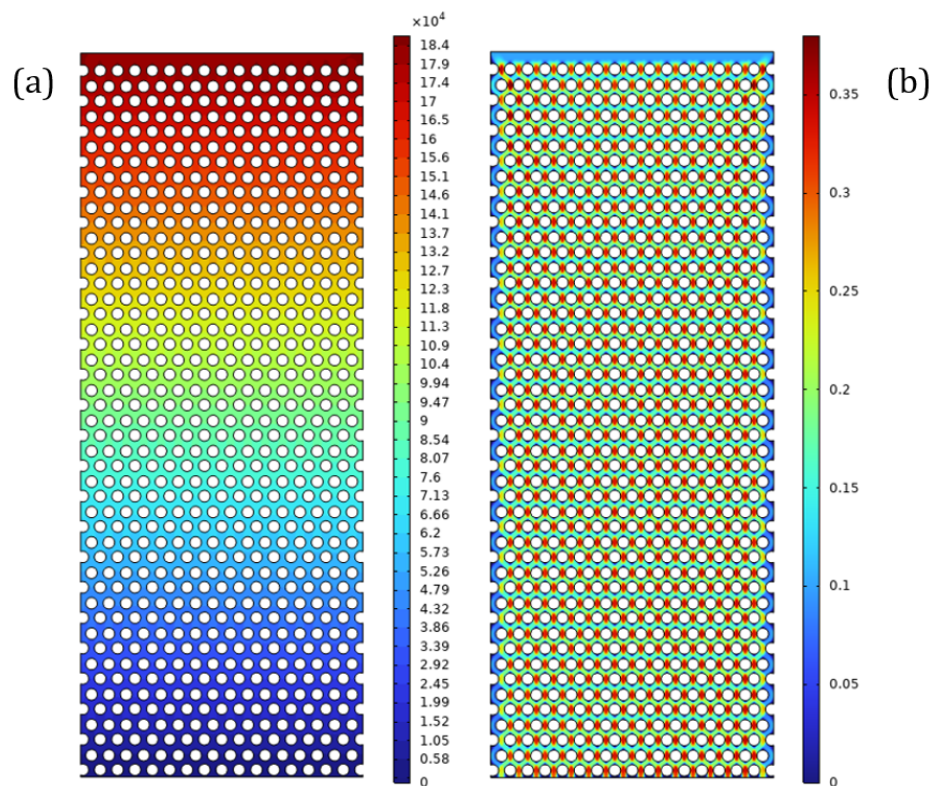


Figura 6.1: Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 0.1 \frac{m}{s}$ y $R = 4 \text{ mm}$

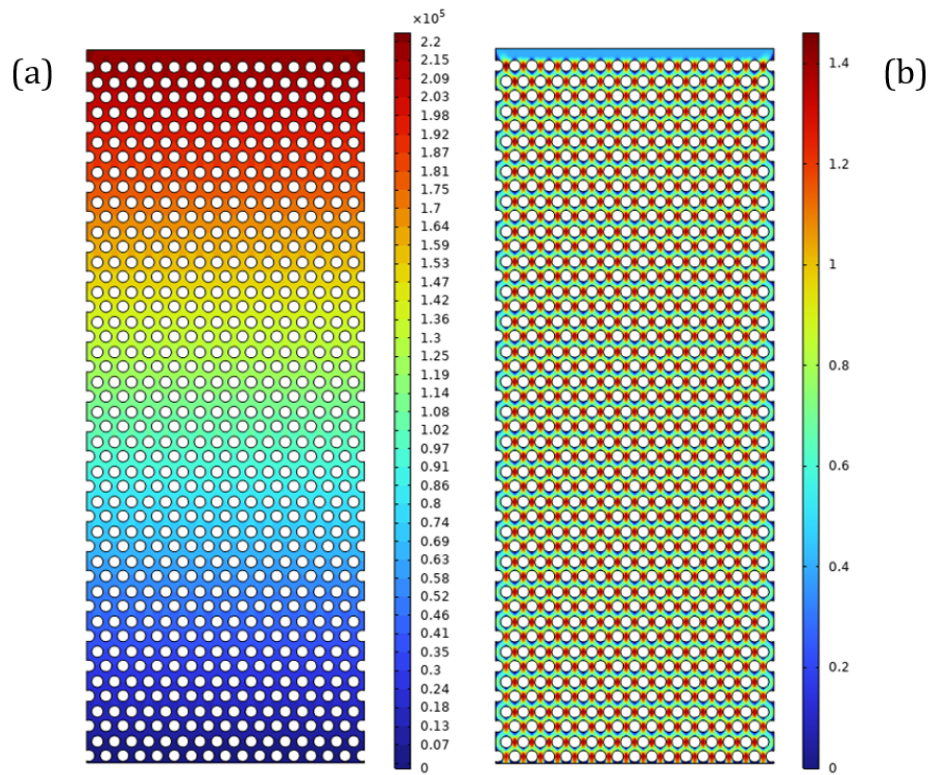


Figura 6.2: Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 0.4 \frac{m}{s}$ y $R = 4 \text{ mm}$

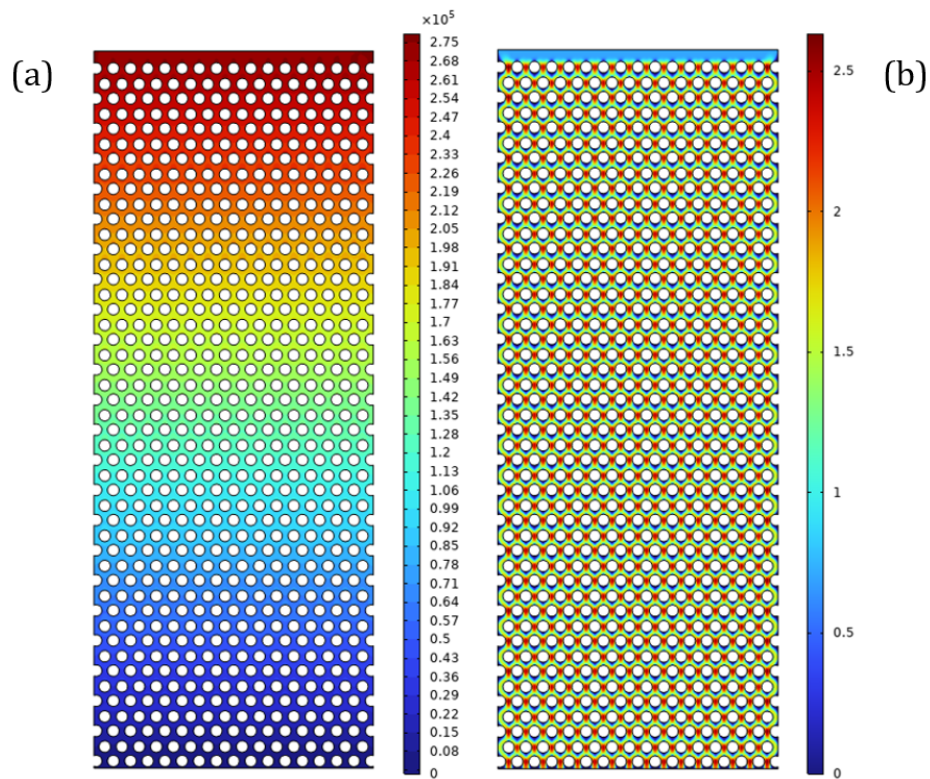


Figura 6.3: Campos de presión(a.) y velocidad(b) con $V_{in} = 0.7 \frac{m}{s}$ y $R = 4 \text{ mm}$

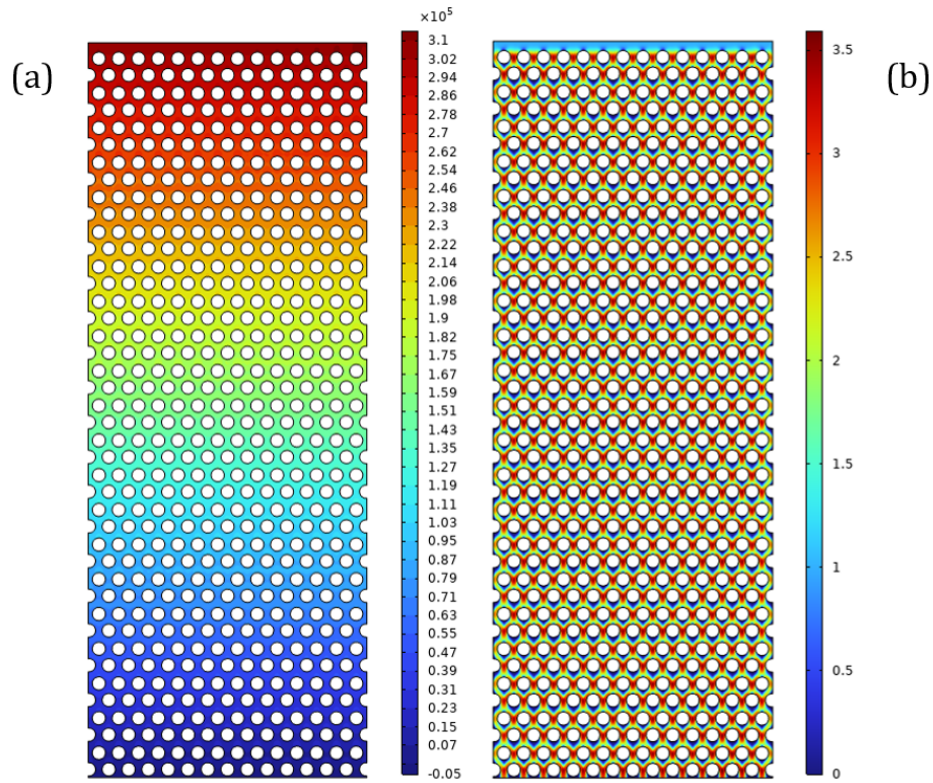


Figura 6.4: Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ y $R = 5$ mm

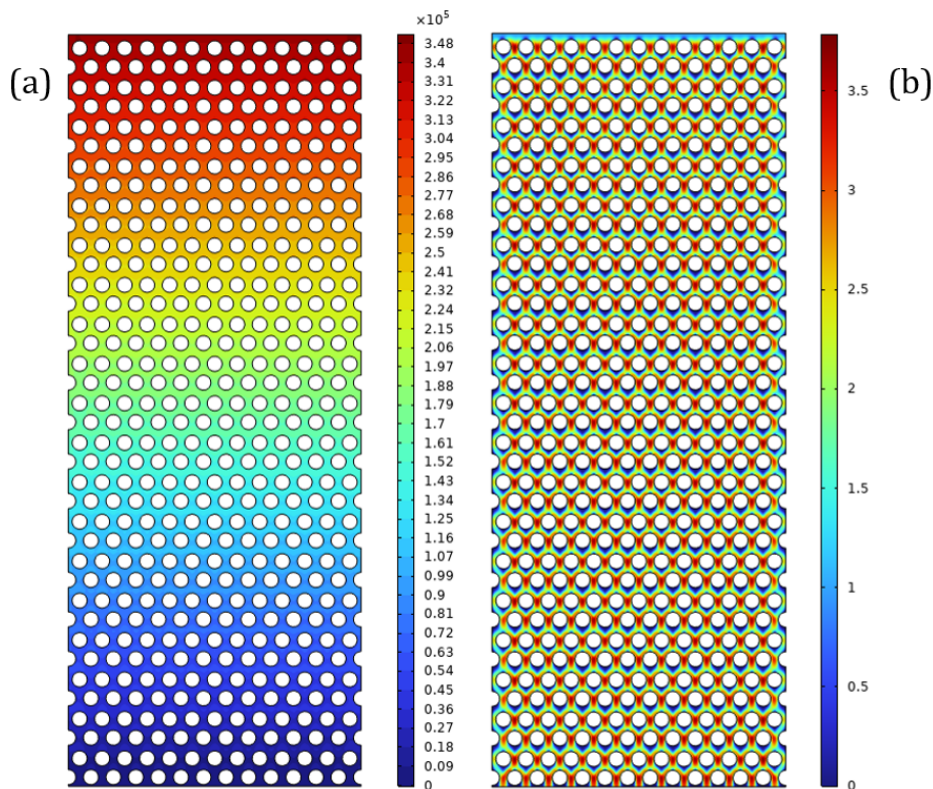


Figura 6.5: Campos de presión(a) y velocidad(b) con $V_{in} = 1 \frac{m}{s}$ y $R = 4.5$ mm

6.2 Variación de τ_0 , K y n

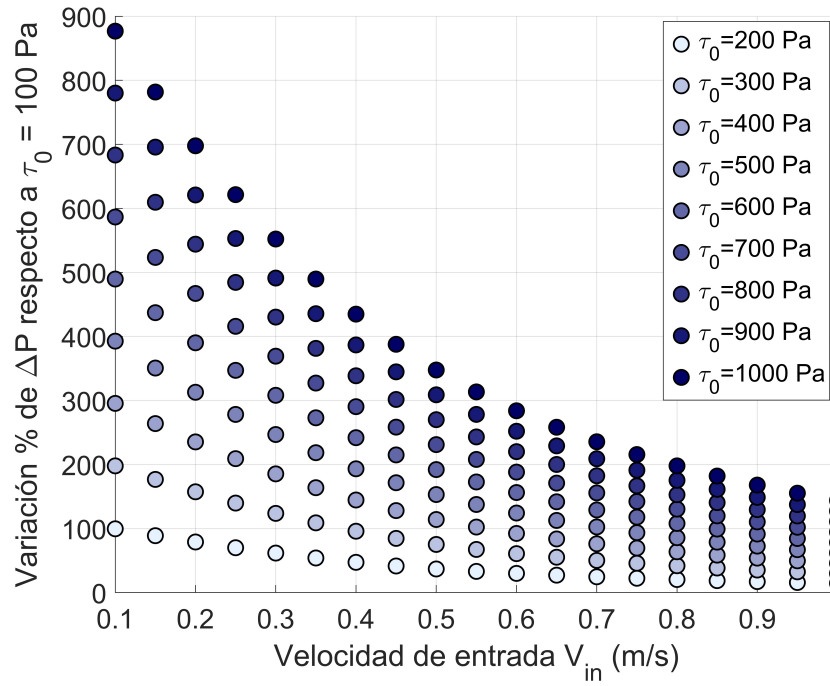


Figura 6.6: Variación porcentual de ΔP con respecto a $\tau_0 = 100$ Pa.

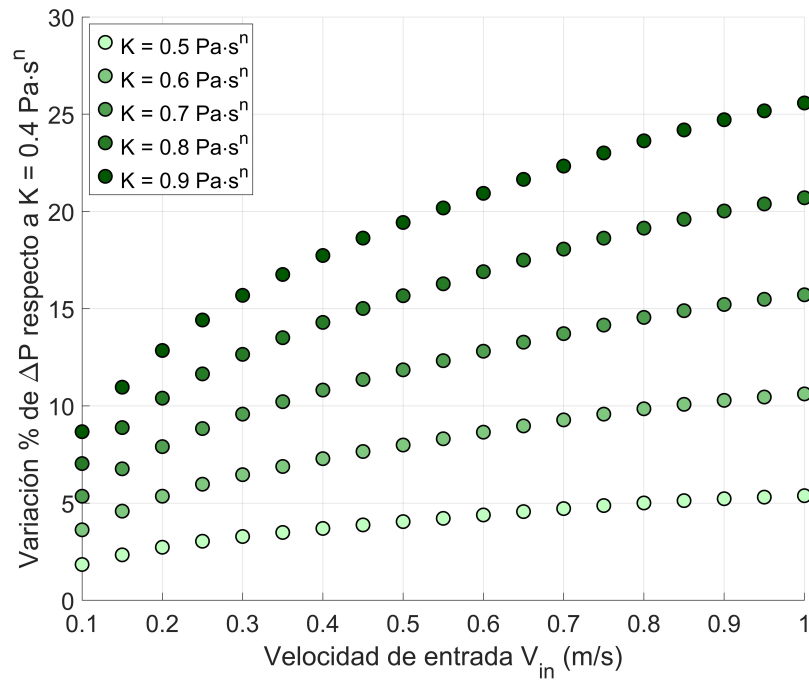


Figura 6.7: Variación porcentual de ΔP con respecto a $K = 0.4$ Pa·sⁿ.

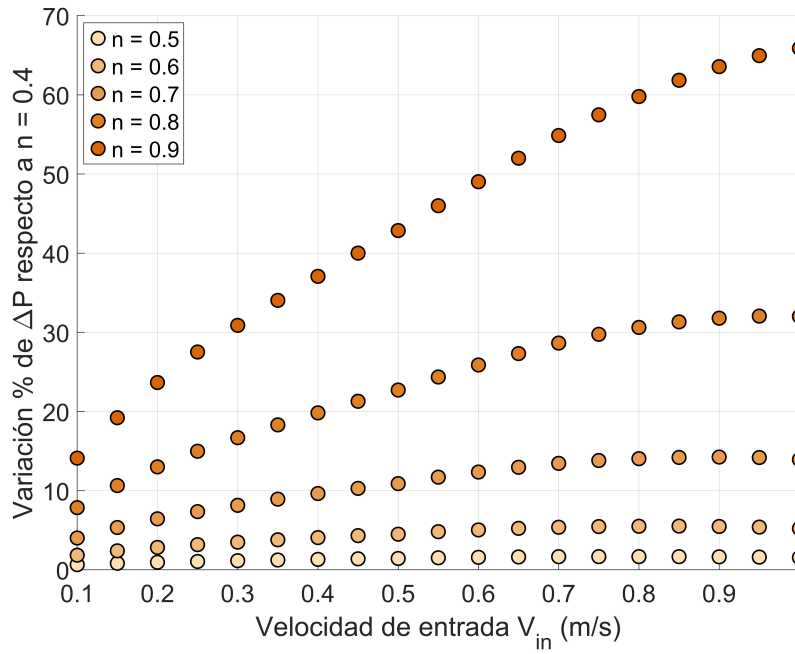


Figura 6.8: Variación porcentual de ΔP con respecto a $n = 0.4$

Tabla 6.1: Variación porcentual de V_{max} con respecto a $K = 0.4 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$

V_{in}	0.4–0.5	0.4–0.6	0.4–0.7	0.4–0.8	0.4–0.9
0.10	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
0.15	0.0%	0.0%	0.1%	0.2%	0.4%
0.20	0.1%	0.2%	0.3%	0.5%	0.7%
0.25	0.2%	0.4%	0.6%	0.9%	1.1%
0.30	0.3%	0.7%	1.0%	1.4%	1.7%
0.35	0.4%	0.9%	1.3%	1.7%	2.0%
0.40	0.5%	1.0%	1.4%	1.9%	2.3%
0.45	0.5%	1.0%	1.5%	2.0%	2.4%
0.50	0.5%	1.0%	1.5%	2.0%	2.4%
0.55	0.6%	1.1%	1.5%	2.0%	2.4%
0.60	0.7%	1.2%	1.6%	2.1%	2.5%
0.65	0.7%	1.4%	1.9%	2.4%	2.9%
0.70	0.7%	1.4%	2.1%	2.6%	3.1%
0.75	0.7%	1.4%	2.1%	2.6%	3.1%
0.80	0.8%	1.5%	2.1%	2.7%	3.1%
0.85	0.8%	1.5%	2.2%	2.8%	3.4%
0.90	0.8%	1.5%	2.2%	2.9%	3.5%
0.95	0.8%	1.6%	2.2%	2.9%	3.5%
1.00	0.9%	1.6%	2.3%	2.9%	3.5%

Tabla 6.2: Variación porcentual de V_{max} respecto a $n = 0.4$

V_{in}	0.4-0.5	0.4-0.6	0.4-0.7	0.4-0.8	0.4-0.9
0.10	-0.6%	-1.6%	-3.0%	-4.2%	-4.3%
0.15	-0.6%	-1.5%	-2.9%	-3.6%	-3.1%
0.20	-0.5%	-1.4%	-2.3%	-2.6%	-1.9%
0.25	-0.2%	-0.6%	-0.9%	-0.8%	0.4%
0.30	-0.1%	-0.2%	-0.1%	0.5%	2.3%
0.35	0.1%	0.2%	0.5%	1.0%	3.4%
0.40	0.1%	0.3%	0.6%	1.5%	4.0%
0.45	0.1%	0.4%	0.9%	1.8%	3.9%
0.50	0.0%	-0.1%	0.1%	1.0%	3.8%
0.55	0.0%	0.2%	0.4%	1.7%	4.5%
0.60	0.1%	0.3%	0.7%	2.2%	5.1%
0.65	0.0%	0.1%	0.3%	2.2%	5.5%
0.70	0.1%	0.2%	0.6%	2.6%	6.2%
0.75	0.1%	0.3%	0.8%	3.2%	6.9%
0.80	0.2%	0.5%	1.2%	3.6%	7.5%
0.85	0.2%	0.5%	1.2%	4.1%	8.1%
0.90	0.2%	0.7%	1.9%	4.5%	8.8%
0.95	0.2%	0.7%	2.3%	5.2%	9.2%
1.00	0.1%	0.5%	1.7%	5.0%	9.2%

6.3 Comparación con simulaciones newtonianas

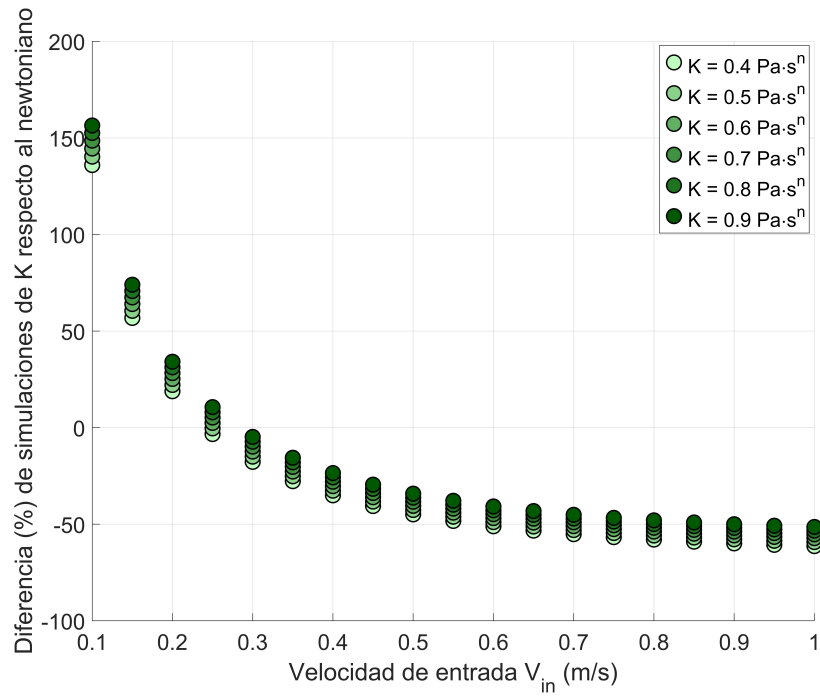


Figura 6.9: Diferencia porcentual entre simulaciones no newtonianas (variación de K) y newtonianas

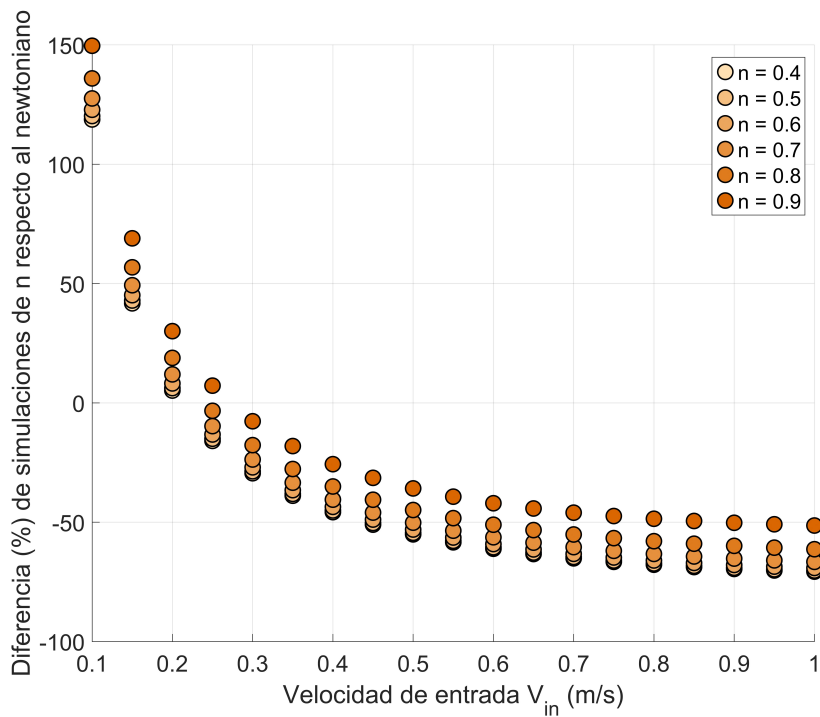


Figura 6.10: Diferencia porcentual entre simulaciones no newtonianas (variación de n) y newtonianas

6.4 Variación del medio (simulaciones no newtonianas)

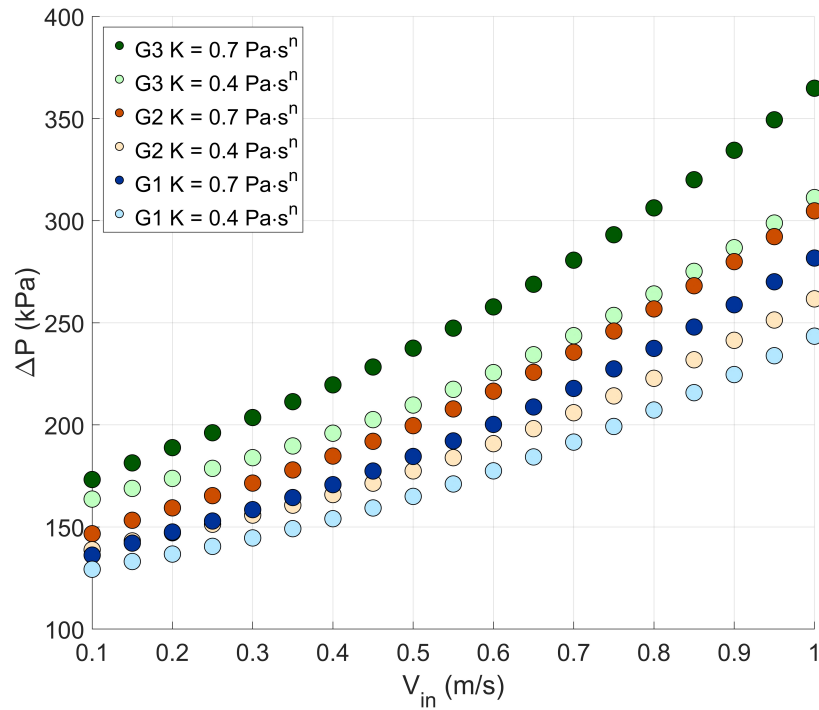


Figura 6.11: Gráfico ΔP vs V_{in} (variación de geometría y K)

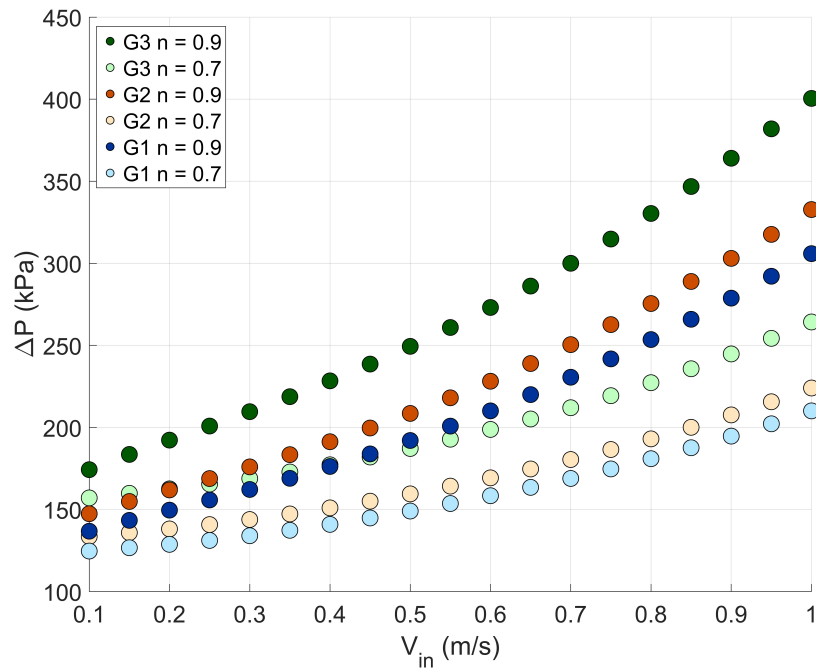


Figura 6.12: Gráfico ΔP vs V_{in} (variación de geometría y n)

Tabla 6.3: Variación porcentual para diferentes valores de n con respecto a la geometría 1 (G1) ($\tau_0 = 500$ Pa).

V_{in} (m/s)	$n = 0.6$		$n = 0.7$		$n = 0.8$		$n = 0.9$	
	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm
0.10	6.9	25.6	7.1	26.0	7.4	26.6	7.8	27.4
0.15	7.0	25.7	7.3	26.2	7.6	26.9	8.0	28.0
0.20	7.1	25.7	7.3	26.3	7.6	27.1	8.2	28.6
0.25	7.1	25.6	7.3	26.2	7.7	27.2	8.4	28.9
0.30	7.1	25.3	7.4	26.0	7.7	27.2	8.5	29.1
0.35	7.0	25.1	7.4	25.9	7.7	27.1	8.5	29.2
0.40	6.8	24.9	7.1	25.8	7.7	27.2	8.6	29.2
0.45	6.7	24.8	7.1	25.7	7.6	27.1	8.6	29.1
0.50	6.6	24.6	7.0	25.7	7.6	27.1	8.6	29.1
0.55	6.5	24.5	7.0	25.5	7.5	27.1	8.6	29.2
0.60	6.4	24.4	7.0	25.4	7.5	27.1	8.6	29.5
0.65	6.4	24.3	6.9	25.4	7.5	27.1	8.6	30.1
0.70	6.3	24.3	6.8	25.5	7.5	27.2	8.6	30.2
0.75	6.3	24.3	6.8	25.5	7.5	27.3	8.7	30.3
0.80	6.1	24.3	6.7	25.6	7.5	27.4	8.7	30.3
0.85	6.1	24.4	6.6	25.7	7.5	27.5	8.7	30.2
0.90	6.1	24.5	6.6	25.7	7.5	27.7	8.7	30.6
0.95	6.1	24.5	6.6	25.8	7.5	27.8	8.7	30.7
1.00	6.1	24.5	6.6	25.8	7.5	27.9	8.8	30.9

Tabla 6.4: Variación porcentual para diferentes valores de K con respecto a la geometría 1 (G1) ($\tau_0 = 500$ Pa).

V_{in} (m/s)	$K = 0.4 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$		$K = 0.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$		$K = 0.6 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$		$K = 0.7 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$	
	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm	5-4.5 mm	5-4 mm
0.10	7.4	26.6	7.5	26.8	7.6	27.0	7.7	27.1
0.15	7.6	26.9	7.7	27.2	7.9	27.4	7.9	27.7
0.20	7.6	27.1	7.8	27.4	7.9	27.7	8.0	28.0
0.25	7.7	27.2	7.9	27.6	8.0	27.9	8.1	28.3
0.30	7.7	27.2	7.9	27.6	8.1	28.1	8.2	28.5
0.35	7.7	27.2	7.9	27.7	8.1	28.2	8.2	28.5
0.40	7.7	27.2	7.9	27.7	8.0	28.2	8.2	28.5
0.45	7.6	27.2	7.8	27.7	8.0	28.2	8.2	28.6
0.50	7.6	27.1	7.8	27.7	8.0	28.2	8.2	28.7
0.55	7.5	27.1	7.8	27.7	8.0	28.2	8.2	28.7
0.60	7.5	27.1	7.7	27.7	8.0	28.3	8.1	28.8
0.65	7.5	27.1	7.7	27.8	8.0	28.3	8.1	28.8
0.70	7.5	27.2	7.7	27.8	8.0	28.3	8.1	28.8
0.75	7.5	27.3	7.7	27.9	8.0	28.4	8.2	28.9
0.80	7.5	27.4	7.7	28.0	8.0	28.5	8.2	29.0
0.85	7.5	27.6	7.7	28.1	8.0	28.6	8.2	29.1
0.90	7.5	27.7	7.7	28.2	8.0	28.8	8.2	29.2
0.95	7.5	27.8	7.7	28.4	8.0	28.9	8.2	29.4
1.00	7.5	27.9	7.8	28.5	8.0	29.1	8.2	29.5

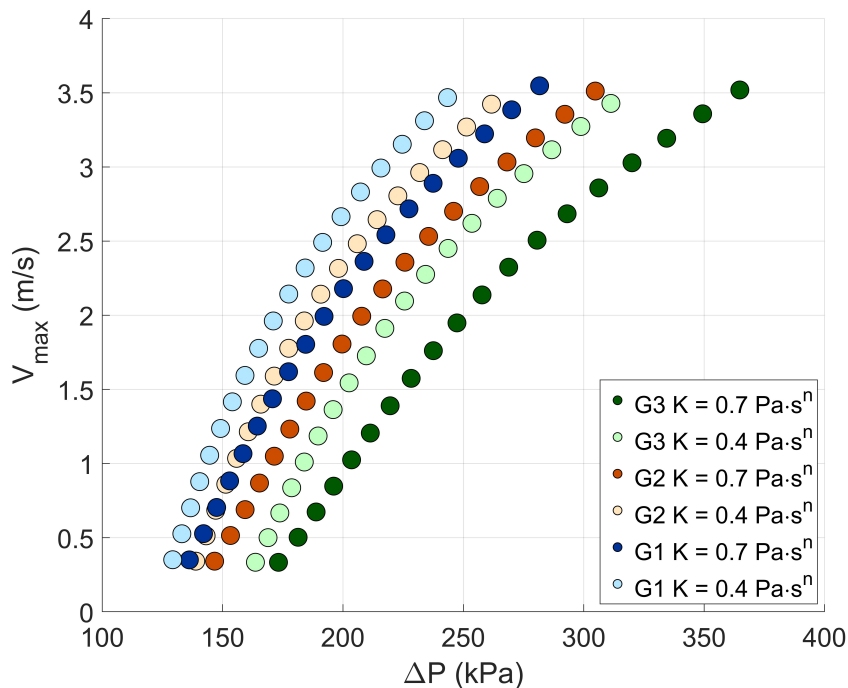


Figura 6.13: Gráfico V_{max} vs ΔP (variación de geometría y K)

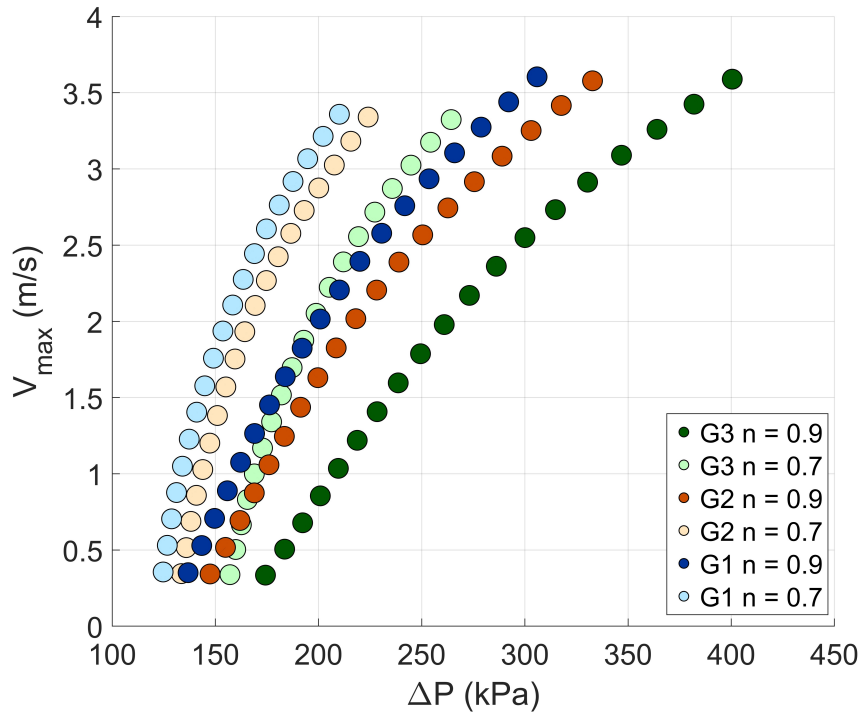


Figura 6.14: Gráfico V_{max} vs ΔP (variación de geometría y n)

6.5 Análisis dimensional

Tabla 6.5: Variables consideraras y sus dimensiones físicas

Parámetro	Unidades	Dimensiones
ΔP	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$
V_1	m s^{-1}	LT^{-1}
V_2	m s^{-1}	LT^{-1}
τ_0	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$
K	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{n-2}$	$ML^{-1}T^{n-2}$
n	-	-
ρ	kg m^{-3}	ML^{-3}
R	m	L

Primer termino Π

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \Delta P \rho^a V_2^b \\ [ML^{-1}T^{-2}][M^a L^{-3a}][L^b T^{-b}] &= M^{1+a} L^{-1-3a+b} T^{-2-b} \\ 1 + a &= 0 \rightarrow a = -1 \\ -2 - b &= 0 \rightarrow b = -2 \end{aligned}$$

$$\Pi_1 = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V_2^2} \quad (6.1)$$

Segundo termino Π

$$\begin{aligned} \Pi_K &= K\rho^a V_1^b R^c \\ [ML^{-1}T^{n-2}][M^a L^{-3a}][L^b T^{-b}][L^c] &= M^{1+a} L^{-1-3a+b+c} T^{n-2-b} \\ 1+a &= 0 \rightarrow a = -1 \\ n-2-b &= 0 \rightarrow b = n-2 \\ -1-3a+b+c &= 0 \rightarrow c = -n \end{aligned}$$

$$\Pi_K = \frac{K\left(\frac{8V_1}{2R}\right)}{\rho V_1^2}$$

$$\tau_c = \tau_0 + K\left(\frac{8V_1}{2R}\right)^n$$

$$\Pi_2 = \frac{\rho V_1^2}{\tau_c} = \frac{1}{\frac{\tau_0}{\rho V_1^2} + K\left(\frac{8V_1}{2R}\right)^n} = \frac{1}{\Pi_3 + \Pi_K}$$

$$\Pi_2 = \frac{\rho V_1^2}{\tau_0 + K\left(\frac{8V_1}{2R}\right)^n} \quad (6.2)$$

Tercer termino Π

$$\begin{aligned} \Pi_3 &= \tau_0 \rho^a V_1^b \\ [ML^{-1}T^{-2}][M^a L^{-3a}][L^b T^{-b}] &= M^{1+a} L^{-1-3a+b} T^{-2-b} \\ 1+a &= 0 \rightarrow a = -1 \\ -2-b &= 0 \rightarrow b = -2 \end{aligned}$$

$$\Pi_3 = \frac{\tau_0}{\rho V_1^2} \quad (6.3)$$

Cuarto termino Π

Para adimensional la variable R , se propone una utilizar la razón entre el radio de partículas que conforman el medio poroso y el ancho de este, con el fin de representar la influencia geométrica sobre el flujo, de esta forma se obtiene:

$$\Pi_4 = \frac{R}{W} \quad (6.4)$$

6.6 Resultados experimentales

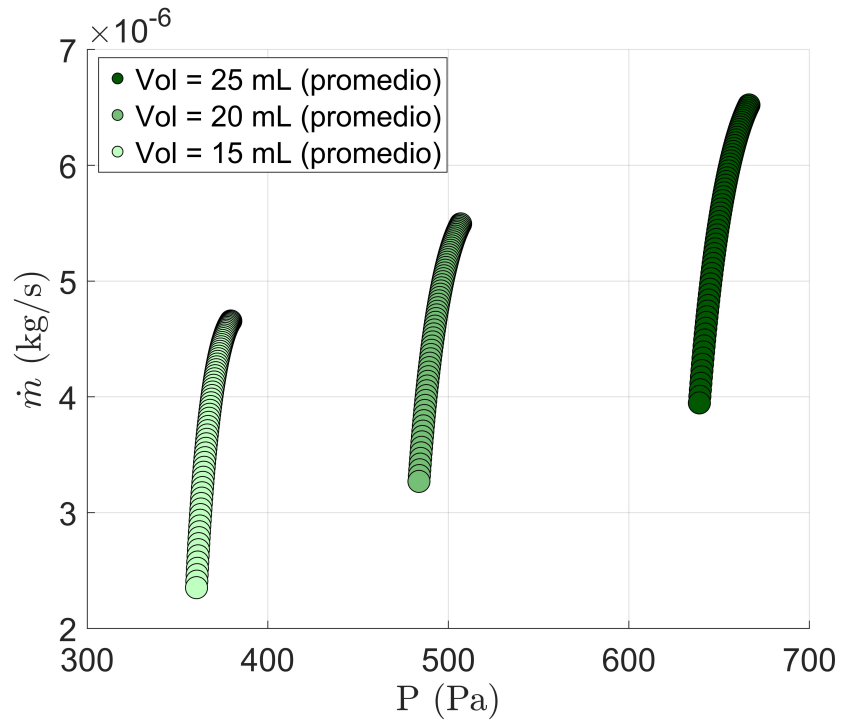


Figura 6.15: Promedio de experimentos no newtonianos (variación del volumen infiltrado)

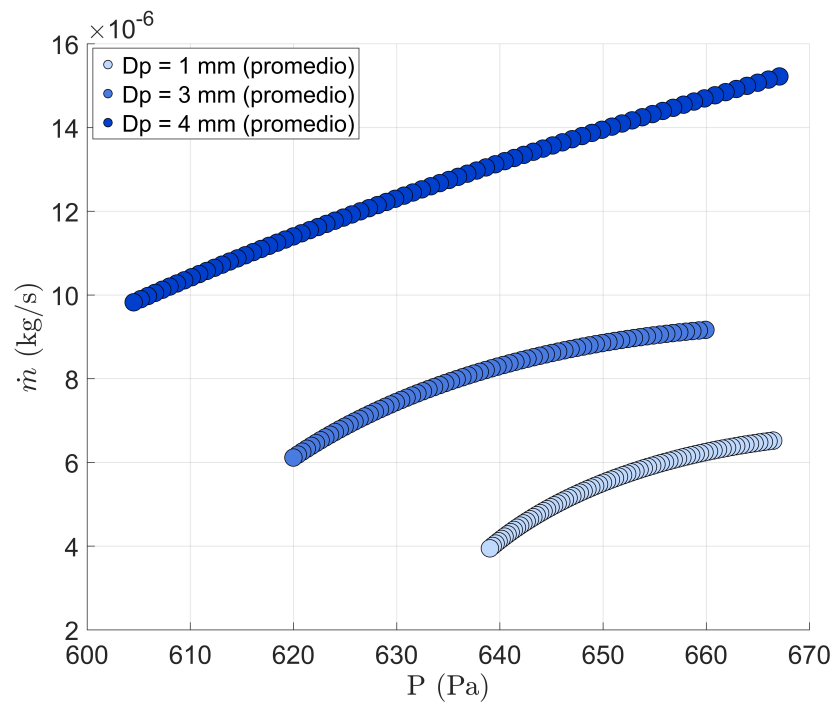


Figura 6.16: Promedio de experimentos no newtonianos (variación del diámetro de partícula)

Tabla 6.6: Variación experimental respecto al promedio (Vol = 25 ml)

Repetición	Var. porcentual de presión	Var. porcentual de flujo
1	1.4% a 1.5%	-1.2% a 4.7%
2	-2.5% a -2.4%	-11.7% a 2.9%
3	-2.5% a -2.4%	-0.5% a 1.5%
4	3.3% a 3.5%	-3.3% a 7.4%

Tabla 6.7: Variación experimental respecto al promedio (Vol = 20 ml)

Repetición	Var. porcentual de presión	Var. porcentual de flujo
1	0.6% a 0.7%	-3.2% a 1.8%
2	5.7% a 5.9%	-1.4% a 1.8%
3	-2.0% a -1.9%	-7.0% a 2.5%
4	-4.7% a -4.4%	-0.4% a 5.2%

Tabla 6.8: Variación experimental respecto al promedio (Vol = 15 ml)

Repetición	Var. porcentual de presión	Var. porcentual de flujo
1	0.8% a 0.9%	-1.1% a 2.2%
2	4.2% a 4.5%	-20.5% a 3.1%
3	-2.7% a -2.5%	-1.8% a 12.1%
4	-2.7% a 2.5%	-1.9% a 6.3%

Tabla 6.9: Variación experimental respecto al promedio (Dp = 3 mm)

Repetición	Var. porcentual de presión	Var. porcentual de flujo
1	2.4% a 2.6%	-1.1% a 2.2%
2	0.5% a 0.6%	-20.5% a 3.1%
3	-1.5% a -1.6%	-1.8% a 12.1%
4	-1.5% a -1.6%	-0.8% a 7.0%

Tabla 6.10: Variación experimental respecto al promedio (Dp = 4 mm)

Repetición	Var. porcentual de presión	Var. porcentual de flujo
1	-1.2% a -1.0%	-0.3% a 0.3%
2	1.0% a 1.1%	-1.2% a 0.6%
3	-3.1% a -2.9%	-1.9% a 0.6%
4	2.8% a 3.1%	-0.9% a 2.7%