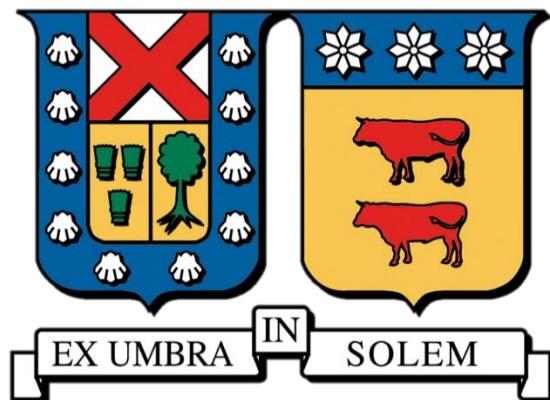


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO - CHILE



**“DETERMINACIÓN DE PATRONES EN LOS DATOS TIEMPO-
RECUPERACIÓN DE LA FLOTACIÓN BATCH QUE LLEVAN A
ESTIMACIONES CONFIABLES DE LOS PARAMETROS
CINÉTICOS”**

ALEX RONALD ESTEBAN COPA

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE
MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA QUIMICA**

PROFESOR GUÍA:

LUIS VINNETT P.

PROFESOR CO-REFERENTE:

CLAUDIO ACUNA P.

FELIPE CONTRERAS B.

Agosto 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título; Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: Determinación de patrones en los datos tiempo-recuperación de la flotación batch que llevan a estimaciones confiables de los parámetros cinéticos

Nombre del candidato(a): Alex Ronald Esteban Copa

Carrera / Grado: Magister en Ciencias de la Ingeniería Química

Campus: Casa Central Valparaíso ; **Departamento:** Ingeniería Química y Ambiental

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Luis Vinnett, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

6 meses; 12 meses; 2 años; 3 años; 5 años; 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 06/09/2025 ; Firma: _____

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 06/09/2025 ; Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

El esfuerzo, supera el talento natural.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que me han brindado su apoyo y consejos durante esta etapa de mi vida. En primer lugar, deseo agradecer profundamente a mis padres y hermanos por su apoyo incondicional. Sus palabras de aliento y sabiduría fueron fundamentales para mantenerme firme en este camino.

También quiero expresar mi profundo agradecimiento a mis queridos amigos: Magdalena, María José, Marla, Sarai, Analiz, Sofia, Karim, Franchesca, Tamariet y Saba, y a mi grupo de calistenia: Rosmel, Victor y Valeria. Agradezco también a los chicos del laboratorio: Francisco, Matías, Gonzalo, Tamara, Jaim, Vicente y Jorge. Su amistad y compañía durante este año han hecho más entretenido el desarrollo de este trabajo.

Agradezco profundamente a mi profesor guía, Luis Vinnett, por brindarme la oportunidad de liderar este proyecto junto a otros memoristas. Su vasto conocimiento y valiosos consejos fueron fundamentales para el desarrollo de este trabajo. También agradezco al profesor Juan Yianatos y Claudio Acuña, su amplia experiencia en el área de procesamiento de minerales fue clave para comprender los desafíos de la industria minera.

Mis agradecimientos se extienden al equipo de pañol del departamento de ingeniería química y ambiental, y al departamento de química, especialmente a Anita González, por su disponibilidad y apoyo técnico durante los análisis químicos.

Finalmente, agradezco al proyecto FONDECYT 11240125 por brindar el financiamiento para realizar este trabajo.

RESUMEN

La caracterización cinética es crítica a la hora de dimensionar circuitos de flotación; sin embargo, las estrategias de modelación utilizadas en la actualidad han tendido a la arbitrariedad y a la sobre-simplificación, dada las múltiples posibles respuestas causadas por la heterogeneidad de la alimentación. Dado que el escalamiento por tiempo ha sido ampliamente utilizado con fines de dimensionamiento, este trabajo considera la identificación de respuestas tiempo-recuperación, incorporando un número significativo de puntos en comparación con lo típicamente empleado en estudios cinéticos (< 8 datos tiempo-recuperación). Estas respuestas son sub-muestreadas de manera de obtener un número de datos tiempo-recuperación comparable a lo utilizado en pruebas de laboratorio industriales (7/14 datos disponibles).

La información sub-muestreada es modelada usando representaciones cinéticas clásicas, evaluando la incertidumbre en la estimación de los parámetros $f(k)$ y R_{∞} . A través del enfoque de la distribución de tasas de flotación no normalizada $g(k)$, se determinó que un patrón de muestreo adecuado se obtiene al realizar mediciones a tiempos cortos (< 1.5 min) y a tiempos prolongados (32 min). Para generalizar este resultado, se caracterizaron dos conjuntos según el error de estimación Δg : (i) el mejor decil de Δg ($< P_{10}$) y (ii) el peor decil de Δg ($> P_{90}$). A partir del mejor y el peor decil de Δg se identificaron los 7 tiempos más frecuentes en cada conjunto.

Finalmente, se analizó la incertidumbre en la predicción de recuperación, proyectando los resultados de laboratorio a operación continua, usando el factor de escala mayormente aceptados en flotación ($k_{\text{batch}}/k_{\text{planta}}=2.5$). El estudio permitió evaluar el impacto en el escalamiento de la flotación de minerales. En particular, al emplear el peor decil de Δg , se observa un sesgo de hasta 0.5% por debajo del valor de la mediana de recuperación en planta. También, se realizó el análisis inverso, donde se estudió la sensibilidad del número de celdas necesarias para alcanzar una Recuperación objetivo. En este estudio se observó que el peor decil de Δg sobredimensiona el circuito de flotación, lo que conduce erróneamente a mayores costos de capital y operación.

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN.....	9
1.1	Objetivo General.....	10
1.2	Objetivos Específicos	10
2	ESTADO DEL ARTE	11
2.1	Flotación	11
2.1.1	Características del proceso	11
2.1.2	Cinética de flotación.....	12
2.2	Modelo recuperación	13
2.2.1	Distribución de tasas de flotación.....	14
2.2.2	Recuperación máxima	16
2.2.3	Distribución de tasas de flotación no normalizada $g(k)$	17
2.2.4	Resumen de modelos de recuperación.....	18
2.3	Escalamiento a operación continua.....	19
3	METODOLOGÍA.....	20
3.1	Desarrollo experimental.....	21
3.1.1	Molienda <i>batch</i>	21
3.1.2	Protocolo de flotación <i>batch</i>	25
3.1.3	Determinación del contenido de Cu	28
3.2	Análisis de datos	32
3.2.1	Reconciliación de datos	32
3.2.2	Regresión	32
3.3	Herramientas de análisis	33
3.4	Métricas	33
3.4.1	RMSE	33
3.4.2	Error de estimación de $g(k)$	33
4	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	35
4.1	Respuesta cinética global.....	35
4.1.1	Respuestas cinéticas en los <i>Tests</i> 1 y 2.....	35
4.1.2	Ajuste de modelos clásicos de recuperación	36
4.2	Selección arbitraria de los tiempos de muestreo.....	37
4.2.1	Sensibilidad en $f(k)$	37

4.2.2	Sensibilidad en R_∞	38
4.3	Identificación de patrones que llevan a estimaciones consistentes en los parámetros cinéticos	40
4.4	Escalamiento <i>batch</i> a operación continua.....	43
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	46
5.1	Conclusiones	46
5.2	Recomendaciones	47
	Referencias	48
	ANEXOS	51

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Curva de elefante (Lynch <i>et al.</i> , 1981).....	12
Figura 2.2 Analogía de la flotación como reacción química.....	13
Figura 2.3 Ejemplo de modelos SFR y Rectangular con la misma $k_{\text{mean}} = 1$ y $R_{\infty} = 90\%$: a) distribución de tasas de flotación, b) respuesta cinética.....	15
Figura 2.4 Ejemplo de 3 modelos Gamma con mismo $k_{\text{mean}} = 1$: a) distribución de tasas de flotación, b) respuesta cinética (Vinnett & Waters, 2020).	16
Figura 2.5 Comparación entre las funciones $f(k)$ y $g(k)$ [$R_{\infty}=80\%$].....	17
Figura 3.1 Esquemático del procedimiento de análisis utilizado en este trabajo de tesis. ...	21
Figura 3.2 a) Molino de cerámica, b) Sub-muestras de 1.0 kg, c) <i>Shaker</i> , d) Filtro de presión y e) Ro-Tap.	24
Figura 3.3 a) Área de operación, b) Inicio de la flotación y c) Término de la flotación.	27
Figura 3.4 a) Pistola de XRF y b) Interfaz usuario del <i>software</i> Bruker.....	29
Figura 3.5 a) Plancha calefactora, b) Matrices aforados y c) Equipo Espectrofotómetro de Absorción Atómica.....	31
Figura 3.6 Ejemplo de la sensibilidad de $g(k)$ ante variaciones en la selección de los tiempos de muestreo [$R_{\infty} = 90\%$].....	34
Figura 4.1 Resultados experimentales tiempo-recuperación.....	35
Figura 4.2 Respuesta cinética global con 14 datos: a) <i>Test 1</i> $P_{80}=300 \mu\text{m}$ y b) <i>Test 2</i> $P_{80}=212 \mu\text{m}$	36
Figura 4.3 Sensibilización de $f(k)$ ante respuestas cinéticas sub-muestreadas: a) <i>Test 1</i> , $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, b) <i>Test 1</i> , $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular, c) <i>Test 2</i> , $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, d) <i>Test 2</i> , $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular.....	38
Figura 4.4 Función de distribución acumulada del parámetro R_{∞} : a) <i>Test 1</i> , $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, b) <i>Test 1</i> , $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular, c) <i>Test 2</i> , $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, d) <i>Test 2</i> , $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular.....	39
Figura 4.5 FDAs del error de estimación de la distribución de tasas de flotación no normalizada, modelo cinético Gamma: a) <i>Test 1</i> y b) <i>Test 2</i>	40
Figura 4.6 Diagramas de Pareto, contribución de cada tiempo de flotación al respectivo percentil, <i>Test 1</i> : a) percentil 10 de Δg , b) percentil 90 de Δg	41
Figura 4.7 Diagramas de Pareto, contribución de cada tiempo de flotación al respectivo percentil, <i>Test 2</i> : a) percentil 10 de Δg , b) percentil 90 de Δg	42
Figura 4.8 Sensibilidad de la recuperación proyectada a 20 minutos en operación continua: a) <i>Test 1</i> , $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, y b) <i>Test 2</i> , $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma.	43

Figura 4.9 Sensibilidad del escalamiento al emplear el mejor y peor decil de Δg : a) *Test 1*, y b) *Test 2*. 44

Figura 4.10 Sensibilidad del escalamiento en la estimación del número de celdas para obtener una recuperación objetivo desde el caso base: a) *Test 1* y b) *Test 2*..... 45

Figura B.1 Resultados del RMSE para múltiples tiempos de muestreo: a) *Test 1* y b) *Test 2*. 53

Figura C.1 Sensibilidad de la recuperación proyectada a 20 minutos en operación continua: a) *Test 1*, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular y b) *Test 2*, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular. 53

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Modelos de recuperación en procesos de flotación *batch* y continua. 18

Tabla 4.1 Parámetros y métricas de ajuste de los modelos de recuperación *batch*. 36

Tabla A.1 Datos experimentales *Test 1*. 51

Tabla A.2 Datos experimentales *Test 2*. 52

CAPÍTULO I

1 INTRODUCCIÓN

La flotación es un proceso de separación fisicoquímico utilizado ampliamente en procesamiento de minerales para separar selectivamente partículas con mineral valioso de la ganga. Las pruebas de flotación *batch* se emplean comúnmente para caracterizar la respuesta cinética, lo que permite evaluar el comportamiento de un mineral bajo diferentes condiciones operacionales. La caracterización cinética ha sido clave en la comparación de reactivos, variables operacionales, y equipos de flotación, además de su aplicación en simulación de procesos, diseño de circuitos y definición de estrategias de control.

A partir de la caracterización cinética, es posible obtener tanto la recuperación máxima como la tasa de flotación. Esta última puede estimarse utilizando un enfoque determinista o distribuido. Los modelos de recuperación basados en tasas de flotación deterministas son ampliamente utilizados debido a su simplicidad. El segundo enfoque sugiere la existencia de una distribución de tasas de flotación, $f(k)$, lo que permite representar la heterogeneidad del proceso y de las partículas.

A pesar de su extensa aplicación, la caracterización cinética en flotación ha sido objeto de debate, en gran parte debido a la falta de un protocolo de flotación estándar que permita una comparación justa entre distintos estudios. Uno de los factores críticos en las pruebas de flotación *batch* es la selección de los tiempos de muestreo en las descargas de concentrado. Estos intervalos de tiempo condicionan la forma en que se observan las tasas de cambio de la recuperación. Sin embargo, a la fecha, hay limitada información teórica y experimental que permita definir estrategias para una adecuada elección de los intervalos de flotación en las pruebas cinéticas.

En este trabajo de tesis, se estudia la sensibilidad de los parámetros cinéticos ante la selección arbitraria de los intervalos de muestreo en pruebas de flotación *batch*. A partir de un conjunto completo de datos tiempo-recuperación (*i.e.*, 14 datos), se analizan las respuestas cinéticas obtenidas de su submuestreo (*i.e.*, 7 datos). Se evalúan modelos cinéticos clásicos que

permitan obtener estimaciones más precisas en los parámetros cinéticos, empleando como indicador de robustez en la estimación de una distribución de tasas de flotación no normalizada $g(k) = R_{\infty} f(k)$, con R_{∞} siendo la recuperación máxima alcanzable. Adicionalmente, se analizan las condiciones sub-muestreadas que se aproximen a modelos deterministas en vez de distribuidos, o viceversa. Este análisis contribuirá con nuevas herramientas de análisis para una mejor selección de los intervalos de muestreo en las pruebas de flotación *batch*.

1.1 Objetivo General

Reducir la incertidumbre en la selección de los intervalos de muestreo en los protocolos de flotación *batch*.

1.2 Objetivos Específicos

- Definir un protocolo de flotación *batch* repetible con una cantidad significativa de intervalos de muestreo.
- Estudiar la sensibilidad de los parámetros cinéticos ante respuestas tiempo-recuperación sub-muestreadas.
- Definir una hoja de ruta para la selección de los intervalos de muestreo en un protocolo estándar de flotación *batch*.
- Evaluar la sensibilidad de los resultados de escalamiento *batch*-planta en base a la incertidumbre en la distribución de tasas de flotación no normalizadas $g(k)$.

CAPÍTULO II

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Flotación

La flotación es un proceso fisicoquímico ampliamente utilizado para la recuperación y concentración de minerales valiosos (Schuhmann, 1942; Lynch, 1981). En este proceso, el sólido y el agua forman la pulpa que ingresa a los equipos de flotación, en los cuales se inyecta gas para generar burbujas, facilitando así la separación del material hidrofóbico. En este proceso, la fuerza impulsora proviene de la hidrofobicidad de las partículas, y su capacidad para adherirse a las burbujas de gas (Fuerstenau & Han, 2003). La interacción entre la pulpa y las burbujas permite la formación de agregados partícula-burbuja, los cuales ascienden hasta la zona de espuma. La separación del mineral valioso se basa en las diferencias en las propiedades superficiales de las partículas. Las partículas hidrofóbicas se adhieren a las burbujas de gas y flotan, mientras que las partículas hidrofílicas permanecen en la pulpa.

Uno de los índices para evaluar la eficiencia del proceso de flotación es la recuperación metalúrgica. Este índice mide el flujo o masa del mineral que alcanza el concentrado, relativo al flujo o masa de mineral en la alimentación. Este índice, expresado en porcentaje, se calcula mediante la Ec. (2.1)

$$R = \left(\frac{\text{Masa de Mineral Recuperado}}{\text{Masa de Mineral en la Alimentación}} \right) \times 100\% \quad (2.1)$$

2.1.1 Características del proceso

Además de las características hidrofóbicas del mineral, el proceso de flotación está influenciado por otros parámetros críticos. Entre estos se incluyen la velocidad de agitación, la densidad de la pulpa, la selección y dosificación de reactivos, así como la distribución de tamaños de partícula, entre otros. Estos factores son determinantes para lograr una flotación eficiente y obtener los índices metalúrgicos deseados.

El tamaño de partícula es un indicador indirecto del avance de liberación de los minerales valiosos y tiene un impacto significativo en la velocidad de flotación (Trahar, 1981). Una distribución de tamaño de partícula adecuada favorece la formación de agregados partícula-burbuja y contribuye a una flotación selectiva. Este comportamiento se representa gráficamente en la Figura 2.1, donde se observa la tendencia clásica de la recuperación en función del tamaño de partícula, siguiendo un patrón característico en forma de “curva de elefante” (Lynch, 1981).

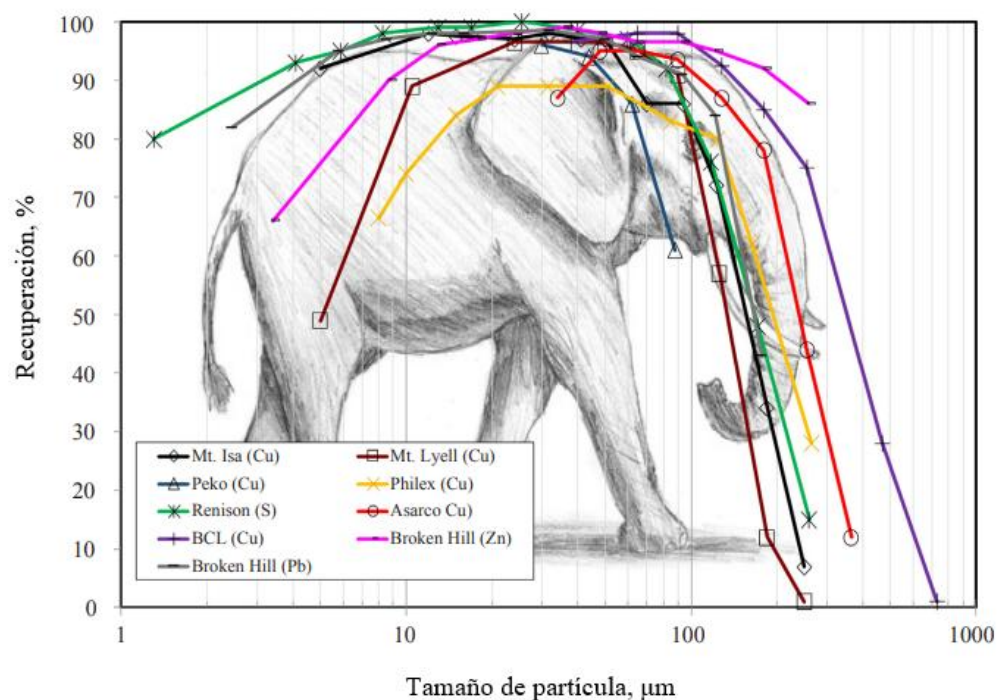


Figura 2.1 Curva de elefante (Lynch *et al.*, 1981).

2.1.2 Cinética de flotación

Las respuestas cinéticas en flotación se utilizan para estimar las recuperaciones máximas alcanzables, comparar el desempeño de distintos equipos, evaluar el impacto de diversas condiciones operacionales, escalar resultados metalúrgicos, diseñar circuitos de flotación, simular procesos de flotación, entre otras aplicaciones (Vinnett & Waters, 2020). La cinética del proceso puede representarse como una disminución en la concentración de mineral valioso en función del tiempo, o como un aumento en la recuperación acumulativa en función del tiempo.

Conceptualmente, el proceso de flotación puede modelarse por analogía a una reacción química, similar a lo presentado en la Figura 2.2. En este enfoque, las burbujas y las partículas actúan como reactantes, mientras que el agregado partícula-burbuja representa el producto final (Laskowski, 2001; Mendez, *et al.*, 2009).

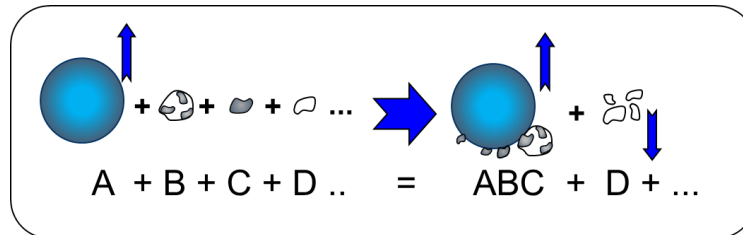


Figura 2.2 Analogía de la flotación como reacción química.

Para describir la cinética de flotación, se han propuesto diversos modelos, siendo los de primer orden los más utilizados (Fichera & Chudacek, 1992). El modelo planteado por García-Zúñiga (1935), considera el proceso de flotación como una reacción homogénea, en la cual la tasa de cambio instantánea de la concentración de un mineral, C , en un proceso *batch* está dada por la Ec. (2.2):

$$\frac{dC}{dt} = -k(C - C_{\infty}) \quad (2.2)$$

donde:

k : Tasa de flotación.

C_{∞} : Concentración de mineral a tiempo infinito.

2.2 Modelo recuperación

En varias investigaciones, la recuperación se ha modelado considerando un parámetro de recuperación máxima R_{∞} , y k como una variable distribuida con una función de densidad de probabilidad $f(k)$, lo que permite incorporar la heterogeneidad característica del material procesado. En particular, la recuperación de un proceso de flotación *batch*, se expresa en su forma generalizada mediante la Ec. (2.1) (Imaizumi & Inoue, 1963). La Ec. (2.1) considera

una suma continua de decaimientos exponenciales, definidos por la distribución de tasas de flotación $f(k)$ ¹.

$$R(t) = R_{\infty} \int_0^{\infty} (1 - e^{-k t}) f(k) dk \quad (2.3)$$

2.2.1 Distribución de tasas de flotación

La Ec. (2.1) puede evaluarse con diferentes funciones de densidad de probabilidad, dando lugar a diferentes modelos cinéticos. El modelo de tasa única (*single flotation rate*, SFR) es el modelo más simple, y asume una tasa determinista, k_{GZ} , como lo propuso originalmente García-Zúñiga (1935). En este caso, $f(k)$ se representa mediante la función Delta Dirac de la Ec. (2.4). Dada su simplicidad, este modelo no es capaz de representar la heterogeneidad del mineral. Aun así, ha sido utilizado extensamente en la representación de cinéticas rápidas y estables a tiempos prolongados.

$$f(k) = \delta(k - k_{GZ}) \quad (2.4)$$

Modelos como los presentados por Harris & Chacravarti (1970), Huber-Panu *et al.* (1976) y Klimpel (1980) utilizan funciones de densidad con representaciones simples como las distribuciones de tipo Triangular o Rectangular, siendo esta última una de las más utilizadas en flotación.

El modelo Rectangular asume una distribución uniforme [Ec. (2.5)] de tasas de flotación dentro del rango 0 a k_{\max} , lo que permite representar de manera simplificada la heterogeneidad del proceso de flotación. Sin embargo, este modelo presenta limitaciones, ya que no es capaz de distinguir cinéticas lentas o rápidas en distintas proporciones.

$$f(k) = \begin{cases} \frac{1}{k_{\max}}, & 0 < k < k_{\max} \\ 0, & k > k_{\max} \end{cases} \quad (2.5)$$

¹ Imaizumi & Inoue (1963) originalmente asumieron $R_{\infty} = 100\%$

La Figura 2.3(a) presenta $f(k)$ s correspondientes a los modelos de Tasa Única y Rectangular, ambos definidos con un mismo valor promedio $k_{\text{mean}} = 1$. Por otro lado, la Figura 2.3(b) muestra las respectivas respuestas cinéticas obtenidas con cada modelo. El modelo Rectangular ofrece mayor flexibilidad para describir el aumento en recuperación a tiempos largos. Se destaca que el modelo de Tasa Única alcanza rápidamente un valor estacionario, mientras que el modelo Rectangular permite representar aumentos graduales de recuperación.

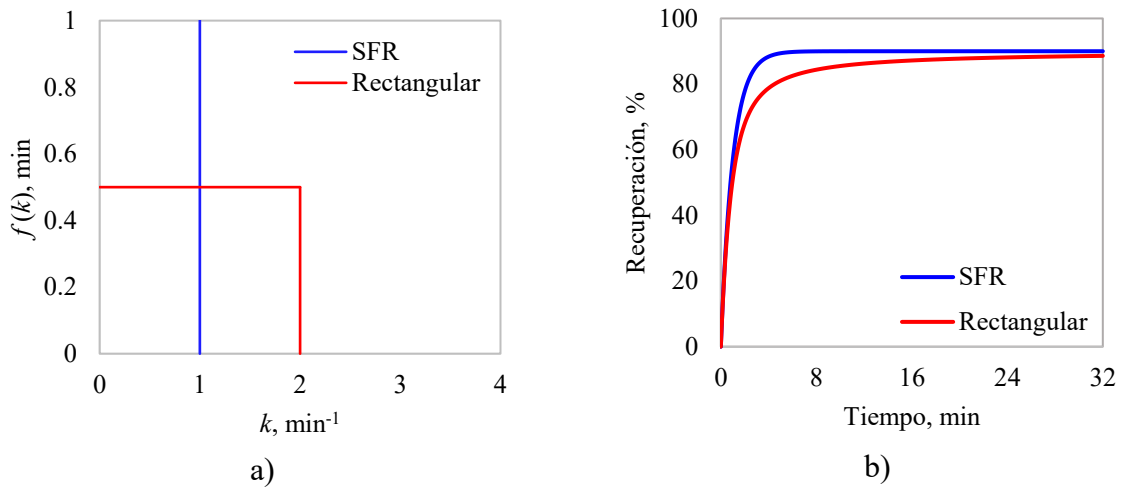


Figura 2.3 Ejemplo de modelos SFR y Rectangular con la misma $k_{\text{mean}} = 1$ y $R_{\infty} = 90\%$:
a) distribución de tasas de flotación, b) respuesta cinética.

Alternativamente, el modelo Gamma emplea la distribución Gamma para representar la $f(k)$ (Imaizumi & Inoue, 1963; Woodburn & Loveday, 1965; Harris & Chacravarti, 1970). Esta distribución, definida por dos parámetros, es altamente flexible y permite representar una amplia variedad de comportamientos, desde $f(k)$ Exponenciales, tipo J invertida, hasta distribuciones Normales, e incluso Tasas Únicas. La función de densidad de probabilidad Gamma está dada por la Ec. (2.6):

$$f(k) = \frac{k^{a_g-1}}{k_g^{a_g} \Gamma(a_g)} \cdot e^{-\frac{k}{k_g}} \quad (2.6)$$

donde Γ es la función Gamma, y k_g y a_g son parámetros de escala y de forma, respectivamente.

A diferencia del modelo de Tasa Única y del modelo Rectangular, la distribución Gamma ofrece mayor flexibilidad al representar aleatoriedad en la cinética de flotación, dado su parámetro de ajuste adicional. La Figura 2.4(a) muestra tres representaciones de esta distribución para una misma tasa promedio $k_{\text{mean}} = 1$. Se observa que, cuando $a_g < 1$, la $f(k)$ presenta una forma de tipo J invertida; para $a_g = 1$, la $f(k)$ adopta un comportamiento Exponencial puro; y para $a_g > 1$, adquiere una forma de montículo (Vinnett *et al.*, 2020). Estas diferencias en la $f(k)$ implican diferentes tendencias tiempo-recuperación, como se muestra en la Figura 2.4(b), donde se asume un valor de $R_\infty = 100\%$. En particular, para $a_g \leq 1$, el aumento en recuperación es mucho más lenta para $t \rightarrow \infty$, lo cual es un indicador de la presencia significativa de partículas de baja flotabilidad.

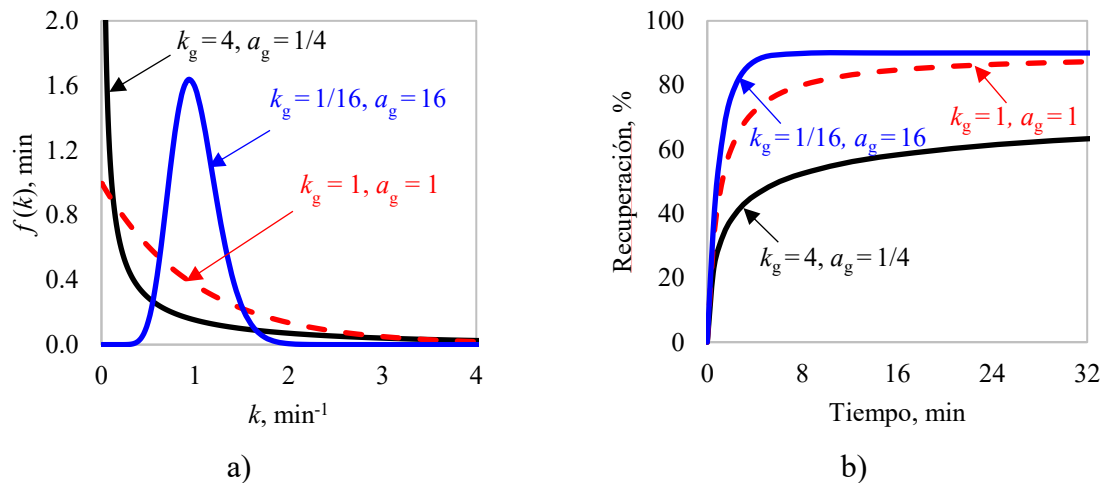


Figura 2.4 Ejemplo de 3 modelos Gamma con mismo $k_{\text{mean}} = 1$:
a) distribución de tasas de flotación, b) respuesta cinética (Vinnett & Waters, 2020).

2.2.2 Recuperación máxima

La recuperación máxima corresponde a la fracción máxima de mineral que puede recuperarse por flotación. Su estimación se realiza generalmente mediante regresión, o alternativamente, utilizando el último valor medido de recuperación. No obstante, esta aproximación estará condicionada por la estabilidad de los puntos de recuperación a tiempos largos. Este parámetro, se ve principalmente influenciado por la mineralogía y la liberación del mineral.

2.2.3 Distribución de tasas de flotación no normalizada $g(k)$

Los parámetros de los modelos cinéticos $f(k)$ - R_∞ suelen presentar una moderada/alta correlación, lo que dificulta su estimación por regresión. Tradicionalmente, se interpreta que $f(k)$ representa la distribución de tasas del material flotable, mientras que R_∞ corresponde a la fracción total de material flotable. Otro enfoque asume una $f(k)$ que incluye el material no flotable dentro de la fracción con tasa $k = 0$, lo cual requiere un mayor número de parámetros en $f(k)$ (Crompton *et al.*, 2023).

Para integrar $f(k)$ - R_∞ en una descripción más robusta, Vinnett *et al.* (2019) introdujeron una distribución no normalizada de tasas de flotación para el material recuperable $g(k) = R_\infty f(k)$. Esta función describe las frecuencias absolutas para las tasas de flotación del material que puede ser efectivamente recuperado [Ec. (2.7)], excluyendo implícitamente la fracción que no es recuperable por limitaciones mineralógicas $(100 - R_\infty)$.

$$R(t) = R_\infty \int_0^\infty (1 - e^{-kt}) f(k) dk = \int_0^\infty (1 - e^{-kt}) \frac{R_\infty f(k)}{g(k)} dk = \int_0^\infty (1 - e^{-kt}) g(k) dk \quad (2.7)$$

En la Figura 2.5 se compara un ejemplo de $f(k)$ y $g(k)$, donde el área entre ambas curvas representa la fracción de material no flotable. La característica más notable de $g(k)$ es que el área bajo la curva no es unitaria.

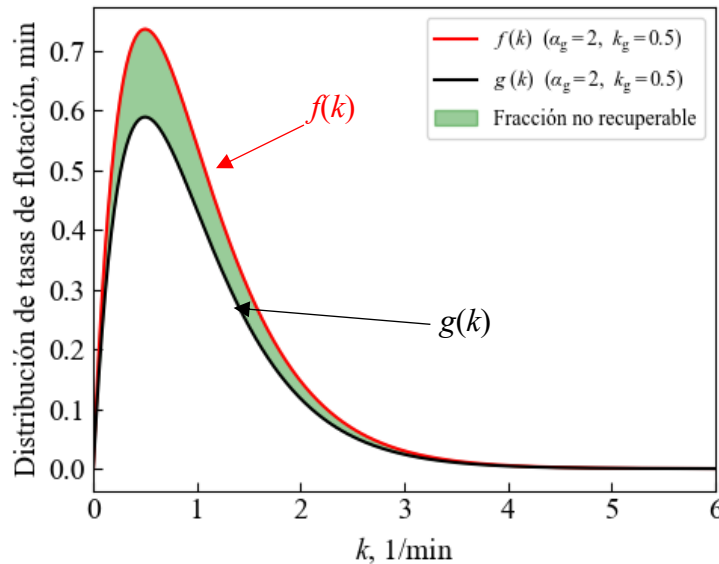


Figura 2.5 Comparación entre las funciones $f(k)$ y $g(k)$ [$R_\infty=80\%$]

2.2.4 Resumen de modelos de recuperación

En la Ec. (2.8) se presenta la expresión general de recuperación. Esta representación asume una respuesta de primer orden y dos funciones de densidad: i) la distribución de tasas de flotación, y ii) la distribución del tiempo de residencia, $\xi(t)$. La Ec. (2.8) permite generalizar la Ec. (2.3) a sistemas continuos (Woodburn & Loveday, 1965).

$$R(t) = R_{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (1 - e^{-k t}) f(k) \xi(t) dt dk \quad (2.8)$$

En la Tabla 2.1 se resumen los modelos de recuperación empleados en este trabajo. Se presentan tanto modelos con distribución de tiempos de residencia determinista (procesos *batch*) como modelos para operación continua. La $\xi(t)$ de equipos individuales se asume adecuadamente representada mediante mezcla perfecta [$\xi(t)$ Exponencial para equipos individuales y Gamma para arreglos de equipos en serie] en este resumen.

Tabla 2.1 Modelos de recuperación en procesos de flotación *batch* y continua.

Modelos	$\xi(t)$ determinista	$\xi(t)$ distribuida
SFR	$R(t) = R_{\infty}(1 - e^{-k_{GZ} t})$	$R(t) = R_{\infty} \left[1 - \frac{1}{(1 + \tau k_{GZ})^n} \right]$
Rectangular	$R(t) = R_{\infty} \left[1 - \frac{(1 - e^{-k_{\max} t})}{k_{\max} t} \right]$	$R(t) = R_{\infty} \left[1 - \left(\frac{1 - (1 + k_{\max} \tau)^{1-n}}{k_{\max} \tau (n - 1)} \right) \right]$
Gamma	$R(t) = R_{\infty} \left[1 - \frac{1}{(1 + k_g t)^{a_g}} \right]$	Integración Numérica

2.3 Escalamiento a operación continua

Una de las aplicaciones más utilizadas de la caracterización cinética es el escalamiento, herramienta que permite el diseño y dimensionamiento de bancos de flotación. Por lo general, cada planta concentradora define sus propios protocolos de flotación *batch*, a partir de los cuales se determina un factor de escala ($k_{\text{batch}}/k_{\text{planta}}$). Este factor permite establecer una relación entre el desempeño observado en el laboratorio con lo esperado en planta (Yianatos *et al.*, 2010). Estudios realizados con datos de planta y su equivalente *batch* han permitido determinar que existen diferencias significativas entre las tasas de flotación estimadas a partir de caracterizaciones cinéticas *batch* y de operación continua. Este factor suele oscilar entre 1.5 y 3 (Mesa *et al.*, 2019), siendo 2.5 el valor más utilizado en aplicaciones industriales (Vinnett *et al.*, 2023). Investigaciones recientes han identificado una correlación entre el factor de escala y variables granulométricas y mineralógicas clave, como el tamaño de partícula y el grado de liberación (Yianatos *et al.*, 2022).

El proceso de flotación está influenciado por diversos factores hidrodinámicos y mineralógicos. La caracterización cinética presenta una amplia gama de aplicaciones, siendo clave en cada una de ellas la estimación confiable de $f(k)$ y R_{∞} . No obstante, la robustez de estas estimaciones depende en gran medida de la estandarización de los protocolos de flotación utilizados en la obtención de datos, ya que la falta de consistencia puede introducir incertidumbre en los parámetros cinéticos.

CAPÍTULO III

3 METODOLOGÍA

En este Capítulo se describe la metodología empleada para obtener datos experimentales tiempo-recuperación, a partir de sub-muestras previamente homogenizadas de una mena. La

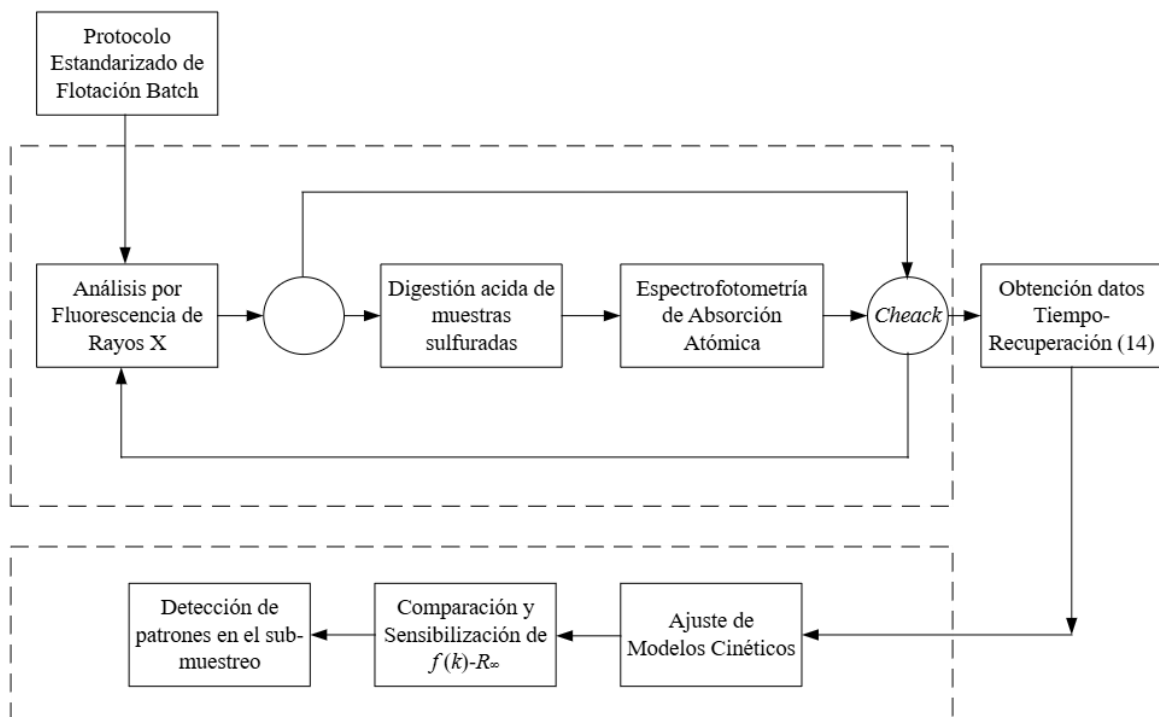


Figura 3.1 resume las principales etapas del procedimiento experimental y análisis de datos. El plan de trabajo comienza con la planificación y ejecución de los experimentos de molienda y flotación *batch*. Posteriormente, se utilizan dos técnicas analíticas para determinar el contenido de cobre: la primera permite obtener valores de referencia para las leyes de cobre con el objetivo de detectar posibles fallas en los *análisis químicos*; la segunda permite determinar el contenido de cobre por absorción atómica. Los resultados validados se reconcilian, para el posterior ajuste mediante los modelos cinéticos propuestos. Finalmente, se evalúa la sensibilidad de los resultados ante cambios en el patrón de muestreo, analizando su impacto en el escalamiento de *batch*-planta.

El procedimiento de cada etapa señalada se explica en detalle en las siguientes subsecciones.

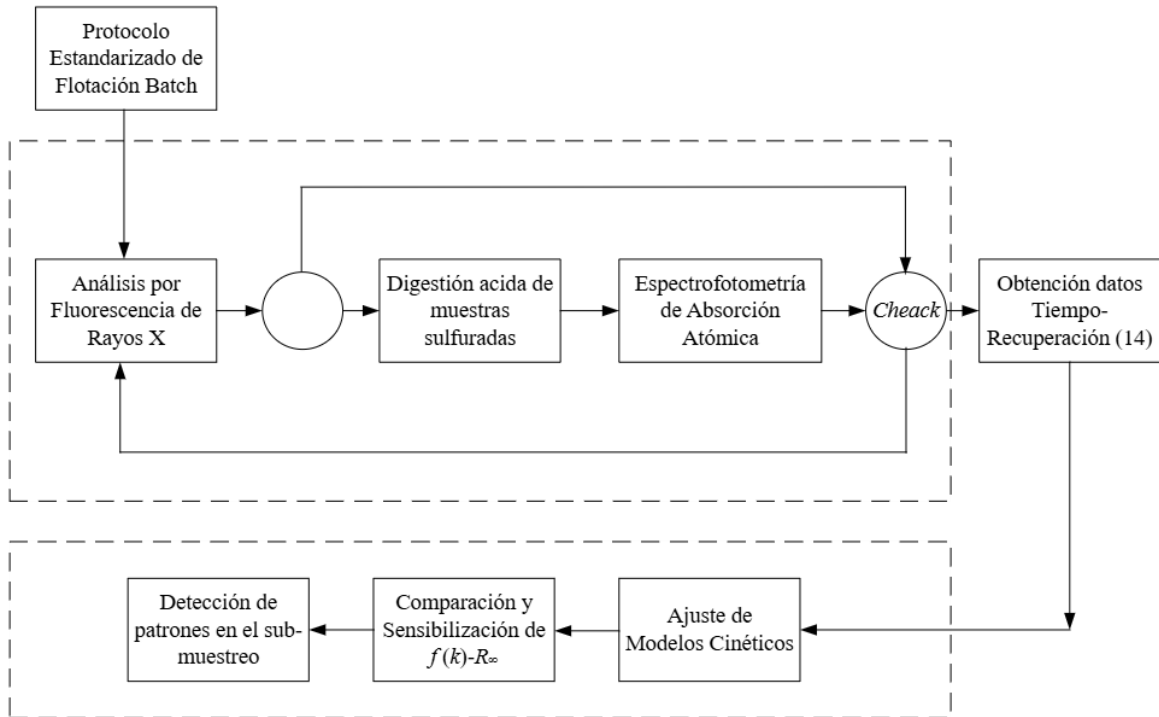


Figura 3.1 Esquemático del procedimiento de análisis utilizado en este trabajo de tesis.

3.1 Desarrollo experimental

Se utilizaron sub-muestras de 1.0 kg previamente homogenizadas y almacenadas en bolsas plásticas. El material utilizado corresponde a una mena proveniente de la Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi (CMDIC).

3.1.1 Molienda *batch*

Se utilizaron 6 sub-muestras para la obtención de la curva de molienda (P_{80} vs tiempo) en un molino de bolas a escala de laboratorio. A continuación, se detallan los equipos, condiciones operacionales, materiales y procedimiento experimental.

❖ Equipos:

- Molino de bolas de 16x21 cm.
- Sistema de rodillos con variador de frecuencia.
- W.S. Tyler® Ro-Tap® (Ohio, EE.UU).
- Juego de tamices ASTM®.

- Filtro de presión EDEMET® (Chile).
- Balanza electrónica.

❖ **Diseño de experimentos:**

- Porcentaje de velocidad crítica: 70%.
- Porcentaje de llenado de bolas (J_b): 38%.
- Llenado de carga (J_c): 45%.
- Tiempos de molienda: 25, 30, 35 40, 45 y 50 minutos.

❖ **Materiales**

- Agua.
- Filtros de papel Whatman®.
- Papel Kraft.
- Balde y recipiente.
- 4 kg de bolas de acero.

Procedimiento:

- Se añadieron 4.0 kg de bolas de acero al molino [Figura 3.2(a)], alcanzando una fracción de llenado de bolas aparente (J_b) del 38%.
- Se incorporó 1.0 kg de mineral-mena [Figura 3.2(b)] junto a las bolas de acero. Posteriormente, el molino se instaló en un sistema de rodillos con variador de frecuencia.
- Se ajustó la velocidad de giro de los rodillos para que el molino alcance un 70% de su velocidad crítica.
- Se realizó la molienda durante tiempos previamente definidos (25, 30, 35 40, 45 y 50 minutos).

- De la muestra conminuida, se extrajo una sub-muestra representativa de aproximadamente 100 g.
- La muestra representativa se tamizó en húmedo a 20 μm con ayuda del *shaker* [Figura 3.2(c)]. Tanto el sobre tamaño como el bajo tamaño fueron filtrados a presión [Figura 3.2(d)], y secados en estufa a 90 °C.
- El sobre tamaño seco se tamizó en seco mediante el equipo Ro-Tap® [Figura 3.2(e)]. Luego, se pesaron las fracciones retenidas en cada tamiz y se registró el pasante acumulado para estimar el P_{80} para cada tiempo de molienda.

A partir de los P_{80} obtenidos en función del tiempo, se aplicó en Matlab interpolación cúbica Hermite por tramos (*Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial*, PCHIP), con el fin de determinar los tiempos de molienda para alcanzar valores de P_{80} de 212 μm y 300 μm .



a)



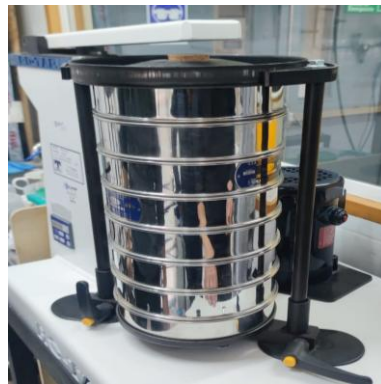
b)



c)



d)



e)

Figura 3.2 a) Molino de cerámica, b) Sub-muestras de 1.0 kg, c) *Shaker*, d) Filtro de presión y e) Ro-Tap.

3.1.2 Protocolo de flotación *batch*

El proceso de flotación estándar *Rougher* se basó en el protocolo de laboratorio de SGS Minerals del Laboratorio Metalúrgico en Minera Los Pelambres (Minera Los Pelambres, 2022).

❖ Equipos:

- Celda de flotación EDEMET[®] (Chile).
- Filtro de presión EDEMET[®] (Chile).
- Sensor de pH.
- Balanza analítica.
- Estufa.

❖ Diseño de experimentos:

- Tiempos de molienda: 32 y 36.5 min.
- Porcentaje de sólidos en la pulpa: 33%.
- Volumen celda: 2.7 L (2700 cm³).
- Flujo de aire: 8 L/min.
- Velocidad del agitador: 700 rpm.
- Tiempos de flotación acumulativos: 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 24 y 32 minutos.
- pH de flotación: 9.5
- Colector: Hostaflot 18275[®] (22.5 g/t).
- Espumante: Aerofroth 70 Frother[®] (24 mg/L).

❖ **Materiales:**

- Agua acondicionada: espumante 24 mg/L y pH ajustado a 9.5.
- Matraz aforado de 1000 mL
- Bandejas de silicona.
- Micropipeta.

Procedimiento:

- Se alimentó la celda de flotación con el producto de molienda, y se añadieron 2 L de agua. La pulpa se agitó durante aproximadamente 10 minutos.
- Se ajustó el pH de la pulpa a 9.5 utilizando un gotero con lechada de cal. Luego, se adicionó el colector, con un tiempo de acondicionamiento de 5 minutos. A los 2.5 minutos se incorporó espumante, lo que implica un tiempo de acondicionamiento de 2.5 min [Figura 3.3(c)].
- Pasado el tiempo de acondicionamiento, se inyectó aire, iniciando el proceso de flotación. La flotación tuvo una duración total de 32 minutos, aplicando diferentes frecuencias de paleteo:
 - Cada 1 segundos en los primeros 4 intervalos.
 - Cada 3 segundos en los siguientes 5 intervalos.
 - Cada 6 segundos los restantes intervalos.

El inicio del paleteo se definió como el momento en el cual la espuma rebosó el “labio” de la celda por primera vez [Figura 3.3(b)]. Durante todo el proceso, se mantuvo el nivel de pulpa mediante la adición de agua acondicionada, y se controló el pH en 9.5.

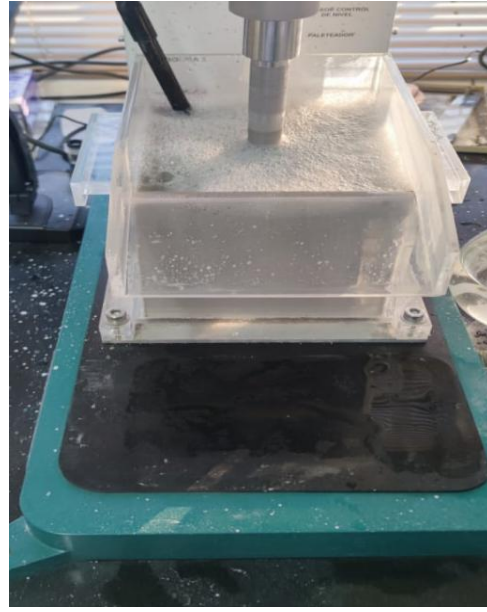
- Finalizado el proceso de flotación [Figura 3.3(c)], los concentrados fueron pesados y secados, mientras que el relave fue filtrado y posteriormente secado. Todas las muestras secas fueron pesadas y etiquetadas en bolsas de almacenamiento.



a)



b)



c)

Figura 3.3 a) Área de operación, b) Inicio de la flotación y c) Término de la flotación.

3.1.3 Determinación del contenido de Cu

Las muestras de alimentación, concentrados y relave fueron inicialmente analizadas mediante fluorescencia de rayos X (XRF) para obtener una primera estimación del contenido de Cu. Luego, si el análisis posterior por Espectrofotometría de Absorción Atómica (EAA) es consistente con los resultados obtenidos mediante XRF (representado con un “*check*” en la Figura 3.1), el resultado del análisis EAA será considerado válido. En caso de observar desviaciones, se repite el análisis químico (recirculación en la Figura 3.1).

Fluorescencia de rayos X

Las muestras de alimentación, concentrados y relave fueron analizadas en primera instancia vía XRF. Este paso, previo a los análisis químicos mediante Espectrofotometría de Absorción Atómica, permitieron identificar tempranamente experimentos fallidos y análisis químicos con sesgos significativos (Esteban, 2023).

❖ Equipos

- S1TITAN (@Bruker)
- Soporte pistola.

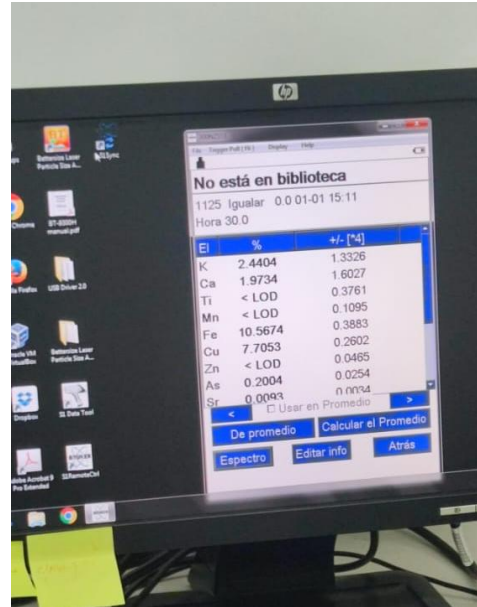
Procedimiento:

- Se ubica la pistola en su soporte y se conecta a un computador mediante un cable USB ubicado a 3 metros del instrumento [Figura 3.4(a)].
- Se homogeniza la muestra durante 30 segundos dentro de la misma bolsa.
- Se posiciona la bolsa con la muestra directamente hacia la punta de la pistola.
- Se asegura que la cámara de aislación esté completamente cerrada, sin aberturas que permitan el escape de señal desde el interior.
- A través del software de Bruker se acciona el gatillo de la pistola. Tras 30 segundos, se obtienen los resultados que indican el contenido de varios elementos presentes en la muestra analizada [Figura 3.4(b)].

- Se repiten cinco veces los pasos anteriores, y se reporta el promedio de las mediciones.
- Finalmente, se corrige el resultado utilizando una curva de calibración construida específicamente para Cu (Esteban, 2023).



a)



b)

Figura 3.4 a) Pistola de XRF y b) Interfaz usuario del *software* Bruker.

Espectrofotometría de Absorción Atómica

Submuestras pulverizadas de alimentación, concentrados y relave fueron digeridas para su posterior análisis por Espectrofotometría de Absorción Atómica.

❖ Materiales

- Vasos de precipitados de 100 mL.
- Matraces aforados de 100 mL.
- Pipetas graduadas de 10 mL.
- Propipetas.
- Matraz Kitasato con embudo Buchner.
- Probetas de 100 mL.

- Espátula de acero inoxidable.
- Filtros de papel.

❖ **Reactivos**

- Ácido nítrico.
- Ácido perclórico.
- Ácido clorhídrico.
- Agua destilada.

❖ **Equipos**

- Mortero de Porcelana con Pistilo.
- Placa calefactora.
- Bomba de vacío.
- Balanza analítica.
- Equipo de Espectrofotometría de Absorción Atómica SpectrAA 55.

Procedimiento:

- Se tomó una muestra representativa de 1.0 g de cada concentrado, 2.0 g de la alimentación y 10 g del relave. Luego, las muestras fueron pulverizadas utilizando un mortero de porcelana.
- Se pesaron aproximadamente 0.1 g de cada muestra y se transfirieron a un vaso de precipitados de 100 mL.
- Se adicionaron 10 mL de ácido nítrico y 5 mL de ácido perclórico.
- La mezcla se digirió en una plancha calefactora a una temperatura constante de 150 °C hasta alcanzar un estado siruposo [Figura 3.5(a)].
- Se disolvieron las sales con 30 mL de agua destilada y 10 mL de ácido clorhídrico.
- Se calentó la mezcla a ebullición (200 °C), hasta la completa disolución de las sales.

- Posteriormente, se dejó enfriar la solución y se filtró en un matraz aforado de 100 mL.
- El matraz se aforó hasta 100 mL con agua destilada [Figura 3.5(b)].
- Finalmente, se diluyeron las muestras y se analizaron por Espectrofotometría de Absorción Atómica (EAA) [Figura 3.5(c)].



a)



b)



c)

Figura 3.5 a) Plancha calefactora, b) Matraces aforados y c) Equipo Espectrofotómetro de Absorción Atómica.

3.2 Análisis de datos

3.2.1 Reconciliación de datos

La reconciliación de datos es una técnica empleada para corregir inconsistencias en las variables medidas. El objetivo es obtener un conjunto coherente de datos proveniente de diversas fuentes. Para esto, se emplean estrategias de optimización lineal o no lineal sujeta a restricciones de balances de masa o energía. En este trabajo, se empleó reconciliación de datos con el fin de mejorar la consistencia en la estimación de las leyes de cobre, garantizando el cumplimiento del balance de masa.

El algoritmo consiste en optimizar la función de costo descrita en la Ec. (3.1).

$$\min \sum_{j=1}^k \left(\frac{\delta_j}{x_j} \right)^2 \quad (3.1)$$

donde:

x_j : es la ley medida en el concentrado j , de manera de minimizar desviaciones relativas.

δ_j : es la diferencia entre la ley medida y la ley ajustada del componente de interés en el concentrado j .

3.2.2 Regresión

En estadística, regresión es una metodología que permite relacionar una variable dependiente y una o más variables independientes, buscando modelar datos, predecir información y/o probar hipótesis (Chatterjee & Simonoff, 2013).

En este trabajo, se utilizó regresión no lineal para estimar los parámetros de los modelos de recuperación. Este proceso se llevó a cabo mediante la aplicación de Mínimos Cuadrados Ordinarios (*Ordinary Least Squares*, OLS) [Ec.(3.2)], con el objetivo de estimar los parámetros de los modelos, de tal forma que la suma de los cuadrados de las diferencias entre las recuperaciones medidas [R_{data}] y las recuperaciones modeladas [R_{mod}] sea mínima (Montgomery *et al.*, 2006).

$$\min \sum_{i=1}^n (R_{\text{data},i} - R_{\text{mod},i})^2 \quad (3.2)$$

3.3 Herramientas de análisis

Se utilizó la interfaz de MATLAB para implementar un algoritmo que permita simular la selección arbitraria de 7 puntos de muestreo de un total de 14 disponibles. Se generaron 3432 patrones de muestreo, y se ajustaron los parámetros de los modelos de recuperación mediante la función *fitnlm*, utilizando como punto de partida el resultado global de los parámetros cinéticos (a partir de los 14 puntos originales). Para cada posible patrón de muestreo, se registraron $f(k)$ y R_{∞} [y por lo tanto $g(k)$], para evaluar la sensibilidad de la caracterización cinética ante variaciones del patrón de muestreo.

3.4 Métricas

3.4.1 RMSE

El *root mean square error* (RMSE), es una métrica empleada para evaluar la bondad de ajuste de modelos no lineales. En la Ec. (3.3) se presenta el cálculo del RMSE, donde n es el número de observaciones, y p es el número de parámetros del modelo. Este índice mide la desviación estándar de los errores de modelado, proporcionando una estimación de cuán precisas son las estimaciones a partir del modelo en relación con los valores observados (Kutner *et al.*, 2005).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{\text{data},i} - R_{\text{mod},i})^2}{n - p}} \quad (3.3)$$

3.4.2 Error de estimación de $g(k)$

Para evaluar la consistencia de cada posible patrón de muestreo en la caracterización cinética, se empleó el error de estimación de $g(k)$ (Δg). Esta métrica, definida por la Ec. (3.4), corresponde a la integral del valor absoluto de las diferencias entre la $g(k)$ estimada con 14 puntos experimentales (caso base) y la $g_i(k)$ estimada con 7 puntos experimentales a partir del i -ésimo patrón de muestreo.

$$\Delta g = \int_0^{\infty} |g(k) - g_i(k)| dk \quad (3.4)$$

En la Figura 3.6 se muestra un caso ejemplo en el que la selección arbitraria de los tiempos de muestreo genera una distorsión significativa entre la función $g_i(k)$ respecto a $g(k)$. En el gráfico, el área sombreada total corresponde al valor de la métrica Δg . Cuando el área es pequeña ($\Delta g \rightarrow 0$), existe consistencia con la $g(k)$ del caso base, lo que sugiere que el patrón de muestreo seleccionado captura de manera adecuada la información contenida en los 14 puntos experimentales, a partir de solo 7 datos tiempo-recuperación.

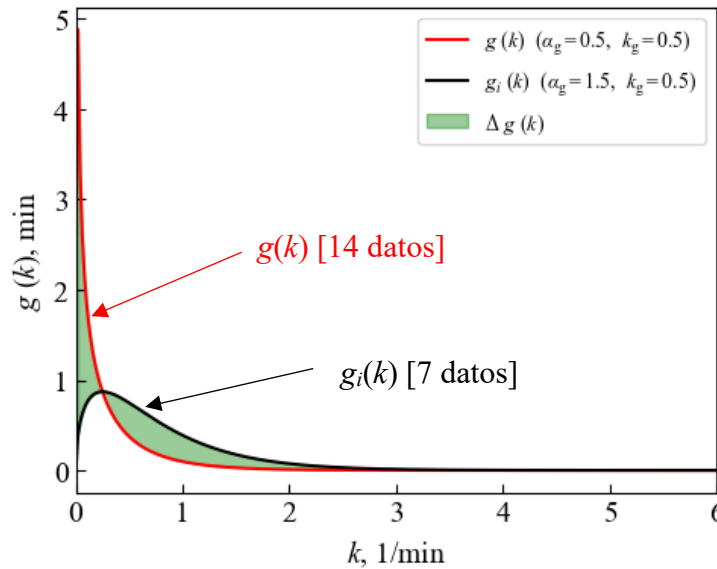


Figura 3.6 Ejemplo de la sensibilidad de $g(k)$ ante variaciones en la selección de los tiempos de muestreo [$R_{\infty} = 90\%$]

A través de la metodología propuesta se obtuvieron los datos experimentales asociados a las leyes de alimentación, concentrados y relave. La aplicación de reconciliación de datos permitió suavizar el ruido experimental, logrando una mayor consistencia en la información disponible. Los datos ajustados fueron empleados para emular la selección arbitraria de los tiempos de muestreo en las caracterizaciones cinéticas, estudiando la sensibilidad de las estimaciones de $g(k)$ mediante la Ec. (3.4). Se evaluó también cómo la elección del mejor y del peor patrón de muestreo influyen en la predicción de recuperación de un circuito de flotación industrial.

CAPÍTULO IV

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Respuesta cinética global

En este Capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir del procedimiento experimental descrito en el Capítulo III. Se realizaron 4 y 6 réplicas en los *Tests* 1 y 2, respectivamente. El *Test* 1 se realizó con un P_{80} de 300 μm , mientras que el *Test* 2 se llevó a cabo con un P_{80} de 212 μm . Los datos de recuperación fueron reconciliados usando como ley de alimentación el promedio de todas las leyes de alimentación reconstituidas a partir de los productos ($0.92\% \pm 0.04\%$).

4.1.1 Respuestas cinéticas en los *Tests* 1 y 2

La Figura 4.1 muestra la respuesta cinética de cada uno de los *Tests*. La diferencia entre ambas respuestas se atribuye principalmente a diferencias en la liberación en la alimentación. La mayor desviación estándar (absoluta) observada fue de 5.3% y 3.6% para los *Tests* 1 y 2, respectivamente (Anexo A).

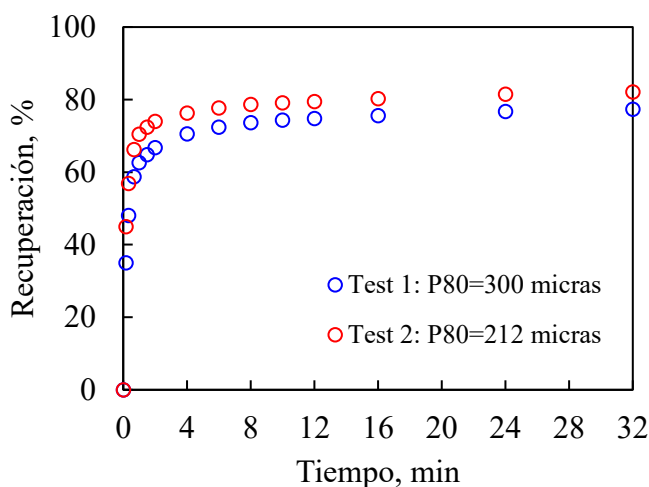


Figura 4.1 Resultados experimentales tiempo-recuperación.

4.1.2 Ajuste de modelos clásicos de recuperación

La Figura 4.2 muestra la respuesta cinética ajustada mediante los modelos SFR, Rectangular y Gamma. Se observan ajustes pobres al emplear los modelos SFR y Rectangular. Según el RMSE, Tabla 4.1, el modelo Gamma presenta el mejor ajuste, seguido por el modelo Rectangular, y en último lugar el modelo SFR.

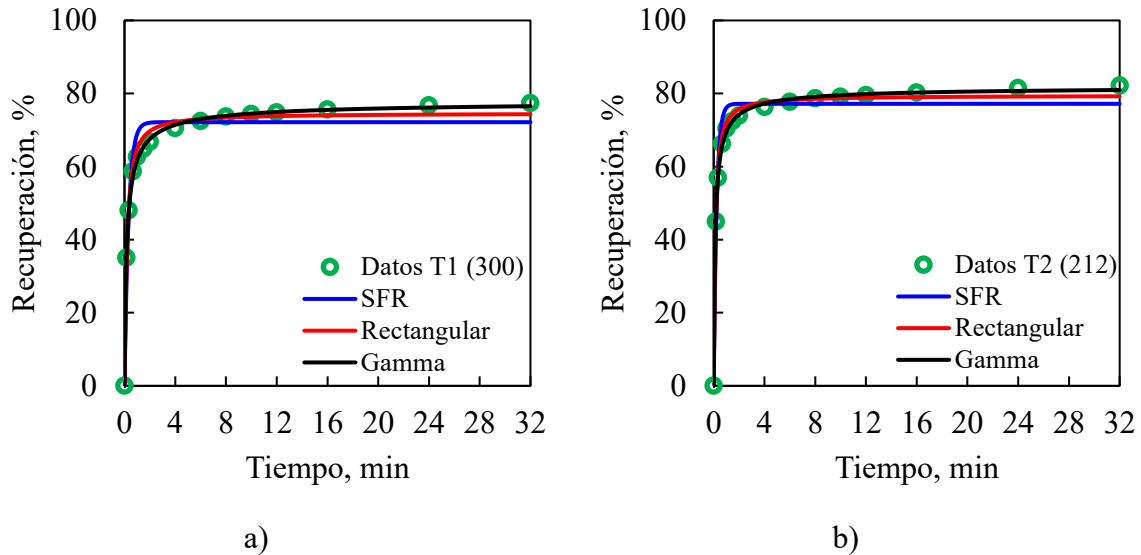


Figura 4.2 Respuesta cinética global con 14 datos: a) *Test 1* $P_{80}=300 \mu\text{m}$ y b) *Test 2* $P_{80}=212 \mu\text{m}$.

Tabla 4.1 Parámetros y métricas de ajuste de los modelos de recuperación *batch*.

<i>Test</i>	SFR		Rectangular		Gamma	
<i>Test 1</i>	$R_{\infty}, \%$	72.15	$R_{\infty}, \%$	74.64	$R_{\infty}, \%$	78.22
	$k, 1/\text{min}$	3.11	$k_{\text{max}}, 1/\text{min}$	7.55	k_g, min	9.00
	RMSE	4.50	RMSE	2.16	RMSE	0.83
	k_{mean}	3.11	k_{mean}	3.78	k_{mean}	6.08
	$\Delta R_{R_{\infty}-R_{32}}$	-5.17	$\Delta R_{R_{\infty}-R_{32}}$	-2.69	$\Delta R_{R_{\infty}-R_{32}}$	0.89
<i>Test 2</i>	$R_{\infty}, \%$	77.18	$R_{\infty}, \%$	79.47	$R_{\infty}, \%$	82.03
	$k, 1/\text{min}$	4.25	$k_{\text{max}}, 1/\text{min}$	10.61	k_g, min	12.26
	RMSE	4.13	RMSE	1.81	RMSE	0.71
	k_{mean}	4.25	k_{mean}	5.31	k_{mean}	8.9
	$\Delta R_{R_{\infty}-R_{32}}$	-4.95	$\Delta R_{R_{\infty}-R_{32}}$	-2.66	$\Delta R_{R_{\infty}-R_{32}}$	0.1

Debido al bajo desempeño del modelo SFR, este se excluyó de los análisis posteriores.

4.2 Selección arbitraria de los tiempos de muestreo

Se utilizó la función *nchoosek* de MATLAB para emular la selección arbitraria de los tiempos de muestreo, considerando sólo 7 de los 14 puntos experimentales disponibles. En total, se generaron 3432 combinaciones.

En las siguientes subsecciones, se analiza el impacto de la selección arbitraria de los tiempos de muestreo en los parámetros $f(k)$ y R_∞ , y por lo tanto en $g(k)$.

En el Anexo B se muestran las distribuciones de los RMSEs obtenidos de todos los posibles patrones de muestreo para cada *Test*.

4.2.1 Sensibilidad en $f(k)$

En la Figura 4.3 se presentan las $f(k)$ estimadas con los modelos Gamma [Figuras 4.3(a) para el *Test* 1 y 4.3(c) para el *Test* 2] y Rectangular [Figuras 4.3(b) para el *Test* 1 y 4.3(d) para el *Test* 2] para las dos condiciones de P_{80} . La línea segmentada representa la función $f(k)$ estimada con 14 puntos de muestreo (caso base), mientras que las líneas continuas muestran todas las posibles $f(k)$ s estimadas a partir de las combinaciones con 7 datos tiempo-recuperación.

Las $f(k)$ s estimadas mediante el modelo Gamma mostraron mayor estabilidad respecto al caso base. En particular, el modelo Gamma presentó mayoritariamente $f(k)$ s de tipo J invertida, lo que sugirió la presencia de fracciones significativas de material con baja flotabilidad ($k \approx 0$). Esto indica que la respuesta cinética estuvo limitada por bajas tasas de flotación a tiempos largos. En menor medida, se observaron algunas $f(k)$ s de tipo montículo dentro de las posibles $f(k)$ s; sin embargo, estas se mantuvieron en la vecindad de la $f(k)$ obtenida en el caso base. Por otra parte, el modelo Rectangular presentó mayor inestabilidad en la estimación de $f(k)$, de manera consistentemente en ambos *Tests*.

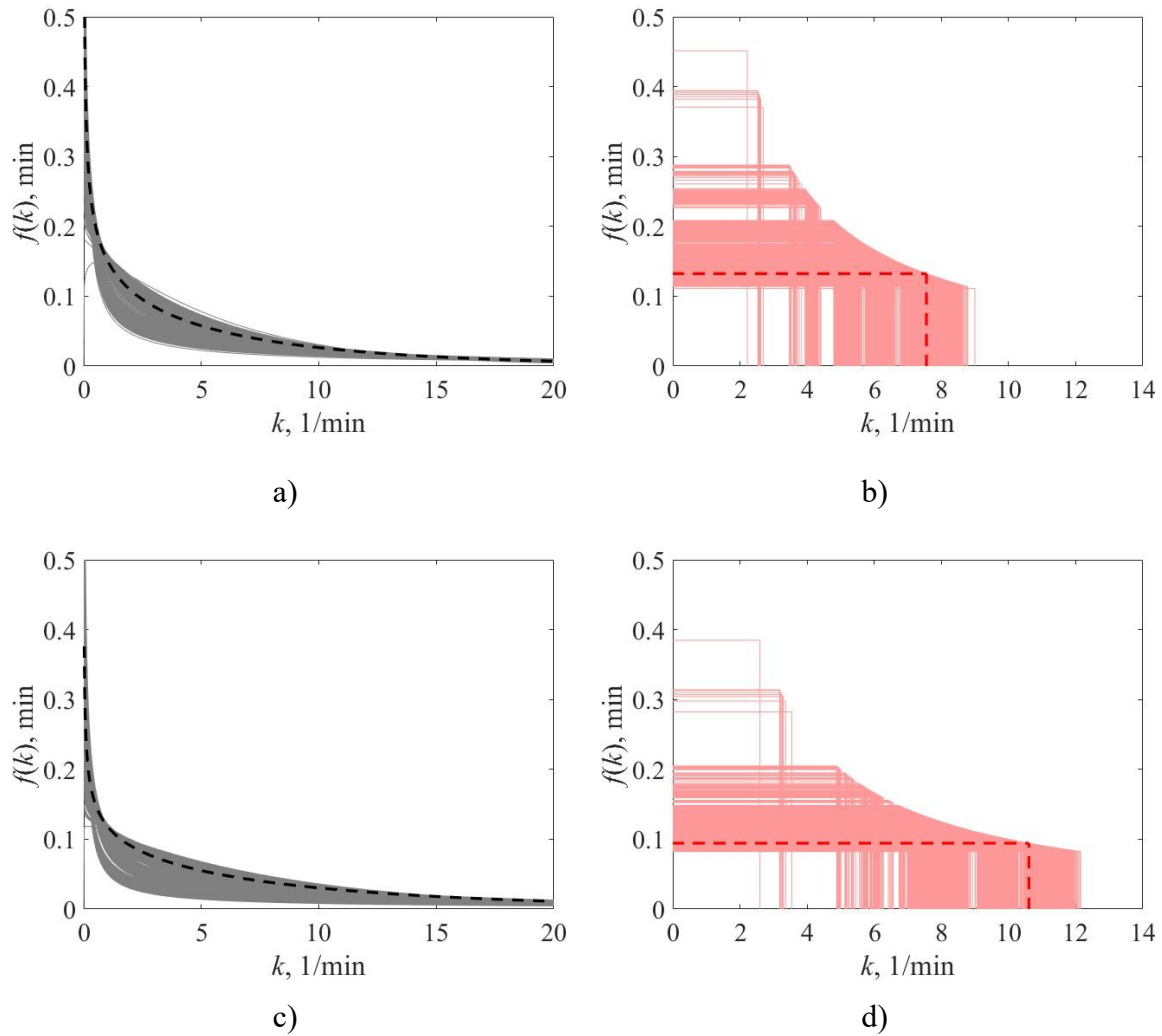


Figura 4.3 Sensibilización de $f(k)$ ante respuestas cinéticas sub-muestreadas: a) *Test 1*, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, b) *Test 1*, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular, c) *Test 2*, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, d) *Test 2*, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular.

4.2.2 Sensibilidad en R_∞

En la Figura 4.4 se presentan las funciones de distribución acumuladas (FDAs) para las estimaciones de R_∞ con el modelo Gamma [Figuras Figura 4.4(a) para el *Test 1* y Figura 4.4(c) para el *Test 2*] y Rectangular [Figuras Figura 4.4(b) para el *Test 1* y Figura 4.4(d) para el *Test 2*]. Las líneas segmentadas de color rojo y negro representan la estimación de R_∞ utilizando 14 puntos de muestreo (caso base), mientras que las líneas continuas muestran las FDAs de R_∞ estimadas a partir de 7 puntos de muestreo. Además, cada gráfico presenta en línea segmentada azul el último valor experimental de recuperación a 32 minutos [$R(t=32)$].

Las FDAs obtenidas con el modelo Gamma mostraron una variabilidad significativa en la estimación de R_∞ , especialmente sobre el percentil 80. Pese a esto, se observa que, en general, los estimadores de R_∞ resultaron mayores o iguales a $R(t=32)$. El modelo Rectangular presentó una mayor precisión en la estimación R_∞ . Sin embargo, este modelo llevó en ambos *Tests* a valores de R_∞ menores a $R(t=32)$, lo que es un resultado inconsistente ($\Delta R < 0$). Debido a lo anterior, el modelo Rectangular se descartó en los análisis posteriores.

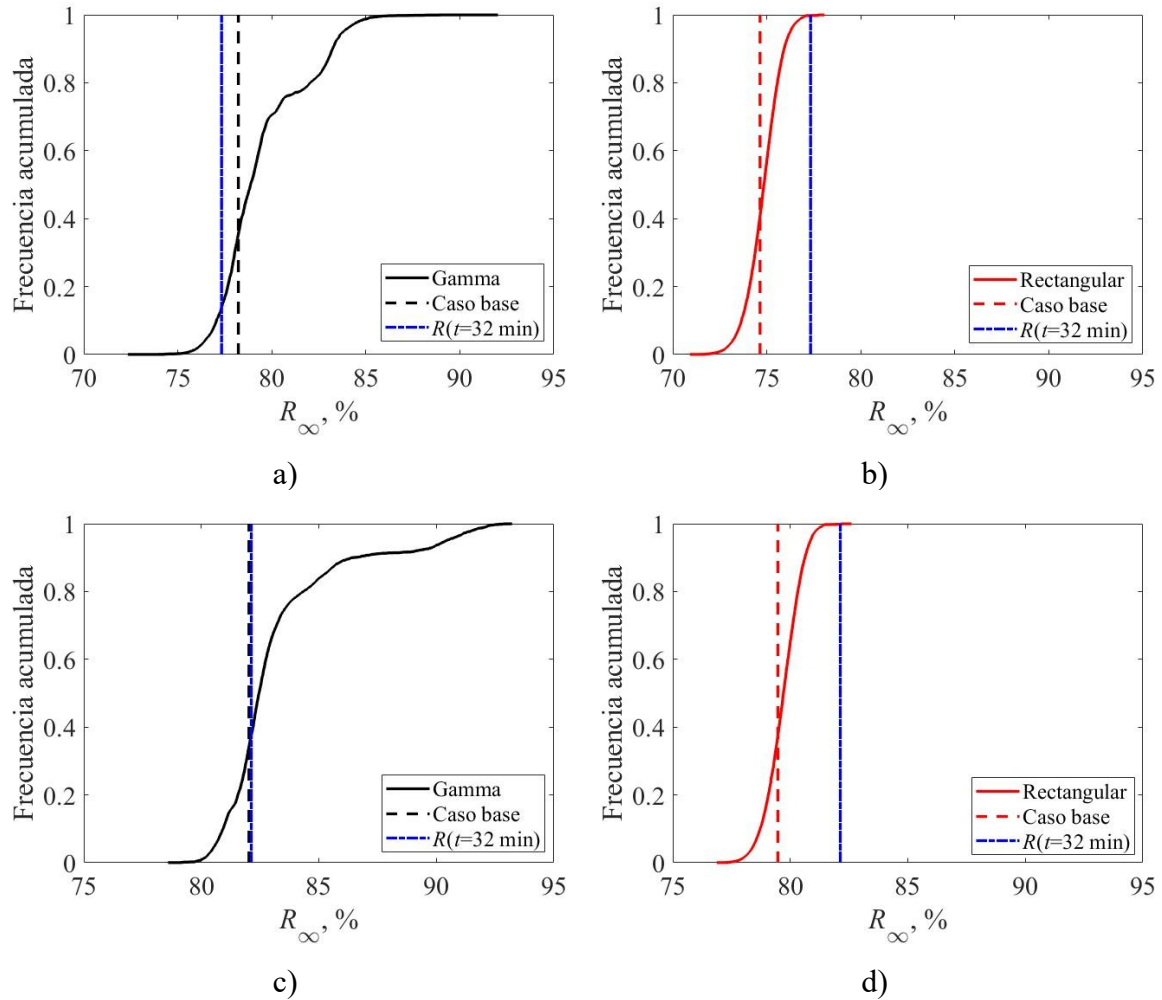


Figura 4.4 Función de distribución acumulada del parámetro R_∞ : a) *Test* 1, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, b) *Test* 1, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular, c) *Test* 2, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, d) *Test* 2, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular.

4.3 Identificación de patrones que llevan a estimaciones consistentes en los parámetros cinéticos

En este trabajo, se definieron como patrones de muestreo adecuados, aquellos conjuntos de 7 datos experimentales que llevaron a resultados similares a los obtenidos con 14 puntos (caso base). Esto se determinó mediante el error de estimación de la distribución de tasas de flotación no normalizada Δg .

En la Figura 4.5 se presentan las FDAs de todos los resultados de Δg , asumiendo el modelo cinético Gamma. Para ambos *Tests* el percentil 75 se encuentra alrededor de 0.1. Por encima del percentil 75, se observan distorsiones significativas, que alcanzan valores de $\Delta g = 0.5$ en el *Test 1* [Figura 4.5(a)] y hasta $\Delta g = 1.0$ en el *Test 2* [Figura 4.5(b)].

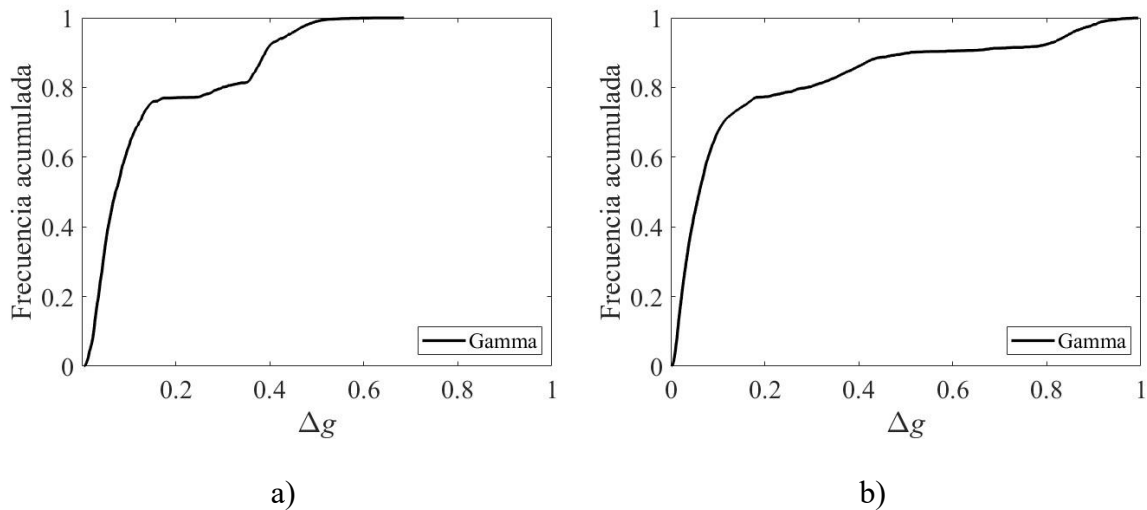


Figura 4.5 FDAs del error de estimación de la distribución de tasas de flotación no normalizada, modelo cinético Gamma: a) *Test 1* y b) *Test 2*.

De la Figura 4.5, se agruparon los valores de Δg Gamma en dos conjuntos según los percentiles 10 y 90: (i) valores bajo el percentil 10 de Δg ($\Delta g \rightarrow 0$) y (ii) valores sobre el percentil 90 de Δg (Δg alto). En cada conjunto se analizó la ocurrencia (frecuencia) de los distintos tiempos de muestreo con el fin de identificar los intervalos más recurrentes. De este análisis, se construyeron diagramas de Pareto para el *Test 1* [Figura 4.6(a) para el percentil 10 de Δg y Figura 4.6(b) para el percentil 90 de Δg] y *Test 2* [Figura 4.7(a) para el percentil 10 de Δg y Figura 4.7(b) para el percentil 90 de Δg]. Estos diagramas permitieron identificar,

para cada *Test*, los 7 intervalos de tiempo (acumulados) con mayor participación dentro de cada conjunto.

En ambos *Tests*, se observa que el primer tiempo de muestreo ($t_1 = 10$ s o 0.17 min) posee la mayor participación en el mejor percentil de Δg , con un 95% en el *Test* 1 [Figura 4.6(a)], y un 86% en el *Test* 2 [Figura 4.7(a)]. Asimismo, el tiempo más prolongado ($t_7 = 32$ minutos) también contribuye a la definición de un patrón de muestreo adecuado, con frecuencia de 57% y 56% en los *Tests* 1 y 2, respectivamente. Por otra parte, sobre el percentil 90 de Δg [Figura 4.6(a) y Figura 4.7(b)], se tienen principalmente puntos de muestreo en la transición hacia agotamiento (1.0, 1.5 y 2.0 minutos). La ausencia de los tiempos de muestreo a 10 y 20 segundos en el peor percentil de Δg es consistente con la presencia de los primeros tres tiempos en el mejor percentil de Δg .

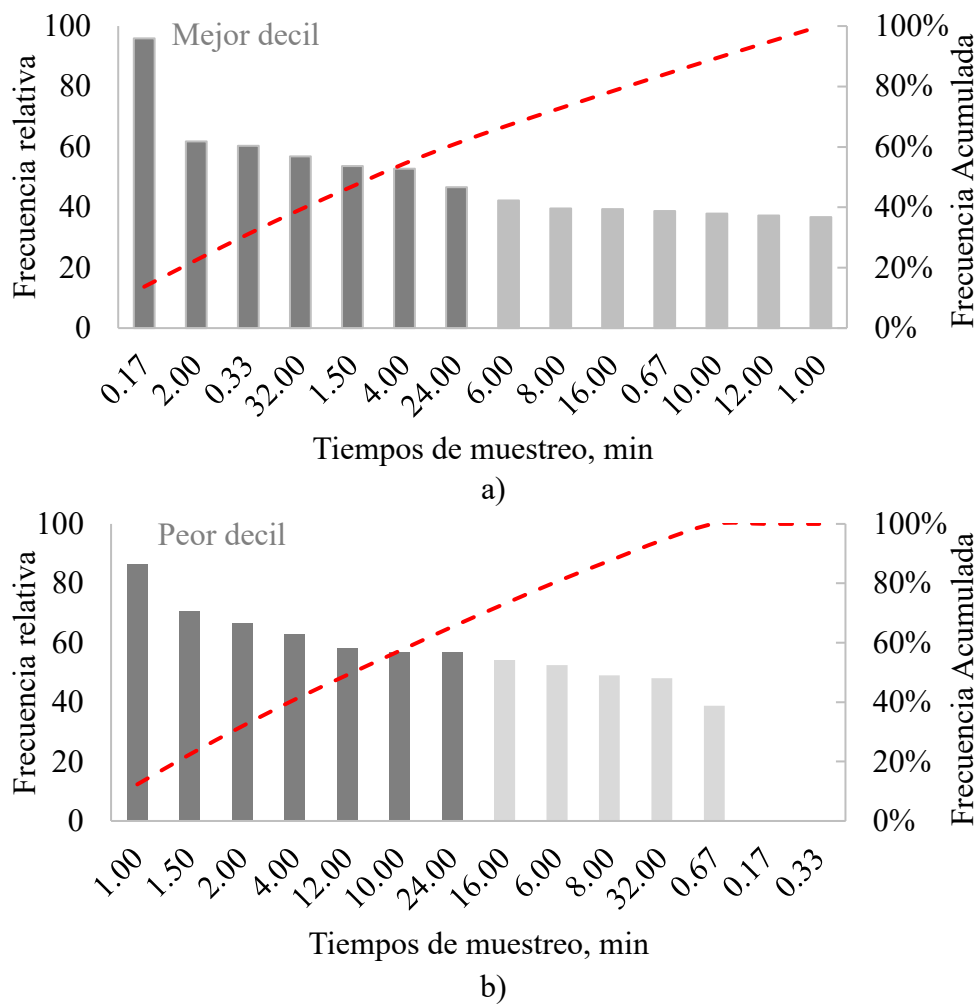


Figura 4.6 Diagramas de Pareto, contribución de cada tiempo de flotación al respectivo percentil, *Test* 1: a) percentil 10 de Δg , b) percentil 90 de Δg .

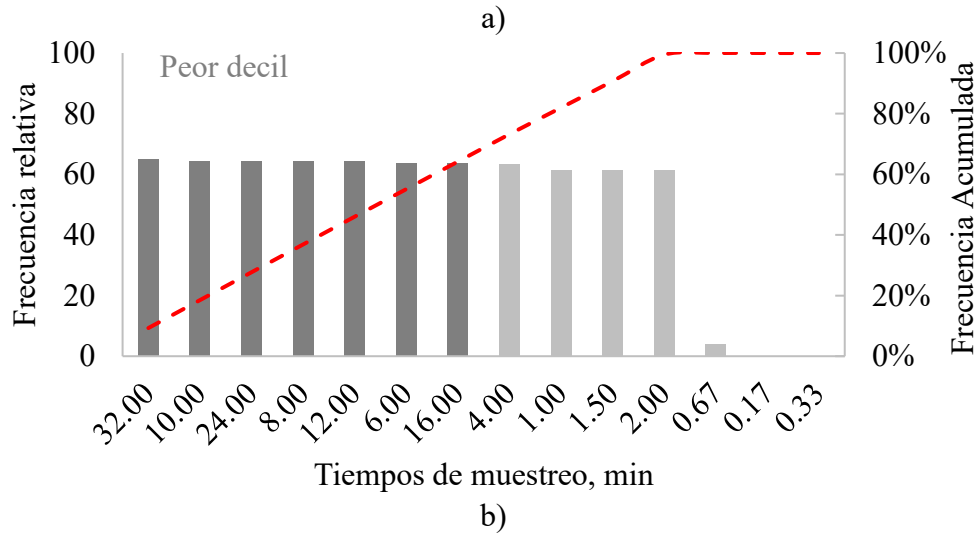
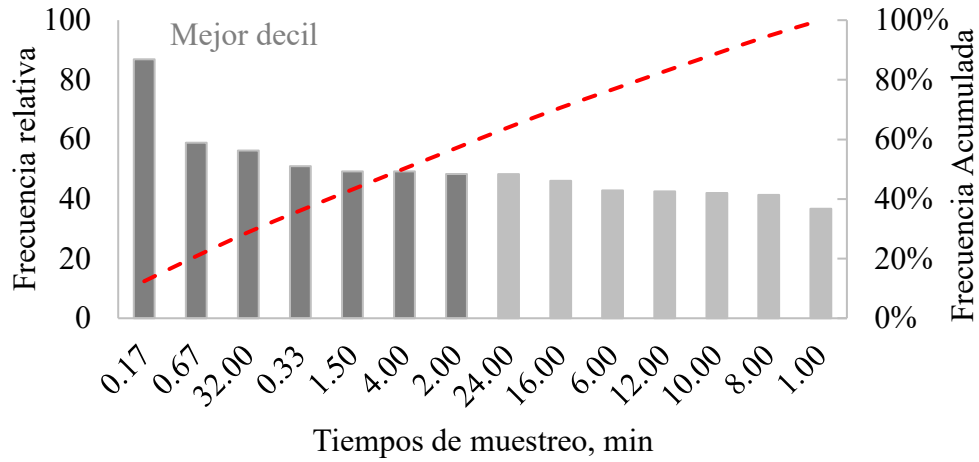


Figura 4.7 Diagramas de Pareto, contribución de cada tiempo de flotación al respectivo percentil, Test 2: a) percentil 10 de Δg , b) percentil 90 de Δg .

En términos generales, los mejores patrones de muestreo resaltan la importancia de medir a tiempos cortos para definir correctamente la tasa de flotación inicial, un punto de transición hacia el agotamiento en la respuesta cinética, y al menos una medición a tiempo prolongado con el fin de acotar la estimación del parámetro R_{∞} . En cambio, los peores patrones de muestreo se obtienen considerando únicamente intervalos de tiempo intermedios y largos, en la transición hacia el agotamiento.

4.4 Escalamiento *batch* a operación continua

Se realizó un ejercicio de escalamiento hacia la operación continua, utilizando todos los posibles patrones de muestreo con 7 datos experimentales. Para llevar a cabo el escalamiento, se asumieron los siguientes supuestos:

- Se utilizó un factor de escala *batch*/planta de 2.5, el cual es ampliamente aceptado en la literatura (Mesa *et al.*, 2019).
- Se asumió un tiempo de residencia de 20 minutos, para un circuito operando con 6 celdas de flotación en serie (Vinnett *et al.*, 2025). Se consideró mezcla perfecta en cada celda (Woodburn & Loveday, 1965).

La proyección de recuperación a una operación continua se realizó utilizando el modelo Gamma. Se utilizó el factor de escala para penalizar el parámetro k_g (parámetro de escala) de este modelo. En el Anexo D se muestran los resultados del escalamiento al utilizar el modelo Rectangular. Dado que el modelo Gamma no posee una expresión cerrada para un proceso continuo, se optó por una resolución numérica, como se indica en la Ec. (2.3), empleando la función *integral2* de Matlab. En la Figura 4.8 se presentan las FDAs de todos los resultados de $R(\tau = 20 \text{ min})$ en operación continua, asumiendo el modelo cinético Gamma [Figura 4.8(a) para el *Test 1* y Figura 4.8(b) para el *Test 2*]. En ambos casos, se observa una dispersión aproximada de $\pm 0.29\%$ y $\pm 0.31\%$, para los *Tests 1* y *2*, respectivamente.

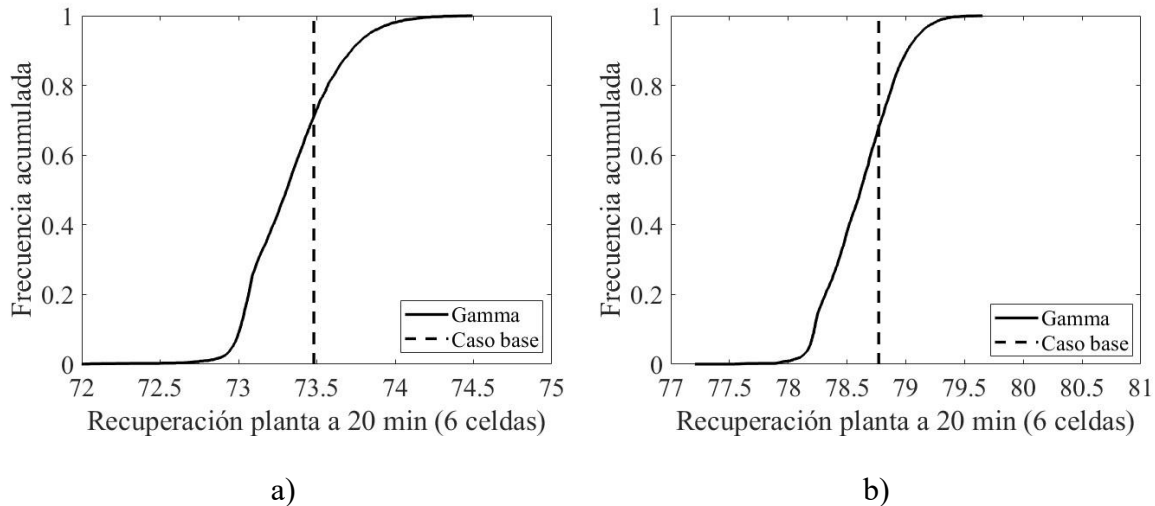


Figura 4.8 Sensibilidad de la recuperación proyectada a 20 minutos en operación continua: a) *Test 1*, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma, y b) *Test 2*, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Gamma.

A continuación, se presenta el análisis de escalamiento en base a los descrito en la Sección 4.6. En las Figura 4.9(a) y 4.9(b) se muestran las FDAs de $R(\tau = 20 \text{ min})$ al emplear 7 tiempos de muestreo, en el mejor ($< P_{10}$) y peor ($> P_{90}$) decil de Δg . Los resultados muestran mayor exactitud y variabilidad en la estimación de $R(\tau = 20 \text{ min})$ al emplear los tiempos de muestreo asociados al mejor decil de Δg . En contraste, al emplear tiempos de muestreo asociados al peor decil de Δg , se observan sesgos de 0.50% y 0.45% en la mediana de recuperación, en los *Tests* 1 y 2, respectivamente. Aunque la variabilidad es menor en el peor decil, el sesgo se vuelve aproximadamente determinista para estas condiciones de muestreo.

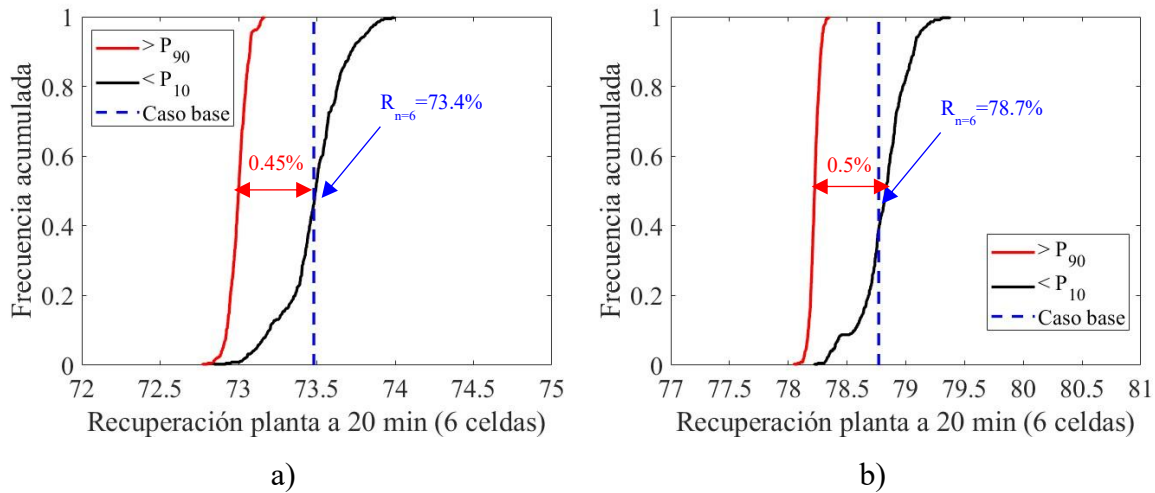


Figura 4.9 Sensibilidad del escalamiento al emplear el mejor y peor decil de Δg : a) *Test* 1, y b) *Test* 2.

Se realizó un segundo ejercicio de escalamiento al emplear el modelo Gamma para la definición del número de celdas de flotación requeridas para obtener una recuperación objetivo. Se utilizó como referencia (R_{obj}) la recuperación proyectada con seis celdas, tiempo de residencia del circuito de 20 min ($\tau_{celda} = 3.33 \text{ min}$) y los parámetros cinéticos estimados con los 14 puntos experimentales (caso base). Las recuperaciones de referencia resultaron de 73.5% y 78.8% para los *Tests* 1 y 2, respectivamente, las que se indican en la Figura 4.9. El número requerido de celdas se determinó según la restricción de la Ec. (4.1), considerando una tolerancia (arbitraria) de 0.3% entorno a la recuperación objetivo.

$$abs(R_{cal}(n) - R_{obj}) \leq 0.3 \approx \frac{R(n=6) - R(n=5)}{2}, \text{ donde } n \in \mathbb{N} \quad (4.1)$$

En las Figura 4.10(a) y 4.10(b) se tienen las FDAs para el número de celdas de flotación requeridas para obtener la recuperación objetivo de cada *Test*, usando el mejor y peor decil de Δg . Para ambos *Tests*, se observa que en más del 80% de los casos el mejor decil de Δg coincide con el caso base en el requerimiento de seis celdas de flotación para obtener R_{obj} . En cambio, al emplear los tiempos de muestreo del peor decil de Δg , en el 100% de los casos se requerirían siete celdas, lo que implica un sobredimensionamiento del circuito causado por un diseño experimental pobremente definido. Lo anterior, lleva, para el sistema bajo estudio, a un aumento proporcional en los costos de capital y de operación del circuito industrial.

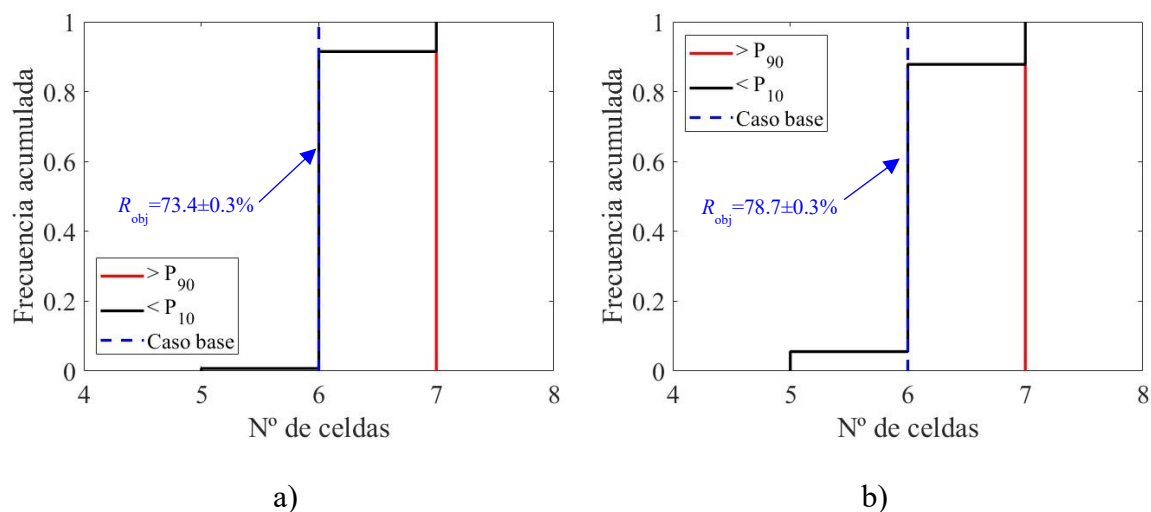


Figura 4.10 Sensibilidad del escalamiento en la estimación del número de celdas para obtener una recuperación objetivo desde el caso base: a) *Test 1* y b) *Test 2*.

En este Capítulo, se corroboró la necesidad de definir patrones de muestreo adecuados en la caracterización cinética. Se evidenció que un patrón de muestreo mal diseñado provoca mayor inestabilidad en los parámetros $f(k)-R_{\infty}$, lo que genera sesgos en los resultados de escalamiento. De lo expuesto en este trabajo, se plantea un procedimiento equivalente al mostrado acá para la definición de los intervalos de flotación en pruebas cinéticas. Así, usando *Tests* preliminares para las menas bajo estudio, con varias descargas de concentrado, un análisis de Δg permitirá definir protocolos más simples, con menos intervalos, garantizando una incertidumbre baja en las caracterizaciones cinéticas.

CAPÍTULO V

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

A partir del desarrollo de este trabajo de tesis, se han llegado a las siguientes conclusiones.

- El modelo SFR presentó un ajuste deficiente al estudiar el conjunto de datos completo (caso base con 14 intervalos) y fue descartado del análisis. El modelo Gamma logró el menor RMSE para el caso base seguido por el modelo Rectangular.
- Al sub-muestrear el caso base, las combinaciones de $f(k)$ Rectangulares obtenidas a partir de 7 intervalos de flotación fueron altamente sensibles a cambios en la selección de los intervalos de flotación. Por otra parte, se observó mayor sensibilidad en la estimación de R_∞ al emplear el modelo Gamma, especialmente sobre el percentil 70. Aun cuando el modelo Rectangular evidenció una mayor estabilidad en R_∞ , este parámetro resultó menor que la recuperación experimental, lo que hace que este modelo sea inconsistente con los resultados de laboratorio.
- El uso de la distribución de constantes cinéticas no normalizada, $g(k)$, y el error respecto del caso base, permitió identificar patrones de muestreo en el mejor y peor decil de Δg , evidenciándose el impacto de la selección de los tiempos de muestreo en los estimadores de $R_\infty f(k)$ y, por ende, en los resultados de escalamiento.
- Al comparar los resultados de escalamiento con respecto al caso base, utilizando el mejor y peor decil de Δg , se observó que protocolos de flotación mal diseñados generaron errores en la caracterización cinética, los cuales llevaron a un sobredimensionamiento del número de celdas necesarias para obtener una recuperación objetivo. Esto lleva, artificialmente, a un aumento en los costos de capital y de operación del circuito en evaluación.

5.2 Recomendaciones

- Se destaca la necesidad de emplear intervalos de flotación cortos (k_{mean}) y largos (R_{∞}), además de intervalos en la transición entre tasas de flotación rápidas y lentas (etapa previa al agotamiento).
- Se sugiere analizar por clases de tamaño las muestras de cada *Test*; específicamente, considerando el patrón de muestreo del mejor decil. Lo anterior permitirá detectar si un adecuado patrón de muestreo para las respuestas globales garantiza una adecuada respuesta al fraccionar por tamaño de partículas.

Referencias

- Amelunxen, P., LaDouceur, R., Amelunxen, R., Young, C., (2018). A phenomenological model of entrainment and froth recovery for interpreting laboratory flotation kinetics tests. *Minerals Engineering* 125, 60-65.
- Bu, X., Xie, G., Peng, Y., Ge, L., & Ni, C. (2017). Kinetics of flotation. Order of process, rate constant distribution and ultimate recovery. *Physicochemical Problems of mineral processing*, 53(1), 342-365.
- Chatterjee, S., & Simonoff, J. S. (2013). *Handbook of Regression Analysis* (1st Edition ed.). New York: Wiley.
- Esteban, A. (2023). Estudio sobre la factibilidad de medir contenido de cobre en muestras sulfuradas de concentrado y relave mediante fluorescencia de rayos X. Valparaíso: Paper. Universidad Técnica Federico Santa María.
- Fichera, M., & Chudacek, M. W. (1992). Batch cell flotation models — A review. *Minerals Engineering*, 5, 41-55.
- Fuerstenau, M. C., & Han, K. N. (2003). *Principles of mineral processing* (1st Edition ed). Littleton, CO: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration.
- García-Zuñiga, H. (1935). La recuperación por flotación es una función exponencial del tiempo. *Boletín Minero, Sociedad Nacional de Minería*, 47, 83–86.
- Harris, C., & Chacravarti, A. (1970). Semi-batch froth flotation kinetics: species distribution analysis. *Transactions of SME* 247, 162–172.
- Huber-Panu, I., Ene-Danalache, E., & Cojocariu, D. G. (1976). Mathematical models of batch and continuous flotation. *Flotation--A. M. Gaudin Memorial.*, 675–724.
- Imaizumi, T., & Inoue, T. (1963). Kinetic consideration of froth flotation. In *Proceedings of the Sixth International Mineral Processing Congress, Cannes, France*, 581–593.
- Klimpel, R. (1980). Selection of chemical reagents for flotation. In: Mullar, A.L., Bhappu, R.B. (Eds), *Mineral Processing Plant Design*, 2nd edn. AIME, New York, 907–934.

- Laskowski, J. (2001). *Coal Flotation and Fine Coal Utilization* (1st Edition ed). Amsterdam: Developments in mineral processing Volume 14.
- Laskowski, J. (2001). *Coal Flotation and Fine Coal Utilization*. (Vol. 14). Amsterdam: Elsevier.
- Lynch, A. (1981). *Mineral and coal flotation circuits: Their simulation and control*. (Vol. 3). Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company.
- Mendez, D., Gálvez, E., & Cisternas, L. (2009). State of the art in the conceptual design of flotation circuits. *International Journal of Mineral Processing* 90, 1-15.
- Mesa, D., & Brito-Parada, P. R. (2019). Scale-up in froth flotation: A state-of-the-art review. *Separation and Purification Technology*, 210, 950-962.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2006). *Introducción al Análisis de Regresión Lineal* (1era Edición ed.). México: Compañía Editorial Continental.
- Napier-Munn, T. J. (2012). Statistical methods to compare batch flotation grade-recovery curves. *Minerals Engineering*, 70-77.
- Ofori, P., O'Brien, G., Hapugoda, P., & Firth, B. (2014). Distributed flotation kinetics models – A new implementation approach for coal flotation. *Minerals Engineering*, 77-83.
- Schuhmann, R. (1942). Flotation Kinetics. I. Methods for steady-state study of flotation problems. *The Journal of Physical Chemistry*, 46, 891–902.
- Vallejos, P., Yianatos, J., & Vinnett, L. (2021). A Model Structure for Size-by-Liberation Recoveries in Flotation. *Minerals*, 11(2), 194.
- Vinnett, L., Esteban, A., Orellana, F., Rivera, M., & Benítez, M. (2025). On the Sensitivity of Kinetic Modeling to the Selection of Flotation Intervals in Batch Tests. *Minerals*, 15(6), 583.
- Vinnett L, Waters K.E. (2020). Representation of Kinetics Models in Batch Flotation as Distributed First-Order Reactions. *Minerals* 10(10), 913.
- Vinnett, L., Navarra, A., & Waters, K. E. (2019). An inversion approach to characterize batch flotation kinetics. *Minerals Engineering*, 143, 105944.

Vinnett, L., Yianatos, J. & Flores, S. (2016). On the mineral recovery estimation in Cu/Mo flotation plants. *Mining, Metallurgy & Exploration* 33, 97–106.

Woodburn, E., & Loveday, B. (1965). The effect of variable residence time on the performance of a flotation system. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 65, 612–628.

Yianatos, J., Contreras, F., Morales, P., Coddou, F., Elgueta, H., & Ortíz, J. (2010). A novel scale-up approach for mechanical flotation cells. *Minerals Engineering*, 23(11-13), 877-884.

Yianatos, J., Vallejos, P., Rodriguez, M., & Cortinez, J. (2022). A scale-up approach for industrial flotation cells based on particle size and liberation data. *Minerals Engineering*, 184, 107635.

ANEXOS

A. Datos experimentales

Tabla A.1 Datos experimentales *Test 1*.

Tiempo, min	Recuperación, %				Promedio	Desviación estándar
	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4		
0	0	0	0	0	0	0
0.17	29.78	36.25	32.24	41.86	35.03	5.28
0.33	45.62	48.87	42.97	54.66	48.03	5.04
0.67	59.38	59.44	54.91	61.13	58.72	2.66
1	64.13	62.87	59.55	64.03	62.64	2.14
1.5	65.33	65.04	63.22	65.64	64.81	1.09
2	67.31	66.9	65.56	67.26	66.76	0.82
4	71.29	70.4	70.02	70.4	70.53	0.54
6	73.6	72.11	71.85	72.26	72.45	0.78
8	74.79	72.97	73.24	73.74	73.68	0.80
10	75.84	73.46	73.93	74.19	74.36	1.04
12	76.17	73.76	74.58	74.77	74.82	1.00
16	77.07	74.36	75.3	75.67	75.6	1.12
24	78.06	75.36	76.5	77.04	76.74	1.12
32	78.42	75.6	77.66	77.62	77.33	1.21

Tabla A.2 Datos experimentales *Test 2*.

Tiempo, min	Recuperación, %						Promedio	Desviación estándar
	Rep 1	Rep 2	Rep 3	Rep 4	Rep 5	Rep 6		
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.17	47.83	47.84	45.54	40.51	43.19	44.76	44.94	2.82
0.33	59.77	59.99	58.18	52.04	52.68	58.90	56.93	3.60
0.67	65.99	69.98	66.98	65.01	63.57	65.68	66.20	2.17
1	69.99	73.81	71.06	70.66	68.39	68.92	70.47	1.92
1.5	71.67	74.99	72.94	72.74	71.03	71.21	72.43	1.48
2	72.90	76.89	75.59	73.75	72.12	72.56	73.97	1.88
4	76.49	79.01	76.98	75.54	74.32	75.55	76.32	1.61
6	77.89	80.25	77.67	77.02	76.04	77.28	77.69	1.41
8	78.60	80.99	79.19	77.54	77.21	78.28	78.64	1.36
10	79.02	81.25	79.59	77.97	77.96	78.90	79.12	1.22
12	79.21	81.52	80.08	78.37	78.44	79.46	79.51	1.17
16	79.77	82.24	80.73	79.36	79.17	80.19	80.24	1.13
24	80.84	82.87	81.78	81.87	80.46	81.05	81.48	0.87
32	81.58	83.28	82.54	82.54	81.13	81.69	82.13	0.79

B. Model Fitting

En la Figura B.1 se presentan las FDAs de los RMSEs obtenidos según las distintas combinaciones de tiempos de muestreo para el *Test 1* [Figura B.1(a)] y el *Test 2* [Figura B.1(b)]. Se observa que, por debajo del percentil 75, el modelo Gamma muestra un desempeño superior en términos del RMSE respecto al modelo Rectangular. Sin embargo, por encima de este percentil, el modelo Rectangular es superior al modelo Gamma, lo que sugiere que el comportamiento cinético puede representarse de manera más parsimoniosa en el 25% de los casos. Por sobre el percentil 95, el modelo Rectangular presenta desviaciones significativas del RMSE.

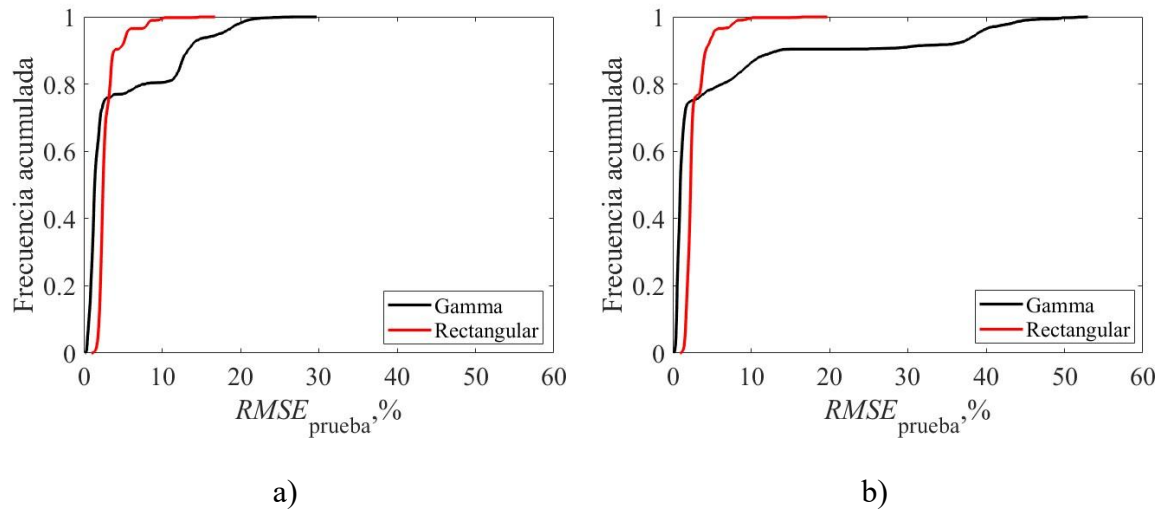


Figura B.1 Resultados del RMSE para múltiples tiempos de muestreo: a) *Test 1* y b) *Test 2*.

C. Escalamiento con modelo Rectangular.

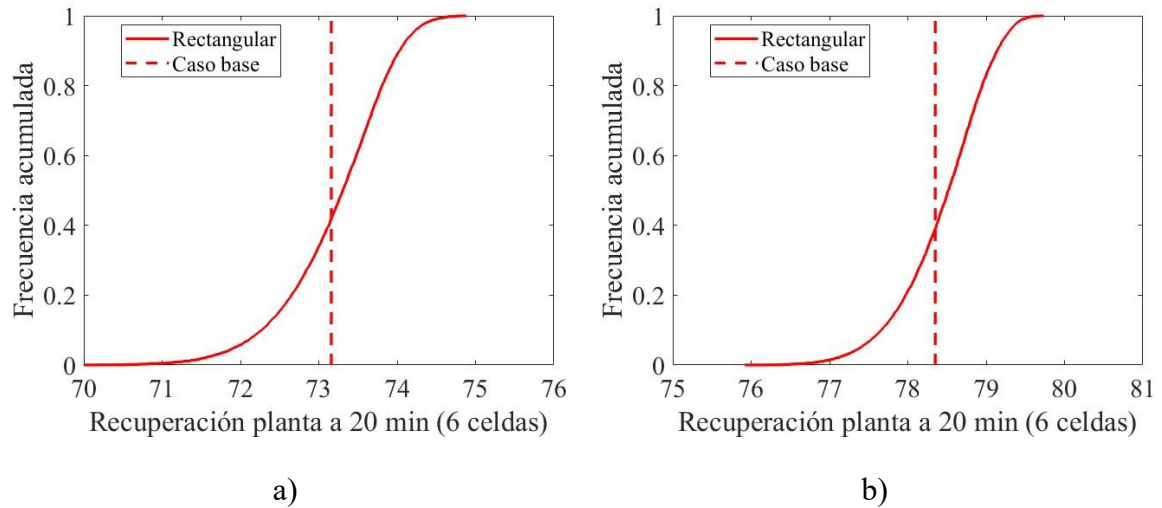


Figura C.1 Sensibilidad de la recuperación proyectada a 20 minutos en operación continua: a) *Test 1*, $P_{80} = 300 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular y b) *Test 2*, $P_{80} = 212 \mu\text{m}$, $f(k)$ Rectangular.