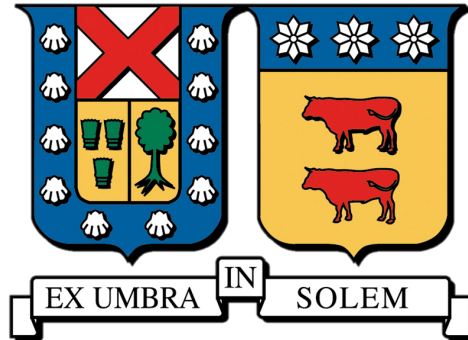


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
VALPARAÍSO - CHILE



**ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO DE
DISPOSITIVOS U-SHAPED EN ACERO Y ALEACIONES CON
MEMORIA DE FORMA (SMA) A BASE DE CU PARA SISTEMAS
MULTIDIRECCIONALES DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA**

CATALINA BELÉN SANTIBÁÑEZ MERCADO

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL GRADO DE:
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE INGENIERÍA MECÁNICA
Y AL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

Profesor Guía: Dr. Luis Pérez Pozo
Profesor Co-Guía: Ph.D. Ramiro Bazález Gallardo

Noviembre - 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO DE DISPOSITIVOS U-SHAPED EN ACERO Y ALEACIONES CON MEMORIA DE FORMA (SMA) A BASE DE CU PARA SISTEMAS MULTIDIRECCIONALES DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA

Nombre del candidato(a): Catalina Belén Santibáñez Mercado

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Mecánica y Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mecánica

Campus: Casa Central Valparaíso Departamento: Ingeniería Mecánica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Luis Pérez Pozo, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente DEJO CONSTANCIA que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por (marcar una opción):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 13/04/2026. Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 13/04/2026 Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

En primer lugar, deseo dedicar este trabajo a mi segunda madre, Cecilia Ponce. Siempre confiaste en mí y en mis capacidades, y jamás permitiste que me rindiera. Tal como lo hiciste frente a la lucha contra el cáncer, me enseñaste a vivir cada día con determinación y a no detenerme hasta alcanzar mis metas. De ti aprendí el valor de la perseverancia y el compromiso de concluir lo que se comienza. Sé que este habría sido un momento muy especial para ti, y aunque no estés físicamente, siento tu presencia y sé que desde el cielo estás feliz y orgullosa de mí.

A mi madre, Lorena, gracias infinitas. Estuviste conmigo en cada etapa de este proceso, con paciencia, cariño y contención incondicional. Gracias por acompañarme en los momentos más exigentes, por entender mis silencios, por tu apoyo constante en los días de mayor presión y por recordarme siempre que era capaz de lograrlo. Tu amor y fortaleza fueron mi refugio y mi impulso. Este logro también es tuyo.

A mi padre, Iván, por estar siempre presente, entregándome cariño, apoyo y su total respaldo. A mi hermano, Matías, gracias por acompañarme con cariño y complicidad a lo largo de toda la carrera, por tu paciencia cuando no era fácil convivir conmigo, por comprenderme incluso cuando yo no podía explicarme, y por cada risa compartida que hizo más liviano este camino. Tu presencia fue fundamental en esta etapa. A toda mi familia Mercado Ponce, gracias por creer en mí y acompañarme con afecto a lo largo de este camino. Y a Ulises, por acompañarme con su silenciosa fidelidad en cada jornada de trabajo, brindándome calma, cariño y una compañía constante que hizo más llevadero este proceso.

A mis amigos de carrera, que comenzaron siendo compañeros y terminaron convirtiéndose en hermanos de vida: Matías, Martín, Eduardo y Javier, gracias por su amistad inquebrantable, por compartir tantas horas de estudio, trabajo, risas y esfuerzo. Su compañía fue clave en cada etapa de este camino.

A mis amigos de la vida: Leonardo, Nicole, Manuela y Natalia, gracias por estar ahí en cada momento importante, por sus palabras de aliento, su compañía sincera y su apoyo constante, incluso en los días más exigentes.

Agradezco sinceramente al profesor Luis, quien fue mi profesor guía y con quien también tuve la oportunidad de trabajar como ayudante. Gracias por confiar en mi potencial, por impulsarme a seguir formándome y por tu apoyo durante este proceso. De manera muy especial, agradezco al profesor Ramiro, quien desde el inicio me integró como una más de sus estudiantes, y estuvo siempre disponible para orientarme, guiarme y resolver mis dudas con dedicación y generosidad. Su acompañamiento fue clave para el desarrollo de esta tesis.

Finalmente, agradezco el apoyo del Proyecto Fondecyt N°1231941, cuyo respaldo científico y académico fue fundamental para el desarrollo de este trabajo. Haber formado parte de esta iniciativa me permitió crecer como investigadora y aportar, desde mi rol, al avance del conocimiento en el área de la ingeniería estructural.

A todas y todos quienes me acompañaron en este camino, gracias por ser parte de este logro.

Resumen

En este trabajo se analiza el comportamiento mecánico de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler utilizados como elementos de disipación de energía sísmica, con énfasis en su respuesta frente a cargas fuera del plano (90°). La metodología integra formulación analítica, simulaciones por elementos finitos en ANSYS y técnicas de aprendizaje estadístico basadas en regresión por procesos gaussianos (GPR), considerando múltiples configuraciones geométricas y dos materiales: acero estructural A36 y la aleación Cu–Al–Be con composición nominal Cu=88 %, Al=12 %, Be=0.48 % (CAB0.48–A(-24)).

El modelo numérico se desarrolló a partir de la geometría tridimensional del dispositivo *U-Shaped* tipo Crawler, empleando elementos SOLID187. Mediante principios de energía y equilibrio estático se derivaron expresiones analíticas para estimar la rigidez inicial y la fuerza de fluencia, las cuales fueron contrastadas con 144 simulaciones numéricas definidas mediante un diseño factorial en los parámetros L , H , B y t . A partir del análisis del error absoluto y relativo entre las predicciones analíticas y los resultados numéricos, se identificaron rangos geométricos funcionales ($1.5 \leq L/t \leq 5$; $2 \leq H/B \leq 4$), dentro de los cuales el modelo analítico presenta un nivel de error acotado y un ajuste consistente.

Para ampliar la capacidad predictiva del modelo analítico desarrollado para el elemento *U-Shaped* tipo Crawler, se entrenaron modelos de regresión por procesos gaussianos (GPR), los cuales mostraron un desempeño sobresaliente en la predicción de la rigidez inicial ($R^2 = 1.000$, RMSE < 0.01 kN/mm) y un ajuste adecuado en la estimación de la fuerza de fluencia. De manera independiente, se evaluó mediante simulaciones numéricas basadas en el Método de Elementos Finitos (MEF) el comportamiento de un dispositivo multidireccional conformado por ocho elementos *U-Shaped* dispuestos ortogonalmente y sometido a cargas cíclicas en dirección 90° . La configuración mixta (acero + CuAlBe) presentó el mejor equilibrio entre rigidez (9.9 N/mm), disipación de energía (0.27 J/ciclo) y capacidad de recuperación (IRD ≈ 0.94), evidenciando un desempeño prometedor para aplicaciones multidireccionales.

En conjunto, los resultados consolidan una metodología que integra formulación analítica, simulación numérica y aprendizaje estadístico para estimar parámetros estructurales clave a partir de la geometría del elemento *U-Shaped* tipo Crawler, definida por sus dimensiones características (L , H , B y t), posicionando al GPR como una herramienta complementaria para la exploración eficiente del espacio de diseño sin requerir un elevado número de simulaciones adicionales.

Palabras clave: disipadores U-Shaped, disipación de energía sísmica, aleaciones con memoria de forma, método de elementos finitos, regresión por procesos gaussianos.

Abstract

In this work, the mechanical behavior of *U-Shaped* Crawler-type devices used as seismic energy dissipation elements is analyzed, with particular emphasis on their response under out-of-plane loading (90°). The methodology integrates analytical formulation, finite element simulations implemented in ANSYS, and statistical learning techniques based on Gaussian Process Regression (GPR), considering multiple geometric configurations and two materials: structural steel A36 and a Cu–Al–Be shape memory alloy with nominal composition Cu = 88 %, Al = 12 %, Be = 0.48 % (CAB0.48–A(-24)).

The numerical model was developed based on the three-dimensional geometry of the *U-Shaped* Crawler-type device, employing SOLID187 elements. Using principles of energy and static equilibrium, analytical expressions were derived to estimate the initial stiffness and yield force, which were subsequently contrasted with 144 numerical simulations defined through a factorial design in the parameters L , H , B , and t . From the analysis of absolute and relative errors between analytical predictions and numerical results, functional geometric ranges ($1.5 \leq L/t \leq 5$; $2 \leq H/B \leq 4$) were identified, within which the analytical model exhibits bounded error levels and consistent agreement.

To enhance the predictive capability of the analytical model developed for the *U-Shaped* Crawler-type element, Gaussian Process Regression (GPR) models were trained, showing outstanding performance in predicting the initial stiffness ($R^2 = 1.000$, RMSE < 0.01 kN/mm) and an adequate fit for the estimation of the yield force. Independently, the behavior of a multidirectional device composed of eight orthogonally arranged *U-Shaped* elements was evaluated through finite element method (FEM)-based numerical simulations under cyclic loading in the 90° direction. The mixed configuration (steel + CuAlBe) exhibited the best balance among stiffness (9.9 N/mm), energy dissipation (0.27 J/cycle), and recovery capacity (IRD ≈ 0.94), indicating promising performance for multidirectional applications.

Overall, the results consolidate a methodology that integrates analytical formulation, numerical simulation, and statistical learning to estimate key structural parameters based on the geometry of the *U-Shaped* Crawler-type element, defined by its characteristic dimensions (L , H , B , and t). Within this framework, GPR is positioned as a complementary tool for the efficient exploration of the design space, reducing the need for a large number of additional numerical simulations.

Keywords: U-Shaped dampers, seismic energy dissipation, shape memory alloys, finite element method, Gaussian process regression.

Índice General

Agradecimientos	I
Resumen	III
Abstract	v
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Relevancia en la Investigación	3
1.3. Objetivos	3
1.3.1. Objetivo General	3
1.3.2. Objetivos Específicos	3
1.4. Metodología del Trabajo	4
1.5. Estructura de la tesis	5
1.6. Hipótesis de investigación	7
1.7. Contribución esperada	7
2. Estado del Arte	9
2.1. Dispositivos de Protección Sísmica	9
2.2. Dispositivos Activos	10
2.3. Dispositivos Pasivos	11
2.3.1. Sistemas de Aislación Sísmica	11
2.3.2. Disipadores de Energía	11
2.4. Dispositivos Híbridos	12
2.5. Dispositivos U-Shaped	13
2.6. Dispositivos Multidireccionales	16
2.7. Innovaciones en Dispositivos de Protección Sísmica	20

2.7.1.	Aleaciones con memoria de forma	21
2.7.2.	Efecto de memoria de forma	22
2.7.3.	Efecto de superelasticidad	22
2.7.4.	Aleaciones SMA a base de cobre	23
2.8.	Comportamiento de elementos U-Shaped cargados en 90°	24
3.	Modelo analítico del dispositivo U-Shaped	27
3.1.	Teoremas Fundamentales	29
3.1.1.	Principio del Trabajo Virtual:	29
3.1.2.	Principio de la Energía Potencial Estacionaria:	29
3.1.3.	Segundo Teorema de Castigliano:	30
3.1.4.	Principio del Mínimo de Energía Complementaria:	31
3.2.	Consideraciones Geométricas y de Confinamiento para Disipadores U-Shaped tipo Crawler	31
3.3.	Formulación Analítica para la Rigidez Inicial y la Fuerza de Fluencia en Dispositivos U-Shaped tipo Crawler bajo Carga en 90°	33
4.	Caracterización Experimental y Calibración del Material SMA CuAlBe	45
4.1.	Geometría de las probetas	47
4.2.	Equipos y configuración experimental	48
4.3.	Protocolos de ensayo	49
4.3.1.	Ensayo monotónico	49
4.3.2.	Ensayo ASTM F2516-22	49
4.3.3.	Ensayo de medios ciclos de amplitud creciente	49
4.4.	Resultados Experimentales	50
4.4.1.	Resultados del ensayo monotónico	50
4.4.2.	Resultados del ensayo ASTM F2516-22	54
4.4.3.	Resultados del ensayo de medios ciclos	56
4.5.	Análisis numérico mediante elementos finitos en ANSYS	60
4.5.1.	Modelo superelástico implementado mediante elementos finitos en ANSYS	60
4.5.2.	Estimación de parámetros del modelo	60
4.5.3.	Validación a nivel de probeta	64
5.	Evaluación del Modelo Analítico en Función de la Geometría	67
5.1.	Diseño de Experimentos	67
5.2.	Modelación numérica	68

5.2.1.	Descripción del modelo de elementos finitos	69
5.2.2.	Condiciones de borde y conexiones	70
5.2.3.	Configuración del estudio	71
5.2.4.	Materiales	72
5.2.4.1.	Acero A36	72
5.2.4.2.	SMA CuAlBe	74
5.3.	Determinación de rangos geométricos funcionales del modelo analítico	75
5.3.1.	Evaluación de la rigidez inicial	76
5.3.1.1.	Acero A36	76
5.3.1.2.	Aleación SMA CAB0.48–A(-24)	79
5.3.2.	Evaluación de la fuerza de fluencia	82
5.3.2.1.	Acero A36	82
5.3.2.2.	Aleación SMA CAB0.48–A(-24)	84
5.3.3.	Síntesis de rangos válidos y discusión final	88
5.4.	Predicción de Rigidez Inicial y Fuerza de Fluencia	89
6.	Aplicación en Dispositivo Multidireccional: Comparación de Materiales	105
6.1.	Descripción del modelo del dispositivo multidireccional	105
6.2.	Ubicación estructural del sistema	106
6.3.	Protocolo de carga adoptado	108
6.4.	Configuración del análisis numérico y materiales considerados	110
6.5.	Resultados y discusión	112
7.	Conclusiones	119
	Anexo: Código de predicción GPR	127

Índice de Figuras

1.1. Puente colapsado en Santiago tras el terremoto del 27 de febrero de 2010 [4].	2
2.1. Implementación de aislación sísmica en el Hospital Militar.	9
2.2. Esquema típico de un aislador sísmico [13].	12
2.3. Implementación de disipadores metálicos en el Edificio Titanium, Santiago [17].	13
2.4. Parámetros geométricos de los U-Shaped.	14
2.5. Sistema de disipación de energía propuesto por Scalfati [34].	16
2.6. Diferentes configuraciones de amortiguadores de acero tipo <i>U-Shaped</i> [35].	17
2.7. Multi-directional Torsional Hysteretic Damper (MTHD) [36].	17
2.8. Multi-level Spring Restrainer (MLSR) [37].	18
2.9. Multidirectional Cable Restrainer (MDCR) [38].	18
2.10. Diseño de los aisladores de base de tipo <i>Sliding Concave</i> (SC) [40].	19
2.11. Vista superior del diseño SMA-LRB [40].	19
2.12. Vista superior del diseño SMA-SRB [40].	19
2.13. Aislador tridimensional DS-SMA-FS propuesto por Yu et al. [41].	20
2.14. Transformación de fase entre austenita y martensita [42].	22
2.15. Comportamiento de memoria de forma de las SMA [42].	23
2.16. Comportamiento superelástico de las SMA [42].	23
2.17. Deformación fuera del plano (D_{out}) y parámetros geométricos principales de un disipador U-Shaped [45].	25
3.1. Esquema de aplicación de dispositivos <i>U-Shaped</i> tipo Crawler en un puente, en conjunto con apoyos elastoméricos y la subestructura de hormigón.	28
3.2. Cuerpo genérico sometido a un sistema de cargas en los bordes, con fuerzas P_i y desplazamientos virtuales u_i	29
3.3. Gráfica ilustrativa del Segundo Teorema de Castigliano.	31
3.4. Configuración del <i>U-Shaped</i> tipo Crawler confinado entre placas rígidas.	32

3.5. Dimensiones del <i>U-Shaped</i>	33
3.6. Diagrama de cuerpo libre (DCL) del dispositivo <i>U-Shaped</i> tipo Crawler bajo carga fuera del plano (90°).	35
3.7. Vista en plano del dispositivo <i>U-Shaped</i> bajo carga fuera del plano (P_{out}). La línea discontinua muestra la configuración deformada, destacando el desplazamiento máximo D_{out}	35
3.8. Sección transversal rectangular del dispositivo U-Shaped, donde B es el ancho y t el espesor de la lámina.	37
3.9. Diagrama de cuerpo libre (DCL) para la parte curva del dispositivo <i>U-Shaped</i> , donde se representan los momentos de flexión (M_b) y torsión (M_T).	37
4.1. Microestructuras representativas de las fases observadas en la aleación CuAlBe: (a) fase austenítica, (b) fase martensítica y (c) coexistencia de ambas fases. Las imágenes fueron proporcionadas por la UNAM durante la caracterización del material.	47
4.2. Dimensiones de la probeta.	48
4.3. Montaje experimental utilizado para los ensayos en máquina universal MTS 810, equipada con mordazas hidráulicas y extensómetro axial.	48
4.4. Protocolo de carga cíclica utilizado en los ensayos experimentales.	50
4.5. Esquemas conceptuales del comportamiento de las SMA: (a) superelasticidad bajo carga mecánica y (b) efecto memoria de forma durante un ciclo térmico. Adaptado de Qiang et al.; Billah and Youssef [53, 54].	51
4.6. Curvas esfuerzo–deformación obtenidas en el ensayo monotónico para las probetas del Set 1 (a) y Set 2 (b).	52
4.7. Curvas esfuerzo–deformación ASTM F2516-22 para aleaciones del Set 1 (fase inicial martensítica o mixta). La aleación CAB0.41–M74 no se incluye debido a que permaneció completamente en fase martensítica a temperatura ambiente.	54
4.8. Curvas esfuerzo–deformación ASTM F2516-22 para aleaciones del Set 2 (fase inicial austenítica, comportamiento superelástico).	55
4.9. Curva esfuerzo–deformación obtenida en el ensayo cíclico para la probeta CAB0.48–A(-24).	56
4.10. Energía disipada por deformación para la aleación CAB0.48–A(-24).	58
4.11. Amortiguamiento histerético para la aleación CAB0.48–A(-24).	59
4.12. Índice de recuperación de deformación (IRD) para la aleación CAB0.48–A(-24). La zona sombreada hasta $\varepsilon \approx 0.025$ indica el rango con IRD elevado.	59
4.13. Comparación de longitud efectiva de deformación entre experimento y simulación.	61

4.14. Comparación entre curvas esfuerzo–deformación obtenidas experimentalmente y mediante simulación numérica para la aleación CAB0.48–A(-24).	63
4.15. Comparación entre el ensayo monotónico experimental y la simulación numérica para la aleación CAB0.48–A(-24).	64
4.16. Comparación entre el ensayo cíclico experimental y la simulación numérica para la aleación CAB0.48–A(-24) con $\epsilon = 0.025$	65
5.1. Modelo de elementos finitos.	69
5.2. Superficies seleccionadas para la aplicación de la condición bonded.	70
5.3. Curva esfuerzo–deformación experimental para la aleación CAB0.48–A(-24).	74
5.4. Error absoluto [kN/mm] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en A36.	77
5.5. Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en A36.	78
5.6. Error absoluto [kN/mm] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en SMA CAB0.48–A(-24).	80
5.7. Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en SMA CAB0.48–A(-24).	81
5.8. Error absoluto [kN] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en acero A36.	83
5.9. Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en acero A36.	84
5.10. Error absoluto [kN] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en la aleación CAB0.48–A(-24).	86
5.11. Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en la aleación CAB0.48–A(-24).	87
5.12. Dimensiones geométricas consideradas en el dispositivo <i>U-Shaped</i> : longitud L , altura H , base B y espesor t	91
5.13. Funcionamiento general del modelo de regresión por procesos gaussianos (GPR).	98
5.14. Predicción de la rigidez inicial mediante GPR para el acero A36.	100
5.15. Predicción de la rigidez inicial mediante GPR para la aleación CAB0.48–A(-24).	100
5.16. Predicción de la fuerza de fluencia mediante GPR para el acero A36.	101
5.17. Predicción de la fuerza de fluencia mediante GPR para la aleación CAB0.48–A(-24).	101
6.1. Geometría del elemento U-Shaped utilizado en el sistema multidireccional.	106

6.2. Modelo geométrico del sistema multidireccional propuesto. Se incluye un corte en la placa superior para exponer la disposición interna de los elementos U-Shaped.	107
6.3. Ubicación del sistema multidireccional en un puente simplemente apoyado. . . .	107
6.4. Historial de desplazamiento aplicado en el estudio preliminar con dispositivo U-Shaped individual. El punto rojo indica el desplazamiento límite de ± 18.65 mm adoptado para los análisis posteriores.	108
6.5. Curva esfuerzo–deformación del dispositivo U-Shaped individual bajo el protocolo de carga cíclica completo. Los puntos P1–P5 indican los niveles máximos de desplazamiento, destacándose P3 (± 18.65 mm) como el límite pseudoelástico adoptado.	109
6.6. Configuraciones de elementos U-Shaped evaluadas en el sistema multidireccional.	111
6.7. Simulación del caso 3: comportamiento multidireccional del sistema bajo carga cíclica.	112
6.8. Distribución de esfuerzos de von Mises para el dispositivo U-Shaped cargado en dirección 0°	113
6.9. Distribución de esfuerzos de von Mises para el dispositivo U-Shaped cargado en dirección 90°	113
6.10. Respuesta cíclica completa del dispositivo multidireccional (Caso 2), con elementos U-Shaped fabricados en aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24).	113
6.11. Respuesta cíclica completa del dispositivo (Caso 1) con elementos U-Shaped fabricados en acero A36.	114
6.12. Respuesta cíclica completa del dispositivo (Caso 3) con configuración mixta: cuatro U-Shaped de acero A36 y cuatro de aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24).	115
6.13. Comparación de curvas fuerza–desplazamiento para los tres casos analizados: acero A36, aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) y configuración mixta.	116
6.14. Evolución de la energía disipada por ciclo en los tres casos: acero A36, aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) y configuración mixta.	117
6.15. Índice de recuperación por ciclo para las configuraciones: CAB0.48–A(-24), acero A36 y caso mixto.	117
6.16. Amortiguamiento histerético por ciclo en los tres casos: acero A36, aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) y configuración mixta.	118

Índice de Tablas

3.1. Datos geométricos y propiedades del material.	43
4.1. Composición química y temperaturas de transformación de las muestras. Clasificación: Set 1 = fase inicial martensítica o mixta; Set 2 = fase inicial austenítica.	47
4.2. Propiedades mecánicas estimadas para las aleaciones del Set 1 (fase inicial martensítica o mixta, comportamiento de memoria de forma).	53
4.3. Propiedades mecánicas estimadas para las aleaciones del Set 2 (fase inicial austenítica, comportamiento superelástico).	53
4.4. Parámetros utilizados para el modelo constitutivo superelástico de la aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) en las simulaciones numéricas.	64
4.5. Comparación entre resultados experimentales y numéricos para la aleación CAB0.48–A(-24).	66
5.1. Diseño factorial completo mixto. Los valores seleccionados se basan en configuraciones comúnmente reportadas en la literatura y en límites prácticos de manufactura.	68
5.2. Propiedades mecánicas y parámetros calibrados para el acero A36 [5].	73
5.3. Rangos de variables geométricas en la literatura y en este trabajo.	79
5.4. Desempeño del modelo GPR en la predicción de rigidez inicial para acero A36 y CAB0.48–A(-24).	102
5.5. Desempeño del modelo GPR en la predicción de fuerza de fluencia para acero A36 y CAB0.48–A(-24).	102
5.6. Dimensiones de las geometrías utilizadas para la evaluación del modelo.	103
5.7. Evaluación del modelo GPR sobre las geometrías G1 y G2: comparación entre predicción y simulación.	103
6.1. Resumen de los puntos característicos del protocolo de carga aplicado.	109
6.2. Comparación de rigidez inicial y fuerza máxima para cada configuración.	115

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Chile es uno de los países más sísmicos del mundo, al encontrarse en una de las zonas de subducción más activas del planeta. Prevenir el colapso de las estructuras durante su vida útil ha representado un desafío central para la ingeniería, especialmente considerando que dichas estructuras deben ser capaces de soportar deformaciones en el rango inelástico. En este contexto, garantizar niveles adecuados de ductilidad constituye un aspecto fundamental para limitar el daño y evitar fallos estructurales durante un sismo.

Los puentes constituyen elementos estratégicos dentro de una red vial, debido a su alto costo de construcción, su vulnerabilidad frente a acciones sísmicas y a que su falla puede comprometer seriamente la seguridad estructural y la continuidad del transporte posterior a un evento de gran magnitud. Esta condición ha quedado en evidencia en diversos terremotos recientes, particularmente en el devastador sismo del 27 de febrero de 2010 ocurrido en la región del Maule, Chile. Dicho evento ocasionó severos daños en numerosos puentes de carretera, provocando interrupciones significativas en la conectividad vial y generando pérdidas económicas relevantes, concentradas principalmente en infraestructura vial como caminos y puentes [1]. En la Fig. 1.1 se muestra uno de estos puentes en Santiago, donde se aprecia el nivel de destrucción ocasionado por el sismo.

Debido a lo anterior, en las últimas décadas se han propuesto diversos sistemas de protección sísmica. Dentro de esta categoría destacan los disipadores de energía histeréticos y, en particular, los elementos en forma de U, conocidos como *U-Shaped*, los cuales se han consolidado como una alternativa ampliamente utilizada debido a su simplicidad constructiva y al bajo costo asociado

al uso de materiales convencionales como el acero. Además, su funcionamiento como “fusibles estructurales” permite su reemplazo tras un evento sísmico, lo que contribuye a disminuir los costos de mantenimiento [2, 3]. Estas características los convierten en una opción atractiva para sistemas de disipación multidireccional, cuyo comportamiento continúa siendo un desafío, especialmente bajo cargas perpendiculares al eje principal.



Figura 1.1: Puente colapsado en Santiago tras el terremoto del 27 de febrero de 2010 [4].

Esta tesis se enmarca dentro del proyecto FONDECYT 1231941, cuyo propósito es desarrollar y proporcionar estudios numéricos y experimentales detallados sobre dispositivos de disipación de energía sísmica en forma de U, fortaleciendo la resiliencia estructural mediante la incorporación de aleaciones con memoria de forma (Shape Memory Alloys, SMA) a base de cobre (Cu). El interés en las SMA radica en su capacidad de experimentar deformaciones reversibles asociadas al efecto superelástico, lo que favorece la recuperación post-sismo y la reducción de daños residuales en comparación con el acero convencional. Asimismo, el proyecto considera la formulación de un procedimiento de diseño que facilite su implementación en la práctica ingenieril. Estos dispositivos están destinados a puentes de hormigón pretensado (PC) y hormigón armado (RC), los cuales requieren sistemas de protección diferenciados debido a sus respuestas particulares frente a la acción sísmica. El objetivo general del proyecto es contribuir al desarrollo de sistemas que permitan mantener niveles de desempeño operacional durante eventos sísmicos de gran intensidad.

En el marco de este proyecto, la presente tesis se centra en el estudio numérico de dispositivos U-Shaped, con énfasis en la caracterización del comportamiento de acero y aleaciones SMA Cu-Al-Be bajo cargas cíclicas, así como en la formulación y validación de modelos predictivos para parámetros clave de diseño.

1.2. Relevancia en la Investigación

Como se mencionó anteriormente, en las últimas décadas se ha observado un incremento en el interés por los dispositivos de protección sísmica multidireccional. No obstante, persisten vacíos relevantes en la representación de su comportamiento mecánico, particularmente bajo cargas aplicadas en la dirección de 90° , donde los elementos en U experimentan flexión perpendicular a su eje principal, una condición crítica y de compleja modelación.

Si bien existen formulaciones previas que describen el desempeño de ciertos disipadores *U-Shaped*, estas no resultan aplicables al dispositivo específico analizado en esta tesis (*U-Shaped* tipo Crawler). En consecuencia, la ausencia de ecuaciones que permitan estimar parámetros fundamentales (como la rigidez inicial elástica y la fuerza de fluencia) representa un desafío relevante dentro del ámbito de la ingeniería estructural. Estos parámetros son esenciales, pues la rigidez inicial define la capacidad del dispositivo para controlar desplazamientos bajo cargas de servicio, mientras que la fuerza de fluencia establece el umbral a partir del cual se inicia la disipación de energía. Su adecuada caracterización es clave para evaluar el desempeño del dispositivo y respaldar un diseño seguro frente a acciones sísmicas.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Estudiar el comportamiento de elementos *U-Shaped* tipo Crawler bajo cargas en la dirección de 90° , mediante el desarrollo de modelos analíticos y numéricos que permitan estimar sus propiedades mecánicas fundamentales. El análisis considera la influencia del material (acero y aleaciones con memoria de forma Cu-Al-Be) a través de simulaciones numéricas basadas en el método de elementos finitos, con el fin de evaluar su implementación en dispositivos multidireccionales de disipación de energía sísmica.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Formular modelos analíticos que estimen la rigidez inicial elástica, la fuerza de fluencia y la capacidad de disipación de energía de elementos *U-Shaped* tipo Crawler sometidos a carga en 90° .
- Validar los modelos analíticos desarrollados mediante simulaciones numéricas por elementos finitos en ANSYS, aplicadas a diversas combinaciones geométricas.

- Implementar modelos constitutivos calibrados para acero A36 y aleación SMA Cu-Al-Be, basados en datos experimentales.
- Simular el comportamiento de dispositivos multidireccionales bajo cargas cíclicas, comparando la respuesta asociada a diferentes materiales y analizando su capacidad de disipar energía, con el fin de identificar la alternativa que presenta el desempeño más favorable dentro del conjunto evaluado.

1.4. Metodología del Trabajo

La presente investigación se desarrolla a partir de simulaciones numéricas mediante el método de elementos finitos, una formulación analítica y modelos de Regresión por Procesos Gaussianos (GPR), utilizando como referencia los estudios experimentales del proyecto FONDECYT 1231941. La metodología se organiza en seis etapas principales:

- **Análisis numérico del comportamiento de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler:**

Se estudió el comportamiento mecánico de los dispositivos bajo desplazamientos aplicados en las direcciones de 0° y 90° , considerando su efecto sobre la rigidez inicial y la fuerza de fluencia. Para ello, se replicaron y adaptaron modelos previos del proyecto, implementados en ANSYS, empleando materiales como el acero A36 y la aleación CuAlBe (SMA), cuyos parámetros mecánicos fueron obtenidos a partir de ensayos experimentales. Para la definición de criterios de modelación (contacto, confinamiento y mallado) se adoptaron antecedentes reportados en trabajos previos de validación numérica y experimental de dispositivos U-Shaped cargados fuera del plano [5].

- **Formulación de ecuaciones analíticas específicas para la dirección 90° :**

Mediante un desarrollo analítico, se formularon expresiones para estimar la rigidez inicial y la fuerza de fluencia de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler sometidos a cargas aplicadas en dirección 90° , es decir, perpendiculares al eje principal del dispositivo. Estas ecuaciones se fundamentan en teoremas clásicos de energía y en la adaptación de modelos existentes para dispositivos tipo Nippon Steel [6], los cuales no son directamente aplicables a la geometría analizada en este trabajo.

- **Validación numérica de las ecuaciones formuladas y análisis del error:**

Se evaluó la precisión de las expresiones analíticas mediante simulaciones numéricas realizadas en ANSYS. Se consideraron 144 combinaciones geométricas bajo un diseño factorial completo [7] para los materiales acero A36 y SMA CuAlBe. El análisis incluyó la cuantificación del error absoluto y relativo, su representación en función de parámetros

geométricos y relaciones adimensionales, permitiendo identificar los factores que afectan la precisión del modelo.

- **Síntesis de rangos válidos y discusión de limitaciones del modelo analítico:**

A partir del comportamiento del error, se establecieron los rangos geométricos en los que las ecuaciones analíticas ofrecen predicciones aceptables. Además, se discutieron las limitaciones del modelo, como la influencia de la fuerza de reacción entre placas, el comportamiento no lineal de los materiales, y el régimen de deformación entre las teorías de Euler-Bernoulli y Timoshenko.

- **Desarrollo de modelos de predicción mediante regresión por procesos gaussianos (GPR):**

Con el objetivo de predecir directamente la rigidez inicial y la fuerza de fluencia de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler para nuevas combinaciones geométricas, se entrenaron modelos de regresión por procesos gaussianos (GPR) utilizando los resultados obtenidos a partir de las 144 simulaciones numéricas. Estos modelos permiten estimar las propiedades mecánicas clave a partir de los parámetros geométricos de entrada, de acuerdo con la formulación estándar de procesos gaussianos [8].

- **Simulación cíclica de un dispositivo multidireccional y comparación de configuraciones materiales:**

Finalmente, se evaluó el comportamiento cíclico de un dispositivo multidireccional compuesto por elementos *U-Shaped*. Mediante simulaciones numéricas basadas en el método de elementos finitos (MEF), implementadas en la herramienta ANSYS, se compararon tres configuraciones materiales (acero A36, SMA CuAlBe y una combinación mixta), analizando diferencias en la rigidez inicial, la fuerza de fluencia, la recuperación de la deformación residual y la energía disipada por ciclo.

1.5. Estructura de la tesis

A continuación, se describe brevemente el contenido de cada capítulo que conforma esta tesis:

- **Capítulo 1 – Introducción:** Se presenta el contexto general del estudio y la motivación que da origen a la investigación. Se formulan los objetivos general y específicos, se resume la metodología adoptada, y se establecen el alcance y limitaciones del trabajo. También se introduce la estructura general de la tesis.
- **Capítulo 2 – Estado del arte:** Se expone el estado del arte sobre dispositivos de disipación de energía, con énfasis en elementos metálicos tipo *U-Shaped* y el uso de aleaciones con memoria de forma (SMA) en ingeniería sísmica. Se revisan modelos analíticos existentes

para dispositivos sometidos a cargas fuera del plano, y se identifican las principales brechas y limitaciones que motivan la propuesta de este trabajo.

- **Capítulo 3 – Modelo analítico del dispositivo *U-Shaped*:** Se desarrollan expresiones teóricas para estimar la rigidez inicial y la fuerza de fluencia de dispositivos tipo Crawler sometidos a cargas perpendiculares, empleando el principio del trabajo virtual y el segundo teorema de Castigliano. Se detallan los supuestos geométricos y físicos, y se derivan ecuaciones adaptadas a la configuración analizada.
- **Capítulo 4 – Calibración del modelo de material SMA CuAlBe:** Este capítulo aborda la caracterización experimental de la aleación con memoria de forma CuAlBe (CAB0.48-A(-24)), mediante ensayos monotónicos y cíclicos sobre probetas. A partir de los resultados obtenidos, se calibra un modelo constitutivo superelástico, basado en la formulación fenomenológica de Auricchio e implementado en ANSYS mediante el Método de Elementos Finitos (MEF). Dicho modelo es validado comparando la respuesta simulada con los ensayos experimentales, logrando una adecuada representación del comportamiento del material bajo cargas controladas por desplazamiento.
- **Capítulo 5 – Evaluación del modelo analítico mediante simulaciones paramétricas:** Se implementó un diseño factorial completo con 144 combinaciones geométricas de dispositivos *U-Shaped*, simulados mediante el método de elementos finitos (MEF) en ANSYS para los materiales acero A36 y la aleación CuAlBe. El modelo numérico se discretizó con elementos sólidos tetraédricos de segundo orden (SOLID187), empleando un tamaño de malla característico de 4 mm en los elementos *U-Shaped* y de 10 mm en las placas de confinamiento. Antes de adoptar esta discretización, se realizó una verificación preliminar de convergencia para asegurar que un refinamiento adicional de la malla no produjera cambios significativos en los parámetros de interés. Este chequeo permitió confirmar que la resolución seleccionada era adecuada para el conjunto de simulaciones requeridas, manteniendo un equilibrio entre estabilidad numérica y tiempo de cómputo. En las superficies de contacto se generaron mallas *quad/tri* asociadas al mallado superficial, mientras que el volumen se resolvió con elementos tetraédricos cuadráticos. Esta configuración produjo modelos con un orden de 2.5×10^4 nodos y 1.4×10^4 elementos.

Los resultados se comparan con las ecuaciones del Capítulo 3, evaluando la precisión mediante el error absoluto y graficando dicho error en función de parámetros geométricos y relaciones adimensionales, con lo cual se identifican los rangos de aplicabilidad del modelo analítico. Posteriormente, se entrena un modelo de regresión por procesos gaussianos (GPR) para predecir directamente la rigidez inicial y la fuerza de fluencia en nuevas

geometrías, ampliando así la capacidad predictiva del enfoque.

- **Capítulo 6 – Simulación cíclica de un dispositivo multidireccional:** En este capítulo se estudia un dispositivo multidireccional compuesto por elementos *U-Shaped* dispuestos ortogonalmente entre dos placas rígidas. Se consideran tres configuraciones de materiales: acero A36, aleación con memoria de forma CAB0.48–A(-24) y una combinación mixta, sometidas a cargas cíclicas bajo un enfoque de análisis por elementos finitos. A partir de las simulaciones se obtienen las curvas fuerza–desplazamiento en ambas direcciones principales, y se evalúan indicadores clave como la rigidez inicial, la energía disipada, el índice de recuperación de deformación y el amortiguamiento histerético por ciclo, con el fin de comparar el desempeño global de cada configuración.
- **Capítulo 7 – Conclusiones y proyecciones futuras:** Se presentan las principales conclusiones del estudio, estructuradas según los objetivos específicos. Se analiza el alcance y las limitaciones del modelo analítico, así como el desempeño del modelo GPR como herramienta de interpolación geométrica. Además, se evalúa la respuesta cíclica del sistema multidireccional. Finalmente, se proponen líneas de investigación futura, que incluyen el desarrollo de modelos constitutivos avanzados para SMA, la generación de nuevas simulaciones para ampliar la base de datos, y la validación experimental del dispositivo a escala real.

1.6. Hipótesis de investigación

Se plantea la hipótesis de que es posible desarrollar modelos analíticos y numéricos capaces de estimar con precisión la rigidez inicial y la fuerza de fluencia de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler, considerando tanto acero como aleaciones con memoria de forma Cu–Al–Be. Dichos modelos permitirán predecir su desempeño bajo cargas en dirección de 90° y, en consecuencia, apoyar el diseño y la evaluación de sistemas multidireccionales de disipación de energía sísmica.

1.7. Contribución esperada

La contribución principal de esta tesis radica en la formulación de ecuaciones analíticas y en las validaciones numéricas específicas para dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler, las cuales no se encuentran disponibles en la literatura actual. Asimismo, se busca aportar criterios de diseño que consideren la influencia del material (acero vs. SMA) en el desempeño sísmico, entregando lineamientos que favorezcan la implementación de sistemas multidireccionales con

1. Introducción

un comportamiento predecible y de bajo costo en estructuras de puentes.

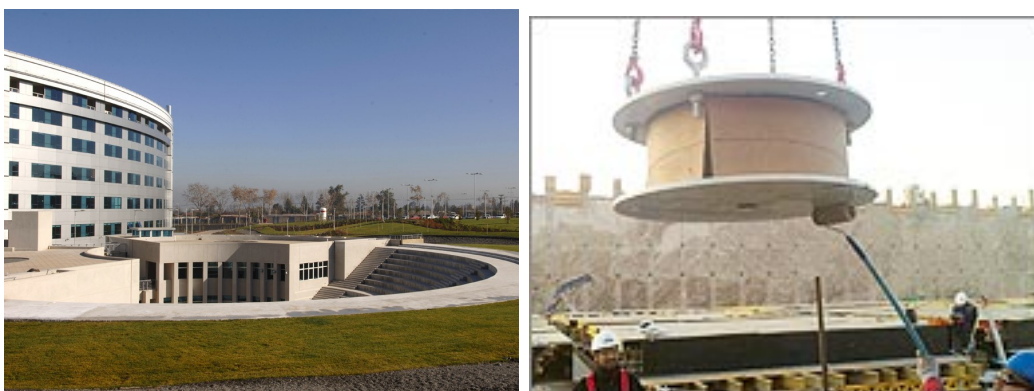
Capítulo 2

Estado del Arte

2.1. Dispositivos de Protección Sísmica

La finalidad de los dispositivos de protección sísmica es resguardar las obras civiles frente a eventos sísmicos de gran magnitud. Durante un terremoto, las ondas sísmicas transmiten parte de la energía liberada desde el foco hacia la superficie, induciendo solicitaciones en la base de las estructuras. Estas solicitaciones generan fuerzas y momentos que, al superar ciertos umbrales, pueden ocasionar deformaciones significativas, grietas e incluso el colapso parcial o total de la estructura.

En respuesta a esta amenaza, en diversas partes del mundo (incluyendo Chile) se han implementado sistemas de protección sísmica en edificaciones e infraestructuras críticas. Un ejemplo destacado en el contexto nacional es el Hospital Militar (Figura 2.1), donde se integraron dispositivos de aislación sísmica como parte de su diseño estructural [9].



(a) Hospital Militar

(b) Aislador sísmico

Figura 2.1: Implementación de aislación sísmica en el Hospital Militar.

Los dispositivos de protección sísmica pueden clasificarse desde dos enfoques principales: según el tipo de control involucrado en su operación, y según su capacidad de respuesta direccional frente a las demandas sísmicas.

Desde el punto de vista del control, se distinguen tres grandes grupos:

- Dispositivos activos
- Dispositivos pasivos
- Dispositivos híbridos

Por otra parte, en función de la dirección de activación, los dispositivos se dividen en:

- **Dispositivos unidireccionales:** se activan ante desplazamientos en una única dirección, generalmente alineada con el eje principal de deformación. Este tipo de dispositivos suele instalarse de manera que concentren la disipación de energía en un grado de libertad específico, por lo que su uso está limitado cuando se requiere protección frente a acciones sísmicas con componentes en múltiples direcciones.
- **Dispositivos multidireccionales:** han sido diseñados para responder a desplazamientos provenientes de diferentes direcciones, mostrando en diversos estudios un desempeño adecuado frente a sollicitaciones complejas. Sin embargo, la disponibilidad de formulaciones analíticas específicas que permitan una estimación directa de sus parámetros mecánicos sigue siendo limitada, lo que motiva el desarrollo de modelos complementarios de carácter analítico y numérico.

En este trabajo se abordará el análisis de dispositivos multidireccionales, dado que representan una alternativa más versátil para la protección sísmica de infraestructuras críticas.

2.2. Dispositivos Activos

Los dispositivos activos requieren una fuente de energía externa para funcionar. Estos sistemas emplean sensores (como acelerómetros) ubicados en posiciones específicas de la estructura para detectar la respuesta dinámica inducida por un sismo. La información registrada se procesa de manera inmediata por un sistema de control, el cual determina las fuerzas necesarias para contrarrestar dicha respuesta y contribuir a la estabilización de la estructura.

A pesar de sus ventajas en precisión y adaptabilidad, presentan una desventaja crítica: su dependencia energética. En caso de cortes de energía durante un evento sísmico, podrían quedar inoperativos, comprometiendo la seguridad estructural. No obstante, han sido implementados

exitosamente en edificaciones como el Kyobayashi Center en Tokio, Japón [10].

2.3. Dispositivos Pasivos

A diferencia de los sistemas activos, los dispositivos pasivos no requieren alimentación energética ni control en tiempo real. Su principal ventaja radica en la modificación de las propiedades dinámicas de la estructura, permitiendo una reducción significativa de su respuesta sísmica.

Este grupo se subdivide en dos tipos principales:

- Sistemas de aislación sísmica
- Disipadores de energía

2.3.1. Sistemas de Aislación Sísmica

Los sistemas de aislación sísmica tienen por objetivo reducir la transmisión del movimiento sísmico del suelo hacia la superestructura, mediante la instalación de dispositivos ubicados entre la fundación y la estructura. Existen diversos tipos de aisladores, tales como los elastoméricos, los de péndulo de fricción y los de rodillos, entre otros. Un ejemplo ampliamente utilizado es el aislador elastomérico con núcleo de plomo, el cual está compuesto por dos placas metálicas —una anclada a la fundación y otra a la superestructura— entre las que se dispone un elemento multilaminado de caucho y acero con un núcleo central de plomo (Fig. 2.2) [11, 12].

El caucho y el acero permiten desplazamientos horizontales, funcionando como un muelle que contribuye a la restitución de la posición original tras el sismo. La rigidez vertical queda garantizada por la configuración del aislador y la disposición de placas de acero intermedias. Por su parte, el núcleo de plomo aporta capacidad de disipación de energía mediante un comportamiento inelástico controlado, incrementando el amortiguamiento del sistema frente a sollicitaciones laterales.

2.3.2. Disipadores de Energía

Estos dispositivos absorben energía durante un evento sísmico, transformándola principalmente en calor o en deformaciones localizadas dentro del propio sistema. Se clasifican en:

- **Disipadores friccionales:** disipan energía por fricción entre superficies de contacto. Su desempeño depende del coeficiente de fricción, el cual puede variar con la velocidad, temperatura y desgaste [14, 15].

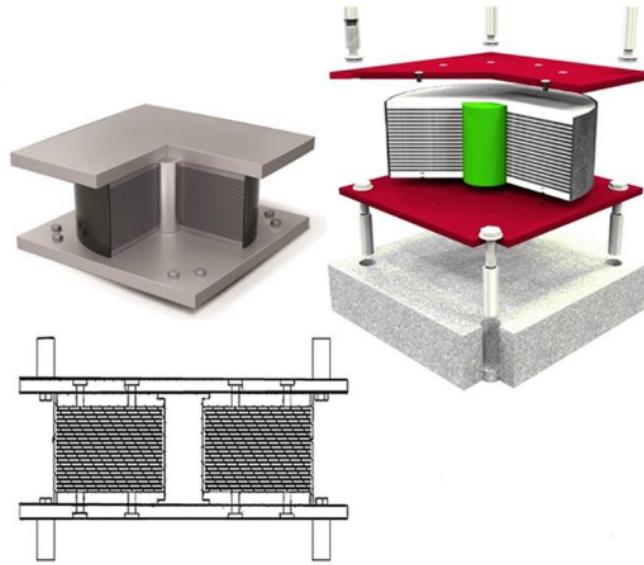


Figura 2.2: Esquema típico de un aislador sísmico [13].

- **Disipadores viscosos:** generan una fuerza proporcional a la velocidad relativa entre componentes, disipando energía térmicamente [14, 16].
- **Disipadores histeréticos:** utilizan deformaciones plásticas del material (habitualmente metálico) para disipar energía. Inicialmente presentan rigidez elástica, pero con el avance del desplazamiento entran en fluencia y endurecimiento por deformación, permitiendo disipación progresiva [14, 15].

Un ejemplo relevante de aplicación es el Edificio Titanium en Santiago, Chile, que incorpora disipadores histeréticos metálicos (Figura 2.3).

2.4. Dispositivos Híbridos

Los sistemas híbridos combinan elementos de control activo y pasivo, incorporando sensores y actuadores con la capacidad de modificar las propiedades del dispositivo, tales como la rigidez o el amortiguamiento, en tiempo real mediante el uso de señales eléctricas o magnéticas [18, 19].

Algunas tecnologías destacadas son:

- amortiguadores de masa semiactivos,
- dispositivos de fricción ajustable,

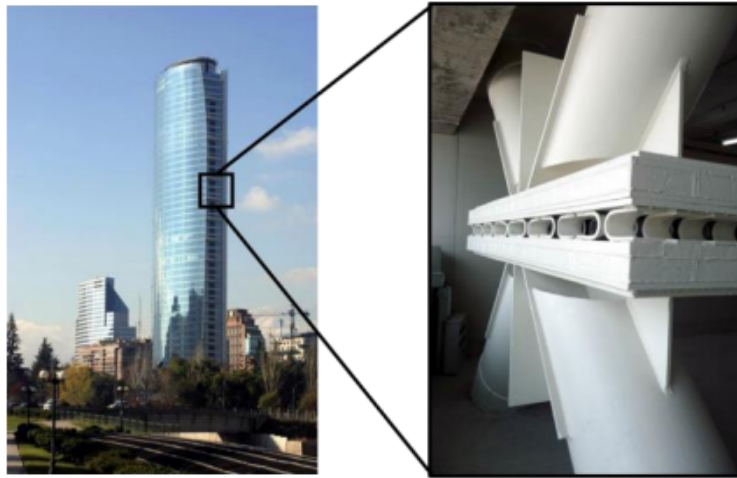


Figura 2.3: Implementación de disipadores metálicos en el Edificio Titanium, Santiago [17].

- disipadores con fluidos magnetoreológicos o electrorreológicos.

Estos sistemas requieren menos energía que los sistemas de control activo puro, convirtiéndolos en una alternativa más robusta frente a eventuales interrupciones del suministro eléctrico. Asimismo, su capacidad de adaptación permite mejorar la respuesta estructural y superar parcialmente las limitaciones de los sistemas pasivos de parámetros fijos.

2.5. Dispositivos U-Shaped

Los dispositivos de disipación de energía conocidos como *U-Shaped* se caracterizan por su configuración geométrica en forma de “U”, que les permite experimentar deformaciones específicas durante su funcionamiento. Al estar sometidos a carga, una de las ramas curvas tiende a aplanarse mientras que la parte recta se curva, generando principalmente deformaciones por flexión que facilitan la disipación de energía mecánica. Para representar los parámetros geométricos asociados (ancho B , espesor t y altura H) se recurre a la Figura 2.4.

Este tipo de disipadores ha sido ampliamente implementado en distintos sistemas de protección sísmica y en diversas tipologías estructurales. Por ejemplo, Suzuki et al. [20] desarrollaron *U-Shaped* como parte de un sistema de aislamiento sísmico, observando un comportamiento histerético estable frente a cargas aplicadas en distintas direcciones. Por su parte, Tagawa et al. [21] propusieron una configuración alternativa, integrando los *U-Shaped* en marcos estructurales junto a miembros tensores que se deforman exclusivamente en tracción.

En términos generales, la investigación en torno a estos dispositivos ha abordado aspectos

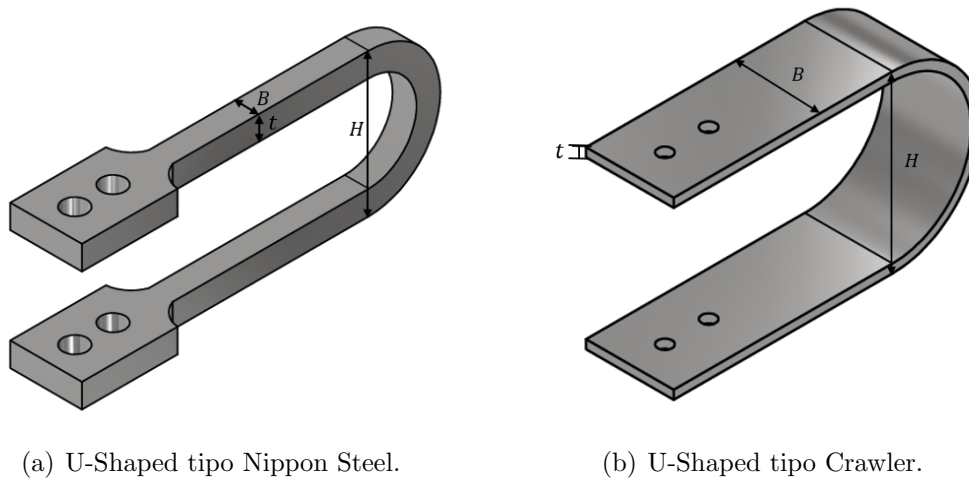


Figura 2.4: Parámetros geométricos de los U-Shaped.

como la respuesta histerética, la resistencia a la fatiga de bajo ciclaje y el comportamiento frente a cargas bidireccionales. Sin embargo, gran parte de estos estudios se han centrado en los disipadores desarrollados por la empresa japonesa Nippon Steel, caracterizados por una razón geométrica B/t cercana a 1 y con libertad de movimiento en la dirección vertical. Este último factor es relevante, ya que cuando se restringe dicho desplazamiento y se incrementa la relación B/t , el comportamiento del dispositivo puede presentar variaciones importantes [20, 21].

En este sentido, Deng et al. [22] concluyeron que restringir el movimiento vertical mejora la vida útil del disipador frente a cargas cíclicas, al promover una distribución más uniforme de esfuerzos y deformaciones. Asimismo, Wang et al. [23] evidenciaron que, al aplicar cargas en la dirección perpendicular (90°), las deformaciones por torsión predominan sobre las de flexión en las zonas rectas del dispositivo. Por estas razones, la literatura se analiza diferenciando entre los dispositivos clásicos de Nippon Steel y aquellos conocidos como tipo Crawler, denominación adoptada a partir del estudio de Deng et al. [22]. La Figura 2.4 también muestra cómo varía la razón B/t entre ambos tipos.

En cuanto a la distribución geográfica de los estudios, la mayor parte de los avances se concentran en Asia, principalmente en Japón, pero también en países como China, Corea del Sur, Turquía y Nueva Zelanda. Esta concentración es coherente con la alta sismicidad de estas regiones y con el hecho de que Nippon Steel, la empresa fabricante de muchos de estos disipadores, tiene su sede en Japón.

Dentro de la línea investigativa sobre los dispositivos tipo Crawler, uno de los primeros aportes relevantes corresponde al trabajo de Kato et al. [24], quienes propusieron un diseño denominado J-shaped. En dicho estudio, se utilizaron simulaciones mediante elementos finitos para evaluar

la respuesta cíclica del dispositivo. Los resultados mostraron que el modelo numérico, basado en la geometría y propiedades del material, fue capaz de reproducir con precisión las curvas histeréticas experimentales.

Posteriormente, Kato y Kim [25] llevaron a cabo un análisis paramétrico empleando modelos de elementos finitos con un modelo constitutivo de material con endurecimiento trilineal. Este modelo representa la relación tensión–deformación mediante tres tramos lineales: (i) un tramo elástico inicial, (ii) un tramo plástico asociado a la fluencia del material y (iii) un tramo con endurecimiento por deformación. Entre sus conclusiones destacaron que las propiedades mecánicas del disipador estaban fuertemente influenciadas por parámetros como el espesor, el radio interno y el esfuerzo de fluencia del material. Además, desarrollaron expresiones para estimar la rigidez elástica, la carga de fluencia y la razón de endurecimiento, incorporando explícitamente los efectos del endurecimiento por deformación.

Más adelante, Deng et al. [22] profundizaron en el concepto de disipador tipo Crawler, proponiendo una configuración orientada específicamente a puentes. Esta variante se caracterizó por incluir planos horizontales que restringen el desplazamiento vertical. A través de una campaña experimental apoyada por mediciones con *strain gauges*, se observó que al limitar los desplazamientos verticales se lograba una distribución más homogénea de esfuerzos, reduciendo concentraciones críticas y mejorando la resistencia a la fatiga de bajo ciclaje. El estudio también incorporó un modelo de elementos finitos en ABAQUS, utilizando una ecuación constitutiva que contempla tanto endurecimiento cinemático como isotrópico, con resultados predictivos satisfactorios de la respuesta histerética. Finalmente, se derivaron expresiones para estimar la fuerza máxima y la vida útil bajo cargas cíclicas, en función de los parámetros de endurecimiento del material, siempre considerando cargas aplicadas en la misma dirección del eje del dispositivo (carga en 0°).

En un trabajo posterior, Baird et al. [26] realizaron estudios tanto experimentales como numéricos sobre disipadores *U-Shaped* con restricción vertical, con el objetivo de estimar la rigidez del sistema antes y después de la fluencia. Usando modelos numéricos en ABAQUS y ensayos físicos, lograron desarrollar ecuaciones que relacionan la rigidez con los parámetros geométricos del dispositivo.

En los últimos años, el uso de aleaciones con memoria de forma (SMA) ha sido incorporado en dispositivos tipo *U-Shaped* con el fin de reducir los desplazamientos residuales post-sismo. Wang et al. [23] propusieron un innovador aislador sísmico con capacidad de recentraje, compuesto por elementos *U-Shaped* fabricados con SMA y combinaciones híbridas de acero y SMA con alta relación B/t . La mayoría de estos estudios emplean aleaciones NiTi, dada su excel-

te pseudoelasticidad, resistencia a la fatiga y estabilidad térmica [27, 28]. Más recientemente, investigaciones específicas han evaluado configuraciones tipo Crawler sometidas a cargas multi-axiales, ampliando el entendimiento del desempeño de los SMA en aplicaciones complejas [29, 30].

Por otro lado, las aleaciones Cu–Al–Be han surgido como una alternativa más asequible para aplicaciones estructurales, principalmente debido a su menor costo y mayor disponibilidad en comparación con las aleaciones NiTi. Además, presentan un interés particular para la ingeniería civil, ya que no dependen de elementos de alto costo o disponibilidad limitada (como el níquel o el titanio), lo que las vuelve más viables para implementaciones a gran escala en infraestructura. Estudios como los de Mazzer [31] y Medina et al. [32, 33] han demostrado que estas aleaciones exhiben un comportamiento pseudoelástico estable, entendido como la capacidad de experimentar grandes deformaciones reversibles asociadas a transformaciones de fase inducidas por esfuerzo, con recuperación de la deformación al descargar, y propiedades de autocentrado comparables a las de NiTi, lo que refuerza su potencial en sistemas de disipación de energía sísmica. Si bien su aplicación en geometrías tipo Crawler sigue siendo limitada, esta constituye una línea de investigación incipiente que el presente trabajo aborda dentro de un marco más amplio de análisis y comparación de materiales y configuraciones.

2.6. Dispositivos Multidireccionales

Los dispositivos de disipación de energía multidireccional se caracterizan por su capacidad de responder frente a movimientos sísmicos en cualquier dirección, lo que los convierte en soluciones versátiles, aunque complejas de analizar y diseñar. En este contexto, uno de los primeros avances relevantes corresponde a la patente de Scalfati [34], que introdujo un sistema mecánico de disipación mediante elementos metálicos en forma de C (Fig. 2.5), concebido para su aplicación en conexiones estructurales ubicadas en zonas sísmicas. El diseño incluía, además, elementos en forma de U conectados entre dos planos horizontales: uno de sus extremos se unía rígidamente a una placa, mientras que el otro se encontraba articulado, permitiendo la rotación e inclinación de uno de los brazos.

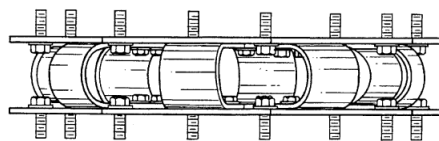


Figura 2.5: Sistema de disipación de energía propuesto por Scalfati [34].

Investigaciones posteriores se centraron en el comportamiento bidireccional de dispositivos en forma de U. Ene et al. [35] estudiaron cómo la respuesta bajo cargas multidireccionales difiere considerablemente de la respuesta uniaxial (Fig. 2.6). En el mismo periodo, Milani y Dicleli [36] desarrollaron el *Multi-directional Torsional Hysteretic Damper* (MTHD), ilustrado en la Fig. 2.7, compuesto por una disposición simétrica de disipadores cilíndricos de acero que funcionan por torsión frente a desplazamientos planos inducidos por sismos. Este sistema presenta una rigidez pos-elástica controlable mediante el diseño, lo que permite ajustar las propiedades dinámicas del sistema estructural para evitar la coincidencia entre su periodo natural y el periodo dominante del movimiento sísmico del suelo, reducir desplazamientos y mantener fuerzas comparables con sistemas bilineales tradicionales. Este tipo de dispositivos ha sido utilizado también en estructuras de puentes.

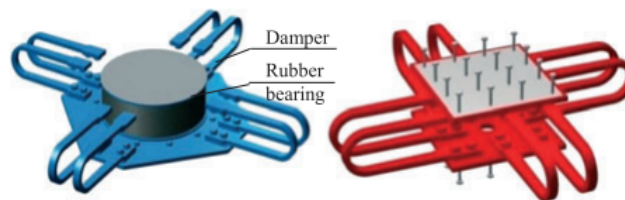


Figura 2.6: Diferentes configuraciones de amortiguadores de acero tipo *U-Shaped* [35].

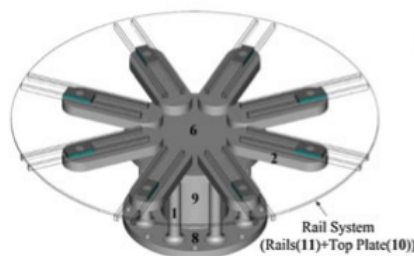


Figura 2.7: Multi-directional Torsional Hysteretic Damper (MTHD) [36].

Guo et al. [37] propusieron el *Multi-Level Spring Restrainer* (MLSR), un sistema de restricción compuesto por múltiples resortes dispuestos radialmente, los cuales permiten cierto desplazamiento libre antes de activarse (Fig. 2.8). Al incorporarlo en modelos no lineales de puentes curvos y evaluarlo mediante análisis dinámicos, mostraron que el sistema contribuía a prevenir impactos entre la superestructura del puente y los estribos, mitigar el daño en los pilares y reducir la curvatura máxima desarrollada en estos elementos.

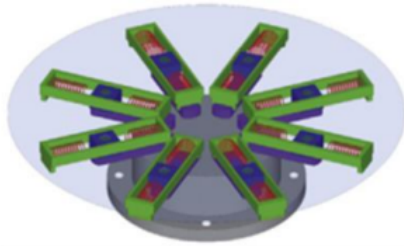


Figura 2.8: Multi-level Spring Restrainer (MLSR) [37].

Posteriormente, los mismos autores desarrollaron un sistema alternativo de protección denominado *Multidirectional Cable Restrainer* (MDCR) [38], compuesto por cables envolventes que pueden actuar en múltiples direcciones (Fig. 2.9). El desempeño de este sistema se evaluó mediante curvas de fragilidad estructural, obteniéndose mejoras sustantivas en la reducción de desplazamientos y daños ante eventos sísmicos.

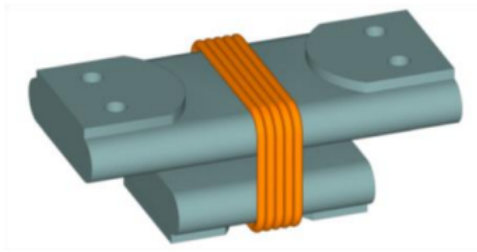


Figura 2.9: Multidirectional Cable Restrainer (MDCR) [38].

Entre los dispositivos multidireccionales más comunes se encuentran los amortiguadores histérisicos tipo *U-Shaped*. Tradicionalmente fabricados en acero, estos elementos han sido objeto de mejoras significativas mediante el uso de aleaciones con memoria de forma (SMA), lo que les otorga propiedades de autocentrado (*Self-Centering*, SC) y una capacidad destacada de disipar energía. Wang y Zhu [39] desarrollaron un amortiguador *U-Shaped Damper* (UD) fabricado con Nitinol (SMA), el cual mostró curvas de histéresis estables bajo cargas cíclicas. Años más tarde, los mismos autores, junto con Casciati [40], integraron estos elementos en sistemas de aislamiento sísmico mediante placas de caucho laminado, reemplazando los núcleos de plomo tradicionales por SMA-UD (Fig. 2.10).

De acuerdo con Wang et al. [40], se reportan dos configuraciones principales:

- **SMA-LRB:** corresponde a un aislador elastomérico con núcleo de plomo y cuatro SMA-UD distribuidos simétricamente (Fig. 2.11). El caucho absorbe la carga vertical, el núcleo de plomo disipa energía mediante corte y los SMA-UD aportan tanto a la disipación

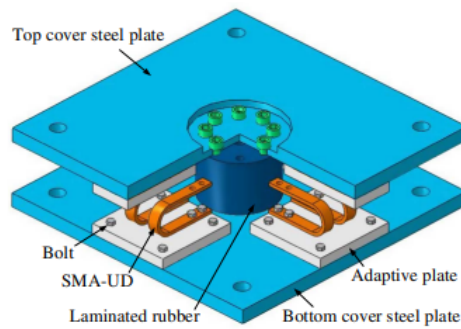


Figura 2.10: Diseño de los aisladores de base de tipo *Sliding Concave* (SC) [40].

adicional como a la capacidad de recentreo.

- **SMA-SRB:** con el fin de reducir el impacto ambiental del plomo, reemplaza el núcleo por disipadores de acero *U-Shaped*, trabajando en paralelo con los SMA-UD (Fig. 2.12).

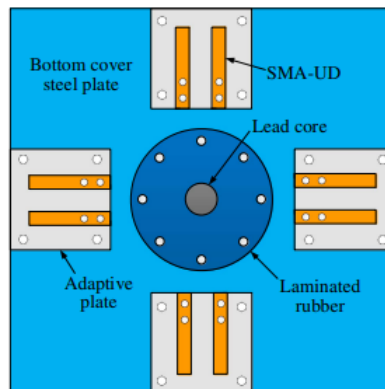


Figura 2.11: Vista superior del diseño SMA-LRB [40].

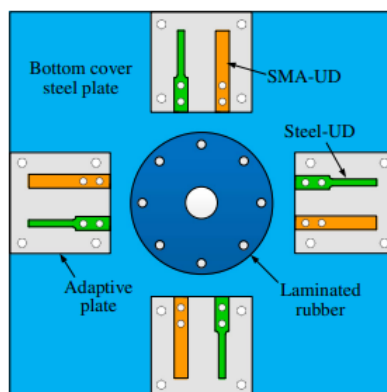


Figura 2.12: Vista superior del diseño SMA-SRB [40].

Ambas soluciones ofrecen un equilibrio favorable entre capacidad de restauración y disipación de

energía, constituyéndose como alternativas viables para estructuras que exigen alta resiliencia y desempeño sísmico.

La evolución de estos sistemas ha dado lugar a configuraciones más avanzadas, capaces de abordar de forma simultánea los efectos sísmicos en tres direcciones. En este contexto, el estudio realizado por Yu et al. [41] presenta un innovador aislador tridimensional, denominado DS-SMA-FS, el cual combina resortes de disco con amortiguadores *U-Shaped* de SMA. Este diseño logra una condición de rigidez cuasi nula en la dirección vertical gracias a la interacción entre la rigidez negativa aportada por los resortes de disco y la rigidez positiva de los disipadores de SMA, y exhibe una capacidad efectiva de autocentrado frente a desplazamientos horizontales. La Figura 2.13 muestra una vista esquemática de este dispositivo.

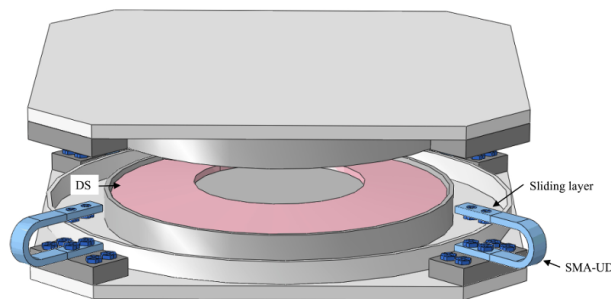


Figura 2.13: Aislador tridimensional DS-SMA-FS propuesto por Yu et al. [41].

Esta solución representa un avance relevante hacia dispositivos con un comportamiento más controlado y adecuado para aplicaciones en estructuras complejas, como cúpulas reticuladas o edificaciones que requieren aislamiento sísmico multidireccional.

2.7. Innovaciones en Dispositivos de Protección Sísmica

En los últimos años, han surgido numerosos sistemas y tecnologías innovadoras para disipar la energía producida por los sismos, ya que estos pueden causar daños irreparables, como grandes desviaciones permanentes entre pisos en los edificios y deformaciones significativas en los puentes, lo que genera importantes costos e inconvenientes socioeconómicos.

Las aleaciones con memoria de forma (SMA) han sido estudiadas durante varias décadas y se han empleado en diversas aplicaciones estructurales, como barras de refuerzo en elementos de hormigón armado (RC). Su interés en ingeniería civil se debe a la capacidad de estas aleaciones para experimentar deformaciones significativas y recuperar su forma original gracias al efecto superelástico, evitando deformaciones residuales. Además, presentan una notable capacidad de disipar energía y propiedades de autocentrado, características que las hacen adecuadas para

aplicaciones sometidas a cargas extremas, como los terremotos [42].

Debido a estas propiedades, las SMA han sido propuestas como una alternativa complementaria al acero convencional en aplicaciones específicas de ingeniería sísmica, particularmente en sistemas de disipación de energía y autocentrado estructural.

El estudio realizado por A. Muntasir Billah et al. [43] proporciona información relevante sobre la incorporación de SMA en la ingeniería de puentes. Una de las primeras aleaciones utilizadas fue la de níquel-titanio (Ni-Ti), que llamó la atención por su superelasticidad, alta tensión de recuperación y notable resistencia a la corrosión. Sin embargo, su elevado costo de producción incentivó la búsqueda de alternativas más económicas. Aunque muchos estudios se centraron en aleaciones de Ni-Ti, recientemente se han explorado otras opciones prometedoras, como las aleaciones a base de Cu y Fe, que presentan menores costos de fabricación. Entre los trabajos más recientes, Medina et al. [32] se enfocaron en determinar un tratamiento térmico adecuado para obtener propiedades mecánicas favorables en alambres CuAlBe SMA destinados a aplicaciones de protección sísmica.

En el marco de este trabajo, enfocado en la implementación de elementos *U-Shaped* fabricados con SMA, a continuación se presentan las propiedades mecánicas y su comportamiento distintivo.

2.7.1. Aleaciones con memoria de forma

Las aleaciones con memoria de forma son materiales metálicos que, tras una deformación aparentemente plástica, tienen la capacidad de recuperar su geometría original mediante dos mecanismos distintos. En primer lugar, a temperaturas bajas, pueden retornar a su forma inicial al ser calentadas, fenómeno conocido como memoria de forma térmica (Shape Memory Effect). En segundo lugar, dentro de un rango de temperaturas específico por encima de la temperatura de transformación, pueden experimentar deformaciones reversibles de hasta un 10 % y recuperar su forma original simplemente al ser descargadas, comportamiento denominado superelasticidad (Superelasticity) [44, 42].

Las aplicaciones potenciales de estos dos efectos son extensas. La memoria de forma permite generar fuerza o movimiento, mientras que la superelasticidad posibilita el almacenamiento y la disipación de energía mecánica con alta capacidad cíclica y mínima deformación residual.

2.7.2. Efecto de memoria de forma

Como se mencionó anteriormente, el efecto de memoria de forma se refiere a la capacidad de un material para recuperar su forma original mediante calentamiento. Las aleaciones con memoria de forma pueden encontrarse en dos fases distintas: *austenita*, a altas temperaturas, y *martensita*, a bajas temperaturas. Las temperaturas características de transformación incluyen: inicio de martensita (M_s), final de martensita (M_f), inicio de austenita (A_s) y final de austenita (A_f), tal como se muestra en la Figura 2.14.

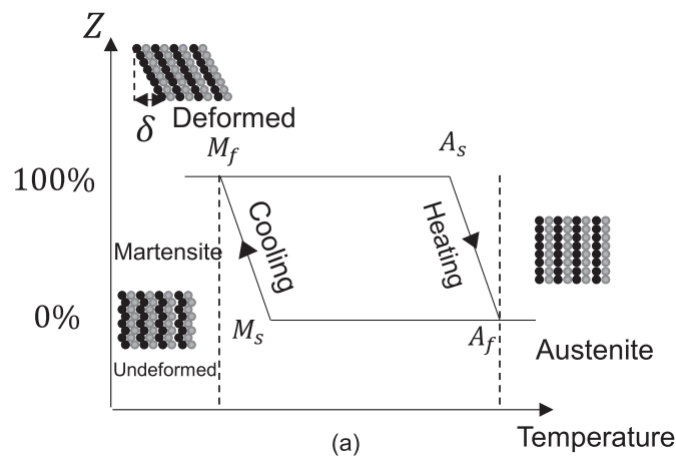


Figura 2.14: Transformación de fase entre austenita y martensita [42].

Las SMA están formadas por una red cristalina cuya configuración depende del estado termomecánico del material. Si se encuentra a una temperatura menor que A_s y se carga en fase martensítica, se generan grandes deformaciones. Si luego se descarga, parte de la deformación permanece, y solo mediante calentamiento hasta superar A_f se recupera completamente la forma original. La transformación inversa también es posible, pero sigue trayectorias diferentes debido a la histéresis de la transformación, como se observa en la Figura 2.15.

2.7.3. Efecto de superelasticidad

La superelasticidad es la capacidad de una SMA para recuperar su forma original después de ser sometida a una carga mecánica, sin necesidad de calentamiento. Este fenómeno ocurre cuando la aleación se encuentra en fase austenítica (temperatura por encima de A_f). Al aplicar tensión, se induce una transformación martensítica que permite grandes deformaciones. Al remover la carga, la martensita se vuelve inestable y el material retorna espontáneamente a su fase original.

Este comportamiento se ilustra en la Figura 2.16.

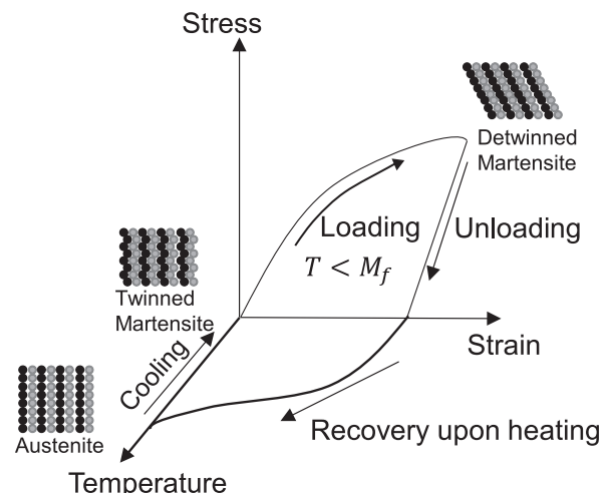


Figura 2.15: Comportamiento de memoria de forma de las SMA [42].

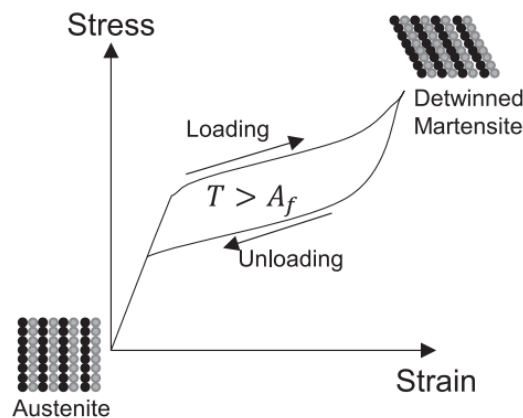


Figura 2.16: Comportamiento superelástico de las SMA [42].

2.7.4. Aleaciones SMA a base de cobre

Las aleaciones con memoria de forma a base de cobre, en particular las de Cu-Al-Be, han ganado interés en los últimos años como alternativa a las tradicionales aleaciones de Ni-Ti. Su atractivo principal radica en el menor costo de producción y en la mayor disponibilidad de materias primas, lo que las convierte en candidatas más viables para aplicaciones a gran escala en infraestructura civil, como puentes y edificios [31, 32].

En términos de desempeño mecánico, las aleaciones Cu-Al-Be exhiben un comportamiento pseudoelástico y propiedades de autocentrado comparables a las de Ni-Ti, siendo capaces de recuperar deformaciones significativas tras cargas cíclicas. Investigaciones recientes han demostrado, además, su resistencia funcional bajo fatiga, lo que refuerza su potencial para sistemas de disipación de energía sísmica [33].

Si bien la investigación sobre su aplicación en dispositivos tipo Crawler aún es incipiente, el uso de Cu-Al-Be representa una línea innovadora que este trabajo considera dentro de un marco de análisis comparativo entre diferentes materiales y configuraciones. Este enfoque busca contribuir al desarrollo de dispositivos más accesibles y escalables para la protección sísmica en estructuras de gran relevancia.

2.8. Comportamiento de elementos U-Shaped cargados en 90°

Diversos estudios han abordado el análisis mecánico de dispositivos *U-Shaped*, especialmente mediante formulaciones numéricas. No obstante, la mayoría de estas investigaciones se han enfocado en el comportamiento ante cargas unidireccionales (0°), es decir, aplicadas en la dirección principal de apertura del dispositivo. Mucho menos explorado ha sido el desempeño frente a solicitaciones perpendiculares (90°), aplicadas de forma transversal al eje de apertura, las cuales resultan particularmente exigentes desde el punto de vista estructural, ya que generan flexión combinada con confinamiento entre placas rígidas, alterando el modo de deformación del dispositivo *U-Shaped* y aumentando la complejidad de su respuesta mecánica.

Si bien han surgido trabajos recientes sobre esta dirección, muchos de ellos se centran en disipadores tipo Nippon Steels, mientras que aún existe una limitada cantidad de estudios sobre configuraciones tipo Crawler. La generación de ecuaciones que permitan estimar propiedades mecánicas fundamentales en este tipo de dispositivos constituye una herramienta esencial para optimizar recursos y tiempos de diseño en sistemas de protección sísmica.

En 2015, Deng et al. [45] propusieron una optimización geométrica del disipador *U-Shaped* (UD), empleando simulaciones numéricas con elementos finitos en ABAQUS. El estudio abordó principalmente la influencia de la longitud y de la geometría recta del elemento, logrando definir una expresión para la resistencia última fuera del plano. Sin embargo, el análisis no avanzó hacia la formulación de ecuaciones adicionales, manteniéndose exclusivamente dentro del ámbito de la simulación.

La resistencia fuera del plano, F_{out} , se estimó con la siguiente ecuación:

$$F_{\text{out}} = \frac{f_u \left(\frac{f_u t w^2}{2} + \frac{Q}{\sqrt{3}} \right)}{(l + R) \sqrt{4 - \frac{D_{\text{out}}^2}{(l+R)^2}}}, \quad (2.1)$$

donde f_u es la tensión última, t el espesor, w el ancho, Q el coeficiente torsional que cuantifica la rigidez rotacional asociada a la flexión fuera del plano, y D_{out} la deformación fuera del plano.

La Figura 2.17 muestra la geometría y los modos de deformación del disipador *U-Shaped* considerados en esta formulación, incluyendo los patrones típicos de flexión, giro y desplazamiento fuera del plano.

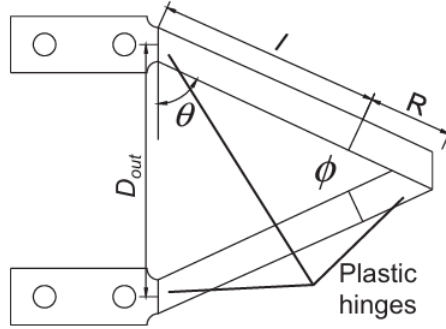


Figura 2.17: Deformación fuera del plano (D_{out}) y parámetros geométricos principales de un disipador U-Shaped [45].

Posteriormente, Nguyen y Guizani [6] llevaron a cabo un estudio analítico y numérico sobre sistemas compuestos por disipadores *U-Shaped* (UD) y rodamientos de caucho natural (NRB, por sus siglas en inglés Natural Rubber Bearings), con el objetivo de mejorar la disipación de energía. En su trabajo, formularon por primera vez expresiones para estimar propiedades elásticas tanto en el plano como fuera del plano, basadas en la geometría del dispositivo y sus características mecánicas.

La rigidez inicial en el plano se expresa como:

$$K_u^0 = \left(\frac{2LR^2}{EI_{y1}} + \frac{\pi R^3}{2EI_{y2}} \right)^{-1}. \quad (2.2)$$

La fuerza de fluencia en el plano está dada por:

$$P_y^0 = \sigma_u \left(-2Rw_2 + w_2 \sqrt{t^2 + 4R^2} \right). \quad (2.3)$$

Mientras que la rigidez inicial fuera del plano se obtiene mediante:

$$K_u^{90} = \left(\frac{2LR^2}{GJ_{x1}} + \frac{R[\pi((L-\lambda)^2 + 2R^2) + 8R(L-\lambda)]}{2GJ_{x2}} + \frac{2L(L^2 - 3L\lambda + 3\lambda^2)}{3EI_{z1}} + \frac{R\pi(L-\lambda)^2}{2EI_{z2}} \right)^{-1}, \quad (2.4)$$

donde λ se define como:

$$\lambda = \frac{4R^2 + \pi LR}{\pi R + GJ_{x2} \left(\frac{4L}{EI_{z1}} + \frac{\pi R}{EI_{z2}} \right)} + \frac{\left(\frac{2L^2}{EI_{z1}} + \frac{\pi LR}{EI_{z2}} \right)}{\left(\frac{\pi R}{GJ_{x2}} + \frac{4L}{EI_{z1}} + \frac{\pi R}{EI_{z2}} \right)} \quad (2.5)$$

Las expresiones para la fuerza de fluencia fuera del plano son:

$$P_{y,0}^{90} = \frac{\sigma_y t w_0^2}{4\lambda}; \quad P_{y,2}^{90} = \frac{\sigma_y t w_2^2}{4(L-\lambda)}; \quad P_{y,3}^{90} = \frac{\sigma_y t^2(12w^2 - 5t)}{24\sqrt{3}(L+R-\lambda)}. \quad (2.6)$$

La fuerza de fluencia final corresponde al valor mínimo entre ellas:

$$P_y^{90} = \min(P_{y,1}, P_{y,2}, P_{y,3}). \quad (2.7)$$

Cabe señalar que estos avances sentaron las bases para desarrollos posteriores, como el sistema DS-SMA-FS propuesto por Yu et al. [41], el cual introduce una solución tridimensional con rigidez vertical reducida y capacidad de autocentrado horizontal, diseñada para responder de manera más adecuada frente a condiciones sísmicas complejas.

Capítulo 3

Modelo analítico del dispositivo U-Shaped

A lo largo de los años, los dispositivos de disipación de energía multidireccional han sido estudiados mediante métodos numéricos y experimentales. No obstante, los análisis detallados que incorporan no linealidades geométricas o de material pueden requerir tiempos de cómputo elevados, especialmente cuando se consideran múltiples configuraciones o simulaciones paramétricas. A ello se suma el costo económico y el desgaste de materiales asociados a los ensayos experimentales realizados bajo enfoques iterativos de prueba y error.

Ante esta situación, surge la necesidad de emplear los recursos de manera más adecuada mediante el desarrollo de aproximaciones confiables que permitan estimar propiedades mecánicas relevantes para el diseño de los dispositivos *U-Shaped*, tales como la rigidez elástica inicial y la fuerza de fluencia.

Diversas investigaciones han demostrado que el comportamiento de los dispositivos *U-Shaped* sometidos a sollicitaciones multidireccionales se ve gobernado por dos direcciones críticas que delimitan su rango de funcionamiento: la dirección 0° , ampliamente abordada en la literatura (incluyendo formulaciones analíticas para distintos tipos de dispositivos *U-Shaped* [45, 6, 23]), y la dirección 90° , que presenta una restricción importante al movimiento, haciéndola especialmente desafiante desde el punto de vista del análisis estructural [29, 30].

Si bien existen avances respecto al comportamiento en 90° , estos se han centrado principalmente en dispositivos *U-Shaped* tipo Nippon Steel, dejando sin caracterización el comportamiento de los dispositivos tipo Crawler, a pesar de su potencial en sistemas multidireccionales.

En este contexto, el presente trabajo de tesis se centra en el estudio de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler, poniendo especial atención en la dirección perpendicular (90°), para la cual no existen

3. Modelo analítico del dispositivo U-Shaped

expresiones numéricas que permitan estimar sus propiedades mecánicas clave. En consecuencia, se plantea la formulación de ecuaciones específicas que permitan complementar el análisis de estos dispositivos. La Figura 3.1 muestra un esquema de aplicación del dispositivo en un puente de hormigón, donde se ubica junto a los apoyos elastoméricos para proteger la superestructura y la subestructura frente a cargas sísmicas.

La Figura 3.1 ilustra el concepto de implementación del dispositivo *U-Shaped* tipo Crawler en un puente de hormigón armado, ubicado en los apoyos entre la superestructura y la subestructura. Este esquema permite visualizar el rol del dispositivo como elemento reemplazable de disipación de energía, capaz de limitar la demanda sísmica en la superestructura y proteger los elementos principales del puente.

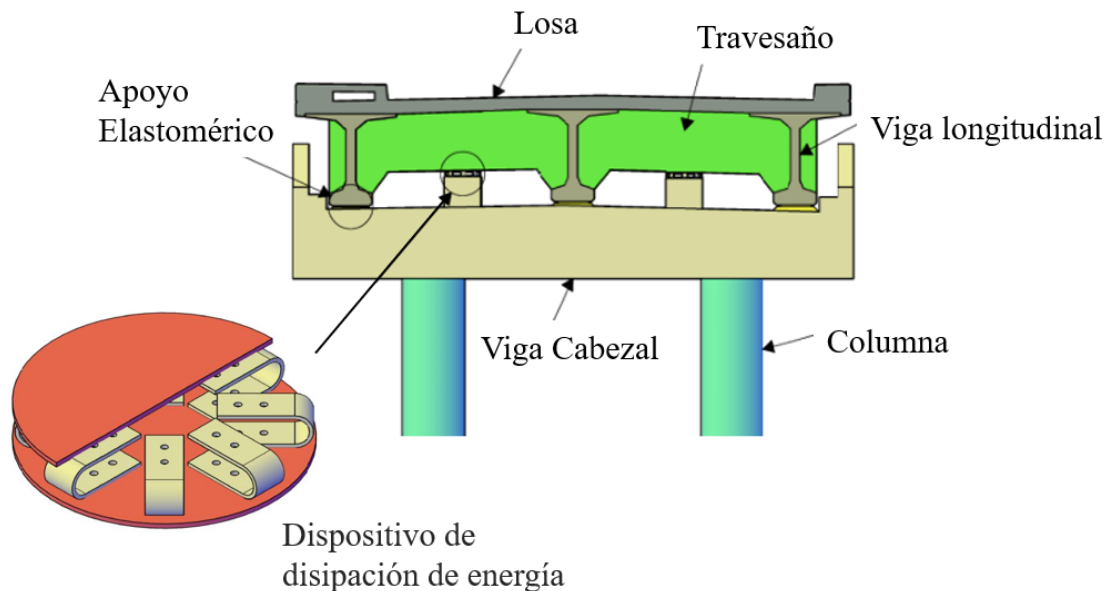


Figura 3.1: Esquema de aplicación de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler en un puente, en conjunto con apoyos elastoméricos y la subestructura de hormigón.

Para efectos de la formulación analítica, se asume que estos dispositivos se comportan como sólidos elásticos. Bajo cargas externas, responden mediante deformaciones reversibles que desaparecen una vez retirada la carga, sin generar daños permanentes. Esta suposición permite aplicar teoremas de energía en su caracterización, habitualmente expresados mediante relaciones carga–desplazamiento.

A continuación, se presentan los principios teóricos fundamentales que sustentan la formulación de ecuaciones para estimar las propiedades mecánicas de los dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler sometidos a cargas en la dirección de 90° .

3.1. Teoremas Fundamentales

3.1.1. Principio del Trabajo Virtual:

Este principio establece que, si un sólido se encuentra en equilibrio, el trabajo virtual realizado ante cualquier desplazamiento virtual compatible con las restricciones del sistema es igual a cero [46]. Es decir, las cargas aplicadas permanecen constantes en magnitud y dirección. Este principio se aplica tanto a sólidos elásticos lineales como no lineales.

Considérese un cuerpo sometido a un sistema de cargas aplicadas en sus bordes, tal como se muestra en la Figura 3.2. Dichas cargas se denotan como P_i , y los desplazamientos virtuales correspondientes como u_i , en la dirección de cada carga. El trabajo virtual externo en equilibrio se expresa como:

$$\delta W = \sum_i P_i u_i = 0. \quad (3.1)$$

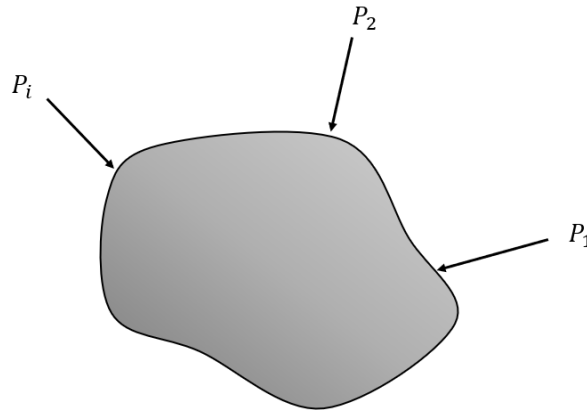


Figura 3.2: Cuerpo genérico sometido a un sistema de cargas en los bordes, con fuerzas P_i y desplazamientos virtuales u_i .

3.1.2. Principio de la Energía Potencial Estacionaria:

Este principio plantea que, para un sistema estructural en equilibrio estático, la energía potencial total alcanza un valor estacionario.

$$\Pi = U - W = 0. \quad (3.2)$$

Considérese un cuerpo deformable sometido a cargas P_i , en equilibrio. Supóngase que dichas cargas generan desplazamientos virtuales incrementales w_i . Este trabajo incremental aumenta la energía de deformación en un valor δU . Si la energía potencial total del sistema es Π , la variación en estado estacionario puede expresarse como:

$$\delta\Pi = \delta U(P_i) - \delta W = 0. \quad (3.3)$$

Desarrollando la expresión:

$$\delta\Pi(P_i) = \frac{dU(P_i)}{dP_i} \delta P_i - w \delta P_i = 0, \quad (3.4)$$

$$\left(\frac{dU(P_i)}{dP_i} - w \right) \delta P_i = 0. \quad (3.5)$$

Como $\delta P_i \neq 0$, se concluye que:

$$\frac{dU(P_i)}{dP_i} = w. \quad (3.6)$$

3.1.3. Segundo Teorema de Castigliano:

Este teorema establece que el desplazamiento asociado a una carga aplicada en un sistema en equilibrio es igual a la derivada parcial de la energía de deformación respecto a dicha carga:

$$w_i = \frac{dU(P_i)}{dP_i}. \quad (3.7)$$

De manera análoga, los desplazamientos angulares producidos por momentos aplicados se obtienen como:

$$\theta_i = \frac{dU(M_i)}{dM_i}. \quad (3.8)$$

Si el sistema está en equilibrio y el desplazamiento es nulo, la derivada de la energía define un punto estacionario, conocido como punto crítico. Esto da lugar al siguiente principio;

3.1.4. Principio del Mínimo de Energía Complementaria:

$$\frac{dU(M_i)}{dM_i} = 0. \quad (3.9)$$

Este principio permite determinar las fuerzas o momentos mínimos que satisfacen las condiciones de equilibrio estructural. La Figura 3.3 ilustra este comportamiento.

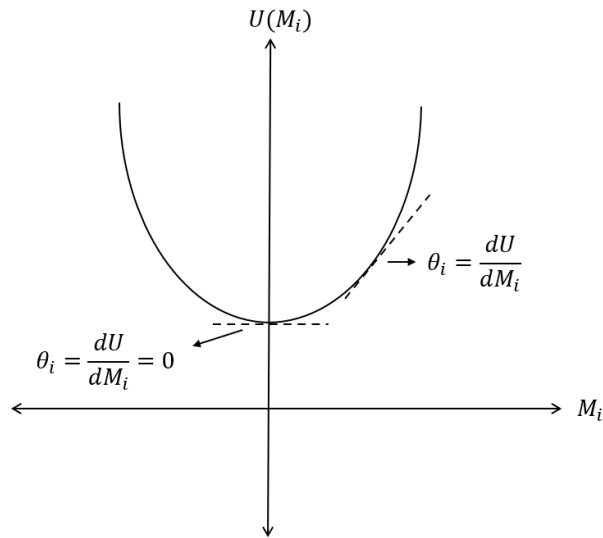


Figura 3.3: Gráfica ilustrativa del Segundo Teorema de Castigliano.

3.2. Consideraciones Geométricas y de Confinamiento para Disipadores U-Shaped tipo Crawler

El presente trabajo se centra en el estudio de un dispositivo disipador de energía con geometría en U, cuya sección transversal se mantiene constante a lo largo de toda su longitud y se encuentra completamente confinado entre dos placas rígidas (Figura 3.4). Este dispositivo corresponde a la configuración conocida como tipo Crawler. A diferencia de otros *U-Shaped* desarrollados por Nippon Steel, que pueden incluir zonas aliviadas o secciones parcialmente libres para facilitar la deformación localizada, el diseño Crawler evita dejar regiones libres con el fin de asegurar un comportamiento estructural más estable, repetitivo y de representación más sencilla en modelos numéricos.

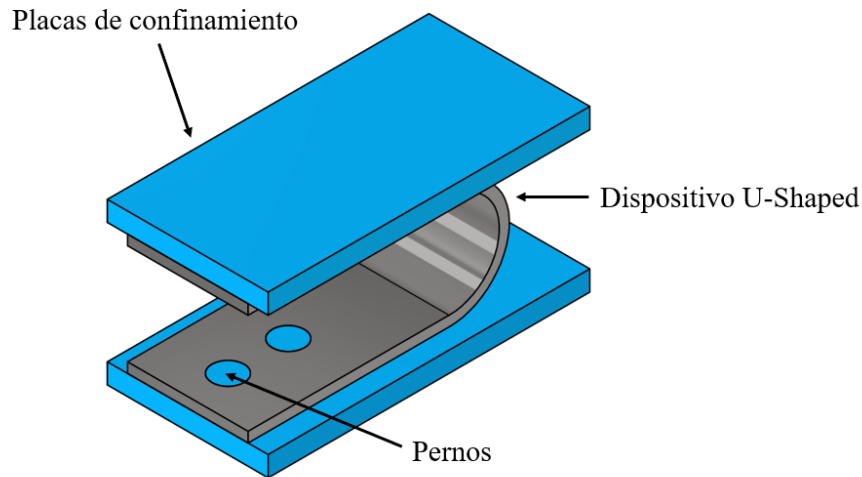


Figura 3.4: Configuración del *U-Shaped* tipo Crawler confinado entre placas rígidas.

Diversos estudios experimentales han confirmado que los disipadores *U-Shaped* con sección constante presentan una respuesta mecánica estable, caracterizada por una rigidez global prácticamente constante durante la deformación y una distribución controlada de las deformaciones, concentrando las tensiones y la disipación de energía en la zona curva del dispositivo, sin que se genere pérdida de contacto entre las ramas rectas y las placas de confinamiento. Por ejemplo, Chen et al. [47] realizaron ensayos cíclicos en disipadores *U-Shaped* completamente confinados, observando una respuesta histerética estable sin liberación de la sección central, es decir, sin separación de la parte recta respecto a las placas de confinamiento. Asimismo, Qu et al. [48] y Du et al. [49] demostraron que esta configuración garantiza una alta repetibilidad del comportamiento mecánico, eliminando fenómenos de inestabilidad fuera del plano o pérdida de rigidez asociada a la separación parcial entre el dispositivo y su sistema de sujeción.

Desde el punto de vista teórico, las placas rígidas no se incluyen explícitamente en la formulación de las ecuaciones, ya que no aportan deformabilidad ni rigidez al sistema modelado. Sin embargo, su presencia física es indispensable para que se cumplan las condiciones de borde necesarias que hacen válidas las hipótesis del modelo idealizado. Las placas permiten suponer empotramiento perfecto en las ramas rectas del *U-Shaped*, garantizan que toda la deformación ocurra en la parte curva y aseguran que las condiciones de simetría y confinamiento se mantengan durante la aplicación de carga.

Este confinamiento físico es esencial para que los teoremas fundamentales utilizados (como el Principio del Trabajo Virtual, el Principio de Energía Potencial Estacionaria y el Segundo Teorema de Castigliano) puedan aplicarse con validez, ya que todos ellos requieren desplazamientos

virtuales compatibles, condiciones de equilibrio bien definidas y fronteras rígidas. En ausencia de placas, el comportamiento real del sistema podría incluir mecanismos no contemplados, como la apertura de ramas (esto es, la separación de las partes rectas del dispositivo respecto a las placas de confinamiento), el pandeo local o la pérdida de simetría, lo cual invalidaría las suposiciones del modelo teórico y afectaría la precisión de las ecuaciones derivadas.

Por lo tanto, se justifica el uso de un *U-Shaped* tipo Crawler con sección constante completamente contenido entre placas, ya que esta configuración no solo garantiza la estabilidad mecánica observada en la práctica, sino que además permite derivar ecuaciones teóricas consistentes bajo condiciones de confinamiento ideales.

3.3. Formulación Analítica para la Rigidez Inicial y la Fuerza de Fluencia en Dispositivos U-Shaped tipo Crawler bajo Carga en 90°

Basándose en los teoremas fundamentales y en las ecuaciones propuestas por Nguyen et al. [6] para disipadores *U-Shaped* del tipo Nippon Steel, se procede a derivar las expresiones correspondientes en la dirección de 90° para la configuración tipo Crawler.

Las dimensiones del *U-Shaped* tipo Crawler se expone en la figura 3.5.

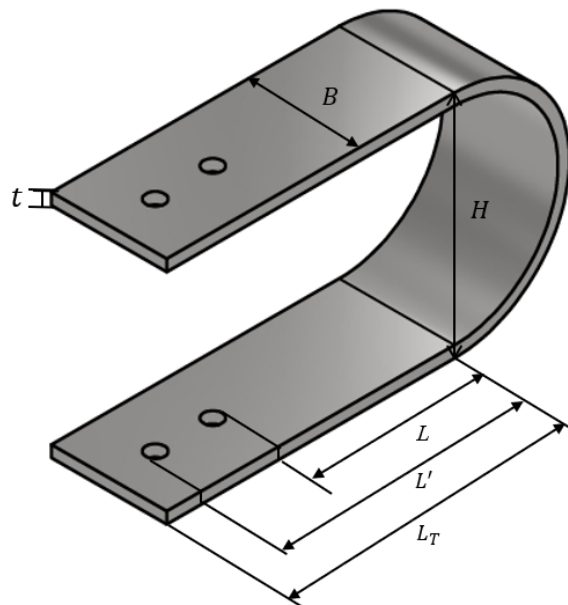


Figura 3.5: Dimensiones del *U-Shaped*.

Donde B es el ancho, H la altura del elemento, t el espesor, L_T la longitud total de diseño del dispositivo, L' la longitud de la sección recta comprendida entre el inicio del primer agujero hasta el inicio de la curvatura y L la longitud desde el final del último perno hasta el inicio de la curvatura.

En las derivaciones que siguen se formulan expresiones analíticas para la rigidez inicial y la fuerza de fluencia del dispositivo, obtenidas a partir de teoremas de energía aplicados a la geometría confinada del elemento. Para ello, se trabaja con las variables geométricas fundamentales: la longitud L , el ancho B , el espesor t y el radio R , definidos como:

$$R = \frac{(H - t)}{2}. \quad (3.10)$$

Se supone que el dispositivo se comporta como una viga delgada según la teoría clásica de Euler–Bernoulli, en la cual las secciones planas permanecen planas y perpendiculares al eje neutro durante la deformación. Bajo esta hipótesis, las deformaciones por corte transversal se consideran despreciables y, en las zonas rectas del dispositivo, la relación entre curvatura y momento flector se obtiene considerando únicamente el efecto de la flexión pura. En consecuencia, tanto la curvatura como el momento flector se definen a lo largo del eje neutro del elemento, garantizando una distribución lineal de deformaciones en la altura (t) de la sección.

No obstante, cuando el dispositivo es sometido a una carga fuera del plano en la dirección 90° , la parte curva no experimenta únicamente flexión, sino una combinación de flexión y torsión inducida por la componente transversal de la fuerza. Para describir este comportamiento, se recurre al diagrama de cuerpo libre (DCL) mostrado en la Figura 3.6, en el cual se identifican dos contribuciones internas que permiten satisfacer el equilibrio: el momento flector (F), asociado a la flexión del elemento, y el momento torsor (T), generado por la acción fuera del plano. Ambos dependen de la fuerza externa P_{out} y de la distancia interna que garantiza el equilibrio del sistema, la cual será determinada más adelante.

En la Figura 3.6 también se muestra el ángulo ϕ , utilizado para describir la posición angular a lo largo de la parte curva del dispositivo; este se mide desde el inicio de la curvatura superior (0°) hasta la parte inferior (180°). La parte inferior del dispositivo se encuentra fijada, mientras que la parte superior se desplaza bajo la acción de la carga P_{out} .

De esta manera, el equilibrio global del sistema se obtiene mediante la interacción simultánea entre el momento flector y el momento torsor, los cuales contrarrestan la fuerza aplicada y determinan el modo de deformación en la dirección fuera del plano.

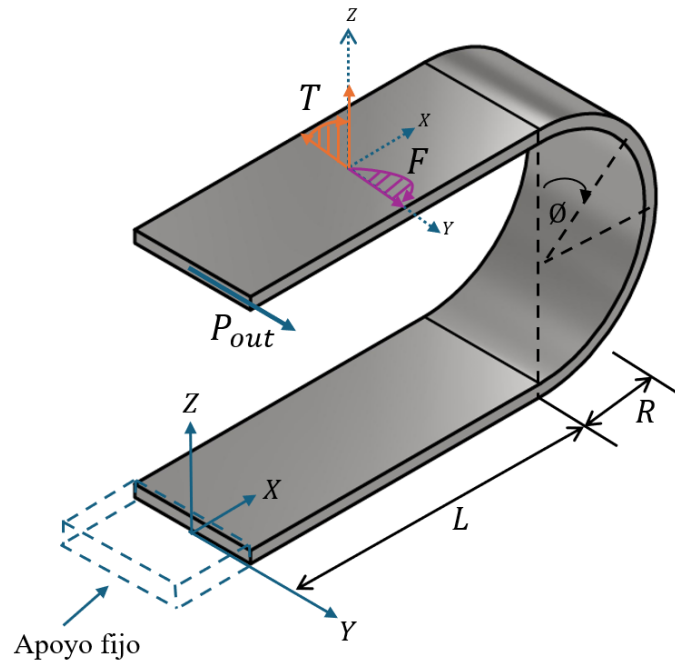


Figura 3.6: Diagrama de cuerpo libre (DCL) del dispositivo *U-Shaped* tipo Crawler bajo carga fuera del plano (90°).

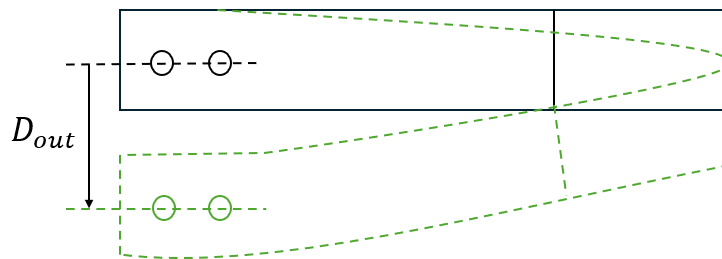


Figura 3.7: Vista en plano del dispositivo *U-Shaped* bajo carga fuera del plano (P_{out}). La línea discontinua muestra la configuración deformada, destacando el desplazamiento máximo D_{out} .

La Figura 3.7 muestra la vista en plano del dispositivo durante la aplicación de la carga fuera del plano, evidenciando la deformación global del sistema. La línea discontinua representa la configuración deformada, mientras que la línea continua corresponde a la geometría original. El desplazamiento máximo fuera del plano, denotado como D_{out} , se utiliza posteriormente para establecer la relación entre la fuerza aplicada y la respuesta resistente del dispositivo.

Dado que el sistema se encuentra en equilibrio, es posible aplicar el principio de energía de deformación, considerando que la energía total almacenada corresponde a la suma de las energías asociadas a la flexión y la torsión:

$$U_T = U_{\text{Flexión}} + U_{\text{Torsión}} \quad (3.11)$$

La coordenada longitudinal x se define a lo largo del eje neutro del dispositivo, iniciando en el extremo fijo ($x = 0$) y extendiéndose hasta el extremo libre ($x = L + R$), abarcando tanto el tramo recto de longitud L como la curvatura de radio R .

Los momentos internos M_b y M_T se desarrollan en la parte curva del dispositivo como resultado de la acción de la fuerza aplicada fuera del plano P_{out} . El momento M_b corresponde al momento flector, asociado a la flexión del eje neutro, mientras que M_T representa el momento torsor, originado por la torsión del elemento debido a la excentricidad de la carga. Ambos momentos contribuyen simultáneamente a la energía total de deformación del sistema.

La energía de deformación debido a la flexión está dada por:

$$U_{\text{Flexión}} = \int_L \frac{(P_{out}x + F)^2}{2EI} dx + \int_0^\pi \frac{M_b^2}{2EI} R d\phi + \int_L \frac{(P_{out}x - P_{out}L - F)^2}{2EI} dx \quad (3.12)$$

La energía de deformación debido a torsión se define como:

$$U_{\text{Torsión}} = \int_L \frac{T^2}{2GJ} dx + \int_0^\pi \frac{M_T^2}{2GJ} R d\phi + \int_L \frac{(-2P_{out}R + T)^2}{2GJ} dx \quad (3.13)$$

Donde E es el módulo de elasticidad, I el momento de inercia, G el módulo de corte, y J el momento polar de inercia. Es importante mencionar que el valor de G se calcula mediante la siguiente expresión:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{con } \nu = 0,3$$

Por otra parte, el momento de inercia para una sección transversal rectangular constante, como la mostrada en la Figura 3.8, se determina como:

$$I = \frac{tB^3}{12}.$$

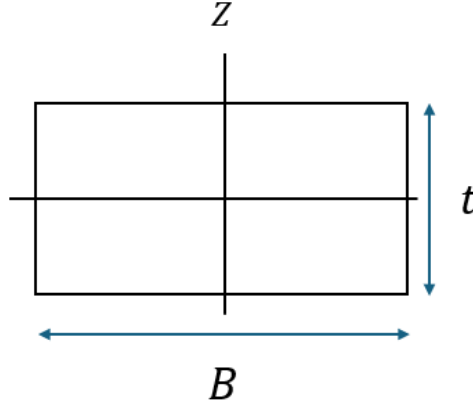


Figura 3.8: Sección transversal rectangular del dispositivo U-Shaped, donde B es el ancho y t el espesor de la lámina.

El momento polar de inercia para una sección transversal rectangular constante se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$J = \left(\frac{B}{2}\right) \left(\frac{t}{2}\right)^3 \left(\frac{16}{3} - 3,36 \left(\frac{t/2}{B/2}\right) \left(1 - \frac{(t/2)^4}{12(B/2)^4}\right)\right)$$

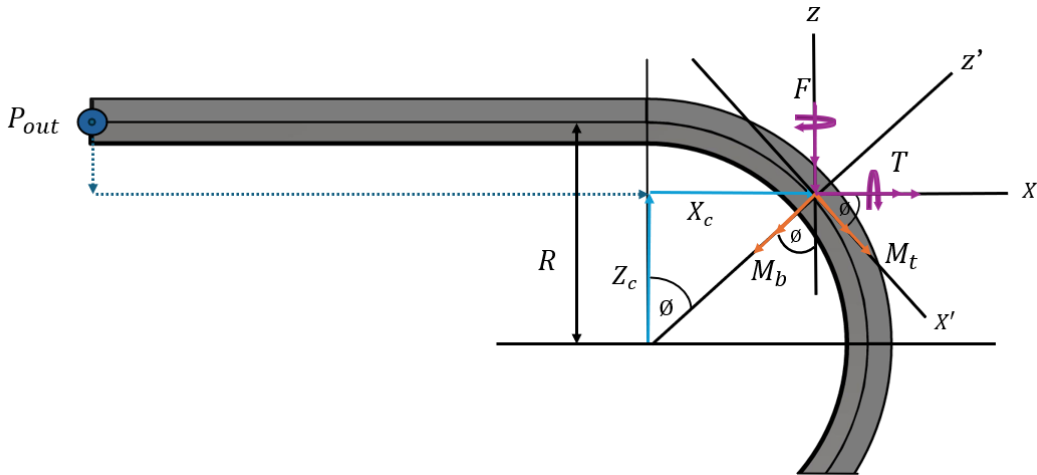


Figura 3.9: Diagrama de cuerpo libre (DCL) para la parte curva del dispositivo *U-Shaped*, donde se representan los momentos de flexión (M_b) y torsión (M_T).

Como se mencionó previamente, en la parte curva del dispositivo actúan los momentos internos de flexión (M_b) y torsión (M_T), cuya magnitud varía con el ángulo ϕ a lo largo del arco. La Figura 3.9 muestra el diagrama de cuerpo libre (DCL) correspondiente a esta región, utilizado para

3. Modelo analítico del dispositivo U-Shaped

establecer las ecuaciones de equilibrio que permiten determinar la distribución de momentos internos.

Es importante distinguir entre los momentos externos de reacción (F y T) y los momentos internos desarrollados en la curvatura (M_b y M_T). Los momentos F y T corresponden a las reacciones globales de flexión y torsión necesarias para mantener el equilibrio del sistema frente a la carga fuera del plano P_{out} . En cambio, M_b y M_T son momentos internos que se distribuyen localmente a lo largo de la curva y son responsables de la deformación del elemento.

Basándose en el diagrama anterior (Fig. 3.9), se determinan las expresiones de los momentos internos M_b y M_T mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

Eje X :

$$M_b \sin \phi + M_T \cos \phi + P_{out}(R - z_c) - T = 0, \quad (3.14)$$

Eje Z :

$$M_b \cos \phi - M_T \sin \phi + P_{out}(L + x_c) + F = 0, \quad (3.15)$$

donde:

$$x_c = R \sin \phi, \quad z_c = R \cos \phi.$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se obtiene:

$$M_b = \sin(\phi)(P(R \cos(\phi) - R) + T) - \cos(\phi)(F + P(L + R \sin(\phi))), \quad (3.16)$$

$$M_t = \sin(\phi)(F + P(L + R \sin(\phi))) + \cos(\phi)(P(R \cos(\phi) - R) + T), \quad (3.17)$$

Para determinar el momento flector F en un sistema en equilibrio, se aplica el Segundo Teorema de Castigliano, el cual establece que la derivada parcial de la energía de deformación total U_T con respecto a la fuerza o momento es igual al desplazamiento o giro correspondiente. Debido a la simetría inherente en el sistema con forma de U, el momento torsor se simplifica como $T = P_{out}R$.

$$\phi = \frac{\partial U_T}{\partial F} = 0.$$

Resolviendo la ecuación para el equilibrio:

$$\frac{R(2\pi F + 2P(\pi L + 4R))}{4GJ} + \frac{\pi R(2F + 2LP)}{4EI} + \frac{2FL}{EI} + \frac{L^2 P}{EI} = 0, \quad (3.18)$$

$$F \left(\frac{\pi R}{2GJ} + \frac{2L}{EI} + \frac{\pi R}{2EI} \right) = -P_{out} \left(\frac{R(\pi L + 4R)}{2GJ} + \frac{L^2}{EI} + \frac{\pi LR}{2EI} \right). \quad (3.19)$$

De aquí, se deduce que:

$$F = -P_{out} \left[\frac{\left(\frac{R(\pi L + 4R)}{2GJ} + \frac{L^2}{EI} + \frac{\pi LR}{2EI} \right)}{\left(\frac{\pi R}{2GJ} + \frac{2L}{EI} + \frac{\pi R}{2EI} \right)} \right].$$

Para simplificar, se introduce el parámetro λ :

$$F = -P_{out} \lambda, \quad (3.20)$$

donde:

$$\lambda = \frac{\left(\frac{R(\pi L + 4R)}{2GJ} + \frac{L^2}{EI} + \frac{\pi LR}{2EI} \right)}{\left(\frac{\pi R}{2GJ} + \frac{2L}{EI} + \frac{\pi R}{2EI} \right)}. \quad (3.21)$$

Simplificando y reemplazando, los momentos se expresan como:

$$M_b = P_{out} \cos(\phi)(\lambda - L), \quad (3.22)$$

$$M_T = P_{out}(\sin(\phi)(L - \lambda) + R). \quad (3.23)$$

Reemplazando los valores de F , T , M_b , y M_T en la ecuación de energía de deformación total (3.11), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 U_T = & \int_0^L \frac{(P_{out}x - \lambda P_{out})^2}{2EI} dx + \int_0^\pi \frac{R(P_{out} \cos(\phi)(\lambda - L))^2}{2EI} d\phi \\
 & + \int_0^L \frac{(-LP_{out} + \lambda P_{out} + P_{out}x)^2}{2EI} dx + \int_0^L \frac{(P_{out}R)^2}{2GJ} dx \\
 & \int_0^\pi \frac{R(P_{out}(\sin(\phi)(L - \lambda) + R))^2}{2GJ} d\phi + \int_0^L \frac{(P_{out}R - 2P_{out}R)^2}{2GJ} dx \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

Una vez determinadas las expresiones de energía por flexión y torsión, se puede obtener el desplazamiento asociado a la carga fuera del plano mediante el Segundo Teorema de Castigliano, el cual establece que el desplazamiento en la dirección de una carga aplicada es igual a la derivada parcial de la energía total de deformación respecto a dicha carga. En este caso, el desplazamiento fuera del plano D_{out} se determina como:

$$D_{out} = \frac{\partial U_T}{\partial P_{out}}. \quad (3.25)$$

Al derivar la expresión general de energía total U_T , que considera los aportes de flexión y torsión tanto en los tramos rectos como en la zona curva (Ecuaciones 3.12 y 3.13), y asumiendo que las propiedades del material (E y G) y las propiedades geométricas del dispositivo (I , J , R , L y λ) permanecen constantes, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 D_{out} = & \frac{2LP_{out}R^2}{GJ} + \frac{2LP_{out}(3\lambda^2 + L^2 - 3\lambda L)}{3EI} + \frac{\pi P_{out}R(L - \lambda)^2}{2EI} \\
 & + \frac{P_{out}R(\pi\lambda^2 + \pi L^2 - 2\pi\lambda L + 8LR + 2\pi R^2 - 8\lambda R)}{2GJ}. \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

La ecuación anterior representa el desplazamiento total fuera del plano en el punto de aplicación de la carga P_{out} , considerando la contribución combinada de la flexión y la torsión del dispositivo.

A partir de este resultado, la rigidez elástica inicial del sistema se define como la razón entre la carga aplicada y el desplazamiento correspondiente:

$$K^{90} = \frac{P_{out}}{D_{out}} = \left(\frac{2LR^2}{GJ} + \frac{2L(3\lambda^2 + L^2 - 3\lambda L)}{3EI} + \frac{\pi R(L - \lambda)^2}{2EI} + \frac{R(\pi\lambda^2 + \pi L^2 - 2\pi\lambda L + 8LR + 2\pi R^2 - 8\lambda R)}{2GJ} \right)^{-1}. \quad (3.27)$$

Criterio de fluencia (von Mises)

La fuerza de fluencia en 90° se determina evaluando el esfuerzo equivalente de von Mises en secciones críticas bajo *flexión + torsión*. El esfuerzo equivalente es:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}, \quad (3.28)$$

donde los componentes se obtienen de los momentos actuantes como

$$\sigma = \frac{M_b}{W_F}, \quad \tau = \frac{M_T}{W_T}. \quad (3.29)$$

Aquí, W_F es el módulo resistente a flexión y W_T el módulo resistente a torsión de la sección rectangular:

$$W_F = \frac{2I}{B}, \quad W_T = \frac{8(B/2)^2(t/2)^2}{3(B/2) + 1.8(t/2)}, \quad (3.30)$$

con $I = tB^3/12$. Se asume comportamiento elástico lineal (Euler–Bernoulli) y que el material fluye cuando $\sigma_{eq} = \sigma_y$ (tensión de fluencia del material).

Secciones críticas consideradas. Se evalúan tres ubicaciones: (i) *tramo recto* (1), (ii) *inicio de la curva* (2) con $\phi = 0$, y (iii) *mitad de la curva* (3) con $\phi = \pi/2$. Los momentos internos en la parte curva se toman de (3.22)–(3.23):

$$M_b(\phi) = P_{out} \cos \phi (\lambda - L), \quad M_T(\phi) = P_{out} [\sin \phi (L - \lambda) + R].$$

Además, en el tramo recto se emplean las reacciones globales $F = -\lambda P_{out}$ y $T = P_{out}R$.

(1) Tramo recto.

$$\sigma_{y,1} = \sqrt{\left(\frac{P_{out}\lambda}{W_F}\right)^2 + 3\left(\frac{P_{out}R}{W_T}\right)^2}, \quad P_{y,1} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{W_F}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{W_T}\right)^2}}.$$

(2) Inicio de la curva ($\phi = 0$).

$$M_b(0) = P_{out}(\lambda - L), \quad M_T(0) = P_{out}R,$$

$$\sigma_{y,2} = \sqrt{\left(\frac{P_{out}(L - \lambda)}{W_F}\right)^2 + 3\left(\frac{P_{out}R}{W_T}\right)^2}, \quad P_{y,2} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\left(\frac{L-\lambda}{W_F}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{W_T}\right)^2}}.$$

(3) Mitad de la curva ($\phi = \pi/2$).

$$M_b\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad M_T\left(\frac{\pi}{2}\right) = P_{out}(L - \lambda + R),$$

$$\sigma_{y,3} = \sqrt{3\left(\frac{P_{out}(L - \lambda + R)}{W_T}\right)^2}, \quad P_{y,3} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3\left(\frac{L-\lambda+R}{W_T}\right)^2}}.$$

Fuerza de fluencia en 90° .

$$P_y^{90} = \min(P_{y,1}, P_{y,2}, P_{y,3}). \quad (3.31)$$

Finalmente, con estas formulaciones se encuentra completamente caracterizado el comportamiento en dirección de 90° del dispositivo tipo Crawler, permitiendo estimar su rigidez inicial y fuerza de fluencia con base en parámetros geométricos y propiedades del material. Estas expresiones serán esenciales para comparar el comportamiento de distintos diseños en etapas posteriores del estudio.

La validez de estas expresiones será evaluada en el Capítulo 5 mediante simulaciones numéricas, considerando la interacción mecánica real entre las placas y el dispositivo.

Ejemplo práctico de aplicación de las ecuaciones

Con el fin de ilustrar el procedimiento de uso de las expresiones obtenidas, se presenta un ejemplo numérico para un dispositivo *U-Shaped* tipo Crawler con las siguientes dimensiones geométricas y propiedades materiales:

Tabla 3.1: Datos geométricos y propiedades del material.

Parámetro	Símbolo	Valor
Longitud recta	L	150 mm
Radio de curvatura	R	34 mm
Ancho	B	40 mm
Espesor	t	5 mm
Módulo de elasticidad	E	200000 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.30
Esfuerzo de fluencia del acero	σ_y	260 MPa

A partir de estos datos se calcula el momento de inercia de la sección:

$$I = \frac{tB^3}{12} = 26667 \text{ mm}^4.$$

Por otra parte, el módulo de corte se obtiene a partir de las propiedades del material:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = 76923 \text{ MPa}.$$

El momento polar de inercia J se estima mediante la ecuación para una sección rectangular:

$$J = \left(\frac{B}{2}\right) \left(\frac{t}{2}\right)^3 \left(\frac{16}{3} - 3.36 \frac{t/B}{1 - \frac{t^4}{12B^4}}\right) \approx 1535 \text{ mm}^4.$$

1. Cálculo del parámetro λ . Usando la ecuación (3.21):

$$\lambda = \frac{\left(\frac{R(\pi L + 4R)}{2GJ} + \frac{L^2}{EI} + \frac{\pi LR}{2EI}\right)}{\left(\frac{\pi R}{2GJ} + \frac{2L}{EI} + \frac{\pi R}{2EI}\right)} = 121.3 \text{ mm}.$$

2. Rigidez elástica inicial. Con la ecuación (3.27):

$$K^{90} = \left(\frac{2LR^2}{GJ} + \frac{2L(3\lambda^2 + L^2 - 3\lambda L)}{3EI} + \frac{\pi R(L - \lambda)^2}{2EI} + \frac{R(\pi\lambda^2 + \pi L^2 - 2\pi\lambda L + 8LR + 2\pi R^2 - 8\lambda R)}{2GJ} \right)^{-1}$$

3. Modelo analítico del dispositivo U-Shaped

resulta:

$$K^{90} = 241.2 \text{ N/mm} = 0.241 \text{ kN/mm}.$$

3. Fuerza de fluencia. Los módulos resistentes se determinan como:

$$W_F = \frac{2I}{B} = 1333 \text{ mm}^3, \quad W_T = \frac{8(B/2)^2(t/2)^2}{3(B/2) + 1.8(t/2)} = 310 \text{ mm}^3.$$

Sustituyendo en las ecuaciones de cada punto:

$$P_{y,1} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{W_F}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{W_T}\right)^2}} = 778.9 \text{ N},$$
$$P_{y,2} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\left(\frac{L-\lambda}{W_F}\right)^2 + 3\left(\frac{R}{W_T}\right)^2}} = 799.1 \text{ N},$$
$$P_{y,3} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3\left(\frac{L-\lambda+R}{W_T}\right)^2}} = 3962.7 \text{ N}.$$

Por lo tanto, la fuerza de fluencia mínima del dispositivo es:

$$P_y^{90} = \min(P_{y,1}, P_{y,2}, P_{y,3}) = \boxed{778.9 \text{ N}}.$$

Este ejemplo demuestra el procedimiento de aplicación de las ecuaciones desarrolladas para estimar los parámetros mecánicos del dispositivo *U-Shaped* tipo Crawler en dirección 90° .

Capítulo 4

Caracterización Experimental y Calibración del Material SMA CuAlBe

La elección de estudiar aleaciones con memoria de forma (SMA) a base de Cu-Al-Be se fundamenta en su potencial para aplicaciones de ingeniería donde se requiere combinar superelasticidad, estabilidad térmica y un costo relativamente menor en comparación con las aleaciones NiTi. Si bien las SMA basadas en NiTi presentan el mejor desempeño pseudoelástico, su elevado costo y la complejidad asociada a su procesamiento limitan su utilización en aplicaciones estructurales de gran escala. En contraste, las aleaciones Cu-Al-Be ofrecen una respuesta pseudoelástica comparable y presentan una mayor disponibilidad de materia prima, lo que ha favorecido su estudio en trabajos experimentales orientados a su futura aplicación en sistemas de protección sísmica o de recuperación de forma. Además, investigaciones recientes han mostrado que, mediante un adecuado control de la composición química y del tratamiento térmico, estas aleaciones pueden alcanzar una buena estabilidad cíclica y una transformación martensítica reversible a temperatura ambiente [31, 50, 51].

En este contexto, el presente capítulo se centra en la evaluación experimental de seis variantes de aleaciones Cu-Al-Be, con el propósito de identificar aquella que presente el comportamiento pseudoelástico más estable, alta resistencia mecánica y mínima deformación residual a temperatura ambiente. Las seis composiciones analizadas se identifican mediante una nomenclatura estandarizada que considera el contenido de berilio, la fase inicial a temperatura ambiente (A: austenita, M: martensita, AM: mixta) y la temperatura característica de inicio de martensita (M_s). Por ejemplo, la aleación CAB0.41-M74 corresponde a una composición Cu-Al-Be con 0.41 % de Be, cuya fase inicial es martensita y con $M_s \approx 74^\circ\text{C}$. Dado que el berilio es el elemento que controla la temperatura de transformación de fase, y que el contenido de aluminio

se mantuvo prácticamente constante en todas las probetas ($\approx 11.8\%$), la nomenclatura adoptada considera únicamente el porcentaje de Be como parámetro diferenciador, junto con la fase inicial y la temperatura M_s .

Cada aleación fue evaluada mediante probetas proporcionadas por el Laboratorio de Materiales Metálicos Avanzados de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). El presente análisis se basa en los primeros ensayos realizados para cada composición, los cuales se consideraron representativos del comportamiento general del material. La caracterización química y la determinación de las temperaturas de transformación de fase fueron realizadas en la UNAM. Las microestructuras correspondientes a las fases austenítica, martensítica y mixta, obtenidas directamente a partir de estas mismas aleaciones, se presentan en la Figura 4.1.

Las aleaciones Cu–Al–Be utilizadas en este estudio fueron producidas mediante etapas típicas de procesamiento de materiales metálicos, que incluyen fusión, colada y tratamientos térmicos orientados a estabilizar la microestructura funcional asociada a cada composición. Si bien los parámetros específicos aplicados en cada etapa no forman parte de los alcances de este trabajo, las probetas fueron entregadas en su condición final de ensayo, permitiendo centrarse en la evaluación experimental de su comportamiento pseudoelástico. Las seis composiciones se agruparon en dos conjuntos (Set 1 y Set 2), definidos según sus temperaturas de transformación de fase y la fase estable a temperatura ambiente, con el fin de abarcar un rango representativo de comportamientos en aleaciones con memoria de forma.

El Set 1 corresponde a aleaciones cuya fase inicial es martensítica o mixta, por lo que se espera un comportamiento asociado a memoria de forma térmica y una pseudoelasticidad limitada bajo condiciones de ensayo a temperatura ambiente. En contraste, el Set 2 agrupa aleaciones con estado inicial austenítico, con mayor potencial de desarrollar superelasticidad mecánica, condición necesaria para su aplicación en disipadores de energía sísmica.

El propósito de este estudio fue identificar, dentro de estos conjuntos, una aleación con comportamiento pseudoelástico estable, alta resistencia mecánica y mínima deformación residual a temperatura ambiente, con miras a su implementación en dispositivos de disipación de energía tipo *U-shaped*. Para este fin, todas las muestras fueron sometidas a ensayos monotónicos y, adicionalmente, a un ensayo normalizado según ASTM F2516-22, el cual permitió complementar la caracterización al identificar esfuerzos característicos de transformación de fase bajo condiciones controladas. La Tabla 4.1 presenta la composición química de cada muestra, sus temperaturas características de transformación de fase y la fase inicial correspondiente.

Finalmente, se aplicó un ensayo cíclico de amplitud creciente a la aleación seleccionada a partir

de la comparación entre los resultados monotónicos y ASTM F2516-22, como se detalla en la Sección 4.4.

Tabla 4.1: Composición química y temperaturas de transformación de las muestras. Clasificación: Set 1 = fase inicial martensítica o mixta; Set 2 = fase inicial austenítica.

Set	Muestra	Cu [%]	Al [%]	Be [%]	M_s [°C]	M_f [°C]	A_s [°C]	A_f [°C]	Fase
Set 1	CAB0.41-M74	87.89	11.70	0.41	73.50	48.57	116.99	144.52	Martensita
	CAB0.44-AM21	87.86	11.70	0.44	20.58	9.56	47.24	74.61	Martensita + Austenita
	CAB0.47-AM23	87.545	11.99	0.465	23.05	11.67	16.68	29.64	Martensita + Austenita
Set 2	CAB0.47-A5	88.94	10.59	0.47	4.89	-6.89	4.23	20.84	Austenita
	CAB0.45-A6	87.605	11.95	0.445	6.38	-10.01	1.06	18.79	Austenita
	CAB0.48-A(-24)	87.534	11.99	0.476	-24.33	-40.11	-32.87	-13.24	Austenita



Figura 4.1: Microestructuras representativas de las fases observadas en la aleación CuAlBe: (a) fase austenítica, (b) fase martensítica y (c) coexistencia de ambas fases. Las imágenes fueron proporcionadas por la UNAM durante la caracterización del material.

4.1. Geometría de las probetas

Las probetas fueron diseñadas con una geometría simple y uniforme, de acuerdo con la norma ASTM F2516-22, con el objetivo de facilitar su fabricación, optimizar el uso del material disponible y garantizar condiciones representativas para la caracterización mecánica del Cu–Al–Be. La geometría adoptada corresponde a un diseño normalizado para ensayos de tracción uniaxial en aleaciones con memoria de forma, permitiendo una sujeción adecuada en las mordazas de la máquina de ensayos y asegurando que la deformación se concentre en la zona útil de la probeta.

Cada probeta fue maquinada con un espesor constante de 5 mm y una longitud total de 100 mm. La sección destinada al agarre en las mordazas mide 26.53 mm, mientras que la zona útil central (donde se concentra la deformación durante el ensayo) tiene una longitud de 30 mm. Las dimensiones completas se muestran en la Figura 4.2.

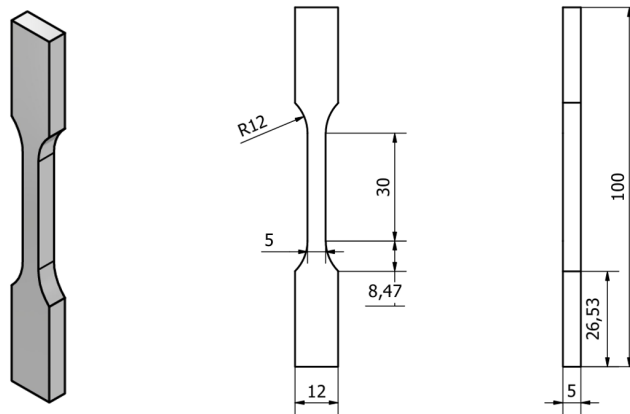


Figura 4.2: Dimensiones de la probeta.

4.2. Equipos y configuración experimental

Los ensayos experimentales se realizaron en una máquina universal MTS 810 equipada con mordazas hidráulicas, la cual permitió aplicar cargas axiales con alta precisión. El sistema fue operado mediante un controlador MTS 40 y vinculado a su software dedicado, a través del cual se configuraron parámetros como la velocidad de aplicación de carga y el modo de control (fuerza o desplazamiento), garantizando condiciones estables durante todo el ensayo. En la Figura 4.3 se muestra el montaje experimental utilizado para la realización de los ensayos monotónicos y cíclicos. El extensómetro axial acoplado a la probeta permitió medir directamente la deformación unitaria, asegurando la precisión de los registros de esfuerzo–deformación.



Figura 4.3: Montaje experimental utilizado para los ensayos en máquina universal MTS 810, equipada con mordazas hidráulicas y extensómetro axial.

La medición de la deformación se efectuó con un extensómetro axial MTS 634.11-54 de 25

mm de longitud base, instalado directamente sobre la zona útil de la probeta. Además, se incorporaron strain gages en su superficie con el fin de validar las lecturas del extensómetro y aportar redundancia en el registro de deformaciones locales. El extensómetro fue montado inicialmente con una apertura de 20 mm y alcanzó una elongación máxima de 30 mm durante el ciclo de mayor amplitud.

4.3. Protocolos de ensayo

4.3.1. Ensayo monotónico

Se realizó un ensayo de tracción axial cuasiestática bajo control de desplazamiento, con una velocidad constante de 0.5 mm/min, utilizando la máquina MTS 810. Durante el ensayo se registraron continuamente los datos de fuerza y desplazamiento, así como la deformación local mediante el extensómetro. La prueba se prolongó hasta la fractura completa de la probeta.

4.3.2. Ensayo ASTM F2516-22

Adicionalmente, se aplicó el protocolo establecido en la norma ASTM F2516-22, utilizado para caracterizar el comportamiento pseudoelástico en aleaciones con memoria de forma. El procedimiento consistió en cargar la probeta hasta alcanzar una deformación unitaria del orden de 6 %, registrada con extensometría, descargar hasta fuerza nula y, posteriormente, recargar hasta la fractura. Los ensayos se ejecutaron bajo control de desplazamiento, con una velocidad constante de 0.1 mm/min. Este protocolo permitió complementar la caracterización monotónica mediante la identificación de los esfuerzos característicos de transformación de fase bajo condiciones controladas.

4.3.3. Ensayo de medios ciclos de amplitud creciente

El protocolo de carga cíclica fue aplicado posteriormente a una de las aleaciones, seleccionada tras el análisis comparativo de los ensayos anteriores (ver Sección 4.4). La prueba se realizó bajo control de desplazamiento, con una velocidad constante de 0.1 mm/min. El protocolo utilizado se muestra en la Figura 4.4. Las amplitudes fueron definidas en función de la deformación característica de transformación de fase del material, estimada a partir del ensayo monotónico previo.

Para cada nivel de amplitud se aplicaron dos semiciclos unidireccionales de tracción y descarga.

Es decir, se cargó la probeta en dirección de tracción hasta la amplitud definida y luego se descargó sin aplicar compresión. El protocolo se inició con desplazamientos máximos de 1 mm, incrementando la amplitud en pasos de 0.5 mm por nivel, hasta alcanzar la fractura de la probeta. Este procedimiento permitió evaluar la evolución del comportamiento pseudoelástico frente a cargas cíclicas parciales progresivas.

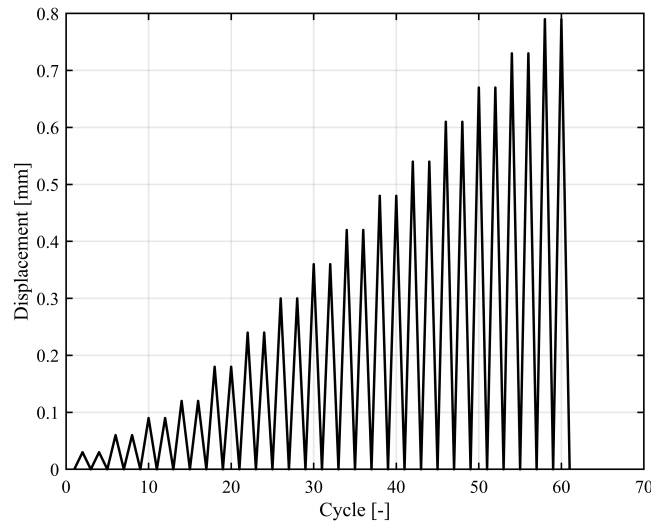


Figura 4.4: Protocolo de carga cíclica utilizado en los ensayos experimentales.

4.4. Resultados Experimentales

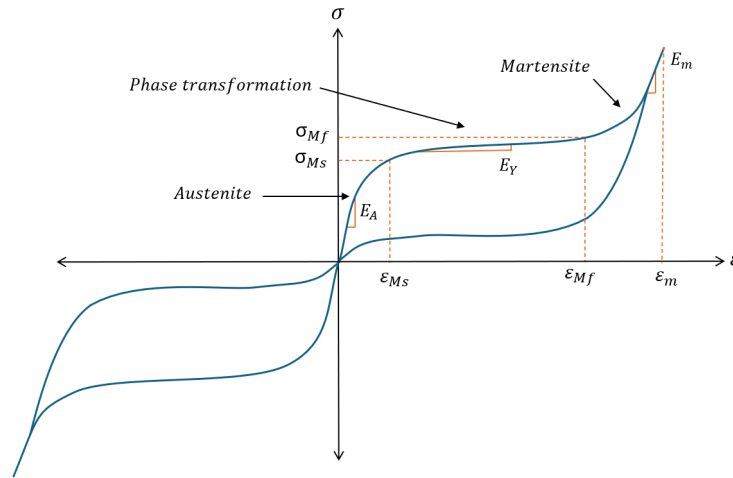
4.4.1. Resultados del ensayo monotónico

Para interpretar el comportamiento mecánico de las aleaciones con memoria de forma (SMA) durante los ensayos monotónicos, se consideraron modelos conceptuales ampliamente utilizados en la literatura. De acuerdo con Wilde, Gardoni and Fujino [52], es posible identificar tres zonas principales en la curva tensión–deformación: la fase austenítica elástica, la región de transformación martensítica inducida por tensión y la fase martensítica estable.

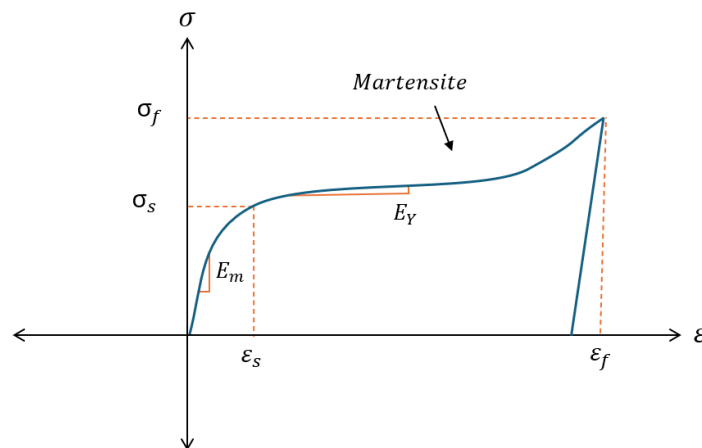
Complementariamente, los esquemas propuestos por Qiang, Chen and Jian [53] y Billah and Youssef [54] permiten diferenciar los dos mecanismos funcionales característicos de las SMA: (i) el *efecto memoria de forma* (SME), asociado a la recuperación térmica de la deformación al superar las temperaturas de transformación, y (ii) la *superelasticidad* (SE), que ocurre a temperaturas superiores a A_f y se manifiesta como una recuperación espontánea durante la descarga mecánica.

En la Figura 4.5 se presentan ambos diagramas de referencia: (a) la respuesta tensión–deformación

con comportamiento superelástico y (b) la curva tensión–temperatura que ilustra el efecto memoria de forma.



(a) Respuesta tensión–deformación (SE)



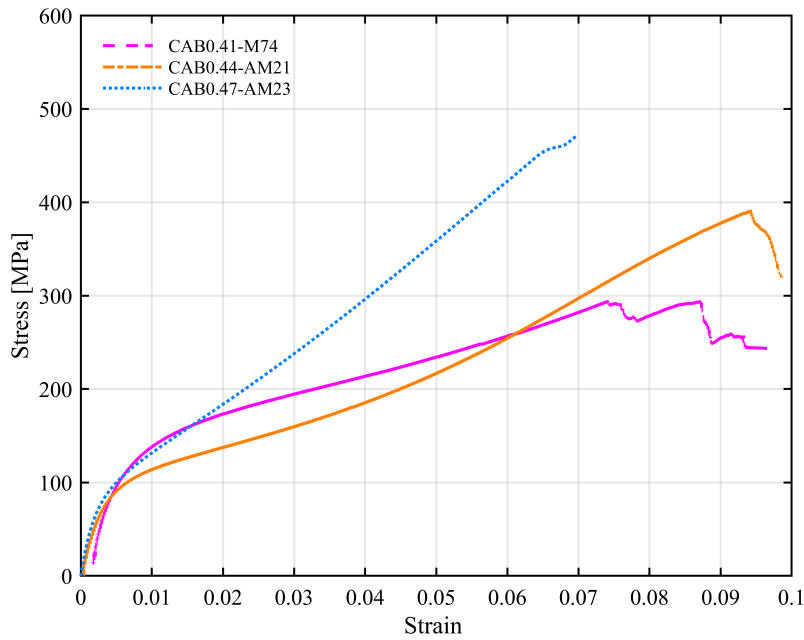
(b) Respuesta tensión–temperatura (SME)

Figura 4.5: Esquemas conceptuales del comportamiento de las SMA: (a) superelasticidad bajo carga mecánica y (b) efecto memoria de forma durante un ciclo térmico. Adaptado de Qiang et al.; Billah and Youssef [53, 54].

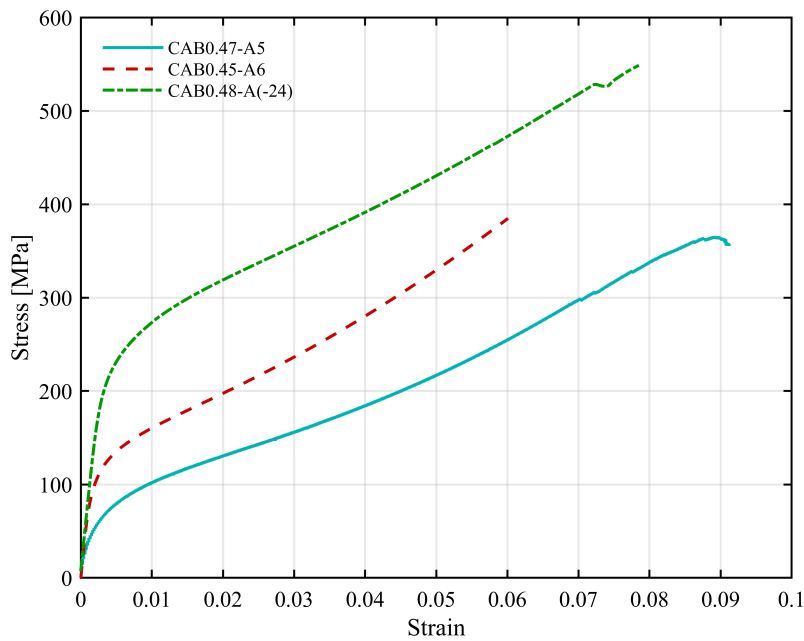
Los parámetros mostrados en estos esquemas conceptuales (tales como las tensiones y deformaciones características de transformación) se definen formalmente en los apartados siguientes, donde se presentan los resultados experimentales correspondientes a cada conjunto de aleaciones.

Las curvas esfuerzo–deformación obtenidas en los ensayos monotónicos para las probetas correspondientes al Set 1 (CAB0.41-M74, CAB0.44-AM21 y CAB0.47-AM23) y al Set 2 (CAB0.47-A5, CAB0.45-A6 y CAB0.48-A(-24)) se muestran en la Figura 4.6. Estas curvas permiten comparar

la rigidez inicial, los esfuerzos característicos de transformación y la capacidad de deformación última entre los distintos materiales.



(a) Set 1: SMA con fase inicial martensítica o mixta.



(b) Set 2: SMA con fase inicial austenítica.

Figura 4.6: Curvas esfuerzo–deformación obtenidas en el ensayo monotónico para las probetas del Set 1 (a) y Set 2 (b).

Del análisis de estas curvas se extrajeron parámetros mecánicos diferenciados de acuerdo con

Tabla 4.2: Propiedades mecánicas estimadas para las aleaciones del Set 1 (fase inicial martensítica o mixta, comportamiento de memoria de forma).

Muestra	E_m [MPa]	E_y [MPa]	σ_s [MPa]	σ_f [MPa]	ϵ_s [-]	ϵ_f [-]
CAB0.41-M74	39452	2159	91.98	293.00	0.0026	0.0718
CAB0.44-AM21	27923	2280	83.65	390.60	0.0040	0.0943
CAB0.47-AM23	30543	5268	96.97	457.74	0.0047	0.0663

Tabla 4.3: Propiedades mecánicas estimadas para las aleaciones del Set 2 (fase inicial austenítica, comportamiento superelástico).

Muestra	E_A [MPa]	E_y [MPa]	σ_{Ms} [MPa]	σ_{Mf} [MPa]	σ_u [MPa]	ϵ_{Ms} [-]	ϵ_{Mf} [-]	ϵ_u [-]
CAB0.47-A5	16894	2947	71.14	201.7	364.23	0.0039	0.045	0.0873
CAB0.45-A6	64652	3928	138.20	248.6	384.84	0.0054	0.033	0.0600
CAB0.48-A(-24)	69667	3612	242.79	449.0	520.00	0.0060	0.054	0.0724

el comportamiento de cada conjunto.

Para las aleaciones del Set 1 (fase inicial martensítica o mixta), asociadas principalmente al efecto memoria de forma, se determinaron el módulo elástico en fase martensítica (E_m), la pendiente durante la transformación (E_y), los esfuerzos característicos de inicio y fin de transformación (σ_s y σ_f), junto con las deformaciones correspondientes (ϵ_s y ϵ_f). Estos valores se presentan en la Tabla 4.2.

En contraste, para las aleaciones del Set 2 (fase inicial austenítica), que exhiben comportamiento superelástico, se identificaron el módulo elástico austenítico (E_A), la pendiente en la meseta de transformación (E_y), los esfuerzos de inicio y fin de transformación superelástica (σ_{Ms} y σ_{Mf}), el esfuerzo último (σ_u) y las deformaciones asociadas (ϵ_{Ms} , ϵ_{Mf} y ϵ_u). Los resultados se resumen en la Tabla 4.3.

Entre todas las aleaciones analizadas, la muestra *CAB0.48-A(-24)* del Set 2 se destacó por exhibir el mayor módulo elástico en fase austenítica ($E_A = 69667$ MPa), un esfuerzo de inicio de transformación elevado ($\sigma_{Ms} = 242.79$ MPa) y el mayor esfuerzo último registrado ($\sigma_u = 520$ MPa). En contraste, las aleaciones del Set 1 se encontraban en estado martensítico a temperatura ambiente, por lo que no desarrollaron pseudoelasticidad y su respuesta se caracterizó por una rigidez reducida y una recuperación limitada tras la descarga. En este sentido, *CAB0.48-A(-24)* ofreció la combinación más favorable de rigidez, resistencia y extensión de la meseta pseudoelástica, consolidándose como la opción más adecuada para aplicaciones de disipación de energía.

4.4.2. Resultados del ensayo ASTM F2516-22

El protocolo *ASTM F2516-22* se aplicó a las aleaciones de ambos conjuntos, con el fin de contrastar su desempeño bajo condiciones de carga controladas y comparar la presencia o ausencia de pseudoelasticidad. Las aleaciones del Set 1 (CAB0.41–M74, CAB0.44–AM21 y CAB0.47–AM23) presentaban un estado inicial martensítico o mixto a temperatura ambiente, lo que limitó su respuesta en este protocolo. En estos casos, las curvas histeréticas esfuerzo–deformación obtenidas (Figura 4.7) no mostraron pseudoelasticidad estable y dejaron deformaciones residuales apreciables, propias de un comportamiento de memoria de forma. Particularmente, la aleación CAB0.41–M74 ($A_f \approx 144.5^\circ\text{C}$) permaneció completamente en fase martensítica durante el ensayo, por lo que no fue posible obtener una curva ASTM representativa. Esto confirma que el Set 1 responde como SMA de memoria de forma bajo condiciones de laboratorio, sin desarrollar superelasticidad.

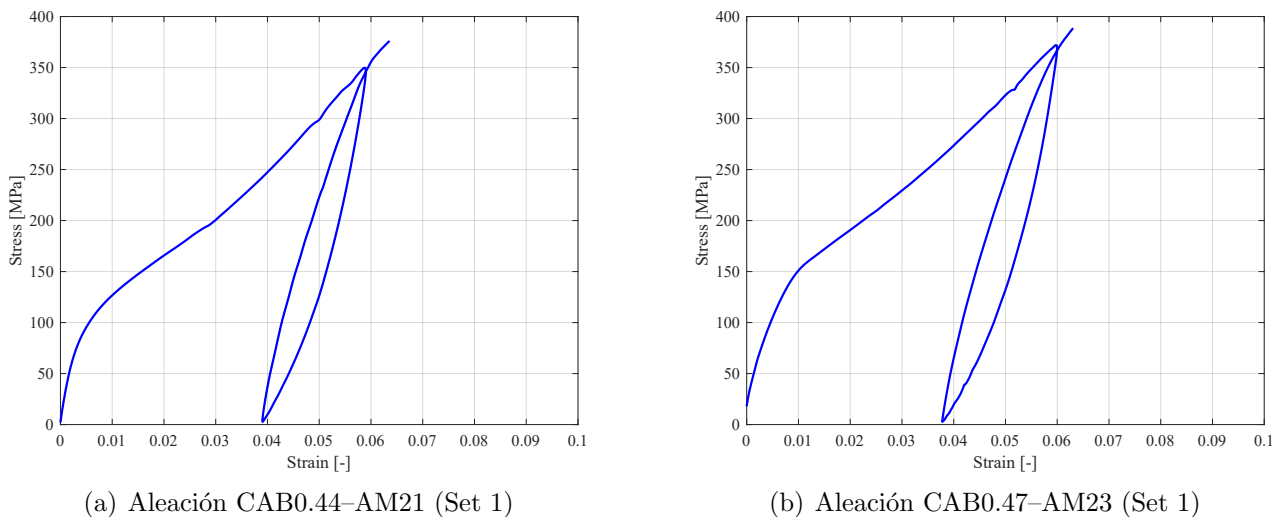
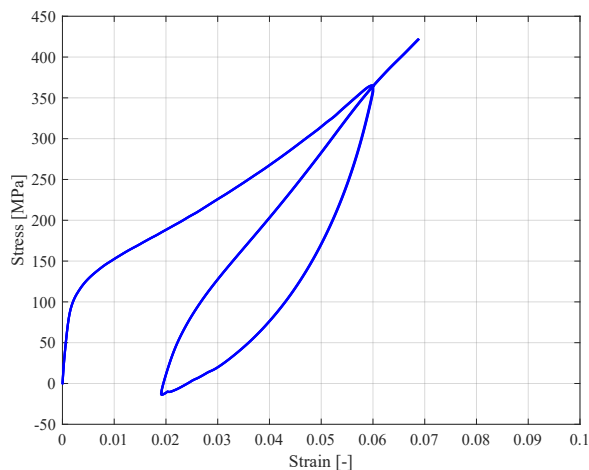


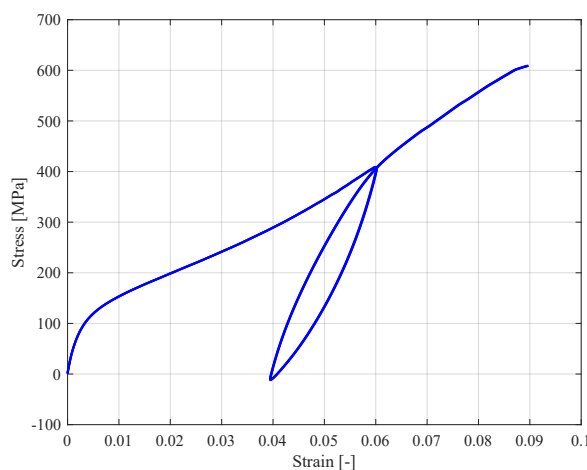
Figura 4.7: Curvas esfuerzo–deformación ASTM F2516-22 para aleaciones del Set 1 (fase inicial martensítica o mixta). La aleación CAB0.41–M74 no se incluye debido a que permaneció completamente en fase martensítica a temperatura ambiente.

En contraste, las aleaciones del Set 2 (CAB0.47–A5, CAB0.45–A6 y CAB0.48–A(-24)) se encontraban en estado austenítico a temperatura ambiente, desarrollando curvas características de comportamiento superelástico (Figura 4.8). La aleación CAB0.47–A5 (Figura 4.8a) mostró una curva histerética amplia y cierta capacidad de recuperación, aunque con una deformación residual considerable. Este resultado se explica porque la temperatura de ensayo (15°C) se mantuvo por debajo de su $A_f = 20.84^\circ\text{C}$, manteniendo al material parcialmente en fase mixta y reduciendo su capacidad de recuperación. La CAB0.45–A6 (Figura 4.8b) presentó una meseta de transformación más definida y una recuperación apreciable, aunque con una deformación

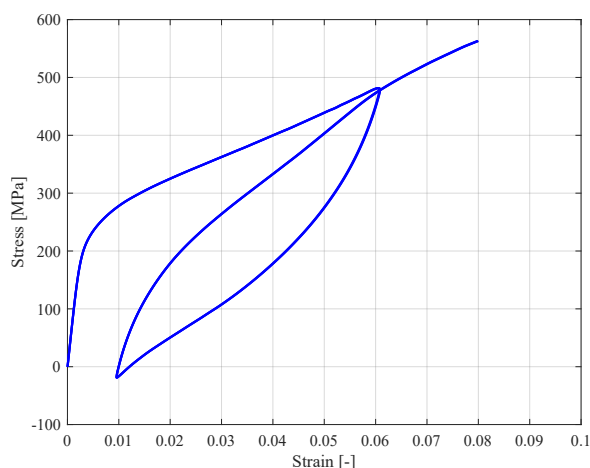
residual moderada. Finalmente, la CAB0.48-A(-24) (Figura 4.8c) alcanzó esfuerzos superiores a 500 MPa y exhibió la curva histerética más estable, con recuperación prácticamente completa y una deformación residual mínima ($\epsilon_{res} \approx 0.0095$).



(a) Aleación CAB0.47-A5 (Set 2)



(b) Aleación CAB0.45-A6 (Set 2)



(c) Aleación CAB0.48-A(-24) (Set 2)

Figura 4.8: Curvas esfuerzo–deformación ASTM F2516-22 para aleaciones del Set 2 (fase inicial austenítica, comportamiento superelástico).

En síntesis, los resultados del protocolo ASTM confirman la diferenciación funcional entre ambos conjuntos: el Set 1 responde como aleaciones con memoria de forma, sin pseudoelasticidad estable a temperatura ambiente (Figura 4.7), mientras que el Set 2 exhibe comportamientos superelásticos con distintos niveles de estabilidad y extensión de la meseta pseudoelástica (Figura 4.8). Dentro de este último, la aleación CAB0.48-A(-24) combinó mayor resistencia mecánica, estabilidad pseudoelástica y capacidad de recuperación de deformación, siendo seleccionada como la aleación más adecuada para los ensayos cíclicos de amplitud creciente descritos en la

siguiente sección.

4.4.3. Resultados del ensayo de medios ciclos

Con el objetivo de caracterizar el comportamiento mecánico de la aleación CAB0.48–A(-24) bajo cargas cíclicas, se evaluó la respuesta esfuerzo–deformación asociada a cada nivel de desplazamiento aplicado. Este análisis permite cuantificar la capacidad del material para soportar deformaciones significativas sin fallar y estimar su potencial de disipación de energía en aplicaciones estructurales.

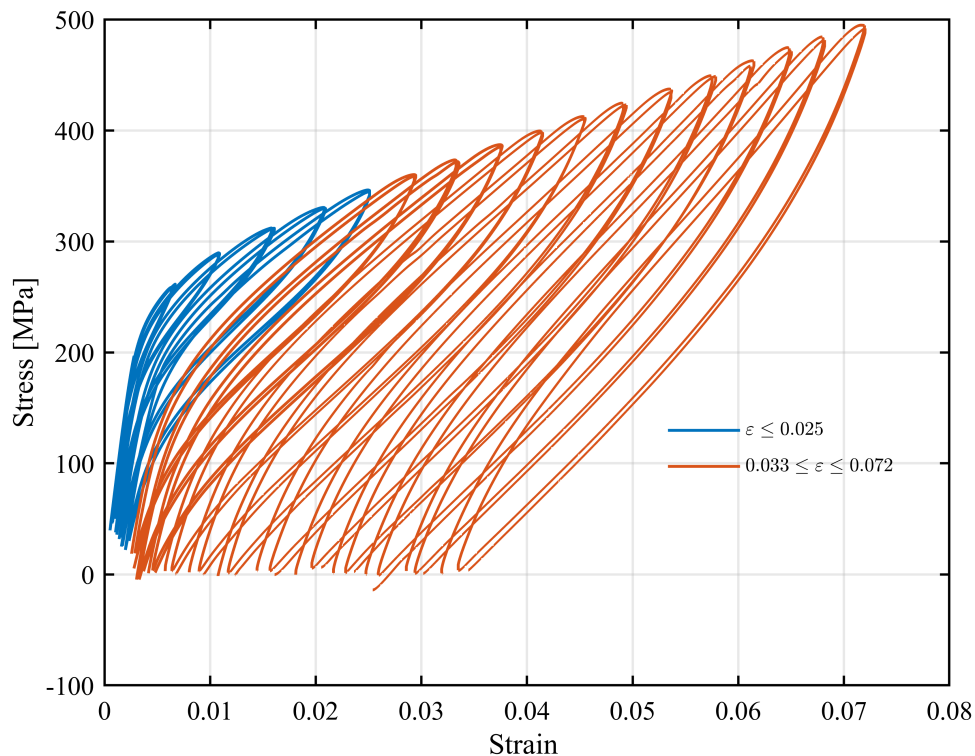


Figura 4.9: Curva esfuerzo–deformación obtenida en el ensayo cíclico para la probeta CAB0.48–A(-24).

La Figura 4.9 muestra la evolución del comportamiento esfuerzo–deformación de la probeta CAB0.48–A(-24) bajo cargas cíclicas crecientes. En los primeros semiciclos, correspondientes a deformaciones hasta aproximadamente 0.025, se observa un comportamiento netamente superelástico, con recuperación casi total de la deformación al descargarse. A partir de este umbral, comienza a evidenciarse una acumulación progresiva de deformación residual, lo que refleja una degradación gradual de la respuesta superelástica del material.

Por esta razón, el análisis posterior se centra en el rango de deformaciones iguales o inferiores a 0.025, correspondiente a la zona de respuesta pseudoelástica sin deformación residual significa-

tiva. Este rango constituye la base para la estimación de los parámetros del modelo numérico de superelasticidad propuesto por [55], el cual se emplea en *ANSYS* mediante un esquema de análisis por elementos finitos para las simulaciones posteriores.

Adicionalmente, se incorporó el análisis de parámetros complementarios que permiten evaluar de manera integral el comportamiento del material bajo cargas cíclicas. Estos incluyen: (i) la energía disipada por ciclo, calculada como el área encerrada en los lazos histeréticos fuerza–desplazamiento, la cual refleja la capacidad del material para disipar energía mecánica; (ii) el amortiguamiento histerético equivalente, determinado a partir de la relación entre la energía disipada y la energía elástica almacenada en cada ciclo, útil para caracterizar el nivel de disipación relativa del sistema; y (iii) el índice de recuperación de deformación (*IRD*), definido como la proporción de recuperación del desplazamiento máximo, clave para evaluar el comportamiento superelástico.

La energía disipada por ciclo (E_d) se obtiene como el área encerrada por la curva fuerza–desplazamiento, según:

$$A_d = \oint F du . \quad (4.1)$$

El amortiguamiento histerético equivalente (ξ_{hyst}) se determina mediante la expresión propuesta en Priestley, Calvi y Kowalsky [56]:

$$\xi_{\text{hyst}} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{A_d}{F_{\text{max,ciclo}} \cdot \delta_{\text{ciclo}}} , \quad (4.2)$$

donde A_d corresponde al área encerrada por el ciclo histerético, $F_{\text{max,ciclo}}$ es la fuerza máxima alcanzada en el ciclo y δ_{ciclo} el desplazamiento máximo asociado. Este parámetro permite evaluar la eficiencia del material para disipar energía mediante mecanismos de histéresis.

El *índice de recuperación de deformación* (*IRD*) se emplea para cuantificar la capacidad de recuperación elástica tras cada ciclo de carga, y se define como:

$$IRD = \frac{d_{\text{máx}} - d_i}{d_{\text{máx}}} , \quad (4.3)$$

donde $d_{\text{máx}}$ corresponde a la deformación máxima alcanzada durante el ciclo, y d_i es la deformación inicial. Valores de *IRD* cercanos a 1 indican alta recuperación elástica, mientras que valores más bajos reflejan mayor deformación remanente.

En la Figura 4.10 se observa que la energía disipada aumenta de manera continua con la deformación, mostrando un crecimiento casi lineal en las etapas iniciales y una tendencia a estabilizarse en niveles elevados. Ambos semiciclos presentan un comportamiento muy similar, lo que indica una respuesta estable del material y una adecuada repetibilidad del ensayo. La ausencia de discontinuidades notables confirma que el sistema se mantiene dentro del régimen pseudoelástico, donde la disipación de energía ocurre principalmente por transformaciones reversibles de fase martensita–austenita.

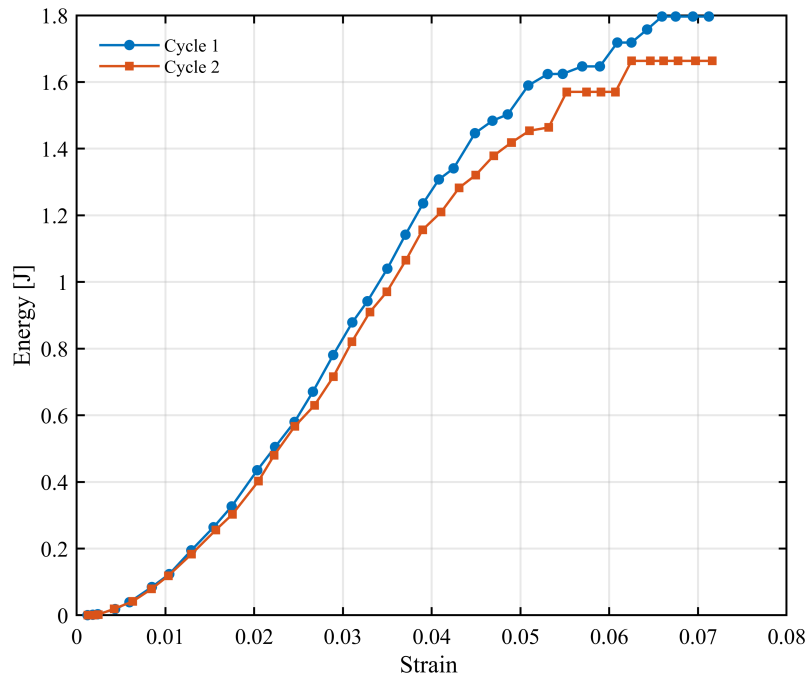


Figura 4.10: Energía disipada por deformación para la aleación CAB0.48–A(-24).

El amortiguamiento histerético (Fig. 4.11) alcanza rápidamente un régimen estable, con valores promedio del orden de 2.7–3.0 % para deformaciones superiores a $\varepsilon \gtrsim 0.03$. Este comportamiento es coherente con lo reportado en la literatura para aleaciones Cu–Al–Be en estado austenítico, que presentan valores de amortiguamiento entre 2 % y 4 % dentro del rango pseudoelástico [31, 50, 51]. La estabilidad observada entre ciclos confirma la naturaleza reversible de las transformaciones de fase y la reproducibilidad del material frente a cargas cíclicas controladas.

El índice de recuperación (IRD), mostrado en la Figura 4.12, permanece elevado ($\text{IRD} \gtrsim 0.94$) hasta una deformación aproximada de 0.025, evidenciando una recuperación superior al 94 % en ese rango. A partir de deformaciones mayores, el IRD decrece gradualmente, marcando el inicio de la degradación funcional del material por acumulación de deformaciones remanentes, en concordancia con los resultados experimentales reportados para aleaciones Cu–Al–Be [50, 31]. Por este motivo, y para garantizar que los análisis numéricos se mantengan dentro del régimen

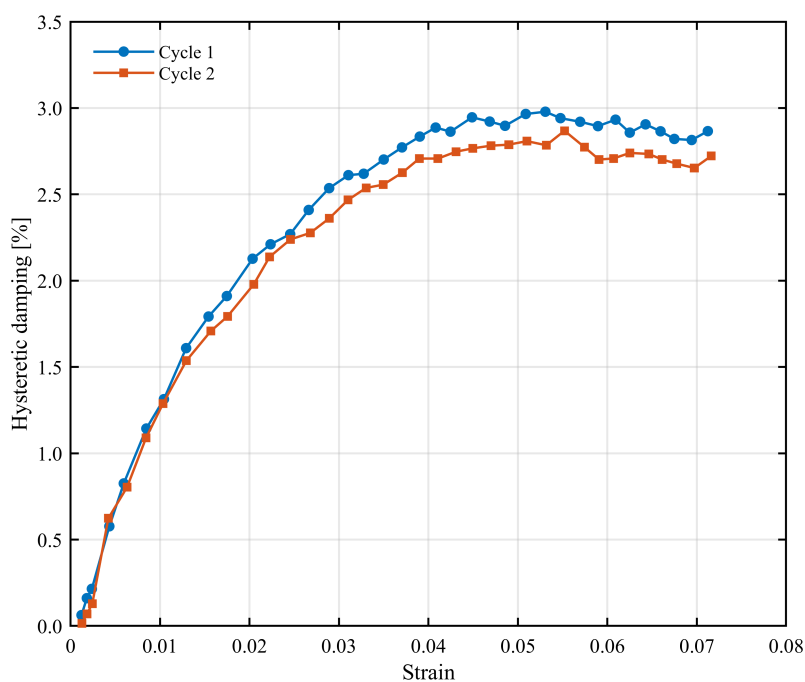
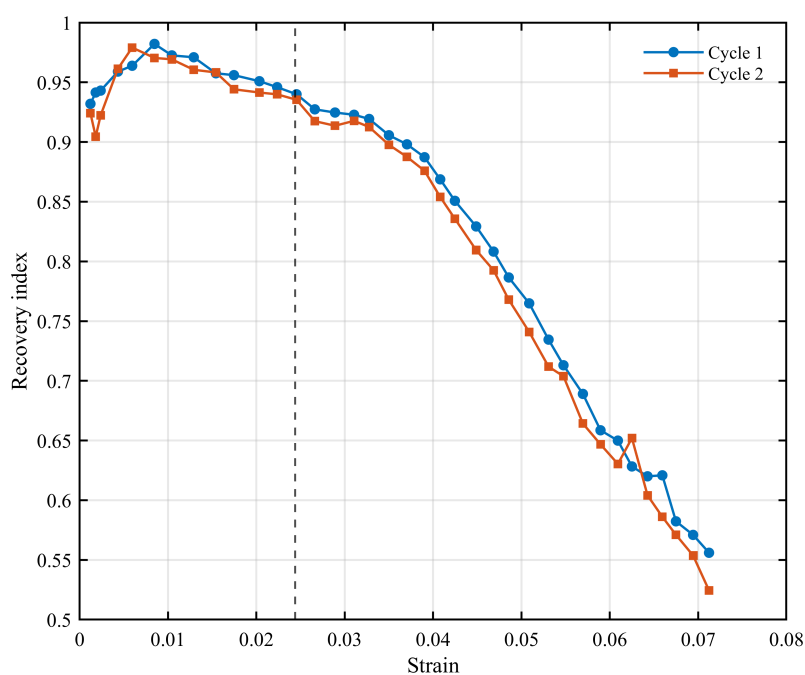


Figura 4.11: Amortiguamiento histerético para la aleación CAB0.48-A(-24).

Figura 4.12: Índice de recuperación de deformación (IRD) para la aleación CAB0.48-A(-24). La zona sombreada hasta $\varepsilon \approx 0.025$ indica el rango con IRD elevado.

pseudoelástico con alta recuperación, se adoptó como límite operativo una deformación de 0.025, valor que asegura una respuesta estable y reversible consistente con el comportamiento observado experimentalmente.

4.5. Análisis numérico mediante elementos finitos en ANSYS

4.5.1. Modelo superelástico implementado mediante elementos finitos en ANSYS

Se implementó un modelo tridimensional para simular el comportamiento pseudoelástico de la aleación Cu–Al–Be CAB0.48–A(-24), previamente caracterizada experimentalmente. El análisis se realizó mediante el modelo constitutivo para materiales con memoria de forma propuesto por Auricchio et al. [55], disponible en el módulo *Static Structural* de ANSYS Workbench.

Este modelo describe la transformación de fase entre austenita y martensita bajo condiciones isotérmicas, formulando una superficie de transformación y una variable interna que representa la fracción de martensita inducida por carga. Esta representación fenomenológica permite reproducir las curvas histeréticas características de los materiales SMA en régimen cuasiestático, sin necesidad de modelar explícitamente la microestructura. Su uso ha sido ampliamente validado en aplicaciones estructurales, por lo que constituye una herramienta adecuada para capturar la respuesta pseudoelástica del material dentro de los niveles de deformación considerados.

4.5.2. Estimación de parámetros del modelo

Los parámetros del modelo fueron estimados a partir de los resultados de los ensayos monotónicos y cíclicos de la aleación CAB0.48–A(-24), concentrándose en el rango pseudoelástico observado para niveles de deformación $\epsilon \leq 0.025$.

La geometría simulada replicó la probeta utilizada en los ensayos experimentales. Esta fue discretizada con elementos sólidos tipo SOLID187, de 10 nodos, utilizando un tamaño de elemento de 2 mm. Este valor se seleccionó a partir de pruebas preliminares de refinamiento de malla, verificando que reducciones adicionales en el tamaño del elemento no produjeran variaciones significativas en la respuesta global, manteniendo al mismo tiempo un costo computacional razonable.

En cuanto a las condiciones de frontera, un extremo de la probeta se restringió en la dirección Y , permitiendo el desplazamiento en X , mientras que para evitar movimientos rígidos se fijó el desplazamiento del punto central de la cara correspondiente. El desplazamiento controlado se aplicó en el extremo opuesto de la probeta.

Para favorecer la convergencia del análisis no lineal, se utilizaron pasos de carga incrementales con un paso inicial de 0.015 s, un mínimo de 0.001 s y un máximo de 0.04 s. Asimismo, se activó la

opción *Large Deflection* con el fin de incorporar los efectos de no linealidad geométrica, asociados a la consideración de desplazamientos y rotaciones finitas en la formulación del problema. Si bien en este caso se espera que los desplazamientos globales sean reducidos y que dichos efectos no dominen la respuesta estructural, la activación de esta opción se adoptó como medida preventiva para asegurar la estabilidad numérica y la correcta actualización de la geometría durante el análisis.

La diferencia entre las longitudes efectivas de deformación consideradas en el experimento (30 mm) y en la simulación numérica (46.94 mm) se debe a la forma en que se definió la región deformable en cada caso. En el ensayo experimental, la deformación fue medida exclusivamente en la zona útil de la probeta mediante el extensómetro, mientras que en la simulación se consideró una región más extensa del modelo, abarcando una mayor longitud efectiva sometida a deformación. Debido a esta diferencia geométrica, se ajustaron proporcionalmente los desplazamientos aplicados en la simulación con el fin de reproducir niveles de deformación equivalentes a los medidos experimentalmente. Este procedimiento no altera la respuesta mecánica del material ni afecta la comparación entre resultados experimentales y numéricos, sino que constituye una corrección geométrica necesaria para asegurar la coherencia y validez de dicha comparación. La Figura 4.13 ilustra esta diferencia.

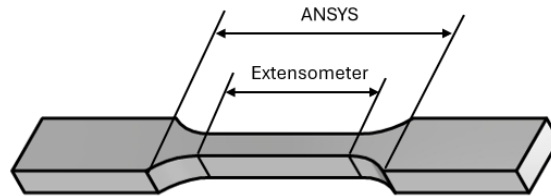


Figura 4.13: Comparación de longitud efectiva de deformación entre experimento y simulación.

Los parámetros del modelo superelástico de Auricchio et al. [55] fueron determinados con el objetivo de reproducir fielmente las curvas esfuerzo–deformación obtenidas en los ensayos experimentales. La calidad del ajuste se evaluó mediante el Error Cuadrático Medio (ECM), definido como:

$$ECM = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\sigma_i^{\text{exp}} - \sigma_i^{\text{num}})^2}, \quad (4.4)$$

donde σ_i^{exp} y σ_i^{num} representan los valores experimentales y numéricos del esfuerzo, respectivamente, y n corresponde al número total de puntos considerados en la comparación. Este indicador cuantifica la desviación promedio entre ambas curvas, siendo valores menores indicativos de un mejor ajuste.

En este estudio, se obtuvo un ECM de 7.79 MPa para el ensayo monotónico y de 51.77 MPa para el ensayo cíclico. El bajo error en el caso monotónico refleja una buena correspondencia entre las respuestas experimentales y numéricas en términos de la curva esfuerzo–deformación global. En contraste, el mayor valor de error asociado al ensayo cíclico se atribuye a la mayor complejidad para reproducir numéricamente fenómenos propios del comportamiento superelástico, tales como la acumulación de deformaciones residuales y la degradación progresiva de la respuesta pseudoelástica bajo cargas repetidas. En este contexto, el error no está asociado a la estimación del módulo elástico inicial, sino a la representación del ciclo histerético completo. Aun así, ambos resultados se consideran aceptables para capturar la tendencia global del comportamiento superelástico del material.

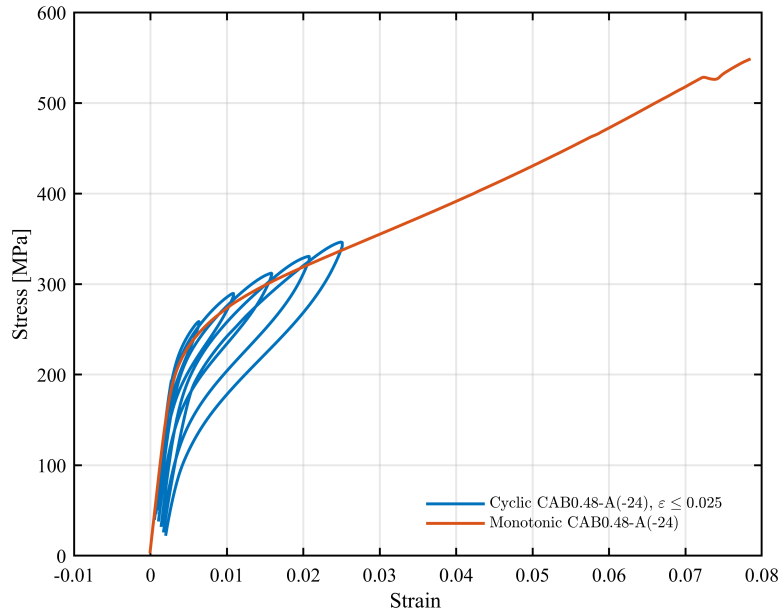
Estos resultados indican que la calibración realizada es adecuada dentro del rango pseudoelástico de interés. En particular, el bajo ECM obtenido para el caso monotónico valida la capacidad del modelo para reproducir la respuesta inicial del material, mientras que el comportamiento global capturado en el ensayo cíclico confirma que los parámetros empleados permiten representar de forma coherente la evolución histerética sin deformaciones plásticas.

En consecuencia, la calibración puede considerarse representativa y suficientemente confiable para su aplicación en simulaciones estructurales posteriores, siempre que se mantenga dentro del rango de ductilidad y condiciones evaluadas en los ensayos experimentales.

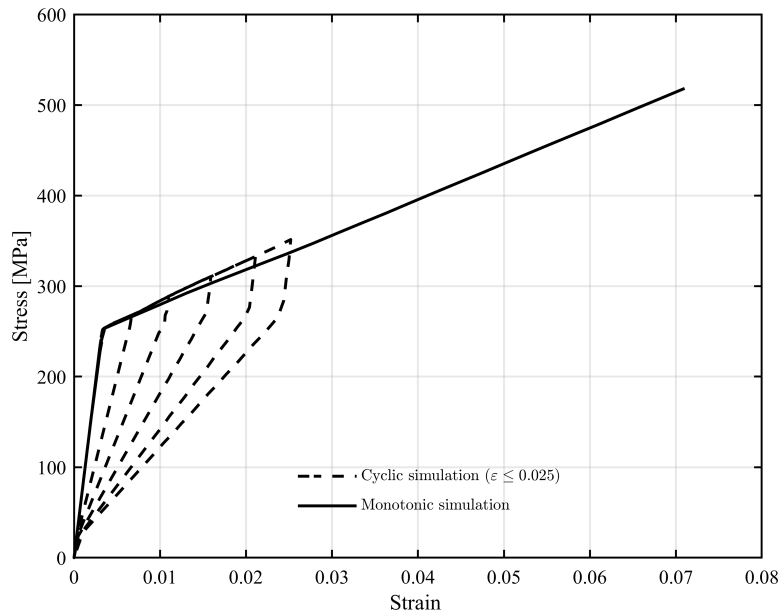
Los parámetros utilizados en las simulaciones numéricas se presentan en la Tabla 4.4. Para representar de forma más precisa la respuesta del material bajo cada régimen de carga, algunos parámetros se mantuvieron constantes entre ambos ensayos (por ejemplo, el módulo elástico y el coeficiente de Poisson), mientras que otros fueron ajustados de manera diferenciada.

En particular, se observa una variación significativa en el esfuerzo final de transformación directa (σ_{FAS}), cuyo valor fue de 540 MPa para el ensayo monotónico y de 590 MPa para el cíclico. Esta diferencia se atribuye al tipo de sollicitación: mientras que en el ensayo monotónico el material es cargado una única vez hasta la fractura, en el caso cíclico la repetición de semiciclos de carga induce una acumulación parcial de martensita, generando un efecto de endurecimiento progresivo. Como resultado, se requiere un mayor esfuerzo para completar la transformación de fase durante ciclos posteriores.

Este comportamiento puede observarse en la Figura 4.14, donde (a) se comparan las curvas experimentales para ambos ensayos y se aprecia que, ante la misma deformación unitaria, el esfuerzo en el ensayo cíclico es mayor. La Figura 4.14(b) muestra la simulación numérica mediante elementos finitos, la cual reproduce adecuadamente esta diferencia de comportamiento utilizando el modelo constitutivo implementado en ANSYS.



(a) Comparación experimental



(b) Comparación simulaciones

Figura 4.14: Comparación entre curvas esfuerzo–deformación obtenidas experimentalmente y mediante simulación numérica para la aleación CAB0.48–A(-24).

Tabla 4.4: Parámetros utilizados para el modelo constitutivo superelástico de la aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) en las simulaciones numéricas.

Parámetro	Símbolo	Monotónico	Cíclico
Módulo elástico (fase austenítica)	E	79 000 MPa	79 000 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.30	0.30
Tensión inicio transf. directa	σ_{SAS}	250 MPa	250 MPa
Tensión final transf. directa	σ_{FAS}	540 MPa	590 MPa
Tensión inicio transf. inversa	σ_{SSA}	270 MPa	270 MPa
Tensión final transf. inversa	σ_{FSA}	20 MPa	20 MPa
Deformación máxima pseudoelástica	ε_L	0.077	0.077
Parámetro de transición suave	α	0.1	0.1

4.5.3. Validación a nivel de probeta

La validación del modelo se realizó mediante la comparación entre las simulaciones numéricas y los ensayos experimentales, tanto monotónicos como cíclicos. La Figura 4.15 muestra la curva esfuerzo–deformación obtenida experimentalmente en el ensayo monotónico, junto con la simulación correspondiente. Se observa un buen ajuste en la pendiente inicial, el umbral de transformación y la tendencia general del comportamiento.

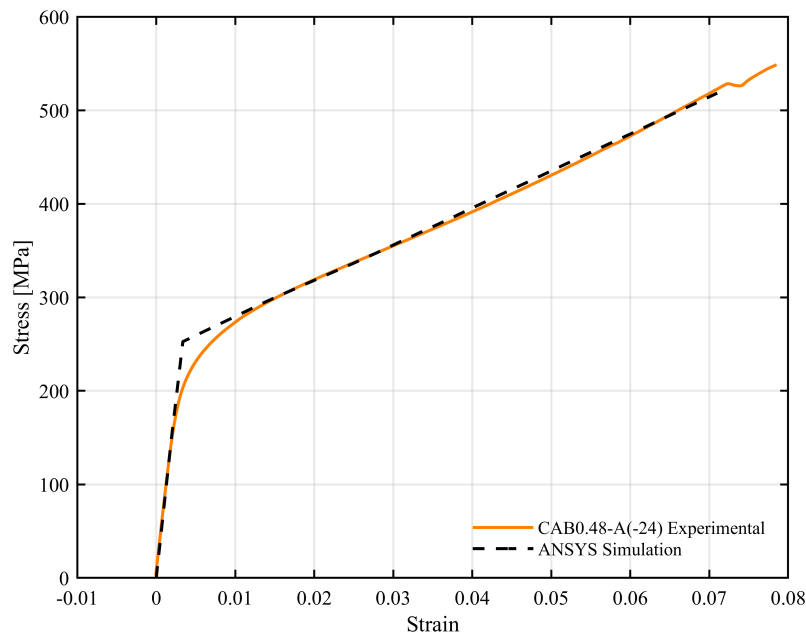


Figura 4.15: Comparación entre el ensayo monotónico experimental y la simulación numérica para la aleación CAB0.48–A(-24).

En la Figura 4.16 se presenta la comparación entre el resultado experimental y la simulación numérica para un ciclo correspondiente a una deformación $\epsilon = 0.025$. El modelo reproduce adecuadamente la rigidez inicial y la amplitud de transformación, aunque no captura los efec-

tos acumulativos ni las deformaciones residuales que se observan tras múltiples ciclos. Esta diferencia se explica porque la formulación constitutiva de Auricchio et al. [55], implementada en *ANSYS*, está orientada a describir la respuesta pseudoelástica instantánea y no incorpora la pérdida de rigidez ni la degradación funcional que se desarrolla en el material después de sucesivos ciclos de carga.

La estimación de la deformación unitaria máxima se obtuvo a partir del postprocesamiento de tensiones y deformaciones principales en los puntos críticos del modelo de elementos finitos, determinándose que el rango de validez del modelo se extiende hasta aproximadamente un 2.5 % de deformación unitaria. Aunque experimentalmente se alcanzan deformaciones cercanas al 7.7 %, ese valor excede el límite del comportamiento pseudoelástico validado (correspondiente a $\epsilon = 0.025$), a partir del cual se observan deformaciones residuales significativas y pérdida de capacidad de recuperación.

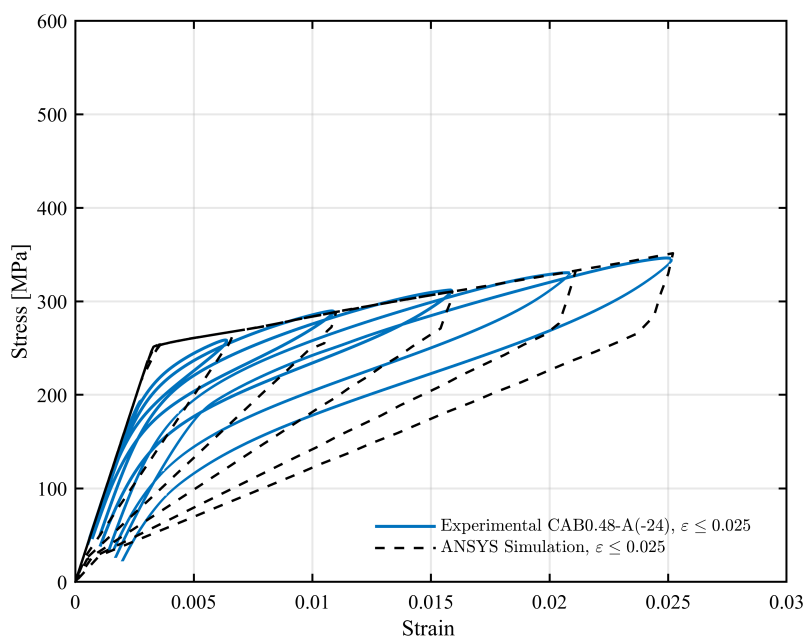


Figura 4.16: Comparación entre el ensayo cíclico experimental y la simulación numérica para la aleación CAB0.48-A(-24) con $\epsilon = 0.025$.

La Tabla 4.5 resume la comparación cuantitativa entre los resultados experimentales y numéricos para diferentes niveles de deformación. Se incluyen la energía disipada por ciclo, la fuerza máxima ($F_{\text{máx}}$) y la rigidez secante (K_{sec}) como magnitudes representativas del comportamiento cíclico.

Tabla 4.5: Comparación entre resultados experimentales y numéricos para la aleación CAB0.48-A(-24).

ϵ	Energía disipada [J]		$F_{\text{máx}}$ [N]		K_{sec} [MPa]	
	Exp.	Num.	Exp.	Num.	Exp.	Num.
0.0024	0.00299	0.00025	4.86	4.11	86936	77444
0.0065	0.03910	0.44978	6.46	6.71	45167	62713
0.0100	0.12347	0.91325	7.24	7.22	28565	58152
0.0155	0.26412	1.3826	7.80	7.76	21140	54806
0.0200	0.43508	1.7780	8.26	8.32	17091	50984
0.0250	0.39889	1.9714	8.66	8.78	12688	43683

A partir de los resultados, se observa que el modelo numérico reproduce correctamente la evolución de la fuerza máxima y de la rigidez secante con la deformación, manteniendo discrepancias menores al 5 % para $F_{\text{máx}}$ y del orden del 10–15 % para K_{sec} . Sin embargo, la energía disipada presenta una sobreestimación notable, especialmente en los primeros ciclos, debido a que la formulación de Auricchio no contempla la degradación progresiva ni los efectos térmicos derivados de la transformación martensítica inversa repetitiva.

En conjunto, el modelo implementado permite una representación adecuada del comportamiento superelástico de la aleación CAB0.48-A(-24) dentro del rango pseudoelástico ($\epsilon \leq 0.025$), siendo útil para estudios comparativos y predictivos de rigidez y resistencia. No obstante, su aplicación a análisis de ciclos repetidos o fatiga funcional requeriría el uso de modelos constitutivos más avanzados que incluyan variables internas de daño y mecanismos de degradación cíclica.

Capítulo 5

Evaluación del Modelo Analítico en Función de la Geometría

En este capítulo se valida el modelo analítico formulado en el Capítulo 3, destinado a estimar la rigidez inicial y la fuerza de fluencia de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler. La validación se llevó a cabo mediante un estudio paramétrico compuesto por 144 combinaciones geométricas generadas a partir de un diseño factorial completo, simuladas numéricamente mediante elementos finitos en ANSYS para dos materiales: acero A36 y la aleación con memoria de forma CAB0.48-A(-24).

Los resultados obtenidos se comparan con las expresiones analíticas desarrolladas en el Capítulo 3, evaluando su precisión mediante los errores absoluto y relativo. Además, se analiza la influencia de cada parámetro geométrico en el desempeño del modelo. Finalmente, se entrena un modelo de regresión por procesos gaussianos (GPR) con el objetivo de predecir directamente la respuesta mecánica para nuevas configuraciones geométricas, extendiendo así la capacidad predictiva del enfoque analítico.

5.1. Diseño de Experimentos

Para verificar la validez de las ecuaciones formuladas para estimar la rigidez elástica inicial y la fuerza de fluencia del dispositivo *U-Shaped*, se desarrolló un diseño factorial completo mixto. Este contempla cuatro factores geométricos principales, cada uno con distintos niveles, según se detalla en la Tabla 5.1.

El diseño factorial permite analizar de manera sistemática los efectos individuales de cada

parámetro y sus interacciones sobre la respuesta estructural, siguiendo la metodología clásica descrita por Montgomery [7]. En total se evaluaron 144 combinaciones geométricas, las cuales aseguran una cobertura completa del espacio de diseño.

Los rangos adoptados para cada variable se definieron en función de las geometrías más utilizadas en la literatura reciente sobre disipadores *U-Shaped* [47, 48, 49, 6], asegurando que las proporciones L/R , B/t y H/B se mantuvieran dentro de límites físicamente factibles y compatibles con los procesos de fabricación y ensayo. De esta forma, las configuraciones seleccionadas corresponden a dispositivos representativos de aplicaciones reales y experimentalmente viables.

Tabla 5.1: Diseño factorial completo mixto. Los valores seleccionados se basan en configuraciones comúnmente reportadas en la literatura y en límites prácticos de manufactura.

Factor	Niveles	Valores [mm]
<i>H</i>	4	60, 80, 120, 200
<i>B</i>	4	40, 60, 100, 180
<i>t</i>	3	5, 10, 12
<i>L</i>	3	150, 200, 250
Total de combinaciones		144

Las combinaciones se generaron mediante un diseño factorial completo y se evaluaron para dos materiales: acero A36 y la aleación con memoria de forma Cu-Al-Be tipo CAB0.48-A(-24). Para cada caso, la rigidez inicial y la fuerza de fluencia se obtuvieron mediante simulaciones numéricas en ANSYS y se compararon con los valores predichos por las ecuaciones formuladas. El objetivo fue evaluar la precisión del modelo analítico y delimitar su rango de aplicabilidad.

5.2. Modelación numérica

Las simulaciones numéricas se realizaron mediante el Método de Elementos Finitos (MEF), implementado en el software ANSYS, utilizando un estudio estructural estático (*Static Structural*), con el objetivo de evaluar el comportamiento mecánico del dispositivo *U-Shaped* bajo desplazamientos aplicados en la dirección 90° .

El enfoque en esta dirección se debe a que representa la condición de carga más exigente para los dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler, al actuar de forma perpendicular al plano principal de flexión. En dicha orientación, las ramas del dispositivo experimentan simultáneamente flexión y torsión, generando una interacción compleja entre ambos modos de deformación que no puede capturarse mediante los modelos formulados para la dirección 0° . En este contexto, el análisis

en la dirección 90° , en conjunto con la información disponible para la dirección 0° , resulta fundamental para evaluar la aplicabilidad y los límites del modelo propuesto.

Para la definición de las condiciones de modelación se adoptaron criterios reportados por González [5], quien validó experimental y numéricamente el comportamiento de dispositivos *U-Shaped* bajo cargas fuera del plano, estableciendo parámetros de contacto, confinamiento y mallado que garantizan la estabilidad numérica del análisis. Dichas consideraciones fueron adaptadas en el presente trabajo para reproducir de manera realista el confinamiento entre las placas rígidas y el elemento disipador, manteniendo consistencia con estudios previos.

5.2.1. Descripción del modelo de elementos finitos

El modelo está compuesto por tres partes principales: el dispositivo *U-Shaped*, considerado como un sólido deformable, y dos placas de conexión, las cuales se definieron como cuerpos rígidos. Esta simplificación se adoptó para reproducir las condiciones de montaje del ensayo, donde las placas metálicas poseen una rigidez muy superior a la del dispositivo y no experimentan deformaciones apreciables. Al modelarlas como rígidas se garantiza una transferencia uniforme de desplazamientos y fuerzas hacia el *U-Shaped*, evitando deformaciones espurias en los apoyos y reduciendo el costo computacional sin afectar la respuesta mecánica del elemento ensayado.

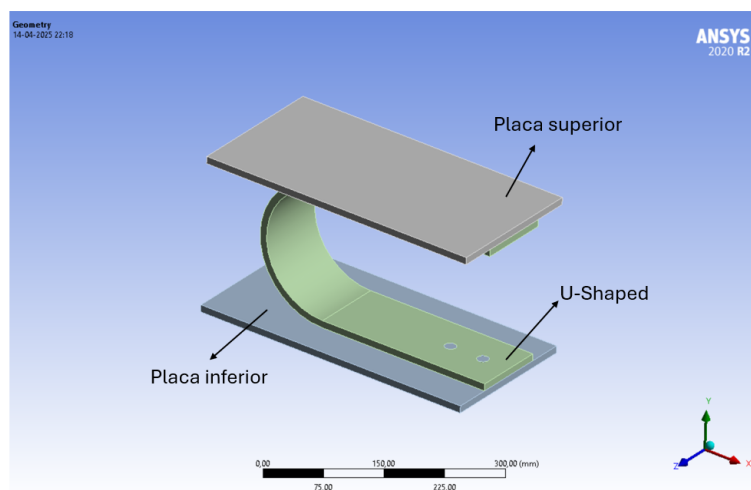


Figura 5.1: Modelo de elementos finitos.

Para la discretización del modelo se emplearon elementos tetraédricos de segundo orden (Tet10), utilizando un tamaño de malla de 4 mm en el dispositivo *U-Shaped* y de 10 mm en las placas. Estos valores se definieron a partir de pruebas preliminares de sensibilidad de malla, verificando que reducciones adicionales en el tamaño de elemento no generaran cambios significativos en

la rigidez inicial ni en la amplitud de la respuesta simulada, manteniendo al mismo tiempo un costo computacional manejable.

5.2.2. Condiciones de borde y conexiones

Los tres cuerpos se conectaron mediante la condición de contacto *bonded*, la cual impone adherencia completa entre las superficies del orificio del elemento *U-Shaped* y los cilindros que representan los pernos en las placas rígidas. Esta configuración reproduce el mecanismo de sujeción utilizado durante el montaje experimental, evitando cualquier deslizamiento relativo entre las piezas dentro del análisis por elementos finitos. En la Figura 5.2 se ilustran las superficies seleccionadas para la aplicación de esta condición de fijación.

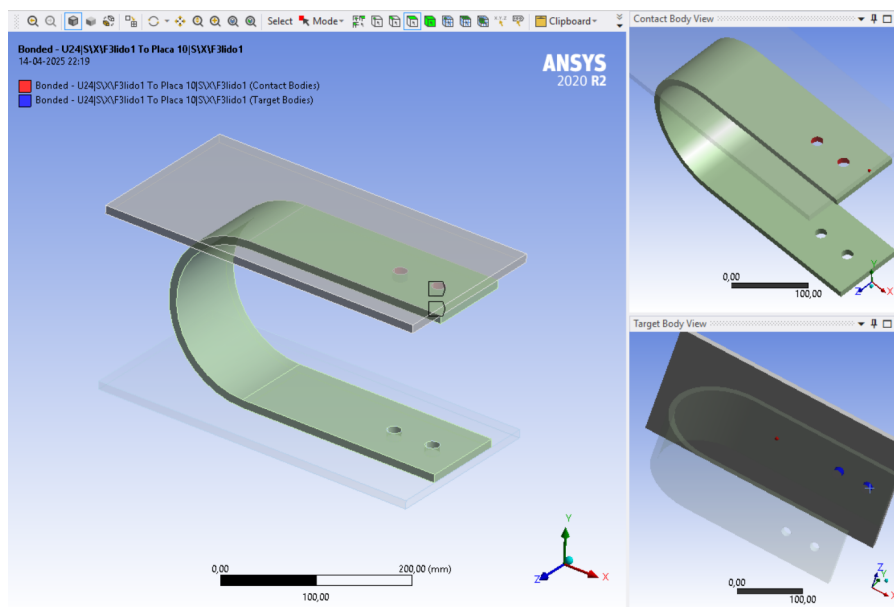


Figura 5.2: Superficies seleccionadas para la aplicación de la condición bonded.

Se definieron las condiciones de contorno fijando completamente la placa inferior, de modo que no presentara traslaciones ni rotaciones. En la cara superior de la placa superior se aplicó el desplazamiento prescrito utilizado para inducir la deformación del elemento *U-Shaped*.

Dado que las ecuaciones analíticas formuladas en el Capítulo 3 se desarrollan bajo el supuesto de ausencia de fricción entre el dispositivo y las placas de confinamiento, el modelo numérico se configuró de manera consistente mediante una condición de contacto *frictionless* entre el *U-Shaped* y las placas. Esta elección evita la aparición de fuerzas tangenciales no consideradas en el modelo teórico y permite una comparación coherente entre los resultados analíticos y las simulaciones por elementos finitos.

5.2.3. Configuración del estudio

El estudio se llevó a cabo aplicando un desplazamiento específico para cada modelo, determinado mediante una expresión analítica en función de la rigidez y la fuerza de fluencia, según se indica en la Ecuación 5.1:

$$d_y = \frac{F_y^{90}}{K^{90}}. \quad (5.1)$$

Con el objetivo de representar de manera más clara la transición entre el régimen elástico y el post-fluencia en las curvas fuerza–desplazamiento obtenidas, se incorporó un desplazamiento adicional de 4 mm respecto al valor analítico de fluencia. Este incremento no afecta los resultados del modelo, sino que permite ampliar el rango de análisis para observar con mayor precisión la respuesta no lineal y la estabilización del ciclo histerético en las simulaciones numéricas. La magnitud de 4 mm se determinó de manera exploratoria a partir de pruebas preliminares, en las cuales se observó que dicho valor ofrecía una adecuada visibilidad gráfica del punto de fluencia y del comportamiento posterior sin comprometer la estabilidad del análisis.

Para garantizar una captura adecuada de la respuesta estructural en el análisis no lineal, los parámetros del análisis temporal se definieron a partir de pruebas preliminares de estabilidad numérica realizadas en el modelo. Estas pruebas permitieron identificar rangos de paso de carga que evitaran problemas de convergencia asociados a la no linealidad geométrica y al comportamiento pseudoelástico del material.

Los valores adoptados fueron:

- Paso inicial: 0.015 s
- Paso máximo: 0.04 s
- Paso mínimo: 0.001 s

Esta configuración ofreció una solución estable sin incrementos excesivamente grandes que pudieran comprometer la convergencia, ni incrementos demasiado pequeños que aumentarían innecesariamente el costo computacional.

Finalmente, se habilitó la opción *Large Deflection* en ANSYS para incorporar los efectos de no linealidad geométrica. Aunque las deformaciones unitarias del material se mantienen en el rango pseudoelástico, la geometría del dispositivo *U-Shaped* tipo Crawler genera rotaciones significativas en las zonas curvas y desplazamientos fuera del plano durante la aplicación del

desplazamiento. Estos cambios en la configuración pueden modificar las condiciones de equilibrio interno incluso en las primeras etapas de carga. Por ello, la consideración de no linealidad geométrica es necesaria para reproducir de manera coherente la interacción entre la flexión y la torsión que caracteriza la respuesta inicial del sistema.

5.2.4. Materiales

5.2.4.1. Acero A36

El primer material considerado corresponde al acero A36, modelado como un sólido elástico isotrópico. Si bien su módulo de elasticidad nominal es del orden de $E \approx 200\,000$ MPa, en este trabajo se utilizaron los valores calibrados reportados por González [5], quien ajustó el comportamiento global de un disipador *U-Shaped* a partir de ensayos experimentales. En dicho estudio, el parámetro que mejor reprodujo la rigidez inicial medida fue un módulo de elasticidad de 97 500 MPa, manteniendo un coeficiente de Poisson de 0.3. Este valor no representa la propiedad intrínseca del acero, sino una rigidez equivalente del sistema completo, que incorpora los efectos de la rigidez finita de las placas de confinamiento, así como de las uniones, los pernos y las condiciones de contacto presentes en el montaje experimental. Cabe señalar que, si bien las placas de confinamiento son consideradas rígidas desde el punto de vista funcional y geométrico, su deformabilidad limitada contribuye a la respuesta global medida experimentalmente. Por coherencia con ese procedimiento de calibración, y con el fin de asegurar comparabilidad entre resultados experimentales y numéricos, en el presente estudio se adoptó el mismo parámetro.

Adicionalmente, se incorporó el modelo de endurecimiento cinemático de Chaboche [57], siguiendo el mismo enfoque descrito por González [5]. Este modelo permite representar el desplazamiento progresivo de la superficie de fluencia bajo cargas cíclicas, fenómeno que se manifiesta en los dispositivos *U-Shaped* mediante la acumulación de deformaciones plásticas y el aumento del esfuerzo de fluencia en ciclos sucesivos. En la Ecuación (5.2), el parámetro α corresponde precisamente a dicho desplazamiento de la superficie de fluencia, n indica el número de términos utilizados para caracterizar la cinemática del endurecimiento, C_k y γ_k son parámetros propios del modelo, y ε_{pl} es la deformación plástica equivalente.

$$\alpha = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{\gamma_k} (1 - e^{-\gamma_k \varepsilon_{pl}}), \quad (5.2)$$

En este trabajo se seleccionó $n = 1$, tal como se realizó en [5], con el fin de evitar una sobreparametrización del modelo. Para incorporar más términos sería necesario contar con una

curva experimental específica de tipo *coupon*, obtenida bajo cargas cíclicas unidimensionales, que permitiera ajustar con mayor precisión la evolución del endurecimiento. Dado que dicha información no estaba disponible, se optó por la formulación de un solo término, manteniendo constante la relación C_1/γ_1 para igualar la diferencia entre el esfuerzo último (f_u) y el esfuerzo de fluencia (f_y), tal como recomienda González [5].

Asimismo, se consideró el endurecimiento isotrópico mediante la ley de Voce [58], descrita por la Ecuación (5.3). En esta expresión, σ_0 es el esfuerzo de fluencia actualizado, $\sigma|_0$ el esfuerzo de fluencia inicial, Q_l y Q_∞ representan los componentes lineal y exponencial del endurecimiento, respectivamente, ε_{pl} es la deformación plástica equivalente y ν corresponde al parámetro de saturación del modelo (no relacionado con el coeficiente de Poisson). Siguiendo los lineamientos de González [5], se asumió que el endurecimiento evoluciona hacia un valor asintótico, por lo que se adoptó $Q_l = 0$. El valor de Q_∞ se definió como la diferencia entre f_u y f_y , mientras que el parámetro ν se calibró durante el proceso de ajuste del modelo.

$$\sigma_0 = \sigma|_0 + Q_l \varepsilon_{pl} + Q_\infty (1 - e^{-\nu \varepsilon_{pl}}) \quad (5.3)$$

Con el fin de resumir las propiedades mecánicas y los parámetros empleados en la simulación, se presenta en la Tabla 5.2 la información reportada por González [5], que recopila los valores calibrados a partir de resultados experimentales de dispositivos *U-Shaped* de acero A36.

Tabla 5.2: Propiedades mecánicas y parámetros calibrados para el acero A36 [5].

Parámetro	Símbolo y unidad	Valor
Módulo de elasticidad	E [MPa]	97 500
Módulo de Poisson	ν [-]	0.3
Densidad	ρ [kg/m ³]	7850
Número de curvas de Chaboche	n [-]	1
Parámetro γ_1	γ_1 [-]	1
Parámetro C_1	C_1 [MPa]	160
Coficiente lineal de endurecimiento	Q_l [MPa]	0
Coficiente exponencial de endurecimiento	Q_∞ [MPa]	160
Parámetro de saturación	ν [-]	1

5.2.4.2. SMA CuAlBe

Para la modelación del dispositivo *U-Shaped* se seleccionó la aleación con memoria de forma *CAB0.48-A(-24)*, perteneciente al conjunto experimental descrito en el Capítulo 4. Esta aleación mostró un comportamiento superelástico estable dentro del rango pseudoelástico, con un esfuerzo de inicio de transformación martensítica $\sigma_{Ms} = 242.79$ MPa y una recuperación de deformación elevada, atributos que la hacen adecuada para representar el material en las simulaciones numéricas. En la Figura 5.3 se presenta la curva esfuerzo–deformación obtenida experimentalmente para esta composición, la cual sirve como referencia para la calibración del modelo constitutivo utilizado.

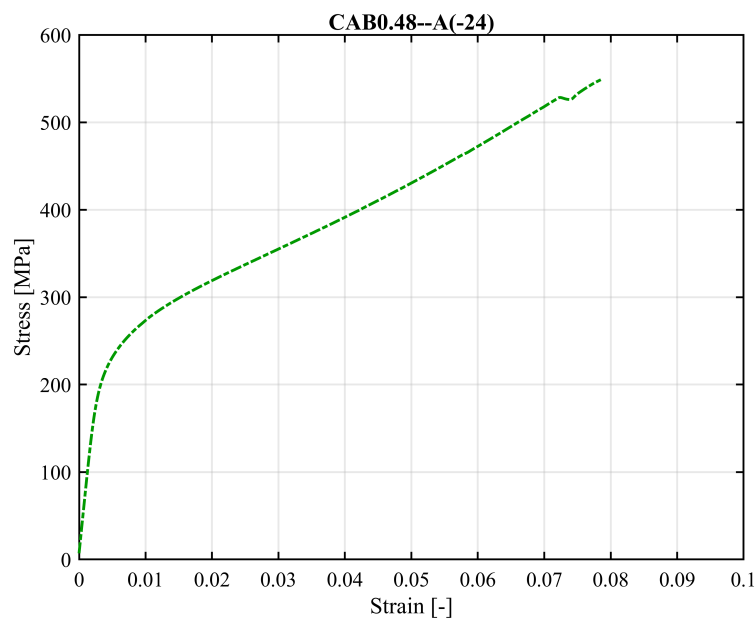


Figura 5.3: Curva esfuerzo–deformación experimental para la aleación CAB0.48-A(-24).

Dado que el objetivo de este estudio es estimar propiedades mecánicas como la rigidez inicial elástica y la fuerza de fluencia bajo condiciones de carga cíclica, se decidió trabajar con los parámetros calibrados, presentados previamente en la Tabla 4.4.

La implementación del modelo superelástico se basó en la formulación constitutiva propuesta por Auricchio et al. [55], calibrada específicamente para reproducir el comportamiento de la aleación *CAB0.48-A(-24)* bajo sollicitaciones cíclicas. El modelo fue validado dentro del rango superelástico correspondiente a deformaciones uniaxiales de hasta aproximadamente 2.5%, donde el material mantiene una respuesta estable sin acumulación significativa de deformación residual.

Esta formulación se implementó en *ANSYS* mediante el modelo de material SMA disponible

en el entorno de elementos finitos, el cual permite incorporar la evolución de la fracción de martensita y la relación tensión–deformación característica del comportamiento pseudoelástico. Con esta configuración fue posible representar los parámetros mecánicos esenciales dentro del rango de validez del modelo, lo que permitió realizar la comparación posterior con las ecuaciones analíticas desarrolladas.

5.3. Determinación de rangos geométricos funcionales del modelo analítico

En esta sección se evalúa la validez del modelo analítico propuesto para dispositivos *U-Shaped* fabricados en dos materiales: acero A36 y la aleación con memoria de forma CAB0.48–A(-24). La validación se realizó a partir de un conjunto de 144 combinaciones geométricas definidas mediante un diseño factorial completo, cuyos resultados numéricos se obtuvieron mediante simulaciones por elementos finitos en ANSYS y se compararon con las expresiones formuladas.

El análisis se centra en dos propiedades mecánicas de interés: la rigidez elástica inicial y la fuerza de fluencia. Para cuantificar la precisión del modelo se emplean dos métricas complementarias: el error absoluto y el error relativo. El error absoluto se define como:

$$Error\ absoluto = |R_{analítico} - R_{numérico}| , \quad (5.4)$$

mientras que el error relativo se expresa como:

$$Error\ relativo = \frac{|R_{analítico} - R_{numérico}|}{R_{numérico}} \times 100\% , \quad (5.5)$$

donde R representa la propiedad mecánica evaluada, ya sea la rigidez inicial (K) o la fuerza de fluencia (F). El uso conjunto de ambas métricas permite caracterizar de manera más completa el desempeño del modelo: el error absoluto cuantifica la diferencia directa en unidades físicas (kN/mm o kN), mientras que el error relativo destaca la magnitud de la discrepancia en términos proporcionales. Esto resulta especialmente relevante en configuraciones donde los valores de respuesta son pequeños, ya que incluso diferencias numéricas moderadas pueden traducirse en porcentajes de error elevados.

Con el fin de sintetizar los resultados, se presentan en figuras compactas los gráficos de error absoluto y relativo frente a cada parámetro geométrico y frente a ciertas combinaciones adimen-

sionales derivadas de ellos (L/t , H/t , L/B , B/t). Estas relaciones surgen de la normalización de las dimensiones características del dispositivo y permiten analizar la influencia geométrica de manera independiente de la escala, lo cual es habitual en el estudio de dispositivos *U-Shaped* fabricados a partir de placas delgadas y sometidos predominantemente a flexión. Por ejemplo, razones como L/t o H/t están directamente asociadas a la esbeltez del elemento y, por tanto, al modo de deformación dominante, mientras que relaciones como L/B o B/t permiten evaluar cómo varía la rigidez relativa entre las ramas rectas y la zona curva del dispositivo.

En cada subfigura se incluye el coeficiente de correlación de Pearson (r) y el valor p asociado. El coeficiente r cuantifica la fuerza y dirección de la relación lineal entre el error y el parámetro analizado ($r \approx 1$ indica correlación positiva fuerte, $r \approx -1$ correlación negativa fuerte y $r \approx 0$ ausencia de correlación). El valor p evalúa la significancia estadística de dicha correlación, donde valores $p < 0.05$ se consideran indicativos de relaciones estadísticamente significativas. La combinación de ambos indicadores permite distinguir patrones geométricos consistentes de aquellos que podrían atribuirse a variabilidad aleatoria.

Este enfoque integrado, que combina los errores absoluto y relativo junto con los coeficientes de correlación, permite identificar tanto las tendencias globales como los rangos geométricos en los cuales el modelo analítico presenta un ajuste adecuado, así como aquellos donde su validez resulta más restringida. A partir de este análisis se establecen rangos geométricos funcionales del modelo y se fundamenta la necesidad de contar con herramientas de estimación adicionales. En particular, los resultados obtenidos constituyen el conjunto de datos utilizado para entrenar modelos de regresión estadística, como los procesos gaussianos (GPR), los cuales permiten interpolar las propiedades mecánicas para combinaciones geométricas no incluidas explícitamente en el diseño factorial, dentro del dominio de datos analizado.

5.3.1. Evaluación de la rigidez inicial

5.3.1.1. Acero A36

La rigidez inicial elástica es una propiedad clave del dispositivo *U-Shaped*, ya que determina su capacidad para resistir desplazamientos pequeños en la etapa inicial de aplicación de la carga, antes de que comiencen los procesos de fluencia o transformación de fase. En este contexto, una estimación adecuada de la rigidez inicial resulta fundamental para caracterizar la respuesta mecánica del dispositivo y evaluar su desempeño dentro del sistema estructural.

En este apartado se analiza la rigidez inicial de dispositivos fabricados en acero A36, considerando las 144 configuraciones geométricas del diseño factorial. Para cada caso, se aplicó

un desplazamiento impuesto de acuerdo con la Ecuación 5.1, utilizando incrementos de carga suficientemente pequeños para asegurar la estabilidad numérica del análisis y una correcta identificación de la pendiente inicial de la curva fuerza-desplazamiento. Los valores obtenidos mediante simulación numérica se compararon con las predicciones analíticas a través del cálculo del error absoluto y del error relativo.

Las Figuras 5.4 y 5.5 presentan de forma compacta los resultados del error absoluto y relativo frente a los parámetros geométricos (L , H , B , t) y las relaciones adimensionales (L/t , H/t , L/B , B/t). En cada subfigura se incluye el coeficiente de correlación de Pearson (r) y su nivel de significancia (p), lo que permite evaluar cuantitativamente la relación entre la geometría y la precisión del modelo analítico.

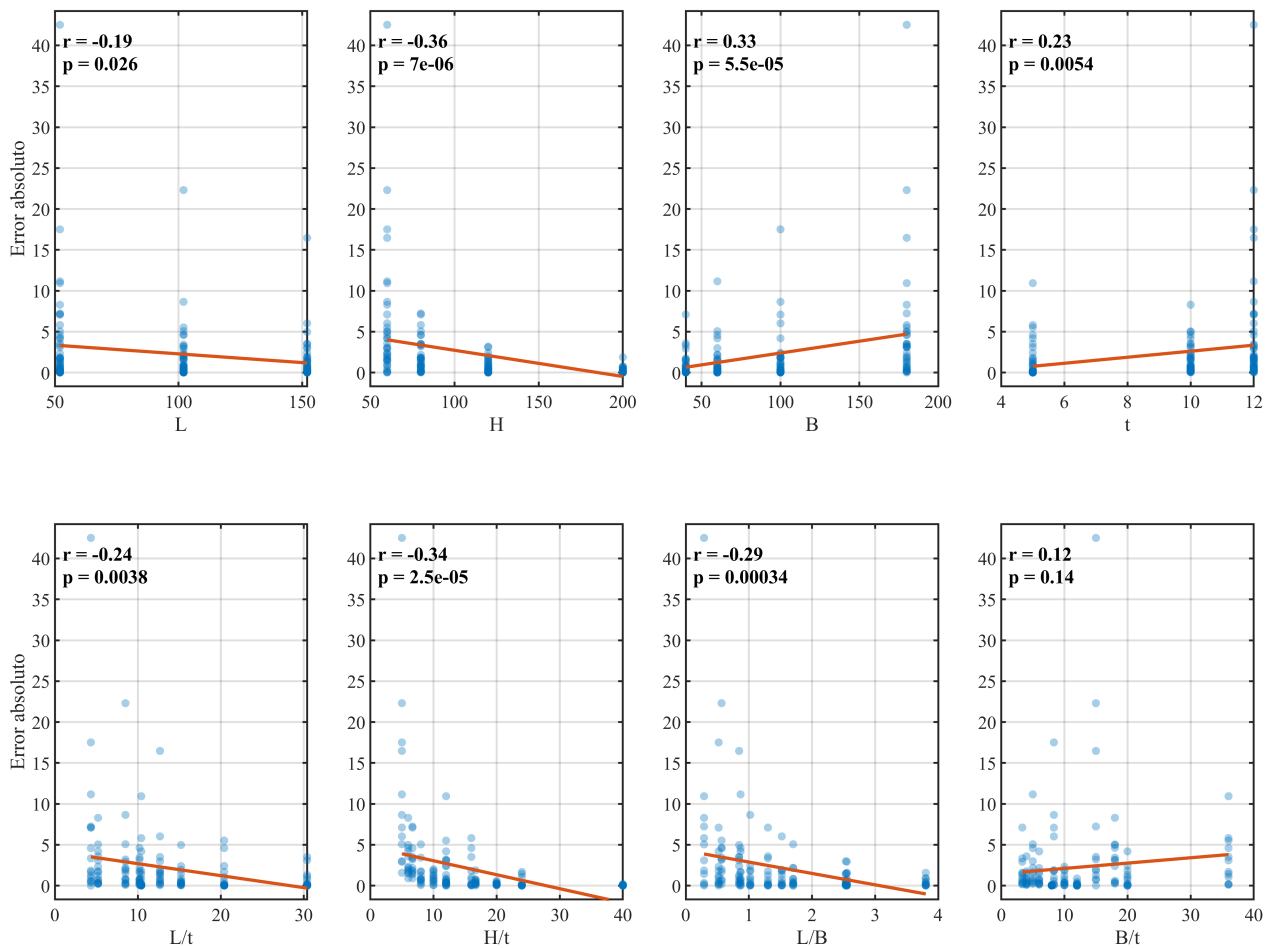


Figura 5.4: Error absoluto [kN/mm] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en A36.

De manera global, el error absoluto se mantiene acotado en valores menores a 10 kN/mm en la mayoría de las configuraciones, mostrando una reducción sistemática al aumentar las relaciones

5. Evaluación del Modelo Analítico en Función de la Geometría

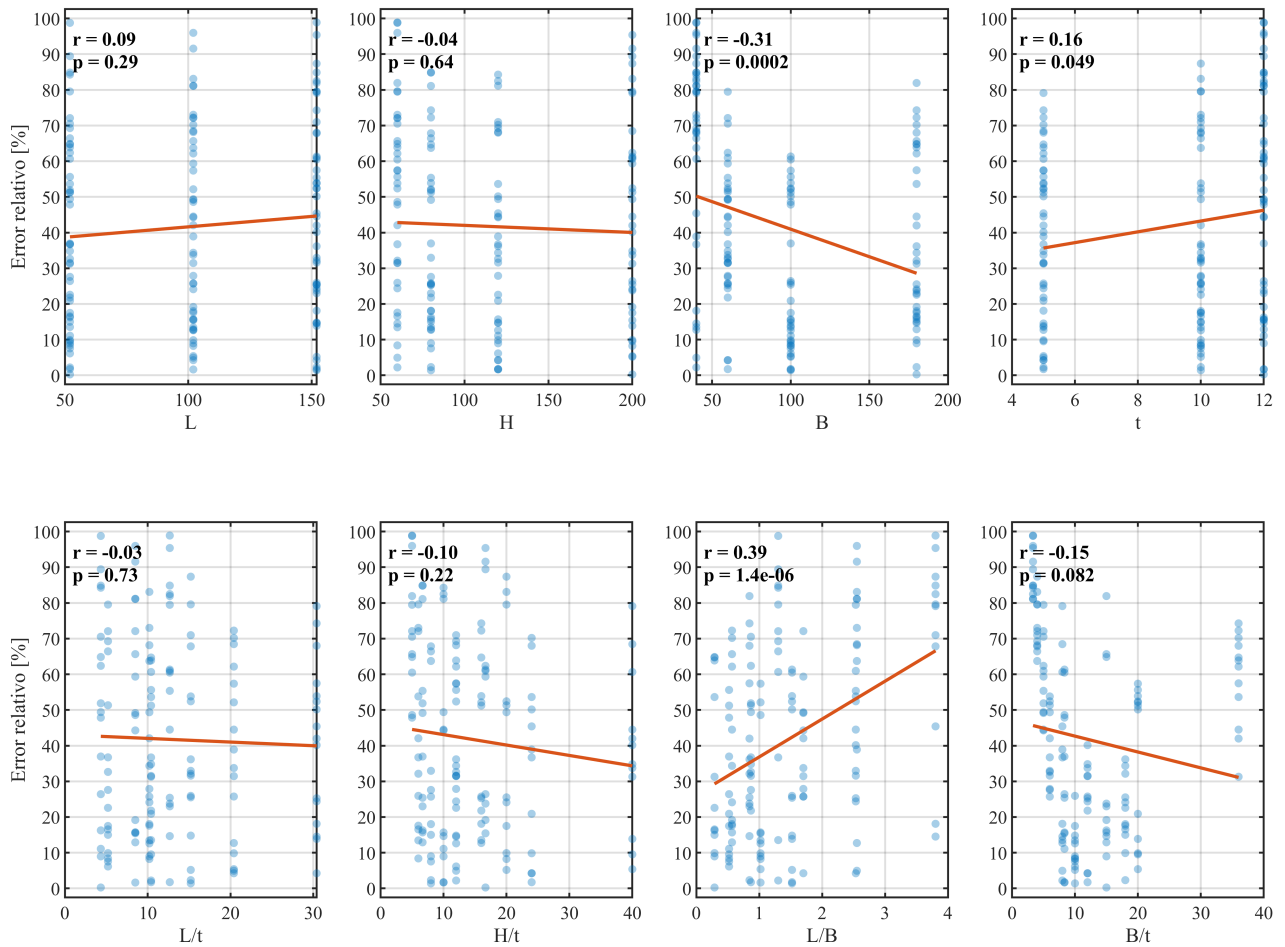


Figura 5.5: Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en A36.

geométricas vertical (H/t) y longitudinal (L/t), con correlaciones negativas moderadas ($r \approx -0.3$). Esto indica que configuraciones relativamente más delgadas tienden a ajustarse mejor al modelo analítico. Por el contrario, los mayores errores se observan en dispositivos con espesores elevados ($t = 12$ mm) o con anchos grandes ($B \geq 180$ mm).

El análisis del error relativo complementa estas observaciones al mostrar que, en configuraciones con respuestas numéricas bajas, pequeñas diferencias absolutas se amplifican en términos porcentuales. En particular, se observa una correlación positiva entre la razón L/B y el error relativo ($r \approx 0.39$), lo que indica que dispositivos con una relación longitud–ancho más elevada, es decir, geometrías relativamente más largas en comparación con su ancho, pueden presentar porcentajes de error mayores, aun cuando el error absoluto sea reducido. En contraste, las razones H/t y B/t no muestran correlaciones significativas en términos relativos, lo cual sugiere un efecto menos marcado sobre esta métrica.

En la literatura, González [5] identificó las razones H/t , B/t y L/B como variables geométricas críticas para describir la rigidez inicial de los dispositivos *U-Shaped*, a partir del análisis combinado de su comportamiento experimental y de los parámetros constructivos involucrados. Los rangos típicos de estas relaciones se presentan en la Tabla 5.3. En el presente estudio se incorpora adicionalmente la relación L/t , cuyo análisis muestra una influencia directa en la reducción del error, consolidándola como un parámetro relevante para evaluar la aplicabilidad del modelo analítico.

Tabla 5.3: Rangos de variables geométricas en la literatura y en este trabajo.

Variable	Rango en la literatura	Rango en este trabajo
H/t	[8.33 – 25.00]	[5.00 – 40.00]
L/B	[1.00 – 3.00]	[0.29 – 3.80]
B/t	[8.00 – 16.00]	[3.33 – 36.00]
L/t	–	[4.17 – 30.00]

En síntesis, se propone que el modelo analítico para acero A36 es aplicable en configuraciones con $H/t > 20$ y $L/t > 15$, rangos en los cuales los errores absolutos se mantienen reducidos y sin variaciones abruptas. Estos resultados no solo confirman las relaciones geométricas reportadas previamente en la literatura, sino que además muestran que la razón L/t desempeña un papel adicional en el control del error, evidenciando que la longitud relativa del dispositivo también condiciona la validez del modelo. Fuera de estos rangos (especialmente en dispositivos con espesores grandes o con anchos elevados) la precisión del modelo disminuye, lo que justifica el uso de métodos de regresión estadística para mejorar la estimación de las propiedades mecánicas en todo el espacio geométrico analizado.

5.3.1.2. Aleación SMA CAB0.48–A(-24)

En esta sección se analiza la precisión de la ecuación formulada para estimar la rigidez inicial de dispositivos *U-Shaped* fabricados con aleación con memoria de forma CuAlBe (SMA CAB0.48–A(-24)), considerando las mismas 144 configuraciones geométricas evaluadas previamente. Los resultados numéricos se compararon con las predicciones analíticas mediante el cálculo del error absoluto y relativo, lo que permite evaluar cuantitativamente la validez del modelo en este material.

Las Figuras 5.6 y 5.7 presentan, de forma compacta, los errores absoluto y relativo frente a los parámetros geométricos (L , H , B , t) y las relaciones adimensionales (L/t , H/t , L/B , B/t). En cada subfigura se incluye el coeficiente de correlación de Pearson (r) y el valor p , lo que facilita identificar las tendencias geométricas que gobiernan la precisión del modelo.

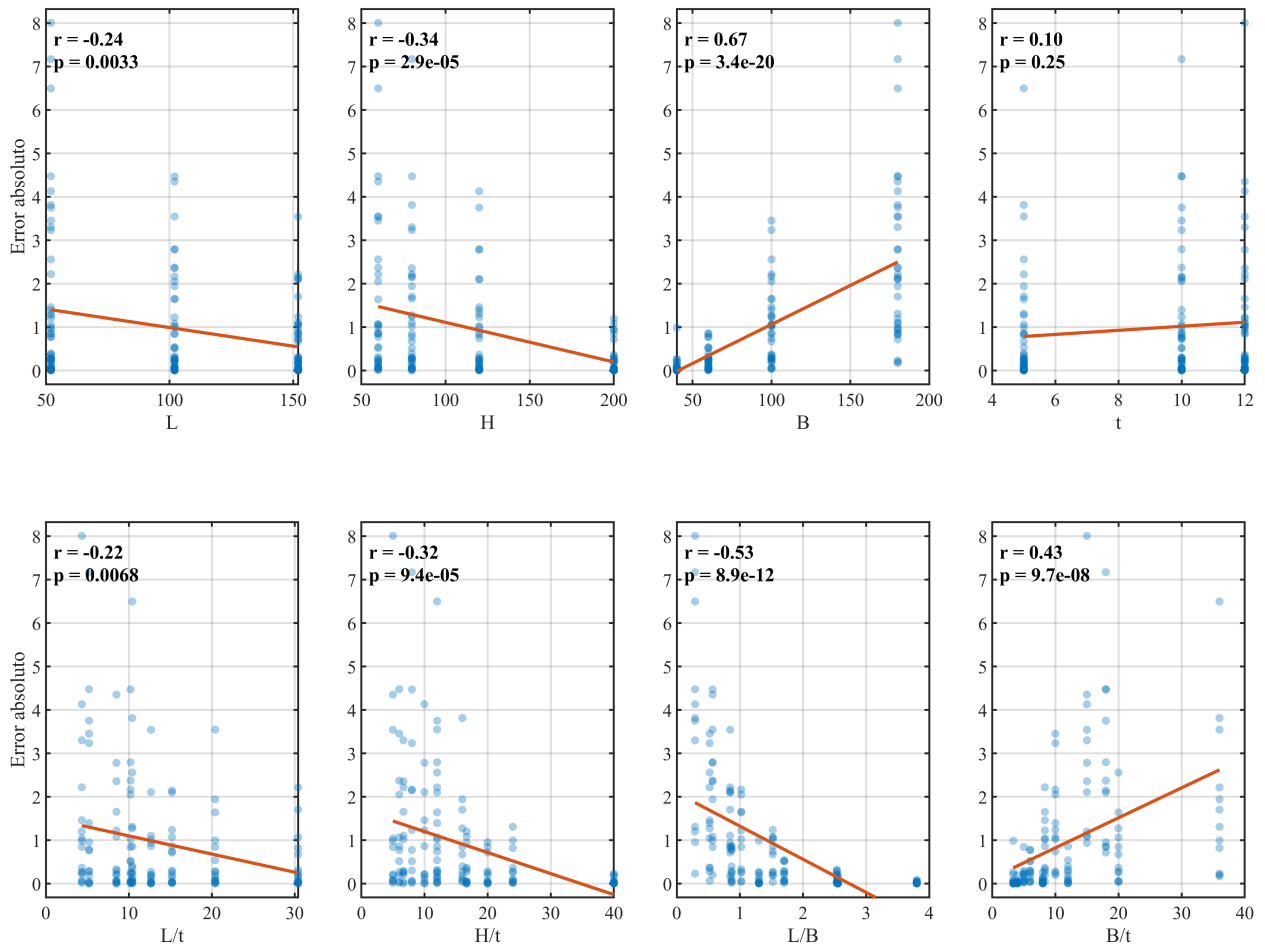


Figura 5.6: Error absoluto [kN/mm] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en SMA CAB0.48-A(-24).

Los resultados muestran que el error absoluto disminuye al aumentar la altura (H), la longitud (L) y las relaciones geométricas H/t , L/t y L/B , con correlaciones negativas entre $r = -0.22$ y $r = -0.53$. Esto indica que configuraciones en las que la longitud o la altura son grandes en comparación con el espesor o el ancho tienden a ajustarse mejor al modelo. En contraste, el ancho B y la razón B/t presentan correlaciones positivas ($r = 0.43$ a 0.67), lo que refleja un incremento del error en dispositivos relativamente más anchos o con espesores elevados.

El análisis del error relativo complementa estas observaciones. Se identifican correlaciones positivas marcadas entre B/t y el error relativo ($r = 0.83$) y entre B y el error relativo ($r = 0.56$), lo que indica que configuraciones con anchos o espesores mayores tienden a incrementar la discrepancia porcentual. De forma consistente, se observa una correlación negativa entre t y el error relativo ($r = -0.66$), lo que refleja que espesores más pequeños, aunque generen errores absolutos reducidos, pueden producir variaciones relativas más altas. Por otro lado, la razón L/B mantiene un comportamiento favorable ($r = -0.43$), indicando que configuraciones cuya

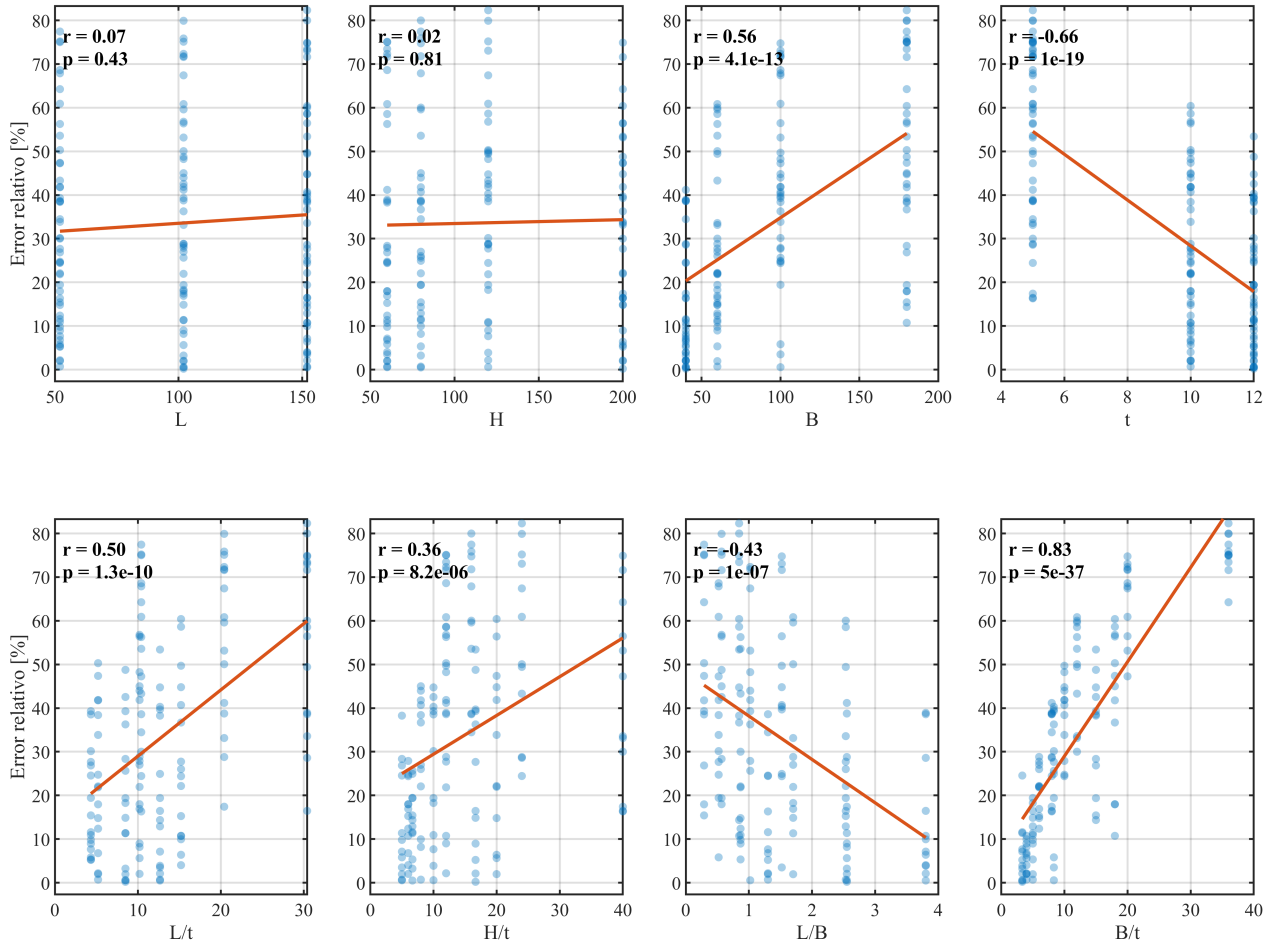


Figura 5.7: Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la rigidez inicial en SMA CAB0.48-A(-24).

longitud es considerable respecto de su ancho presentan menores discrepancias relativas.

Estos patrones coinciden con lo reportado por González [5], quien identificó las relaciones H/t , B/t y L/B como parámetros geométricos relevantes para describir la rigidez inicial en dispositivos fabricados en acero A36. En el presente estudio se observa que dichas tendencias también se manifiestan para la aleación *CAB0.48-A(-24)*, y se incorpora adicionalmente la razón L/t , la cual mostró una influencia directa en la variación del error. Esto confirma que las relaciones adimensionales analizadas dependen principalmente de la geometría del dispositivo, ya que ninguna de ellas involucra parámetros propios del material.

En conjunto, los resultados permiten proponer que el modelo analítico es aplicable en configuraciones con $H/t > 20$, $L/t > 15$ y $L/B > 2$, rangos donde los errores absolutos se mantienen bajo 2 kN/mm y los errores relativos se sitúan en torno al 20–30 %. En cambio, configuraciones con $B \geq 150$ mm o $B/t > 20$ presentan una reducción apreciable en la precisión del modelo.

Bajo dichas condiciones, resulta necesario recurrir a métodos alternativos de estimación, como modelos de regresión estadística (p. ej., procesos gaussianos) o simulaciones numéricas mediante elementos finitos, con el fin de obtener predicciones más cercanas al comportamiento estructural real.

5.3.2. Evaluación de la fuerza de fluencia

5.3.2.1. Acero A36

En esta sección se evalúa la precisión de la ecuación analítica formulada en el Capítulo 3 para estimar la fuerza de fluencia en dispositivos *U-Shaped* fabricados con acero A36. El análisis se realizó para las 144 configuraciones geométricas del diseño factorial. Para cada caso, se aplicó un desplazamiento impuesto definido mediante la Ecuación 5.1, y los valores obtenidos mediante análisis por elementos finitos (MEF) se compararon con las predicciones analíticas mediante el cálculo del error absoluto y relativo.

Las Figuras 5.8 y 5.9 presentan de manera compacta el error absoluto y el error relativo en función de los parámetros geométricos (L , H , B , t) y de las relaciones adimensionales (L/t , H/t , L/B , B/t). Cada subfigura incluye el coeficiente de correlación de Pearson (r) y su nivel de significancia (p), los cuales permiten cuantificar la relación entre cada variable geométrica y la magnitud del error asociado. Valores de $r < 0$ indican que el error disminuye al aumentar el parámetro, mientras que $r > 0$ refleja un incremento del error.

Los resultados indican que el error absoluto disminuye a medida que aumentan la longitud y la altura del dispositivo, observándose correlaciones negativas moderadas ($r = -0.32$ y $r = -0.30$). Esto sugiere que configuraciones con mayores proporciones L/t y H/t presentan una mejor concordancia con la ecuación analítica. En contraste, las variables B y t muestran correlaciones positivas ($r = 0.50$ y $r = 0.32$), lo que indica que dispositivos relativamente más anchos o con espesores elevados tienden a presentar mayores discrepancias, alcanzando valores de error absoluto cercanos a 20–25 kN en configuraciones extremas.

Al considerar las relaciones adimensionales, se observa un patrón más definido: L/t , H/t y L/B presentan correlaciones negativas significativas ($r = -0.38$, $r = -0.40$ y $r = -0.54$, respectivamente), lo que confirma que la geometría relativa (y no los valores absolutos) influye de manera directa en la validez de la ecuación analítica. En particular, para $H/t > 20$ y $L/B > 2$, los errores absolutos se mantienen bajo 5 kN. Por otro lado, la relación B/t presenta una correlación positiva leve ($r = 0.19$), indicando que un aumento del espesor relativo al ancho reduce gradualmente la precisión del modelo.

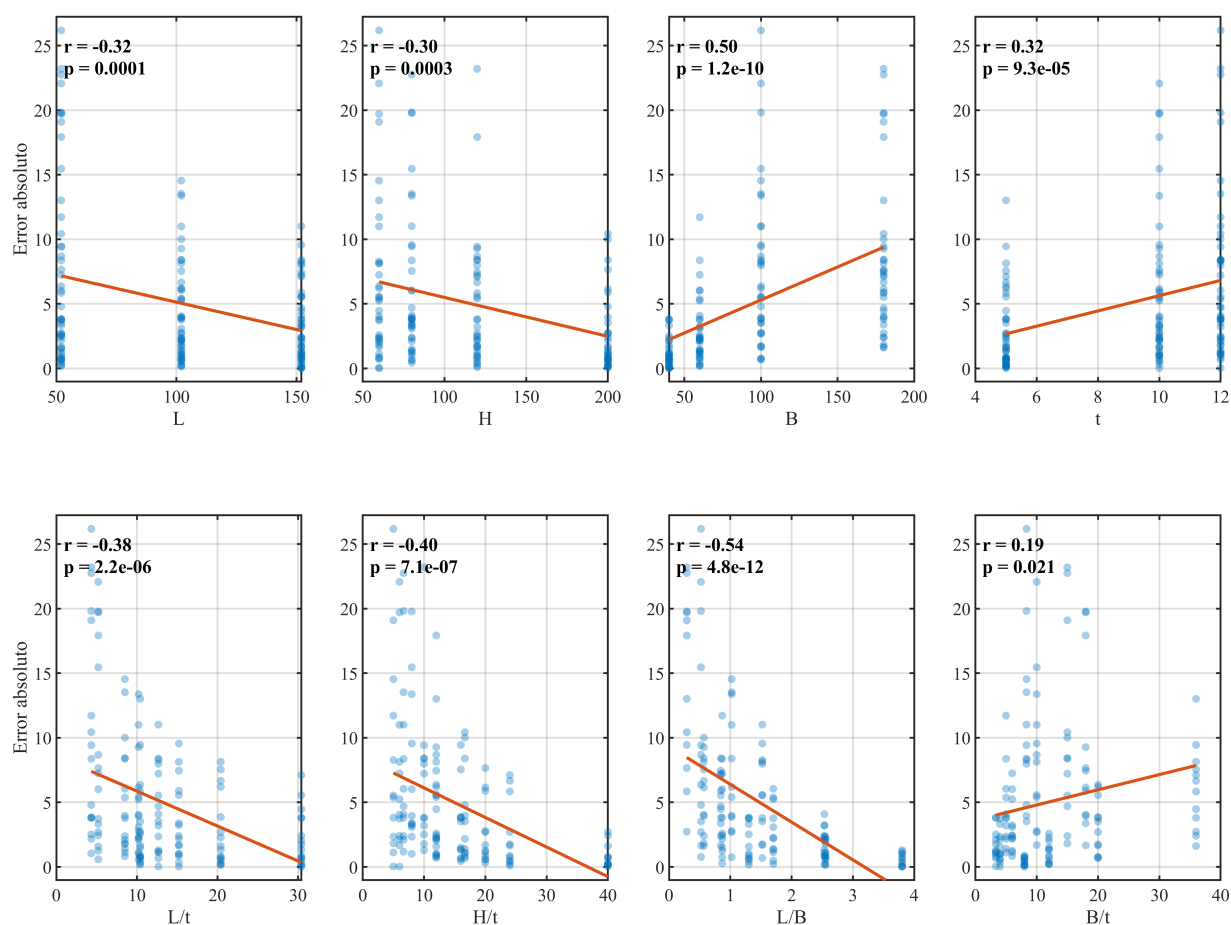


Figura 5.8: Error absoluto [kN] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en acero A36.

El análisis del error relativo complementa estas conclusiones. En configuraciones donde la fuerza de fluencia es baja, pequeñas diferencias en magnitud absoluta se traducen en variaciones porcentuales altas. Se observa que L/B presenta nuevamente la correlación negativa más fuerte ($r = -0.49$), mientras que B/t mantiene una correlación positiva ($r = 0.45$), lo que refuerza que dispositivos anchos o con espesores grandes presentan mayores discrepancias relativas.

En conjunto, estos resultados son consistentes con los hallazgos de González [5], quien identificó H/t , B/t y L/B como parámetros geométricos relevantes para predecir la fluencia en acero A36. En este trabajo se confirma su importancia y se incorpora además la razón L/t , la cual mostró una correlación negativa significativa, por lo que se considera un parámetro geométrico adicional a incorporar en el análisis.

En síntesis, la ecuación analítica para la fuerza de fluencia en acero A36 presenta un desempeño satisfactorio en configuraciones con $H/t > 20$, $L/t > 15$ y $L/B > 2$, donde los errores absolutos se mantienen por debajo de 10 kN y los errores relativos bajo el 20%. En cambio, la

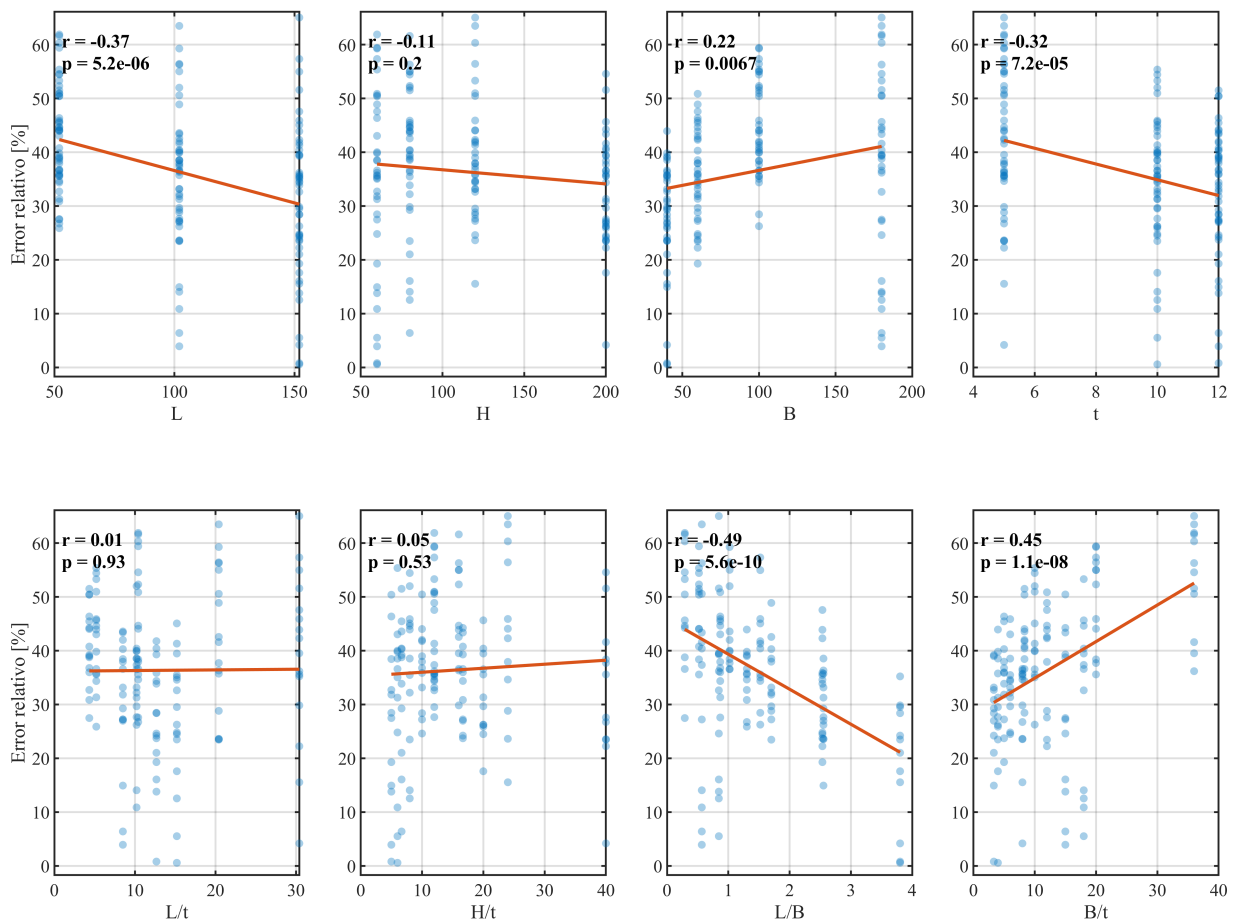


Figura 5.9: Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en acero A36.

precisión disminuye en dispositivos anchos ($B \geq 180$ mm) o con espesores grandes ($t \geq 12$ mm), donde la ecuación tiende a sobrestimar la resistencia. Bajo estas condiciones, resulta necesario complementar la ecuación analítica con métodos alternativos de estimación, tales como modelos de regresión estadística (p. ej., procesos gaussianos) o simulaciones adicionales mediante elementos finitos, con el fin de mejorar la capacidad predictiva en todo el espacio geométrico considerado.

5.3.2.2. Aleación SMA CAB0.48-A(-24)

Las Figuras 5.10 y 5.11 muestran el error absoluto y relativo en la estimación de la fuerza de fluencia para dispositivos *U-Shaped* fabricados con la aleación superelástica CAB0.48-A(-24). El análisis se realiza en función de los parámetros geométricos y sus combinaciones adimensionales, lo que permite evaluar la validez del modelo formulado y determinar los rangos geométricos donde las predicciones analíticas resultan confiables.

De manera general, el ancho B es la variable con mayor incidencia en la precisión. Se observa una correlación positiva fuerte ($r = 0.59$ en error absoluto y $r = 0.47$ en error relativo), evidenciando que configuraciones más anchas incrementan de manera significativa las discrepancias entre el modelo analítico y el análisis por elementos finitos, alcanzando errores absolutos superiores a 20 kN y errores relativos mayores al 40 % para $B \geq 180$ mm.

En contraste, tanto la altura H como la longitud L presentan correlaciones negativas moderadas ($r = -0.33$ y $r = -0.27$ en error absoluto; $r = -0.37$ y $r = -0.27$ en error relativo). Esto indica que geometrías más altas y largas reducen el error asociado, estabilizándose por debajo de 5 kN y con errores relativos del orden del 20–25 % cuando $H \geq 150$ mm y $L \geq 120$ mm.

El espesor t también influye en la precisión: el error absoluto aumenta para espesores mayores ($r = 0.29$), especialmente cuando $t = 10$ – 12 mm, donde puede superar los 10 kN. Aunque la correlación en términos relativos no es significativa ($r = -0.10$), la tendencia general confirma que secciones más delgadas favorecen una mejor concordancia con el modelo.

Las relaciones adimensionales entregan patrones más claros: - H/t y L/t presentan correlaciones negativas ($r = -0.41$ y $r = -0.34$ en error absoluto), confirmando que una mayor esbeltez vertical o longitudinal mejora la validez del modelo. Para $H/t > 20$ y $L/t > 15$, los errores absolutos permanecen bajo 5 kN. - L/B muestra la correlación negativa más fuerte ($r = -0.54$ en error absoluto y $r = -0.60$ en error relativo), lo que indica que configuraciones con proporciones alargadas en planta ($L/B > 2$) presentan un ajuste notablemente mejor. - B/t presenta correlaciones positivas ($r = 0.26$ y $r = 0.46$), evidenciando que relaciones elevadas amplifican el error relativo, alcanzando valores superiores al 50 % para $B/t > 20$.

En síntesis, el modelo analítico para la aleación *CAB0.48-A(-24)* resulta confiable en configuraciones con alta esbeltez ($H/t > 20$, $L/t > 15$, $L/B > 2$), donde los errores absolutos se mantienen bajo 5–10 kN y los relativos bajo 25–30 %. Por el contrario, se identifican limitaciones en geometrías muy anchas ($B > 120$ mm) o con relaciones $B/t > 20$, donde se incrementan de manera importante las discrepancias entre las predicciones analíticas y los resultados del modelo por elementos finitos. Estos resultados refuerzan la utilidad de las variables adimensionales como indicadores de aplicabilidad del modelo dentro del espacio geométrico considerado.

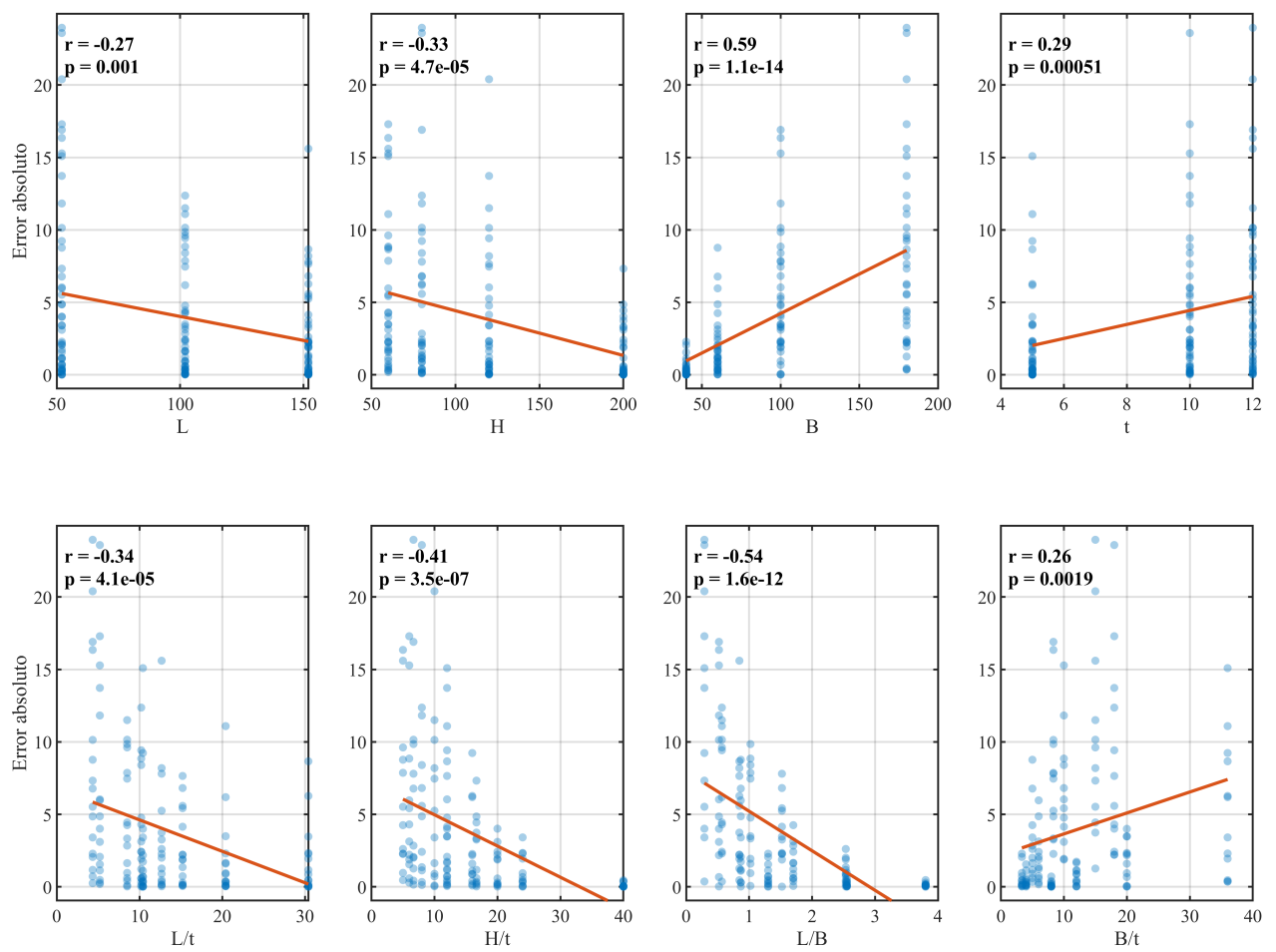


Figura 5.10: Error absoluto [kN] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en la aleación *CABO.48-A(-24)*.

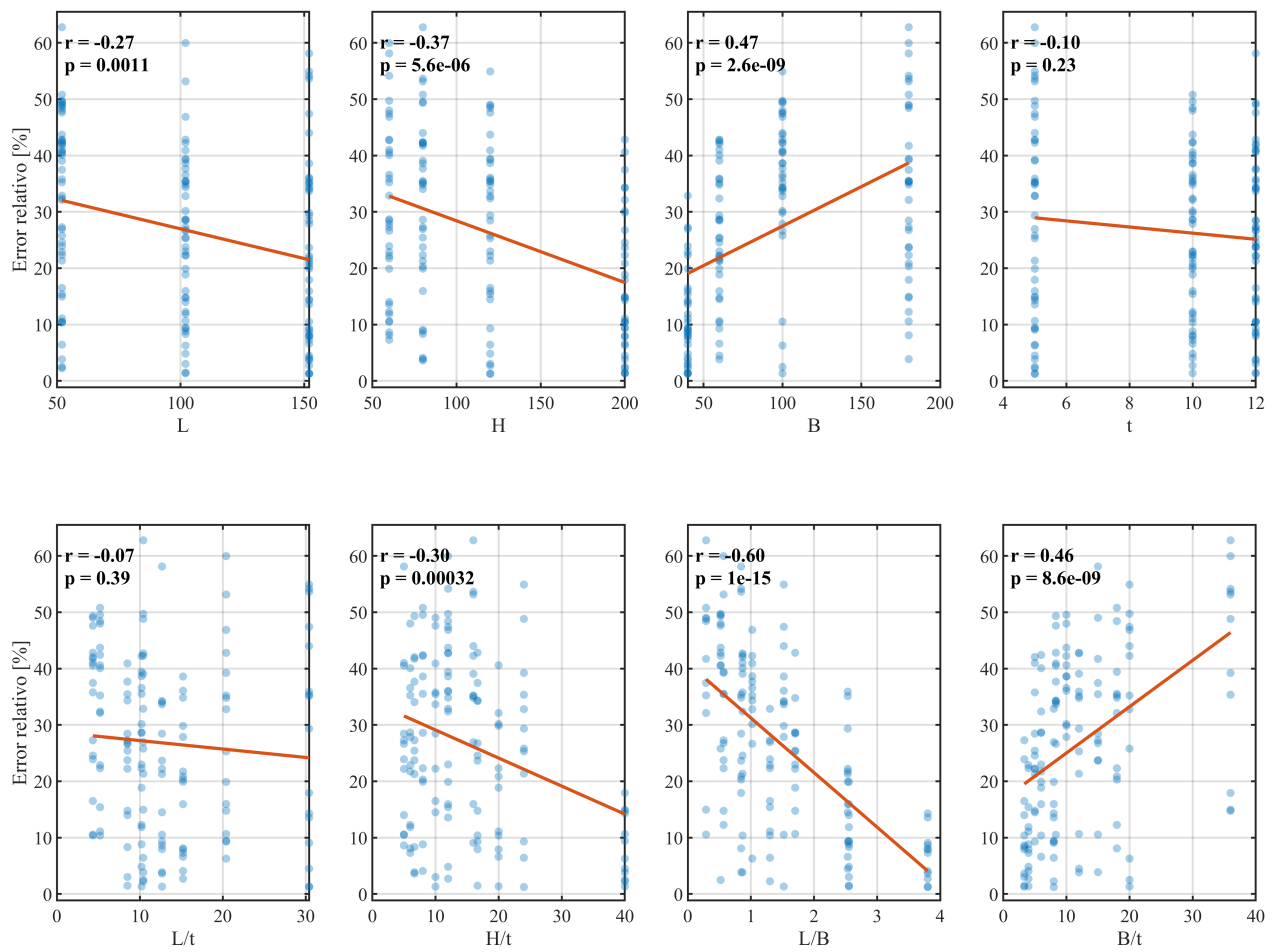


Figura 5.11: Error relativo [%] frente a parámetros geométricos y relaciones adimensionales para la fuerza de fluencia en la aleación *CAB0.48-A(-24)*.

5.3.3. Síntesis de rangos válidos y discusión final

A partir del análisis desarrollado en la Sección 5.3 fue posible identificar los rangos geométricos dentro de los cuales las *ecuaciones analíticas formuladas en las Secciones 3.3 y 3.4* entregan predicciones consistentes para la rigidez inicial y la fuerza de fluencia de los dispositivos tipo *U-Shaped*. Dichas ecuaciones se basan en el equilibrio interno de momentos, el uso de la teoría de vigas de Euler–Bernoulli y las expresiones derivadas para la curvatura y la deformación en las ramas curvas del dispositivo.

La validación del modelo se llevó a cabo mediante un análisis combinado del error absoluto y relativo. El error absoluto permitió cuantificar la discrepancia directa entre la predicción analítica y la simulación numérica por elementos finitos, mientras que el error relativo evidenció la sensibilidad porcentual frente a valores de respuesta pequeños, lo cual es especialmente relevante en configuraciones de baja rigidez o fuerza. El uso conjunto de ambas métricas evitó conclusiones sesgadas por un único indicador y permitió establecer tendencias geométricas estadísticamente consistentes.

Los resultados muestran que el modelo analítico mantiene un desempeño adecuado en configuraciones de alta esbeltez. En particular, tanto la rigidez inicial como la fuerza de fluencia se estiman con buena concordancia para relaciones geométricas $L/t \geq 25$, $H/t \geq 15$, B/t en el rango 5–15 y $L/B \geq 1.0$. Dentro de estos intervalos, los errores absolutos permanecen por debajo de 10 kN/mm o 10 kN, mientras que los errores relativos se mantienen en el orden del 20–30%. Esto confirma que las hipótesis utilizadas en la formulación (en particular, la suposición de que la respuesta está gobernada por flexión pura según el modelo unidimensional de Euler–Bernoulli) resultan apropiadas cuando el dispositivo presenta una geometría delgada en comparación con sus otras dimensiones.

El análisis de sensibilidad reveló además la importancia del ancho B como variable crítica. La teoría clásica de vigas asume que la longitud domina sobre el ancho ($L/B \gg 1$), lo que permite aproximar el comportamiento del dispositivo como predominantemente flexional en una dimensión. Sin embargo, cuando esta condición no se cumple y $L/B < 1$, el dispositivo presenta un comportamiento estructural más cercano al de una placa, donde adquieren relevancia deformaciones bidimensionales y esfuerzos de corte transversales que no están considerados en la formulación analítica. Esto explica la dispersión observada en los errores para configuraciones poco esbeltas en planta y subraya la necesidad de un modelo alternativo para dichos casos.

La comparación entre materiales mostró patrones similares de sensibilidad geométrica, aunque con diferencias en la magnitud de los errores. Los dispositivos fabricados con la aleación super-

elástica $CAB0.48-A(-24)$ presentaron discrepancias menores respecto a las ecuaciones analíticas en comparación con el acero A36. Esta menor sensibilidad se debe a la rigidez más baja del SMA en el rango pseudoelástico, lo que reduce la influencia de los efectos no considerados en el modelo, tales como el confinamiento, las deformaciones por corte o las interacciones locales en los contactos.

Las simulaciones numéricas evidenciaron además la aparición de fuerzas internas de contacto entre los brazos del dispositivo y las placas de confinamiento, las cuales no se incluyen en el diagrama de cuerpo libre idealizado presentado en la Sección 3.3. Estas fuerzas:

- dependen de la configuración deformada del sistema;
- varían con la geometría y las propiedades del material;
- y no pueden representarse mediante expresiones analíticas cerradas.

La presencia de estas interacciones explica incrementos localizados en los errores incluso dentro de los rangos geométricos válidos, constituyendo una limitación inherente de la formulación analítica.

Considerando estas limitaciones geométricas y mecánicas, se propone en la siguiente sección un modelo complementario basado en regresión mediante procesos gaussianos (GPR). Este método permite predecir directamente la rigidez inicial y la fuerza de fluencia a partir de las variables geométricas, incorporando de forma implícita los efectos no considerados por las ecuaciones analíticas (como las deformaciones por corte, las fuerzas de contacto y las no linealidades locales). El GPR no reemplaza al modelo analítico, sino que extiende su aplicabilidad en el espacio geométrico donde sus hipótesis dejan de ser válidas.

5.4. Predicción de Rigidez Inicial y Fuerza de Fluencia

A partir del análisis desarrollado en la sección anterior, se plantea la necesidad de evaluar la capacidad de generalización de las ecuaciones formuladas frente a nuevas configuraciones geométricas. En este contexto, resulta pertinente el desarrollo de herramientas predictivas que permitan estimar la rigidez inicial elástica y la fuerza de fluencia de dispositivos *U-Shaped*, sin necesidad de recurrir a nuevas simulaciones numéricas.

Para ello, se propone implementar dos códigos independientes desarrollados en MATLAB [59], orientados respectivamente a la predicción de la rigidez inicial (K) y de la fuerza de fluencia (F). Ambos códigos se basan en la técnica de regresión por procesos gaussianos (Gaussian Process

Regression, GPR) [8], entrenados a partir de los resultados obtenidos mediante simulaciones numéricas para los materiales acero A36 y aleación CAB0.48-A(-24).

La técnica GPR permite modelar la relación entre las variables geométricas de entrada (L, H, B, t) y las propiedades mecánicas de salida (K o F), entregando tanto una predicción puntual como una estimación de la incertidumbre asociada. Esto resulta especialmente útil en escenarios con conjuntos de datos moderados, donde es necesario cuantificar la variabilidad de las predicciones sin recurrir a modelos altamente parametrizados.

La regresión por procesos gaussianos pertenece al marco del aprendizaje supervisado y se caracteriza por ser un método no paramétrico y probabilístico. Estas propiedades la hacen adecuada para el problema en estudio, ya que no requiere asumir una ecuación fija que relacione la geometría con la respuesta mecánica. En su lugar, el modelo aprende directamente a partir de los datos las dependencias (lineales o no lineales) presentes en el comportamiento del dispositivo, permitiendo capturar efectos asociados a la geometría que no están incorporados explícitamente en las ecuaciones analíticas.

Antes de abordar el funcionamiento específico de los códigos desarrollados, se presenta a continuación una descripción general de los fundamentos teóricos de la regresión por procesos gaussianos, en base a las referencias de Rasmussen & Williams [8] y Rius [60].

1. Fundamentos teóricos del Proceso Gaussiano

La regresión por procesos gaussianos (GPR, por sus siglas en inglés) es una técnica de aprendizaje supervisado no paramétrica, ampliamente utilizada para problemas de regresión donde se desea predecir una variable continua a partir de una o más variables de entrada. Su principal ventaja radica en que, en lugar de ajustar una función fija a los datos, GPR define una distribución sobre funciones posibles, proporcionando no solo una predicción puntual, sino también una medida de incertidumbre asociada a cada predicción.

En el presente estudio, se emplea GPR para estimar la rigidez inicial y la fuerza de fluencia a partir de cuatro variables geométricas: longitud desde el último perno hasta antes de la curvatura (L), altura (H), ancho (B) y espesor (t). En la Figura 5.12 se ilustran estas dimensiones características del dispositivo *U-Shaped*, que constituyen las variables de entrada del modelo. Esta sección presenta una descripción detallada del funcionamiento teórico de los procesos gaussianos y su aplicación específica al problema planteado.

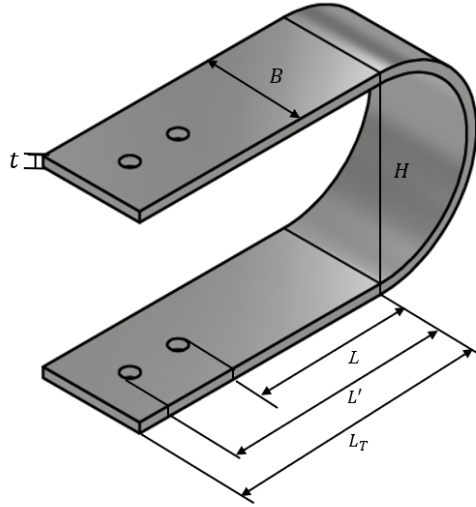


Figura 5.12: Dimensiones geométricas consideradas en el dispositivo *U-Shaped*: longitud L , altura H , base B y espesor t .

2. Distribución normal y multivariada

La distribución normal (o gaussiana) es una de las más utilizadas en estadística y modelado probabilístico. Se caracteriza por una función de densidad que depende de dos parámetros: la media μ y la varianza σ^2 . En su forma univariante (una sola variable aleatoria), la función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

donde $x \in \mathbb{R}$ es una variable escalar aleatoria, μ representa el valor esperado y σ^2 la varianza de esa variable.

Para el caso multivariado, se considera un vector aleatorio $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$, compuesto por p variables aleatorias correlacionadas. La distribución normal multivariada extiende la forma univariante a múltiples dimensiones, y su función de densidad está definida como:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p |\boldsymbol{\Sigma}|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right),$$

donde:

- $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_p]^T$ es un vector columna con las variables aleatorias.
- $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p]^T$ es el vector de medias.

- $\Sigma \in \mathbb{R}^{p \times p}$ es la matriz de covarianza, que contiene en su diagonal las varianzas de cada variable y fuera de la diagonal las covarianzas entre pares de variables.

Esta distribución multivariada es fundamental para la regresión por procesos gaussianos, ya que se asume que los valores de la función a predecir, evaluados en distintos puntos del espacio de entrada, están correlacionados y se distribuyen según una normal multivariada. La estructura de estas correlaciones se define mediante el *kernel*, o función de covarianza, el cual es una función matemática que, al evaluarse entre pares de puntos de entrada, permite construir la matriz de covarianza Σ .

3. Definición de Proceso Gaussiano

Un proceso gaussiano (GP) es un modelo probabilístico que permite realizar predicciones sobre funciones completas, en lugar de valores puntuales. A diferencia de métodos deterministas que ajustan una única función a los datos, un GP define una distribución sobre un conjunto infinito de funciones posibles, todas consistentes con los datos observados. Esto se logra extendiendo la idea de la distribución normal multivariada a un número infinito de dimensiones.

Formalmente, se define como:

$$f(\mathbf{x}) \sim \mathcal{GP}(m(\mathbf{x}), k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')),$$

donde:

- $m(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[f(\mathbf{x})]$ es la función de media, que representa el valor esperado de la función en el punto \mathbf{x} ,
- $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \text{Cov}(f(\mathbf{x}), f(\mathbf{x}'))$ es la función de covarianza o kernel, que modela la correlación entre los valores de la función en los puntos \mathbf{x} y \mathbf{x}' .

En este contexto, los vectores \mathbf{x} y \mathbf{x}' representan combinaciones de variables de entrada. Por ejemplo, en este estudio, cada vector corresponde a una configuración geométrica del dispositivo *U-shaped*, es decir:

$$\mathbf{x} = \{L, H, B, t\} \quad \text{y} \quad \mathbf{x}' = \{L', H', B', t'\}$$

donde L es la longitud desde el último perno hasta la curvatura, H es la altura, B la base y t el espesor. El kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ calcula la similitud entre dos combinaciones geométricas distintas:

si \mathbf{x} y \mathbf{x}' son similares, se espera que las salidas $f(\mathbf{x})$ y $f(\mathbf{x}')$ también lo sean.

Una propiedad importante de los procesos gaussianos es que, para cualquier conjunto finito de puntos $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$, las correspondientes evaluaciones de la función $f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_n)$ siguen una distribución normal multivariada. En la práctica, se suele asumir que la función de media es nula ($m(\mathbf{x}) = 0$), de modo que toda la capacidad predictiva del modelo depende del kernel elegido.

4. Funciones de covarianza (Kernels)

La función de covarianza o kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ es el núcleo del proceso gaussiano, ya que define la forma en que se relacionan dos puntos de entrada \mathbf{x} y \mathbf{x}' . Es decir, determina cuán similares se consideran las funciones evaluadas en esas dos combinaciones de entrada.

En términos prácticos, el kernel describe la suavidad, complejidad o variabilidad esperada de la función que se desea modelar. Por lo tanto, la elección del kernel influye directamente en la capacidad del modelo para ajustarse adecuadamente a los datos.

A continuación, se presentan los kernels evaluados en este estudio:

1. Kernel Exponencial Cuadrático (Squared Exponential):

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{2\ell^2}\right).$$

Este kernel genera funciones muy suaves y es adecuado cuando se espera que la variable de salida varíe de manera continua respecto a las variables geométricas.

2. Kernel Matérn 3/2:

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \left(1 + \frac{\sqrt{3}\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\ell}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{3}\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\ell}\right).$$

Este kernel permite funciones menos suaves que el exponencial cuadrático, lo que lo hace más flexible ante comportamientos mecánicos con transiciones más abruptas.

3. Kernel Racional Cuadrático (Rational Quadratic):

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \left(1 + \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{2\alpha\ell^2}\right)^{-\alpha}.$$

Puede interpretarse como una suma infinita de kernels exponenciales cuadrados con di-

ferentes escalas. Es útil cuando se sospecha que la función objetivo tiene variaciones en múltiples escalas de longitud.

4. Kernel ARD Exponencial Cuadrático (Automatic Relevance Determination Squared Exponential):

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_f^2 \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^d \frac{(x_i - x'_i)^2}{\ell_i^2} \right),$$

Este kernel extiende el exponencial cuadrático al asignar una longitud de escala distinta a cada variable de entrada. Es decir, evalúa la relevancia individual de cada parámetro geométrico (por ejemplo, longitud L , altura H , base B , espesor t) al proceso predictivo.

En estas expresiones:

- \mathbf{x} y \mathbf{x}' representan dos configuraciones geométricas diferentes,
- σ_f^2 es la varianza del proceso, que controla la amplitud de las funciones generadas,
- ℓ es la longitud de escala global, que regula cuánto influye la distancia entre puntos en la covarianza,
- ℓ_i corresponde a la longitud de escala individual en el caso del kernel ARD,
- α es un parámetro adicional que controla la forma del kernel racional cuadrático.

El uso del kernel ARD resulta especialmente relevante en este estudio, ya que permite identificar qué variables geométricas tienen mayor impacto en la estimación de las propiedades mecánicas. Así, se incorpora no solo la capacidad de predicción, sino también una herramienta de interpretación física del modelo entrenado.

5. Inferencia en GPR

Una vez que el modelo ha sido entrenado con un conjunto de datos, la inferencia en GPR consiste en predecir el valor de la salida (por ejemplo, la rigidez inicial K_{inicial}) para una nueva combinación de variables geométricas. Este proceso se fundamenta en el principio de que todos los valores de la función, tanto los conocidos como los que se desean predecir, se distribuyen conjuntamente según una distribución normal multivariada [8].

Antes de continuar, es importante distinguir las notaciones utilizadas:

- \mathbf{x} (minúscula, negrita) representa un vector individual de entrada, es decir, una única

geometría del dispositivo:

$$\mathbf{x} = [L, H, B, t] \in \mathbb{R}^d.$$

- \mathbf{X} (mayúscula, negrita) representa el conjunto completo de datos de entrada utilizados para entrenar el modelo. Cada fila corresponde a un vector \mathbf{x}_i :

$$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times d}.$$

Esta distinción es fundamental: los procesos gaussianos operan simultáneamente sobre un conjunto completo de entradas (la matriz \mathbf{X}), pero la predicción para un nuevo punto se realiza sobre un vector individual o un conjunto reducido de nuevos puntos (matriz \mathbf{X}_*).

Datos conocidos (entrenamiento):

- Entradas: $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]^T \in \mathbb{R}^{n \times d}$, donde cada vector fila $\mathbf{x}_i = [L_i, H_i, B_i, t_i]$ representa una geometría específica del conjunto de entrenamiento.
- Salidas: $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T \in \mathbb{R}^n$, donde cada y_i corresponde al valor de K_{inicial} o fuerza de fluencia asociado a \mathbf{X}_i .

Nuevo dato a predecir:

- $\mathbf{X}_* \in \mathbb{R}^{m \times d}$: matriz que contiene una o más nuevas combinaciones geométricas.
- Se desea estimar $f(\mathbf{X}_*)$, es decir, el valor de la propiedad mecánica para cada nueva configuración ingresada.

La GPR establece la siguiente distribución conjunta entre los valores conocidos y los que se desean predecir:

$$\begin{bmatrix} f(\mathbf{X}) \\ f(\mathbf{X}_*) \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_n^2 \mathbf{I} & K(\mathbf{X}, \mathbf{X}_*) \\ K(\mathbf{X}_*, \mathbf{X}) & K(\mathbf{X}_*, \mathbf{X}_*) \end{bmatrix} \right),$$

donde:

- $K(\mathbf{X}, \mathbf{X})$: matriz de covarianza entre las geometrías del conjunto de entrenamiento,
- $K(\mathbf{X}, \mathbf{X}_*)$: covarianza entre datos de entrenamiento y nuevos datos,
- $K(\mathbf{X}_*, \mathbf{X}_*)$: covarianza entre las nuevas geometrías,
- $\sigma_n^2 \mathbf{I}$: varianza del ruido asociada a las observaciones simuladas.

La distribución posterior (condicionada a los datos observados) también es normal y permite calcular:

Media (predicción):

$$\boldsymbol{\mu}_* = K(\mathbf{X}_*, \mathbf{X})[K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{y}$$

Varianza (incertidumbre):

$$\boldsymbol{\Sigma}_* = K(\mathbf{X}_*, \mathbf{X}_*) - K(\mathbf{X}_*, \mathbf{X})[K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}]^{-1} K(\mathbf{X}, \mathbf{X}_*)$$

Esto significa que para cada nueva geometría ingresada, el modelo entrega un valor esperado de la propiedad mecánica (como \mathbf{K}_2) y un intervalo de confianza que cuantifica la incertidumbre del modelo.

Cabe destacar que estas predicciones utilizan los hiperparámetros del kernel que fueron calibrados durante la etapa de entrenamiento. El proceso para ajustar dichos hiperparámetros se detalla en la siguiente sección.

6. Ajuste de hiperparámetros

Cada función de covarianza (o kernel) empleada en la regresión por procesos gaussianos posee ciertos parámetros internos conocidos como hiperparámetros. Estos hiperparámetros determinan cómo se comporta el modelo en cuanto a flexibilidad, capacidad de generalización y sensibilidad a las variables de entrada.

Por ejemplo, el kernel exponencial cuadrático con ARD (Automatic Relevance Determination), utilizado en este estudio, depende de los siguientes hiperparámetros:

- σ_f^2 : varianza del proceso gaussiano, que regula la amplitud de las funciones que el modelo puede generar.
- $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$: longitudes de escala (o longitudes características), asociadas a cada variable de entrada (L, H, B, t). Cada una controla cuán sensible es el modelo a variaciones en esa dimensión.
- σ_n^2 : varianza del ruido, que representa la incertidumbre o error inherente en los datos observados.

Estos hiperparámetros no se fijan manualmente, sino que se estiman automáticamente durante la etapa de entrenamiento del modelo. Este proceso de ajuste se basa en la maximización de

la verosimilitud marginal de los datos observados, es decir, se busca encontrar los valores de hiperparámetros que hacen que el modelo GPR sea más probable, dado el conjunto de datos de entrenamiento.

Dicho formalmente, los hiperparámetros conforman un vector $\boldsymbol{\theta} = (\sigma_f^2, \ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4, \sigma_n^2)$, a partir del cual se construye la matriz de covarianza \mathbf{K} . La verosimilitud marginal del modelo se expresa como:

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) = \mathcal{N}(\mathbf{y} | \mathbf{0}, \mathbf{K} + \sigma_n^2 \mathbf{I})$$

Para facilitar su optimización, se trabaja con el logaritmo negativo de la verosimilitud marginal, conocido como *Negative Log Marginal Likelihood* (NLL), el cual se minimiza numéricamente:

$$\text{NLL}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T (\mathbf{K} + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y} + \frac{1}{2} \log |\mathbf{K} + \sigma_n^2 \mathbf{I}| + \frac{n}{2} \log(2\pi).$$

Este procedimiento de ajuste se implementa mediante algoritmos de optimización internos en diversos entornos de software. En particular, en MATLAB se emplea la función `fitrgp` [59], la cual entrena el modelo GPR utilizando los datos de entrada y salida disponibles, y determina automáticamente los valores óptimos de los hiperparámetros que maximizan la verosimilitud marginal.

Es importante destacar que este proceso de ajuste se realiza una sola vez por cada kernel considerado, utilizando el conjunto completo de datos de entrenamiento. Una vez calibrado el modelo, estos hiperparámetros se mantienen fijos y se utilizan para realizar todas las predicciones posteriores. Por tanto, cuando se desea estimar la rigidez inicial o la fuerza de fluencia para nuevas combinaciones geométricas \mathbf{x}_* , no es necesario volver a ajustar los hiperparámetros, lo que reduce significativamente el costo computacional del modelo.

Este enfoque permite que la GPR combine eficiencia computacional con una sólida capacidad predictiva y una estimación explícita de la incertidumbre, lo cual es especialmente valioso en estudios como el presente, donde se trabaja con un número limitado de datos y se requiere interpretar el modelo de manera confiable.

7. Funcionamiento del modelo GPR

La Figura 5.13 presenta el flujo general del modelo de regresión por procesos gaussianos (GPR) desarrollado en este estudio. Como fue señalado previamente, este enfoque permite estimar las

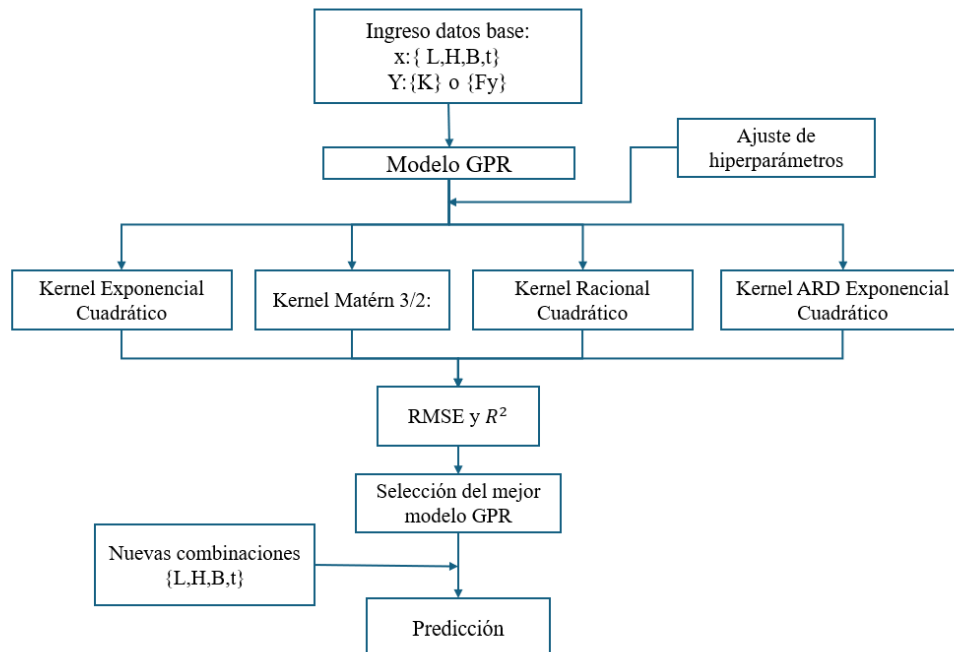


Figura 5.13: Funcionamiento general del modelo de regresión por procesos gaussianos (GPR).

propiedades mecánicas del dispositivo a partir de sus variables geométricas. El modelo fue implementado mediante códigos en MATLAB [59], los cuales se describen brevemente a continuación.

En el anexo se incluye el detalle completo de los códigos empleados tanto para la estimación de la rigidez inicial (K) como para la fuerza de fluencia (F). Cada uno de estos códigos sigue una estructura común, que se divide en dos etapas principales:

- Etapa 1: Entrenamiento y selección del modelo. El usuario debe especificar el material de interés (acero A36 o aleación CAB0.48-A(-24), lo que determina el archivo de datos a utilizar. Dichos archivos, en formato `.txt`, contienen las combinaciones geométricas de entrada (L, H, B, t) junto con los valores simulados de rigidez inicial (K) o fuerza de fluencia (F), según corresponda. El sistema entrena el modelo GPR mediante algoritmos internos de optimización disponibles en MATLAB [59], evaluando múltiples funciones núcleo (*kernels*) y seleccionando aquella que presenta el mejor desempeño de acuerdo con las métricas de ajuste.
- Etapa 2: Predicción para nuevas geometrías. Una vez entrenado el modelo, el usuario puede ingresar una nueva configuración geométrica para obtener la estimación correspondiente de rigidez o fuerza de fluencia. Esta predicción se entrega en unidades físicas consistentes, permitiendo evaluar casos nuevos sin necesidad de realizar simulaciones numéricas adicionales.

Este enfoque permite aplicar el modelo entrenado de manera rápida y con bajo costo computacional sobre nuevas configuraciones, tal como se resume en el flujo ilustrado en la Figura 5.13.

El desempeño del modelo se evaluó utilizando dos métricas clásicas en regresión:

- Error Cuadrático Medio (RMSE): Mide el error promedio entre los valores reales y los valores predichos por el modelo, y se expresa en las mismas unidades de la variable objetivo:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5.6)$$

- Coeficiente de determinación (R^2): Indica qué proporción de la variabilidad de los datos reales es explicada por el modelo. Se calcula a partir del cuadrado de la correlación lineal entre los valores reales y predichos:

$$R^2 = \left(\frac{\text{Cov}(y, \hat{y})}{\sigma_y \cdot \sigma_{\hat{y}}} \right)^2 = (\text{corr}(y, \hat{y}))^2, \quad (5.7)$$

donde y_i corresponde a los valores reales, \hat{y}_i a los valores predichos por el modelo, n al número total de observaciones, y σ_y y $\sigma_{\hat{y}}$ a las desviaciones estándar de los conjuntos reales y predichos, respectivamente.

Un RMSE bajo indica mayor precisión absoluta, mientras que un R^2 cercano a 1 refleja una alta capacidad explicativa del modelo.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para la rigidez inicial y la fuerza de fluencia, tanto para el acero A36 como para la aleación con memoria de forma CAB0.48-A(-24). Los resultados fueron analizados en función del desempeño del modelo de regresión por procesos gaussianos (GPR), considerando el ajuste entre las predicciones y los valores numéricos obtenidos en ANSYS, así como el comportamiento de los residuos y las métricas estadísticas RMSE y R^2 .

Los gráficos de dispersión de las Figuras 5.14 y 5.15 permiten visualizar la relación entre los valores estimados por el modelo y los valores reales obtenidos mediante simulación numérica. Una buena correspondencia se refleja en la proximidad de los puntos a la línea 1:1, mientras que los gráficos de residuos permiten identificar sesgos o patrones de error sistemático.

En el caso de la rigidez inicial (K) para el acero A36, el modelo muestra una alineación casi

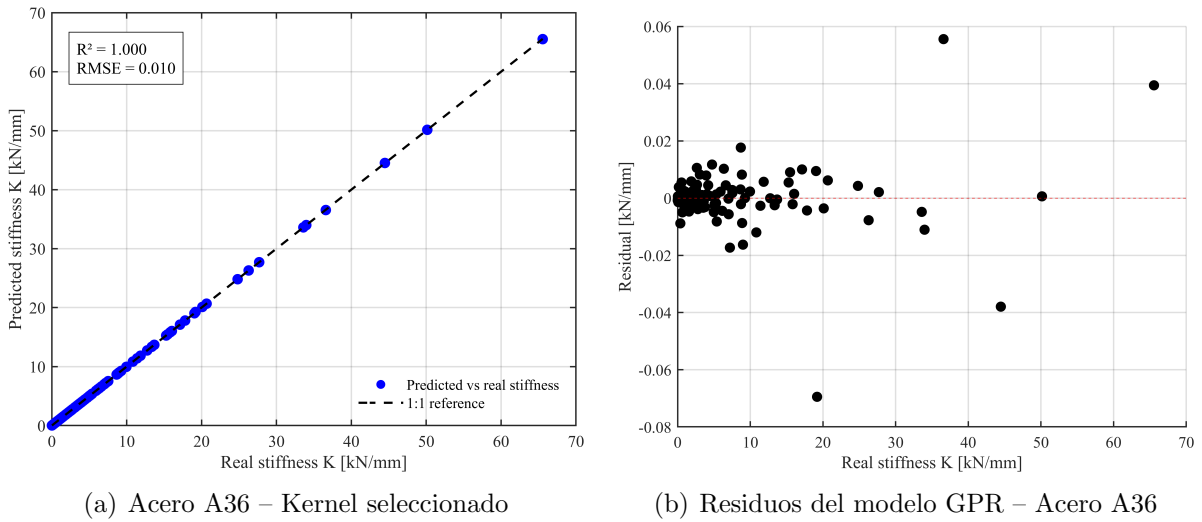


Figura 5.14: Predicción de la rigidez inicial mediante GPR para el acero A36.

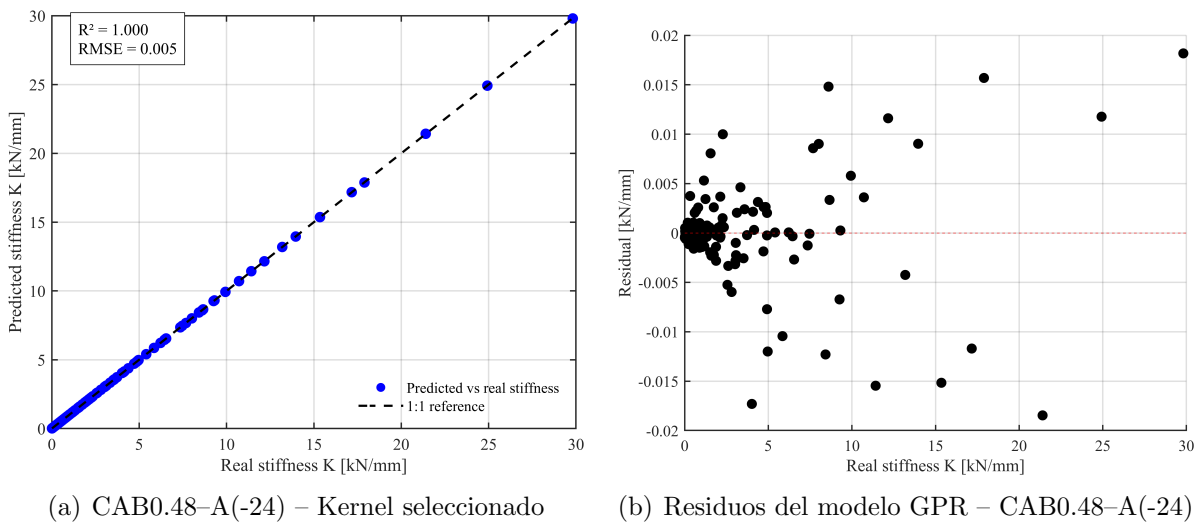


Figura 5.15: Predicción de la rigidez inicial mediante GPR para la aleación CAB0.48-A(-24).

perfecta con la línea de referencia, con un coeficiente de determinación $R^2 = 1.000$ y un error cuadrático medio $RMSE = 0.010$ kN/mm. Los residuos (Figura 5.14) se distribuyen de manera centrada en torno a cero, con una dispersión inferior a ± 0.06 kN/mm. Solo se observa una ligera subestimación en configuraciones de alta rigidez, asociada a mayores espesores t , donde el acero presenta una respuesta más sensible a pequeñas variaciones geométricas.

En la aleación CAB0.48-A(-24), el comportamiento es aún más preciso (Figura 5.15), alcanzando un $R^2 = 1.000$ y un $RMSE = 0.005$ kN/mm. Los residuos están perfectamente centrados en torno a cero, confirmando que el modelo reproduce con gran exactitud la relación entre las variables geométricas y la rigidez inicial. Este resultado se atribuye a la naturaleza pseudoelástica del material, cuya relación entre geometría y rigidez es más suave y continua que en el caso

del acero.

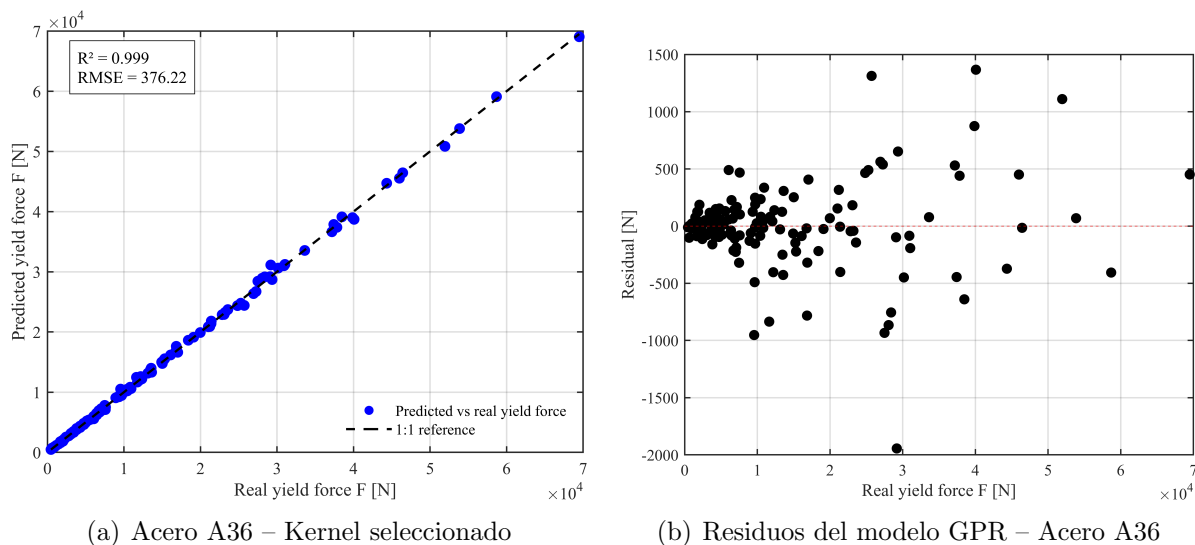


Figura 5.16: Predicción de la fuerza de fluencia mediante GPR para el acero A36.

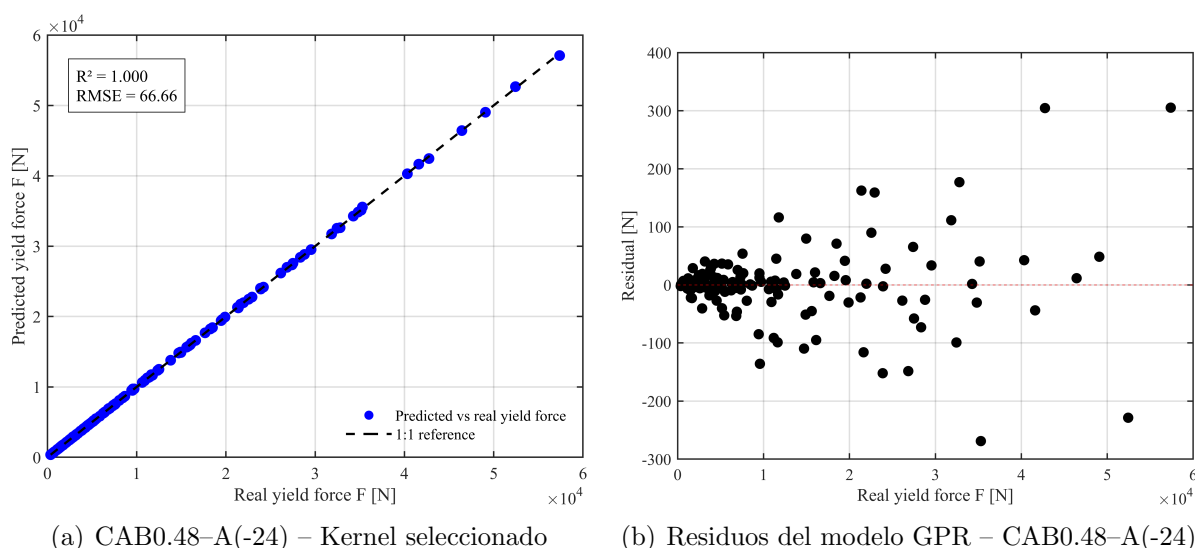


Figura 5.17: Predicción de la fuerza de fluencia mediante GPR para la aleación CAB0.48-A(-24).

Para la fuerza de fluencia (F), los resultados representados en las Figuras 5.16 y 5.17 muestran un ajuste igualmente satisfactorio. En el acero A36, el modelo presenta un $R^2 = 0.999$ y un $RMSE = 376.22$ N, aunque los residuos exhiben una leve asimetría negativa en las configuraciones de mayor fuerza, lo que sugiere una ligera subestimación. Este fenómeno puede explicarse por la naturaleza abrupta de la transición elástico-plástica en el acero, donde pequeñas variaciones geométricas producen cambios significativos en la respuesta.

Por otro lado, la aleación CAB0.48-A(-24) evidencia un ajuste casi perfecto, con $R^2 = 1.000$

y $RMSE = 66.66$ N. Los residuos permanecen distribuidos de manera simétrica alrededor del eje cero, confirmando una excelente estabilidad predictiva. La respuesta gradual de este material facilita la interpolación del modelo GPR, reduciendo la dispersión en todo el dominio geométrico.

Los valores de desempeño estadístico para cada tipo de kernel se resumen en las Tablas 5.4 y 5.5. En ambos materiales, el kernel `matern32` presentó los menores errores y los mayores R^2 , demostrando un equilibrio óptimo entre suavidad y flexibilidad en la representación de relaciones no lineales.

Tabla 5.4: Desempeño del modelo GPR en la predicción de rigidez inicial para acero A36 y CAB0.48-A(-24).

Kernel	RMSE A36	R^2 A36	RMSE CAB0.48-A(-24)	R^2 CAB0.48-A(-24)
<code>squardexponential</code>	0.4266	0.9982	0.0898	0.9997
<code>matern32</code>	0.0100	1.0000	0.0050	1.0000
<code>rationalquadratic</code>	0.4123	0.9983	0.0841	0.9997
<code>ardsquardexponential</code>	0.2123	0.9996	0.0181	1.0000

Tabla 5.5: Desempeño del modelo GPR en la predicción de fuerza de fluencia para acero A36 y CAB0.48-A(-24).

Kernel	RMSE A36	R^2 A36	RMSE CAB0.48-A(-24)	R^2 CAB0.48-A(-24)
<code>squardexponential</code>	782.39	0.9967	524.36	0.9982
<code>matern32</code>	376.22	0.9990	66.66	1.0000
<code>rationalquadratic</code>	677.91	0.9975	474.96	0.9985
<code>ardsquardexponential</code>	603.88	0.9980	230.13	0.9996

Como se aprecia en la Tabla 5.4, el kernel `matern32` entrega los mejores resultados tanto en acero A36 como en CAB0.48-A(-24), alcanzando $R^2 = 1.000$ y valores de RMSE prácticamente nulos. En la Tabla 5.5, se observa un desempeño igualmente destacado, aunque los errores aumentan ligeramente para la fuerza de fluencia del acero debido a su mayor variabilidad geométrica y no linealidad material.

Para validar el desempeño del modelo GPR se seleccionaron dos configuraciones geométricas de prueba, cuyas dimensiones se presentan en la Tabla 5.6. La primera, denominada G1, corresponde a un elemento *U-Shaped* tomado al azar del conjunto de 144 combinaciones geométricas simuladas. Debido a esta selección aleatoria, se utilizaron directamente sus dimensiones para evaluar el modelo, sirviendo como caso de referencia dentro del rango de entrenamiento. Este caso permite analizar la capacidad del GPR para realizar interpolación, es decir, predecir con precisión propiedades mecánicas en configuraciones ya representadas dentro del dominio de

datos.

La segunda configuración, identificada como G2, corresponde al elemento real desarrollado en el marco del proyecto Fondecyt N°1231941. Sus dimensiones difieren de las combinaciones iniciales del diseño factorial, por lo que se encuentran fuera del dominio de entrenamiento. Este caso permite evaluar la capacidad del modelo GPR de extrapolar resultados frente a configuraciones geométricas no incluidas originalmente en el conjunto de datos.

Tabla 5.6: Dimensiones de las geometrías utilizadas para la evaluación del modelo.

Geometría	L_T [mm]	L [mm]	H [mm]	B [mm]	t [mm]
G1	150	52.05	120	40	5
G2	100	42.05	60	60	5

La comparación entre valores predichos y simulados para ambas configuraciones se presenta en la Tabla 5.7. En G1, los errores son reducidos ($\Delta K < 0.0003$ kN/mm, $\Delta F < 10$ N), lo que confirma que el modelo reproduce correctamente las tendencias observadas dentro del dominio de entrenamiento. En G2, los errores aumentan significativamente, especialmente para el acero A36 ($\Delta K = 0.82$ kN/mm, $\Delta F = 250$ N), mientras que la aleación CAB0.48-A(-24) mantiene desviaciones moderadas ($\Delta K = 0.45$ kN/mm, $\Delta F = 369$ N). Estas diferencias reflejan la pérdida de precisión del modelo al extrapolar hacia configuraciones con baja esbeltez ($L/B < 1$), donde las hipótesis de la teoría de vigas utilizadas en las simulaciones dejan de ser completamente válidas, y se vuelven relevantes los efectos de corte y flexión transversal típicos de un comportamiento tipo placa.

Tabla 5.7: Evaluación del modelo GPR sobre las geometrías G1 y G2: comparación entre predicción y simulación.

Geom.	Material	K_{pred} [kN/mm]	K_{sim} [kN/mm]	ΔK [kN/mm]	F_{pred} [N]	F_{sim} [N]	ΔF [N]
G1	A36	0.1766	0.1764	0.0002	1185.44	1191.60	6.16
	CAB0.48-A(-24)	0.1114	0.1117	0.0003	774.21	774.69	0.48
G2	A36	3.9432	3.1280	0.8152	5637.36	5387.30	250.06
	CAB0.48-A(-24)	2.0309	1.5778	0.4531	4453.09	4083.86	369.23

El aumento del error en G2 pone de manifiesto que el modelo GPR mantiene su validez dentro del rango geométrico utilizado durante su entrenamiento, aproximadamente definido por:

$$150 \leq L \leq 250 \text{ mm}, \quad 60 \leq H \leq 200 \text{ mm}, \quad 40 \leq B \leq 180 \text{ mm}, \quad 5 \leq t \leq 12 \text{ mm}.$$

Fuera de este rango, el modelo pierde capacidad predictiva, especialmente en configuraciones compactas o de baja esbeltez, donde la respuesta estructural se aleja del régimen de flexión dominante y comienzan a intervenir mecanismos de deformación compuesta.

En síntesis, el modelo GPR mostró un desempeño muy adecuado como herramienta predictiva e interpolativa dentro del rango de entrenamiento considerado, reproduciendo con buena fidelidad la rigidez inicial y la fuerza de fluencia obtenidas a partir de las simulaciones por elementos finitos. Su capacidad para representar relaciones no lineales entre parámetros geométricos y respuesta estructural permite reducir el número de simulaciones requeridas en etapas exploratorias de diseño de elementos *U-Shaped*, utilizando el modelo como apoyo para seleccionar combinaciones geométricas de interés sin necesidad de analizar exhaustivamente todo el espacio de diseño.

No obstante, su aplicación debe restringirse al régimen elástico–pseudoelástico y a las condiciones de carga y contorno utilizadas en este estudio, ya que el conjunto de datos empleado para el entrenamiento no incluye estados con plastificación extensa, daño acumulado ni inestabilidades geométricas pronunciadas. En consecuencia, la capacidad del modelo para extrapolar hacia configuraciones muy diferentes o niveles de demanda más severos es limitada. Por ello, se recomienda ampliar la base de datos numérica y experimental (particularmente en la dirección 90°) con el fin de reforzar la calibración del modelo y, en etapas posteriores, evaluar su validez en escenarios más generales.

Capítulo 6

Aplicación en Dispositivo Multidireccional: Comparación de Materiales

En zonas sísmicas, las estructuras de puente están expuestas a movimientos de gran magnitud en múltiples direcciones, particularmente en la interfaz entre la superestructura y la subestructura. En estos sectores, los apoyos permiten desplazamientos relativos que concentran la demanda sísmica y pueden generar desalineamientos significativos tras un evento severo. Por este motivo, la incorporación de dispositivos de disipación de energía con comportamiento multidireccional y capacidad de recentrado constituye una estrategia eficaz para mejorar el desempeño sísmico global del sistema.

El sistema analizado en este capítulo consiste en elementos tipo *U-Shaped* dispuestos entre dos placas metálicas, cuya función es absorber energía, limitar las deformaciones inducidas por cargas cíclicas en el plano horizontal y favorecer el retorno a la posición inicial una vez retirada la carga. Esta configuración permite una respuesta bidireccional frente a desplazamientos longitudinales y transversales, incorporando simultáneamente disipación histerética y capacidad de recentrado. Por ello, se plantea como una alternativa viable para aplicaciones en puentes simplemente apoyados que requieren control de movimientos multiaxiales y reducción de desplazamientos residuales.

6.1. Descripción del modelo del dispositivo multidireccional

Se propone un dispositivo multidireccional compuesto por ocho elementos tipo *U-Shaped*, dispuestos de forma simétrica y unidos a dos placas de acero estructural con dimensiones de 590×590 mm, las cuales actúan como restricciones superior e inferior. Los elementos *U-Shaped*

utilizados corresponden a la geometría definida para el estudio experimental del proyecto Fondecyt 1231941, presentada en la Figura 6.1.

Es importante señalar que la configuración geométrica considerada en este capítulo excede los rangos de aplicabilidad identificados en el Capítulo 5 para el sistema de predicción de propiedades mecánicas mediante Gaussian Process Regression (GPR). Aun así, se incorpora en este análisis debido a que corresponde a la geometría definida para la campaña experimental del proyecto. De este modo, su inclusión permite anticipar el comportamiento esperado del dispositivo antes de su fabricación, aun cuando los parámetros se encuentren fuera del rango previamente validado. Esta decisión responde a la necesidad de evaluar la factibilidad de la propuesta en condiciones reales, preparando la base para los ensayos experimentales que se desarrollarán en etapas posteriores.

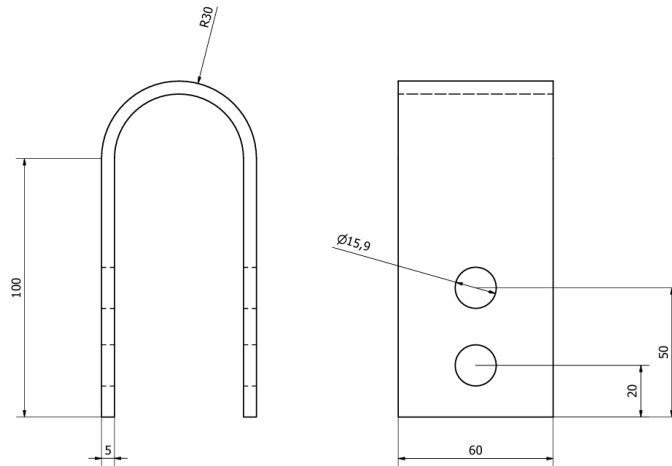
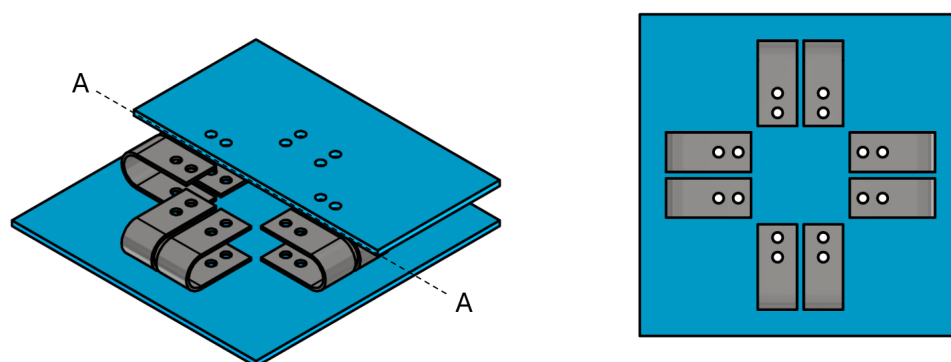


Figura 6.1: Geometría del elemento U-Shaped utilizado en el sistema multidireccional.

El modelo tridimensional del dispositivo completo se muestra en la Figura 6.2, donde se aprecia un arreglo axial simétrico que permite estudiar el comportamiento en las dos direcciones ortogonales más críticas: 0° (paralela al eje longitudinal del dispositivo) y 90° (perpendicular al plano del *U-Shaped*). Para la dirección 0° , se dejó un espacio adicional entre las placas y los extremos del conjunto con el fin de permitir el desplazamiento máximo impuesto sin generar contactos no deseados ni restricciones geométricas artificiales en el modelo.

6.2. Ubicación estructural del sistema

El sistema multidireccional analizado en este capítulo está conformado por el conjunto de elementos *U-Shaped* descrito previamente, evaluado en su aplicación como parte del sistema de



(a) Dispositivo multidireccional completo.

(b) Distribución de los U-Shaped.

Figura 6.2: Modelo geométrico del sistema multidireccional propuesto. Se incluye un corte en la placa superior para exponer la disposición interna de los elementos U-Shaped.

vinculación estructural en puentes simplemente apoyados. El análisis se centra en su desempeño en la interfaz entre la superestructura y la subestructura, zona donde se concentran los desplazamientos relativos más significativos durante un evento sísmico.

La configuración busca aprovechar la capacidad de los dispositivos *U-Shaped* para disipar energía tanto en dirección longitudinal como transversal al eje del puente, haciendo frente a la naturaleza multidireccional de las excitaciones sísmicas. La Figura 6.3 ilustra la ubicación propuesta del sistema dentro de una estructura tipo puente.

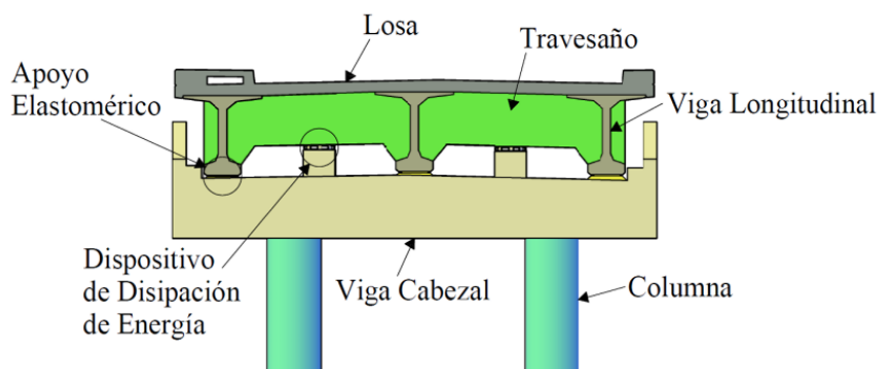


Figura 6.3: Ubicación del sistema multidireccional en un puente simplemente apoyado.

6.3. Protocolo de carga adoptado

El protocolo de carga cíclica utilizado en este capítulo fue definido a partir de un estudio preliminar realizado sobre un dispositivo *U-Shaped* individual fabricado con la aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24). Para este análisis se empleó el modelo constitutivo fenomenológico de superelasticidad propuesto por Auricchio et al. [55], implementado en *ANSYS* mediante elementos finitos. El objetivo fue determinar el rango funcional pseudoelástico del material, es decir, el intervalo de deformaciones unitarias $\epsilon \leq 0.025$, dentro del cual se mantiene una respuesta estable y reversible bajo sollicitaciones multiaxiales.

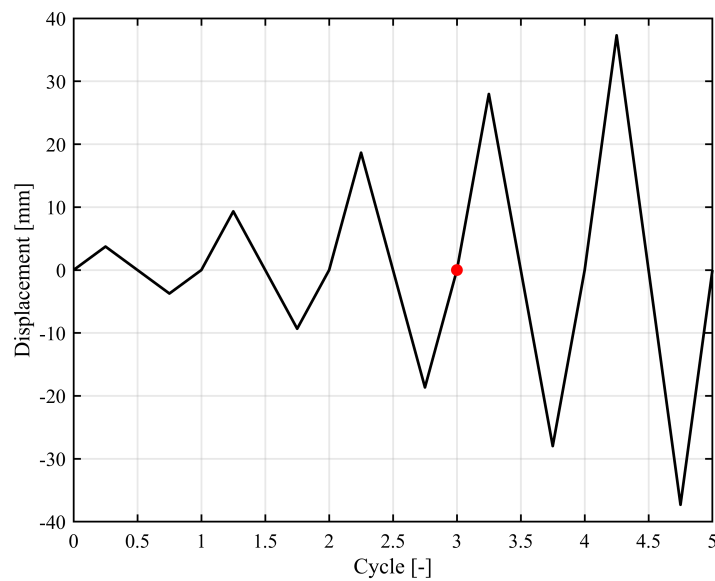


Figura 6.4: Historial de desplazamiento aplicado en el estudio preliminar con dispositivo *U-Shaped* individual. El punto rojo indica el desplazamiento límite de ± 18.65 mm adoptado para los análisis posteriores.

Se aplicó un protocolo de carga con amplitudes crecientes (Figura 6.4), alcanzando desplazamientos máximos de hasta ± 37.3 mm. La respuesta correspondiente se presenta en la Figura 6.5, donde se muestra la curva esfuerzo–deformación del dispositivo para el protocolo completo aplicado en dirección 90° . En esta gráfica se identifican los cinco puntos característicos (P1–P5), cada uno asociado a un incremento de amplitud del desplazamiento. Sus valores de desplazamiento, deformación y esfuerzo máximo se resumen en la Tabla 6.1. Esta figura complementa al historial de carga mostrado anteriormente, permitiendo visualizar cómo evoluciona la respuesta histerética del dispositivo conforme aumenta la amplitud de los ciclos.

Tabla 6.1: Resumen de los puntos característicos del protocolo de carga aplicado.

Punto	Desplazamiento [mm]	Deformación [-]	Esfuerzo [MPa]
1	3.73	9.01×10^{-3}	293.27
2	9.33	3.60×10^{-2}	329.96
3	18.65	6.88×10^{-2}	521.29
4	27.98	8.64×10^{-2}	716.49
5	37.30	9.29×10^{-2}	1155.00

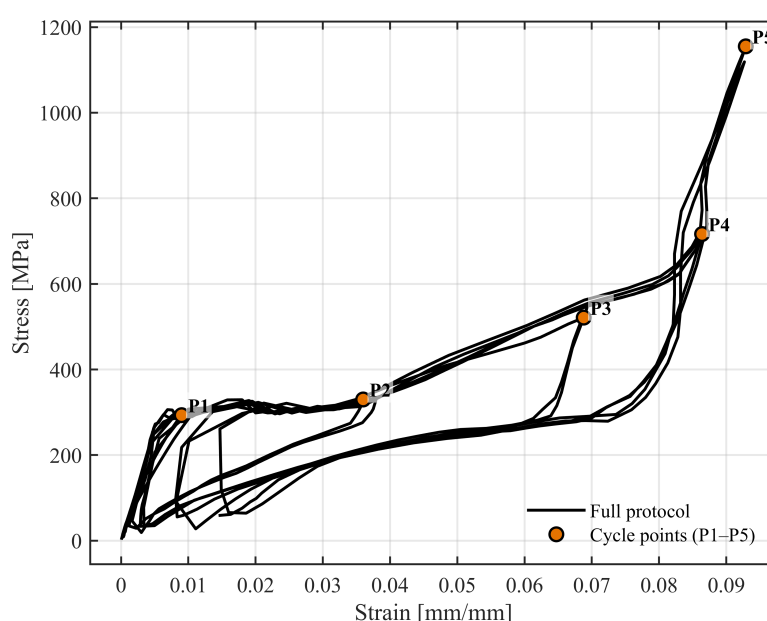


Figura 6.5: Curva esfuerzo–deformación del dispositivo U-Shaped individual bajo el protocolo de carga cíclica completo. Los puntos P1–P5 indican los niveles máximos de desplazamiento, destacándose P3 (± 18.65 mm) como el límite pseudoelástico adoptado.

Los resultados mostraron que el modelo superelástico supera su rango de validez a partir del tercer ciclo en dirección 90° , equivalente a un desplazamiento de ± 18.65 mm. Este comportamiento se observa claramente en la Figura 6.5, donde el punto P3 marca el inicio de una reducción progresiva de la pendiente y un incremento acelerado del esfuerzo. Esta dirección fue identificada como la más crítica debido a la menor longitud efectiva del dispositivo en esa orientación (60 mm), lo que concentra la mayor parte de la curvatura y produce incrementos localizados de deformación unitaria en la zona curva del *U-Shaped*. Hasta este punto (P3), el material mantiene un comportamiento pseudoelástico estable, con deformaciones menores al 7%. A partir de este valor, la curva esfuerzo–deformación evidencia la transición hacia un ré-

gimen inelástico, tal como lo indican los aumentos pronunciados de esfuerzo y la pérdida de rigidez.

En consecuencia, el desplazamiento de ± 18.65 mm se adoptó como límite operativo en los análisis cíclicos posteriores. Este valor garantiza que todas las simulaciones se mantengan dentro del rango pseudoelástico validado para la aleación *CAB0.48-A(-24)*, evitando la inclusión de comportamientos fuera del dominio constitutivo calibrado.

6.4. Configuración del análisis numérico y materiales considerados

El análisis numérico del dispositivo multidireccional se realizó en el módulo *Static Structural* de ANSYS, bajo un esquema estático no lineal con grandes deformaciones activadas (*Large Deflection*). La geometría se discretizó con elementos sólidos hexaédricos de 20 nodos (SOLID186). Se empleó un tamaño característico de 4 mm para los elementos *U-Shaped* y de 10 mm para las placas rígidas, siguiendo el mismo criterio adoptado en capítulos anteriores. En particular, se verificó que refinamientos adicionales de la malla no produjeran variaciones significativas en los valores de rigidez inicial ni de fuerza de fluencia dentro del rango pseudoelástico analizado. En consecuencia, estos tamaños de elemento fueron adoptados como una elección que garantiza resultados numéricamente estables con un costo computacional razonable.

La interacción mecánica entre componentes se representó mediante una conexión *bonded* en los orificios del *U-Shaped*, reproduciendo el efecto de fijación por pernos, y un contacto *frictionless* en las caras externas del dispositivo, permitiendo la interacción superficial sin fricción entre las placas de confinamiento y los brazos del amortiguador.

Las condiciones de frontera consistieron en restringir completamente la placa inferior, mientras que la placa superior fue sometida al historial de desplazamientos cíclicos. En los casos 1 (acero A36) y 2 (aleación *CAB0.48-A(-24)*), se aprovechó la simetría geométrica y de carga para modelar únicamente la mitad del dispositivo mediante MEF. Esta simplificación es válida porque la configuración presenta un plano de simetría vertical que divide el sistema en dos mitades equivalentes. No existe, en cambio, simetría diagonal debido a que la dirección de carga y la orientación de los elementos *U-Shaped* no son simétricas respecto a ese eje. Por esta razón, en el caso 3 (configuración mixta), donde los materiales no se distribuyen de forma uniforme, fue necesario modelar el dispositivo completo para representar fielmente la respuesta estructural.

Las configuraciones de material evaluadas para los elementos *U-Shaped* fueron:

1. Caso 1: todos los *U-Shaped* fabricados en acero A36.
2. Caso 2: todos los *U-Shaped* fabricados en aleación con memoria de forma CuAlBe CAB0.48–A(-24).
3. Caso 3: configuración combinada con dos *U-Shaped* de acero A36 y dos de CAB0.48–A(-24), dispuestos simétricamente.

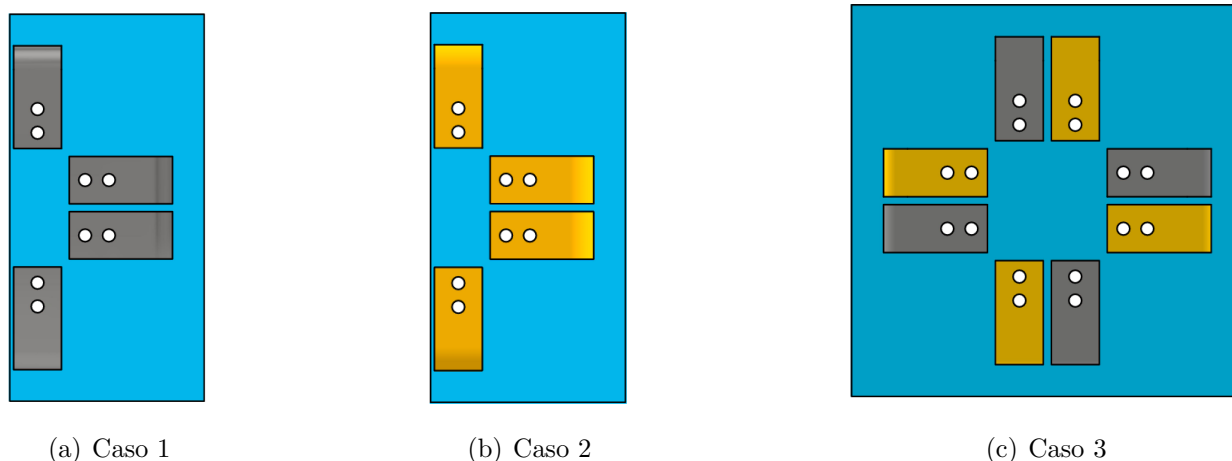


Figura 6.6: Configuraciones de elementos U-Shaped evaluadas en el sistema multidireccional.

Los parámetros mecánicos utilizados para cada material se encuentran especificados en la Tabla 5.2 para el acero A36 y en la Tabla 4.4 para la aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) (caso cíclico). Ambos modelos fueron implementados sin modificaciones adicionales en el presente análisis.

Las placas superior e inferior fueron modeladas como bloques rígidos, es decir, como cuerpos con rigidez infinita y sin deformación propia. Esta idealización se aplicó de manera consistente en los tres casos analizados, dado que el objetivo del estudio es aislar y evaluar el efecto del material del elemento *U-Shaped* sobre la respuesta global del sistema, sin que la deformabilidad de las placas influya en los resultados.

El desplazamiento cíclico aplicado fue de ± 18.65 mm en la dirección principal de análisis (90°), según lo justificado en la Sección 6.3. El análisis se orientó a comparar la influencia del material del disipador en términos de rigidez, disipación de energía y amortiguamiento histerético, manteniendo constantes las condiciones de confinamiento provistas por las placas rígidas.

Si bien el sistema completo está concebido para operar bajo solicitaciones multidireccionales, en esta etapa se analizó únicamente el comportamiento frente a la carga aplicada en dirección 90° , ya que este caso, junto con la dirección 0° , representa una de las dos direcciones críticas del

dispositivo multidireccional. El análisis en 90° permite caracterizar la respuesta más exigente del sistema, asociada a la flexión combinada con torsión en los elementos *U-Shaped*, constituyendo la base para la evaluación integral de su desempeño estructural.

6.5. Resultados y discusión

Luego de aplicar el protocolo de carga cíclica definido, se evaluó el comportamiento del dispositivo multidireccional bajo desplazamientos horizontales alternados, condición que reproduce el efecto de las acciones sísmicas en una estructura real. Tal como se observa en la Figura 6.7, el movimiento impuesto en la dirección horizontal induce deformaciones simultáneas en los elementos *U-Shaped* dispuestos en 0° y 90° , activando su respuesta combinada de flexión y torsión. Este procedimiento permite representar de forma simplificada la interacción entre las dos direcciones principales del sistema durante un evento sísmico.

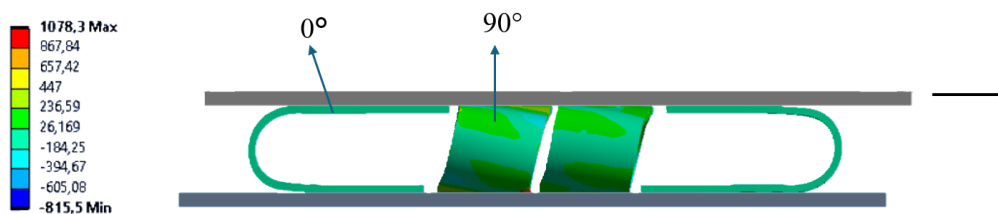


Figura 6.7: Simulación del caso 3: comportamiento multidireccional del sistema bajo carga cíclica.

Antes de analizar la respuesta global del sistema, se examina el comportamiento individual de los elementos *U-Shaped* sometidos a cargas aplicadas de forma independiente en las direcciones 0° y 90° . En la Figura 6.8 se aprecia la distribución de esfuerzos de von Mises para la carga en 0° , donde predomina la flexión pura del elemento. Por su parte, la Figura 6.9 muestra el caso de carga en 90° , en el cual se combinan efectos de flexión y torsión en la curvatura, representando la condición más exigente desde el punto de vista estructural. Ambas configuraciones permiten interpretar la interacción entre los elementos cuando el sistema opera bajo sollicitaciones multidireccionales.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para cada configuración evaluada: aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24), acero A36 y combinación mixta.

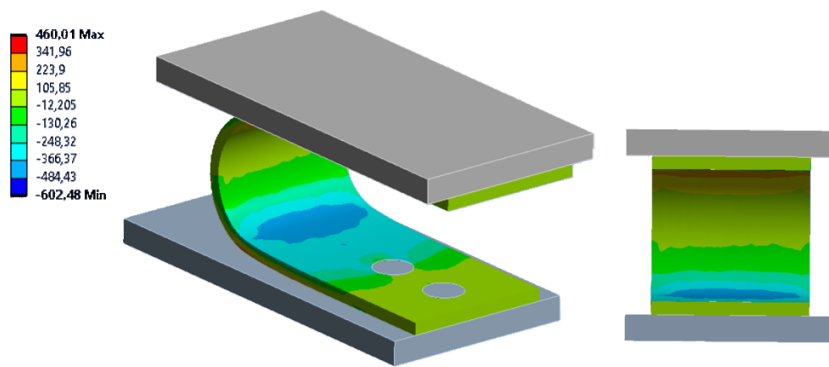


Figura 6.8: Distribución de esfuerzos de von Mises para el dispositivo U-Shaped cargado en dirección 0° .

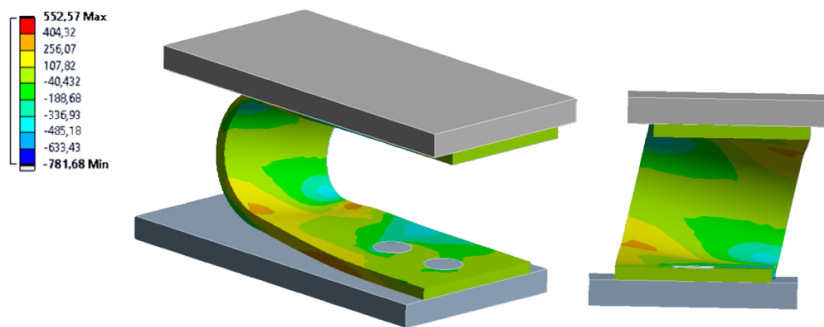


Figura 6.9: Distribución de esfuerzos de von Mises para el dispositivo U-Shaped cargado en dirección 90° .

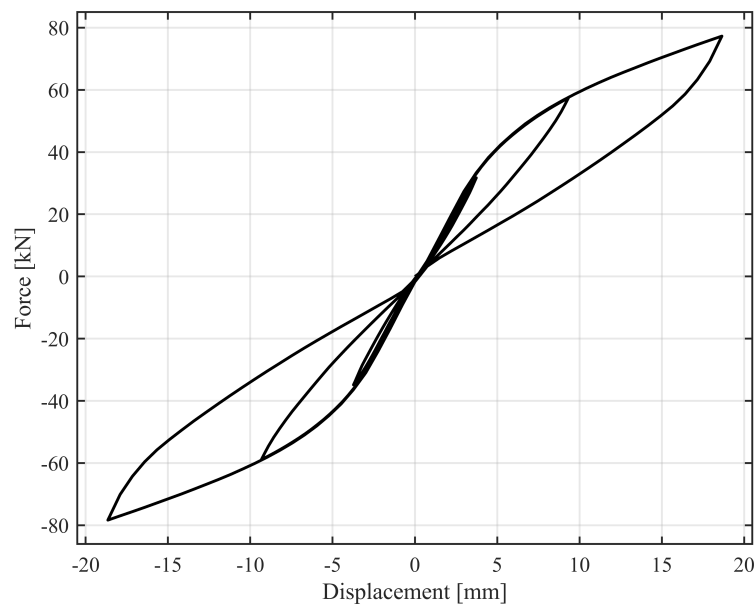


Figura 6.10: Respuesta cíclica completa del dispositivo multidireccional (Caso 2), con elementos U-Shaped fabricados en aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24).

En la Figura 6.10 se observa la respuesta fuerza–desplazamiento para el Caso 2 con elementos *U-Shaped* fabricados completamente en aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24). La forma cerrada de los lazos histeréticos refleja un comportamiento pseudoelástico estable, con una recuperación significativa de deformaciones tras cada ciclo. Sin embargo, el área encerrada por ciclo es menor en comparación a los otros materiales, lo que indica una limitada capacidad de disipación de energía. Asimismo, este caso muestra la rigidez inicial más baja entre las configuraciones analizadas, lo cual es coherente con el predominio de la respuesta torsional observada en los elementos a 90° .

La Figura 6.11 muestra el comportamiento del dispositivo correspondiente al Caso 1, conformado íntegramente con acero A36. En este caso, los bucles histeréticos presentan un área significativamente mayor, lo que indica una capacidad superior de disipación de energía. Además, se observa la mayor rigidez inicial, aunque con presencia de deformaciones remanentes tras cada ciclo, lo que evidencia un comportamiento más plástico y una menor capacidad de recuperación.

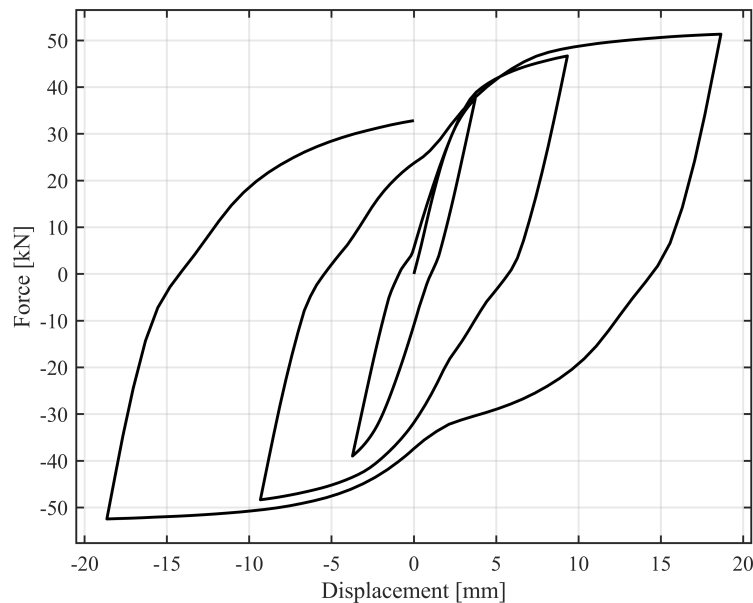


Figura 6.11: Respuesta cíclica completa del dispositivo (Caso 1) con elementos U-Shaped fabricados en acero A36.

En la Figura 6.12 se presenta el Caso 3, correspondiente a la configuración mixta con cuatro elementos *U-Shaped* de acero A36 y cuatro de aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24). La curva resultante exhibe un comportamiento intermedio entre los materiales anteriores, tanto en términos de rigidez como de disipación y recuperación, lo que confirma un efecto de superposición del aporte de cada componente.

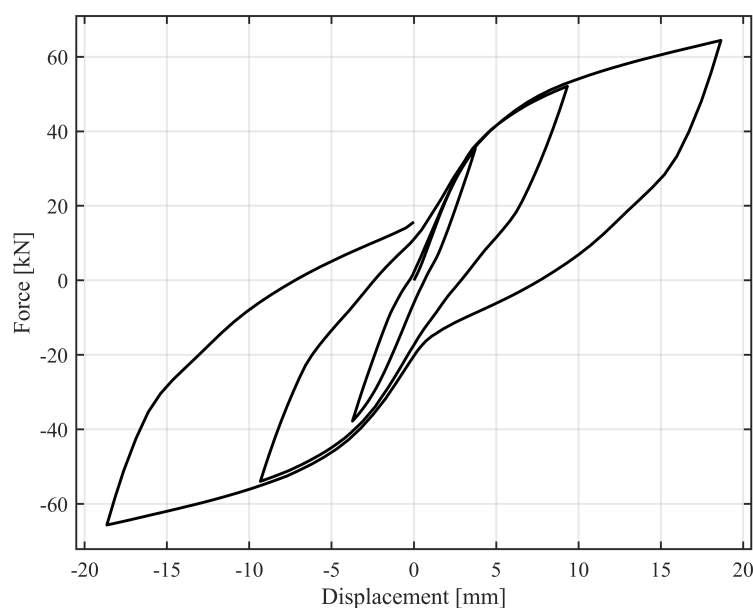


Figura 6.12: Respuesta cíclica completa del dispositivo (Caso 3) con configuración mixta: cuatro U-Shaped de acero A36 y cuatro de aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24).

La comparación global entre los tres casos se resume en la Figura 6.13 y en la Tabla 6.2. Se observa que el acero A36 presenta la mayor rigidez inicial, seguido por la configuración mixta, mientras que la aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24) muestra la menor rigidez. En términos de fuerza máxima alcanzada bajo la misma amplitud de desplazamiento, la aleación CuAlBe presenta valores superiores, aunque con una rigidez inicial menor, lo que es coherente con su comportamiento pseudoelástico característico. Cabe señalar que todos los valores de rigidez inicial (K_{init}) fueron obtenidos a partir del primer ciclo de carga, representando la pendiente elástica inicial de las curvas fuerza–desplazamiento.

Caso	K_{init} [N/mm]	ΔK vs A36	$F_{\text{máx}}$ [N]	$\Delta F_{\text{máx}}$ vs A36
A36 (acero)	10.5958	—	46.678	—
Mixto (acero + CuAlBe)	9.92062	−6.4 %	52.087	+11.6 %
CuAlBe CAB0.48-A(-24)	9.34904	−11.8 %	57.408	+23.0 %

Tabla 6.2: Comparación de rigidez inicial y fuerza máxima para cada configuración.

Notas: (i) K_{init} corresponde a la pendiente inicial de la curva fuerza–desplazamiento; (ii) $F_{\text{máx}}$ es la fuerza máxima registrada para la misma amplitud de desplazamiento; (iii) los porcentajes indican la variación relativa respecto al caso A36.

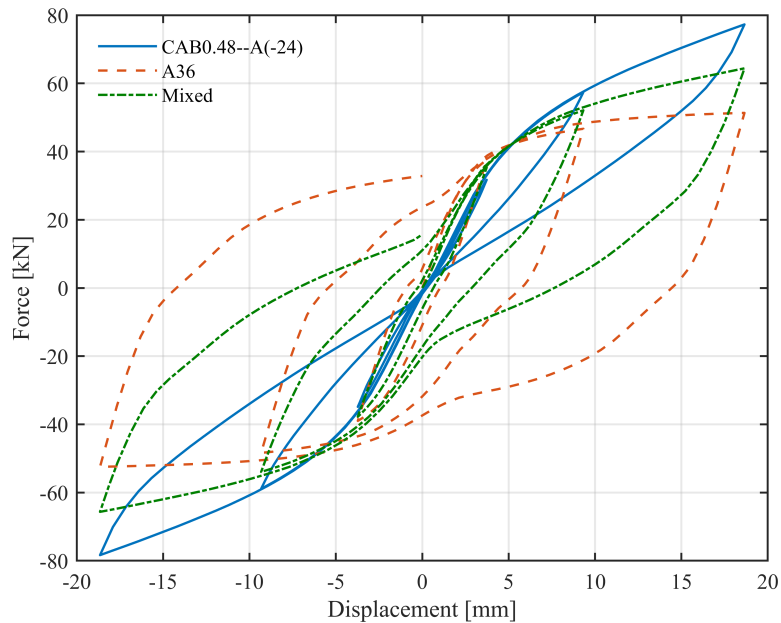


Figura 6.13: Comparación de curvas fuerza–desplazamiento para los tres casos analizados: acero A36, aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) y configuración mixta.

Además de la respuesta fuerza–desplazamiento, se analizaron otros indicadores relevantes para caracterizar el comportamiento cíclico del sistema.

La Figura 6.15 muestra el índice de recuperación (IDR) para cada caso material. La aleación CAB0.48–A(-24) mantiene una recuperación cercana al 100 % incluso en el tercer ciclo, mientras que el acero A36 presenta una disminución progresiva hasta valores cercanos al 25 %. La configuración mixta exhibe un comportamiento intermedio, con una recuperación parcial que decrece con el número de ciclos.

Finalmente, la Figura 6.16 presenta el amortiguamiento histerético calculado en cada ciclo para las tres configuraciones evaluadas. El acero A36 alcanza los valores más altos, llegando hasta un 36 %, lo que refleja su elevada capacidad de disipar energía a costa de deformaciones plásticas residuales. La configuración mixta ocupa una posición intermedia, combinando la contribución del acero en la disipación con la capacidad de recuperación de la aleación con memoria de forma, lo que da como resultado un amortiguamiento moderado y más balanceado. En contraste, la aleación CuAlBe CAB0.48–A(-24) muestra los valores más bajos de amortiguamiento, coherentes con su comportamiento pseudoelástico y su tendencia a privilegiar la recuperación de deformaciones por sobre la disipación de energía.

Este resultado es consistente con lo observado previamente en términos de energía disipada y rigidez inicial, y permite establecer una relación clara entre el material constitutivo y el desempeño dinámico del dispositivo. En aplicaciones reales, un mayor amortiguamiento implica una

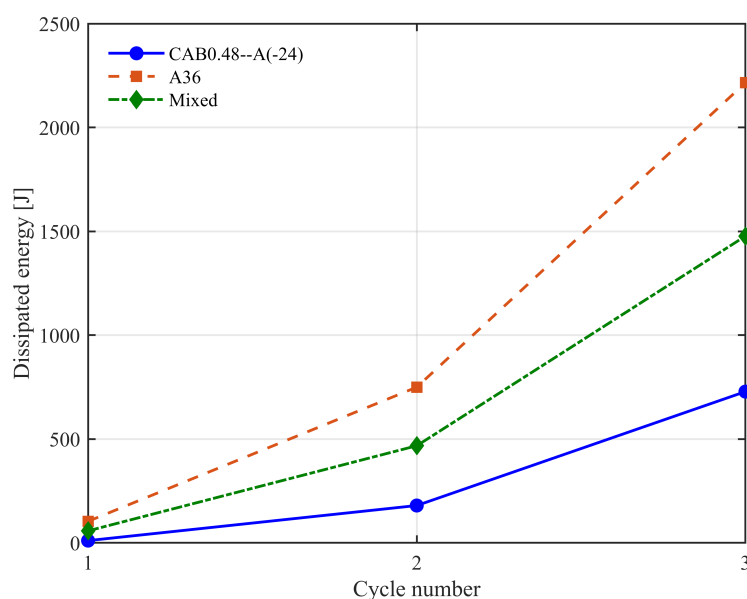


Figura 6.14: Evolución de la energía disipada por ciclo en los tres casos: acero A36, aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24) y configuración mixta.

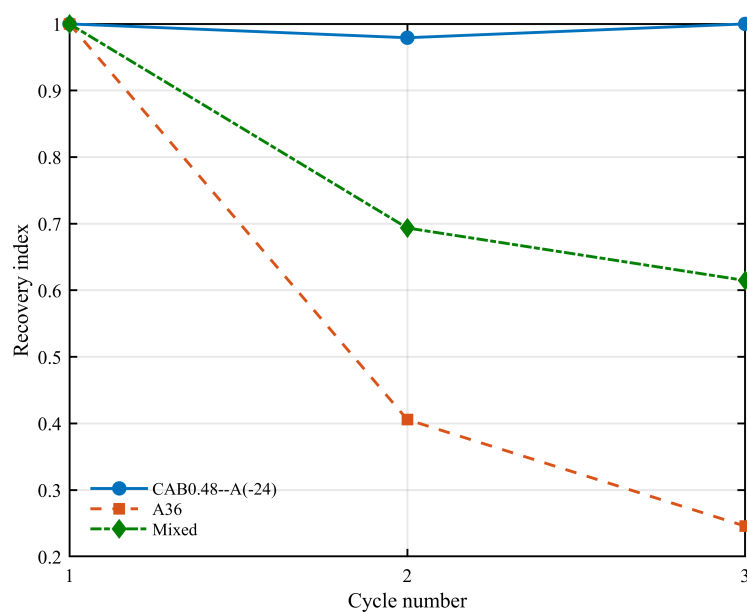


Figura 6.15: Índice de recuperación por ciclo para las configuraciones: CAB0.48-A(-24), acero A36 y caso mixto.

reducción más significativa de las demandas sísmicas transmitidas a la estructura, mientras que un menor amortiguamiento, como el del CAB0.48-A(-24), puede ser ventajoso cuando se busca limitar daños permanentes y facilitar el recentrado post-sismo. De este modo, la configuración mixta se perfila como una alternativa prometedora, al combinar disipación y recuperación en niveles equilibrados.

En conjunto, los resultados indican que la selección del material de los dispositivos *U-Shaped*

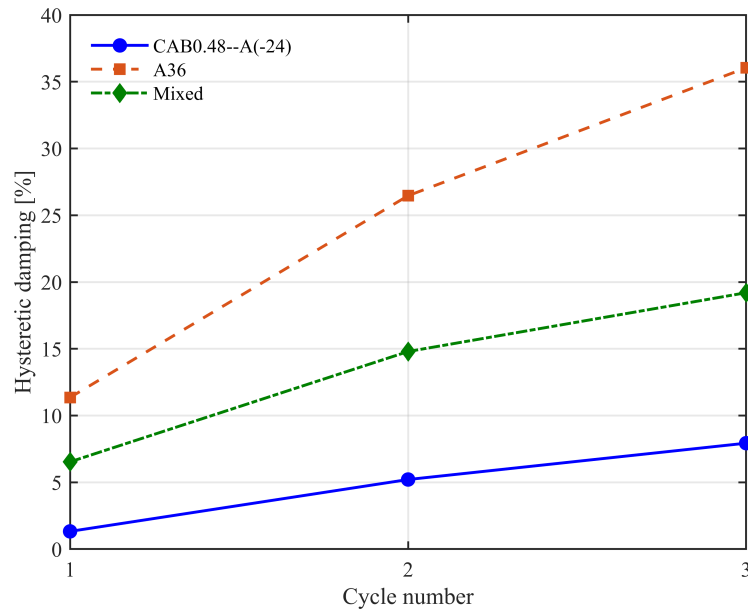


Figura 6.16: Amortiguamiento histerético por ciclo en los tres casos: acero A36, aleación CuAlBe CAB0.48-A(-24) y configuración mixta.

influye significativamente en el desempeño global del sistema multidireccional. Mientras el acero A36 proporciona una mayor rigidez inicial y una elevada capacidad de disipación por ciclo, la aleación CAB0.48-A(-24) destaca por su capacidad de recuperación post-carga. La configuración mixta, que combina ambos materiales, permite alcanzar un equilibrio entre rigidez y recuperación, lo que resulta ventajoso en aplicaciones donde se requiere limitar deformaciones permanentes sin comprometer la capacidad de disipación.

Capítulo 7

Conclusiones

Esta tesis presentó el estudio, desarrollo y validación de modelos predictivos para caracterizar el comportamiento mecánico de dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler sometidos a cargas fuera del plano (90°), dispuestos entre placas rígidas. El enfoque propuesto combinó una formulación analítica, modelaciones numéricas basadas en el Método de Elementos Finitos (MEF) y técnicas de aprendizaje estadístico, aplicadas a dos materiales estructurales de naturaleza distinta: acero A36 y una aleación con memoria de forma CuAlBe CAB0.48-A(-24).

En primer lugar, se formularon ecuaciones analíticas basadas en principios de energía y equilibrio, con el objetivo de estimar la rigidez inicial (K^{90}) y la fuerza de fluencia (P_y^{90}) del dispositivo. La validación numérica de 144 configuraciones geométricas mostró un error absoluto medio inferior al 6 % dentro de los rangos $1.5 \leq L/t \leq 5$ y $2 \leq H/B \leq 4$, rangos en los cuales la respuesta estructural se encuentra dominada por un comportamiento flexional, coherente con las hipótesis de la teoría de vigas delgadas. Esto confirma la aplicabilidad del modelo analítico en dicho dominio. Asimismo, se identificó que configuraciones con relaciones $L/B < 1$ exceden las hipótesis de la teoría de Euler–Bernoulli y requieren formulaciones de placa para representar correctamente la flexión transversal y los efectos de corte.

Posteriormente, se entrenaron modelos de regresión por procesos gaussianos (GPR) para predecir directamente K y P_y en función de las variables geométricas. Los resultados indicaron un ajuste excelente, con $R^2 = 1.000$ y $\text{RMSE} < 0.01$ kN/mm en la rigidez inicial, y $\text{RMSE} = 66\text{--}376$ N en la fuerza de fluencia. El modelo fue capaz de reproducir con alta fidelidad la relación entre los parámetros geométricos del dispositivo (tales como longitudes, espesores y relaciones de esbeltez) y su respuesta mecánica global, reflejada en la rigidez inicial y la fuerza de fluencia obtenidas en las simulaciones numéricas. Este desempeño resultó

particularmente favorable para la aleación CuAlBe, ya que su comportamiento pseudoelástico genera una respuesta mecánica suave y continua, sin cambios abruptos de pendiente, lo que facilita la interpolación estadística realizada por el modelo GPR. Se verificó, además, que el GPR actúa como un modelo interpolativo, válido dentro de los rangos geométricos utilizados en el entrenamiento, y que su desempeño disminuye fuera de dichos rangos o en configuraciones con baja esbeltez ($L/B < 1$).

En el análisis del dispositivo multidireccional, los resultados numéricos mostraron diferencias claras entre materiales. El acero A36 presentó la mayor rigidez inicial ($K_{\text{init}} = 10.6 \text{ N/mm}$) y la mayor energía disipada (hasta 0.43 J por ciclo), mientras que la aleación CuAlBe exhibió una recuperación de deformaciones superior al 94% ($\text{IRD} \approx 0.94$) y un amortiguamiento estable del 3% , manteniéndose dentro del régimen pseudoelástico hasta una deformación de $\varepsilon = 0.025$. La configuración mixta logró un compromiso favorable entre rigidez, disipación y recuperación, con $K_{\text{init}} = 9.9 \text{ N/mm}$ y energía disipada intermedia (0.27 J por ciclo), evidenciando la ventaja del uso combinado de materiales.

De esta forma, los resultados obtenidos indican que la incorporación de aleaciones CuAlBe en dispositivos *U-Shaped* tipo Crawler permite mejorar la capacidad de recentrado, manteniendo niveles de rigidez global comparables a los observados en configuraciones de acero dentro de los rangos analizados. El enfoque desarrollado aporta criterios para el diseño de disipadores sísmicos multidireccionales que combinan disipación de energía y recuperación elástica, contribuyendo al estudio y desarrollo de soluciones orientadas a una mayor resiliencia estructural frente a sollicitaciones sísmicas severas.

Recomendaciones y trabajos futuros

Los resultados obtenidos en esta tesis abren diversas líneas de investigación que pueden fortalecer y extender el marco metodológico desarrollado. Entre ellas, se destacan las siguientes:

- **Ampliación de la base de datos numérica:** Realizar nuevas simulaciones paramétricas en la dirección 90° , incluyendo configuraciones fuera del dominio actual ($L/B < 1$), con el fin de mejorar la interpolación del GPR y extender su aplicabilidad en geometrías más compactas.
- **Validación experimental:** Ejecutar ensayos en prototipos tipo Crawler para confirmar la exactitud de las ecuaciones analíticas y del modelo GPR en la estimación de rigidez y fluencia, garantizando su validez bajo condiciones reales de carga.

- **Desarrollo constitutivo avanzado para CuAlBe:** Formular un modelo de comportamiento superelástico con degradación cíclica que incorpore mecanismos de daño progresivo y recuperación incompleta, extendiendo la representación del material más allá del régimen pseudoelástico ideal.
- **Aplicación del GPR en diseño óptimo:** Emplear el modelo GPR como herramienta de optimización geométrica, reduciendo la necesidad de realizar múltiples simulaciones numéricas para el diseño de disipadores eficientes.
- **Evaluación a escala real:** Implementar ensayos multidireccionales en modelos físicos del sistema, a fin de validar su comportamiento como disipador de energía en estructuras tipo puente o edificio, y evaluar su desempeño frente a movimientos combinados.

Bibliografía

- [1] Francisco Medina, Peter I. Yanev y Alexander P. Yanev. *El Terremoto de Magnitud 8,8 Costa Afuera de la Región del Maule, Chile: Resumen Preliminar de los Daños y Recomendaciones de Ingeniería*. Inf. téc. Washington, DC: Banco Mundial, 2010.
- [2] B. Qu et al. “Testing of seismic dampers with replaceable U-shaped steel plates”. En: *Engineering Structures* 183 (2019), págs. 324-336. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.01.056.
- [3] A. Farzampour, M. Saiidi y A. Itani. “Innovative Structural Fuse Systems for Various Prototype Structures”. En: *Applied Sciences* 12.3 (2022), pág. 1096. DOI: 10.3390/app12031096.
- [4] Tu Foto Guía. *Terremoto en Chile 27 febrero 2010*. <https://tufotoguia.blogspot.com/2010/03/terremoto-en-chile-27-febrero-2010.html>. 2010.
- [5] J. González. “Desarrollo y caracterización del comportamiento cíclico de un sistema de disipación de energía multidireccional en base a elementos U-shaped [En revisión]”. Tesis de mtría. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María, 2022.
- [6] Xuan Dai Nguyen y Lotfi Guizani. “Analytical and numerical investigation of natural rubber bearings incorporating U-shaped dampers behaviour for seismic isolation”. En: *Engineering Structures* 243 (2021), pág. 112647. DOI: 10.1016/j.engstruct.2021.112647. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112647>.
- [7] Douglas C. Montgomery. *Diseño y Análisis de Experimentos*. 5ta. México D.F.: Limusa-Wiley, 2004.
- [8] Carl Edward Rasmussen y Christopher K. I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. Cambridge, MA: MIT Press, 2006. ISBN: 9780262256834. URL: <http://www.gaussianprocess.org/gpml/>.
- [9] R. Boroschek, R. Retamales y W. C. Center. “Base Isolation in Hospitals”. En: *Proceedings of the Seminar on Design of Health Facilities to Resist Natural Hazards*. Barbados, 2002.
- [10] T. Kobori et al. “Seismic-response-controlled structure with active mass driver system. Part 1: Design”. En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 20.2 (1991), págs. 133-149.

-
- [11] Farzad Naeim y James M. Kelly. *Design of Seismic Isolated Structures: From Theory to Practice*. New York: John Wiley & Sons, 1999. ISBN: 978-0-471-14902-0.
- [12] James M. Kelly. *Earthquake-Resistant Design with Rubber*. London: Springer, 1997. ISBN: 978-1-4612-1980-5.
- [13] SEISSAC Perú. *Aisladores sísmicos*. <https://seissacperu.com/producto/aisladores-sismicos/>. 2025.
- [14] T. T. Soong y G. F. Dargush. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. New York: John Wiley & Sons, 1997. ISBN: 978-0-471-16397-2.
- [15] R. D. Hanson y T. T. Soong. *Seismic Design with Supplemental Energy Dissipation Devices*. Oakland, CA: Earthquake Engineering Research Institute (EERI), 2001. ISBN: 978-1-932884-06-0.
- [16] Anil K. Chopra. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 4th. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2012. ISBN: 978-0-13-285803-8.
- [17] ArchDaily. *Torre Titanium / Senarq*. <https://www.archdaily.cl/cl/729750/torre-titanium-slash-senarq>. 2015.
- [18] G.W. Housner, T.T. Soong, S.F. Masri et al. “Structural control: past, present, and future”. En: *Journal of Engineering Mechanics* 123.9 (1997), págs. 897-971.
- [19] M.D. Symans, F.A. Charney, A.S. Whittaker et al. “Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review”. En: *Engineering Structures* 30.2 (2008), págs. 358-371.
- [20] K. Suzuki, E. Saeki y A. Watanabe. “Development of U-shaped steel damper for seismic isolation system”. En: *Nippon Steel Technical Report* 92 (2005), págs. 56-61.
- [21] H. Tagawa y J. Gao. “Evaluation of vibration control system with U-dampers based on quasi-linear motion mechanism”. En: *Journal of Constructional Steel Research* 70 (2012), págs. 213-225.
- [22] K. Deng, P. Pan y W. Chaoyi. “Development of crawler steel damper for bridges”. En: *Journal of Constructional Steel Research* 85 (2013), págs. 140-150.
- [23] B. Wang, S. Zhu y F. Casciati. “Experimental Study of Novel Self-Centering Seismic Base Isolators Incorporating Superelastic Shape Memory Alloys”. En: *Journal of Structural Engineering* 146.7 (2020), págs. 04020129. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002645.
- [24] S. Kato et al. “Simulation of the cyclic behavior of J-shaped steel hysteresis devices and study on the efficiency for reducing earthquake responses of space structures”. En: *Journal of Constructional Steel Research* 61.10 (2005), págs. 1457-1473.
-

- [25] S. Kato e Y.-B. Kim. “A finite element parametric study on the mechanical properties of J-shaped steel hysteresis devices”. En: *Journal of Constructional Steel Research* 62.8 (2006), págs. 802-811.
- [26] A. Baird et al. “Experimental and numerical study of U-Shape Flexural Plate (UFP) dissipators”. En: *New Zealand Society for Earthquake Engineering Conference*. Christchurch, New Zealand, 2014.
- [27] Z. Hu et al. “Hybrid isolation system with SMA-based U-shaped dampers: Hysteretic behavior and energy dissipation”. En: *Engineering Structures* 287 (2024), pág. 115601. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.115601.
- [28] A. M. Billah y M. A. Youssef. “Mechanical properties and constitutive models of shape memory alloys: A review”. En: *Engineering Structures* 287 (2023), pág. 115703. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.115703.
- [29] Z. Hu, M. Ghorbani y Z. Qu. “Experimental study on SMA-based U-shaped dampers under multiaxial loading”. En: *Smart Materials and Structures* 33.1 (2024), pág. 015003. DOI: 10.1088/1361-665X/ad0314.
- [30] Y Ghorbani et al. “Parametric Study and Optimization of SMA U-Shaped dampers with Varying U-Plate Cross-Sectional Shapes”. En: *Engineering Structures* 312 (2025), pág. 117982. DOI: 10.1016/j.engstruct.2024.117982.
- [31] M. Mazzer et al. “Revisiting Cu-based shape memory alloys: Recent developments and new perspectives”. En: *Materials* 15.23 (2022), pág. 8371. DOI: 10.3390/ma15238371.
- [32] C. D. Medina et al. “Improvement of superelasticity conditions in Cu-based shape memory alloys for seismic control applications”. En: *Engineering Structures* 274 (2023), pág. 115151.
- [33] C. D. Medina, R. López y A. and Gómez. “Parametric study of Cu-based SMA dampers for seismic applications”. En: *Engineering Structures* 275 (2023), pág. 115189.
- [34] D. Scalfati. “Multidirectional mechanical device dissipating energy, particularly for the constraint structures in seismic zones”. Patent US5509238A (Washington DC, U.S.). Abr. de 1996.
- [35] D. Ene et al. “Experimental study on the bidirectional inelastic deformation capacity of U-shaped steel dampers for seismic isolated buildings”. En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 45.2 (2016), págs. 173-192.
- [36] A. S. Milani y M. Dicleli. “Systematic development of a new hysteretic damper based on torsional yielding: part I - design and development”. En: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 45.6 (2016), págs. 845-867.

-
- [37] J.-J. Guo et al. “Seismic performance assessment of a curved bridge equipped with a new type spring restrainer”. En: *Engineering Structures* 151 (2017), págs. 105-114.
- [38] J. Guo et al. “Influence of Multidirectional Cable Restrainer on Seismic Fragility of a Curved Bridge”. En: *Journal of Bridge Engineering* 24.3 (2019), pág. 04019001.
- [39] B. Wang y S. Zhu. “Superelastic SMA U-shaped dampers with self-centering functions”. En: *Smart Materials and Structures* 27.5 (2018), pág. 055003.
- [40] B. Wang, S. Zhu y F. Casciati. “Experimental Study of Novel Self-Centering Seismic Base Isolators Incorporating Superelastic Shape Memory Alloys”. En: *Journal of Structural Engineering* 146.7 (2020), pág. 04020129.
- [41] Tianhao Yu et al. “Numerical investigation of three-dimensional isolator and mitigation for single-layer lattice shell structure”. En: *Structures* 62 (2024), pág. 106235. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.106235.
- [42] A. M. Billah et al. “Mechanical properties and constitutive models of SMA - review”. En: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (2023).
- [43] A. M. Billah et al. “Shape memory alloys (SMAs) for resilient bridges: A state-of-the-art review”. En: *Structures* 37 (2022), págs. 514-527.
- [44] Silva de la Flor. “Aleaciones con memoria de forma”. Tesis doct. España: Universidad de Cataluña, 1999.
- [45] K. Deng et al. “Shape optimization of U-shaped damper for improving its bidirectional performance under cyclic loading”. En: *Engineering Structures* 93 (2015), págs. 27-35.
- [46] Martin H. Sadd. *Elasticity: Theory, Applications, and Numerics*. 4th. Academic Press, 2020. ISBN: 978-0-12-815987-3.
- [47] Y. et al. Chen. “Low Cyclic Fatigue and Hysteretic Behaviour of U-Shaped Steel Dampers for Seismically Isolated Buildings”. En: *NZSEE Conference Proceedings* (2019). URL: <https://repo.nzsee.org.nz/bitstream/handle/nzsee/1751/Chen0189.pdf>.
- [48] Z. et al. Qu. “Testing of seismic dampers with replaceable U-shaped steel plates”. En: *Engineering Structures* 183 (2019), págs. 112-124. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.12.079.
- [49] X. Du, Y. Qiu e Y. Zhao. “Experimental study on U-shaped steel dampers for seismic energy dissipation”. En: *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 13.1 (2014), págs. 123-132. DOI: 10.1007/s11803-014-0221-2.
- [50] C. D. Medina, R. López y A. Gómez. “Improvement of superelasticity conditions in Cu-based shape memory alloys for seismic control applications”. En: *Engineering Structures* 274 (2023), pág. 115151.
- [51] Sanjay Baidya y B K Roy. “Seismic performance enhancement of base isolated RC building incorporating Cu-Al-Be and FNCATB based SMA”. En: *IOP Conference Series: Earth*
-

- and Environmental Science* 1326.1 (2024), pág. 012018. DOI: 10.1088/1755-1315/1326/1/012018.
- [52] K. Wilde, P. Gardoni e Y. Fujino. “Base isolation system with shape memory alloy device for elevated highway bridges”. En: *Engineering Structures* 22.3 (2000), págs. 222-229. DOI: 10.1016/S0141-0296(98)00097-2.
- [53] Xuhong Qiang, Longlong Chen y Xu Jiang. “Achievements and Perspectives on Fe-Based Shape Memory Alloys for Rehabilitation of Reinforced Concrete Bridges: An Overview”. En: *Materials* 15.22 (2022), pág. 8089. DOI: 10.3390/ma15228089.
- [54] AH Billah y MA Youssef. “Mechanical properties and constitutive models of shape memory alloys: A review”. En: *Engineering Structures* 287 (2023), pág. 115703. DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.115703.
- [55] F. Auricchio. “A robust integration-algorithm for a finite-strain shape-memory-alloy”. En: *International Journal of Plasticity* 17.7 (2001), págs. 971-990. DOI: 10.1016/S0749-6419(00)00068-4.
- [56] M. J. N. Priestley, G. M. Calvi y M. J. Kowalsky. “Direct displacement-based seismic design of structures”. En: *Proceedings of the NZSEE Conference*. 2007.
- [57] J.-L. Chaboche. “Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity”. En: *International Journal of Plasticity* 5.3 (1989), págs. 247-302.
- [58] M. Jain, D. J. Lloyd y S. R. Macewen. “Hardening laws, surface roughness and biaxial tensile limit strains of sheet aluminium alloys”. En: *International Journal of Mechanical Sciences* 38.2 (1996), págs. 219-232.
- [59] The MathWorks, Inc. *MATLAB version 24.1.0 (R2024a)*. MathWorks. Natick, Massachusetts, United States, 2024. URL: <https://www.mathworks.com>.
- [60] David Rius Carretero y Salvador Torra Porrás. “Aplicaciones actuariales mediante Gaussian Process Regression: Vida y no Vida”. En: *Anales del Instituto de Actuarios Españoles* 28 (2022). 4^a época, págs. 67-100. URL: https://github.com/drius1996/TFM_GPR.

Anexo: Código de predicción GPR

Código 7.1: Script de predicción usando GPR - Rigidez inicial.

```
1 clc;
2 clear;
3
4 % Paso 1: Selección del material y asignación del archivo
5 material = input('Ingrese el material ("A36" o "A2"): ', 's');
6 switch upper(material)
7     case 'A36'
8         archivo = 'Pruebas_R_A36.txt';
9     case 'A2'
10        archivo = 'Pruebas_R_A2.txt';
11    otherwise
12        error('Material no reconocido. Debe ser "A36" o "A2".');
13 end
14
15 % Paso 2: Leer archivo con coma decimal
16 fid = fopen(archivo, 'r');
17 if fid == -1
18     error('No se pudo abrir el archivo %s', archivo);
19 end
20 raw_lines = textscan(fid, '%s', 'Delimiter', '\n');
21 fclose(fid);
22 lineas = raw_lines{1};
23
24 % Paso 3: Procesar encabezado
25 encabezado = strsplit(lineas{1}, '\t');
26 num_vars = numel(encabezado);
27 num_filas = numel(lineas) - 1;
28 datos = zeros(num_filas, num_vars);
29
30 % Paso 4: Leer 1 línea por 1 línea
31 for i = 2:numel(lineas)
32     linea_limpia = strrep(lineas{i}, ',', '.');
33     valores_str = strsplit(linea_limpia, '\t');
34     valores_num = str2double(valores_str);
35     if numel(valores_num) == num_vars
36         datos(i-1, :) = valores_num;
37     else
38         warning('La 1 línea %d tiene un número incorrecto de columnas.', i);
39     end
end
```

```
40 end
41
42 % Paso 5: Crear tabla
43 T = array2table(datos, 'VariableNames', matlab.lang.makeValidName(encabezado));
44
45 % Paso 6: Definir predictores y variable objetivo
46 X = T(:, {'L', 'H', 'B', 't'});
47 Y = T.K;
48
49 % Paso 7: Probar kernels
50 kernel_list = {'squareexponential', 'matern32', 'rationalquadratic', 'ardsquareexponential'};
51 mejor_r2 = -Inf;
52
53 fprintf('\n Evaluando kernels para el material %s:\n', material);
54 for i = 1:length(kernel_list)
55     k = kernel_list{i};
56     modelo = fitrgp(X, Y, 'KernelFunction', k, 'Standardize', true);
57     Yp = predict(modelo, X);
58     rmse = sqrt(mean((Y - Yp).^2));
59     r2 = corr(Y, Yp)^2;
60     fprintf('Kernel: %-22s RMSE: %.4f R : %.4f\n', k, rmse, r2);
61
62     if r2 > mejor_r2
63         mejor_r2 = r2;
64         mejor_kernel = k;
65         mejor_modelo = modelo;
66         Ypred = Yp;
67     end
68 end
69
70 % Paso 8 : Guardar modelo
71 save(['modelo_rigidez_GPR_' material '.mat'], 'mejor_modelo', 'mejor_kernel');
72
73 % Paso 9: Reportar mejor resultado
74 fprintf('\n Mejor kernel para %s: %s\nRMSE: %.4f\nR : %.4f\n', ...
75     material, mejor_kernel, sqrt(mean((Y - Ypred).^2)), mejor_r2);
76
77 % Paso 10: Gráfico de valores reales vs predichos
78 figure('Units','centimeters','Position',[5 5 16 12]);
79 scatter(Y, Ypred, 50, 'b', 'filled'); hold on;
80
81 minVal = min([Y; Ypred]);
82 maxVal = max([Y; Ypred]);
83 plot([minVal maxVal], [minVal maxVal], 'k--', 'LineWidth', 1.5);
84
85 xlabel('Real stiffness K [kN/mm]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
86 ylabel('Predicted stiffness K [kN/mm]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
87
88 legend({'Predicted vs real stiffness', '1:1 reference'}, ...
89     'Location', 'southeast', ...
90     'FontName', 'Times New Roman', ...
91     'FontSize', 10, ...
92     'Box', 'off');
```

```

93
94 text(minVal + 0.05*(maxVal - minVal), ...
95     maxVal - 0.05*(maxVal - minVal), ...
96     sprintf('R = %.3f\nRMSE = %.3f', mejor_r2, sqrt(mean((Y - Ypred).^2))), ...
97     'FontName', 'Times New Roman', ...
98     'FontSize', 11, ...
99     'BackgroundColor', 'white', ...
100    'EdgeColor', 'black', ...
101    'Margin', 5);
102
103 grid on; box on;
104 set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 11, 'LineWidth', 1);
105
106 exportgraphics(gcf, ['K_vs_Predicted_' material '.pdf'], 'ContentType', 'vector', 'Resolution',
107     600);
108 exportgraphics(gcf, ['K_vs_Predicted_' material '.png'], 'ContentType', 'image', 'Resolution', 600)
109     ;
110
111 % Paso 11: Gráfico de residuos
112 residuos = Y - Ypred;
113 figure('Units','centimeters','Position',[5 5 16 12]);
114 scatter(Y, residuos, 50, 'k', 'filled');
115 xlabel('Real stiffness K [kN/mm]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
116 ylabel('Residual [kN/mm]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
117 yline(0, 'r--'); grid on;
118 set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 11, 'LineWidth', 1);
119
120 exportgraphics(gcf, ['Residuals_K_' material '.pdf'], 'ContentType', 'vector', 'Resolution', 600);
121 exportgraphics(gcf, ['Residuals_K_' material '.png'], 'ContentType', 'image', 'Resolution', 600);
122
123 % Paso 12: Predicción para geometría personalizada
124 fprintf('\n Predicción de rigidez para nueva geometría (%s)\n', material);
125 L_input = input('Ingreso L [mm]: ');
126 H_input = input('Ingreso H [mm]: ');
127 B_input = input('Ingreso B [mm]: ');
128 t_input = input('Ingreso t [mm]: ');
129
130 geom = [L_input, H_input, B_input, t_input];
131 K_pred = predict(mejor_modelo, geom);
132
133 fprintf('\n Estimación de rigidez inicial para %s: %.4f kN/mm\n', material, K_pred);

```

Código 7.2: Script de predicción usando GPR - Fuerza de fluencia.

```
1 clc;
2 clear;
3
4 % Paso 1: Selección del material y asignación del archivo
5 material = input('Ingrese el material ("A36" o "A2"): ', 's');
6 switch upper(material)
7     case 'A36'
8         file = 'Pruebas_F_A36.txt';
9     case 'A2'
10        file = 'Pruebas_F_A2.txt';
11    otherwise
12        error(' Material no reconocido. Debe ser "A36" o "A2".');
13 end
14
15 % Paso 2: Leer el archivo y corregir separador decimal
16 fid = fopen(file, 'r');
17 if fid == -1
18     error(' No se pudo abrir el archivo %s', file);
19 end
20 raw_lines = textscan(fid, '%s', 'Delimiter', '\n');
21 fclose(fid);
22 lines = raw_lines{1};
23
24 % Paso 3: Procesar encabezado y definir número de variables
25 header = strsplit(lines{1}, '\t');
26 num_vars = numel(header);
27 num_rows = numel(lines) - 1;
28 data = zeros(num_rows, num_vars);
29
30 % Paso 4: Procesar datos línea por línea
31 for i = 2:numel(lines)
32     clean_line = strrep(lines{i}, ',', '.');
33     values_str = strsplit(clean_line, '\t');
34     values_num = str2double(values_str);
35     if numel(values_num) == num_vars
36         data(i-1, :) = values_num;
37     else
38         warning('La línea %d tiene columnas inconsistentes.', i);
39     end
40 end
41
42 % Paso 5: Convertir a tabla y asignar nombres de columnas
43 T = array2table(data, 'VariableNames', matlab.lang.makeValidName(header));
44
45 % Paso 6: Definir variables predictoras (X) y variable objetivo (Y)
46 X = T(:, {'L', 'H', 'B', 't'}); % Variables geométricas [mm]
47 Y = T.F; % Fuerza de fluencia [N]
48
49 % Paso 7: Probar distintos kernels y entrenar modelos
50 kernel_list = {'squareexponential', 'matern32', 'rationalquadratic', 'ardsquareexponential'};
51 best_r2 = -Inf;
52 best_kernel = '';
```

```

53 best_model = [];
54
55 fprintf('\n Evaluando kernels para %s (fuerza de fluencia):\n', material);
56 for i = 1:length(kernel_list)
57     k = kernel_list{i};
58     mdl = fitrgp(X, Y, 'KernelFunction', k, 'Standardize', true);
59     Yp = predict(mdl, X);
60     rmse = sqrt(mean((Y - Yp).^2));
61     r2 = corr(Y, Yp)^2;
62     fprintf('Kernel: %-22s RMSE: %.2f R : %.4f\n', k, rmse, r2);
63
64     if r2 > best_r2
65         best_r2 = r2;
66         best_kernel = k;
67         best_model = mdl;
68         Ypred = Yp;
69     end
70 end
71
72 % Paso 8: Guardar el modelo con mejor desempe o
73 save(['modelo_fluencia_GPR_' material '.mat'], 'best_model', 'best_kernel');
74
75 % Paso 9: Reportar mejor resultado
76 fprintf('\n Mejor kernel para %s: %s\nRMSE: %.2f\nR : %.4f\n', ...
77     material, best_kernel, sqrt(mean((Y - Ypred).^2)), best_r2);
78
79 % Paso 10: Graficar fuerza real vs predicha
80 figure('Units','centimeters','Position',[5 5 16 12]);
81 scatter(Y, Ypred, 50, 'b', 'filled'); hold on;
82 minVal = min([Y; Ypred]);
83 maxVal = max([Y; Ypred]);
84 plot([minVal maxVal], [minVal maxVal], 'k--', 'LineWidth', 1.5);
85
86 xlabel('Real yield force F [N]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
87 ylabel('Predicted yield force F [N]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
88
89 % Aadir R y RMSE al gr fico
90 text(minVal + 0.05*(maxVal - minVal), ...
91     maxVal - 0.08*(maxVal - minVal), ...
92     sprintf('R = %.3f\nRMSE = %.2f', best_r2, sqrt(mean((Y - Ypred).^2))), ...
93     'FontName', 'Times New Roman', ...
94     'FontSize', 11, ...
95     'BackgroundColor', 'white', ...
96     'EdgeColor', 'black', ...
97     'Margin', 5);
98
99 legend({'Predicted vs real yield force', '1:1 reference'}, ...
100     'Location', 'southeast', ...
101     'FontName', 'Times New Roman', ...
102     'FontSize', 10, ...
103     'Box', 'off');
104
105 grid on; box on;

```

```
106 set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 11, 'LineWidth', 1);
107
108 exportgraphics(gcf, ['F_vs_Predicted_' material '.pdf'], 'ContentType', 'vector', 'Resolution',
    600);
109 exportgraphics(gcf, ['F_vs_Predicted_' material '.png'], 'ContentType', 'image', 'Resolution', 600)
    ;
110
111 % Paso 11: Graficar residuales
112 residuals = Y - Ypred;
113 figure('Units','centimeters','Position',[5 5 16 12]);
114 scatter(Y, residuals, 50, 'k', 'filled');
115 xlabel('Real yield force F [N]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
116 ylabel('Residual [N]', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
117 yline(0, 'r--');
118 grid on; box on;
119 set(gca, 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 11, 'LineWidth', 1);
120
121 exportgraphics(gcf, ['Residuals_F_' material '.pdf'], 'ContentType', 'vector', 'Resolution', 600);
122 exportgraphics(gcf, ['Residuals_F_' material '.png'], 'ContentType', 'image', 'Resolution', 600);
123
124 % Paso 12: Predecir fuerza de fluencia para una nueva geometr a
125 fprintf('\n Estimar fuerza de fluencia para una geometr a personalizada (%s)\n', material);
126 L_input = input('Ingrese L [mm]: ');
127 H_input = input('Ingrese H [mm]: ');
128 B_input = input('Ingrese B [mm]: ');
129 t_input = input('Ingrese t [mm]: ');
130
131 geom = [L_input, H_input, B_input, t_input];
132 F_predicted = predict(best_model, geom);
133
134 fprintf('\n Estimaci n de fuerza de fluencia para %s: %.2f N\n', material, F_predicted);
```