



Universidad Técnica Federico Santa María.
Departamento de Física.

Medición sin interacción

Bárbara Francisca Rath Ríos

Profesor guía: Patricio Vargas

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias mención Física de la
Universidad Técnica Federico Santa María

Agosto, 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Medición sin interacción _____

Nombre del candidato(a): Bárbara Francisca Rath Ríos _____

Carrera / Grado: Magíster en Ciencias Mención Física _____

Campus: Casa Central _____ Departamento: Física _____

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Patricio Vargas Cantín, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 22/01/2026

Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 19/01/2026

Firma: 



Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

TÍTULO DE LA TESIS:

MEDICIÓN SIN INTERACCIÓN

AUTOR:

BÁRBARA FRANCISCA RATH RÍOS

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias mención
Física de la Universidad Técnica Federico Santa María

COMISIÓN EXAMINADORA:

Patricio Vargas (USM)

Benjamin Guiot (USM)

Patricio Häberle, examinador interno (USM)

Marcela González, examinadora externa (UV)

12 de agosto de 2025

*In the end, when all is said and done.
In the end, we learn to overcome.
We forgive, we forget, and move on.*

Agradecimientos

- A mis papás
- Por haberme escuchado mil y un veces el año pasado día y noche. A mi papá que, gracias a su fuerza interior está presente el día de hoy. Gracias por escuchar y apoyarme siempre. A mi mamá, por haber sido mi principal apoyo el año pasado, quien me escuchó pacientemente y aconsejó sobre el mismo tema cada vez que acudí a ella. Gracias por ser la mujer que eres, y por darnos siempre espacio incluso frente a todas las dificultades y crisis que enfrentamos el año pasado como familia.
- A mi hermana Javiera
- Por ser mi hermanita, mejor amiga y confidente. Gracias por ser tan abierta y honesta conmigo, por estar siempre dispuesta a escucharme y a acompañarme, y por todos los momentos de risa que hubo y que habrá.
- A Fernando Álvarez Asencio
- Por no haberme dejado nunca sola, por haberme apoyado y sido mi mejor amigo incluso cuando ya no estábamos juntos. Gracias por amarme tal y como soy y mostrarme cada día la gran persona que eres.
- A Christian Salas
- Por ser un hermano más que mi cuñado. Gracias por toda la compañía, apoyo y fuerza que me has entregado.
- Al profesor Patricio Vargas
- Por haberme dado la oportunidad de trabajar con él. Gracias por haberme apoyado en el proceso de tesis incluso frente a todas las dificultades personales que enfrenté, y por la confianza entregada a lo largo del proceso.
- A mi tía y primos
- A mi tía Marina Ríos por todo el amor incondicional que siempre me ha brindado y recibirme igual que una hija. A mis primos Fernández Ríos, quienes siempre en todo momento han estado ahí para apoyarme y acompañarme.
- A mi abuela Eliana
- Por toda la compañía y amor brindados en momentos difíciles, y por todas las series, películas y libros de época compartidos.
- A Yeslaine Hernández
- Por ser esa amiga que nunca te esperas que llegue pero llega. Gracias por recibirme en momentos difíciles, por estar siempre dispuesta a escucharme y darme un punto de vista distinto, por no juzgarme jamás.
- A la comisión examinadora
- A Marcela González y Patricio Häberle por haber aceptado ser parte de mi comisión examinadora. A Benjamin Guiot por haber aceptado ser mi cotutor en una tesis con una propuesta en filosofía de la ciencia.
- A mis amigos
- A mis amigos de la universidad, a los amigos que hice en el camino y a las amigas con quien me volví a encontrar en otra etapa de la vida. Gracias por haber aportado cada uno su granito de arena en mi crecimiento personal.

Resumen

La medición sin interacción, propuesta originalmente por Elitzur y Vaidman en 1993 [1], plantea la posibilidad de detectar la presencia de un objeto sin que exista interacción directa entre dicho objeto y un fotón de prueba. Este fenómeno, que desafía la noción de localidad y de que toda medición requiere interacción, ha sido validado experimentalmente [2] y presenta implicancias profundas en la interpretación estándar de la mecánica cuántica.

Con el propósito de estudiar los fenómenos de superposición y no localidad que conducen a una medición sin interacción, en el presente trabajo se exploran configuraciones alternativas que permitan mejorar la eficiencia de una medición sin interacción en un interferómetro de Mach-Zehnder cuántico. Se analizan configuraciones para dos fotones incidentes entrelazados y no entrelazados para $N = 2$ y $N \rightarrow \infty$ beam splitters, así un interferómetro de Mach-Zehnder con dos beam splitters de reflectividades R_1 y R_2 distintas, evaluando su respectiva factibilidad y limitaciones.

Los resultados muestran que, con una configuración óptima de dos beam splitters, aunque con un mayor coste en número de fotones necesarios para lograr una medición sin interacción, es posible alcanzar una eficiencia cercana al 50%. Las configuraciones con dos fotones incidentes, por su parte, sí se presentan como una alternativa en cuanto a una buena eficiencia, pero debido a su complejidad se descarta como una solución práctica. Esto confirma la medición sin interacción como una manifestación directa de la no localidad cuántica y de la complejidad del colapso de la función de onda, razón por la cual no existe una única teoría/interpretación válida para el proceso de la medición cuántica. Dicho proceso se discute en la tesis utilizando un Hamiltoniano no hermítico que permite el colapso de la función de onda en la evolución temporal de un estado inicial utilizando la ecuación de evolución de Schrödinger. Sin embargo, la evolución hacia el pasado utilizando el mismo Hamiltoniano resulta diferente que la evolución hacia el futuro, planteando así una discusión sobre la influencia de la medición sin interacción sobre la temporalidad.

Índice general

1. Introducción y antecedentes	1
1.1. Determinismo, realismo y localidad	1
1.2. Postulados	1
1.2.1. Principales postulados de la mecánica clásica	1
1.2.2. Postulados de la mecánica cuántica	1
1.3. Espín	2
1.3.1. Experimento de Stern-Gerlach	2
1.3.2. Medición del espín	3
1.3.3. Experimento mental	4
1.4. Interferencia	6
1.4.1. Fenómeno de interferencia	6
1.4.2. ¿Qué es la interferometría?	6
1.4.3. Representación matemática de un beam splitter	7
1.5. Interferómetro de Michelson	8
1.6. Interferómetro de Mach-Zehnder	11
1.6.1. Versión clásica	11
1.6.2. Versión clásica con objeto opaco	13
1.6.3. Versión cuántica	14
1.7. Efecto Hong Ou Mandel	15
2. Estado del arte y relevancia de la tesis	19
2.1. Bombas cuánticas: experimento mental de Elitzur y Vaidman	19
2.2. Efecto Zenón cuántico	20
2.2.1. Formulación matemática	20
2.2.2. Bombas cuánticas: experimento mental de Elitzur y Vaidman para N beam splitters	23
2.3. Experimentos de medición sin interacción	27
2.3.1. Creación de un par de fotones entrelazados	27
2.3.2. Interferómetro de Michelson y medición sin interacción	27
3. Introducción a la tesis	29
3.1. Objetivos	29
3.1.1. Objetivo general	29
3.1.2. Objetivos específicos	29
3.2. Detección de un objeto sin interacción: ingreso de un único fotón a un interferómetro de Mach-Zehnder con beam splitters de distinta reflectividad	29
3.3. Modelo matemático para experimento de medición sin interacción en interferómetro de Michelson	30
3.4. Detección de un objeto sin interacción: ingreso de dos fotones al interferómetro de Mach-Zehnder	30
3.5. Discusión sobre formalismo e interpretaciones de la mecánica cuántica	31

4. Resultados y discusiones	33
4.1. Detección de un objeto sin interacción: ingreso de un único fotón a un interferómetro de Mach-Zehnder con beam splitters de distinta reflectividad	33
4.1.1. Interferómetro de Mach-Zehnder sin objeto absorbente	33
4.1.2. Interferómetro de Mach-Zehnder con objeto absorbente en uno de los brazos (figura 3.1)	35
4.2. Eficiencia de medición sin interacción para un sistema de un fotón en un interferómetro de Michelson	40
4.2.1. Interferómetro de Michelson sin objeto	40
4.2.2. Interferómetro de Michelson con espejo móvil y detector Object	40
4.2.3. Probabilidad de que el fotón sea detectado por el detector Dark y Object en función de la reflectividad del beam splitter	42
4.3. Eficiencia de medición sin interacción para un sistema de dos fotones y N=2 beam splitters en un interferómetro de Mach-Zehnder	43
4.3.1. Ingreso de fotones en estado entrelazado	43
4.3.2. Ingreso de fotones en estados no entrelazados	46
4.4. Eficiencia de medición sin interacción para un un sistema de dos fotones y N beam splitters en un interferómetro de Mach-Zehnder	50
4.4.1. Ingreso de fotones en estado entrelazado	50
4.4.2. Ingreso de fotones en estado no entrelazado	52
4.5. Evolución de sistemas cuánticos	55
4.5.1. Evolución temporal de un sistema cerrado	55
4.5.2. Evolución temporal de un sistema descrito por un Hamiltoniano no hermítico	57
5. Interpretación y teorías de la mecánica cuántica	64
5.1. ¿Por qué la interpretación de la mecánica cuántica es compleja? Ambigüedades y paradojas de su formalismo	64
5.2. Diferentes interpretaciones y teorías de la mecánica cuántica	65
5.2.1. Interpretación de Copenhague	65
5.2.2. Teorema EPR y variables ocultas	66
5.2.3. Desigualdad de Bell	67
5.2.4. Violación al teorema de Bell	69
5.2.5. Teoría de De Broglie-Bohm	70
5.2.6. Interpretación de Muchos Mundos	72
5.3. El experimento de Elitzur y Vaidman y medición sin interacción según las distintas interpretaciones de la mecánica cuántica	73
5.3.1. Interpretación de Copenhague	73
5.3.2. EPR y variables ocultas	74
5.3.3. Teorema de De Broglie-Bohm	74
5.3.4. Interpretación de Muchos Mundos	74
5.4. Posturas actuales de los físicos frente a las diferentes interpretaciones de la mecánica cuántica	75
5.4.1. Interpretación de la mecánica cuántica predilecta por los físicos	76
5.4.2. Aleatoriedad de los eventos cuánticos individuales	77
5.4.3. Propiedades de los objetos físicos y dependencia con el proceso de medición	78
5.4.4. Problema de la medición	79
5.4.5. Rol del observador	80
5.4.6. Influencia del prejuicio filosófico personal en la elección de una interpretación de la mecánica cuántica	81
5.4.7. ¿Es necesaria una interpretación de la mecánica cuántica?	82
5.5. ¿Por qué a pesar de todos estos debates la mecánica cuántica sí funciona?	82
6. Proyección futura	83
7. Conclusión	84

8. Anexo	85
8.1. Anexo capítulo 1: Medición del espín	85
8.2. Anexo capítulo 2: Interferometría	90
8.3. Anexo capítulo 3: Estado del arte y relevancia de la tesis	95
Bibliografía	97

Introducción y antecedentes

1.1. Determinismo, realismo y localidad

Desde la física clásica hasta la mecánica cuántica, la comprensión de la realidad ha experimentado una transformación radical. Para poder entender mejor esta evolución con todas sus problemáticas y desafíos, es necesario, primero que todo, abordar las bases de la mecánica clásica y de la cuántica, junto con sus respectivas diferencias.

1.2. Postulados

1.2.1. Principales postulados de la mecánica clásica

Comenzando por la mecánica clásica, se trata de la rama de la física que estudia las leyes del comportamiento de cuerpos físicos macroscópicos (a diferencia de la mecánica cuántica) en reposo y a velocidades pequeñas comparadas con la velocidad de la luz. En la mecánica clásica en general existen tres aspectos invariantes [3]:

- El tiempo es absoluto (escalar cuya medida no depende del observador)
- La evolución temporal de los sistemas se realiza de acuerdo con el principio de mínima acción.
- Las leyes físicas son deterministas, vale decir, de conocer con precisión las condiciones iniciales de un sistema (posición y velocidad de todas sus partículas), es posible predecir con certeza su evolución temporal.
- La evolución temporal de un sistema físico descrito por un estado (q, p) está determinada por las ecuaciones de movimiento de Hamilton, junto con las condiciones iniciales del sistema. Estas ecuaciones son de primer orden y reversibles en el tiempo, lo que implica que, dado un estado inicial, es posible reconstruir completamente la evolución futura y pasada del sistema.

Las ecuaciones de movimiento de Hamilton se expresan como:

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$

Donde q representa las coordenadas generalizadas, p los momentos conjugados y $H(q, p)$ el Hamiltoniano que representa la energía total del sistema.

Así, las características que más nos interesan de la mecánica clásica para este estudio son el **determinismo**, la existencia de propiedades físicas independiente de la medición y observación (**realismo**), y la **localidad** (un evento A no afecta instantáneamente a otro evento B ocurrido a gran distancia).

1.2.2. Postulados de la mecánica cuántica

No obstante, la mecánica cuántica sigue sus propias reglas, y se rige por los siguientes postulados [4]:

1. El estado de cualquier sistema físico en el tiempo t está representado por un objeto matemático $|\psi\rangle$ que pertenece a un espacio de Hilbert complejo. Este vector $|\psi\rangle$ contiene toda la información sobre el sistema, y puede ser una combinación lineal de otros estados.

2. A cada magnitud física A se le asocia un operador lineal y hermitiano \hat{A} .
3. El único resultado posible de una medición es un autovalor del operador asociado al observable. Si se mide \hat{A} y se obtiene el valor de a_n , el sistema colapsa al estado propio $|a_n\rangle$.
4. Si un sistema está en el estado $|\psi\rangle$, la probabilidad de obtener el autovalor a_n en una medición de \hat{A} es $P(a_n) = |\langle a_n|\psi\rangle|^2$. Para un espectro continuo, la probabilidad se describe mediante densidades.
5. La evolución temporal de un estado cuántico está dada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo: $i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$, con \hat{H} el operador Hamiltoniano (hermítico) del sistema.

Cabe destacar además que, a diferencia de la mecánica clásica, la mecánica cuántica no es de carácter determinista, ya que considera el principio de incertidumbre de Heisenberg, el cual establece que no se pueden conocer simultáneamente y con la misma precisión ciertos pares de observables. En el caso del par posición-momentum, son operadores de carácter no conmutativo entre ellos, de tal modo que obedecen a $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$.

Matemáticamente hablando, en el caso de los dos observables anteriormente mencionados, el principio de incertidumbre se expresa como $\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2}$. Con σ_x la desviación estándar de la posición x y σ_p la desviación estándar del momentum p .

Así, dichas desviaciones cuantifican la dispersión de los valores medidos en torno a sus valores esperados, reflejando la imposibilidad de determinar con precisión arbitraria y simultáneamente ambos observables.

Por otro lado, del postulado 1 y 3, se obtiene información de dos de las características más sustanciales de la mecánica cuántica: la superposición cuántica y el colapso de la función de onda, el cual será nuestro concepto central y de principal de interés a lo largo de este estudio.

1.3. Espín

1.3.1. Experimento de Stern-Gerlach

En el año 1922 los físicos alemanes Otto Stern y Walther Gerlach realizaron un importante experimento con átomos de plata sometidos a un campo magnético inhomogéneo, sentando una de las bases experimentales para la mecánica cuántica. El experimento consistía en bombardear con un haz de átomos de plata un campo magnético no homogéneo, tal y como se muestra en la figura a continuación, y luego observaban lo que ocurría.

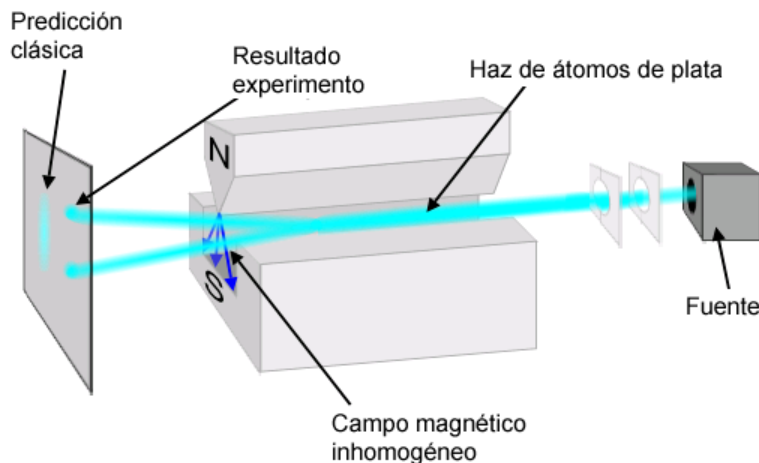


FIGURA 1.1: Experimento de Stern-Gerlach

El resultado clásico predicho por la interacción de los átomos con el campo inhomogéneo es una deflexión continua [4]. No obstante, los resultados les parecieron frustrantes y sorprendentes. En efecto, debido a la

interacción entre el momento magnético de la partícula (asociado con su espín) y el campo magnético, las partículas experimentan una fuerza que las desvía en una dirección u otra dependiendo de la orientación de su espín. En este caso, la mecánica clásica establece que, al entrar una partícula en un campo magnético no homogéneo, los momentos magnéticos de ésta estarán orientados al azar, tal y como se ve en la “predicción clásica” de la figura 1.1. No obstante, ambos físicos observaron que el haz de átomos de plata era ya sea desviado hacia arriba, o hacia abajo, como se muestra en “resultado del experimento”. Finalmente, se llegó a la conclusión de que, debido a la interacción entre el campo magnético inhomogéneo y el momento magnético de los átomos de plata, el espín colapsa en una de sus dos proyecciones posibles. Como resultado, los átomos con espín $+\frac{1}{2}$ son desviados hacia arriba y los de espín $-\frac{1}{2}$ hacia abajo.

Recordemos que el espín se define como el momento angular intrínseco de las partículas elementales, y para su medición, por convención, se utiliza su proyección a lo largo del eje z.

1.3.2. Medición del espín

Ahora bien, ¿qué pasa si tenemos dos qubits (es decir, dos spines 1/2) entrelazados entre ellos? ¿Cómo afectará esto en la medición del espín a lo largo de una dirección \vec{v} ? Si se mide el observable $\vec{v} \cdot \vec{\sigma}$ en cada qubit, se obtendrá un resultado de +1 ó -1 para cada uno [5], tal y como se detalla a continuación:

Sea $\vec{v} \cdot \vec{\sigma}$ el operador espín en una dirección arbitraria \vec{v} , tal que:

$$\vec{v} \cdot \vec{\sigma} = v_x \sigma_x + v_y \sigma_y + v_z \sigma_z \quad (1.1)$$

Considerando $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ un vector unitario (es decir, $|\vec{v}| = 1$), y $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ las matrices de Pauli siguientes:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Es posible obtener la matriz $\vec{v} \cdot \vec{\sigma}$, tal que:

$$\vec{v} \cdot \vec{\sigma} = v_x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + v_y \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + v_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_z & v_x - iv_y \\ v_x + iv_y & -v_z \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Calculando a continuación los valores propios:

$$\det(\vec{v} \cdot \vec{\sigma} - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} v_z - \lambda & v_x - iv_y \\ v_x + iv_y & -v_z - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (1.6)$$

Calculando el determinante y expandiendo:

$$(v_z - \lambda)(-v_z - \lambda) - (v_x - iv_y)(v_x + iv_y) = -v_z^2 + \lambda^2 - v_x^2 - v_y^2 = 0 \quad (1.7)$$

Dado que \vec{v} es unitario, se cumple que: $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 1$. Así, la ecuación 1.7 queda como:

$$\lambda^2 - 1 = 0$$

$$\lambda = \pm 1 \quad (1.8)$$

A continuación, consideremos el estado entrelazado siguiente:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, -\rangle_{\vec{v}} - |-, +\rangle_{\vec{v}}) \quad (1.9)$$

Los vectores $|+\rangle_{\vec{v}}$ y $|-\rangle_{\vec{v}}$ corresponden a los estados propios del observable $\vec{v} \cdot \vec{\sigma}$, asociado a la dirección arbitraria \vec{v} , con autovalores $+1$ y -1 respectivamente.

Al realizar una medición de espín en esa dirección sobre ambos qubits, los únicos resultados posibles son los pares $(+1, -1)$ y $(-1, +1)$, lo cual implica que los resultados de las mediciones **siempre serán opuestos**. Es como si el segundo qubit supiera el resultado de la medición en el primero, sin importar cómo se mida éste. Esto quiere decir que existe una correlación muy fuerte entre ambos espines. Esto también es peculiar, ya que, mientras el estado entrelazado de dos qubits persista en esa condición, la distancia entre ellos **no afecta el resultado de la medición**: al medir cualquiera de los qubits, se obtiene el mismo resultado. Este fenómeno es un claro ejemplo de no localidad.

Sin embargo, cada una de las combinaciones $(+1, -1)$ y $(-1, +1)$ tiene una probabilidad de ocurrencia de $P_{(+ -)_{\vec{v}}} = P_{(- +)_{\vec{v}}} = \frac{1}{2}$, la cual no debe confundirse con el valor del resultado medido, que siempre será alguno de los autovalores ± 1 del observable $\vec{v} \cdot \vec{\sigma}$.

Si la distancia entre ambos qubits no afecta el resultado de la medición, ¿cómo afectará al resultado final de la medición el hecho de medir el spin de ambos qubits en distintas direcciones?

1.3.3. Experimento mental

Imaginemos que dos partículas de espín $1/2$ son emitidas por una fuente S en el estado singlete siguiente:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|A : +\rangle \otimes |B : -\rangle - |A : -\rangle \otimes |B : +\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, -\rangle - |-, +\rangle) \quad (1.10)$$

Correspondiente a un estado entrelazado donde los espines están fuertemente correlacionados, donde $|A : +\rangle$ y $|B : -\rangle$ representan el estado del espín de las partículas A y B respectivamente. Estas partículas luego se propagan a lo largo del eje, hacia dos regiones remotas del espacio (ver figura 1.2), donde los observadores Alice y Bob utilizan aparatos Stern-Gerlach para medir los componentes de su espín a lo largo de direcciones perpendiculares Oz [5].

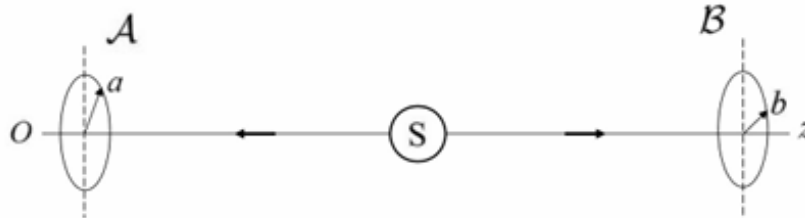


FIGURA 1.2: Montaje del experimento mental propuesto por EPR (ver sección 5.2.2)

La idea es demostrar que el entrelazamiento del estado $|\psi\rangle$ produce una fuerte correlación entre los resultados de las mediciones de ambos espines cuando se repite el experimento un gran número de veces. Para ello, imaginemos que realizamos mediciones simultáneas en ambos espines, la primera a lo largo de una dirección en el plano xOz, haciendo un ángulo θ_A con el eje Oz, y la segunda a lo largo de una dirección en ese mismo plano, haciendo un ángulo θ_B con Oz.

Considerando las relaciones para los autoestados del espín $1/2$, sea S_u el operador espín en una dirección arbitraria, tal que:

$$(S_u) = (S_x) \sin \theta \cos \phi + (S_y) \sin \theta \sin \phi + (S_z) \cos \theta \quad (1.11)$$

Con: $S_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x$, $S_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y$ y $S_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z$, y σ_x , σ_y , σ_z las las matrices de Pauli descritas en las ecuaciones 1.2, 1.3 y 1.4. Tomando en cuenta además la relaciones matemáticas siguientes: $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$ y $e^{-i\phi} = \cos \phi - i \sin \phi$, obtenemos que:

$$S_u = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{-i\phi} \\ \sin \theta e^{i\phi} & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Para la matriz anterior, obtenemos los valores propios $\pm \frac{\hbar}{2}$ y los siguientes eigenvectores para $\phi = 0$ y $\theta = \theta_{A,B}$:

$$|+\rangle_\theta = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle \quad (1.13)$$

$$|-\rangle_\theta = -\sin \frac{\theta}{2} |+\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |-\rangle \quad (1.14)$$

Asociados a $+\frac{\hbar}{2}$ y $-\frac{\hbar}{2}$ respectivamente (ver anexo 8.1)

Notemos que en el espacio de los estados de dos espines, cuando el sistema está en el singlete $|\psi\rangle$, la amplitud de probabilidad de obtener un resultado doble $|+\rangle$ de la medición corresponde a (ver anexo 8.1):

$$P_{++} = |\langle + |_{\theta_a} \otimes \langle + |_{\theta_b} | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \quad (1.15)$$

Veamos a continuación qué se obtiene al medir las combinaciones $(+-)$, $(-+)$ y $(--)$ (ver anexo 8.1).

Probabilidad de medir la combinación $(+-)$

La amplitud de probabilidad de obtener un resultado $|+ - \rangle$ de la medición corresponde a:

$$P_{+-} = |\langle + |_{\theta_a} \otimes \langle - |_{\theta_b} | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} \cos^2 \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \quad (1.16)$$

Probabilidad de medir la combinación $(-+)$

La amplitud de probabilidad de obtener un resultado $| - + \rangle$ de la medición corresponde a:

$$P_{-+} = |\langle - |_{\theta_a} \otimes \langle + |_{\theta_b} | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} \cos^2 \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \quad (1.17)$$

Probabilidad de medir la combinación $(--)$

La amplitud de probabilidad de obtener un resultado $| - - \rangle$ de la medición corresponde a:

$$P_{--} = |\langle - |_{\theta_a} \otimes \langle - |_{\theta_b} | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \quad (1.18)$$

En base a las ecuaciones 1.15, 1.16, 1.17 y 1.18, es posible notar que $\frac{P_{++}}{P_{-+}}$ es diferente de $\frac{P_{+-}}{P_{--}}$. Esto significa que la relación entre las probabilidades de obtener para el primer espín el resultado $+$ o el resultado $-$ depende del estado del segundo espín, mostrando claramente correlaciones.

1.4. Interferencia

Una forma alternativa de explorar las sutilezas de la mecánica cuántica es a través de la interferencia. En este contexto, los interferómetros clásicos ofrecen una herramienta fundamental para estudiar fenómenos de superposición y dualidad onda-partícula, los cuales son esenciales para comprender la medición en mecánica cuántica.

1.4.1. Fenómeno de interferencia

La **interferencia** es el fenómeno que ocurre cuando dos o más ondas se superponen en una misma región del espacio, de manera que el desplazamiento resultante en cada punto es la suma algebraica de los desplazamientos individuales de cada onda. Este principio, conocido como *superposición*, da lugar a dos casos fundamentales:

- **Interferencia constructiva:** se produce cuando las ondas se encuentran en fase, de modo que sus amplitudes se suman, generando un aumento en la amplitud resultante.
- **Interferencia destructiva:** ocurre cuando las ondas están desfasadas medio ciclo (π radianes), provocando la cancelación parcial o total de las amplitudes.

En el caso de la luz, la interferencia es responsable de patrones característicos como los observados en el experimento de doble rendija de Young, las franjas en películas delgadas y el funcionamiento de interferómetros.

En el marco de la mecánica cuántica, la interferencia adquiere un significado más profundo. Los fotones, al ser partículas con comportamiento ondulatorio, no interfieren como objetos clásicos que colisionan, sino que lo hacen mediante la interferencia de amplitudes de probabilidad.

En ciertos sistemas, un único fotón puede describirse como una superposición coherente de estados que corresponden a distintos caminos. Si la coherencia se mantiene, las amplitudes interfieren constructiva o destructivamente dependiendo de la diferencia de fase entre trayectorias. En cambio, ante un elemento absorbente, la coherencia se pierde y desaparece el patrón de interferencia.

1.4.2. ¿Qué es la interferometría?

La interferometría es un conjunto de técnicas que consiste en combinar la luz (u otras ondas electromagnéticas) proveniente de distintos receptores con el fin de obtener una imagen de mayor resolución aplicando el principio de superposición. La implementación de esta técnica se vuelve más difícil en longitudes de onda más cortas, vale decir, hacia la luz visible.

Los instrumentos que se emplean en esta área se denominan interferómetros, y existen diversos tipos, entre los más destacados se hallan los siguientes:

1. Interferómetro de Michelson
2. Interferómetro de Fabry-Pérot
3. Interferómetro de Sagnac
4. Interferómetro de Mach-Zehnder

En este caso, nos abocaremos especialmente a los interferómetros de Michelson, de Mach-Zehnder y al efecto de Hong Ou Mandel. No obstante, antes de entrar en detalle de cómo funcionan estos interferómetros, se discutirá acerca de los divisores de haz (*beam splitters*) y su función e importancia en dichos aparatos.

1.4.3. Representación matemática de un beam splitter

Los campos eléctricos E_a y E_b ingresan por los puertos **(a)** y **(b)** (antes del beam splitter) de la figura 1.5 respectivamente. La matriz que transforma los campos eléctricos viene dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} E_a \\ E_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_d \\ E_c \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Donde $B = \begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix}$ representa la matriz del beam splitter. En este caso, r y t representan los coeficientes de amplitud de reflexión y transmisión respectivamente. Estos coeficientes describen cómo se transforma la amplitud de la onda incidente al ser reflejada y transmitida por el beam splitter.

Así, de la ecuación 1.19 se puede deducir que los campos eléctricos evolucionan de la siguiente manera:

$$E_a \rightarrow tE_d + rE_c$$

$$E_b \rightarrow rE_d + tE_c$$

Los elementos de la matriz anterior se determinaron asumiendo que se trata de un beam splitter sin pérdidas, es decir, toda la energía de la luz incidente se conserva. Esto implica que B es una matriz unitaria, cumpliéndose lo siguiente:

$$B^{-1}B = B^\dagger B = 1$$

Obteniendo así la siguiente condición: $B^{-1} = B^\dagger$. Dado que los componentes cumplen $B_{i,j}^\dagger = B_{j,i}^*$, lo cual, traducido a matriz, queda expresado de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^* & r^* \\ r^* & t^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Se pueden deducir las siguientes ecuaciones:

$$|t|^2 + |r|^2 = 1 \quad (1.21)$$

$$tr^* + rt^* = 0 \quad (1.22)$$

Despejando la ecuación 1.21, se obtiene la siguiente relación:

$$|t| = |r| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1.23)$$

Por otro lado, considerando los coeficientes de reflexión y transmisión de la siguiente manera:

$$r = |r|e^{i\phi} \quad (1.24)$$

$$t = |t|e^{i\theta} \quad (1.25)$$

Y los coeficientes conjugados como sigue:

$$r^* = |r|e^{-i\phi} \quad (1.26)$$

$$t^* = |t|e^{-i\theta} \quad (1.27)$$

Con $\theta = 0$, la ecuación 1.22 se convierte en lo siguiente:

$$te^{i\theta}re^{-i\phi} + re^{i\phi}te^{-i\theta} = tre^{-i\phi} + re^{i\phi}t \quad (1.28)$$

Además, tomando en cuenta la siguiente propiedad:

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi \quad (1.29)$$

$$e^{-i\phi} = \cos \phi - i \sin \phi \quad (1.30)$$

Y, reemplazando dichas expresiones en la ecuación 1.28:

$$\begin{aligned} tre^{-i\phi} + re^{i\phi}t &= r(\cos \phi - i \sin \phi)t + r(\cos \phi + i \sin \phi)t \\ &= 2rt \cos \phi \\ &= 0 \end{aligned}$$

Se obtiene $\phi = \frac{\pi}{2}$ para que la ecuación anterior se cumpla. Volviendo a la matriz del beam splitter escrita en base a las ecuaciones 1.23, 1.24 y 1.25:

$$B = \begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\theta} & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\phi} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\phi} & \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\theta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\theta} & e^{i\phi} \\ e^{i\phi} & e^{i\theta} \end{pmatrix}$$

Considerando $\theta = 0$ y $\phi = \frac{\pi}{2}$, junto con la ecuación 1.29:

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = i$$

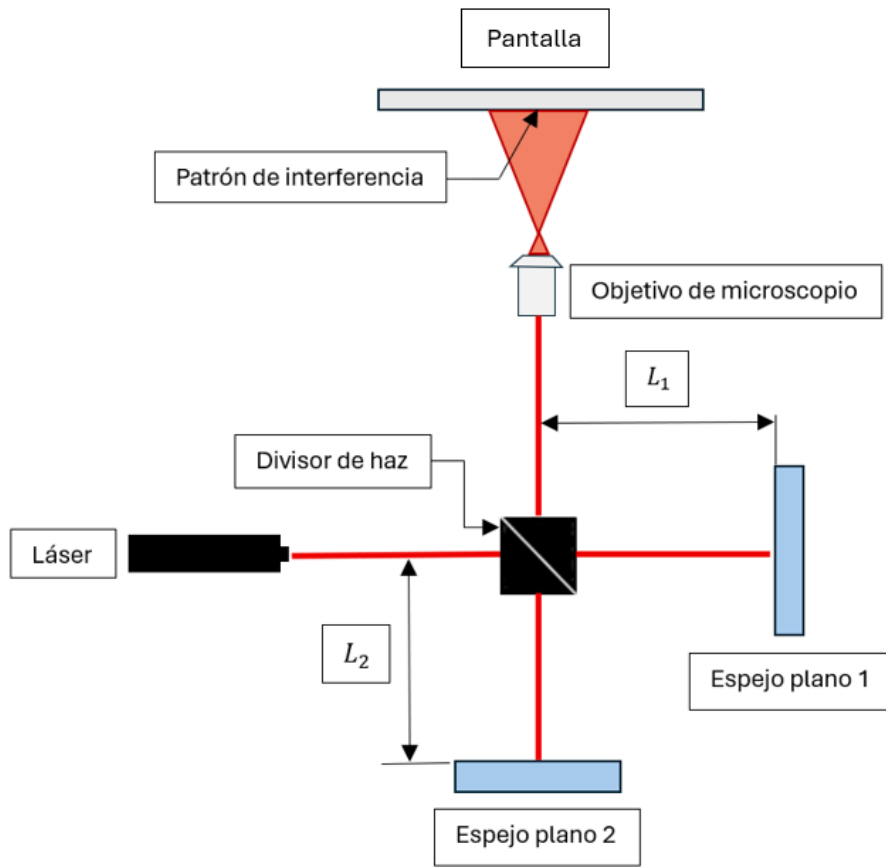
Obteniendo así finalmente la matriz para el beam splitter 50/50:

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

1.5. Interferómetro de Michelson

El interferómetro de Michelson (ver figura 1.3) es una configuración inventada por Albert Abraham para la interferometría óptica. Utiliza una fuente de luz que, al pasar por un divisor de haz, se divide en dos. Cada uno de esos haces se refleja hacia el divisor de haz, que luego combina sus amplitudes utilizando el principio de superposición. El patrón de interferencia resultante se dirige a algún detector fotoeléctrico o cámara.

El interferómetro de Michelson se hizo conocido por el experimento de Michelson-Morley (1887), que refutó la existencia del éter, conduciendo eventualmente a la teoría de la relatividad especial.

FIGURA 1.3: *Interferómetro de Michelson.*

El interferómetro de Michelson utiliza la interferencia de la luz para medir diferencias en la distancia recorrida por los haces reflejados, y consta de beam splitters 50/50.

Campo inicial

El campo eléctrico incidente puede representarse como:

$$E_0 = E e^{i(kz - \omega t)} \quad (1.32)$$

donde:

- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda.
- ω es la frecuencia angular.
- z es la dirección de propagación.

Primer paso por el beam splitter

El primer beam splitter divide el campo en dos partes:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.33)$$

$$E_2 = -\frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_2} \quad (1.34)$$

donde, suponiendo que $\Delta t = 0$, $\phi_1 = kL_1$ y $\phi_2 = kL_2$ representan las fases acumuladas en los caminos 1 y 2, respectivamente.

Reflexión en los espejos

Notamos que $|E'_1| = |E_1|$, ya que se transmite a través del beam splitter. Considerando $\phi = \pi$, el campo E_1 reflejado en el espejo queda como:

$$E'_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}E_0e^{i\phi_1} \quad (1.35)$$

$$E'_2 = \frac{i}{\sqrt{2}}E_0e^{i\phi_2} \quad (1.36)$$

Segundo paso por el beam splitter

En este paso, tendremos que las componentes de ambos campos se dividirán en su paso por el beam splitter.

$$E'_{1R} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}E_0e^{i\phi_1} = -\frac{i}{2}E_0e^{i\phi_1} \quad (1.37)$$

$$E'_{2T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}}E_0e^{i\phi_2} = \frac{i}{2}E_0e^{i\phi_2} \quad (1.38)$$

Recombinación de los haces

El campo que se detecta finalmente en la pantalla queda como:

$$E_D = E'_{2T} + E'_{1R} = \frac{i}{2}E_0(-e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2}) \quad (1.39)$$

Recordando la propiedad 1.29:

$$E_D = \frac{i}{2}E_0(-(\cos \phi_1 + i \sin \phi_1) + (\cos \phi_2 + i \sin \phi_2)) \quad (1.40)$$

$$= \frac{i}{2}E_0(\cos \phi_2 - \cos \phi_1) + i(\sin \phi_2 - \sin \phi_1). \quad (1.41)$$

Así, la intensidad que llega al detector corresponde a (ver anexo 8.2):

$$|I_D| = |E_D|^2 = E_0^2 \sin^2 \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) \quad (1.42)$$

$$= E_0^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{k(L_1 - L_2)}{2} \right) \quad (1.43)$$

Con $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = k(L_1 - L_2)$

1.6. Interferómetro de Mach-Zehnder

Se trata de un dispositivo que es utilizado para determinar las variaciones de cambio de fase relativas entre dos haces de luz colimados (de rayos paralelos) derivados de una misma fuente de luz.

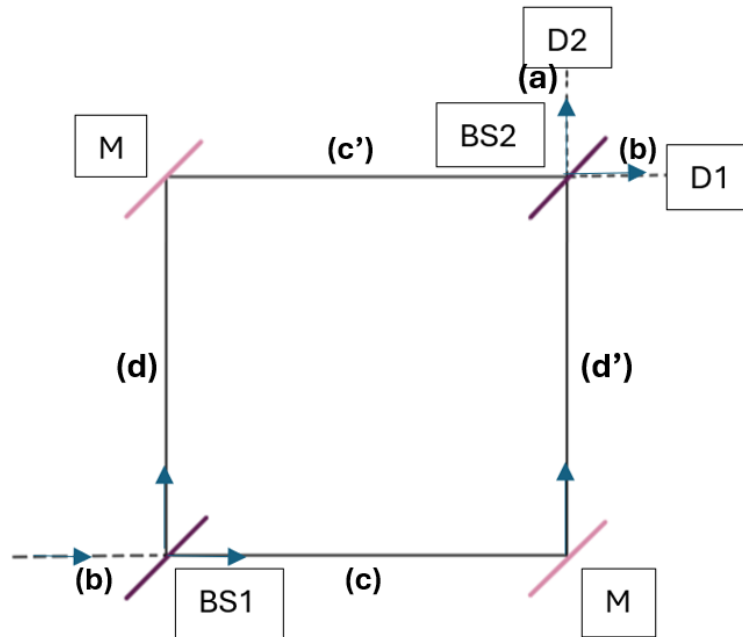


FIGURA 1.4: *Interferómetro de Mach-Zehnder*

Este interferómetro utiliza el principio de interferencia para analizar el comportamiento de la luz (ya sea de onda o de partícula) al dividirse en dos caminos luego de pasar por los divisores de haz BS1 y BS2, y luego recombinarse. Este interferómetro ha sido utilizado, entre otras cosas, para medir cambios de fase entre los dos haces de luz causados por la muestra observada o por un cambio en la longitud de uno de los caminos que recorren. El aparato debe su nombre a los físicos Ludwig Mach (hijo de Ernst Mach) y Ludwig Zehnder: Zehnder lo propuso en un artículo de 1891, y fue refinado por Mach en un segundo artículo de 1892.

1.6.1. Versión clásica

En su versión clásica, un haz de luz clásico (láser, por ejemplo) es emitido por la fuente (dirección **(b)**) y dividido en las direcciones **(d)** y **(c)** luego de pasar por el primer divisor de haz BS1. Posteriormente, cada componente resultante de la división del haz original es reflejada por un espejo M, adquiriendo la dirección **(c')** o **(d')**. Estas componentes se recombinan finalmente al llegar al segundo divisor de haz BS2, el cual las dividirá una última vez en dos direcciones: **(a)** y **(b)**. Cabe destacar que al recombinarse los dos haces en el segundo beam splitter, sus ondas se superponen y producen interferencia, fenómeno que determinará justamente a qué detector (D_1 o D_2) llegan las componentes. En efecto, La cantidad de luz que llega a los detectores depende de la diferencia de fase $\phi_1 - \phi_2$ entre los caminos:

- Si $\phi_1 - \phi_2 = 2n\pi$, se trata de una interferencia constructiva en D_1 y destructiva en D_2 . Por ende, toda la luz llega al detector D_1 .
- Si $\phi_1 - \phi_2 = (2n + 1)\pi$, se trata de una interferencia constructiva en D_2 y destructiva en D_1 . Por ende, toda la luz llega al detector D_2 .

Por último, en cuanto a su aplicación, se usa para medir índice de refracción del medio en los caminos, así como sensores ópticos y pruebas de coherencia de fuentes de luz.

El interferómetro de Mach-Zehnder utiliza dos beam splitters y dos espejos para dividir y recombinar la luz. La diferencia de fase entre los dos caminos determina las intensidades en los detectores.

División en el primer beam splitter (BS1)

Sea el campo incidente el de la ecuación 1.32. Al pasar por el BS1, se divide en dos caminos:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.44)$$

$$E_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_2} \quad (1.45)$$

Con $\Delta t = 0$, $\phi_1 = kL_1$ y $\phi_2 = kL_2$.

Acción de los espejos

A diferencia del interferómetro de Michelson, en esta ocasión, los espejos agregan una fase $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$, por lo que se debe considerar el factor adicional $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ al cambio de dirección. Así, los campos se transforman de la siguiente manera:

$$E'_1 = \frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.46)$$

$$E'_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_2} \quad (1.47)$$

División en el segundo beam splitter (BS2)

Los campos E'_1 y E'_2 se dividirán en una parte transmitida E_T y en otra reflejada E_R :

$$E'_{1T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} = \frac{i}{2} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.48)$$

$$E'_{1R} = \frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} = -\frac{1}{2} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.49)$$

$$E'_{2T} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_2} = -\frac{1}{2} E_0 e^{i\phi_2} \quad (1.50)$$

$$E'_{2R} = -\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_2} = -\frac{i}{2} E_0 e^{i\phi_2} \quad (1.51)$$

Campos detectados

Al detector 1 llegará la parte reflejada de E'_1 y la parte transmitida de E'_2 , mientras que al detector 2 llegará la parte reflejada de E'_2 y la parte transmitida de E'_1 :

$$E_{D1} = E'_{1R} + E'_{2T} = -\frac{1}{2} E_0 \cdot (e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2}) \quad (1.52)$$

$$E_{D2} = E'_{1T} + E'_{2R} = \frac{i}{2} E_0 \cdot (e^{i\phi_1} - e^{i\phi_2}) \quad (1.53)$$

Intensidades en los detectores

Utilizando la propiedad 1.29 en las ecuaciones 1.52 y 1.53:

$$E_{D1} = -\frac{1}{2}E_0 \cdot (\cos(\phi_1) + \cos(\phi_2) + i(\sin(\phi_1) + \sin(\phi_2))) \quad (1.54)$$

$$E_{D2} = \frac{i}{2}E_0 (-\cos \phi_2 + i \sin \phi_2 + \cos \phi_1 + i \sin \phi_1) \quad (1.55)$$

$$= \frac{i}{2}E_0 (\cos \phi_1 - \cos \phi_2) + i(\sin \phi_1 - \sin \phi_2). \quad (1.56)$$

Por lo tanto, las intensidades percibidas en ambos detectores se expresan como sigue (para detalles ver anexo 8.2):

$$I_{D1} = E_0^2 \cos^2 \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) \quad (1.57)$$

$$I_{D2} = E_0^2 \sin^2 \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) \quad (1.58)$$

Lo anterior nos permite deducir lo siguiente:

$$I_{D1} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right), \quad (1.59)$$

$$I_{D2} = I_0 \sin^2 \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right), \quad (1.60)$$

donde $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = k(L_1 - L_2)$.

1.6.2. Versión clásica con objeto opaco

Supongamos ahora que se coloca un objeto opaco en la dirección (**d**) de la figura 1.4. Este objeto absorberá toda componente que pase por ese brazo del interferómetro. Estudiemos a continuación qué sucede en este caso con las componentes del campo eléctrico.

División en el primer beam splitter (BS1)

Sea el campo incidente el de la ecuación 1.32. Recordando la acción del primer beam splitter sobre el campo incidente:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.61)$$

$$E_2 = \frac{i}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_2} \quad (1.62)$$

Con $\Delta t = 0$, $\phi_1 = kL_1$ y $\phi_2 = kL_2$. No obstante, dado que tenemos el objeto opaco bloqueando la dirección del campo 1.62, esta componente será absorbida, y la única componente que seguirá en el interferómetro será el campo 1.61.

Acción de los espejos

Así, la acción del primer espejo sobre el campo 1.61 es la siguiente:

$$E'_1 = \frac{i}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.63)$$

División en el segundo beam splitter (BS2)

El campo E'_1 se dividirá en una parte transmitida E_T y en otra reflejada E_R :

$$E'_{1T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} = \frac{i}{2} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.64)$$

$$E'_{1R} = \frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\phi_1} = -\frac{1}{2} E_0 e^{i\phi_1} \quad (1.65)$$

Campos detectados

Al detector 1 llegará la parte reflejada de E'_1 , mientras que al detector 2 llegará la parte transmitida de E'_1 :

$$E_{D1} = E'_{1R} \quad (1.66)$$

$$E_{D2} = E'_{1T} \quad (1.67)$$

Intensidades en los detectores

Las intensidades percibidas en ambos detectores se expresan como sigue:

$$I_D = |E_D|^2 \quad (1.68)$$

Con $|e^{i\phi_1}|^2 = 1$ (anexo 8.2):

$$I_{D1} = I_{D2} = \frac{1}{4} |E_0|^2 \quad (1.69)$$

1.6.3. Versión cuántica

En este caso, lo que emite la fuente es **un único fotón** descrito por el estado $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Al igual que en el caso clásico, el fotón sigue la secuencia beam splitter-espejo-beam splitter, para luego ser detectado por uno de los dos detectores.

En cuanto al formalismo mecánico-cuántico relacionado a esta configuración, designamos el estado del fotón moviéndose hacia la derecha como $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, y $|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ como el estado del fotón que se mueve hacia arriba.

Por otro lado, el beam splitter está representado por la matriz $B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$, cuyo coeficiente de transmisión t es igual a su coeficiente de reflexión r , consiguiendo así una reflexión y transmisión del 50%.

En cuanto al espejo, una vez que el fotón pasa por él, no sólo le cambia la dirección, sino que además agrega una fase $\phi = \pi/2$, lo cual, si recordamos la fórmula de Euler $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$, equivale a agregar un factor i al cambio de dirección.

Consideremos a continuación que el estado del fotón incidente es $|1\rangle$. La acción del beam splitter sobre el estado incidente está representada por la siguiente ecuación:

$$\hat{B}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

Lo cual, escrito en términos de las bases del espacio de dos qubits, queda como:

$$\hat{B}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + i|2\rangle) \quad (1.71)$$

Notemos que luego de pasar por el beam splitter, el estado del fotón resulta en una superposición de dos estados.

Sea la acción del espejo como se describe a continuación [1]:

$$\hat{M}|1\rangle = i|2\rangle \quad (1.72)$$

$$\hat{M}|2\rangle = i|1\rangle \quad (1.73)$$

Así, una vez el estado resultante $\hat{B}|1\rangle$ para por un espejo, y finalmente el segundo beam splitter, obtenemos el estado final $|\Psi\rangle$, tal que:

$$\begin{aligned} \hat{B}\hat{M}\hat{B}|1\rangle &= \hat{B}\hat{M}\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|2\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}(\hat{M}|1\rangle + i\hat{M}|2\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}(i|2\rangle - |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(i\hat{B}|2\rangle - \hat{B}|1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{i}{\sqrt{2}}(|2\rangle + i|1\rangle) - \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|2\rangle)\right) \\ &= \frac{1}{2}(i|2\rangle - |1\rangle - |1\rangle - i|2\rangle) \end{aligned}$$

Así, el estado final del fotón una vez que recorre todo el interferómetro corresponde al siguiente:

$$|\psi_f\rangle = -|1\rangle \quad (1.74)$$

Es decir, que si el estado del fotón que ingresa es $|1\rangle$, el fotón tiene 100% de ser detectado por el detector D_1 [1, 6].

1.7. Efecto Hong Ou Mandel

Se trata de un fenómeno de interferencia puramente cuántico que no tiene equivalencia clásica (ver anexo 8.2). Demostrado en 1987 por tres físicos de la Universidad de Rochester: Chung Ki Hong, Zhe Yu Ou y Leonard Mandels [7], este efecto ocurre cuando dos fotones indistinguibles inciden en un divisor de haz (beam splitter) 50/50, uno en cada puerto de entrada, traslapándose de manera perfecta. Una vez que pasan por el divisor de haz, **SIEMPRE** llegarán al mismo puerto de salida.

La configuración de este fenómeno se muestra a continuación:

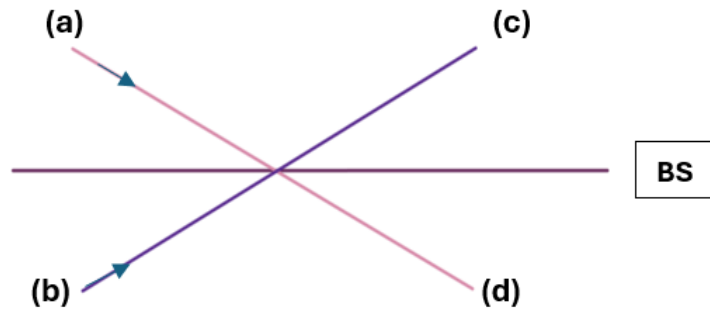


FIGURA 1.5: Configuración para interferencia efecto Hong Ou Mandel

En este dispositivo, dos fotones ingresan de manera simultánea por los brazos (a) y (b), donde (a) está asociado con el vector $|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, y (b) con el vector $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Una vez los fotones (a) y (b) pasan por el beam splitter, existen 4 posibles estados de salida, ilustrados a continuación:

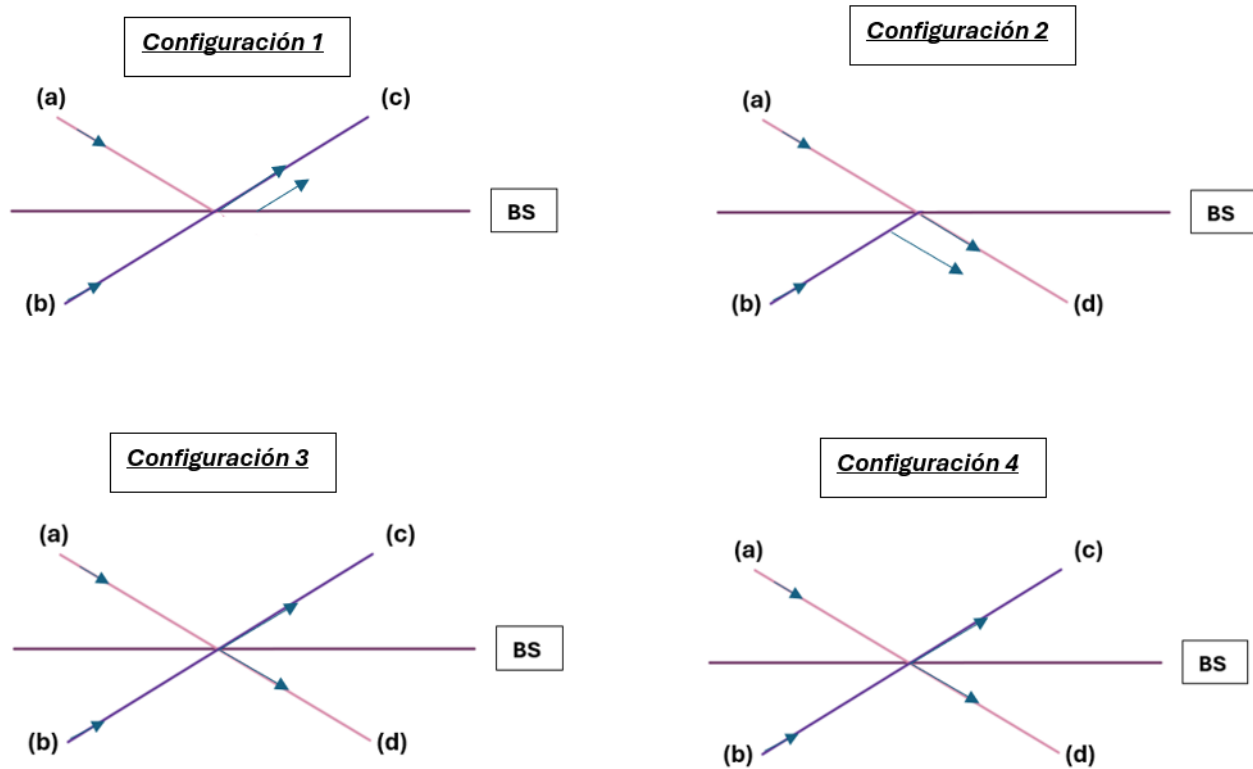


FIGURA 1.6: Configuración para interferencia efecto Hong Ou Mandel

Donde:

- La configuración 1 representa el estado final donde ambos fotones salen por el brazo **c**, es decir, que el fotón **b** se transmitió, mientras que el fotón **a** se reflejó.
- La configuración 2 representa el estado final donde ambos fotones salen por el brazo **d**, es decir, que el fotón **a** se transmitió, mientras que el fotón **b** se reflejó.
- La configuración 3 representa el estado final donde un fotón sale por **c** y otro por **d**, es decir, que ambos fotones incidentes se transmitieron.
- La configuración 4 representa el estado final donde un fotón sale por **c** y otro por **d**, es decir, que ambos fotones incidentes se reflejaron.

El tema está en que, debido a que se trata de fotones indistinguibles, las configuraciones 3 y 4 son equivalentes, y no es posible distinguirlas. Dicho esto, veamos a continuación el estado final una vez que los fotones **a** y **b** ingresan simultáneamente al interferómetro. Sea $|in\rangle = |1\rangle_a|1\rangle_b + |1\rangle_b|1\rangle_a$, es decir, que el estado inicial contempla un fotón en el puerto **a** y otro fotón en el puerto **b**.

Se procede a utilizar la siguiente notación para describir los estados de los fotones de la figura 1.5.

$$|1\rangle_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.75)$$

$$|1\rangle_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.76)$$

Donde $|1\rangle_a$ quiere decir que hay un fotón en el puerto **a**, y $|1\rangle_b$ un fotón en el puerto **b**, pero no simultáneamente.

Por otro lado, tomando en cuenta $|0\rangle$ como el estado vacío, se considerará la acción del operador creación como $\hat{b}^\dagger|0\rangle = |1\rangle_b$.

Así, la acción del primer beam splitter sobre el fotón que incide en $|1\rangle_b$ está descrita por la siguiente ecuación [8]:

$$\hat{B}\hat{b}^\dagger|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)|0\rangle \quad (1.77)$$

Sea la acción del espejo:

$$\hat{M}\hat{c}^\dagger = i\hat{d}^\dagger \quad (1.78)$$

$$\hat{M}\hat{d}^\dagger = i\hat{c}^\dagger \quad (1.79)$$

Sea el estado inicial escrito en función de los operadores creación y aniquilación:

$$|in\rangle = \hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger|0\rangle = |1\rangle_a|1\rangle_b \quad (1.80)$$

Así, debe cumplirse que:

$$\hat{B}\hat{S}|1\rangle_a = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_c|1\rangle_d + \frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle_c|0\rangle_d \quad (1.81)$$

$$\hat{B}\hat{S}|1\rangle_b = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle_c|0\rangle_d + \frac{i}{\sqrt{2}}|0\rangle_c|1\rangle_d \quad (1.82)$$

De las ecuaciones 1.81 y 1.82, se puede deducir lo siguiente:

$$\hat{B}\hat{S}|1\rangle_a = \hat{B}\hat{S}\hat{a}^\dagger|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{d}^\dagger + i\hat{c}^\dagger)|0\rangle \quad (1.83)$$

$$\hat{B}\hat{S}|1\rangle_b = \hat{B}\hat{S}\hat{b}^\dagger|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)|0\rangle \quad (1.84)$$

Sea $|out\rangle$ el estado una vez que pasa por el beam splitter.

$$\begin{aligned} |out\rangle &= \hat{B}\hat{S}\hat{B}\hat{S}|1\rangle_a|1\rangle_b = (\hat{B}\hat{S}|1\rangle_a) \otimes (\hat{B}\hat{S}|1\rangle_b) \\ &= (\hat{B}\hat{S}\hat{a}^\dagger|0\rangle) \otimes (\hat{B}\hat{S}\hat{b}^\dagger|0\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{d}^\dagger + i\hat{c}^\dagger)|0\rangle \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)|0\rangle \\ &= \frac{1}{2}(\hat{d}^\dagger\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^{\dagger 2} + i\hat{c}^{\dagger 2} - \hat{c}^\dagger\hat{d}^\dagger)|0\rangle \\ &= \frac{1}{2}(i\hat{d}^{\dagger 2} + i\hat{c}^{\dagger 2} + [\hat{d}^\dagger, \hat{c}^\dagger])|0\rangle. \end{aligned}$$

Dado que son operadores bosónicos, consideramos $[\hat{d}^\dagger, \hat{c}^\dagger] = 0$. De este modo, considerando que los operadores creación crean valga la redundancia, fotones en el estado vacío:

$$\begin{aligned} |out\rangle &= \frac{i}{2}(\hat{d}^\dagger\hat{d}^\dagger|0\rangle + \hat{c}^\dagger\hat{c}^\dagger|0\rangle) \\ &= \frac{i}{2}(\hat{d}^\dagger|0\rangle_c|1\rangle_d + \hat{c}^\dagger|1\rangle_c|0\rangle_d). \end{aligned}$$

Estado que, normalizado, queda como sigue:

$$|out\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|2\rangle_c|0\rangle_d + |0\rangle_c|2\rangle_d) \quad (1.85)$$

Es decir, que los dos fotones llegan al detector ubicado en el puerto **c**, o ambos al puerto **d**, con 50% de probabilidad en cada caso. No obstante, a medida que los fotones se hacen más distinguibles, la probabilidad de incidir en detectores diferentes incrementará. Dicho esto, un interferómetro que implemente el efecto HOM será útil para medir de manera precisa la longitud del camino óptico atravesado por los fotones y su tiempo de llegada. En efecto, cuando la longitud óptica de caminos antes del divisor de haz es la misma, los fotones llegan al beam splitter simultáneamente, maximizando de esta manera la interferencia y suprimiendo las coincidencias. Se entiende por coincidencia al estado relacionado a las configuraciones 3 y 4 de la figura 1.6. De esta forma, ajustando el camino óptico de uno de los fotones, es posible encontrar el punto donde ambos fotones llegan simultáneamente al beam splitter, así como medir la diferencia temporal inicial entre las partículas.

Estado del arte y relevancia de la tesis

2.1. Bombas cuánticas: experimento mental de Elitzur y Vaidman

Para N=2 beam Splitters 50/50

En su artículo publicado en 1993 [1], Elitzur y Vaidman proponen añadir al interferómetro de Mach-Zehnder de la figura 1.4 la presencia de un objeto opaco, definido como bomba, en uno de los caminos, tal y como se indica en la figura a continuación:

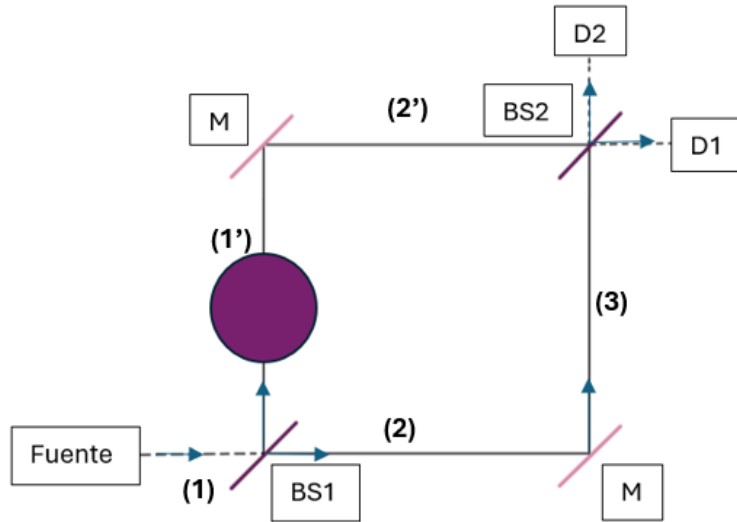


FIGURA 2.1: Configuración del detector de bombas cuántico de Elitzur-Vaidman

En este caso, la bomba, representada por la figura circular opaca en color morado, se trata de un objeto sensible al contacto con el fotón, es decir, al mínimo contacto, la bomba explota. De este modo, matemáticamente hablando, la bomba está representada por el siguiente operador \hat{b} :

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Retomando las ecuaciones 1.71, 1.72 y 1.73, estudiemos qué ocurre cuando ingresa al interferómetro de la figura 2.1 un fotón con estado inicial $|1\rangle$:

$$\hat{B}\hat{M}\hat{B}|1\rangle = \hat{B}\hat{M}\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|2\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}\hat{M}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}\hat{M}(i|2\rangle)$$

Dado que la componente $\frac{i}{\sqrt{2}}\hat{B}\hat{M}|2\rangle$ corresponde al camino (1') (es decir, después del objeto absorbente), esta componente será “absorbida” por la bomba, ya que explotó. Así, el estado $\frac{i}{\sqrt{2}}\hat{B}\hat{M}|2\rangle$ se convierte en el estado $\frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle$, donde $|\text{scattered}\rangle$ es el estado del fotón absorbido por el objeto. Una vez el fotón pasa por el camino de la bomba, tanto el camino (1') como (2') se elimina.

Continuando con la secuencia:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}\hat{M}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}(i|2\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle + i|1\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \end{aligned}$$

Así, el estado final del fotón al salir de esta nueva configuración de interferómetro resulta ser el siguiente:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(i|2\rangle - |1\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \quad (2.2)$$

A diferencia de la configuración 1.4, en este caso, el estado final del fotón resulta ser una superposición de 3 estados. Consideremos la expresión $P = |\langle estado|\Psi\rangle|^2$ para el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de los siguientes estados:

- $|1\rangle$, el fotón es detectado por D_1 con probabilidad $\frac{1}{4}$.
- $|2\rangle$, el fotón es detectado por D_2 con probabilidad $\frac{1}{4}$.
- $|\text{scattered}\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{1}{2}$.

De esta forma, Elitzur y Vaidman concluyeron en su trabajo que, bajo esta configuración, existe $\frac{1}{4}$ de probabilidad de detectar la existencia de una bomba sin que el fotón interactúe con ella, $\frac{1}{2}$ de probabilidad de que la bomba explote, y $\frac{1}{4}$ de probabilidad de que la configuración no aporte ninguna información extra sobre la presencia de la bomba.

El clic en el detector D_2 es el resultado clave y el que demuestra la medición sin interacción: si el detector D_2 hace clic, debido a la no localidad del experimento, se sabe con certeza que el objeto (la bomba) está en uno de los brazos del interferómetro y no explotó [6].

La lógica detrás de que esto sea una “medición sin interacción” es la siguiente: la condición necesaria para que D_2 detecte un fotón es que una de las rutas del interferómetro esté obstruida. Cuando la bomba **no** está presente, tal y como se vio en la sección 1.6.3, debido a la interferencia destructiva, si el fotón incide en dirección $|\psi\rangle = |1\rangle$, el detector D_1 **siempre** hará clic, pero el detector D_2 jamás. Por tanto, dada la sensibilidad de la bomba, si el fotón fue detectado por D_2 , entonces se deduce, producto de la no localidad, que el fotón no interactuó con la bomba, ya que si el fotón hubiera sido dispersado o absorbido por la bomba, nunca habría podido llegar al detector D_2 [1, 6]. Esto lleva a la afirmación de que:

- Cuando D_2 hace clic, la presencia de la bomba se detecta sin interactuar con el fotón (medición sin interacción) [1].
- Cuando D_1 hace clic, dado que este detector se activa incluso sin la presencia de la bomba, no es posible deducir ninguna información sobre el estado de su presencia.

Así, Elitzur y Vaidman acuñaron el término de “medición sin interacción” para referirse al procedimiento que permite encontrar objetos opacos sensibles de cualquier sin explotar [6].

2.2. Efecto Zenón cuántico

2.2.1. Formulación matemática

El Efecto Zenón Cuántico (QZE por sus siglas en inglés), denominado de esta manera dado que recuerda la paradoja de Zenón donde el movimiento parece imposible debido a divisiones infinitas de tiempo y espacio, fue identificado por Misra y Sudarshan en 1977 [9]. Este efecto describe cómo la evolución de un sistema cuántico puede inhibirse mediante mediciones frecuentes, haciendo que un estado inestable permanezca intacto por más tiempo. Este resultado desafía las expectativas clásicas, especialmente en procesos como el decaimiento radioactivo, donde la probabilidad de supervivencia del estado inicial muestra una sorprendente desviación del

modelo exponencial habitual, lo cual se puede entender a través del formalismo matemático del colapso de la función de onda y las propiedades del operador Hamiltoniano del sistema.

En un artículo del 2007 [10], Anu Venugopalan explica cómo mediciones frecuentes afectan la evolución de un sistema cuántico bajo ciertas condiciones. Para ello, consideraron la desintegración de un núcleo inestable. En el modelo clásico, la desintegración radiactiva viene dada por la siguiente ecuación:

$$N(t) = N(t_0)e^{-\lambda(t-t_0)} \quad (2.3)$$

Con $N(t)$ el número de núcleos que no han decaído después de un cierto tiempo t y λ una constante que depende de las propiedades de la especie de núcleos. Por otro lado, si bien la desintegración de un sistema cuántico es similar al modelo clásico de desintegración exponencial, se han realizado estudios teóricos que muestran que, en ciertos intervalos de tiempo (específicamente, para tiempos muy cortos y muy largos medidos desde el instante de preparación del estado del sistema), puede haber una desviación de la ecuación 2.3, y es justamente en estos regímenes de tiempo especiales en donde se ven manifestaciones del Efecto Zenón Cuántico.

Consideremos la desintegración de un estado cuántico inestable. Sea $|\psi_0\rangle$ el estado no desintegrado del sistema en $t=0$ y $|\psi(t)\rangle$ el estado en cualquier momento posterior t . La evolución del sistema está descrita por la siguiente ecuación:

$$U(t) = e^{-iHt} \quad (2.4)$$

En el caso anterior, se considera $\hbar = 1$ y H el Hamiltoniano del sistema. Así, la evolución del sistema en función del estado $|\phi_0\rangle$ está dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= U(t)|\psi_0\rangle \\ |\psi(t)\rangle &= e^{-iHt}|\psi_0\rangle \end{aligned} \quad (2.5)$$

Tal y como lo estipulan uno de los postulados de la mecánica cuántica, cualquier medición/observación de un estado, causará un colapso de la función de onda a un estado propio $|\psi\rangle$. En este caso, la idea es observar el estado $|\psi_0\rangle$ no desintegrado.

La probabilidad de que el sistema se mantenga en el estado no desintegrado $P(t)$, viene dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} P(t) &= |\langle\psi_0|\psi(t)\rangle|^2 \\ P(t) &= |\langle\psi_0|U(t)|\psi_0\rangle|^2 \\ P(t) &= |\langle\psi_0|e^{-iHt}|\psi_0\rangle|^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

El operador de evolución temporal e^{-iHt} se puede expandir en una serie de Taylor para tiempos t pequeños:

$$e^{-iHt} \approx 1 - iHt - \frac{H^2t^2}{2} + \dots \quad (2.7)$$

Reemplazando dicha expansión de Taylor en la ecuación 2.6:

$$|\langle\psi_0|e^{-iHt}|\psi_0\rangle|^2 \approx \left| \langle\psi_0|(1 - iHt - \frac{(Ht)^2}{2})|\psi_0\rangle \right|^2 \quad (2.8)$$

Se evalúa cada término:

$$\langle\psi_0|1|\psi_0\rangle = 1.$$

$$\langle\psi_0|-iHt|\psi_0\rangle = -it\langle\psi_0|H|\psi_0\rangle.$$

$$\langle \psi_0 | -\frac{(Ht)^2}{2} | \psi_0 \rangle = -\frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle.$$

Entonces:

$$\langle \psi_0 | e^{-iHt} | \psi_0 \rangle \approx 1 - it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle.$$

Así, la probabilidad de supervivencia (ecuación 2.6) se puede expresar como:

$$P(t) = \left(1 - it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle \right) \left(1 + it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle^* - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle^* \right) \quad (2.9)$$

Dado que H es hermitiano, se cumple que $\langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle^* = \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle$ y $\langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle^* = \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle$. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P(t) &= \left(1 - it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle \right) \left(1 + it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle \right) \\ P(t) &= 1 + it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle - it \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle \\ &\quad - t^2 \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle^2 - \frac{t^2}{2} \langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle \\ &= 1 - t^2 (\langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle - \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle^2) + \dots \end{aligned} \quad (2.10)$$

Considerando

$$\Delta H = \sqrt{\langle \psi_0 | H^2 | \psi_0 \rangle - \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle^2}$$

Entonces la probabilidad de supervivencia en el límite de tiempos cortos se puede reescribir como:

$$P(t) \approx 1 - t^2 (\Delta H)^2 + \dots \quad (2.11)$$

Se define el tiempo de Zenón como

$$\tau_Z = \frac{1}{\Delta H}$$

Reemplazando en la ecuación 2.11:

$$P(t) \approx 1 - \frac{t^2}{\tau_Z^2} + \dots$$

Así, para tiempos cortos, la probabilidad de supervivencia se puede escribir como:

$$P(t) \approx \left(1 - \frac{t^2}{\tau_Z^2} \right) \quad (2.12)$$

La expresión anterior muestra que la desintegración cuántica a tiempos cortos no es exponencial en el tiempo, sino cuadrática.

Supongamos ahora que se realizan N mediciones equiespaciadas durante un período de tiempo $[0, T]$. Si τ es el intervalo de tiempo entre dos mediciones, entonces $T = N\tau$. Se supone a continuación que las mediciones se realizan en los instantes $t_1 = T/N$, $t_2 = 2T/N$, $t_3 = 3T/N$, \dots , $t_{N-1} = (N-1)T/N$ y $t_N = T$. Esto describe una secuencia alterna de evoluciones unitarias (cada una con una duración de τ) seguidas de un colapso. Entonces, la probabilidad de supervivencia (ecuación 2.12 después de N mediciones, se puede escribir como:

$$P_N(T) = [P(\tau)]^N = \left(1 - \frac{T^2}{N^2 \tau_Z^2} \right)^N \quad (2.13)$$

Finalmente, notemos que se cumple el siguiente límite:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_N(T) = 1 \quad (2.14)$$

Es decir, que la probabilidad de que el sistema, luego de reiteradas y constantes mediciones en intervalos de tiempo cortos, no decaiga y se quede en su estado inicial es de 100 %.

2.2.2. Bombas cuánticas: experimento mental de Elitzur y Vaidman para N beam splitters

En 1995, Kwiat et al. formularon un innovador modelo que mejoraba notoriamente la eficiencia de la medición de la bomba sin interacción [2]. Esta propuesta se basa en el uso de N beam splitters, y como una “forma discreta de aplicación” del efecto Zenón cuántico, fenómeno que, aplicado a la mecánica cuántica, establece que si un sistema cuántico es medido continuamente de manera repetida, su evolución se ralentiza, pudiendo incluso congelarse en su estado inicial. Es decir, que de realizarse medidas repetidas en intervalos cortos de tiempo, es posible “detener” la evolución del sistema, ya que la medición constante hace colapsar repetidamente su función de onda, impidiendo la evolución natural del sistema.

En el contexto de medición sin interacción, el fotón tiene cierta probabilidad de interactuar con la bomba (es decir, de hacerla explotar) cada vez que atraviesa un nuevo interferómetro de los N que hay en total, siendo cada pasada por un interferómetro equivalente a una medición de la existencia de la bomba. Por ende, las mediciones constantes hacen que el fotón inicial tenga cada vez menos probabilidad de interactuar con la bomba, generando un efecto similar al efecto Zenón cuántico.

Eficiencia de un sistema sin pérdidas

En este artículo se consideraron sistemas de divisores de haz sin pérdidas, la tasa de mediciones que pueden realizarse sin interacción viene dada por el siguiente factor η :

$$\eta = \frac{P(det)}{P(det) + P(abs)} \quad (2.15)$$

Donde:

- $P(det)$ =probabilidad de medir la bomba sin interacción
- $P(abs)$ =probabilidad de que la bomba explote

No obstante, es posible determinar dichas probabilidades en función de los coeficientes de reflexión y transmisión de los divisores de haz. Para ello, basta remontarse a la figura 2.1, y considerar que cada vez que la dirección del haz cambia en $\frac{\pi}{2}$ entre cada beam splitter, se considerará una reflexión, de lo contrario, se considerará una transmisión (caso de conservación de la dirección del haz).

Tomando todo lo anterior en cuenta, es posible considerar el siguiente árbol de probabilidad:

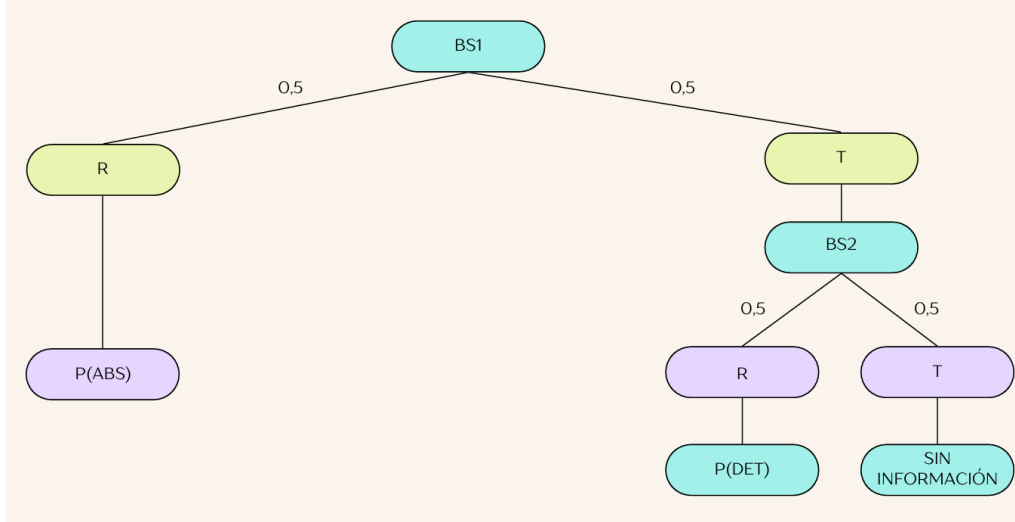


FIGURA 2.2: Probabilidades de detección sin interacción y de absorción en función de la reflectividad R y transmisividad T de los divisores de haz.

En este caso, R y T representan, respectivamente, la proporción de la energía total de la luz incidente que se refleja y se transmite en el beam splitter, cumpliendo con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} R &= |r|^2 \\ T &= |t|^2 \\ R + T &= 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Así, la ecuación 2.15 de la eficiencia se puede desarrollar de la siguiente manera:

$$\eta = \frac{RT}{RT + R} = \frac{RT}{R(T + 1)} = \frac{T}{T + 1}$$

Despejando T de la condición 2.16, la ecuación final para la eficiencia es la siguiente:

$$\eta = \frac{1 - R}{2 - R} \quad (2.17)$$

De este modo, en el caso de la configuración de la figura 2.1, considerando que $R = T = 0,5$, la eficiencia es igual a $\eta = \frac{1}{3}$. Sin embargo, Elitzur y Vaidman plantearon que, haciendo ciertas modificaciones a la configuración, era posible alcanzar como máxima eficiencia $\eta = 0,5$ [1].

Modelo matemático general para N beam splitters

Para mejorar la eficiencia de las mediciones sin interacción, Kwiat et. al (1995) propusieron que la reflectividad de cada uno de los N beam splitters fuera igual a:

$$R = \cos^2(\pi/2N) \quad (2.18)$$

Recordando que $R = |r|^2$ y que la matriz de un beam splitter venía dada por $B = \begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix}$, para un interferómetro de Mach Zehnder con N beam splitter, la matriz que representa a cada divisor de haz viene dada por:

$$B = \begin{pmatrix} \sin[\frac{\pi}{2N}] & \cos[\frac{\pi}{2N}] \\ \cos[\frac{\pi}{2N}] & \sin[\frac{\pi}{2N}] \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Con el diagrama que se muestra a continuación como la configuración para N beam splitters:

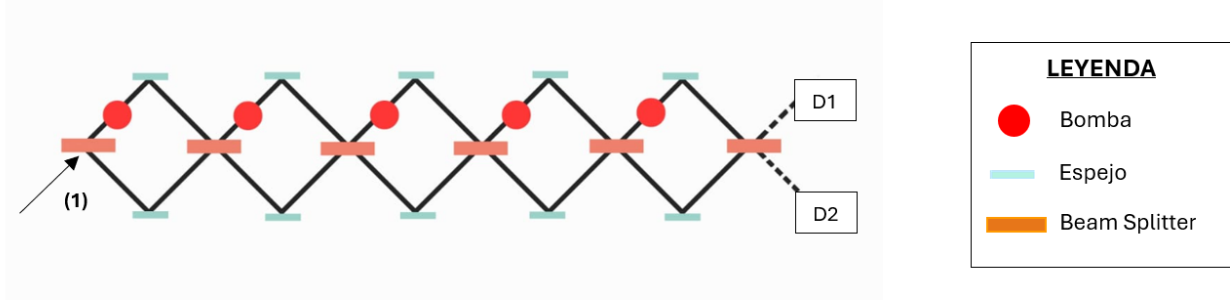


FIGURA 2.3: Diagrama del interferómetro de fotones tipo Mach-Zehnder para N beam splitters y N-1 bombas.

Al igual que en el caso de un sólo beam splitter, se hace incidir un único fotón con dirección $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, representada por la notación (1) en la figura 2.3. D_1 y D_2 corresponden a los detectores de fotones en las direcciones $|1\rangle$ y $|2\rangle$ respectivamente.

En cuanto a la secuencia que sigue el fotón, es posible deducir un patrón basándose en varios casos específicos.

Partiendo con el caso de un sistema de interferómetro Mach-Zehnder de $N=2$ beam splitters, el estado final $|\Psi_F\rangle$ del fotón al salir del interferómetro se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$|\psi_f\rangle = \hat{B}\hat{M}\hat{b}'\hat{B}|1\rangle \quad (2.20)$$

Con \hat{B} el operador que representa la matriz beam splitter, \hat{M} el operador que representa la matriz espejo $M = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ y \hat{b}' el operador bomba, donde a diferencia de la sección 2.1, esta vez se define dicho operador como $b' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Para el caso de $N=3$ beam splitters, la secuencia que se prosigue es la siguiente:

$$|\psi_f\rangle = \hat{B}\hat{M}\hat{b}'\hat{B}\hat{M}\hat{b}'\hat{B}|1\rangle \quad (2.21)$$

En cambio, para $N=4$ beam splitters:

$$|\psi_f\rangle = \hat{B}\hat{M}\hat{b}'\hat{B}\hat{M}\hat{b}'\hat{B}\hat{M}\hat{b}'\hat{B}|1\rangle \quad (2.22)$$

A partir de estos tres casos, es posible deducir que la ecuación general que describe el estado final $|\psi_f\rangle$ del fotón luego de pasar por N beam splitters es la siguiente:

$$|\psi_f\rangle = (\hat{B}\hat{M}\hat{b}')^{N-1}\hat{B}|1\rangle \quad (2.23)$$

De la ecuación anterior, se va a obtener un resultado del tipo

$$|\psi_f\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Donde $|a|^2$ representa la probabilidad de que el fotón llegue al detector D_1 y $|b|^2$ a D_2 . Es posible notar que mientras más $N \rightarrow \infty$, se cumple la condición de $|b| \rightarrow [\cos(\pi/2N)]^N$. Debido a esto, la probabilidad de que la bomba sea detectada sin interactuar con el fotón, cumple con la siguiente ecuación:

$$P(N) = [\cos^2(\pi/2N)]^N \quad (2.24)$$

Esto quiere decir, que en el límite de N grande, $P(N)$ se convierte en:

$$P(N) = 1 - \frac{\pi^2}{4N} + O(N^{-2}) \quad (2.25)$$

Considerando la ecuación 2.24 como la probabilidad de que la bomba sea detectada sin interacción y $1 - P(N)$ la probabilidad de que el fotón sea absorbido, es posible obtener el posible gráfico:

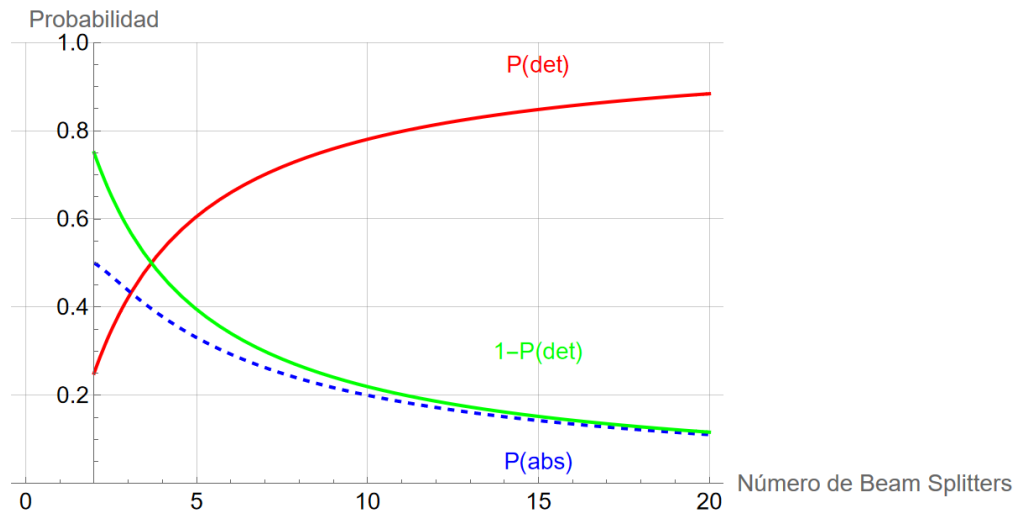


FIGURA 2.4: Gráfico de probabilidad $P(abs)$ de que el fotón sea absorbido y de probabilidad $P(det)$ de una medición sin interacción en función de la cantidad de beam splitters.

Notemos que en el gráfico 2.4 se presentan dos curvas que modelan la probabilidad de que la bomba sea detectada sin explotar en función de la cantidad de beam splitters. Concretamente hablando, la curva verde $1 - P(det)$ es el modelo matemático planteado por los autores del artículo original, mientras que la curva roja $P(det)$ corresponde al modelo que hemos formulado en este trabajo, el cual toma en consideración la probabilidad de que el fotón llegue al detector D_1 . Además, se reconfiguró el gráfico de tal forma que el número inicial de beam splitters fuera dos en vez de uno solo.

Si bien ambas curvas difieren en el valor de la probabilidad de que la bomba explote entre $0 \leq N \leq 20$ aproximadamente, con N el número de beam splitters, sí coinciden en el hecho de que, de manera aproximada, la nueva propuesta de modelo matemático basado en el efecto Zenón cuántico se vuelve más eficiente a partir de $N = 4$. Además, en ambos modelos se demuestra que para $N \rightarrow \infty$ beam splitters, la eficiencia del sistema tiende a 100%:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(\cos \left(\frac{\pi}{2N} \right) \right)^{2N} = 1 \quad (2.26)$$

Esto es posible dado que, mientras más aumenta el número de beam splitters, la reflectividad y transmitividad de cada divisor de haz se ve afectada (ya no se trata de un beam splitter 50/50, salvo en el caso de $N=2$), modificando de este modo la probabilidad de detección de la bomba sin necesidad de interacción con el fotón. Si bien ambos modelos terminan siendo el mismo en el límite $N \rightarrow \infty$, para cálculos posteriores no utilizaremos el modelo Kwiat et. al, sino que el propuesto en esta investigación, ya que, como bien se mencionó anteriormente, el hecho de contemplar la probabilidad de que el fotón sea detectado por D_1 lo vuelve un modelo más completo.

2.3. Experimentos de medición sin interacción

En el mismo artículo [2], los autores demostraron que es posible detectar la presencia de un objeto sin la necesidad de que el fotón interactúe con él. En otras palabras, demostraron experimentalmente el fenómeno de medición sin interacción. Para ello, utilizaron el método de conversión descendente paramétrica espontánea (SPDC por sus siglas en inglés) para crear fotones y luego enviar uno de ellos al interferómetro de Michelson, tal y como se muestra en la figura:

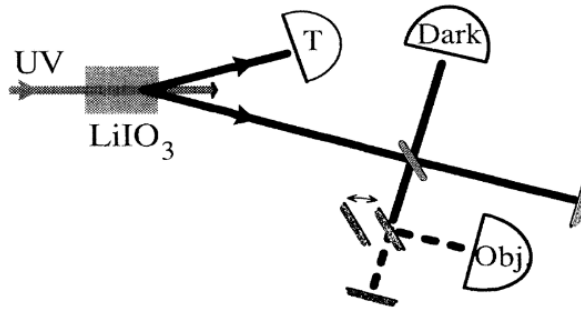


FIGURA 2.5: Configuración experimental que demuestra la medición sin interacción [2]

En la configuración experimental propuesta en el artículo, en vez de usar un fotón individual como en el caso del experimento mental de la bomba de Elitzur y Vaidman, se utiliza un par de fotones entrelazados. No obstante, para fines de estudiar el fenómeno de medición sin interacción sólo se le hace seguimiento al fotón que ingresa al interferómetro.

2.3.1. Creación de un par de fotones entrelazados

En primera instancia, un fotón UV entra al cristal $LiIO_3$, provocando que el fotón inicial se divida en dos fotones de menor energía entrelazados entre ellos. Uno de estos fotones es detectado directamente por el detector T , mientras que el otro fotón es enviado a un interferómetro de Michelson. Puesto que están correlacionados, el hecho de que uno de los fotones sea captado por el detector T es una manera de confirmar que el otro fotón ha sido creado y está listo para ser utilizado en el experimento.

En este interferómetro se tendrán los detectores D_{dark} , D_{object} y D_{bright} tal y como se muestra en la figura 2.5.

El objetivo de este experimento es medir la cantidad de coincidencias detectadas en 5 segundos en ambos detectores en función de la presencia de un objeto y de la reflectividad del beam splitter presente. Si D_T detecta un fotón, ya se sabe que su fotón gemelo existe en el sistema. Por ende, una vez detectado el fotón en D_{dark} o D_{obj} , se registra una de las siguientes coincidencias: $C(dark)$ (coincidencia entre D_T y D_{dark}) o $C(obj)$ (coincidencia entre D_T y D_{obj}).

2.3.2. Interferómetro de Michelson y medición sin interacción

Recordando el funcionamiento de este tipo de interferómetro descrito en la sección 1.5, una vez el campo eléctrico incidente termina de recorrer todo el interferómetro, el patrón de interferencia resultante se dirige hacia una pantalla. En el caso de la figura 2.5 para un beam splitter 50/50, el 100% de las veces el fotón interfiere de manera constructiva en el detector D_{bright} , y destructiva en el detector D_{dark} .

Al modificar el valor de reflectividad a $R = 43\%$, cuando no hay presencia de un objeto, no se detecta ninguna coincidencia C_{obj} , mientras que, aunque en una cantidad muy baja casi nula, sí es posible detectar coincidencias $C(Dark)$ (figura 2.6).

Introducción de un espejo móvil

A continuación, dado que se busca validar el fenómeno de medición sin interacción de manera experimental, con el fin de replicar la acción de la bomba, se prueba agregar a la configuración un espejo móvil que desvíe en 90° al fotón reflejado por el beam splitter hacia el detector D_{obj} . Esto emulará el mecanismo de absorción. Así, a diferencia del experimento de Elitzur y Vaidman, el objeto opaco está representado por el conjunto del espejo móvil y el detector D_{obj} . De este modo, una vez el fotón pasa por el beam splitter, adopta un estado superpuesto, cuya parte reflejada es a su vez reflejada por el espejo móvil y detectada por D_{obj} .

A diferencia de la configuración sin espejo móvil, para un beam splitter con $R = 43\%$, en el caso de la configuración descrita anteriormente, la tasa de coincidencias $C(\text{Dark})$ captadas en 5 segundos es de alrededor 1000, mientras que $C(\text{Obj})$ supera las 2000 coincidencias en 5 segundos, tal y como se rescata en el siguiente gráfico:

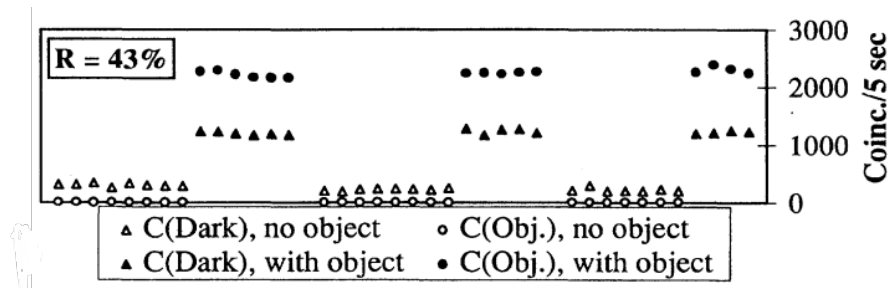


FIGURA 2.6: Tasa de coincidencias $C(\text{Dark})$ y $C(\text{Obj})$ en un experimento de medición sin interacción para $R = 43\%$ [2]

Los resultados del gráfico 2.6 muestran claramente que la tasa de coincidencias $C(\text{Dark})$ y $C(\text{Obj})$ medidas en 5 segundos varía dependiendo de la presencia del objeto: cuando el objeto no está presente, la interferencia cuántica es estable y todos los fotones llegan a D_{bright} , encontrándose los puertos D_{dark} y D_{obj} vacíos. Es por esto que las coincidencias $C(\text{Dark})$ son prácticamente nulas mientras que las coincidencias $C(\text{Obj})$ resultan completamente inexistentes. Esta ausencia de detección se debe a que la superposición de caminos en el interferómetro genera interferencia destructiva en D_{obj} y D_{dark} , pero constructiva en D_{bright} , asegurando que los fotones sigan un patrón predecible. Por otro lado, cuando el objeto está presente, la interferencia cuántica se rompe, lo que redistribuye la detección de fotones entre los tres detectores: además de las coincidencias esperables en D_{obj} , aparece una tasa importante de coincidencias en D_{dark} , lo que indica que la interferencia que antes evitaba su detección ya no está funcionando de la misma manera, modificando la trayectoria óptica debido a la presencia del objeto.

En síntesis, en presencia del espejo móvil, mientras que el hecho de que el fotón sea detectado por D_{obj} significa que el fotón fue absorbido, la detección en D_{bright} no nos brinda información nueva respecto a la medición. No obstante, dado que en presencia del objeto aparecen coincidencias entre el detector T y el detector D_{dark} que antes eran inexistentes, la manifestación de estas coincidencias se asocia directamente con la presencia del espejo móvil. Es decir, la ocurrencia de coincidencias $C(\text{Dark})$ evidencia la medición de la presencia del objeto sin la necesidad de que el fotón haya interactuado con él, comprobando así de manera experimental el fenómeno de medición sin interacción.

Introducción a la tesis

3.1. Objetivos

3.1.1. Objetivo general

El problema de la medición en mecánica cuántica surge de la aparente contradicción entre la evolución determinista de la función de onda y el carácter abrupto del colapso durante una medición. Esta tensión se agudiza al considerar que la teoría no especifica con precisión cuándo, cómo ni por qué ocurre dicho colapso, ni qué papel juega el observador en ese proceso. Así, se cuestiona si la medición es un acto físico real, una actualización de conocimiento o una limitación del formalismo, dejando abierta la pregunta sobre la naturaleza misma de la realidad cuántica. Es por ello que, en base a dicho cuestionamiento, nos planteamos como objetivo general la revisión crítica del postulado de medición en mecánica cuántica.

3.1.2. Objetivos específicos

1. Estudiar los fenómenos de no localidad y superposición que conducen a una medición sin interacción.
2. Analizar el colapso de la función de onda y la medición sin interacción según las perspectiva de cuatro interpretaciones/teorías fundamentales de la mecánica cuántica.

3.2. Detección de un objeto sin interacción: ingreso de un único fotón a un interferómetro de Mach-Zehnder con beam splitters de distinta reflectividad

El experimento original de Elitzur y Vaidman [1] planteaba el ingreso de un único fotón a un interferómetro de Mach-Zehnder con dos beam splitters 50/50 (estándar). Pero, ¿cómo evoluciona el sistema si los beam splitters tienen distinta reflectividad R ? Para poder resolver esta pregunta, se plantea el siguiente modelo matemático para los beam splitters 1 y 2, basado en la configuración descrita en la figura 2.1:

$$B(R_1) = \begin{pmatrix} \sqrt{1-R_1} & i\sqrt{R_1} \\ i\sqrt{R_1} & \sqrt{1-R_1} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$B(R_2) = \begin{pmatrix} \sqrt{1-R_2} & i\sqrt{R_2} \\ i\sqrt{R_2} & \sqrt{1-R_2} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Por otro lado, los operadores espejo y bomba se definen respectivamente:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

La idea de este modelo es analizar de qué manera influye la diferencia de coeficiente de reflectividad R entre ambos beam splitters sobre la probabilidad de detectar la bomba sin interacción con el fotón.

3.3. Modelo matemático para experimento de medición sin interacción en interferómetro de Michelson

Con el fin de explorar la eficiencia de una medición sin interacción en diferentes configuraciones experimentales, se desarrolló un modelo matemático basado en la descripción teórica del interferómetro de Michelson planteado en la sección 2.3.2. Para ello, se considera un beam splitter genérico en función de la transmisividad T y la reflectividad R , con $T = 1 - R$:

$$B(R) = \begin{pmatrix} \sqrt{T} & i\sqrt{R} \\ i\sqrt{R} & \sqrt{T} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Además, a diferencia del interferómetro de Mach-Zehnder donde los espejos reflejaban en 90° , en este caso el fotón cambia de dirección en 180° luego de pasar por el espejo, por lo que el espejo está representado matemáticamente por la siguiente matriz:

$$M = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

No obstante, si bien el experimento descrito en el artículo de Kwiat, Zeilinger y colaboradores [2] contempla fotones entrelazados, con el fin de simplificar el modelo teórico y, puesto que únicamente nos interesa el fotón que ingresa al sistema, consideraremos que este fotón incide con el estado $|\psi\rangle = |1\rangle$ y que la diferencia de caminos entre los brazos del interferómetro es cero.

A partir de esta formulación, se modela el recorrido del fotón a través del interferómetro de Michelson y se determinan las probabilidades asociadas a los distintos resultados posibles, tales como la absorción o la medición sin interacción. Los resultados obtenidos a partir de este modelo se presentan y analizan en la sección 4.2.

3.4. Detección de un objeto sin interacción: ingreso de dos fotones al interferómetro de Mach-Zehnder

Definición de operadores para un espacio de dos fotones

Ya se probó que es posible medir la presencia de un objeto (bomba) sin que el fotón interactúe con éste mediante el funcionamiento de un interferómetro de Mach-Zehnder en su versión cuántica. Pero, inspirándonos en el funcionamiento del efecto HOM, ¿qué ocurre cuando en vez de un único fotón, se considera el ingreso de dos fotones de manera simultánea al sistema? ¿De qué manera se verá afectada la eficiencia de una medición sin interacción en este sistema?

A diferencia de la configuración para un único fotón donde la base estaba definida por los vectores $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, en el espacio de dos fotones la base está definida por un conjunto de vectores que resultan del producto tensorial de los vectores base del espacio de un fotón:

$$|1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$|1\rangle \otimes |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$|2\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$|2\rangle \otimes |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

De igual modo, los operadores que representan al beam splitter, al espejo y a la bomba también deben ser modificados de manera análoga a los vectores base con el fin de que su dimensión sea acorde al espacio de dos fotones:

$$\hat{B}S = B \otimes B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i & i & -1 \\ i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & i \\ -1 & i & i & 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\hat{b}b = b \otimes b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\hat{M}M = M \otimes M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Donde \hat{B} , \hat{b} y \hat{M} representan las matrices beam splitter, bomba y espejo respectivamente en el espacio de un fotón; mientras que $\hat{B}S$, $\hat{b}b$ y $\hat{M}M$ representan las matrices beam splitter, bomba y espejo respectivamente en el espacio de dos fotones.

Al usar dos fotones para la detección, se llega a los resultados expuestos en las secciones 4.3 y 4.4, en donde al usar ciertos estados entrelazados para $N = 2$ beam splitters se obtienen los mismos resultados que en el experimento de Elitzur y Vaidman, y una eficiencia de $\eta \rightarrow 1$ al estudiar la evolución del estado incidente no entrelazado $|\psi\rangle = |11\rangle$ para $N \rightarrow \infty$ beam splitters.

3.5. Discusión sobre formalismo e interpretaciones de la mecánica cuántica

En cuanto al proceso de medición de la presencia de la bomba sin interacción, si bien no es tocada por el fotón, aparentemente la bomba sí interactúa con la función de onda. Se puede interpretar que el estado del fotón, antes de llegar al detector, se encuentra espacialmente distribuido por todo el interferómetro. De los postulados de la mecánica cuántica, recordemos que el estado de cualquier sistema físico en un instante dado t puede ser descrito por un estado (función de onda) $|\psi(t)\rangle$ evolucionando de acuerdo a la ecuación de movimiento. En este caso, la función de onda describe el estado del fotón en un instante t , por lo cual, cabe cuestionarse, ¿cómo se define entonces el concepto de interacción cuando se efectúa una medición? Si durante el intervalo de tiempo en que se efectúa la medición se modifica el Hamiltoniano original que describe al sistema mediante la incorporación de un término no hermítico, estaremos modelando una interacción. Al modelar esta interacción durante el proceso de medición, estaremos simulando un sistema cuántico abierto [11]. El detalle de esta discusión se encuentra en la sección 4.5.2.

Por otro lado, uno de los principales desafíos de la mecánica cuántica radica en su interpretación, dando lugar así a diversas teorías e interpretaciones que buscan darle un significado a estas interrogantes. En base a lo anterior, es que decidimos retomar dichos debates y discusiones en el capítulo 5, e interpretar en base a ellos los resultados del experimento mental de Elitzur y Vaidman en la sección 5.3.

Resultados y discusiones

4.1. Detección de un objeto sin interacción: ingreso de un único fotón a un interferómetro de Mach-Zehnder con beam splitters de distinta reflectividad

4.1.1. Interferómetro de Mach-Zehnder sin objeto absorbente

Considerando el estado $|\psi\rangle = |1\rangle$ como el estado del fotón incidente, sea el estado final $|\psi_f\rangle$ una vez que el fotón atraviese todo el interferómetro:

$$\begin{aligned}
 |\psi_f\rangle &= \hat{B}(R_2)\hat{M}\hat{B}(R_1)|1\rangle \\
 &= \hat{B}(R_2)\hat{M}(\sqrt{1-R_1}|1\rangle + i\sqrt{R_1}|2\rangle) \\
 &= \hat{B}(R_2)(i\sqrt{1-R_1}|2\rangle - \sqrt{R_1}|1\rangle) \\
 &= -(\sqrt{R_1}\sqrt{1-R_2} + \sqrt{1-R_1}\sqrt{R_2})|1\rangle + i(\sqrt{1-R_1}\sqrt{1-R_2} - \sqrt{R_1}\sqrt{R_2})|2\rangle
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

A continuación, se muestra matemáticamente las variables $P_{d1}(R_1, R_2)$ y $P_{d2}(R_1, R_2)$, definidas como la probabilidad de que el fotón llegue al detector 1 y al detector 2 respectivamente:

$$P_{d1}(R_1, R_2) = |\sqrt{R_1}\sqrt{1-R_2} + \sqrt{1-R_1}\sqrt{R_2}|^2 \tag{4.2}$$

$$P_{d2}(R_1, R_2) = |\sqrt{1-R_1}\sqrt{1-R_2} - \sqrt{R_1}\sqrt{R_2}|^2 \tag{4.3}$$

Con el fin de estudiar el comportamiento de $P_{d2}(R_1, R_2)$ en función de la reflectividad del primer beam splitter, se considera R_2 como un valor fijo, de tal forma que el comportamiento de dichas funciones dependa únicamente de la variable R_1 :

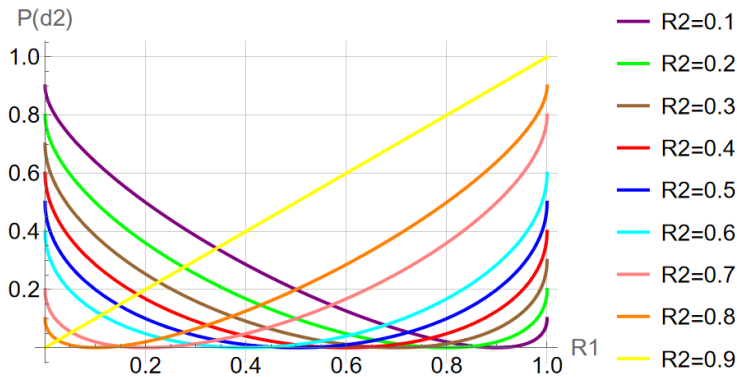


FIGURA 4.1: Probabilidad de que el fotón sea detectado por el detector 2 en función de la reflectividad del primer beam splitter

Recordemos que cuando no hay objeto opaco presente en la dirección $|2\rangle$ luego del primer beam splitter, lo ideal es que $P_{d2}(R_1, R_2)$ sea igual a cero para que haya interferencia destructiva en el detector D_2 y constructiva en D_1 . De este modo, cuando se estudie el fenómeno de interferencia con un objeto opaco y absorbente en el brazo del interferómetro ubicado en dirección $|2\rangle$ y que haya interferencia constructiva en D_2 , será señal de que dicho detector captó la presencia de la bomba sin que el fotón interactuara con ella. Por lo tanto, se utilizará dicho criterio para escoger la reflectividad óptima del segundo beam splitter. En efecto, se observa que el comportamiento de $P_{d2}(R_1, R_2)$ presenta una dependencia cuadrática con respecto a R_1 , cuyas características cambian notoriamente según el valor de R_2 . Para valores bajos de R_2 , la probabilidad $P_{d2}(R_1, R_2)$ parte desde un valor relativamente alto para luego disminuir monótonamente conforme R_1 aumenta, alcanzando valores mínimos cercanos a cero cuando R_1 se aproxima a 1. Es decir, que a medida que R_2 incrementa, las curvas experimentan un cambio en su forma: se observa un mínimo cada vez más definido que se desplaza hacia valores intermedios de R_1 . Este mínimo representa un punto de interferencia destructiva entre los caminos del interferómetro, donde la probabilidad de detección en el detector 2 es mínima. En el extremo opuesto, para $R_2 = 1$, la curva se transforma en una función creciente lineal, indicando que P_{d2} crece proporcionalmente con R_1 , alcanzando su máximo valor de 1 cuando ambos coeficientes de reflectividad R_1 y R_2 son iguales y máximos.

Por otro lado, resulta interesante constatar que para que haya interferencia destructiva en D_2 , se cumple que $R_1 + R_2 = 1$ para todos los casos estudiados:

Reflectividad del primer beam splitter	Reflectividad del segundo beam splitter
$R_1 = 0,1$	$R_2 \rightarrow 0,9$
$R_1 = 0,2$	$R_2 \rightarrow 0,8$
$R_1 = 0,3$	$R_2 \rightarrow 0,7$
$R_1 = 0,4$	$R_2 \rightarrow 0,6$
$R_1 = 0,5$	$R_2 \rightarrow 0,5$
$R_1 = 0,6$	$R_2 \rightarrow 0,4$
$R_1 = 0,7$	$R_2 \rightarrow 0,3$
$R_1 = 0,8$	$R_2 \rightarrow 0,2$
$R_1 = 0,9$	$R_2 \rightarrow 0,1$

CUADRO 4.1: Condiciones de interferencia destructiva en D_2 según R_1 y R_2

Así, basándonos en las combinaciones de (R_1, R_2) de la figura 4.1 para las cuales hay interferencia destructiva en D_2 , se definen las siguientes combinaciones de reflectividades que serán utilizadas en este modelo:










	Color	(R1, R2)
	Amarillo	(R1 = 0.1, R2 = 0.9)
	Naranja	(R1 = 0.2, R2 = 0.8)
	Rosado	(R1 = 0.3, R2 = 0.7)
	Cyan	(R1 = 0.4, R2 = 0.6)
	Azul	(R1 = 0.5, R2 = 0.5)
	Rojo	(R1 = 0.6, R2 = 0.4)
	Café	(R1 = 0.7, R2 = 0.3)
	Verde	(R1 = 0.8, R2 = 0.2)
	Púrpura	(R1 = 0.9, R2 = 0.1)

FIGURA 4.2: Combinaciones de R_1 y R_2 para las cuales ocurre interferencia destructiva en D_2

En resumen, el gráfico revela cómo la configuración de reflectividades en los divisores de haz (R_1 y R_2) determina la probabilidad de detección en el interferómetro, incluso en ausencia de un objeto, debido a los efectos de interferencia cuántica. Estos resultados son fundamentales para optimizar la configuración experimental en esquemas de medición sin interacción, ya que permiten identificar condiciones en las que la detección en D_2 es mínima o máxima, en función de los parámetros ópticos del sistema.

4.1.2. Interferómetro de Mach-Zehnder con objeto absorbente en uno de los brazos (figura 3.1)

Probabilidad de detección de la bomba sin interacción con el fotón

Se introduce a continuación un objeto opaco (en este caso, una “bomba”) que explota apenas es tocado por el fotón, siendo éste absorbido. Matemáticamente hablando, al aplicar el operador \hat{b} a un estado $|\psi\rangle = a_1|1\rangle + a_2|2\rangle$, el estado $|2\rangle$ se convierte al estado $|scattered\rangle$ fuera del espacio de Hilbert del fotón, tal que $\hat{b}|\psi\rangle = a_1|1\rangle + a_2|scattered\rangle$ [1].

Dicho esto, el estado final tras la evolución completa en el interferómetro está descrito por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 |\psi_f\rangle &= \hat{B}(R_2)\hat{M}\hat{b}\hat{B}(R_1)|1\rangle \\
 &= \hat{B}(R_2)\hat{M}\hat{b}(\sqrt{1-R_1}|1\rangle + i\sqrt{R_1}|2\rangle) \\
 &= \hat{B}(R_2)(i\sqrt{1-R_1}|1\rangle + i\sqrt{R_1}|scattered\rangle) \\
 &= (-\sqrt{1-R_1}\sqrt{R_2})|1\rangle + (i\sqrt{1-R_1}\sqrt{1-R_2})|2\rangle + i\sqrt{R_1}|scattered\rangle
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

En base al estado $|\psi_f\rangle$, se obtiene en función de R_1 y R_2 la probabilidad de los siguientes eventos: absorción del fotón ($P(abs)$), detección de la bomba sin interacción con el fotón ($P(D_2)$) y detección del fotón en el D_1 :

$$P(abs) = |\sqrt{R_1}|^2 \tag{4.5}$$

$$P(D_2) = |\sqrt{1-R_1}\sqrt{1-R_2}|^2 \tag{4.6}$$

$$P(D_1) = |\sqrt{1-R_1}\sqrt{R_2}|^2 \tag{4.7}$$

A continuación, dado que la probabilidad de que la bomba explote sólo depende de R_1 , se grafican los modelos de estas probabilidades en función de R_1 con R_2 fijo:

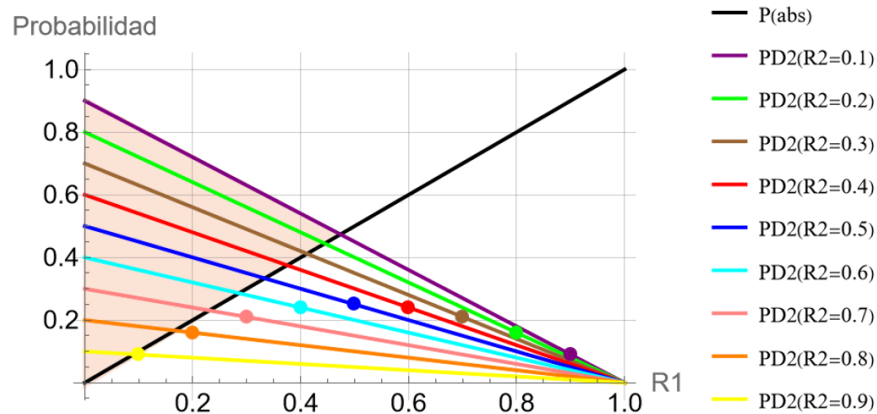


FIGURA 4.3: Probabilidad $PD_2(R_2)$ de detectar la bomba sin interacción y $P(abs)$ de que la bomba explote en función de R_1

A diferencia de la sección 4.1.1, esta vez los modelos de probabilidad son lineales: mientras la probabilidad de que la bomba explote se acrecenta a mayor R_1 , la probabilidad de detectar este objeto sin interacción disminuye a medida que R_1 aumenta. Esto debido a que $P(abs)$ es directamente proporcional a R_1 , ya que la bomba está ubicada justo a la salida de la componente reflejada del primer beam splitter, es decir, en la dirección $|2\rangle$.

Por otro lado, puesto que estamos buscando modelos donde una medición sin interacción sea lo más eficiente posible, la probabilidad $P(D_2)$ de detección sin interacción de la bomba debe ser mayor o, en su defecto, igual a la probabilidad $P(abs)$ de que la bomba explote. No obstante, dicha condición sólo se cumple en el intervalo sombreado en naranja, dentro del cual no se cumple en ningún momento la condición $R_1 + R_2 = 1$. Por lo tanto, aunque su eficiencia no sea máxima, nos quedaremos con la siguiente gráfica cuyas coordenadas sí cumplen con las condiciones impuestas para una detección sin interacción:

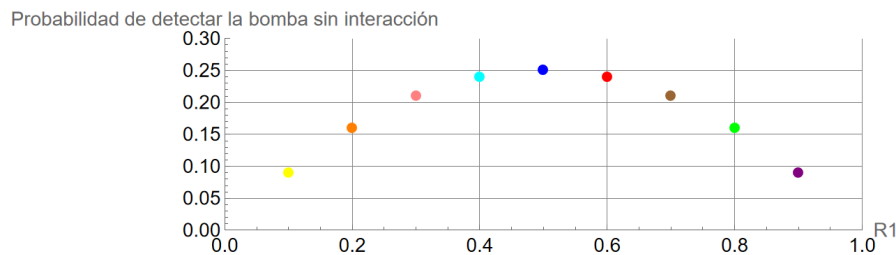


FIGURA 4.4: Probabilidad de detectar la bomba sin interacción

Es posible notar que el interferómetro de Mach-Zehnder estándar (50/50) sigue siendo, bajo estas condiciones, la configuración que detecta con mayor probabilidad la presencia de la bomba sin interacción. Sin embargo, dado que la probabilidad de que la bomba explote es menor conforme la reflectividad del primer beam splitter decrece, ¿qué ocurre si se analiza las probabilidades de detectar la bomba sin interacción y de que la bomba explote en una misma variable?

Eficiencia de una medición sin interacción

Para determinar la eficiencia de este sistema no basta únicamente con calcular la probabilidad de una medición sin interacción, sino que también se debe considerar la probabilidad de que la bomba explote y analizar de qué forma la probabilidad de detectar la bomba sin interacción compensa el riesgo de que esta detone, asociado a un mayor valor de R_1 . Para ello, recordando la ecuación 2.15 que define la eficiencia del

sistema, sea $\eta(R_1, R_2)$ el parámetro que nos permitirá evaluar la eficiencia de una medición sin interacción en este sistema:

$$\eta(R_1, R_2) = \frac{P(D_2)}{P(D_2) + P(abs)} \quad (4.8)$$

Graficando a continuación dicha eficiencia $\eta(R_1, R_2)$ en función de la reflectividad del primer beam splitter:

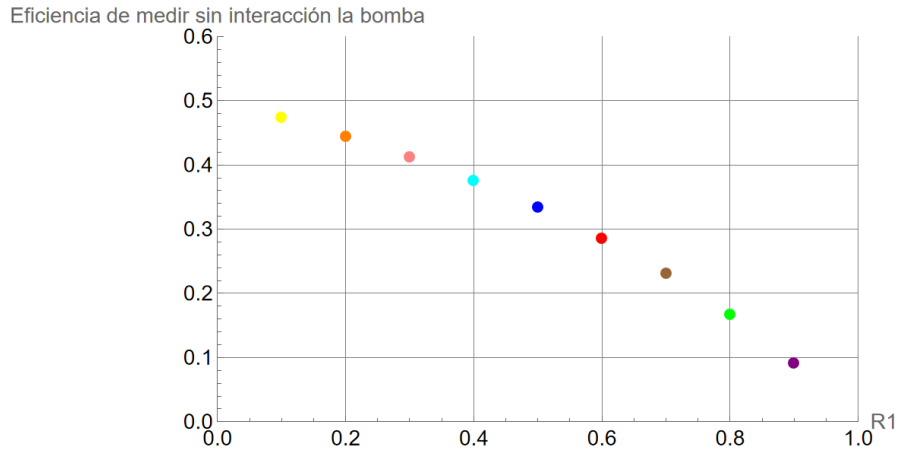


FIGURA 4.5: Eficiencia del sistema en función de R_1

De la figura 4.5 es posible ver que al considerar un modelo con $R_1 \neq R_2$ con $R_1 < 0,5$, sí es posible mejorar la eficiencia con respecto a la configuración estándar del interferómetro de Mach-Zehnder. Es más, cuando $R_1 \rightarrow 0$, se cumple lo siguiente:

$$\lim_{R_1 \rightarrow 0} \eta(R_1, R_2) = \frac{1}{2} \quad (4.9)$$

En otras palabras, mientras menor sea la reflectividad del primer beam splitter, mejor será la eficiencia del sistema. De hecho, con $\sigma\%$ la tasa de mejora en la eficiencia del sistema:

$$\sigma\% = \frac{\eta(R_1 \rightarrow 0) - \eta(R_1 = 1/2)}{1/2} \cdot 100 = 50\%$$

Al considerar $R_1 \rightarrow 0$, la eficiencia del sistema mejora en un 50 % en comparación a la configuración original de Elitzur y Vaidman [1].

Ahora que ya se sabe que es posible efectuar una mejoría en la eficiencia de la configuración para $R_1 < 0,5$, cabe preguntarse, ¿es posible mejorar otros parámetros de esta configuración bajo esta misma condición?

Cantidad de veces que la bomba explota

Considerando $\xi(R_1, R_2)$ el número de fotones necesarios para obtener una medición sin interacción, la cantidad de veces esperada que la bomba explotará se calcula como:

$$N_{abs} = R_1 \cdot \xi(R_1, R_2) = \frac{R_1}{P(D_2)} \quad (4.10)$$

Variable que, graficada, queda de la siguiente manera:

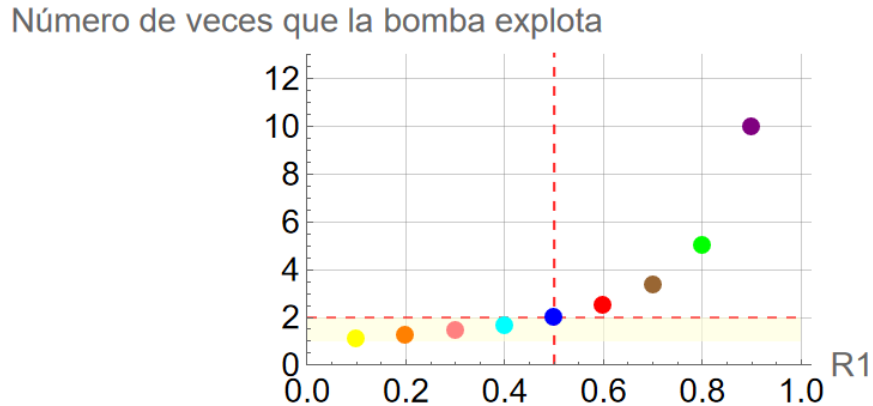


FIGURA 4.6: Cantidad de veces esperadas que la bomba explota

Considerando las coordenadas para la configuración en la cual las reflectividades de ambos beam splitters son iguales (punto azul) como el interferómetro de Mach-Zehnder estándar, todas las configuraciones que contemplen un valor inferior a $N_{abs} = 2$ en el eje y, serán consideradas como una mejor opción que el experimento estándar, ya que, bajo este modelo y dichas condiciones, existe una mejoría relacionada a la cantidad de fotones absorbidos.

Así, es posible nuevamente notar que, cuando $R_1 \rightarrow 0$, menor será la cantidad de fotones absorbidos (equivalente al número de veces que la bomba explota). Por ende, analizar la cantidad de veces que la boba explota es otra manera de validar que a menor R_1 , mejor es la eficiencia del sistema para medir sin interacción.

Si bien en base a los parámetros anteriormente estudiados sí se logra demostrar que, en efecto es posible mejorar la eficiencia del sistema en relación a la configuración propuesta por Elitzur y Vaidman, cabe cuestionarse cuáles son los costos experimentales que deben pagarse para poder realizar dichos montajes, y así evaluar la plausibilidad de éstos.

Cantidad de fotones necesarios para realizar una medición sin interacción

La forma más tangible de evaluar la plausibilidad real de las configuraciones que suponen una mejoría en la eficiencia de una medición sin interacción, es evaluando los costos experimentales. Para ello, se estudió la variable $\xi(R_1, R_2)$, que equivale a estudiar cuántos fotones se necesitan para poder realizar una sola medición sin interacción de la bomba. Así:

$$\xi(R_1, R_2) = \frac{1}{P(D_2)} \quad (4.11)$$

De este modo, se procede a modelar la variable $\xi(R_1, R_2)$:

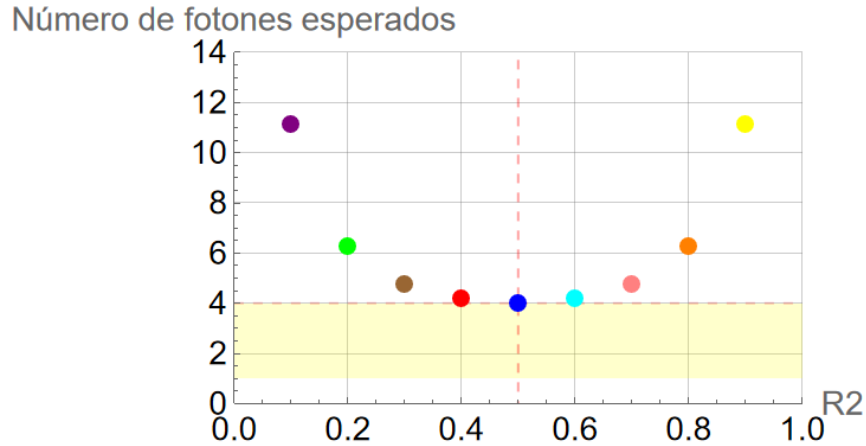


FIGURA 4.7: Cantidad de fotones necesarios para poder detectar una vez la presencia de la bomba sin interacción

En base a la figura 4.7, se puede ver que la versión cuántica estándar del interferómetro de Mach-Zehnder sigue siendo la más conveniente en relación a la cantidad de fotones necesarios para poder detectar una vez la presencia de la bomba sin interacción, puesto que sólo necesita cuatro.

Por otro lado, dado el comportamiento parabólico de la curva, vemos que es simétrica en $R_2 = 0,5$. Además, como la relación $R_1 + R_2 = 1$ implica que R_1 y R_2 son complementarios, los puntos $\xi(R_1, 1 - R_1)$ y $\xi(1 - R_1, R_1)$ coinciden en la cantidad de fotones necesarios para poder realizar una medición sin interacción. Por ello, si bien la configuración con $R_1 = 0,1$ y $R_2 = 0,9$ era la más eficiente dentro del conjunto de combinaciones (R_1, R_2) , debido a lo anteriormente explicado, se cumple que $\xi(0,1, 0,9) = \xi(0,9, 0,1)$. En otras palabras, el costo experimental de medir la presencia de la bomba de la manera más eficiente posible es el mismo que medir la presencia de la bomba con a configuración experimental menos eficiente, es decir, que se necesitan 12 fotones para lograr **una** medición sin interacción exitosa, versus los 4 fotones necesarios en la configuración con $R_1 = R_2 = \frac{1}{2}$.

En resumen, el análisis realizado evidencia que modificar la reflectividad de los beam splitters en un sistema con un único fotón incidente puede traducirse en mejoras significativas en términos de eficiencia de detección sin interacción. En particular, se observó que ciertas combinaciones asimétricas de reflectividades (especialmente aquellas que se alejan del caso simétrico $R_1 = R_2 = 0,5$) permiten alcanzar eficiencias más altas, e incluso reducir el número de intentos necesarios para lograr una medición sin interacción exitosa.

Estas configuraciones, por tanto, parecen prometedoras puesto que demuestran que la eficiencia del sistema puede ser optimizada. Sin embargo, esta mejora viene acompañada de un costo experimental no menor: la necesidad de fabricar y calibrar con precisión beam splitters con reflectividades específicas y distintas entre sí, manteniendo además la coherencia del sistema en cada iteración. Este nivel de control y estabilidad representa un desafío técnico importante, por tanto, si bien estas configuraciones ofrecen una vía atractiva para mejorar la eficiencia del esquema de detección sin interacción con un solo fotón, su implementación práctica requiere una infraestructura óptica altamente precisa y estable, lo que impone un límite realista a su aplicabilidad experimental. No obstante, de lograr superar con éxito dicho “límite”, parece un costo óptimo a pagar considerando que la eficiencia de una medición sin interacción se incrementa en un 50% al considerar $R_1 \rightarrow 0$.

4.2. Eficiencia de medición sin interacción para un sistema de un fotón en un interferómetro de Michelson

4.2.1. Interferómetro de Michelson sin objeto

Al igual que en el caso del interferómetro de Mach-Zehnder, el fotón incidente se regirá por la secuencia B(R)-espejo-B(R)-detector. Bajo esta premisa, el estado final del fotón incidente es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 |\psi_f\rangle &= \hat{B}(R)\hat{M}\hat{B}(R)|1\rangle \\
 &= \hat{B}(R)\hat{M}\left[(\sqrt{1-R})|1\rangle + i\sqrt{R}|2\rangle\right] \\
 &= \hat{B}(R)\left[i\sqrt{1-R}|1\rangle - \sqrt{R}|2\rangle\right] \\
 &= (i(1-R) - iR)|1\rangle - 2\sqrt{R(1-R)}|2\rangle
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

En base a esto, es posible graficar la probabilidad $P(Dark)$ de que el fotón llegue al detector Dark (interferencia destructiva) y la probabilidad $P(Bright)$ de que el fotón llegue a la pantalla (interferencia constructiva), ambas en función de la reflectividad del beam splitter. Para ello, se considera $P(Bright) = |2\sqrt{R(1-R)}|^2$ y $P(Dark) = |i(1-R) - iR|^2$.

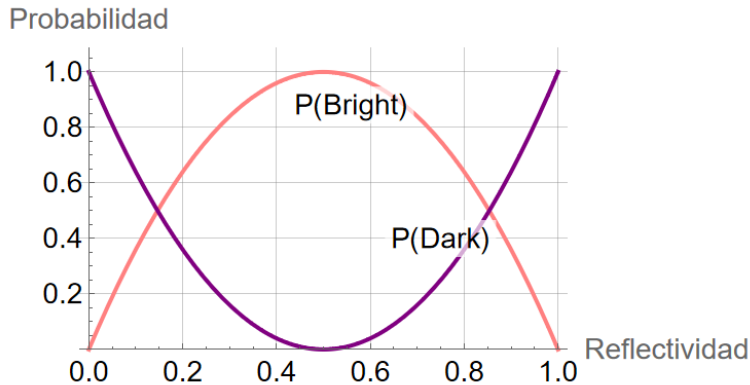


FIGURA 4.8: Probabilidad de que el fotón sea detectado por los detectores D_{dark} y D_{bright} en función de la reflectividad del beam splitter

En base al gráfico 4.8, dado el carácter parabólico de la curva se deduce que el beam splitter más eficiente para que el fotón llegue al detector Bright sin que haya interferencia destructiva en un interferómetro de Michelson es un beam splitter 50/50. Es decir, que de querer utilizar un interferómetro de Michelson para hacer una medición sin interacción, sólo se puede hacer utilizando un beam splitter con reflectividad $R = 0,5$.

4.2.2. Interferómetro de Michelson con espejo móvil y detector Object

Para esta parte del experimento, nos basaremos en la configuración descrita en la imagen 2.5. Al igual que en el caso de un interferómetro de Michelson sin objeto, el estado del fotón incidente lo seguiremos considerando como $|\psi\rangle = |1\rangle$ y la matriz asociada al beam splitter se mantiene descrita por la ecuación 3.5. Sin embargo, la diferencia viene cuando el fotón pasa por el beam splitter y éste lo divide: la componente transmitida pasará por el espejo M descrito por la ecuación 3.6, mientras que la componente reflejada pasará por el espejo móvil M' , representado por la matriz descrita a continuación:

$$M' = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{4.13}$$

Así, una vez la componente reflejada pase por este espejo, ésta será detectada por el detector D_{Object} , ubicado en la dirección $|2\rangle$.

Se analiza a continuación las ecuaciones de este modelo que incluye al espejo móvil y el detector Object:

Estado luego del paso por el Beam Splitter

Luego del paso por el beam splitter general, el estado resultante es el siguiente:

$$\hat{B}(R)|1\rangle = (\sqrt{1-R})|1\rangle + i\sqrt{R}|2\rangle \quad (4.14)$$

Así, luego del paso por el beam splitter, se tendrá dos componentes: la componente transmitida $|\psi_t\rangle = (\sqrt{1-R})|1\rangle$ y la componente reflejada $|\psi_r\rangle = i\sqrt{R}|2\rangle$.

Estado final componente transmitida

La componente transmitida $|\psi_t\rangle$ seguirá la siguiente secuencia:

$$\begin{aligned} |\psi_{ft}\rangle &= \hat{B}(R)\hat{M}(\sqrt{1-R})|1\rangle \\ &= i(\sqrt{1-R})\hat{B}(R)|1\rangle \\ &= i(1-R)|1\rangle - \sqrt{R}\sqrt{1-R}|2\rangle \end{aligned} \quad (4.15)$$

De este modo, el estado del fotón que llega al detector Bright y al detector Dark son, respectivamente:

$$|\psi_{Bright}\rangle = -\sqrt{R}\sqrt{1-R}|2\rangle \quad (4.16)$$

$$|\psi_{Dark}\rangle = i(1-R)|1\rangle \quad (4.17)$$

Por lo cual, la probabilidad $P(Dark)$ y $P(Bright)$ de que el fotón llegue al detector Dark y al detector Bright son, respectivamente:

$$P(Dark) = |i(1-R)|^2 \quad (4.18)$$

$$P(Bright) = |\sqrt{R}\sqrt{1-R}|^2 \quad (4.19)$$

Estado final componente reflejada

En el caso de la componente reflejada, recordemos que el espejo ya no será plano, sino que obedecerá a la ecuación 4.13, y que, luego de ser reflejado, a diferencia de la componente transmitida, no vuelve a pasar por el beam splitter, sino que se desvía directo al detector Object:

$$\begin{aligned} |\psi_{fr}\rangle &= \hat{M}'i\sqrt{R}|2\rangle \\ &= -\sqrt{R}|1\rangle \end{aligned} \quad (4.20)$$

En base a esto, la probabilidad de detectar el objeto, vale decir, que el fotón llegue al detector Object, viene dada por:

$$P(Object) = |\sqrt{R}|^2 \quad (4.21)$$

4.2.3. Probabilidad de que el fotón sea detectado por el detector Dark y Object en función de la reflectividad del beam splitter

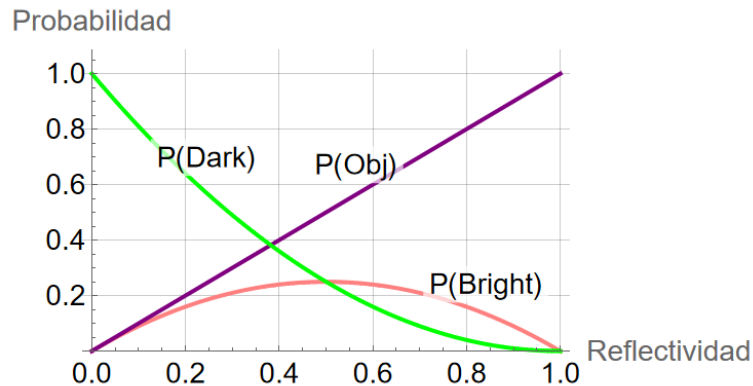


FIGURA 4.9: Probabilidad de que el fotón sea detectado por los diferentes detectores en función de la reflectividad del beam splitter

El objetivo de este experimento IFM en un interferómetro de Michelson y un espejo móvil es incrementar la probabilidad de que el fotón sea detectado por el detector Dark y disminuir hasta donde sea posible la detección del fotón por el detector Object. Es otras palabras, maximizar la probabilidad de detección del objeto sin interacción con el fotón, y minimizar lo máximo posible la probabilidad de que el fotón sea absorbido.

A continuación se presenta el modelo matemático de la eficiencia η_{IFM} de una medición sin interacción para el experimento 2.5:

$$\eta_{IFM} = \frac{P(Dark)}{P(Dark) + P(Object)} \quad (4.22)$$

Graficando este parámetro en función de la reflectividad del beam splitter:

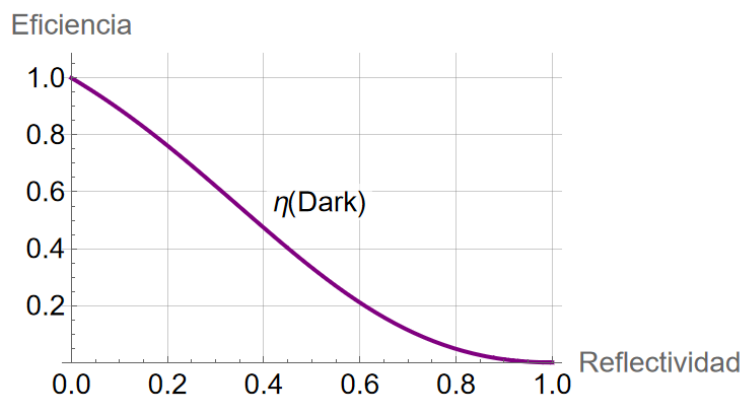


FIGURA 4.10: Eficiencia de una medición sin interacción en función de la reflectividad del Beam Splitter

En síntesis, cuando se trata de un interferómetro de Michelson sin objeto, ni siquiera en todos los casos el fotón llega el 100% de las veces a la pantalla (detector Bright), ya que, la probabilidad de que sea detectado por el detector Bright obedece a un modelo cuadrático en función de la reflectividad R del beam splitter, tal que $f_{bright}(R) = 4R - 4R^2$ (ver gráfico 4.8). En este caso, el interferómetro de Michelson estándar (50/50)

sigue siendo la mejor configuración, ya que en $R = 0,5$ se maximiza la probabilidad de detección por parte del detector Bright, es decir, que se maximiza la probabilidad de una interferencia constructiva.

En el caso del interferómetro de Michelson con espejo móvil, luego de que el fotón se refleje tras su primer paso por el beam splitter, la probabilidad de que éste sea detectado por el detector Object obedece a un modelo lineal $f_{Obj}(R) = R$ donde a mayor reflectividad R del beam splitter, mayor es la probabilidad de que el fotón sea detectado por D_{obj} . No obstante, la probabilidad de que el fotón llegue al detector Dark, que es el evento que nos interesa, obedece al modelo cuadrático $f_{Dark}(R) = (1 - R)^2$. Tomando en consideración los modelos $f_{Obj}(R)$ y $f_{Dark}(R)$ se modela la eficiencia η_{IFM} de una medición sin interacción (figura 4.9), en donde es posible apreciar que la eficiencia de una medición sin interacción decrece a medida que la reflectividad del beam splitter aumenta. Sin embargo, considerando que únicamente es posible realizar una medición sin interacción cuando $R = 0,5$, se obtienen las siguientes probabilidades y eficiencia η :

- $P(\text{Bright}) = 0,25$
- $P(\text{Dark}) = P(\text{det}) = 0,25$
- $P(\text{Abs}) = 0,5$
- $\eta = \frac{1}{3}$

En resumen, modificando un interferómetro de Michelson de tal forma que el espejo que desvía a la componente reflejada por el beam splitter refleje en 90° en vez de 180° , se obtiene una configuración que permite de manera eficiente la detección sin interacción de un objeto. No obstante, el uso de esta configuración sólo es válido para un único valor R , con $R = 0,5$. Si bien se obtiene la misma probabilidad de detección sin interacción $P(\text{det})$ y la misma eficiencia η que para el estudio de medición sin interacción en un interferómetro de Mach-Zehnder cuántico estándar, la ventaja de usar un interferómetro de Michelson sin diferencia de caminos es que es un experimento más replicable a nivel laboratorio que el caso de interferómetro de Mach-Zehnder.

4.3. Eficiencia de medición sin interacción para un sistema de dos fotones y N=2 beam splitters en un interferómetro de Mach-Zehnder

4.3.1. Ingreso de fotones en estado entrelazado

Estado de Bell $|\beta_{11}\rangle$

A continuación, consideremos la figura 2.1, sólo que esta vez, en lugar de ingresar un único fotón, ingresarán dos de manera simultánea: uno en dirección $|1\rangle$ hacia la derecha, y otro en dirección $|2\rangle$ hacia arriba. En este caso, el estado inicial del sistema vendrá dado por el siguiente estado de Bell:

$$|\beta_{11}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle + |22\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Al igual que en el caso de la sección 2.1 para dos beam splitters 50/50, el estado que ingresa obedece a la secuencia BS-bomba-espejo-BS-detectores, lo cual, matemáticamente, se expresa de la siguiente manera:

$$(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\beta_{11}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})\frac{i}{\sqrt{2}}(|12\rangle + |21\rangle) \quad (4.24)$$

Dado que los fotones que tienen un estado entrelazado del tipo $|j, 2\rangle$ ó $|2, j\rangle$, con $j = 1, 2$ corresponden al camino (**1'**) de la figura 2.1 (es decir, después del objeto absorbente), estas componentes serán “absorbidas” por

la bomba. Es decir, que tanto $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}b)|12\rangle$ como $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}b)|21\rangle$ se transforman en el estado $\frac{1}{\sqrt{2}}|scattered\rangle$, donde $|scattered\rangle$ es el estado que considera la explosión de la bomba. Una vez los fotones pasan por el camino de la bomba, tanto el camino **(1')** como **(2')** se eliminan.

Así, se obtiene que el estado final $|\psi_{\beta_{11}}\rangle$ una vez que $|\beta_{11}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{\beta_{11}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|scattered\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|scattered\rangle \quad (4.25)$$

De esta forma, se obtiene que la probabilidad de ocurrencia del estado $|scattered\rangle$ es de $P(scattered) = 2 \cdot |\frac{1}{\sqrt{2}}|^2$. Es decir, que hay 100% de probabilidad de que la bomba explote cuando es el estado de Bell β_{11} el que ingresa al interferómetro.

Estado de Bell $|\beta_{12}\rangle$

A continuación, consideremos el siguiente estado de Bell:

$$|\beta_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|12\rangle + |21\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

En este caso, el estado final $|\psi_{\beta_{12}}\rangle$ se calcula de la siguiente forma:

$$|\psi_{\beta_{12}}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}b)(\hat{B}S)|\beta_{12}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}b)\frac{i}{\sqrt{2}}(|11\rangle + |22\rangle) \quad (4.27)$$

Donde la componente $\frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}b)|22\rangle$ se convertirá en el estado $\frac{i}{\sqrt{2}}|scattered\rangle$.

Continuando con la secuencia:

$$|\psi_{\beta_{12}}\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}b)|11\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|scattered\rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}}\hat{B}S|22\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|scattered\rangle \quad (4.28)$$

De esta manera, se obtiene que el estado final $|\psi_{\beta_{12}}\rangle$ una vez que $|\beta_{12}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{\beta_{12}}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(i|11\rangle + |12\rangle + |21\rangle - i|22\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}|scattered\rangle \quad (4.29)$$

Las probabilidades del estado final corresponden a las siguientes:

- $|11\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|12\rangle + |21\rangle$, un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{4}$.
- $|22\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|scattered\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{1}{2}$.

Estado de Bell $|\beta_{21}\rangle$

Prosigamos con el siguiente estado de Bell:

$$|\beta_{21}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle - |22\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Calculando el estado final $|\psi_{\beta_{21}}\rangle$:

$$|\psi_{\beta_{21}}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\beta_{21}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})\frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle - |22\rangle) \quad (4.31)$$

En este caso, $-\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})|22\rangle$ se convertirá en el estado $-\frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle$.

Prosiguiendo:

$$|\psi_{\beta_{21}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})|11\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}S|22\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \quad (4.32)$$

De esta manera, se obtiene que el estado final $|\psi_{\beta_{21}}\rangle$ una vez que $|\beta_{21}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{\beta_{21}}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|11\rangle - i|12\rangle - i|21\rangle - |22\rangle) - \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \quad (4.33)$$

Las probabilidades del estado final corresponden a las siguientes:

- $|11\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|12\rangle + |21\rangle$, un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{4}$.
- $|22\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|\text{scattered}\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{1}{2}$.

Estado de Bell $|\beta_{22}\rangle$

Finalmente, consideremos el último estado de Bell:

$$|\beta_{22}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|12\rangle - |21\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

En este caso, el estado final $|\psi_{\beta_{22}}\rangle$ se calcula de la siguiente manera:

$$|\psi_{\beta_{22}}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\beta_{22}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})\frac{1}{\sqrt{2}}(|12\rangle - |21\rangle) \quad (4.35)$$

Al igual que en la ecuación 4.24, tanto $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})|12\rangle$ como $-\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})|21\rangle$ se transforman en el estado $\frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle$:

$$|\psi_{\beta_{22}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \quad (4.36)$$

De esta forma, se obtiene que la probabilidad de ocurrencia del estado $|scattered\rangle$ es de $P(scattered) = 2 \cdot |\frac{1}{\sqrt{2}}|^2$. Es decir, que hay 100 % de probabilidad de que la bomba explote cuando es el estado de Bell β_{22} el que ingresa al interferómetro.

En suma, es posible notar que dependiendo del estado de Bell que ingrese al sistema es si la probabilidad de que la bomba explote es de 50 % ó 100 %. Supongamos un estado incidente del tipo $|\beta_{ij}\rangle$:

- Si $i = j$, la probabilidad de que la bomba explote es del 100 %.
- Si $i \neq j$, la probabilidad de que la bomba explote es del 50 %.

En resumen, si se contempla un sistema de dos fotones y un estado incidente del tipo $|\beta_{ij}\rangle$ y N=2 beam splitters, es conveniente considerar $i \neq j$ para que la probabilidad de detección sin interacción sea $P(det) = 0,25$. Es decir, en el mejor de los casos, recordando la ecuación de la eficiencia 2.17, se obtiene que $\eta = \frac{1}{3}$, vale decir, la misma tasa de eficiencia que en el caso de un único fotón con estado incidente $|1\rangle$. No obstante, dado que es un sistema más complejo, no se justifica trabajar con fotones entrelazados.

4.3.2. Ingreso de fotones en estados no entrelazados

Dado que ya se analizó qué ocurría cuando ingresaban fotones en estados entrelazados al sistema, estudiemos a continuación los casos en que las partículas no se hallan entrelazadas entre ellas.

Estado $|11\rangle$

Consideremos el siguiente estado no entrelazado:

$$|\psi_{11}\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

Sea $|\psi_{f11}\rangle$ el estado de los fotones una vez que se recorre todo el interferómetro. Matemáticamente, es posible expresarlo y calcularlo de la siguiente forma:

$$|\psi_{f11}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\psi_{11}\rangle \quad (4.38)$$

$$= (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) \left(\frac{1}{2}(|11\rangle + i|12\rangle + i|21\rangle - |22\rangle) \right) \quad (4.39)$$

Después del paso por el primer BS	Después del paso por la bomba
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 12\rangle$	$\frac{i}{2} scattered\rangle$
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 21\rangle$	$\frac{i}{2} scattered\rangle$
$-\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 22\rangle$	$-\frac{1}{2} scattered\rangle$
$\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 11\rangle$	$\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M) 11\rangle$

CUADRO 4.2: Transformación de componentes individuales del estado $|\psi_{11}\rangle$ al pasar por la bomba

Continuando con la secuencia:

$$|\psi_{f11}\rangle = \frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)|11\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle - \frac{1}{2}|scattered\rangle \quad (4.40)$$

$$= \frac{1}{2}\hat{B}S|22\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle - \frac{1}{2}|scattered\rangle \quad (4.41)$$

De esta manera, se obtiene que el estado final $|\psi_{f11}\rangle$ una vez que $|\psi_{11}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{f11}\rangle = \frac{1}{4}(|11\rangle - i|12\rangle - i|21\rangle - |22\rangle) + \frac{\sqrt{3}}{2}|scattered\rangle \quad (4.42)$$

Las probabilidades del estado final corresponden a las siguientes:

- $|11\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|12\rangle + |21\rangle$, un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|22\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|scattered\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{3}{4}$.

Estado $|12\rangle$

En lo sucesivo, consideremos el siguiente estado no entrelazado:

$$|\psi_{12}\rangle = |1\rangle \otimes |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

Para $|12\rangle$, el estado $|\psi_{f12}\rangle$ queda de la siguiente forma:

$$|\psi_{f12}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\psi_{12}\rangle \quad (4.44)$$

$$= (\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) \left(\frac{1}{2}(i|11\rangle + |12\rangle - |21\rangle + i|22\rangle) \right) \quad (4.45)$$

Después del paso por el primer BS	Después del paso por la bomba
$\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 12\rangle$	$\frac{1}{2} scattered\rangle$
$-\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 21\rangle$	$-\frac{1}{2} scattered\rangle$
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 22\rangle$	$\frac{i}{2} scattered\rangle$
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 11\rangle$	$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M}) 11\rangle$

CUADRO 4.3: Transformación de componentes individuales del estado $|\psi_{12}\rangle$ al pasar por la bomba

Continuando con la secuencia:

$$|\psi_{f12}\rangle = \frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})|11\rangle + \frac{1}{2}|scattered\rangle - \frac{1}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle \quad (4.46)$$

$$= -\frac{i}{2}\hat{B}S|22\rangle + \frac{1}{2}|scattered\rangle - \frac{1}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle \quad (4.47)$$

De esta manera, se obtiene que el estado final $|\psi_{f12}\rangle$ una vez que $|\psi_{12}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{f12}\rangle = \frac{1}{4}(i|11\rangle + |12\rangle + |21\rangle - i|22\rangle) + \frac{\sqrt{3}}{2}|scattered\rangle \quad (4.48)$$

Las probabilidades del estado final corresponden a las siguientes:

- $|11\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|12\rangle + |21\rangle$, un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|22\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|scattered\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{3}{4}$.

Estado $|21\rangle$

Prosigamos con el siguiente estado no entrelazado:

$$|\psi_{21}\rangle = |2\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

Sea $|\psi_{f21}\rangle$ el estado de los fotones una vez que se recorre todo el interferómetro. Matemáticamente, es posible expresarlo y calcularlo de la siguiente forma:

$$|\psi_{f21}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\psi_{21}\rangle \quad (4.50)$$

$$= (\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) \left(\frac{1}{2}(i|11\rangle - |12\rangle + |21\rangle + i|22\rangle) \right) \quad (4.51)$$

Después del paso por el primer BS	Después del paso por la bomba
$-\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 12\rangle$	$-\frac{1}{2} scattered\rangle$
$\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 21\rangle$	$\frac{1}{2} scattered\rangle$
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 22\rangle$	$\frac{i}{2} scattered\rangle$
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}) 11\rangle$	$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M}) 11\rangle$

CUADRO 4.4: Transformación de componentes individuales del estado $|\psi_{21}\rangle$ al pasar por la bomba

Continuando con la secuencia:

$$|\psi_{f21}\rangle = \frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}\hat{M})|11\rangle - \frac{1}{2}|scattered\rangle + \frac{1}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle \quad (4.52)$$

$$= -\frac{i}{2}\hat{B}S|22\rangle - \frac{1}{2}|scattered\rangle + \frac{1}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle \quad (4.53)$$

De esta manera, se obtiene que el estado final $|\psi_{f21}\rangle$ una vez que $|\psi_{21}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{f11}\rangle = \frac{1}{4}(i|11\rangle + i|12\rangle + i|21\rangle - i|22\rangle) + \frac{\sqrt{3}}{2}|scattered\rangle \quad (4.54)$$

Las probabilidades del estado final corresponden a las siguientes:

- $|11\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|12\rangle + |21\rangle$, un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|22\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|scattered\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{3}{4}$.

Estado $|22\rangle$

Finalmente, consideremos el último estado no entrelazado:

$$|\psi_{22}\rangle = |2\rangle \otimes |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

Sea $|\psi_{f22}\rangle$ el estado de los fotones una vez que se recorre todo el interferómetro:

$$|\psi_{f22}\rangle = (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b})(\hat{B}S)|\psi_{22}\rangle \quad (4.56)$$

$$= (\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) \left(\frac{1}{2}(-|11\rangle + i|12\rangle + i|21\rangle + |22\rangle) \right) \quad (4.57)$$

Después del paso por el primer BS	Después del paso por la bomba
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 12\rangle$	$\frac{i}{2} scattered\rangle$
$\frac{i}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 21\rangle$	$\frac{i}{2} scattered\rangle$
$\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 22\rangle$	$\frac{1}{2} scattered\rangle$
$-\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)(\hat{b}\hat{b}) 11\rangle$	$-\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M) 11\rangle$

CUADRO 4.5: Transformación de componentes individuales del estado $|\psi_{22}\rangle$ al pasar por la bomba

Continuando con la secuencia:

$$|\psi_{f22}\rangle = -\frac{1}{2}(\hat{B}S)(\hat{M}M)|11\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle + \frac{1}{2}|scattered\rangle \quad (4.58)$$

$$= \frac{1}{2}\hat{B}S|22\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle + \frac{i}{2}|scattered\rangle + \frac{1}{2}|scattered\rangle \quad (4.59)$$

De esta manera, se obtiene que el estado final $|\psi_{f22}\rangle$ una vez que $|\psi_{22}\rangle$ pasa por el segundo y último beam splitter es el siguiente:

$$|\psi_{f22}\rangle = \frac{1}{4}(-|11\rangle + i|12\rangle + i|21\rangle + |22\rangle) + \frac{\sqrt{3}}{2}|scattered\rangle \quad (4.60)$$

Las probabilidades del estado final corresponden a las siguientes:

- $|11\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|12\rangle + |21\rangle$, un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- $|22\rangle$, ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- $|scattered\rangle$, la bomba explota con probabilidad $\frac{3}{4}$.

Notemos que en el caso de fotones no entrelazados para N=2 beam splitters, sin importar el estado incidente, se cumple que la probabilidad $P(abs)$ de que la bomba explote es $P(abs) = \frac{3}{4}$, mientras que la probabilidad de medición sin interacción es igual a $P(det) = \frac{1}{8}$. Por tanto, la eficiencia de este sistema es igual a $\eta = \frac{1}{7}$. Es decir, en ningún caso es pertinente usar fotones no entrelazados en el experimento de Elitzur y Vaidman.

4.4. Eficiencia de medición sin interacción para un un sistema de dos fotones y N beam splitters en un interferómetro de Mach-Zehnder

4.4.1. Ingreso de fotones en estado entrelazado

De la sección 4.3.1 fue posible concluir que para fotones entrelazados, los únicos dos estados donde la bomba no explotaba el 100 % de las veces era para $|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|12\rangle + |21\rangle)$ y $|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle - |22\rangle)$, con $|\psi_i\rangle$ el estado incidente.

Por lo tanto, con el fin de explorar más en profundidad la eficiencia de un sistema de dos fotones para N beam splitters, se estudiará el modelo de Kwiat et al. detallado en la subsección 2.2.2 aplicado a los estados de Bell $|\beta_{12}\rangle$ y $|\beta_{21}\rangle$. Es decir, de manera análoga al caso de un único fotón incidente, la ecuación general que describe el estado final $|\psi_f\rangle$ de los fotones luego de pasar por N beam splitters es la siguiente:

$$|\psi_f\rangle = ((\hat{B}\hat{B})(\hat{M}\hat{M})(\hat{b}\hat{b}))^{N-1}(\hat{B}\hat{B})|1\rangle \quad (4.61)$$

Si bien es misma estructura matemática que para el caso de un fotón, en este caso las matrices son de dimensión 4x4 (espacio de Hilbert de dos fotones), con $\hat{B}\hat{B}$, $\hat{M}\hat{M}$ y $\hat{b}\hat{b}$ las matrices beam splitter, espejo y bomba en un espacio de dos fotones respectivamente (ver ecuaciones 3.11, 3.13 y 3.12 respectivamente).

De este modo, de la ecuación anterior se va a obtener un resultado del tipo

$$|\psi_f\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

Donde $|a|^2$ representa la probabilidad de que ambos fotones lleguen al detector D_1 , $|b|^2 + |c|^2$ la probabilidad de que un fotón llegue a D_2 y otro a D_1 y $|d|^2$ de que ambos fotones sean detectados por D_2 .

Estado de Bell $|\beta_{12}\rangle$

Para el estado de Bell $|\beta_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|12\rangle + |21\rangle)$, se presenta a continuación el comportamiento de la eficiencia del sistema en función del número N de beam splitters presentes:

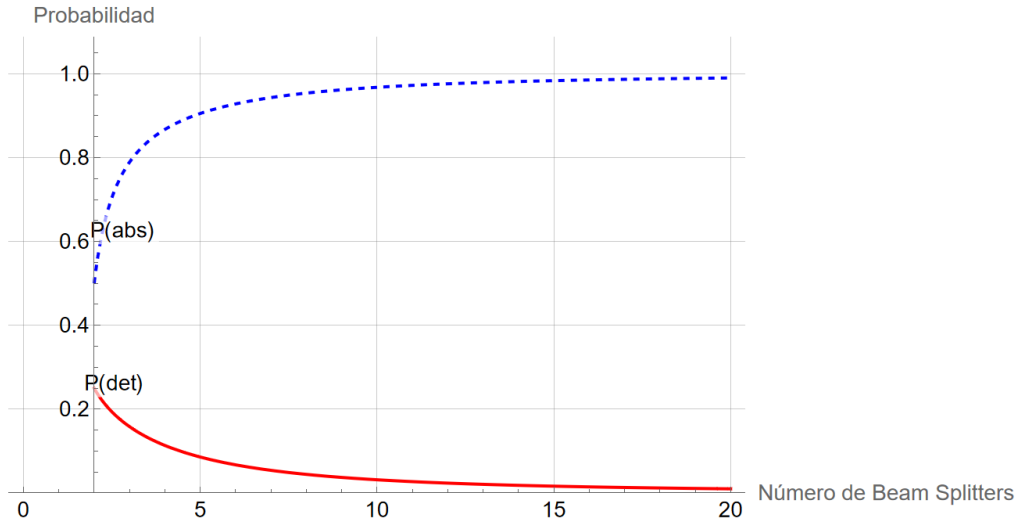


FIGURA 4.11: Probabilidades $P(abs)$ y $P(det)$ de que los fotones sean absorbidos y de una medición sin interacción respectivamente, en función de la cantidad de beam splitters para dos fotones con estado de Bell incidente $|\psi_i\rangle = |\beta_{12}\rangle$

Primero que todo, recordemos que para el caso de las dos configuraciones donde la bomba no tenía 100 % de probabilidad de explotar, para $N = 2$ beam splitters, se cumplía lo siguiente:

- Ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- Un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{4}$.
- Ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- La bomba explota con probabilidad $\frac{1}{2}$.
- Se detecta la presencia de la bomba sin interacción con probabilidad $\frac{1}{4}$.

Si bien en primera instancia, basado en las probabilidades anteriormente detalladas, se podría pensar que la eficiencia de este sistema es análoga a la eficiencia para $N \rightarrow \infty$ cuando se tiene un único fotón con estado incidente $|1\rangle$. Lamentablemente, las curvas de probabilidad en ningún momento se interceptan, lo que significa que no existe un número adecuado de beam splitters que pueda compensar la alta probabilidad de que la bomba explote. En efecto, para nuestro estado incidente $|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|12\rangle + |21\rangle)$, cuando $N \rightarrow \infty$, $P(abs) \rightarrow 1$, mientras que $P(det) \rightarrow 0$. Por lo cual, en resumen, si bien para $N = 2$, aunque más complejo, es una alternativa para la medición sin interacción, eventualmente la probabilidad de que la bomba explote será de 100 %, por lo que dejará de ser una configuración adecuada para nuestro objetivo.

Estado de Bell $|\beta_{21}\rangle$

Para el estado de Bell incidente $|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle - |22\rangle)$, la eficiencia para $N \rightarrow \infty$ parece ser más prometedora que en el caso de los fotones entrelazados en el estado de Bell $|\beta_{12}\rangle$:

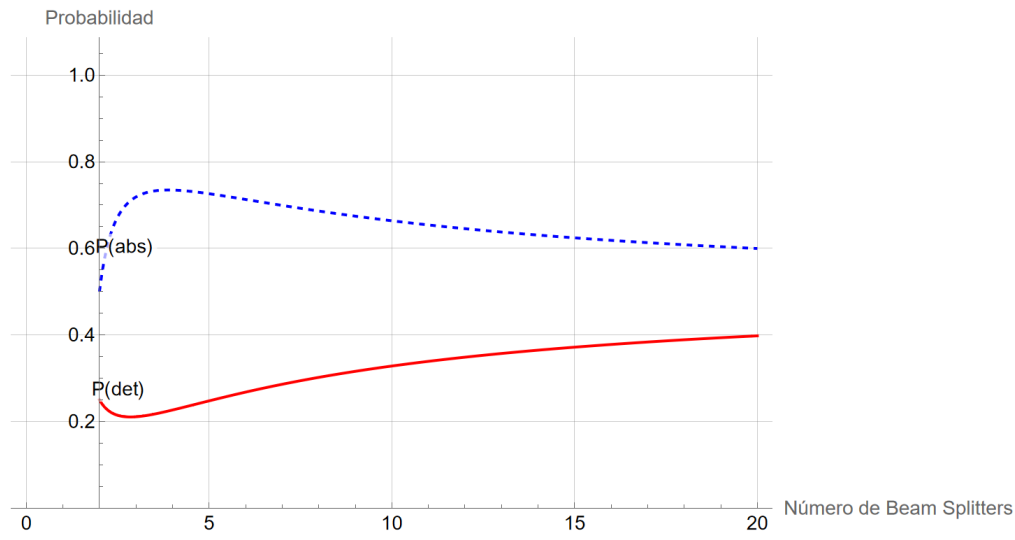


FIGURA 4.12: Probabilidades $P(abs)$ y $P(det)$ de que los fotones sean absorbidos y de una medición sin interacción respectivamente, en función de la cantidad de beam splitters para dos fotones con estado de Bell incidente $|\psi_i\rangle = |\beta_{21}\rangle$

En el caso de la figura 4.12, se puede ver que en algún momento de $N \rightarrow \infty$, las curvas se interceptarán, volviéndose así, a partir de dicho instante, un sistema eficiente para detectar la bomba sin interacción.

Si bien esta configuración tiene una mejor eficiencia a largo plazo en comparación al estado $|\beta_{12}\rangle$, no iguala la eficiencia del sistema original con un único fotón, puesto que para $N \rightarrow \infty$, las curvas se interceptan en $N = 0,5$, es decir, que $P(abs) = P(det) \rightarrow 0,5$.

4.4.2. Ingreso de fotones en estado no entrelazado

A diferencia de los modelos simulados con fotones incidentes entrelazados donde sólo existen dos en las que es posible estudiar la evolución de la eficiencia del sistema, para fotones incidentes no entrelazados se cumple que las probabilidades de que ocurra cada evento son las mismas para las cuatro diferentes configuraciones:

- Ambos fotones llegan al detector D_1 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- Un fotón llega al detector D_1 y otro a D_2 con probabilidad $\frac{1}{8}$.
- Ambos fotones llegan al detector D_2 con probabilidad $\frac{1}{16}$.
- La bomba explota con probabilidad $\frac{3}{4}$.
- Se detecta la presencia de la bomba sin interacción con probabilidad $\frac{1}{8}$.

Estado incidente $|11\rangle$

A continuación, se analiza cómo varía la eficiencia del sistema en función del número N de beam splitters, considerando como estado incidente $|\psi_i\rangle = |11\rangle$ con fotones no entrelazados:

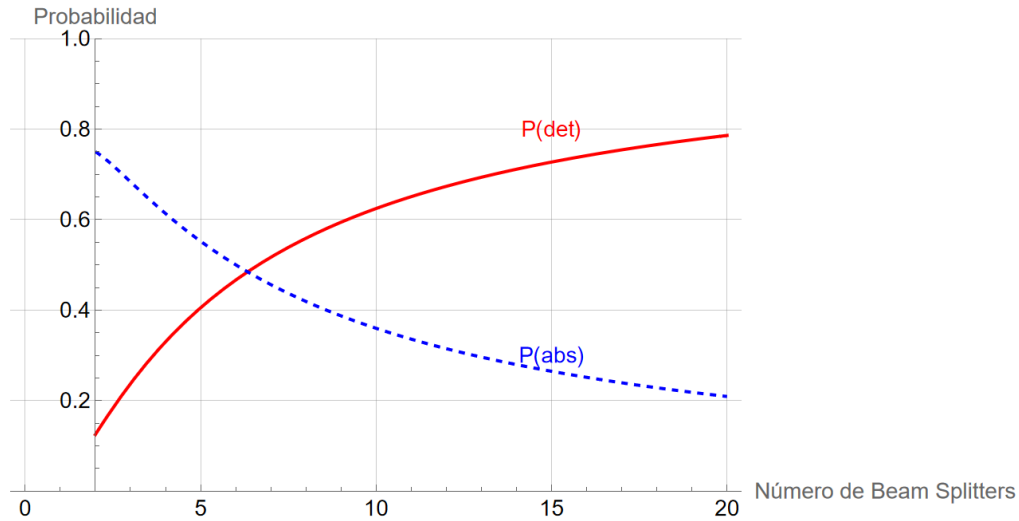


FIGURA 4.13: Probabilidades $P(abs)$ y $P(det)$ de que los fotones sean absorbidos y de una medición sin interacción respectivamente, en función de la cantidad de beam splitters para dos fotones con estado incidente $|\psi_i\rangle = |11\rangle$

La figura 4.13 muestra que, a medida que aumenta el número de divisores de haz, la probabilidad de detección sin interacción $P(det)$ aumenta de manera monótona, mientras que la probabilidad $P(abs)$ de que la bomba explote decrece de manera complementaria. En contraste con el caso de los fotones incidentes entrelazados, en el caso de la figura 4.13 las curvas sí se interceptan entre ellas, cuando $N = 6,33$. Esto significa que, bajo esta configuración, se necesitan siete beam splitter para que el sistema se vuelva eficiente. Aunque el estado $|\psi_i\rangle = |11\rangle$ no presenta ventajas inmediatas en eficiencia frente a los estados de Bell, medida que se incrementa el número de divisores de haz, esta configuración logra alcanzar un régimen de eficiencia incluso mayor que el de los fotones entrelazados incidentes. Consecuencia de esto, cuando $N \rightarrow \infty$, $P(det) \rightarrow 1$ y $P(abs) \rightarrow 0$, al igual que en el caso del fotón incidente con estado $|1\rangle$.

Por otro lado, si bien se logra alcanzar la eficiencia óptima para N grandes tal y como se explicó anteriormente, aún así la cantidad de beam splitters necesarios para que el sistema sea eficiente ($N = 6,33 \approx 7$), es inferior a la cantidad que se necesita para un único fotón ($N = 3,09 \approx 4$). En definitiva, si bien se logra alcanzar el máximo rendimiento, es una configuración más compleja y se necesitan de más beam splitters para obtener un sistema eficiente, por lo que escoger el estado $|\psi_i\rangle = |11\rangle$ como incidente sigue sin ser la mejor elección.

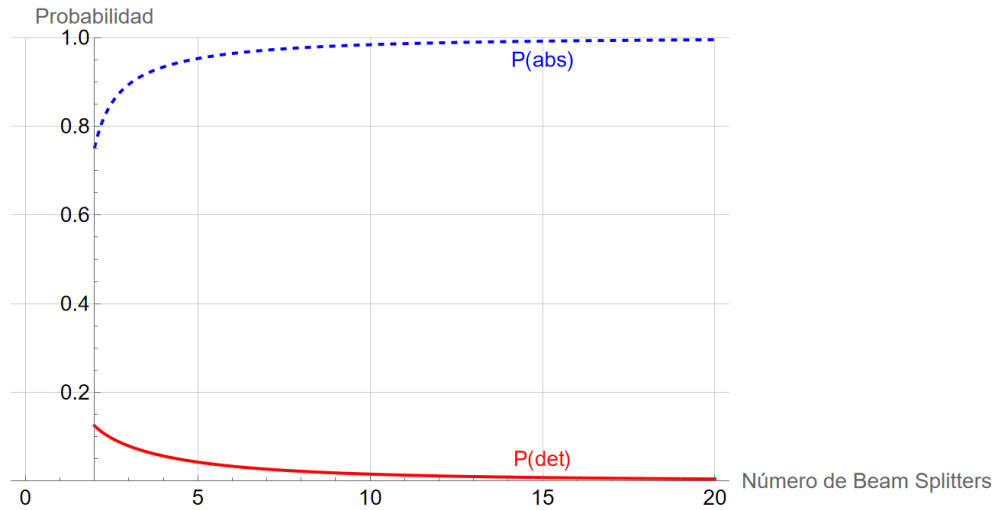
Estados incidentes $|\psi_i\rangle = |12\rangle$ y $|\psi_i\rangle = |21\rangle$ 

FIGURA 4.14: Probabilidades $P(abs)$ y $P(det)$ de que los fotones sean absorbidos y de una medición sin interacción respectivamente, en función de la cantidad de beam splitters para dos fotones con estado incidente $|\psi_i\rangle = |12\rangle$ y $|\psi_i\rangle = |21\rangle$

En la figura 4.14 se observa que, a medida que aumenta el número de beam splitters, la probabilidad de absorción $P(abs)$ tiende rápidamente a uno, mientras que la probabilidad de detección sin interacción $P(det)$ decrece abruptamente hacia cero. Esto indica que para ambos estados, el sistema se vuelve completamente ineficaz en la realización de una medición sin interacción a medida que se incrementa N . En otras palabras, la presencia de la bomba resulta prácticamente inevitablemente destructiva para los fotones, lo que descarta estos estados como candidatos útiles para esquemas de detección sin interacción.

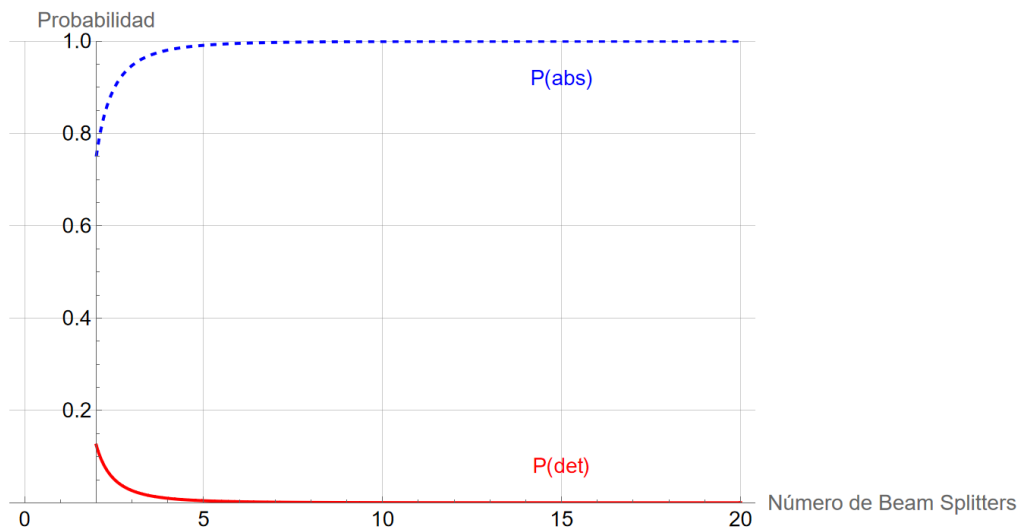
Estado incidente $|\psi_i\rangle = |22\rangle$ 

FIGURA 4.15: Probabilidades $P(abs)$ y $P(det)$ de que los fotones sean absorbidos y de una medición sin interacción respectivamente, en función de la cantidad de beam splitters para dos fotones con estado incidente $|\psi_i\rangle = |22\rangle$

De forma análoga al comportamiento mostrado en la figura 4.14, la evolución mostrada para el estado $|\psi_i\rangle = |22\rangle$ en la figura 4.15 sigue la misma tendencia, a diferencia que la probabilidad de absorción se vuelve máxima mucho antes que todas las otras configuraciones N , mientras que la probabilidad de detección sin interacción tiende a cero. Este resultado refuerza la conclusión de que este tipo de configuraciones no ofrece ninguna ventaja por sobre la configuración estándar (con un único fotón incidente), lo que la convierte en el modelo menos ventajoso para una detección sin interacción.

En suma, para la configuración que contempla N beam splitters, los estados incidentes con fotones entrelazados no se presentan como una alternativa eficiente para la evolución del sistema, puesto que la probabilidad más alta de detectar la bomba sin interacción es a lo sumo $P(det) = 0,5$. Por otro lado, en lo que concierne a fotones no entrelazados como estado incidente, el único que resulta eficiente para un número importante de beam splitters es el estado $|\psi_i\rangle = |11\rangle$, ya que para el resto de los estados la probabilidad de detección sin interacción rápidamente decrece hasta $P(det) = 0$. No obstante, ni siquiera la eficiencia del estado $|\psi_i\rangle = |11\rangle$ para $N \rightarrow \infty$ logra equiparar la del modelo tradicional de un único fotón, el cual se vuelve eficiente a partir del uso de cuatro fotones. En cambio, cuando se emplean dos fotones no entrelazados $|\psi_i\rangle = |11\rangle$, el sistema se vuelve eficiente a partir del uso de siete fotones.

4.5. Evolución de sistemas cuánticos

4.5.1. Evolución temporal de un sistema cerrado

Evolución temporal de las probabilidades relativas spin up y down para un sistema que evoluciona bajo un Hamiltoniano hermítico

Comencemos por recordar el postulado 5 que se mencionó en la sección 1.2.2:

La evolución temporal de un estado cuántico está dada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo: $i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$, con \hat{H} el operador Hamiltoniano (hermítico) del sistema.

No obstante, la ecuación de Schrödinger es únicamente válida en sistemas cerrados, donde no hay interacción con el entorno. En otras palabras, dicho sistema no intercambia energía ni información con el ambiente. Para que esto sea posible, como bien se enuncia en el postulado anterior, el Hamiltoniano del sistema debe ser **hermítico**. Es decir, que cumpla la siguiente condición:

$$H = H^\dagger \quad (4.62)$$

Recordemos que para que la matriz H^\dagger cumple que $H_{ij}^\dagger = (H^T)_{ji}^*$.

Consideremos un sistema de dos niveles cuyo estado inicial está definido como $|\psi_i\rangle = |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, y descrito por el siguiente Hamiltoniano hermítico H_0 :

$$H_0 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

Así, la evolución del sistema estará dictada por la siguiente ecuación:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}_0|\psi(t)\rangle \quad (4.64)$$

Por otro lado, recordemos que es posible describir el sistema en cualquier instante t según la siguiente ecuación:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\psi(0)\rangle \quad (4.65)$$

La ecuación 4.65 describe la evolución del estado $|\psi(t)\rangle$ en función del operador evolución $\hat{U}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}H_0(t-t_0)}$. Con $t_0 = 0$, la evolución del sistema se describe entonces mediante la siguiente ecuación:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t}|\psi(0)\rangle \quad (4.66)$$

Teniendo en cuenta la siguiente propiedad:

$$e^{i\alpha\sigma_x} = I \cos\alpha + i\sigma_x \sin\alpha$$

Con $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, σ_x la matriz de Pauli descrita en la ecuación 1.2 y $\alpha = -\frac{t}{\hbar}$, es posible expandir el operador evolución $\hat{U}(t)$:

$$\begin{aligned} e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cos\left(-\frac{t}{\hbar}\right) + i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \sin\left(-\frac{t}{\hbar}\right) \\ e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cos\left(\frac{t}{\hbar}\right) - i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{t}{\hbar}\right) \\ e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t} &= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{t}{\hbar}\right) & -i \sin\left(\frac{t}{\hbar}\right) \\ -i \sin\left(\frac{t}{\hbar}\right) & \cos\left(\frac{t}{\hbar}\right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.67)$$

De este modo, se procede a graficar la evolución del sistema en función el tiempo:

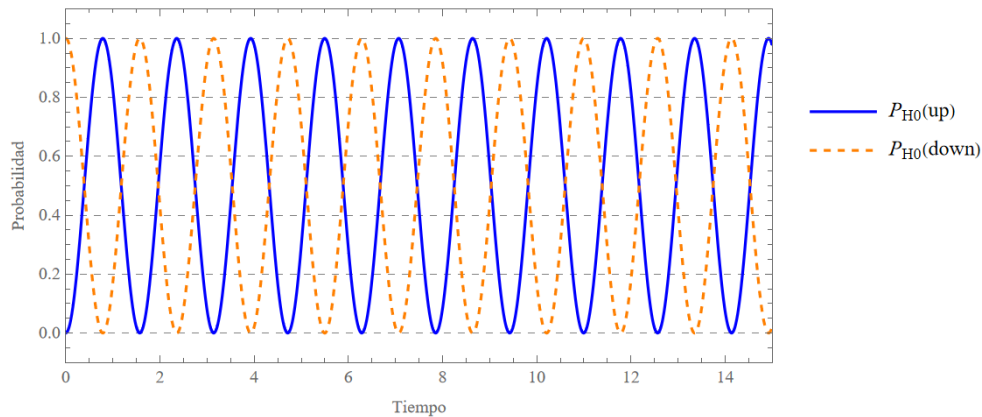


FIGURA 4.16: Evolución temporal de las probabilidades relativas de spin up y down para un sistema que evoluciona bajo el Hamiltoniano hermitico $H_0 = \sigma_x$

En la figura 4.16 se observa un comportamiento oscilatorio periódico, característico de un sistema de dos niveles con acoplamiento coherente.

La probabilidad de encontrar el sistema en el estado “up” oscila en contrafase con la del estado “down”, de manera que cuando una alcanza su valor máximo, la otra es mínima, lo cual indica una conservación de la probabilidad total, reflejando así la naturaleza unitaria de la evolución bajo un Hamiltoniano hermitico.

Estas oscilaciones son conocidas como oscilaciones de Rabi, y su frecuencia está determinada por la diferencia de energía entre los estados del sistema y el valor de \hbar . En este caso, se ha considerado un Hamiltoniano puro y una constante de Planck reducida $\hbar = 0,5$. Como los autovalores de σ_x son ± 1 , la diferencia de energía es $|\Delta E| = 2$, generando una frecuencia angular de oscilación de $\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{2}{0,5} = 4$ [rad/s], lo cual implica una frecuencia de oscilación de $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4}{2\pi} \approx 0,6366$, y, por tanto, un período de oscilación $T = \frac{1}{f} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57$, en concordancia con lo observado en el gráfico. Justamente debido a que el periodo T no corresponde a un número

real exacto es que $|\psi(t = 15)\rangle$ se encuentra un poco “desfasado” con respecto a la probabilidad P(up) máxima y P(down) mínima.

Reversibilidad temporal de las probabilidades relativas a spin up y down para un sistema que evoluciona bajo un Hamiltoniano hermítico

Consideremos a continuación el inverso del Hamiltoniano $(H_0)^{-1}$, de tal manera que el operador evolución inverso se define como $\hat{U}^{-1}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}(H_0)^{-1}t}$. Así, la ecuación que describe la evolución del sistema en el tiempo queda de la siguiente manera:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(H_0)^{-1}t} |\psi(15)\rangle \quad (4.68)$$

Subsiguientemente, se procede a graficar la evolución de las probabilidades relativas de los spin up y down para el sistema de dos niveles cuya evolución está descrita por el Hamiltoniano $(H_0)^{-1}$:

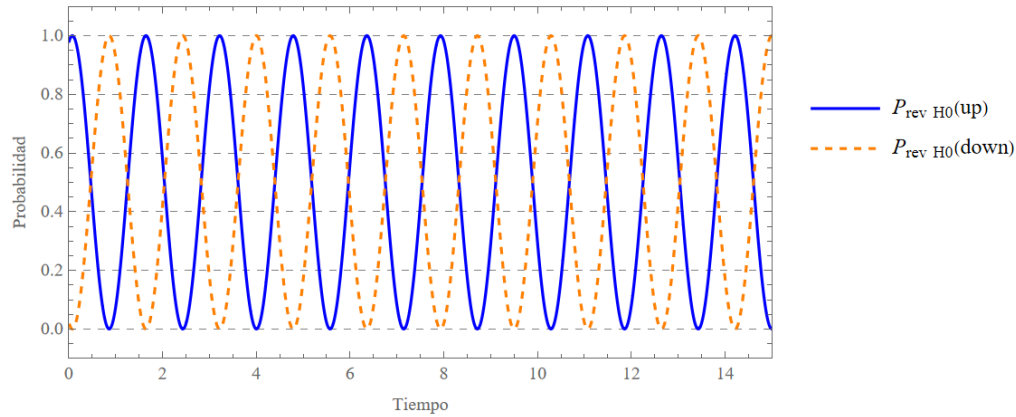


FIGURA 4.17: Evolución temporal de las probabilidades relativas de spin up y down para un sistema que evoluciona bajo el Hamiltoniano hermítico $(H_0)^{-1} = (\sigma_x)^{-1}$

La figura 4.17 muestra la reversibilidad temporal de las probabilidades relativas de spin up y spin down. Es por esto mismo que el estado inicial del sistema ya no es $|\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, sino que el estado $|\psi(15)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}H_0 \cdot 15} |\psi(0)\rangle$, ya que justamente lo que se busca es la posibilidad de recuperar el estado inicial $|\psi(0)\rangle$ del sistema si se estudia la evolución desde el futuro ($|\psi(15)\rangle$) hacia el pasado. Así, la figura 4.17 demuestra que si un Hamiltoniano es hermítico, dado que se cumple que $H = H^\dagger = H^{-1}$, la evolución de su sistema desde el futuro hacia el pasado sí permite recuperar el estado inicial original (en este caso $|\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$) sin problemas. Es más, no sólo se recupera el estado inicial, sino que además la frecuencia de las oscilaciones se mantiene constante, demostrando así que el operador evolución relacionado a un Hamiltoniano hermítico sí es un operador unitario.

No obstante, cabe cuestionarse ahora, si el Hamiltoniano no es hermítico, ¿cómo evolucionaría el sistema entonces?

4.5.2. Evolución temporal de un sistema descrito por un Hamiltoniano no hermítico

En el artículo publicado en 2025 sobre sistemas cuánticos abiertos [11], los autores indagan el proceso de medición en un sistema de dos niveles cuyo Hamiltoniano que describe su evolución es no hermítico. Para ello,

basarán su discusión en el siguiente conjunto de suposiciones para una familia de modelos basados en este tipo de Hamiltonianos:

1. La medición ocurre durante un tiempo finito y la evolución temporal está dictada por la ecuación de Schrödinger, con una eventual renormalización para mantener la norma durante el proceso de medición.
2. En la escala de tiempo de la medición, el Hamiltoniano describe un ciclo cerrado en el espacio de parámetros $X(t) = \{X_1(t), X_2(t), \dots\}$, de modo que permanece sin cambios al final del proceso:

$$H(X(t = T)) = H(X(t = 0)) = H_0 \quad (4.69)$$

3. La interacción entre el sistema y el aparato de medición se modela introduciendo un término no hermítico en el Hamiltoniano (H_1 en la ecuación 4.70). Para ser consistente con los puntos anteriores, este término debe depender del tiempo y describir un ciclo cerrado en el espacio de parámetros. Los detalles de este ciclo también pueden depender del estado inicial.

En nuestro caso, los parámetros $X(t)$ se reducen únicamente al parámetro t que describe la temporalidad del sistema. Por otro lado, el Hamiltoniano que describe al sistema es el siguiente:

$$H = H_0 + \lambda(t) H_1 \quad (4.70)$$

Donde:

$$H_0 = \gamma_0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.71)$$

$$H_1 = \begin{pmatrix} i\Gamma & 0 \\ 0 & -i\Gamma \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

El término H_1 resulta justamente ser el Hamiltoniano no hermítico que representa la interacción sistema-medidor. Por otro lado, se consideran los siguientes parámetros:

- $\gamma_0 = 1$
- $\hbar = 0,5$
- $\Gamma = 25$
- $\lambda(t) = \frac{e^{-\frac{(t-5)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$

Es decir, dado que el parámetro $\lambda(t)$ actúa como una gaussiana centrada en $t = 5$ y con desviación estándar $\sigma = 1$, es que esta perturbación no hermítica actúa sólo durante un tiempo limitado. Después de la medición, si bien la superposición del estado inicial ha desaparecido, la evolución del sistema continúa rigiéndose únicamente por el término hermítico H_0 .

A diferencia de un colapso abrupto de la función de onda a un estado una vez se realiza una medición, los autores del texto proponen la medición como un proceso dinámico en el tiempo, gobernado por un Hamiltoniano no hermítico. Para poder entender este proceso dinámico, comencemos considerando la evolución del Hamiltoniano H de manera cíclica en el espacio de parámetros en el transcurso de la medición. Como resultado de dicha evolución es que ocurre un fenómeno denominado **conversión quiral**, el cual destruye las superposiciones cuánticas del estado inicial y selecciona un estado final determinado al cual colapsará. En efecto, esto se debe a que a lo largo de este proceso, los estados evolucionan de manera asimétrica, favoreciendo la amplitud de un estado y atenuando otra en función de la dirección en la que se completa el ciclo, tal y como se muestra en la figura a continuación:

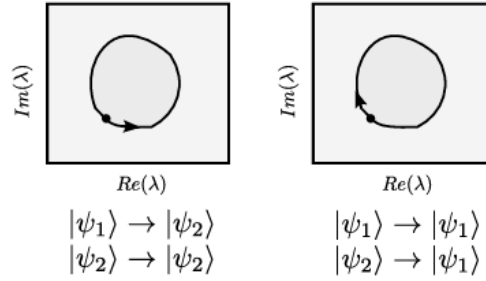


FIGURA 4.18: Conversión de estado quiral en función de la dirección del ciclo en el espacio de parámetros [11]

Así, el colapso la función de onda ocurre cuando el Hamiltoniano H completa un ciclo cerrado en el espacio de parámetros. Se estudia a continuación el impacto del Hamiltoniano H_1 en la evolución de las probabilidades relativas de spin up y spin down.

Evolución temporal con operador evolución no hermítico de las probabilidades relativas spin up y down

Debido a que a primera instancia el nuevo sistema parece no cumplir con los requisitos para poder ser resuelto bajo la ecuación de Schrödinger, se propone analizar la evolución del sistema con un operador evolución $\hat{U}_1 = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$, con H el Hamiltoniano total descrito en la ecuación 4.70:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}_1 |\psi(0)\rangle \quad (4.73)$$

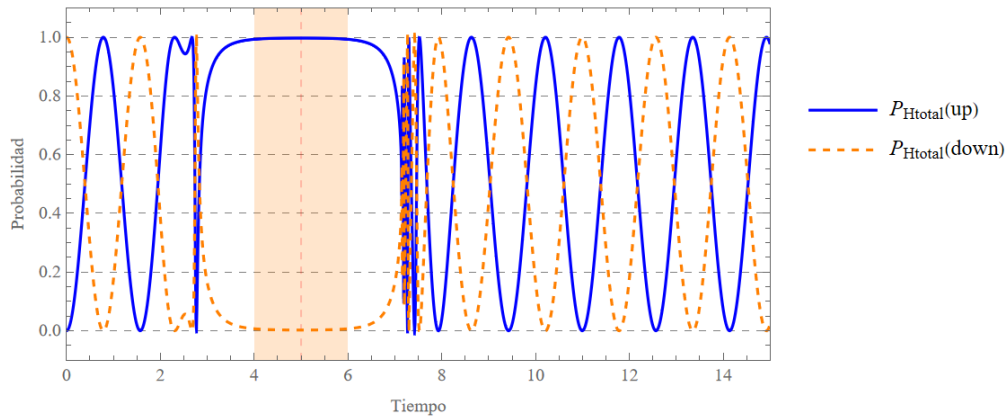


FIGURA 4.19: Evolución temporal de las probabilidades relativas de spin up y down para un sistema que evoluciona bajo el Hamiltoniano no hermítico $H(t) = H_0 + \lambda(t) H_1$

En la figura 4.19 se observa la evolución temporal de las probabilidades relativas de espín up y down para un sistema cuya dinámica está gobernada por un Hamiltoniano no hermítico donde la perturbación $\lambda(t)$ corresponde a una función gaussiana centrada en $t = 5$. Tal como indica la gráfica, esta perturbación tiene un efecto localizado en el intervalo $t \in [4, 6]$, lo cual se condice con el ancho de la distribución definido por su desviación estándar.

Fuera de dicho intervalo, la evolución del sistema está gobernada exclusivamente por el Hamiltoniano hermítico H_0 , lo que permite verificar que, si el sistema fuera resuelto únicamente bajo esta parte del Hamiltoniano de la misma manera que se plantea en la subsección 4.5.1, se recuperaría el estado final, tal y como lo evidencian las oscilaciones regulares antes y después de la perturbación.

Sin embargo, contrariamente a lo planteado en el artículo original [11], el gráfico evidencia que el colapso de la función de onda no es suave, sino que se manifiesta de forma abrupta justo antes y después de la región de

acción de la perturbación. Este comportamiento sugiere que el efecto del término no hermítico no se distribuye gradualmente en el tiempo, sino que actúa de manera más localizada y concentrada. Además, se observa que la frecuencia de las oscilaciones no se ve alterada por la perturbación, lo que indica que el término no hermítico afecta principalmente la amplitud o la coherencia del sistema, pero no la escala temporal de su dinámica.

Reversibilidad temporal con operador evolución no hermítico de las probabilidades relativas spin up y down

De igual modo como se planteó el análisis de la reversibilidad temporal en el caso del sistema que evolucionaba bajo el Hamiltoniano hermítico H_0 , se busca justamente estudiar esta mismo fenómeno en el caso del sistema de dos niveles con evolución gobernada por el Hamiltoniano total no hermítico H :

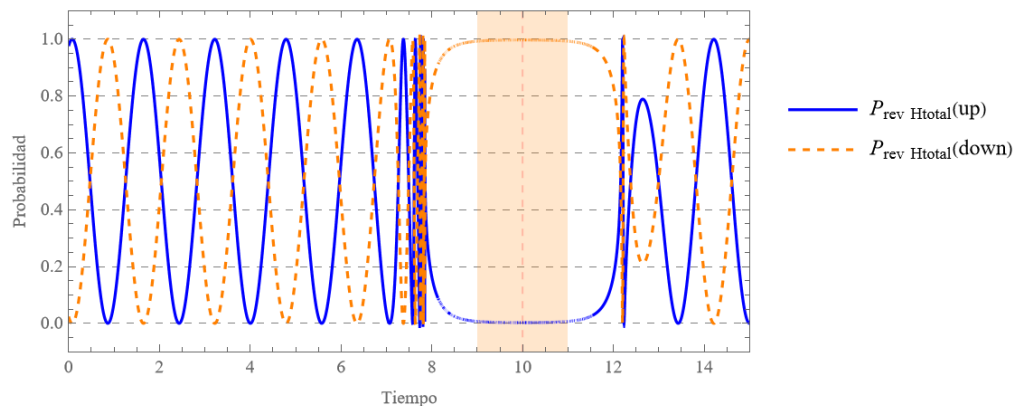


FIGURA 4.20: Reversibilidad temporal de las probabilidades relativas de spin up y down para un sistema que evoluciona bajo el Hamiltoniano no hermítico $H^{-1}(t)$

Para obtener la reversibilidad temporal de las probabilidades relativas a spin up y down se consideró la siguiente evolución:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}^{-1}(15-t)} |\psi(0)\rangle \quad (4.74)$$

Con el fin de poder volver desde el futuro al presente, para obtener el gráfico de la figura 4.20 se ha aplicado una transformación temporal $t \mapsto 15 - t$, por lo que la perturbación gaussiana originalmente centrada en $t = 5$ pasa a estar centrada en $t = 10$:

$$e^{-\frac{(t-5)^2}{2\sigma^2}} \longrightarrow e^{-\frac{((15-t)-5)^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{(10-t)^2}{2\sigma^2}}.$$

A pesar de este corrimiento temporal, se observa que el sistema logra recuperar su estado inicial al final de la evolución. Dicho estado coincide con el estado inicial del sistema que evoluciona bajo la reversibilidad temporal del Hamiltoniano hermítico H_0 de la subsección 4.5.1, evidencia de que la estructura global de la evolución cuántica, salvo al momento del colapso efectivo, se preserva incluso bajo la inclusión del término no hermítico con inversión temporal.

Asimismo, se mantiene la frecuencia de las oscilaciones antes y después del intervalo de perturbación, lo que indica que la dinámica oscilatoria sigue regida por el mismo término hermítico dominante. No obstante, el gráfico muestra que el colapso inducido por la perturbación sigue siendo abrupto, concentrado en las proximidades de $t = 9$ y $t = 11$, en lugar de presentarse de forma suave o gradual. Esto sugiere nuevamente una acción localizada del término no hermítico sobre la evolución del sistema.

Evolución temporal determinada por la resolución de la ecuación de Schrödinger no hermítico de las probabilidades relativas spin up y down

En vista de que el colapso de la función de onda no obedeció al comportamiento progresivo predicho por los autores del paper, a continuación se muestra la evolución de las probabilidades relativas al spin up y down basada en la resolución de la ecuación de Schrödinger de forma numérica del sistema de dos niveles cuya dinámica está gobernada por un Hamiltoniano no hermítico:

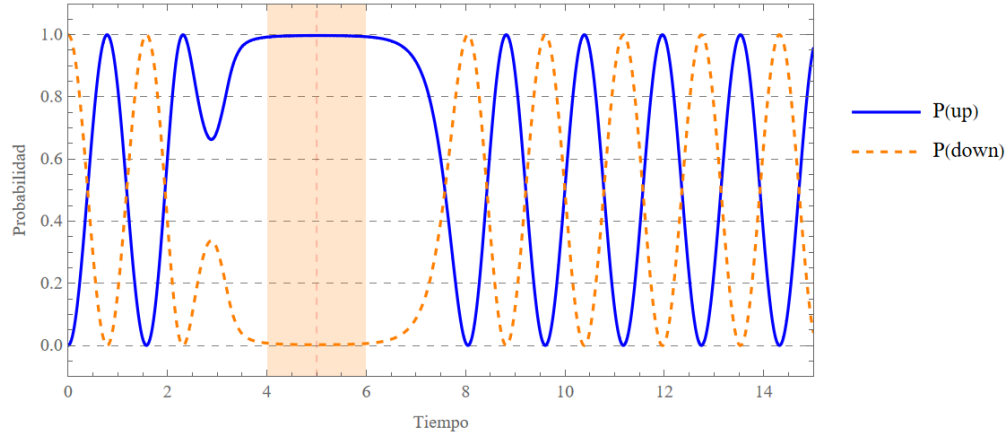


FIGURA 4.21: Evolución temporal de las probabilidades relativas de spin up y down para un sistema que evoluciona bajo el Hamiltoniano no hermítico $H(t) = H_0 + \lambda(t) H_1$

Tal y como se mencionó anteriormente, la figura 4.21 muestra la resolución numérica a la siguiente ecuación:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = (\hat{H}_0 + \lambda(t) \hat{H}_1) |\psi(0)\rangle \quad (4.75)$$

En base al gráfico de la figura 4.21, lo primero que notamos es que efectivamente en este caso el colapso de la función de onda sí se hace de manera progresiva: en el intervalo $t \in [0, 2,25[\cup [7, 15]$ el comportamiento de la evolución de las probabilidades relativas a spin down y up sigue siendo del tipo de Rabi con frecuencia $f \approx 0,6366$. Es decir, que en el intervalo mencionado anteriormente, el sistema únicamente evoluciona bajo el régimen del Hamiltoniano hermítico H_0 : la acción del Hamiltoniano no hermítico es localizada.

A diferencia del caso del estudio de la evolución del sistema bajo un operador evolución, ahora sí se cumple que el colapso de la función de onda entre $t \in [4, 6]$ es progresivo: entre $t \in [0, 2,25[$ las oscilaciones se mantienen con la frecuencia constante $f \approx 0,6366$, pero a partir de $t = 3$, aun manteniendo la normalización, la amplitud de las probabilidades varía, debido a que la perturbación $\lambda(t)$ empieza a actuar de manera progresiva, hasta colapsar completamente el sistema entre $t \in [4, 6]$, maximizando la probabilidad relativa de spin up y minimizando la probabilidad relativa de spin down. Este colapso dinámico y no abrupto es compatible con el concepto de conversión quiral propuesto por los autores del artículo, donde la interacción no hermítica induce una selección asimétrica de estados cuánticos.

Una vez que la perturbación $\lambda(t)$ “se apaga”, el sistema vuelve a la evolución normal también de manera progresiva, recuperando así la estructura oscilatoria característica de las soluciones de tipo Rabi. Esta simetría temporal del comportamiento fuera del intervalo de perturbación respalda la hipótesis de que el colapso inducido por H_1 es reversible bajo ciertas condiciones, sin alterar la frecuencia intrínseca del sistema.

Finalmente, aunque el sistema considerado incluye una perturbación no hermítica $\lambda(t)H_1$, es posible resolver su evolución mediante la ecuación de Schrödinger debido a que dicha perturbación está confinada en el tiempo y modela de manera efectiva la interacción con un aparato de medición. Esta evolución se mantiene controlada gracias a tres condiciones fundamentales:

- i) La interacción no-hermítica actúa sólo durante un intervalo finito

- ii) La norma de la función de onda se renormaliza durante la evolución
- iii) El Hamiltoniano describe un ciclo cerrado en el espacio de parámetros, asegurando que el sistema retorna a su forma hermítica inicial.

Así, en base a lo anteriormente descrito, el colapso se modela como un proceso dinámico interno sin necesidad de ampliar el espacio de Hilbert ni postular un colapso externo, lo que permite mantener la descripción dentro del marco de la ecuación de Schrödinger.

Reversibilidad temporal determinada por la resolución de la ecuación de Schrödinger no hermítico de las probabilidades relativas spin up y down

Ahora que ya sabemos que la acción de la perturbación se encuentra localizada en un intervalo de tiempo específico y que en su mayoría el sistema de dos niveles evoluciona obedeciendo al Hamiltoniano hermítico $H_0 = \sigma_x$, se analiza la posibilidad de recuperar el estado inicial del sistema $|\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Para ello, se consideran como condiciones iniciales $|\psi_0\rangle = |\psi(t=15)\rangle$, y se resuelve la ecuación de Schrödinger siguiente:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = (\hat{H}_0 + \lambda(15-t) \hat{H}_1) |\psi(t)\rangle \quad (4.76)$$

Por tanto, las probabilidades relativas al spin up y spin down partiendo desde el futuro evolucionan de la siguiente manera:

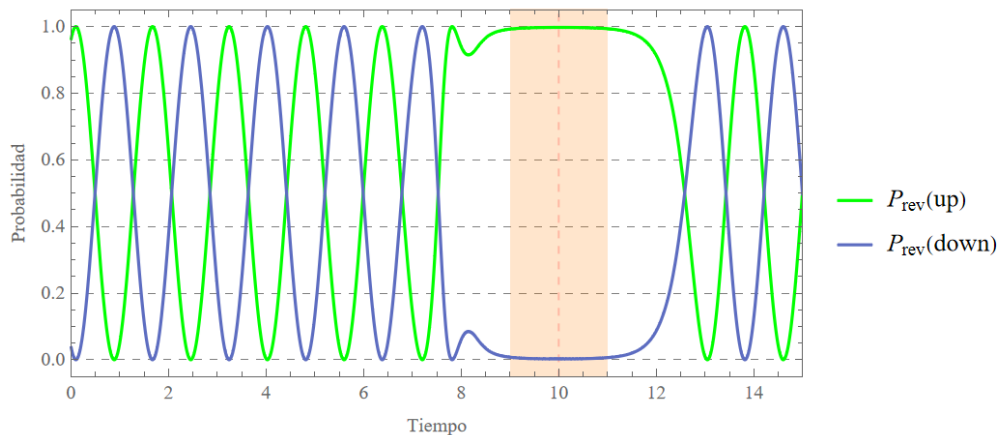


FIGURA 4.22: Reversibilidad temporal de las probabilidades relativas de spin up y down para un sistema que evoluciona bajo el Hamiltoniano no hermítico $H(t) = H_0 + \lambda(t) H_1$

En el gráfico de la figura 4.22 se observa que el sistema no logra recuperar su estado inicial original $|\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ al final del proceso de reversibilidad temporal. Además, el camino seguido durante esta evolución invertida no coincide con el que ocurre cuando el sistema evoluciona desde el presente hacia el futuro bajo la misma perturbación.

Esto se debe a que, al aplicar la transformación temporal $t \mapsto 15 - t$, la función gaussiana que modula la intensidad de la perturbación $\lambda(t)$ pasa a estar centrada en $t = 10$, y no en $t = 5$ como en el caso original. Por lo tanto, aunque se alcanza nuevamente el estado final deseado, la acción del término no hermítico es diferente: la perturbación resulta menos intensa y desplazada temporalmente, lo que implica que el sistema no recorre el mismo trayecto dinámico. En consecuencia, el retorno al estado inicial no implica un regreso al mismo pasado, sino a uno distinto en su evolución interna.

Este resultado contrasta con el caso de reversibilidad temporal bajo el Hamiltoniano puramente hermítico H_0 , donde no solo se recupera el estado final, sino que también se recorre exactamente el mismo camino dinámico en sentido inverso. La comparación de la evolución y reversibilidad temporal de ambos sistemas nos lleva a cuestionarnos si, dado un estado futuro, existen acaso diferentes pasados, y cómo es que este fenómeno afectaría las bases de la mecánica cuántica.

Interpretación y teorías de la mecánica cuántica

5.1. ¿Por qué la interpretación de la mecánica cuántica es compleja? Ambigüedades y paradojas de su formalismo

Retomando el argumento central de la sección 3.5, por el momento, la teoría cuántica es la teoría científica mejor confirmada y más exitosa que tenemos, de tal forma que casi toda la tecnología actual más relevante se basa en ella. No obstante, como bien se introdujo anteriormente, no ha estado exenta de intensos debates filosóficos y físicos en torno a la naturaleza de la “realidad” cuántica, especialmente respecto de cómo debe interpretarse la teoría científica y su relación con el mundo que tratan de conocer.

Dicho debate se suscita principalmente debido a la presunta incompatibilidad de los dos siguientes postulados:

1. La evolución temporal de un estado cuántico está dada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo: $i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$, con \hat{H} el operador Hamiltoniano (hermítico) del sistema.
2. Como resultados de una medición sólo se obtienen autovalores a_n del operador asociado al observable medido con probabilidad $P(a_n) = |\langle A_n | \psi \rangle|^2$. Inmediatamente después de medir, la función de onda colapsa a uno de los estados propios posibles.

Este sorprendente comportamiento nos lleva al núcleo del famoso problema de la medición en mecánica cuántica (uno de los desafíos conceptuales más persistentes y debatidos del siglo XX y XXI): mientras que la ecuación de Schrödinger describe una evolución determinista y continua del estado cuántico, el postulado del colapso introduce una discontinuidad abrupta e indeterminista cuando se realiza una medición [12]. Lo anterior sugiere que el formalismo cuántico requiere, para su aplicación, la intervención de un observador externo, sin que exista una definición precisa de qué cuenta como “medición” ni cómo se produce exactamente el colapso. Para ilustrar esta situación, imaginemos un sistema cuántico de dos niveles descrito por la siguiente ecuación de onda:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$$

Con $|\uparrow\rangle$ el estado equivalente a spin up y $|\downarrow\rangle$ el equivalente a spin down. Al momento de medir, la función de onda colapsará de tal modo que sólo obtendremos dos posibles resultados:

- $|0\rangle$ si se detecta el estado spin up.
- $|1\rangle$ si se detecta el estado spin down.

De este modo, sólo al momento de medir, la partícula adquiere la propiedad de spin de manera bien definida.

El colapso de la función de onda de un sistema cuántico ocurre únicamente cuando el aparato de medición es clásico. En caso de que un observador (clásico) verifique el resultado del experimento, la función de onda que describe al sistema se convierte en la siguiente:

$$|\Psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle \otimes |1\rangle + |\uparrow\rangle \otimes |0\rangle)$$

Colapsando ya sea a $|\uparrow\rangle \otimes |0\rangle$ en caso de que el aparato mida spin up y el observador verifique dicha medida, o bien a $|\downarrow\rangle \otimes |1\rangle$ si el observador verifica la detección spin down. Sin embargo, recordemos que si el aparato de medición es cuántico, entonces la función de onda no colapsa. En otras palabras, el colapso de la función de onda depende de la escala del aparato de medición. La dificultad radica en el hecho de que, además de que la teoría no define con precisión qué es una medición, no existe un límite claro entre lo macroscópico y lo microscópico, por lo cual, el gran enigma es, ¿cómo saber entonces si el aparato es clásico o cuántico? ¿Puede un observador volverse parte del sistema cuántico? John Von Neumann intentó responder a la última interrogante en su artículo publicado en 1955 [13], discusión que se detalla en el capítulo 5.

Otra de las grandes problemáticas de la mecánica cuántica es su conflicto con la relatividad general, ya que, al ser una teoría no local, la superposición cuántica parece violar la teoría de relatividad general, aspecto que fue abordado por Einstein en su famoso teorema EPR [14], el cual se encuentra detallado en la sección 5.2.2.

5.2. Diferentes interpretaciones y teorías de la mecánica cuántica

5.2.1. Interpretación de Copenhague

Interpretación de la mecánica cuántica desarrollada principalmente por los físicos Niels Bohr, Werner Heisenberg y Max Born y que, actualmente, es reconocida como la interpretación más ortodoxa y prácticamente general de comprender e interpretar la mecánica cuántica. Si bien no es sencillo definir un conjunto de tesis preciso al respecto debido a la gran cantidad de discrepancias de perspectivas entre los mismos defensores de esta interpretación, es posible resumir las ideas más importantes a continuación [15]:

1. La función de onda, más que describir una realidad, es una herramienta matemática. Lo que el físico hace es construir una función de onda a partir de ciertas observaciones, y dicha función es meramente un predictor de las probabilidades de los resultados de posteriores mediciones.
2. No tiene sentido hablar del estado de un sistema entre dos observaciones si no se está midiendo, puesto que matemáticamente hablando no sirve.
3. Los conceptos clásicos resultan imprescindibles en dicha descripción. Principio de complementariedad de Bohr: ciertas propiedades de las partículas cuánticas, sólo pueden ser descritas de forma completa utilizando descripciones mutuamente excluyentes pero complementarias entre sí (onda v/s partícula).
4. Los sistemas cuánticos tienen una naturaleza dual (tanto partícula como onda), aunque su manifestación dependerá del dispositivo experimental empleado al momento de la medición.
5. El colapso de la función de onda no es más que la determinación por parte del dispositivo de medida de uno de los posibles resultados de esa medida.
6. No es posible trazar un límite preciso entre el dispositivo experimental y el sistema medido.

En definitiva, la interpretación de Copenhague atribuye valores definidos a ciertas propiedades sólo una vez que hayan sido medidos/observados. Es decir, dichas propiedades sólo adquieren un valor real en el proceso de medición, y siempre dentro del contexto experimental. Por tanto, ¿qué es exactamente lo que cambia durante el proceso de medición? ¿Implica esto la presencia de un observador *humano*? John Von Neumann distinguió dos tipos de evolución en la teoría cuántica [13]: el proceso que describe la evolución continua y determinista del sistema según la ecuación de Schrödinger, y el proceso asociado al colapso de la función de onda durante una medición. Aunque trató todo el sistema, incluyendo el aparato de medición y el observador como parte del mundo cuántico, mostró que esta evolución continua por sí sola no explica cómo ni cuándo ocurre el colapso. A pesar de una aparente relación con la conciencia, Von Neumann enfatizó que el punto en la cadena causal donde se ubica el colapso puede desplazarse libremente: desde el detector experimental hasta el cerebro del observador, cualquier lugar donde se introduzca el proceso de colapso conduce a los mismos resultados observables. Esto significa que, si bien no descartó del todo que la conciencia pueda estar involucrada, consideró que no es necesario situar el colapso a ese nivel. La idea de que la conciencia cumple un papel causal en el colapso fue defendida posteriormente por Eugene Wigner, pero no representa la postura original de Von Neumann [16].

La problemática en la postura de Wigner radica en el hecho de que bajo esta premisa, se desvía la interpretación de la mecánica cuántica hacia una visión antropocentrista e idealista. Sin embargo, un grupo de físicos, entre ellos el propio Bohr, nunca aceptó que la conciencia desempeñara este papel decisivo: era el dispositivo experimental el responsable del colapso de la función de onda, no la conciencia del observador.

A fin de cuentas, la interpretación de Copenhague se basa en una visión instrumentalista y antirrealista, puesto que considera que la mecánica cuántica no se trata de una teoría científica verdadera o falsa, sino que un conjunto de herramientas útiles para predecir fenómenos y resolver problemas. En este caso, la función de onda no es una onda real, sino una herramienta matemática, lo cual es reforzado por la interpretación probabilística de la función de onda de Max Born [15].

5.2.2. Teorema EPR y variables ocultas

Uno de los más influyentes críticos de la mecánica cuántica fue Albert Einstein, quien, fiel a su postura realista, sostenía que la teoría cuántica, tal como había sido formulada, no podía considerarse una descripción completa de la realidad. En su visión, la mecánica cuántica renunciaba tanto al determinismo como al realismo, principios que consideraba esenciales para cualquier teoría física. Para Einstein, la mecánica cuántica era una teoría provisional, incompleta, que debía ser reemplazada o ampliada por un marco más profundo, capaz de restablecer esos principios fundamentales.

Esta preocupación quedó plasmada en un artículo publicado en 1935, cuando, junto a Boris Podolsky y Nathan Rosen, Einstein presentó la célebre paradoja EPR. En su artículo [14], propusieron un experimento mental con el objetivo de demostrar que la mecánica cuántica no podía ser una teoría completa. Su argumento partía de una definición explícita: una teoría es completa si todo elemento de la realidad física tiene una representación dentro de la teoría. Para ello, ofrecieron el siguiente criterio:

“Si podemos predecir con certeza (es decir, con probabilidad uno) el valor de una cantidad física sin perturbar el sistema, entonces existe un elemento de realidad física correspondiente a esa cantidad física.”

El experimento mental planteado por EPR se basa en un sistema compuesto por dos partículas A y B entrelazadas según la ecuación 1.10. Estas partículas interactuaron en el pasado y luego se separaron [5]. Según la mecánica cuántica, es posible conocer el estado conjunto del sistema antes y después de la interacción mediante la ecuación de Schrödinger. Lo notable ocurre al realizar una medición sobre una de las partículas:

- Si se mide, por ejemplo, el momento de la partícula A, la teoría cuántica predice que se puede conocer de inmediato el valor del momento de la partícula B, sin necesidad de medirla ni perturbarla.
- Si en cambio se mide la posición de A, el valor de la posición de B también se puede determinar instantáneamente.

Este razonamiento lleva a EPR a concluir lo siguiente: si midiendo en A es posible conocer con certeza el valor de una propiedad de B sin tocarla y de manera inmediata, para no violar la relatividad, entonces esa propiedad debía estar definida en B desde antes de la medición. De ser así, estas cantidades (por ejemplo, posición y momentum) serían elementos de la realidad física que la teoría debería contemplar [15, 17].

Sin embargo, el formalismo de la mecánica cuántica prohíbe que magnitudes asociadas a operadores no conmutativos (como posición y momento) tengan valores definidos simultáneamente. Según la interpretación estándar, las propiedades de las partículas no existen como tales hasta que son medidas, y solo una de ellas puede estar determinada en un momento dado si sus operadores no conmutan.

Aquí surge la contradicción: si la medición en A revela un valor preexistente en B, y si es posible elegir libremente qué propiedad medir (posición o momentum), entonces la partícula B parece poseer ambas propiedades bien definidas a la vez, lo que desafía el principio básico de la mecánica cuántica.

A partir de este dilema, EPR planteó que la teoría cuántica debía estar omitiendo alguna descripción fundamental. En concreto, sugirieron la existencia de variables ocultas: parámetros adicionales no incluidos en la formulación estándar que determinarían los resultados de las mediciones. Dichas variables permitirían recuperar tanto el determinismo como la localidad, asegurando que las propiedades físicas de las partículas estén bien definidas independientemente de cualquier observación.

Un elemento crucial de su argumento fue el principio de localidad, que sostiene que, una vez separados, dos sistemas físicos no pueden influirse mutuamente de manera instantánea. Si las mediciones realizadas sobre A parecieran afectar a B pero no lo hacen, entonces la teoría cuántica está incompleta, y si A afecta a B, debemos aceptar la existencia de misteriosas “acciones a distancia” que desafían la noción clásica de causalidad.

Finalmente, la intención de Einstein y sus colaboradores no era rechazar la mecánica cuántica como herramienta predictiva, sino cuestionar su capacidad para describir la realidad última de los sistemas físicos. Con esta paradoja, buscaban señalar la necesidad de una teoría más completa, en la que las variables ocultas proporcionaran la explicación subyacente de los fenómenos cuánticos y se eliminara la dependencia de la interpretación de Copenhague y su carácter no determinista.

5.2.3. Desigualdad de Bell

Casi 30 años después de que se publicara el artículo de EPR, se propuso una prueba experimental que podría usarse para verificar si la imagen del mundo que EPR esperaba forzar era válida o no. En efecto, en 1964, el físico irlandés John Bell, tomando en cuenta la existencia de los elementos de realidad de EPR y utilizando las mismas consideraciones de realismo local, derivó un conjunto de desigualdades (conocidas como “desigualdades de Bell”) que toda teoría de variables ocultas locales debía satisfacer. Sin embargo, las predicciones de la mecánica cuántica violan estas desigualdades, lo que implica que ninguna teoría de variables ocultas locales puede reproducir todas sus predicciones, las cuales, hasta ese momento, habían resultado exitosas [18].

Planteamiento del problema

Estas desigualdades se derivan considerando un experimento con dos partículas entrelazadas que se envían a dos observadores, tradicionalmente llamados Alice y Bob. Cada observador puede medir una de varias propiedades de su partícula, y se registran los resultados, tal y como se muestra en la figura a continuación:

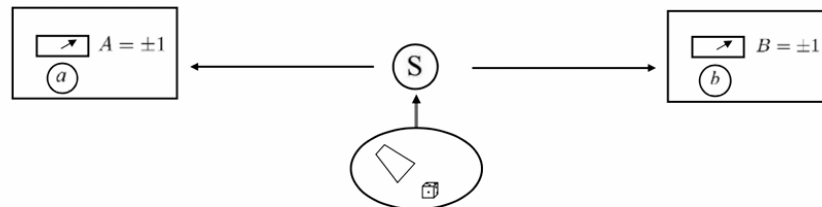


FIGURA 5.1: Montaje experimental de partículas entrelazadas enviadas a los observadores Alice (A) y Bob (B)

Dicho experimento contempla condiciones locales. La fuente S emite partículas hacia dos aparatos de medición de espín situados a gran distancia entre sí. El primer aparato está configurado con el parámetro de medición a y el segundo con el parámetro b , produciendo cada uno un resultado de $+1$ ó -1 . La elipse debajo del símbolo de la fuente simboliza un proceso aleatorio fluctuante, que controla el proceso de emisión de las partículas y, por lo tanto, sus propiedades. Si se observan correlaciones entre los resultados medidos; éstas se deben a las propiedades aleatorias comunes que las partículas han adquirido al ser emitidas por el proceso aleatorio.

Mediciones de espín

Para establecer el teorema de Bell, es suficiente tener en cuenta sólo dos direcciones para cada medición de espín individual: (a, a') para Alice, y (b, b') para Bob. Para ello, consideremos la siguiente notación: $A \equiv A(a, \lambda)$, $A' \equiv A(a', \lambda)$, $B \equiv B(b, \lambda)$ y $B' \equiv B(b', \lambda)$. En esta notación, λ representa a variables ocultas que contienen toda la información necesaria para determinar los elementos de la realidad asociados, en este caso, con los espines de las partículas.

Dicho esto, las funciones $A \equiv A(a, \lambda)$, $A' \equiv A(a', \lambda)$, $B \equiv B(b, \lambda)$ y $B' \equiv B(b', \lambda)$ son funciones que se usan para construir expresiones que permitan verificar si el realismo local planteado por el teorema EPR es compatible con las correlaciones observadas en partículas entrelazadas. Así:

- $A \equiv A(a, \lambda)$ es el resultado de la medición del espín en la primera partícula (subsistema A) cuando el aparato de medición está en la dirección a .
- $A' \equiv A(a', \lambda)$ es el resultado de la medición del espín en la primera partícula (subsistema A) cuando el aparato de medición está en la dirección a' .
- $B \equiv B(b, \lambda)$ es el resultado de la medición del espín en la segunda partícula (subsistema B) cuando el aparato de medición está en la dirección b .
- $B' \equiv B(b', \lambda)$ es el resultado de la medición en la segunda partícula (subsistema B) cuando el aparato de medición está en la dirección b' .

Los resultados de estas mediciones se consideran funciones deterministas: de conocer las variables ocultas λ , se puede predecir con certeza el resultado de la medición de spin. Notemos que el principio de localidad en este caso se hace presente por el hecho de que, dado que el subsistema el resultado de selección $A \equiv A(a, \lambda)$ es independiente del parámetro b , así como el resultado de la medición $B \equiv B(b, \lambda)$ no depende de a .

Correlación entre los resultados de ambas mediciones

Bell, asumiendo los conceptos tanto de realismo como de localidad, estableció que la correlación de las mediciones de Alice y Bob, dadas por las variables ocultas λ , se expresa como:

$$E(a, b) = \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) d\lambda \quad (5.1)$$

Donde $\rho(\lambda)$ corresponde a una densidad de probabilidad de las variables ocultas normalizada ($\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$). Esta densidad de probabilidad independiente de los parámetros a y b y cumple el rol de describir cómo se distribuyen las variables ocultas λ en un conjunto de repeticiones del experimento. Esto le otorga una condición de localidad al experimento, puesto que la fuente S que emite las partículas es independiente de la configuración del aparato de medición.

Desigualdad de BCHSH

La forma más conocida de la desigualdad de Bell es la derivada por Bell, Clauser, Horne, Shimony, y Holt en 1969, conocida como la desigualdad de BCHSH. Esta desigualdad establece un límite máximo para la correlación entre las mediciones en un sistema de partículas entrelazadas si se asume el realismo local. Matemáticamente, se expresa como [19]:

$$S = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b') \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} S &= \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b, \lambda) d\lambda - \int \rho(\lambda) A(a, \lambda) B(b', \lambda) d\lambda \\ &+ \int \rho(\lambda) A(a', \lambda) B(b, \lambda) d\lambda + \int \rho(\lambda) A(a', \lambda) B(b', \lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (5.3)$$

Lo cual, factorizando, resulta:

$$S = \int \rho(\lambda) A(B - B') + A'(B + B') d\lambda \quad (5.4)$$

Dado que tanto Alice como Bob pueden obtener ± 1 en sus respectivas mediciones, para la ecuación 5.4 se pueden cumplir los siguientes casos:

- $B = B' \rightarrow A(B - B') = 0$ y $A'(B + B') = \pm 2$
- $B = -B' \rightarrow A'(B + B') = 0$ y $A(B - B') = \pm 2$

Sin importar el caso, notamos que se cumple que $|S| \leq 2$, obteniendo así la desigualdad de Bell en su forma BCHSH. Esta desigualdad establece que para todo tipo de mediciones que produzca resultados aleatorios, independiente del mecanismo que genere las correlaciones y siempre que se cumpla la condición de localidad, debe cumplirse la desigualdad de Bell. Vale decir, que para que cualquier teoría se ajuste al marco de realismo local, debe conducir a predicciones que satisfagan la relación de BCHSH siguiente:

$$-2 \leq S \leq 2 \quad (5.5)$$

5.2.4. Violación al teorema de Bell

En el caso de la mecánica cuántica, si se quiere calcular el valor esperado (o promedio) del producto de los resultados ± 1 obtenidos en las mediciones de los dos espines a lo largo de direcciones θ_a y θ_b , se debe considerar la siguiente expresión:

$$\langle \hat{A}(a)\hat{B}(b) \rangle = (+1) \cdot \mathcal{P}_{+,+} + (+1) \cdot \mathcal{P}_{-,-} + (-1) \cdot \mathcal{P}_{+,-} + (-1) \cdot \mathcal{P}_{-,+} \quad (5.6)$$

De la ecuación anterior:

- $\mathcal{P}_{+,+}$ representa la probabilidad de obtener espín +1 para ambas partículas.
- $\mathcal{P}_{-,-}$ representa la probabilidad de obtener espín -1 para ambas partículas.
- $\mathcal{P}_{+,-}$ representa la probabilidad de obtener espín +1 en la primera partícula y -1 en la segunda.
- $\mathcal{P}_{-,+}$ representa la probabilidad de obtener espín -1 en la primera partícula y +1 en la segunda.

La ecuación 5.6 es la suma de los valores posibles de los productos de las mediciones en A y en B multiplicado por sus correspondientes probabilidades.

Considerando las ecuaciones 1.20 y 1.21 y las siguientes propiedades de ángulo medio:

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$

El valor esperado $\langle \hat{A}(a)\hat{B}(b) \rangle$ finalmente se puede expresar como:

$$\langle \hat{A}(a)\hat{B}(b) \rangle = -\cos \theta_{ab} \quad (5.7)$$

Con $\cos \theta_{ab} = \cos(\theta_a - \theta_b)$. Esta expresión es el equivalente cuántico del valor promedio sobre la variable λ del producto de resultados $A(a, \lambda)$ y $B(b, \lambda)$ en una teoría con realismo local. Para obtener el equivalente cuántico $\langle Q \rangle$ de la combinación de los cuatro productos de resultados tal como aparecen en la ecuación 1.28, debemos calcular la misma combinación de valores promedio de estos productos de resultados, lo que da como resultado la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \langle Q \rangle &= \langle \hat{A}(a)\hat{B}(b) \rangle - \langle \hat{A}(a)\hat{B}(b') \rangle + \langle \hat{A}(a')\hat{B}(b) \rangle + \langle \hat{A}(a')\hat{B}(b') \rangle \\ &= -\cos \theta_{ab} + \cos \theta_{ab'} - \cos \theta_{a'b} - \cos \theta_{a'b'} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Imaginemos ahora que las cuatro direcciones están en el mismo plano tal y como se muestra a continuación:

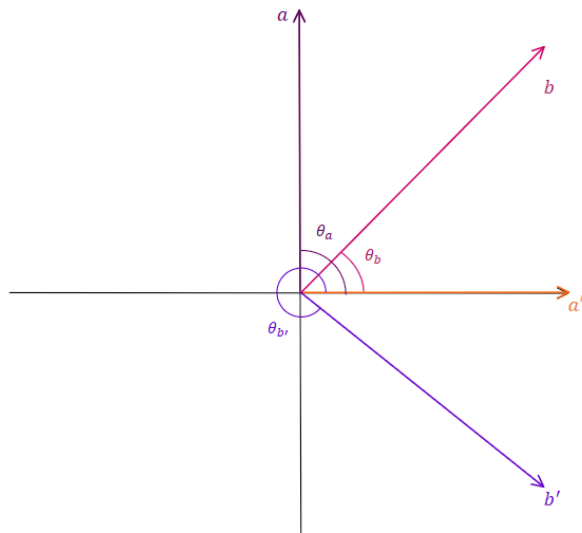


FIGURA 5.2: Ejemplo de violación a la desigualdad de Bell

Donde $\theta'_a = 0^\circ$, $\theta_b = 45^\circ$, $\theta_a = 90^\circ$ y $\theta'_b = 315^\circ$. En tal caso, $\cos \theta_{ab} = \cos \theta_{a'b} = \cos \theta_{a'b'} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ y $\cos \theta_{ab'} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, obteniendo así que $\langle Q \rangle = -2\sqrt{2}$. Esto quiere decir que, en ciertas situaciones, las correlaciones cuánticas violan la desigualdad de Bell, lo que explicaría que la naturaleza cuántica no podría ser completamente explicada por el realismo local planteado por EPR.

En suma, del famoso experimento mental de Einstein, Podolsky y Rosen (EPR), se argumentó que la mecánica cuántica no proporcionaba una descripción completa de la realidad, sugiriendo que debían existir “variables ocultas” que completaran la teoría. John Bell tomó esta idea y la sometió a un análisis riguroso, mostrando que cualquier teoría que pretenda añadir variables ocultas locales a la mecánica cuántica debe cumplir ciertas desigualdades, denominadas “desigualdades de Bell”. No obstante, en el experimento de la medición del espín para dos partículas entrelazadas pero separadas por una importante distancia, para cierto ángulo, resultó que se violaba dicha desigualdad, concluyendo así que las correlaciones cuánticas no pueden explicarse por ninguna teoría de variables ocultas locales [18].

Experimentos realizados para probar las desigualdades de Bell, han confirmado que las predicciones cuánticas son correctas, y por lo tanto, la naturaleza no se comporta de acuerdo al realismo local: en 1982, Alain Aspect junto con sus colaboradores del Instituto de Óptica de la Universidad de París, publicaron un experimento que consistía en la medición del ángulo de polarización de dos fotones correlacionados emitidos por una fuente común, y se demostraba que las desigualdades de Bell no se cumplieron en dicho sistema.

5.2.5. Teoría de De Broglie-Bohm

También conocida como “teoría de la onda piloto”, fue propuesta por Louis de Broglie en 1927. Sin embargo, debido a las fuertes críticas de los defensores de la interpretación de Copenhague, de Broglie abandonó pronto su desarrollo, pero, décadas más tarde, David Bohm redescubriría esta teoría, para posteriormente, en 1952 desarrollarla. A diferencia de la teoría estándar de mecánica cuántica, la teoría de De Broglie-Bohm ya no es simplemente un conjunto de herramientas matemáticas para predecir resultados, sino que aborda la realidad microscópica a través del determinismo y variables ocultas no locales, contradiciendo así las desigualdades de Bell.

La idea central de esta teoría es considerar que la función de onda actúa como una onda piloto que guía el movimiento de las partículas involucradas, dejando así de lado la dualidad de onda partícula.

Modelo matemático

El estado completo de un sistema se describe mediante dos elementos:

- (i) La función de onda $\Psi(x_k, t)$
- (ii) Las posiciones reales de las partículas, representadas por $X(t)$.

Las posiciones reales $X(t)$ de las partículas están guiadas por la función de onda mediante la una ecuación guía [17].

Consideremos ahora una función de onda del tipo $\Psi = \psi_1 + \psi_2$ donde ψ_1 y ψ_2 son funciones definidas sobre regiones distintas del espacio de configuraciones.

En este contexto, se entiende por soporte de una función al conjunto de puntos donde la función toma valores distintos de cero. Si las zonas de soporte de ψ_1 y ψ_2 no se interceptan en ningún momento —es decir, que *no* existen puntos donde simultáneamente se cumpla $\psi_1 \neq 0$ y $\psi_2 \neq 0$ — se dice que ψ_1 y ψ_2 tienen **soportes disjuntos**.

Esta condición resulta de especial importancia en la descripción del denominado “colapso” de la función de onda, fenómeno que se analizará en detalle en la sección 5.2.5.

Diferencias con la interpretación de Copenhague

A diferencia de la interpretación de Copenhague, donde las propiedades de las partículas son indefinidas hasta la medición, la teoría de de Broglie-Bohm sostiene que las partículas siempre tienen posiciones y momentum definidos (salvo en la condición inicial del sistema) y, por lo tanto, trayectorias definidas, existan o no observadores [15]. Esto la convierte en una teoría determinista (salvo por la condición inicial no determinista), chocando directamente con la idea idealista de Wigner acerca del papel del observador en la mecánica cuántica.

Pese a su carácter determinista, la teoría de De Broglie–Bohm reproduce exactamente las predicciones estadísticas de la mecánica cuántica estándar, por ejemplo, ciñéndose a la regla de Born. Esto es posible gracias a la llamada hipótesis de equilibrio cuántico, la cual postula que, en un conjunto de sistemas preparados de la misma manera, las posiciones iniciales de las partículas están distribuidas según la densidad de probabilidad $|\Psi(x_k, t)|^2$ [17]. Una propiedad fundamental que respalda esta hipótesis es la equivarianza, que asegura que, si al instante inicial las posiciones de las partículas están distribuidas conforme a $|\Psi(x_k, t)|^2$ dicha distribución se mantendrá invariante en el tiempo, a medida que evolucionan tanto las trayectorias (según la ecuación guía) como la función de onda (según la ecuación de Schrödinger).

En la teoría de De Broglie-Bohm, una de las diferencias más fundamentales con respecto a la interpretación estándar de la mecánica cuántica es que la función de onda no colapsa propiamente tal. En su lugar, experimenta lo que se denomina un “colapso efectivo”. Esto significa que, si la función de onda total es una superposición de términos con soportes disjuntos, la partícula es guiada únicamente por el término cuyo soporte coincide con la posición real de la partícula en ese instante. Las otras partes de la función de onda, aunque sigan existiendo matemáticamente, no afectan la trayectoria de la partícula [17]. En efecto, debido a la decoherencia—el fenómeno por el cual, dada la interacción de los grados de libertad del objeto cuántico medido con el entorno macroscópico, se rompe la coherencia cuántica de los estados y se destruye la superposición—las ramas de la función de onda que no contienen a la partícula se vuelven ineficaces para guiar su movimiento. Esto se debe a que, para sistemas suficientemente macroscópicos como los utilizados en las mediciones, se vuelve prácticamente imposible que los soportes de estas ramas se superpongan o interfieran nuevamente en el futuro.

En el caso de que la función de onda no cumpla con la condición de superposición de soportes disjuntos, la teoría indica que la trayectoria de la partícula se verá afectada por la combinación de todos los términos de la función de onda. Esto es exactamente lo que sucede en experimentos de interferencia como el de Mach-Zehnder o la doble rendija. Así, el resultado de una medición no solo depende del sistema cuántico, sino también de los detalles del aparato de medición, eludiendo así los teoremas de variables ocultas.

Debilidades de la teoría de De Broglie-Bohm

Se trata de una interpretación determinista que involucra no localidad de manera explícita, razón que incomoda a muchos científicos pues parece violar la relatividad especial que prohíbe que el envío de información sea más rápido que la luz. Por el momento, no es una teoría falsable empíricamente, por lo cual muchos consideran que no aporta utilidad adicional, y, por otro lado, esta teoría rompe con el principio de incertidumbre al postular que las partículas tienen trayectorias bien definidas [15].

5.2.6. Interpretación de Muchos Mundos

Interpretación alternativa a la de Copenhague, fue desarrollada en 1957 por Hugh Everett III en su tesis doctoral. Descrita como la “teoría de la función de onda universal”, su planteamiento central sostiene que la única entidad fundamental es la función de onda del universo, cuya evolución está gobernada por el Hamiltoniano correspondiente. A diferencia de la interpretación estándar, la interpretación de Muchos Mundos (de aquí en adelante MWI por sus siglas en inglés) elimina la existencia del colapso de la función de onda. En su lugar, postula que todos los resultados posibles de una medición cuántica se realizan efectivamente, pero cada uno dentro de su propio “mundo” o rama del multiverso, lo que la vuelve una teoría local. En este contexto, un “mundo” no se entiende como una entidad física separada, sino como la descripción colectiva de todos los objetos macroscópicos que, en un instante dado, se encuentran en un estado bien definido conforme a la física clásica [20]. En otras palabras, un mundo corresponde a una configuración donde las variables macroscópicas, como la posición de un detector o el estado de un gato, adoptan valores concretos, compatibles con nuestra experiencia y realidad.

Por otro lado, a cada mundo se le asocia una función de onda “parcial” (o rama), y forma parte de la superposición total de la función de onda universal. Debido a la decoherencia, estas funciones de onda de distintos mundos no interfieren entre sí en condiciones normales, provocando que cada mundo evolucione de manera efectiva como si fuera independiente de los demás.

El rol del observador según MWI

Al igual que en el caso de la teoría de De Broglie-Bohm, MWI es de carácter determinista, puesto que la función de onda universal evoluciona según la ecuación de Schrödinger: conociendo la función de onda universal inicial, es posible predecir exactamente cómo evolucionará todo el sistema, incluyendo todas sus posibles ramificaciones.

En suma, se trata de una teoría determinista a nivel de todos los mundos. Pero, ¿qué pasa si se analiza cada posible mundo por separado? Al realizar una medición cuántica, según MWI, el observador únicamente vive la experiencia de **una** de todas las posibles ramas [20]. Dado que no se tiene acceso a las otras ramas, el observador siente que hubo azar en su resultado, pero, la aleatoriedad que se experimenta al observar los resultados de las mediciones cuánticas no existe, tratándose meramente de una ilusión.

En consecuencia a las mediciones cuánticas, el universo constantemente se divide en múltiples mundos posibles hacia el futuro. No obstante, hasta el instante justo previo a la medición, todas las “copias” del observador comparten la misma historia pasada, por lo cual, todas ellas tienen la misma percepción acerca de las vivencias y experiencias del observador. En otras palabras, todas las vivencias y experiencias comparten un único pasado común: los recuerdos y experiencia del observador le conectan a una secuencia única de eventos pasados: esto es lo que denomina “identidad diacrónica hacia el pasado”, es decir, la continuidad de una identidad a lo largo del tiempo, pero sólo hasta el momento de la ramificación.

Lo anterior conduce a la noción de probabilidad de auto-ubicación, entendida como la incertidumbre por parte del observador acerca de en qué rama específica se encuentra él mismo. Esta probabilidad no refleja una aleatoriedad objetiva en la naturaleza, sino más bien la ignorancia del observador acerca de cuál de sus múltiples “copias” generadas tras una medición es él en particular.

En este marco, cada mundo posee un “peso” determinado por el cuadrado del módulo de la amplitud de la función de onda asociada a ese mundo [17], y esta magnitud define la probabilidad de auto-ubicación del observador en él. Sin embargo, dado que la evolución unitaria de la función de onda únicamente describe la ramificación de las posibilidades sin establecer cómo se asignan probabilidades desde la perspectiva del

observador, la introducción de la probabilidad de auto-ubicación en la MWI no puede derivarse directamente del formalismo de la evolución unitaria. Por ello, como sostiene Vaidman [20], esta regla debe ser postulada de manera independiente, constituyendo un supuesto necesario para explicar la experiencia probabilística del observador dentro de un marco determinista.

Correlaciones cuánticas en MWI

En ciertos experimentos cuánticos, como los de entrelazamiento, pareciera que una acción sobre una partícula afectara instantáneamente a otra, aunque estén lejos. Desde la perspectiva del observador en su rama, al medir una partícula, puede interpretar que la otra partícula “cambió” al mismo tiempo, sin importar la distancia. Sin embargo, según MWI, no ocurrió ninguna influencia superluminal (de propagación más rápida que la velocidad de la luz en el vacío), sino que las correlaciones se deben a que ambas partículas y el observador están en la misma rama del multiverso. De este modo, por ejemplo, la paradoja del gato de Schrödinger, que resulta conceptualmente problemática si se piensa en términos de un único mundo en el que el gato estaría simultáneamente vivo y muerto, se resuelve en la MWI. Allí, cada rama contiene una historia distinta y consistente: en algunas, el gato está vivo; en otras, ha muerto en distintos momentos. Así, el fenómeno no representa una contradicción, sino la coexistencia de múltiples realidades, cada una plenamente definida dentro de su propia rama.

Paradojas resueltas y críticas a la interpretación de los Muchos Mundos

Por otro lado, MWI ha sido criticada por su compleja ontología: la existencia simultánea de un número potencialmente infinito de mundos plantea desafíos filosóficos sobre la naturaleza de la realidad y la interpretación del concepto de existencia física. Finalmente, algunos detractores señalan la falta de evidencia empírica directa que permita distinguir MWI de otras interpretaciones, lo que refuerza la percepción de que, a pesar de su elegancia teórica, sigue siendo una interpretación especulativa dentro del panorama de la mecánica cuántica [15].

5.3. El experimento de Elitzur y Vaidman y medición sin interacción según las distintas interpretaciones de la mecánica cuántica

El resultado del experimento mental de Elitzur y Vaidman nos obliga a replantear cuándo y cómo ocurre el colapso: ¿colapsa la función de onda al interactuar potencialmente con la bomba o recién al registrarse en el detector? En efecto, aquí se desafía la noción clásica de medición pues permite inferir una propiedad física (la funcionalidad de la bomba) a partir de la activación (o no activación) de ciertos detectores, incluso cuando el fotón no ha sido absorbido. Este escenario por tanto, no solo ilustra la no trivialidad del concepto de medición en mecánica cuántica, sino que también pone en tensión las interpretaciones estándar al demostrar que es posible obtener información sobre un sistema sin la necesidad de una interacción directa que produzca el colapso de la función de onda, desafiando así la visión de que toda medición debe involucrar un intercambio de energía o colapso explícito del estado cuántico.

Estudemos a continuación el fenómeno de medición sin interacción y el colapso de la función de onda del experimento de Elitzur y Vaidman desde las interpretaciones anteriormente detalladas.

5.3.1. Interpretación de Copenhague

Bajo la interpretación de Copenhague, primero que todo, la función de onda que describe el sistema cuántico es una herramienta matemática para calcular probabilidades y no una onda real. Así, luego de que el fotón pasa por el primer beam splitter, la función de onda queda en el siguiente estado superpuesto: $|\Psi\rangle = \hat{B}\hat{M} \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle +$

$i|2\rangle\rangle$, con \hat{B} y \hat{M} las matrices beam splitter y espejo, y el estado final de la función de onda es $|\Psi_f\rangle = \frac{1}{2}(i|2\rangle - |1\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle$.

En este contexto, al momento de realizar la medición, la función de onda colapsará a alguno de los posibles estados siguientes: $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|\text{scattered}\rangle$, siendo detectado por el detector 1, por el detector 2 o absorbido por la bomba, respectivamente. De este modo, el estado del fotón no está bien definido antes de la medición, sino que únicamente podrá ser determinado al momento de la medición.

5.3.2. EPR y variables ocultas

Recordemos que el teorema EPR era con variables ocultas locales, por lo cual, dado que la detección de la bomba sin interacción en el experimento de Elitzur y Vaidman es consecuencia de la no localidad, este teorema no aplica.

5.3.3. Teorema de De Broglie-Bohm

Según esta teoría, los sistemas cuánticos tienen trayectorias definidas todo el tiempo y son guiados por una onda piloto que obedece a la ecuación de Schrödinger. Recordemos que, a diferencia de las otras interpretaciones, ésta sugiere que en verdad la función de onda jamás colapsa propiamente tal, eliminando de esta manera el misterio detrás del fenómeno de medición sin interacción.

Para esta interpretación se considera una función de onda del tipo $\Psi = \psi_1 + \psi_2$, con ψ_1 y ψ_2 dos funciones con soportes disjuntos, en donde, por consecuencia, la partícula sólo será guiada por la función ψ_i cuyo soporte ocupe la posición de la partícula en ese instante. Pero, ¿qué pasa en caso de que en algún momento las funciones de onda se superponen? En este caso, dejarían de ser funciones de onda con soportes disjuntos, por lo cual tanto ψ_1 como ψ_2 afectan la trayectoria del fotón, provocando que el fotón responda al conjunto completo. Cuando el fotón pasa por el primer beam splitter, las trayectorias están disjuntas, por lo que únicamente esa parte de la función Ψ lo guía. Pero, al llegar al segundo beam splitter, ambas trayectorias se recombinan, de modo que ambas ondas interfieren y ambas afectan su trayectoria hacia alguno de los detectores [17].

Así, en base a lo anteriormente explicado, la onda piloto sí habría guiado a la función de onda a través del camino donde estaba ubicada la bomba, pero no al fotón, provocando así un colapso efectivo en el estado $|2\rangle$ ante el proceso de medición sin interacción.

5.3.4. Interpretación de Muchos Mundos

Primero que todo, MWI niega completamente la existencia de un colapso de la función de onda, sosteniendo, en su lugar, que todos los posibles resultados de una medición ocurren, pero en diferentes “mundos”. A cada mundo se le asocia una función de onda parcial (rama) que forma parte de la superposición total de la función de onda universal. En este caso, al momento de la división, el universo se divide en tres posibles mundos:

1. El mundo en donde la bomba explota
2. El mundo donde el fotón es detectado por D_2
3. El mundo donde el fotón es detectado por D_1

Cada uno de estos mundos tiene asociada una función de onda parcial (rama) que forma parte de la superposición total de la función de onda universal. Para nuestro caso, la función de onda universal sería la siguiente:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(i|2\rangle \otimes |\hat{O}_{D_2}\rangle - |1\rangle \otimes |\hat{O}_{D_1}\rangle) + \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle \otimes |\hat{O}_{\text{scattered}}\rangle \quad (5.9)$$

En donde $|\hat{O}_{D_2}\rangle$ indica el estado de que el observador \hat{O} vea el detector 2 encenderse, $|\hat{O}_{D_1}\rangle$ el estado donde el observador \hat{O} ve el detector 1 encenderse, y $|\hat{O}_{\text{scattered}}\rangle$ el estado donde el observador \hat{O} ve la bomba explotar.

En el caso de la denominada medición sin interacción al activarse el detector 2, lo que ocurre en este caso es que el observador se encuentra justamente en la rama en donde el fotón es detectado por D_2 . Desde su

percepción, el observador considera este evento como aleatorio, cuando en realidad ni siquiera tiene acceso a los mundos en donde la bomba explota o en donde D_1 detecta el fotón.

Luego de una revisión de las diferentes interpretaciones de la mecánica cuántica y de un análisis del experimento de Elitzur y Vaidman dentro del mismo contexto, nos preguntamos cuál es la postura al día de hoy entre los propios físicos con respecto a las interpretaciones y cuestiones de la mecánica cuántica. Para ello nos basaremos en los resultados de dos diferentes estudios: uno publicado en 2016 por Sujeevan Sivasundaram y Kristian Hvidtfelt Nielsen [21], y otro publicado recientemente en 2025 por Petr O. Jedlička junto con otros colaboradores [22].

5.4. Posturas actuales de los físicos frente a las diferentes interpretaciones de la mecánica cuántica

Para su estudio [21], Sivasundaram y Nielsen se basaron en el estudio publicado en 2013 por Maximilian Schlosshauer, Johannes Kofler y Anton Zeilinger [23], de tal manera que lograron formular una encuesta en línea de 17 preguntas en total para enviarlas luego a 1234 físicos, aunque finalmente sólo participaron 149.

Debido a la diversidad en la población de estudio, esta encuesta es la que se considera más representativa. En efecto, se encuestó tanto a estudiantes (doctorado y postgrado) como a profesores, de todas las especializaciones de ocho universidades en varios países. Además, a diferencia de otros estudios, éste sí permitía a los participantes seleccionar múltiples respuestas para varias preguntas.

En cuanto al estudio más reciente [22], Petr O. Jedlička et al. consideran una población de estudio de 40 personas (fue la cantidad de cuestionarios válidos) de participantes cuya especialización principal era matemáticas, física (incluida física aplicada) y ciencias de la información. También se trata de una encuesta en línea, pero, a diferencia del estudio publicado por Sivasundaram y Nielsen en 2016, Petr O. Jedlička et al. replicaron 10 de las 16 preguntas más relevantes formuladas Schlosshauer, Kofler y Zeilinger en 2013 [23].

5.4.1. Interpretación de la mecánica cuántica predilecta por los físicos

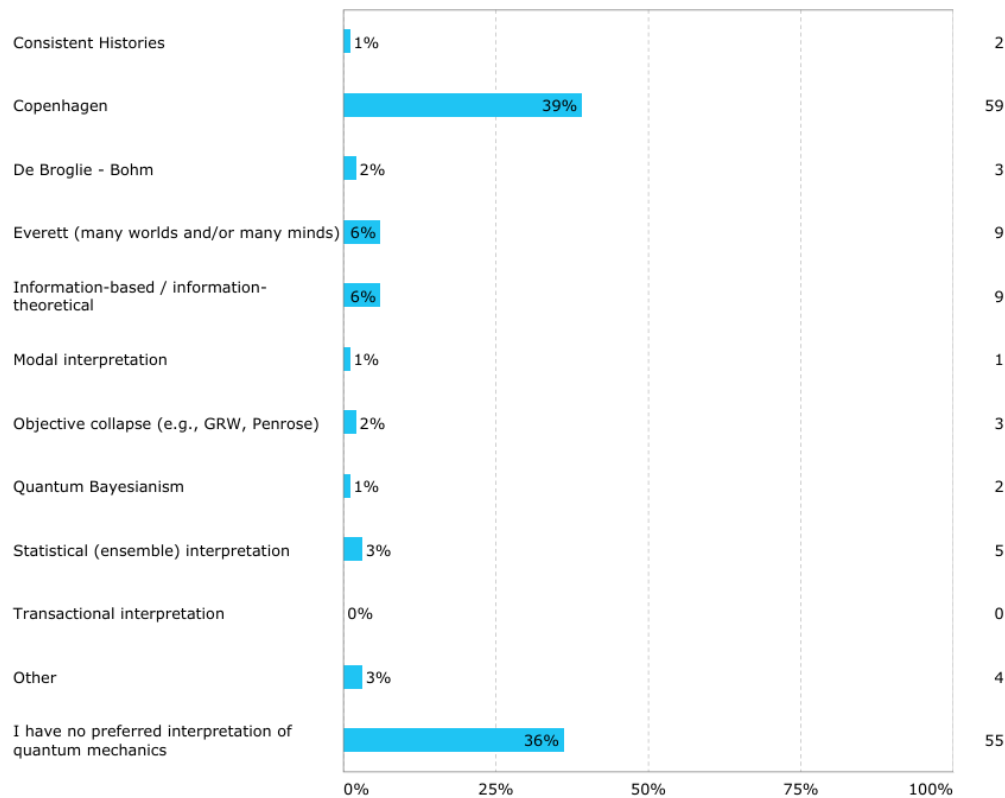


FIGURA 5.3: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Cuál es su interpretación de la mecánica cuántica predilecta?” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

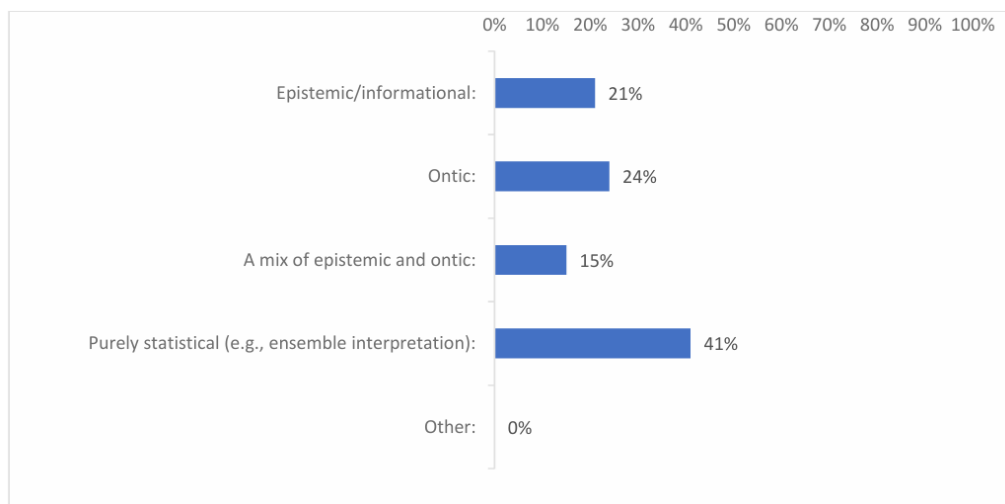


FIGURA 5.4: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Qué interpretación de la mecánica cuántica es su predilecta?” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

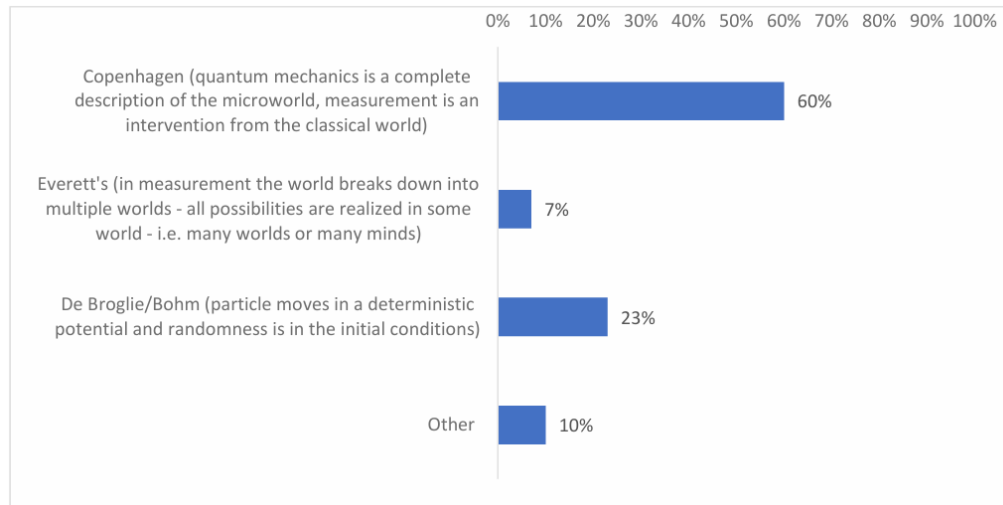


FIGURA 5.5: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Cuál es su interpretación de la mecánica cuántica predilecta?” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

De ambos estudios se concluye que la interpretación predilecta de los encuestados es la interpretación de Copenhagen. No obstante, lo que sí cabe destacar es que de la figura 5.3, un 39 % afirma que la interpretación de Copenhagen es su favorita, mientras que en el estudio de la figura 5.5 más de la mitad de los encuestados afirmó adherirse a esta interpretación como su favorita. Esta diferencia porcentual de adhesión a la interpretación de Copenhagen los autores lo relacionan con el hecho de que Sivasundaram y Nielsen destacaron que, en su estudio, la mayoría de los físicos encuestados no están familiarizados con conceptos fundacionales como la desigualdad de Bell o el problema de la medición, a pesar de que la mayoría considera importantes las interpretaciones. Por ello, debido a que en el estudio de Petr O. Jedlička et al. los participantes poseían mayor experticia y conocimientos (debido a sus especialidades) en mecánica cuántica, tienden a interpretaciones más epistemológicas que ontológicas.

5.4.2. Aleatoriedad de los eventos cuánticos individuales

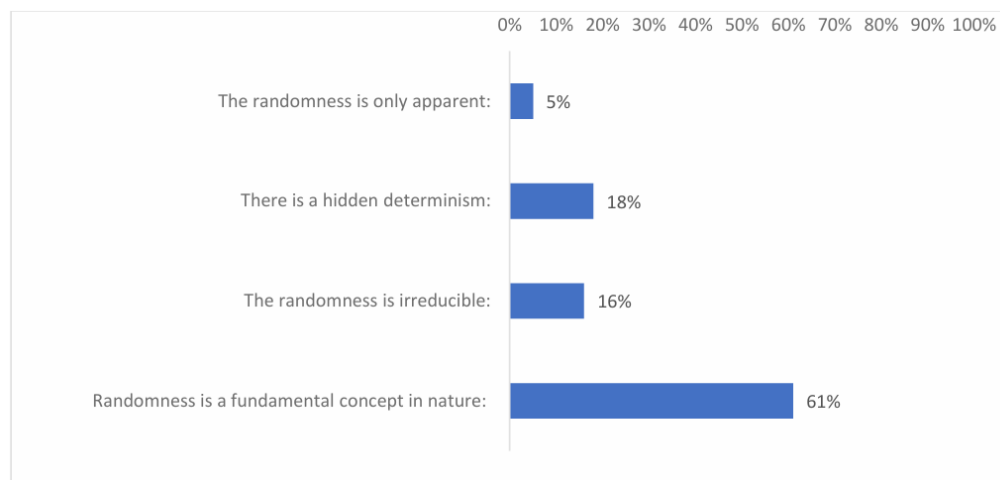


FIGURA 5.6: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Cuál es su opinión sobre la aleatoriedad de los eventos cuánticos individuales?” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

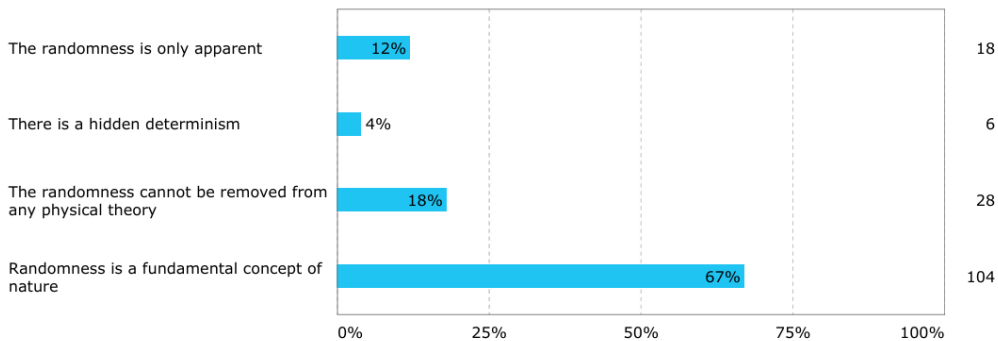


FIGURA 5.7: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Cuál es su opinión sobre la aleatoriedad de los eventos cuánticos individuales?” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

En este caso, notemos que ambos estudios calzan en el hecho de que más del 60% de los participantes estiman que la aleatoriedad es un concepto fundamental de la naturaleza. Esto denota que la perspectiva de los físicos sobre el rol del azar en la naturaleza no ha cambiado.

5.4.3. Propiedades de los objetos físicos y dependencia con el proceso de medición

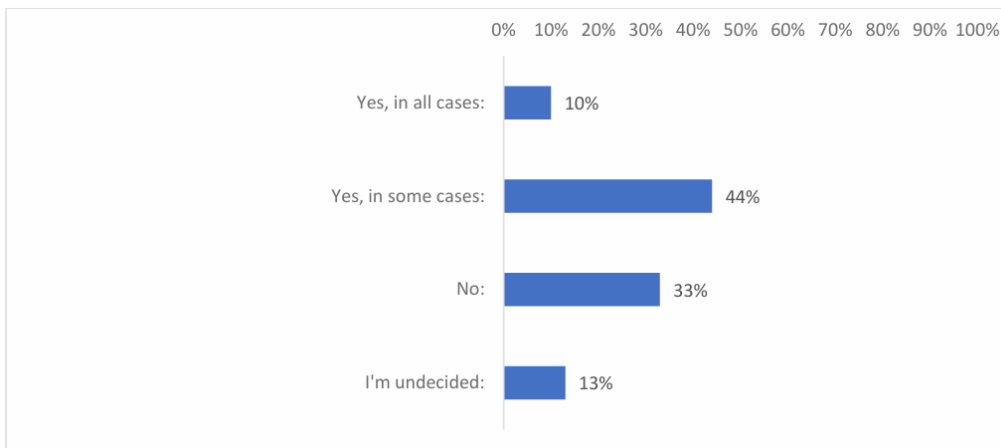


FIGURA 5.8: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Cree que los objetos físicos tienen sus propiedades bien definidas antes de la medición e independientemente de ella?” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

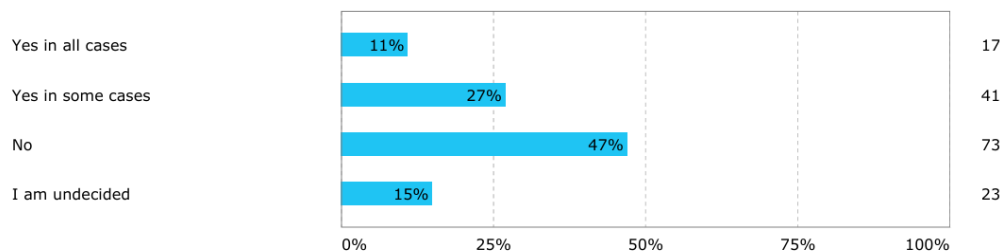


FIGURA 5.9: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Cree que los objetos físicos tienen sus propiedades bien definidas antes de la medición e independientemente de ella?” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

A diferencia de las otras preguntas abordadas en los estudios, para la pregunta sobre si los objetos físicos tienen sus propiedades bien definidas antes de ser medidas, para el estudio del 2016 (ver figura 5.8) el mayor porcentaje de los encuestados considera que en **algunos casos** los objetos **sí** tienen sus propiedades bien definidas antes de la medición, mientras que en el caso del estudio más reciente (ver figura 5.9), el mayor porcentaje de los encuestados considera que **no**. El hecho de que en el estudio de 2025 la respuesta con mayor porcentaje de adhesión es que los objetos no tienen sus propiedades definidas antes de la medición, se debería a la naturaleza de la población de muestra.

5.4.4. Problema de la medición

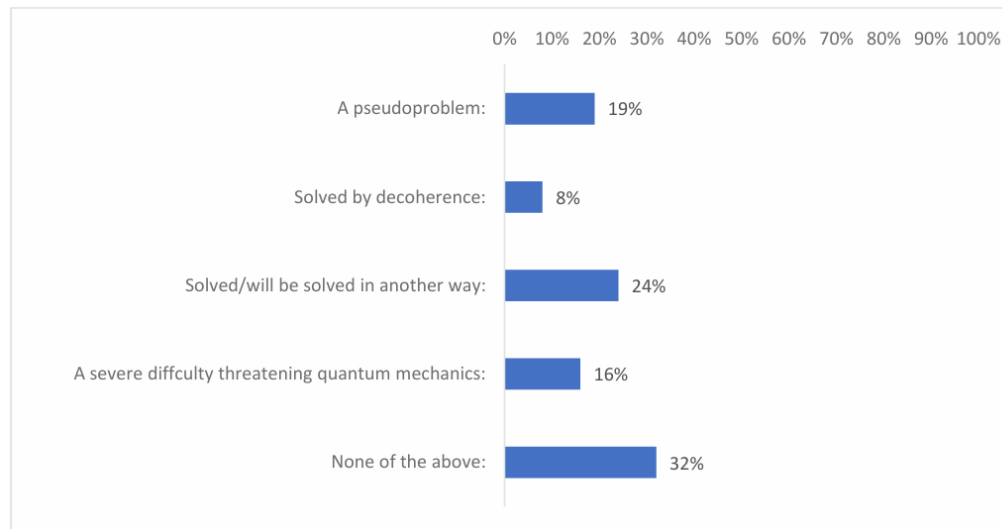


FIGURA 5.10: Distribución de respuestas a la pregunta “El problema de la medición es” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

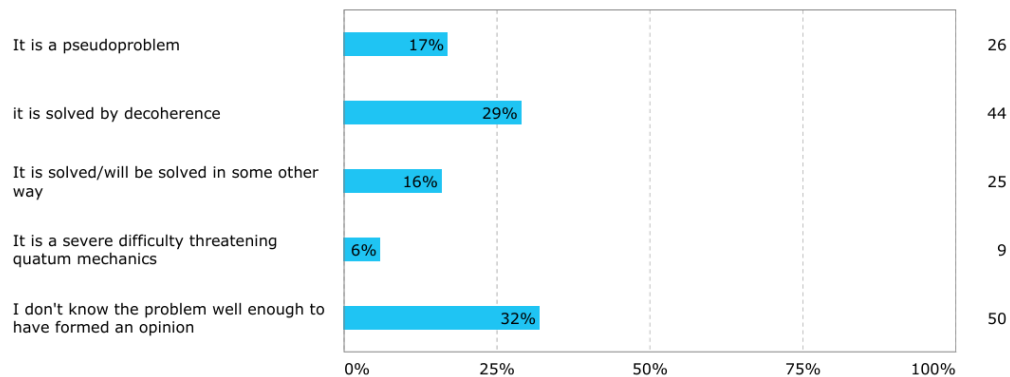


FIGURA 5.11: Distribución de respuestas a la pregunta “El problema de la medición es” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

Si bien en ambos estudios coinciden en el hecho de que el mayor porcentaje de los encuestados coinciden en que o bien no conocen muy bien el problema de la medición, o bien no están de acuerdo con ninguna de las alternativas propuestas lo interesante es que en la figura 5.10 la segunda respuesta más votada es que el problema de la medición se resolverá eventualmente en algún momento o bien ya está resuelto de otra manera distinta a la decoherencia, mientras que en 5.11 la segunda respuesta más votada es que el problema de la medición ya está resuelto por la decoherencia.

5.4.5. Rol del observador

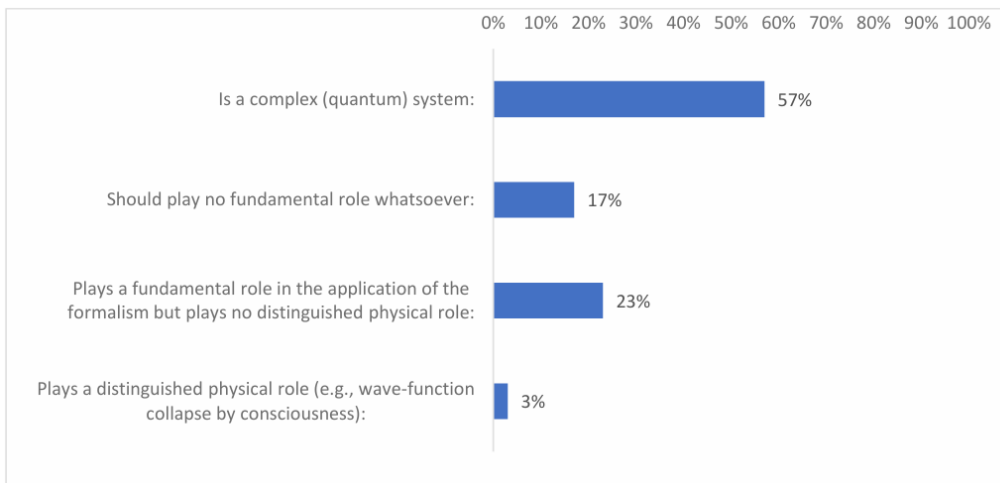


FIGURA 5.12: Distribución de respuestas a la pregunta “El observador ... ” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

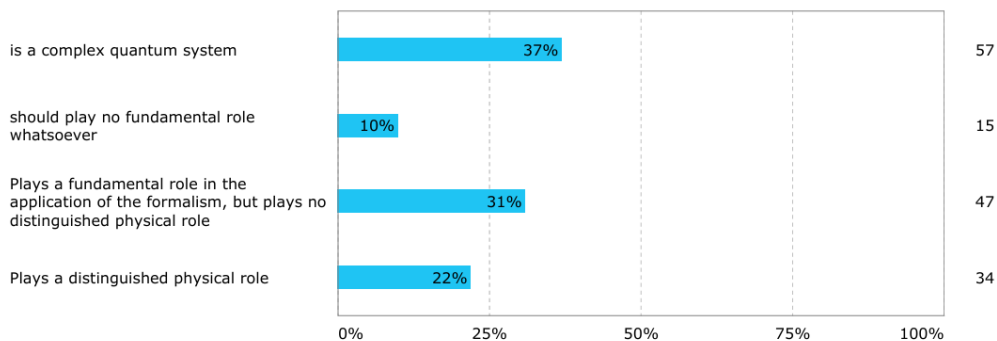


FIGURA 5.13: Distribución de respuestas a la pregunta “El observador ...” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

Los participantes de ambos estudios coinciden en la perspectiva de que el observador es un sistema cuántico complejo. Es decir, que el observador ya no sólo interactúa con el sistema cuántico en cuestión, sino que el observador está sujeto a las leyes de la mecánica cuántica.

5.4.6. Influencia del prejuicio filosófico personal en la elección de una interpretación de la mecánica cuántica

¿En qué medida la elección de una interpretación es una cuestión de prejuicio filosófico personal?

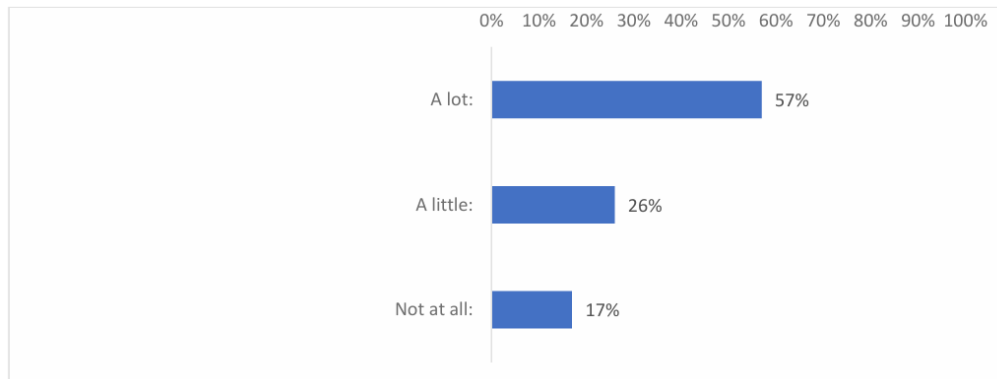


FIGURA 5.14: Distribución de respuestas a la pregunta “¿En qué medida la elección de una interpretación es una cuestión de prejuicio filosófico personal?” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

Si dos teorías físicas dan las mismas predicciones, ¿qué características le harían apoyar una sobre la otra?

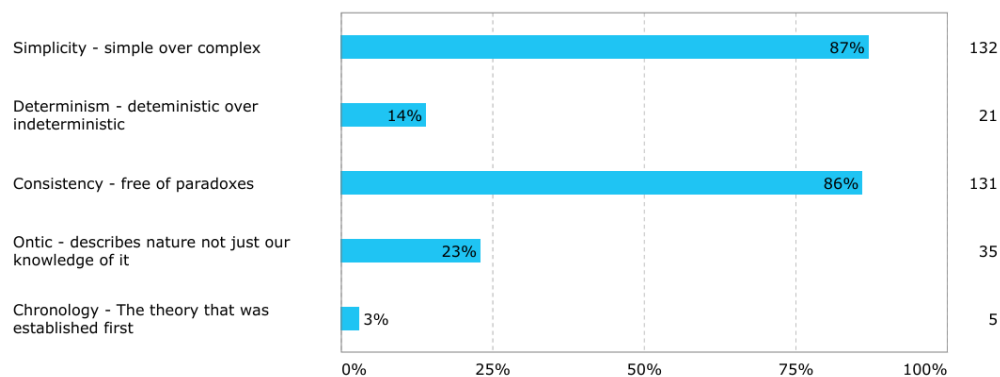


FIGURA 5.15: Distribución de respuestas a la pregunta “Si dos teorías físicas dan las mismas predicciones, ¿qué características le harían apoyar una sobre la otra?” del estudio de Jedlička et al. (2025) [22] sobre preferencias interpretativas en mecánica cuántica

De la figura 5.14 y 5.15 es posible ver que los resultados se condicen mucho con los resultados a las preguntas anteriores: los participantes del estudio de Sivasundaram y Nielsen (cuya población de muestra era más representativa y diversa, y, por lo tanto, presenta menos sesgo) consideran que el prejuicio filosófico personal influye mucho en la elección de una interpretación de la mecánica cuántica, mientras que los participantes del estudio de Jedlička et al. priorizan la simplicidad y consistencia de una teoría por sobre su carácter óntico.

5.4.7. ¿Es necesaria una interpretación de la mecánica cuántica?

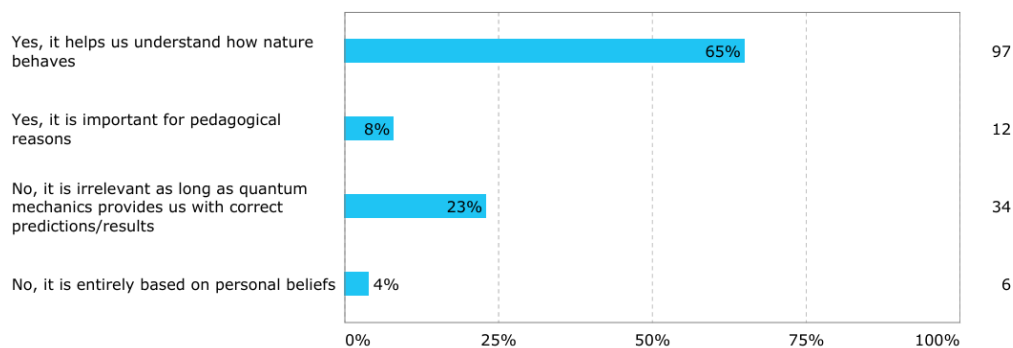


FIGURA 5.16: Distribución de respuestas a la pregunta “¿Es necesaria una interpretación de la mecánica cuántica?” del estudio de Sivasundaram y Nielsen (2016) [21] sobre fundamentos de la mecánica cuántica

Si bien ambos estudios afirman que una proporción significativa de la comunidad entrevistada no tiene una interpretación predilecta de la mecánica cuántica, también se confirma la persistencia de la interpretación de Copenhague como la preferida entre quienes eligen una. No obstante, es interesante ver que, si bien la mayor parte de la comunidad científica siente mayor afinidad con la interpretación de Copenhague, demuestra a su vez no comprenderla bien: se muestran defensores de una interpretación instrumentalista y antirrealista, pero para ellos es necesaria una interpretación de la mecánica cuántica porque ayuda a entender el comportamiento de la naturaleza. Esto demuestra que, muy a su pesar, incluso los científicos de creencias más ortodoxas muestran otorgarle importancia al carácter óntico de la física.

Por otro lado, ambos estudios encontraron patrones consistentes en las opiniones sobre la aleatoriedad, el problema de la medición y el rol del observador. No obstante, el estudio de Sivasundaram y Nielsen muestra una alta autoconciencia por parte de los participantes de que el prejuicio filosófico personal influye en las elecciones, lo cual se ve reflejado en el hecho de que los físicos priorizan el énfasis educativo y atractivo pragmático a la hora de la elección de una interpretación por sobre el carácter óntico.

5.5. ¿Por qué a pesar de todos estos debates la mecánica cuántica sí funciona?

Si el proceso de medición y observación ha suscitado tantos debates, ¿por qué es que hasta el día de hoy se considera una teoría válida? Existe una especie de convenio que, por el momento, ha permitido sobrellevar de manera exitosa los desafíos que impone la mecánica cuántica: “*agrega lo suficiente al sistema cuántico, de manera que agregar más no altera significativamente las predicciones prácticas*” [12].

La escala de los sistemas cuánticos está tan alejada de la escala humana que, hasta el momento, el límite entre lo observado y el observador siempre aparece mucho antes de alcanzar la escala macroscópica en la que vivimos, comportamiento que los científicos han vinculado con el fenómeno de decoherencia.

Proyección futura

Si bien antes parecía impensable desarrollar tecnologías cuánticas a escala macroscópica debido a los efectos de la decoherencia, actualmente existen sistemas físicos que operan en base a superposiciones cuánticas macroscópicas locales, es decir, estados cuánticos donde participan colectivamente miles de millones de partículas en configuraciones distinguibles. Un caso destacado es el de ciertos dispositivos superconductores, en los que se ha demostrado experimentalmente la coexistencia de corrientes opuestas en superposición dentro de un mismo sistema físico. Estos resultados muestran que la superposición cuántica no es solo una curiosidad microscópica, sino un fenómeno real que puede observarse en sistemas de escala macroscópica y que abre camino a futuras aplicaciones tecnológicas [24], abriendo así camino al posible desarrollo de circuitos en computación cuántica cuya la coherencia se mantenga a pesar de los retos ambientales.

En la misma línea de posibles desarrollos en computación cuántica, se ha conseguido un nuevo método de corrección de errores que no compromete a los qubits. Tradicionalmente, la corrección de errores cuánticos implica medir el síndrome de error en qubits auxiliares, y luego una computadora clásica procesa esta información para decidir y aplicar la corrección. Este enfoque es riesgoso porque las mediciones son lentas, inherentemente propensas a errores y pueden exceder los tiempos de decoherencia de los qubits, comprometiendo su coherencia cuántica. No obstante, se propuso un innovador método que evita mediciones directas [25]: los errores presentes en el qubit de datos lógico se propagan coherentemente a un qubit auxiliar lógico utilizando compuertas CNOT transversales. Posteriormente, el síndrome se mapea coherentemente a un tercer registro de qubits físicos no codificados y se copia coherentemente de vuelta al qubit auxiliar lógico. Finalmente, la corrección se aplica al qubit de datos lógico mediante compuertas cuánticas controladas por el estado cuántico de este auxiliar, realizando así una retroalimentación coherente que elude la necesidad de una medición clásica y sus limitaciones.

Además, la idea de medición sin interacción cobra relevancia en este contexto ya que, a diferencia de los métodos tradicionales de corrección de errores, se explora cómo manipular y verificar la información cuántica sin colapsar la función de onda del sistema [25]. Análogo al experimento de Elitzur y Vaidman que permite inferir la presencia de un objeto sin perturbarlo, este método de corrección abre nuevas posibilidades para aplicar conceptos de la mecánica cuántica fundamental en el desarrollo de tecnologías emergentes.

Otra posible línea de investigación futura, motivada por el estudio de sistemas cuánticos, es el análisis de la evolución temporal en sistemas que interactúen con su entorno y, como consecuencia, pierdan información. A diferencia de los sistemas cerrados, cuya evolución es unitaria e invertible, en los sistemas abiertos la dinámica puede volverse irreversible. Esto implica que, al intentar reconstruir el pasado a partir de un estado conocido en el futuro se obtiene un pasado distinto del estado inicial real, planteando así la interrogativa sobre la existencia de múltiples posibles pasados dado un estado conocido en el futuro.

Esta no unicidad evolutiva sugiere profundas implicancias para la estructura causal del mundo cuántico. Por ejemplo, si múltiples historias pasadas pueden desembocar en el mismo estado observado, entonces, en un nivel fundamental, la noción de tiempo y causalidad podría necesitar ser revisada o reformulada. Este marco conceptual abre la posibilidad de reintroducir el debate en torno a la interpretación de los muchos mundos (MWI) y a la idea de identidad diacrónica hacia el pasado que ésta formulaba. En este sentido, futuras investigaciones podrían orientarse a evaluar cómo nuevas problemáticas como la pérdida de información, la irreversibilidad temporal o las superposiciones a nivel macroscópico impactan en el colectivo científico y en su postura frente a los fundamentos de la teoría cuántica.

Conclusión

En suma, del estudio de la mecánica cuántica nos interesamos en el proceso de medición y el postulado del colapso ya que éste depende de la escala del aparato de medición, mas no existe una regla sobre cómo trazar un límite entre el dispositivo experimental (observador) y el objeto medido/observado.

Estudiamos de igual modo el comportamiento de una función de onda en superposición de estados al momento del colapso, y cómo influye la no localidad durante el proceso de medición. En este contexto, el experimento de Elitzur y Vaidman plantea que, producto de la no localidad de la función de onda, es posible la detección/medición de un objeto (bomba) sin interacción con el fotón en un interferómetro de Mach-Zehnder cuántico. Recordemos que la probabilidad de detectar en el detector D_2 depende de que la bomba no explote, incluso considerando que el fotón no pasó por ese brazo del interferómetro. En otras palabras, el patrón de interferencia se altera por algo que sucede en una región donde está la bomba y el estado cuántico del fotón es capaz de darse cuenta sin destruirlo. Esto es consecuencia de la no localidad del estado cuántico que describe al fotón mientras no se mida.

En su artículo original [1], Elitzur y Vaidman calcularon una eficiencia $\eta = \frac{1}{3}$ para una medición sin interacción, y, si bien se han logrado mejoras en la eficiencia mediante el efecto Zenón cuántico, estas requieren $N \rightarrow \infty$ beam splitters. Por ello, decidimos explorar formas de incrementar la eficiencia utilizando únicamente dos beam splitters. Considerando una configuración de dos beam splitters con reflectividades R_1 y R_2 diferentes, con $R_1 \rightarrow 0$ se alcanza una eficiencia $\eta \rightarrow \frac{1}{2}$. Aunque el coste de esto es que se necesita el triple de fotones en comparación a la configuración estándar, esto vale la pena considerando una mejora del 50% en la eficiencia de una medición sin interacción. Otras configuraciones, como el uso de estados de Bell entrelazados con $N = 2$ beam splitters o el estado no entrelazado $|\psi\rangle = |11\rangle$ con $N \rightarrow \infty$, han sido propuestas como alternativas. Sin embargo, ya sea por la complejidad técnica que implican o porque no igualan la eficiencia de la configuración estándar, se descartan como soluciones prácticas para mejorar la eficiencia de este tipo de medición.

Dada la complejidad que representa el colapso de la función de onda en el proceso de medición de un estado entrelazado, diversas teorías e interpretaciones han surgido a lo largo del tiempo con el fin de abordar esta problemática. Desde la interpretación estándar, instrumentalista y antirrealista de la mecánica cuántica, hasta interpretaciones de corte óntico donde se niega completamente el colapso de la función de onda o bien se modifica en lo que se denomina un “colapso efectivo”, se llegó incluso a plantear la reformulación de los postulados de la mecánica cuántica mediante una teoría de variables ocultas locales, la cual sería refutada años después. Lo anterior nos demuestra que el colapso de la función de onda sigue siendo aún una cuestión sin resolver en la comunidad científica, y, por lo mismo, la gran mayoría sigue escogiendo la interpretación de Copenhague por sobre el resto debido a su pragmatismo y simplicidad.

En conclusión, la medición sin interacción es consecuencia de la no localidad de un estado cuántico que resulta alterado de alguna forma dentro del interferómetro antes de llegar como fotón a algún detector. Esto aporta nuevas perspectivas a las problemáticas ya existentes de la mecánica cuántica. Pese a ello, este fenómeno tiene un enorme potencial a seguir explorando, por ejemplo en lo que es la computación cuántica, permitiendo corrección de errores sin usar qubits ancilla.

8.1. Anexo capítulo 1: Medición del espín

A lo largo del eje z

Para obtener los valores del spin a lo largo del eje z se procede a calcular el determinante de la matriz de Pauli σ_z y obtener los valores propios:

$$\begin{aligned} \det(\sigma_z - \lambda I) &= \left| \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right| \\ &= \left| \begin{pmatrix} 1 - \lambda & 0 \\ 0 & -(1 + \lambda) \end{pmatrix} \right| \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -(1 - \lambda)(1 + \lambda) = 0$$

Se obtienen los valores propios $\lambda = \pm 1$, donde $\sigma_z |\uparrow\rangle = +1 |\uparrow\rangle$ y $\sigma_z |\downarrow\rangle = -1 |\downarrow\rangle$

En una dirección arbitraria \vec{v}

Se procede a calcular la probabilidad de obtener las combinaciones $(++)$, $(+-)$, $(-+)$ y $(--)$ para la medición del spin de dos partículas descritas por el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle)$ en una dirección \vec{v} :

$$\begin{aligned} P(++)\vec{v} &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle ++ | +-\rangle - \langle ++ | -+\rangle) \right|^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(+-)\vec{v} &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle +- | +-\rangle - \langle +- | -+\rangle) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(-+)\vec{v} &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle -+ | +-\rangle - \langle -+ | -+\rangle) \right|^2 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(--)\vec{v} &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle -- | +-\rangle - \langle -- | -+\rangle) \right|^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

En distintas direcciones θ_A y θ_B para dos partículas entrelazadas

$$\begin{aligned}
(S_u) &= (S_x) \sin \theta \cos \phi + (S_y) \sin \theta \sin \phi + (S_z) \cos \theta \\
&= \frac{\hbar}{2} \left(\sin \theta \cos \phi \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \sin \theta \sin \phi \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \cos \theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right) \\
&= \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \cos \phi - i \sin \theta \sin \phi \\ \sin \theta \cos \phi + i \sin \theta \sin \phi & -\cos \theta \end{pmatrix} \\
&= \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta (\cos \theta - i \sin \theta) \\ \sin \theta (\cos \theta + i \sin \theta) & -\cos \theta \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Considerando las siguientes propiedades: $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$ y $e^{-i\phi} = \cos \phi - i \sin \phi$, obtenemos que:

$$S_u = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{-i\phi} \\ \sin \theta e^{i\phi} & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

Los valores propios obtenidos gracias a mathematica son $\pm \frac{\hbar}{2}$

Vector propio asociado a $+\frac{\hbar}{2}$

Según mathematica, el vector propio asociado a $+\frac{\hbar}{2}$ es el siguiente:

$$|+\rangle_\theta = \begin{pmatrix} \frac{\cot \theta + \csc \theta}{\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2}} \\ 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2}} \end{pmatrix}$$

Componente $\frac{\cot \theta + \csc \theta}{\sqrt{1 + |\cot \theta + \csc \theta|^2}}$:

Para el numerador:

$$\cot \theta + \csc \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = \frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta}$$

De la ecuación del ángulo medio $1 + \cos \theta = 2 \cos^2(\frac{\theta}{2})$:

$$\frac{\cos \theta + 1}{\sin \theta} = \frac{2 \cos^2(\frac{\theta}{2})}{\sin \theta} \quad (8.2)$$

Para el denominador:

$$\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2} = \sqrt{1 + \cot^2 \theta + 2 \cot \theta \csc \theta + \csc^2 \theta} \quad (8.3)$$

$$= \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1}{\sin^2 \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1}{\sin^2 \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta}} \quad (8.4)$$

De la ecuación del ángulo medio $1 + \cos \theta = 2 \cos^2(\frac{\theta}{2})$:

$$\sqrt{\frac{2(1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cos^2(\frac{\theta}{2})}{\sin^2 \theta}} = \frac{2 \cos(\frac{\theta}{2})}{\sin \theta}$$

Por lo tanto, de las ecuaciones 8.2 y 8.4:

$$\frac{\cot \theta + \csc \theta}{\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2}} = \frac{2 \cos^2(\frac{\theta}{2})}{\sin \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{2 \cos(\frac{\theta}{2})} = \cos(\theta/2) \quad (8.5)$$

Componente $\frac{1}{\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2}}$:

De la ecuación 8.4 recordemos que se dedujo que $\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2} = \frac{2 \cos(\frac{\theta}{2})}{\sin \theta}$. Por lo cual:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\cot \theta + \csc \theta)^2}} = \frac{1}{\frac{2 \cos(\frac{\theta}{2})}{\sin \theta}} = \frac{\sin \theta}{2 \cos(\frac{\theta}{2})}$$

Considerando la siguiente identidad trigonométrica: $\sin \theta = 2 \sin(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{\theta}{2})$

$$\frac{\sin \theta}{2 \cos(\frac{\theta}{2})} = \frac{2 \sin(\frac{\theta}{2}) \cos(\frac{\theta}{2})}{2 \cos(\frac{\theta}{2})} = \sin(\theta/2) \quad (8.6)$$

Vector propio asociado a $-\frac{\hbar}{2}$

Según mathematica, el vector propio asociado a $-\frac{\hbar}{2}$ es el siguiente:

$$|-\rangle_{\theta} = \begin{pmatrix} \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{1 + (\cot \theta - \csc \theta)^2}} \\ 1 \\ \frac{1}{\sqrt{1 + (\cot \theta - \csc \theta)^2}} \end{pmatrix}$$

Componente $\frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{1 + (\cot \theta - \csc \theta)^2}}$:

$$\begin{aligned} \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{1 + (\cot \theta - \csc \theta)^2}} &= \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta - 2 \cot \theta \csc \theta + \csc^2 \theta}} \\ &= \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}}} \\ &= \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1}{\sin^2 \theta}}} \\ &= \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{\frac{2 - 2 \cos \theta}{\sin^2 \theta}}} \\ &= \frac{-\tan(\frac{\theta}{2})}{\sqrt{\frac{2(1 - \cos \theta)}{\sin^2 \theta}}} \end{aligned}$$

Considerando la propiedad del ángulo medio $1 - \cos(2\theta) = 2 \sin^2 \theta$:

$$\begin{aligned}
\frac{-\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{\frac{2(1-\cos\theta)}{\sin^2\theta}}} &= \frac{\frac{-\sin(\theta/2)}{\cos(\theta/2)}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 2 \sin^2(\theta/2)}{\sin^2\theta}}} \\
&= \frac{\frac{-\sin(\theta/2)}{\cos(\theta/2)}}{\frac{2 \sin(\theta/2)}{\sin\theta}} \\
&= \frac{-\sin(\theta/2)}{\cos(\theta/2)} \cdot \frac{\sin\theta}{2 \sin(\theta/2)} \\
&= \frac{-\sin(\theta/2)}{\cos(\theta/2)} \cdot \frac{1}{2} \frac{2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \\
&= -\sin(\theta/2)
\end{aligned} \tag{8.7}$$

Componente $\frac{1}{\sqrt{1+(\cot\theta - \csc\theta)^2}}$:

De la ecuación 8.7 se dedujo que $\sqrt{1 - (\cot\theta - \csc\theta)^2} = \frac{2 \sin(\theta/2)}{\sin\theta}$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{1+(\cot\theta - \csc\theta)^2}} &= \frac{1}{2} \frac{\sin\theta}{\sin(\theta/2)} \\
&= \frac{1}{2} \frac{2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \\
&= \cos(\theta/2)
\end{aligned} \tag{8.8}$$

Así, de las ecuaciones 8.5, 8.6, 8.7 y 8.9, se obtienen los siguientes autovectores asociados a los autovalores $+\frac{\hbar}{2}$ y $-\frac{\hbar}{2}$ respectivamente:

$$|+\rangle_\theta = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\rangle \tag{8.10}$$

$$|-\rangle_\theta = -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\rangle + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\rangle \tag{8.11}$$

Se considera a continuación el estado singlete

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|A: +\rangle \otimes |B: -\rangle - |A: -\rangle \otimes |B: +\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, -\rangle - |-, +\rangle)$$

En el espacio de los estados de dos espines, cuando el sistema está en el singlete $|\psi\rangle$, la amplitud de probabilidad de obtener un resultado doble $|+\rangle$ de la medición corresponde a:

$$\begin{aligned}
(\langle +|_{\theta_a} \otimes \langle +|_{\theta_b})|\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos\frac{\theta_a}{2} \langle +| + \sin\frac{\theta_a}{2} \langle -| \right) \cdot \left(\cos\frac{\theta_b}{2} \langle +| + \sin\frac{\theta_b}{2} \langle -| \right) \cdot (|+, -\rangle - |-, +\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\cos\frac{\theta_a}{2} \cdot \sin\frac{\theta_b}{2} + \sin\frac{\theta_a}{2} \cdot \cos\frac{\theta_b}{2} \right)
\end{aligned} \tag{8.12}$$

Consideremos las siguientes relaciones matemáticas:

$$\sin \theta_a \cdot \sin \theta_b = \frac{1}{2} [\cos(\theta_a - \theta_b) - \cos(\theta_a + \theta_b)] \quad (8.13)$$

$$\cos \theta_a \cdot \cos \theta_b = \frac{1}{2} [\cos(\theta_a - \theta_b) + \cos(\theta_a + \theta_b)] \quad (8.14)$$

$$\sin \theta_a \cdot \cos \theta_b = \frac{1}{2} [\sin(\theta_a + \theta_b) + \sin(\theta_a - \theta_b)] \quad (8.15)$$

$$\cos \theta_a \cdot \sin \theta_b = \frac{1}{2} [\sin(\theta_a + \theta_b) - \sin(\theta_a - \theta_b)] \quad (8.16)$$

Reemplazando la ecuación 8.16 y 8.15 en la ecuación 8.12, se obtiene:

$$\langle \langle + |_{\theta_a} \otimes \langle + |_{\theta_b} | \psi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \sin \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) + \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \right) \quad (8.17)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right). \quad (8.18)$$

Probabilidad de medir la combinación (+-)

$$\begin{aligned} \langle \langle + |_{\theta_a} \otimes \langle - |_{\theta_b} | \psi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\theta_a}{2} \langle + | + \sin \frac{\theta_a}{2} \langle - | \right) \cdot \left(-\sin \frac{\theta_b}{2} \langle + | + \cos \frac{\theta_b}{2} \langle - | \right) \cdot (|+, -\rangle - |-, +\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\cos \frac{\theta_a}{2} \cdot \cos \frac{\theta_b}{2} - \sin \frac{\theta_a}{2} \cdot \sin \frac{\theta_b}{2} \right) \end{aligned} \quad (8.19)$$

Reemplazando la ecuación 8.14 y 8.13 en la ecuación 8.19, se obtiene:

$$\langle \langle + |_{\theta_a} \otimes \langle - |_{\theta_b} | \psi \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \quad (8.20)$$

Probabilidad de medir la combinación (-+)

$$\begin{aligned} \langle \langle - |_{\theta_a} \otimes \langle + |_{\theta_b} | \psi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\sin \frac{\theta_a}{2} \langle + | + \cos \frac{\theta_a}{2} \langle - | \right) \cdot \left(\cos \frac{\theta_b}{2} \langle + | + \sin \frac{\theta_b}{2} \langle - | \right) \cdot (|+, -\rangle - |-, +\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sin \frac{\theta_a}{2} \cdot \sin \frac{\theta_b}{2} + \cos \frac{\theta_a}{2} \cdot \cos \frac{\theta_b}{2} \right) \end{aligned} \quad (8.21)$$

Reemplazando la ecuación 8.14 y 8.13 en la ecuación 8.21, se obtiene:

$$\langle \langle - |_{\theta_a} \otimes \langle + |_{\theta_b} | \psi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) \quad (8.22)$$

Probabilidad de medir la combinación (--)

$$\begin{aligned}
\langle\langle -|\theta_a \otimes \langle -|\theta_b)|\psi\rangle\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sin \frac{\theta_a}{2} \langle +|+ \cos \frac{\theta_a}{2} \langle -|) \cdot (-\sin \frac{\theta_b}{2} \langle +|+ \cos \frac{\theta_b}{2} \langle -|) \cdot (|+, -\rangle - |-, +\rangle) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \frac{\theta_a}{2} \cdot \cos \frac{\theta_b}{2} - \cos \frac{\theta_a}{2} \cdot \sin \frac{\theta_b}{2})
\end{aligned} \tag{8.23}$$

Reemplazando la ecuación 8.15 y 8.16 en la ecuación 8.23, se obtiene:

$$\langle\langle -|\theta_a \otimes \langle -|\theta_b)|\psi\rangle\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{\theta_a - \theta_b}{2}\right) \tag{8.24}$$

8.2. Anexo capítulo 2: Interferometría**Interferómetro de Michelson****Recombinación de los haces**

$$E_D = E'_{2T} + E'_{1R} = \frac{i}{2} E_0 (-e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2}) \tag{8.25}$$

Recordando la propiedad 1.29:

$$E_D = \frac{i}{2} E_0 (-(\cos \phi_1 + i \sin \phi_1) + (\cos \phi_2 + i \sin \phi_2)) \tag{8.26}$$

$$= \frac{i}{2} E_0 (\cos \phi_2 - \cos \phi_1) + i (\sin \phi_2 - \sin \phi_1). \tag{8.27}$$

Así, la intensidad que llega al detector corresponde a:

$$|E_D|^2 = \left(\frac{E_0}{2}\right)^2 \left[(\sin \phi_2 - \sin \phi_1)^2 + (\cos \phi_2 - \cos \phi_1)^2 \right]. \tag{8.28}$$

A continuación, se consideran las siguientes propiedades matemáticas:

$$\sin \phi_2 - \sin \phi_1 = 2 \cos\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right), \tag{8.29}$$

$$\cos \phi_2 - \cos \phi_1 = -2 \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right). \tag{8.30}$$

Por lo tanto, elevando al cuadrado y sumando:

$$(\sin \phi_2 - \sin \phi_1)^2 + (\cos \phi_2 - \cos \phi_1)^2 = 4 \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) \left[\cos^2\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \right] \tag{8.31}$$

$$= 4 \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right). \tag{8.32}$$

Sustituyendo:

$$|E_D|^2 = \left(\frac{E_0}{2}\right)^2 4 \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) = \frac{E_0^2}{4} \cdot 4 \sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) \tag{8.33}$$

Interferómetro de Mach-Zehnder versión clásica

Intensidades en los detectores

$$\begin{aligned}
 I_{D1} &= \frac{E_0^2}{4} |(\cos(\phi_1) + \cos(\phi_2)) + i(\sin(\phi_1) + \sin(\phi_2))|^2 \\
 &= \frac{E_0^2}{4} [(\cos(\phi_1) + \cos(\phi_2))^2 + (\sin(\phi_1) + \sin(\phi_2))^2] \\
 &= \frac{E_0^2}{4} (\cos^2(\phi_1) + \sin^2(\phi_1)) + (\cos^2(\phi_2) + \sin^2(\phi_2)) + 2(\cos(\phi_1) \cos(\phi_2) + \sin(\phi_1) \sin(\phi_2))
 \end{aligned}$$

Usando $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$:

$$I_{D1} = \frac{E_0^2}{4} [1 + 1 + 2(\cos(\phi_1) \cos(\phi_2) + \sin(\phi_1) \sin(\phi_2))] \quad (8.34)$$

Usando la identidad del coseno del ángulo suma: $\cos(\phi_1 + \phi_2) = \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) + \sin(\phi_1) \sin(\phi_2)$, se obtiene:

$$I_{D1} = \frac{E_0^2}{4} [2 + 2 \cos(\phi_1 - \phi_2)] \quad (8.35)$$

$$= \frac{E_0^2}{2} [1 + \cos(\phi_1 - \phi_2)]. \quad (8.36)$$

Finalmente, considerando $1 + \cos(x) = 2 \cos^2(\frac{x}{2})$:

$$I_{D1} = E_0^2 \cos^2\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \quad (8.37)$$

En el caso de la intensidad que llega al detector 2:

$$\begin{aligned}
 |E_{D2}|^2 &= \frac{E_0^2}{4} |(\cos \phi_1 - \cos \phi_2) + i(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)|^2 \\
 &= \frac{E_0^2}{4} [(\cos \phi_1 - \cos \phi_2)^2 + (\sin \phi_1 - \sin \phi_2)^2] \\
 &= \frac{E_0^2}{4} (\cos^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_2 + \sin^2 \phi_2) \\
 &\quad - (\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2).
 \end{aligned}$$

Usando $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$:

$$I_{D2} = \frac{E_0^2}{4} (1 + 1 - 2 \cos(\phi_1 - \phi_2)) \quad (8.38)$$

Considerando $\cos(\phi_1 - \phi_2) = \cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2$, permite simplificar:

$$I_{D2} = \frac{E_0^2}{4} (1 + 1 - 2(\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2)) \quad (8.39)$$

Por lo tanto:

$$I_{D2} = \frac{E_0^2}{4} (|(\cos \phi_1 - \cos \phi_2) + i(\sin \phi_1 - \sin \phi_2)|^2 = 2(1 - \cos(\phi_1 - \phi_2))) \quad (8.40)$$

Finalmente, considerando $1 - \cos(x) = 2 \sin^2(\frac{x}{2})$:

$$I_{D2} = E_0^2 \sin^2 \left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) \quad (8.41)$$

Interferómetro de Mach-Zehnder clásico con objeto opaco

Intensidades en los detectores

Para obtener el término $|e^{i\phi_1}|^2$, aplicaremos la ecuación 1.29 (consideraremos $\phi_1 = \phi$ para mayor facilidad), tal que:

$$\begin{aligned} |e^{i\phi}| &= |(\cos \phi + i \sin \phi) \cdot (\cos \phi + i \sin \phi)^*| \\ &= |(\cos \phi + i \sin \phi) \cdot (\cos \phi - i \sin \phi)| \\ &= |\cos^2 \phi - i \cos \phi \sin \phi + i \cos \phi \sin \phi + \sin^2 \phi| \\ &= \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \\ &= 1 \end{aligned}$$

Efecto Hong-Ou-Mandel

Descripción matemática con matrices y vectores

Sea el estado que ingresa al interferómetro:

$$|in\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lo que, normalizado, quedaría como:

$$|in\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8.42)$$

Recordando que la matriz del beam splitter 50/50 viene dada por $B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$, la matriz que actuará sobre el estado incidente $|in\rangle$ en realidad corresponde al producto tensorial de la matriz \hat{B} por sí misma, por lo que, en este caso, la acción del beam splitter está representada por la siguiente matriz:

$$\hat{B}S = B \otimes B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i & i & -1 \\ i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & i \\ -1 & i & i & 1 \end{pmatrix} \quad (8.43)$$

Por lo tanto, el estado que sale del interferómetro representado por el estado $|out\rangle$, viene dado por la siguiente ecuación:

$$|out\rangle = \hat{B}S|in\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El estado final está representado por:

$$|out\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|1\rangle \otimes |1\rangle + |2\rangle \otimes |2\rangle) \quad (8.44)$$

O bien, escrito en la notación inicial:

$$|out\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|2\rangle_c|0\rangle_d + |0\rangle_c|2\rangle_d) \quad (8.45)$$

Imposibilidad de una explicación clásica del efecto Hong-Ou-Mandel

Supongamos los siguientes campos incidentes:

$$E_a = E_0 e^{i\phi_a}, \quad (8.46)$$

$$E_b = E_0 e^{i\phi_b}. \quad (8.47)$$

Transformación en el beam splitter

El beam splitter dividirá cada campo en una componente reflejada en una fase $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ y en otra transmitida:

$$E_{bR} = \frac{i}{\sqrt{2}}E_b = \frac{i}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_b} \quad (8.48)$$

$$E_{bT} = \frac{1}{\sqrt{2}}E_b = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_b} \quad (8.49)$$

$$E_{aR} = \frac{i}{\sqrt{2}}E_a = \frac{i}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_a} \quad (8.50)$$

$$E_{aT} = \frac{1}{\sqrt{2}}E_a = \frac{1}{\sqrt{2}}E_0 e^{i\phi_a} \quad (8.51)$$

Intensidades en los puertos de salida

Suponiendo que se pone un detector a la salida de cada puerto, representados por **(c)** y **(d)** en la figura 1.5:

$$I_c = |E_{bT} + E_{aR}|^2 \quad (8.52)$$

$$I_d = |E_{bR} + E_{aT}|^2 \quad (8.53)$$

Desarrollando las expresiones:

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{E_0^2}{2} [(e^{i\phi_b} + ie^{i\phi_a})(e^{-i\phi_b} - ie^{-i\phi_a})] \\ &= \frac{E_0^2}{2} [e^{i\phi_b}e^{-i\phi_b} - ie^{i\phi_b}e^{-i\phi_a} + ie^{i\phi_a}e^{-i\phi_b} - i^2e^{i\phi_a}e^{-i\phi_a}]. \end{aligned} \quad (8.54)$$

Considerando $e^{i\phi}e^{-i\phi} = 1$:

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{E_0^2}{2} (1 - ie^{i(\phi_b - \phi_a)} + ie^{i(\phi_a - \phi_b)} - (-1)) \\ &= \frac{E_0^2}{2} (2 - ie^{i(\phi_b - \phi_a)} + ie^{i(\phi_a - \phi_b)}). \end{aligned} \quad (8.55)$$

Por lo tanto:

$$I_c = E_0^2 \quad (8.56)$$

En el caso de I_d , se puede realizar un procedimiento análogo, obteniendo de igual modo que $I_c = I_d = E_0^2$. Esto demuestra que para este caso, la intensidad no depende de la diferencia de fases, ni del largo de cada camino: en su versión clásica, a diferencia de la cuántica, se llega a ambos detectores con la misma intensidad, demostrando así que el efecto HOM es únicamente cuántico.

Interferómetro de Mach-Zehnder cuántico 50/50

A continuación, se presenta qué es lo que ocurre si es que el fotón ingresa con estado $|2\rangle$ al interferómetro descrito en la figura 1.4. Al igual que en el caso anterior, el fotón seguirá la misma secuencia:

$$\begin{aligned} \hat{B}\hat{M}\hat{B}|2\rangle &= \hat{B}\hat{M}\frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle + i|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}(\hat{M}|2\rangle + i\hat{M}|1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}(i|1\rangle - |2\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(i\hat{B}|1\rangle - \hat{B}|2\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{i}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|2\rangle) - \frac{1}{\sqrt{2}}(|2\rangle + i|1\rangle)\right) \\ &= \frac{1}{2}(i|1\rangle - |2\rangle - |2\rangle - i|1\rangle) \end{aligned}$$

Siendo $|\psi_f\rangle = -|2\rangle$ el estado final del fotón al salir del interferómetro en caso de ingresar con estado $|2\rangle$, y con probabilidad de 100% de ser detectado por D_2 .

Versión cuántica con operadores creación y destrucción

Consideremos la configuración del interferómetro Mach-Zehnder de la figura 1.4.

La acción del primer beam splitter sobre el fotón que incide en $|1\rangle_b$ está descrita por la siguiente ecuación:

$$\hat{B}\hat{b}^\dagger|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{c}^\dagger + i\hat{d}^\dagger)|0\rangle \quad (8.57)$$

En base a las ecuaciones 1.75, 1.76, 8.57, 1.78 y 1.79, luego de pasar por el espejo, el estado del fotón estará descrito por la siguiente ecuación:

$$|\Psi\rangle = \hat{M}\hat{B}\hat{b}^\dagger|0\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{d}^\dagger + i\hat{c}^\dagger)|0\rangle \quad (8.58)$$

Tomando en cuenta la siguiente acción del beam splitter:

$$\hat{B}\hat{d}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}^\dagger + i\hat{b}^\dagger) \quad (8.59)$$

$$\hat{B}\hat{c}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{b}^\dagger + i\hat{a}^\dagger) \quad (8.60)$$

De este modo, la ecuación 8.58 queda como:

$$\begin{aligned}
\hat{B}\hat{M}\hat{B}\hat{b}^\dagger|0\rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}^\dagger + i\hat{b}^\dagger) + \frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{b}^\dagger + i\hat{a}^\dagger) \right] |0\rangle \\
&= \left(\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2i\hat{b}^\dagger}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle \\
&= -\frac{2}{2}\hat{b}^\dagger|0\rangle \\
&= -|1\rangle_b
\end{aligned} \tag{8.61}$$

Obteniendo como estado final $|\psi_f\rangle = -|1\rangle_b$, es decir, que el fotón es detectado por D_1 el 100 % de las veces.

8.3. Anexo capítulo 3: Estado del arte y relevancia de la tesis

Experimento mental de Elitzur y Vaidman para $N = 2$ beam splitters 50/50 con operadores creación y aniquilación

Considerando que se coloca la bomba en el brazo (d) de la figura 1.4, y retomando las ecuaciones 8.58, 8.59 y 8.60, se tiene lo siguiente:

$$\hat{M}\hat{B}\hat{b}^\dagger|0\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{c}^\dagger|0\rangle \tag{8.62}$$

Agregando el segundo beam splitter:

$$\begin{aligned}
\hat{B}\hat{M}\hat{B}\hat{b}^\dagger|0\rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i}{\sqrt{2}} (\hat{b}^\dagger + i\hat{a}^\dagger + i) |0\rangle \\
&= \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle - \frac{1}{2} (\hat{b}^\dagger|0\rangle + i\hat{a}^\dagger|0\rangle)
\end{aligned} \tag{8.63}$$

Por lo tanto, el estado del fotón que sale del interferómetro queda como sigue:

$$\Psi_f = \frac{i}{\sqrt{2}}|\text{scattered}\rangle - \frac{1}{2}(|1\rangle_b + i|1\rangle_a) \tag{8.64}$$

Bibliografía

- [1] Avshalom C Elitzur and Lev Vaidman. Quantum mechanical interaction-free measurements. *Foundations of physics*, 23(7):987–997, 1993.
- [2] Paul Kwiat, Harald Weinfurter, Thomas Herzog, Anton Zeilinger, and Mark A Kasevich. Interaction-free measurement. *Physical Review Letters*, 74(24):4763, 1995.
- [3] Herbert Goldstein, Charles P Poole, and John Safko. *Classical mechanics*, volume 2. Addison-wesley Reading, MA, 1950.
- [4] Nouredine Zettili. *Quantum mechanics concepts and applications*. John Wiley & Sons, 2009.
- [5] Michael A Nielsen and Isaac L Chuang. *Quantum computation and quantum information*, volume 2. Cambridge university press Cambridge, 2001.
- [6] Lev Vaidman. The meaning of the interaction-free measurements. *Foundations of Physics*, 33(3):491–510, 2003.
- [7] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Physical Review Letters*, 59(18):2044–2046, November 1987.
- [8] Frédéric Bouchard, Alicia Sit, Yingwen Zhang, Robert Fickler, Filippo M Miatto, Yuan Yao, Fabio Sciarrino, and Ebrahim Karimi. Two-photon interference: the hong–ou–mandel effect. *Reports on Progress in Physics*, 84(1):012402, 2020.
- [9] Baidyanath Misra and EC George Sudarshan. The zeno’s paradox in quantum theory. *Journal of Mathematical Physics*, 18(4):756–763, 1977.
- [10] Anu Venugopalan. The quantum zeno effect—watched pots in the quantum world. *Resonance*, 12(4):52–68, 2007.
- [11] Luis EF Foa Torres and Stephan Roche. A non-hermitian loop for a quantum measurement. *Journal of Physics Communications*, 9(6):065001, 2025.
- [12] Elias Okon. El problema de la medición en mecánica cuántica. *Revista mexicana de física E*, 60(2):130–140, 2014.
- [13] John von Neumann. *Mathematical foundations of quantum mechanics*. 1955.
- [14] Albert Einstein, Boris Podolsky, and Nathan Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 47(10):777, 1935.
- [15] A. Diéguez. El gran debate filosófico del siglo xx sigue abierto desde que einstein rechazara el antirrealismo y la interpretación de copenague, Oct 2022.
- [16] Wayne Myrvold. *Philosophical issues in quantum theory*, Mar 2022.
- [17] Jean Bricmont. *Making sense of quantum mechanics*, volume 37. Springer, 2016.

-
- [18] Mary Bell and Shan Gao. *Quantum nonlocality and reality: 50 years of Bell's Theorem*. Cambridge University Press, 2016.
- [19] John F Clauser, Michael A Horne, Abner Shimony, and Richard A Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Physical review letters*, 23(15):880, 1969.
- [20] Lev Vaidman. Why the many-worlds interpretation? *Quantum Reports*, 4(3):264–271, 2022.
- [21] Sujeewan Sivasundaram and Kristian Hvidtfelt Nielsen. Surveying the attitudes of physicists concerning foundational issues of quantum mechanics. *arXiv preprint arXiv:1612.00676*, 2016.
- [22] Petr O Jedlička, Šimon Kos, Martin Šmíd, Jiří Vomlel, and Jan Slavík. Has anything changed? tracking long-term interpretational preferences in quantum mechanics. *Foundations of Science*, pages 1–18, 2025.
- [23] Maximilian Schlosshauer, Johannes Kofler, and Anton Zeilinger. A snapshot of foundational attitudes toward quantum mechanics. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 44(3):222–230, 2013.
- [24] Jonathan R Friedman, Vijay Patel, Wei Chen, SK Tolpygo, and James E Lukens. Quantum superposition of distinct macroscopic states. *nature*, 406(6791):43–46, 2000.
- [25] Sascha Heußen, David F Locher, and Markus Müller. Measurement-free fault-tolerant quantum error correction in near-term devices. *PRX Quantum*, 5(1):010333, 2024.