



Universidad Técnica Federico Santa María.
Departamento de Física.

Nuevos campos propagantes provenientes de la torsión en un espacio de Riemann-Cartan de cinco dimensiones

Patricio Angelini

Tutor: Oscar Castillo

Trabajo de tesis presentado en cumplimiento parcial de los
requisitos para el grado de Magister en Ciencias, mención física,
de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Noviembre, 2022

TÍTULO DE LA TESIS:

NUEVOS CAMPOS PROPAGANTES PROVENIENTES DE
LA TORSIÓN EN UN ESPACIO DE RIEMANN-CARTAN
DE CINCO DIMENSIONES

AUTOR:

PATRICIO ANGELINI

Trabajo de tesis presentado en cumplimiento parcial de
los requisitos para el grado de Magister en Ciencias,
mención física, de la Universidad Técnica Federico Santa
María.

COMISIÓN EXAMINADORA:

Oscar Castillo (USM)

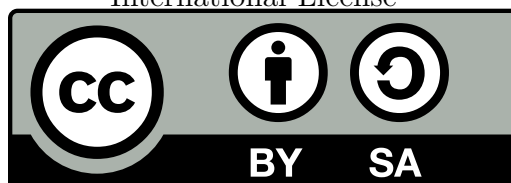
Nicolás Neill (U. Tarapacá)

Iván Schmidt (USM)

12 de abril de 2023

Para mi familia

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0
International License



Índice general

1. Resumen	1
2. Introducción	3
3. Relatividad general y mas allá	5
3.1. Relatividad especial	5
3.1.1. Transformaciones de Lorentz	5
3.2. Gravedad como curvatura del espacio-tiempo	6
3.2.1. Curvatura	6
3.2.2. Movimiento geodésico	7
3.2.3. La métrica	8
3.2.4. Propiedades del tensor de Riemann	9
3.2.5. Las ecuaciones de Einstein	10
3.3. Cosmología	10
3.3.1. Los universos de Friedmann-Robertson-Walker	11
3.3.2. Inflación	12
3.4. Mas allá de la relatividad general	13
3.4.1. Torsión y espacios de Riemann-Cartan	13
3.4.2. Teoría de Kaluza-Klein: generalización de la relatividad a dimensiones extra	14
4. Teoría cuántica de campos y el modelo estándar	17
4.1. Partículas a partir de campos	17
4.2. Campos escalar y de Dirac	17
4.3. Teorías gauge y el campo electromagnético	18
4.4. Teorías de Yang-Mills y el modelo estándar de partículas	19
5. Nuestro modelo: nuevos campos propagantes desde la torsión	27
5.1. El elemento de volumen	28
5.2. Recuperando el acoplamiento mínimo con el marco de Einstein	29
5.3. Modelo efectivo en cuatro dimensiones	30
5.4. Sectores del modelo estándar	38
5.4.1. Sector fermiónico	39
5.4.2. Sector gauge	42
5.4.3. Sector de Yukawa	43

5.4.4. Sector escalar	43
6. Análisis fenomenológico del modelo	45
7. Conclusiones	55
A. Grupos y orbifolds	57
B. Código modelo LANHEP	59
C. Reglas de Feynman	67
Bibliografía	94

Índice de figuras

6.1.	Diagramas de Feynman nivel árbol proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$	46
6.2.	Resonancia gravitón 800 GeV	48
6.3.	Resonancia gravitón 1200 GeV	49
6.4.	Resonancia gravitón 1600 GeV	50
6.5.	Resonancia torsionón 800 GeV	51
6.6.	Resonancia torsionón 1200 GeV	52
6.7.	Resonancia torsionón 1600 GeV	53

Índice de cuadros

6.1. Reglas de Feynman procesos analizados	45
6.2. Anchos de decaimiento gravitón	47
6.3. Anchos de decaimiento torsionón	47
6.4. Sección eficaz proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$ versus masa gravitón	47
6.5. Sección eficaz proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$ versus masa torsionón	47
C.1. Reglas de Feynman modelo de torsión propagante	91

Resumen

En este trabajo, se ha extendido el background de la relatividad general a un espacio de Riemann-Cartan de cinco dimensiones, que es el espacio más general con conexión métrica compatible, y que considera elementos geométricos adicionales, como la torsión. En este espacio, se ha impuesto la invarianza de Lorentz al elemento de volumen cinco-dimensional, incorporando el gradiente de un nuevo campo escalar. Dicho campo escalar se ha denominado “torsionón”. Posteriormente, se ha realizado una reducción dimensional a la Kaluza-Klein, obteniéndose una teoría efectiva en 4 dimensiones, en la que aparecen partículas provenientes de la gravedad y la torsión, a saber, el gravitón y el torsionón, en una torre de modos de Kaluza-Klein, en donde solo los modos cero son no masivos y el resto de los modos resulta con masa. Con el modelo efectivo, se han simulado colisiones de protones a 14 TeV, obteniéndose una clara resonancia que hemos identificado con el torsionón.

Introducción

Si bien la relatividad general es una teoría tremendamente exitosa, que por más de 100 años ha superado múltiples pruebas experimentales, cada vez más precisas; sabemos que es sólo una teoría efectiva, es decir, que no es necesariamente válida para todos los regímenes de energía, si no que solo para un cierto rango. Además, no responde de manera satisfactoria a fenómenos tales como la expansión acelerada del universo mediada por la energía oscura, y a la necesidad de materia oscura para explicar el comportamiento del universo a gran escala. Por esta razón, se hace necesario pensar en extensiones de la relatividad general, que sin invalidarla, permitan explicar de manera fundamental ciertos fenómenos físicos, como los ya mencionados. Una de las extensiones habituales es considerar espacios o background más generales, incluso con dimensiones extra, como el espacio de Riemann-Cartan, que resulta ser el espacio con conexión métrica compatible más general. En el espacio de Riemann-Cartan, el elemento de volumen dentro del cual tiene lugar la física fundamental no es necesariamente Lorentz invariante, no obstante, es posible garantizar dicha invarianza mediante la adición de un nuevo campo escalar. Lo anterior, junto con la incorporación de dimensiones extra y el consecuente proceso de reducción dimensional, en el que destilamos nuestra física cuatro-dimensional desde un espacio de mayor dimensión, posibilita la emergencia de nuevos campos provenientes de la geometría misma del espacio-tiempo. Las excitaciones o modos de estos campos, pueden, eventualmente, interactuar con los campos del modelo estándar y producir una rica fenomenología en los experimentos de física de altas energías.

Relatividad general y mas allá

3.1. Relatividad especial

La relatividad especial es una teoría de la estructura del espacio y el tiempo. Establece que la distancia y el tiempo *no* son cantidades absolutas, sino que dependen de la velocidad a la cual nos movemos. Además, nos dice que existe una velocidad máxima para el movimiento, correspondiente a la velocidad de la luz $\sim 300.000 \frac{km}{s}$ en el vacío, y que dicha velocidad es la misma para cualquier observador, independiente de su sistema de referencia. De acuerdo a la relatividad especial, el espacio y el tiempo pueden variar entre diferentes marcos de referencia inerciales (Sistemas a velocidad constante. No acelerados). Esto supone un gran inconveniente, ya que ni el espacio ni el tiempo son métricas válidas para expresar nuestras leyes físicas. No obstante, si consideramos constante la velocidad de la luz, la cantidad $\Delta s = \sqrt{-(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$ resulta invariante entre marcos de referencia inerciales, y por lo tanto, constituye una métrica válida para expresar las leyes físicas, coherente entre marcos de referencia no acelerados. Tal cantidad, puede ser escrita de forma más general a través de la ecuación

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (3.1)$$

Donde ds es una distancia infinitesimal y $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-, +, +, +)$ un tensor que codifica una forma para calcular dicha distancia, conocido como tensor métrico o *métrica*, propiamente tal. Un espacio-tiempo dotado de esta métrica se conoce como *Espacio de Minkowski*, y corresponde a nuestro espacio-tiempo plano. Como vemos, ya no tiene sentido hablar de espacio y tiempo por separado, sino más bien de una única entidad, llamada espacio-tiempo, en el que tienen lugar los eventos físicos. Un punto en este espacio-tiempo es representado con las coordenadas x^μ , donde $\mu = 0, 1, 2, 3$. En esta notación, x^0 corresponde al tiempo y el resto de las componentes a las tres direcciones espaciales.

3.1.1. Transformaciones de Lorentz

El conjunto de transformaciones de coordenadas que mantienen invariante ds se conocen como transformaciones de Lorentz, y corresponden a las tres rotaciones espaciales en torno a los ejes x , y y z , más tres rotaciones entre el tiempo y el espacio, estas últimas conocidas como *boosts*. Las transformaciones de Lorentz pueden ser representadas por una matriz Λ , que actúa de la siguiente forma

$$dx'^\mu = \Lambda^\mu_\rho dx^\rho, \quad (3.2)$$

donde dx' es un elemento de línea infinitesimal en el sistema rotado. Dado que estas transformaciones mantienen invariante ds , se cumple la relación

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = ds'^2 = \eta_{\rho\sigma} \Lambda_\alpha^\rho dx^\alpha \Lambda_\beta^\sigma dx^\beta. \quad (3.3)$$

Y por lo tanto

$$\eta_{\mu\nu} = \eta_{\rho\sigma} \Lambda_\mu^\rho \Lambda_\nu^\sigma. \quad (3.4)$$

Si tomamos el determinante, tenemos que $|\Lambda| = \pm 1$. El subgrupo con $|\Lambda| = 1$ es llamado el grupo propio de Lorentz y se denota como $SO(3, 1)$. El subconjunto con determinante -1 puede ser representado utilizando el grupo propio, más una transformación discreta de reflexión o inversión temporal.

3.2. Gravedad como curvatura del espacio-tiempo

Armados con la relatividad especial, que explica la dinámica del espacio-tiempo entre marcos de referencia inerciales, podemos intentar generalizar este concepto a marcos de referencia acelerados, los que de acuerdo al *principio de equivalencia* y para pequeñas regiones del espacio (localmente), resultan indistinguibles de un campo gravitacional. Es decir, dado un campo gravitacional, este puede ser localmente compensado por un sistema de referencia de caída libre. En tal marco de referencia local (inercial), las leyes de la física son las mismas que las de la relatividad especial, y por lo tanto, la gravedad puede ser modelada de manera efectiva diseccionando el espacio-tiempo en pequeños marcos de referencia inerciales *ad-hoc*, que en conjunto reconstruyen la dinámica gravitacional y dan origen a la *Relatividad General*. La estructura global del espacio-tiempo diseccionado, puede ser comparada geoméricamente con un hiperespacio (4 dimensiones) curvo, continuo, y localmente plano. Tal estructura es perfectamente representada por un *manifold diferenciable*, que corresponde a un conjunto que se ve localmente como un espacio plano, pero globalmente puede tener una geometría mucho más compleja. Un ejemplo de manifold es $\mathbb{R}^n$, sobre el cual sabemos definir funciones, diferenciar, integrar, etc. Así, existen ejemplos de manifold con geometrías más complejas y sobre los cuales podemos realizar operaciones similares. Otros ejemplos de manifold son la n -esfera S^n , el n -toro T^n , las superficies Riemannianas con agujeros, etc.

3.2.1. Curvatura

La definición de curvatura está basada en el concepto de *transporte paralelo*. Si al transportar paralelamente un vector a lo largo de una curva cerrada en un manifold, este cambia de dirección, entonces el manifold tiene curvatura. Para llevar a cabo el transporte paralelo es necesario considerar un objeto llamado “conexión”, que proporciona una forma de trasladar vectores entre los espacios tangentes de puntos cercanos en un manifold, tal que las componentes de dichos vectores permanezcan invariantes. En tal caso, la variación infinitesimal que experimenta el vector durante el transporte estará dada por $\delta A^\mu = -\Gamma_{\lambda\rho}^\mu A^\lambda dx^\rho$. Donde el set de coeficientes $\Gamma_{\lambda\rho}^\mu$ define una *conexión lineal* (o afín) en el manifold (n^3 coeficientes para un espacio de n dimensiones). Es importante notar que si bien la conexión parece un tensor, *no*

es un tensor. Sin embargo, es posible definir un tensor antisimétrico, conocido como *tensor de torsión*, dado por

$$T^\lambda_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu}. \quad (3.5)$$

La torsión corresponde, entonces, a la parte antisimétrica de la conexión. Una conexión simétrica en sus dos índices inferiores se dice “libre de torsión”. La conexión nos permite definir un tipo de derivada en manifolds, llamada *derivada covariante*, que transforma como un tensor, a diferencia de la derivada parcial, que no es un buen operador tensorial en espacios curvos. La derivada covariante está dada por

$$\nabla_\mu V^\nu = \partial_\mu V^\nu + \Gamma^\nu_{\mu\sigma} V^\sigma, \quad (3.6)$$

o bien

$$\nabla_\mu \omega_\nu = \partial_\mu \omega_\nu - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \omega_\lambda, \quad (3.7)$$

para el caso de covectores o vectores duales. Finalmente, conociendo la conexión, podemos definir un objeto que da cuenta del cambio de dirección que experimenta el vector al ser transportado de forma paralela por una curva cerrada en un manifold. Tal objeto corresponde al *tensor de Riemann* o tensor de curvatura, y está dado por

$$R^\rho_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}. \quad (3.8)$$

3.2.2. Movimiento geodésico

Con la derivada covariante en mano, es posible generalizar el concepto de línea recta del espacio Euclidiano, definida como la ruta de menor distancia entre dos puntos. Pues bien, dicha ruta en espacio curvo corresponde a una *geodésica*, cuya ecuación esta dada por

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma^\mu_{\rho\sigma} \frac{dx^\rho}{d\lambda} \frac{dx^\sigma}{d\lambda} = 0, \quad (3.9)$$

donde λ es algún parámetro afín. A partir de esta expresión, es posible recuperar la ecuación de la línea recta en espacio plano, para el cual $\Gamma^\mu_{\rho\sigma} = 0$. Para rutas tipo tiempo, la ecuación geodésica puede ser escrita en términos de la quadri-velocidad $U^\mu = dx^\mu/d\tau$ como

$$U^\lambda \nabla_\lambda U^\mu = 0, \quad (3.10)$$

o bien

$$p^\lambda \nabla_\lambda p^\mu = 0, \quad (3.11)$$

donde $p^\mu = mU^\mu$. Para rutas tipo luz no es posible utilizar el tiempo propio τ como parámetro afín, no obstante, podemos escoger otro parámetro afín λ tal que

$$p^\mu = \frac{dx^\mu}{d\lambda}. \quad (3.12)$$

En ambas rutas, tipo tiempo o tipo luz, la energía de la partícula está dada por

$$E = -p_\mu U^\mu. \quad (3.13)$$

Una importante propiedad del movimiento geodésico en un manifold con métrica Lorentziana, es que este no cambia su caracter tipo tiempo, luz o espacio.

3.2.3. La métrica

El tensor métrico o métrica, ya introducido para el espacio de Minkowski, es también de gran relevancia en espacios curvos, ya que al igual que en Minkowski, codifica una forma de medir distancias en geometrías más complejas. En el caso de espacios curvos, la métrica se denota con el símbolo $g_{\mu\nu}$, y corresponde a un tensor simétrico de rango $(0, 2)$, generalmente invertible, lo que nos permite definir una métrica inversa

$$g^{\mu\nu}g_{\nu\sigma} = g_{\lambda\sigma}g^{\lambda\mu} = \delta_{\sigma}^{\mu}. \quad (3.14)$$

Muy importante, además, es que podemos definir un elemento de línea

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}. \quad (3.15)$$

Obviamente, las componentes del tensor métrico pueden verse diferentes en distintos sistemas de coordenadas, cartesianas y esféricas, por ejemplo. No obstante, las propiedades del espacio que codifica permanecen inalteradas. Una forma útil de caracterizar la métrica es escribirla en su *forma canónica*, esto es

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, -1, \dots, -1, +1, +1, \dots, +1, 0, 0, \dots, 0). \quad (3.16)$$

Si la métrica tuviera valores 0 en esta forma, se denomina “degenerada” y no posee inversa. En relatividad general interesan métricas no degeneradas e invertibles. Una métrica con todos sus signos positivos se denomina *Euclidiana* o *Rimanianna*, mientras que si posee un solo signo negativo es llamada *Lorentziana* o *pseudo-Rimanianna*. El espacio-tiempo de interés en relatividad general posee métrica Lorentziana. Una conexión se dice *métrica compatible* si la derivada covariante de la métrica con respecto a la conexión es cero en todas partes del manifold. Dada una métrica, e imponiendo la *condición de metricidad* (métrica compatible), se obtiene una conexión dada por

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \{\overset{\mu}{\lambda\nu}\} + K^{\mu}_{\lambda\nu}. \quad (3.17)$$

Donde $\{\overset{\mu}{\lambda\nu}\} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}(\partial_{\mu}g_{\nu\sigma} + \partial_{\nu}g_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu})$ es llamado el símbolo de Christoffel y $K^{\mu}_{\lambda\nu}$ es el tensor de contorsión,

$$K^{\mu}_{\lambda\nu} = -\frac{1}{2}(T^{\mu}_{\lambda\nu} - T_{\nu}^{\mu}_{\lambda} + T_{\lambda\nu}^{\mu}). \quad (3.18)$$

Un espacio dotado de la conexión 3.17 es llamado espacio de *Riemann-Cartan*, y corresponde al espacio más general con conexión métrica compatible. En un espacio libre de torsión, la contorsión es cero y la conexión es el *símbolo de Christoffel*, o *conexión de Christoffel*. La conexión de Christoffel es la única conexión que puede ser construida a partir solo de la métrica,

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}(\partial_{\mu}g_{\nu\sigma} + \partial_{\nu}g_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu}). \quad (3.19)$$

Un espacio que posee la conexión de Christoffel se denomina *espacio de Riemann*, y es el espacio de interés en relatividad general.

3.2.4. Propiedades del tensor de Riemann

De la definicion 3.8, se puede verificar que el tensor de Riemann es antisimétrico en sus dos primeros índices,

$$R_{\rho\sigma\mu\nu} = -R_{\sigma\rho\mu\nu}. \quad (3.20)$$

Antisimétrico en sus dos últimos índices (solo cuando la conexión es el símbolo de Christoffel),

$$R_{\rho\sigma\mu\nu} = -R_{\rho\sigma\nu\mu}. \quad (3.21)$$

Y simétrico en el intercambio del primer y segundo par de índices,

$$R_{\rho\sigma\mu\nu} = R_{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (3.22)$$

Además, la suma de las permutaciones cíclicas de sus tres últimos índices es cero,

$$R_{\rho\sigma\mu\nu} + R_{\rho\mu\nu\sigma} + R_{\rho\nu\sigma\mu} = 0. \quad (3.23)$$

Esta última expresión es conocida como *primera identidad de Bianchi*, y puede ser escrita en forma más compacta como

$$R_{\rho[\sigma\mu\nu]} = 0. \quad (3.24)$$

De estas propiedades, es posible deducir la *segunda identidad de Bianchi*,

$$\nabla_{[\lambda} R_{\rho\sigma]\mu\nu} = 0. \quad (3.25)$$

Si se contrae el primer y tercer índice del tensor de Riemann, se obtiene el *tensor de Ricci*

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda}. \quad (3.26)$$

Para el caso de un tensor de Ricci asociado a la conexión de Christoffel, 3.26 es la única contracción distinta de cero que podemos realizar. Además, para este caso, y como consecuencia de las simetrías del tensor de Riemann, el tensor de Ricci resulta automaticamente simétrico,

$$R_{\mu\nu} = R_{\nu\mu}. \quad (3.27)$$

La traza del tensor de Ricci se conoce como el *escalar de Ricci*,

$$R = R^{\mu}_{\mu} = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \quad (3.28)$$

A partir del tensor de Ricci y el escalar de Ricci, se define el *tensor de Einstein* como,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}. \quad (3.29)$$

De las identidades de Bianchi, es posible demostrar que el tensor de Einstein cumple la ecuación

$$\nabla^{\mu} G_{\mu\nu} = 0. \quad (3.30)$$

3.2.5. Las ecuaciones de Einstein

Volviendo a la idea de representar la gravedad a través de la disección del espacio-tiempo en marcos de referencia inerciales (locales), que compensen el campo gravitacional, intuimos que la gravedad tiene que ver con la métrica del espacio-tiempo. Es más, a partir de la ecuación geodésica y tomando el límite Newtoniano, encontramos que para este caso la métrica corresponde al potencial gravitacional. Además, imponiendo el principio de covarianza, es necesario que las ecuaciones sean tensoriales y por tanto invariantes a los cambios de coordenadas. Un requerimiento más sutil de la teoría, es que esta debe ser no lineal, ya que la gravedad se acopla a si misma. Partiendo de la ecuación de Poisson para el potencial gravitacional, y considerando los requerimientos ya mencionados, Einstein propuso en Octubre de 1915 la ecuación,

$$R_{\mu\nu} = \alpha T_{\mu\nu}, \quad (3.31)$$

donde $T_{\mu\nu}$ es el *tensor de energía-momento*. Pero Einstein quería tener conservación de $T_{\mu\nu}$, por lo que el 25 de Noviembre del mismo año postuló,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \alpha T_{\mu\nu}. \quad (3.32)$$

La constante de proporcionalidad α puede ser determinada requiriendo consistencia con la ecuación de Poisson en el límite Newtoniano, obteniéndose,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (3.33)$$

A diferencia de otras teorías físicas, en las que solo la diferencia de energía es relevante, en relatividad general se debe considerar el valor absoluto de la energía. Esto debido a que la energía, en cualquiera de sus formas, gravita. Lo anterior, posibilita la existencia de una *energía de vacío*, es decir, una densidad de energía característica del espacio-tiempo. Dicha densidad de energía puede ser incorporada a las ecuaciones de Einstein en la forma de una *constante cosmológica* Λ , tal que

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (3.34)$$

donde la energía de vacío está dada por

$$\rho_{vac} = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (3.35)$$

Los términos “constante cosmológica” y “energía de vacío” son equivalentes [1].

3.3. Cosmología

El universo es isotrópico y a gran escala homogéneo, nos dice la cosmología. La isotropía implica que no existe un centro del universo, sino que todos sus puntos son iguales y no existen puntos privilegiados. Por otra parte, la homogeneidad, significa que a gran escala (a nivel de cúmulos de galaxias), el universo contiene más o menos lo mismo. Además, de nuestras observaciones (candelas estándar y fondo cósmico de microondas), sabemos que el universo se

expande, y de forma acelerada. El patrón observado para la expansión del universo nos indica que las galaxias se alejan unas de otras de forma radial, con una velocidad que es proporcional a su distancia, es decir

$$v = H_0 r, \quad (3.36)$$

siendo H_0 el valor presente de la constante de Hubble's $\sim 70 \frac{km}{s}/Mpc$. Es decir, las galaxias se alejan 70 km/s más rápido, cada 3.3 millones de años luz. Una observación importante, es que no son las galaxias las que se mueven a esta velocidad por el espacio-tiempo, sino que es el mismo espacio-tiempo el que se regenera, crece y expande.

3.3.1. Los universos de Friedmann-Robertson-Walker

Para modelar el universo, necesitamos codificar el principio cosmológico y la expansión en una métrica. Tal métrica es conocida como *métrica de Robertson-Walker*, y es

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (3.37)$$

donde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$ es la métrica de S^2 y $a(t)$ es llamado el factor de escala. Esta métrica representa un espacio máximamente simétrico evolucionando en el tiempo, no obstante, el factor de escala puede tener cualquier comportamiento, por lo que necesitamos relacionarlo con la materia y energía del universo. Tal relación parte considerando que la materia y energía son un fluido perfecto, en cuyo caso el tensor de energía-momento está dado por $T^\mu_\nu = \text{diag}(-\rho, p, p, p)$. Posteriormente, incorporando la ecuación de la Relatividad General, junto con las condiciones de energía y la isotropía del espacio-tiempo, se obtienen

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}, \quad (3.38)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G}{3}\rho + 3p. \quad (3.39)$$

Estas ecuaciones son conocidas como las ecuaciones de Friedmann, que junto con la métrica de Robertson-Walker, definen los universos de Friedmann-Robertson-Walker (FRW). En términos del factor de escala, el parámetro de Hubble puede ser escrito como

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (3.40)$$

Resulta útil definir el parámetro densidad Ω como

$$\Omega = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho, \quad (3.41)$$

de acuerdo al cual se tienen tres posibles universos, a saber

$$\Omega < 1 \implies \text{Universo abierto}$$

$$\Omega = 1 \implies \text{Universo plano}$$

$\Omega > 1 \implies$ Universo cerrado.

Las observaciones recientes indican que Ω es muy cercano a la unidad [1]. Es decir, nuestro universo es plano, o casi plano, no obstante, se expande, y de forma acelerada. De acuerdo con las ecuaciones de Friedmann, tal aceleración requiere una densidad de energía de vacío mayor que la densidad de energía de materia, por lo que es posible el universo transite a un periodo dominado por la energía de vacío. La energía de vacío, también llamada energía oscura, se estima, de acuerdo a las observaciones cosmológicas, en $\sim 10^{-8}$ erg/cm³.

3.3.2. Inflación

La isotropía y homogeneidad del universo actual, junto con su geometría plana, son características difíciles de explicar. Respecto de la isotropía, esta se evidencia en la temperatura del fondo cósmico de microondas (CMB) ~ 2.72 K, que es la misma en todas las direcciones, incluso en aquellas diametralmente opuestas. ¿Cómo es posible que sectores desconectados causalmente hayan tenido una evolución térmica coordinada?. Este es el llamado *problema del horizonte*, es decir, que a pesar de existir un horizonte causal entre ciertas regiones del universo, estas parecieran estar en equilibrio térmico. Por otro lado, la geometría plana del universo implica que la densidad de energía actual es igual a la densidad crítica, lo que parece una gran coincidencia, y de hecho es conocido como el *problema de la coincidencia cósmica*. Si consideramos una evolución del universo basada en las ecuaciones de Friedmann, las condiciones iniciales debieron estar finamente ajustadas para producir el universo plano e isotrópico que vemos hoy, o bien, existió un mecanismo capaz de evolucionar al universo actual a partir de un conjunto más amplio de condiciones iniciales. Tal mecanismo es proveído por la inflación, un periodo de expansión brutal mediado por la energía de vacío y que resuelve de forma simultánea el problema del horizonte y la geometría plana. La inflación tuvo lugar en el universo primigenio $\sim 10^{-34}$ s desde el *Big Bang*, y se estima corresponde a un factor de expansión de $\sim 10^{26}$, que finalizó en la modesta expansión que experimentamos hoy. Pero, ¿cómo se puede haber producido tal periodo inflacionario?. El modelo más simple corresponde a una energía de vacío producida por un campo escalar, el *inflatón*. Para tal caso, consideremos la ecuación de un campo escalar en un universo de FRW

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (3.42)$$

como también la ecuación de Friedmann,

$$H^2 = \frac{1}{3\bar{m}_P^2} \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right), \quad (3.43)$$

donde $\bar{m}$ corresponde a la *masa reducida de Planck*. Para que la inflación tenga lugar, se requiere que ϕ varíe poco durante el proceso inflacionario, es decir, que la energía potencial V sea dominante y que la segunda derivada del campo sea lo suficientemente pequeña como para prolongar el proceso el tiempo suficiente. Para satisfacer tales condiciones se definen dos cantidades adimensionales conocidas como *parámetros de slow-roll*, correspondientes a

$$\epsilon = \frac{1}{2}\bar{m}_P^2 \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \eta = \bar{m}_P^2 \left(\frac{V''}{V} \right). \quad (3.44)$$

Una de las formas más simples de potencial que cumple con estos parámetros, es por ejemplo, $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$, para el que

$$\epsilon = \eta = \frac{2\bar{m}_P^2}{\phi^2}. \quad (3.45)$$

Claramente, para ϕ grandes, tendremos parámetros de slow-roll tan pequeños como queramos.

3.4. Mas allá de la relatividad general

3.4.1. Torsión y espacios de Riemann-Cartan

Como mencionamos anteriormente, el espacio más general con conexión métrica compatible es el *espacio de Riemann-Cartan*. La conexión de este espacio corresponde a la suma de los símbolos de Christoffel y el tensor de contorsión (ecuación 3.17). La contorsión, a su vez, depende del tensor de torsión, tal como muestra la ecuación 3.18. Si bien, la base natural para trabajar en espacios con curvatura son las coordenadas curvilíneas o bases coordenadas, no son la única opción. Las bases coordenadas, en general, no son ortonormales, por lo que cambiarnos a una base ortonormal puede resultar ventajoso en ciertas situaciones. En particular, para introducir teorías gauge (espinores) en manifolds, y para facilitar los cálculos de la torsión y curvatura. La ortonormalidad de estas bases se expresa en la relación

$$g(\hat{e}_a, \hat{e}_b) = \eta_{ab}, \quad (3.46)$$

donde g es el tensor métrico usual y η la métrica de Minkowski (Los índices latinos indican el uso de coordenadas ortonormales). El conjunto de vectores de las bases ortonormales son conocidos como *vielbeins*, y a diferencia de las bases coordenadas, cuyo conmutador es siempre cero, los vectores base ortonormales, en general, no conmutan, cumpliendo la relación

$$[\hat{e}_a, \hat{e}_b] = C_{ab}{}^c \hat{e}_c, \quad (3.47)$$

donde $C_{ab}{}^c$ son llamados los *coeficientes de conmutación*. Estos coeficientes de conmutación son antisimétricos en sus dos primeros índices, es decir

$$C_{ab}{}^c = -C_{ba}{}^c. \quad (3.48)$$

Cualquier vector en el espacio tangente, expresado en bases coordenadas, puede ser también expresado en coordenadas ortonormales utilizando la siguiente relación de cambio de base,

$$\hat{e}_\mu = e_\mu{}^a \hat{e}_a. \quad (3.49)$$

Los componentes $e_\mu{}^a$ de la expansión 3.49, también son referidos como vielbeins, y conforman una matriz $n \times n$ invertible, lo que posibilita el cambio de base inverso utilizando el vielbein $e^a{}_\mu$. De igual forma, los vielbeins sirven para construir bases ortonormales de *una-formas* (vectores duales), de modo que

$$\hat{\theta}^\mu = e^\mu{}_a \hat{\theta}^a \quad (3.50)$$

y

$$\hat{\theta}^a = e_\mu{}^a \hat{\theta}^\mu. \quad (3.51)$$

Las bases ortonormales tienen una estrecha relación con el principio de equivalencia, ya que representan un marco de referencia de Lorentz en cada punto del manifold, mientras que las bases coordenadas representan al manifold global. En este marco de referencia de Lorentz tenemos libertad para realizar transformaciones de Lorentz y cambios de coordenadas, de la forma habitual. No obstante, para tomar la derivada covariante debemos reemplazar la conexión afín por la *conexión de spin*, denotada por $\omega_\mu^a{}_b$. En términos de la conexión de spin, la derivada covariante de un vector es

$$\nabla_\mu X^a = \partial_\mu X^a + \omega_\mu^a{}_c X^c. \quad (3.52)$$

En general, para la derivada covariante de un tensor, se requerirá un factor de conexión de spin por cada índice ortonormal. Cualquier tensor con índices mixtos (ortonormales y de bases coordenadas) puede ser pensado como un tensor evaluado en sus índices de coordenadas una-forma, es decir, en sus índices griegos, covariantes y antisimétricos. Por ejemplo, el tensor $A_{\mu\nu}^a{}_b$, antisimétrico en μ y ν , puede ser pensado como un tensor (1, 1) evaluado en una dos-forma. De esta manera, la torsión y la curvatura pueden ser definidas mediante las siguientes expresiones,

$$\mathcal{T}^a = de^a + \omega^a{}_b \wedge e^b \quad (3.53)$$

y

$$\mathcal{R}^a{}_b = d\omega^a{}_b + \omega^a{}_c \wedge \omega^c{}_b. \quad (3.54)$$

Estas relaciones son conocidas como las *ecuaciones de estructura de Cartan*. Los términos $\mathcal{T}^a$ y $\mathcal{R}^a{}_b$ son la torsión y curvatura dos-forma, respectivamente, y corresponden a la torsión y curvatura habituales, pero con los índices griegos suprimidos. Adicionalmente, estos objetos dos-forma cumplen las siguientes relaciones:

$$d\mathcal{T}^a = \omega^a{}_b \wedge \mathcal{T}^b + \mathcal{R}^A{}_b \wedge e^a \quad (3.55)$$

y

$$d\mathcal{R}^a{}_b + \omega^a{}_c \wedge \mathcal{R}^c{}_b - \mathcal{R}^a{}_c \wedge \omega^c{}_b = 0. \quad (3.56)$$

Las relaciones 3.55 y 3.56 corresponden a generalizaciones de la primera y segunda identidad de Bianchi, presentada anteriormente.

3.4.2. Teoría de Kaluza-Klein: generalización de la relatividad a dimensiones extra

Posteriormente a la publicación de la relatividad general, Kaluza (1921) construyó una teoría con un espacio-tiempo Rimanniano de cinco dimensiones (1 temporal y 4 espaciales), obteniendo un modelo que unificaba las únicas dos fuerzas conocidas en ese entonces, a saber, la gravedad y el electromagnetismo. Esta teoría estudiaba la estructura clásica del espacio-tiempo cinco-dimensional, siendo luego complementada en sus aspectos cuánticos por Klein (1926). Desarrollos posteriores han generalizado esta idea a más de cinco dimensiones, en intentos por incorporar la unificación con las fuerzas nucleares débil y fuerte. No obstante, un siglo después, aún no se obtiene una teoría del tipo Kaluza-Klein (KK) realista. La idea básica de la teoría de KK es partir desde una teoría de la gravedad en cinco dimensiones y realizar

una *reducción dimensional*, para determinar que forma toma esta teoría en 4 dimensiones. Se asume que la gravedad en cinco dimensiones está descrita por una densidad lagrangiana

$$\mathcal{L} = \sqrt{-\hat{g}}\hat{R}, \quad (3.57)$$

donde $\hat{R}$ es el escalar de Ricci y $\hat{g}$ el determinante del tensor métrico. Para realizar la reducción dimensional, asumimos que la dimensión extra es de tipo espacio y la denotamos por z . Además, suponemos que esta dimensión se encuentra compactificada en un círculo de radio L , muy pequeño, del orden de la escala de Planck. Ahora, podemos expandir el tensor métrico como una serie de Fourier de la forma

$$\hat{g}_{MN}(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{MN}^{(n)}(x) e^{inz/L}, \quad (3.58)$$

donde x es la coordenada del espacio de 4 dimensiones. Inmediatamente notamos que se tiene un infinito número de campos en el espacio de 4 dimensiones, cada uno etiquetado con un modo de Fourier n . Se puede verificar que los campos con modos $n \neq 0$ corresponden a campos con masa, mientras que los modos 0 corresponden a campos sin masa. Por ejemplo, si consideramos un campo escalar $\hat{\phi}$ en el espacio de cinco dimensiones, sin masa, encontraremos n campos ϕ_n en el espacio de 4 dimensiones, cada uno con masa $|n|/L$, donde L es el tamaño de la dimensión compactificada. Como ya mencionamos, L es del orden de la escala de Planck, por lo que las masas asociadas a los modos masivos son también del orden de dicha escala. Si bien estas escalas de masa están fuera del alcance de los actuales aceleradores de partículas, es importante su estudio por las siguientes razones:

1. Es posible que los modos masivos puedan afectar el sector de bajas energías, debido a los efectos cuánticos [2].
2. Los modos masivos pueden ser tan importantes como los modos cero en la evolución cosmológica del universo temprano, a escalas de energía cercanas a la escala de compactificación [3].

No obstante, en la mayoría de los casos cuando se habla de reducción dimensional de KK, esta solo incluye los modos cero de la expansión 3.58. En tal caso, $\hat{g}_{MN}$ es independiente de z . Si consideramos que las componentes de la métrica cinco-dimensional son $\hat{g}_{\mu\nu}$, $\hat{g}_{\mu z}$ y $\hat{g}_{zz}$, donde μ y ν son índices de coordenadas en el espacio de 4 dimensiones, es posible suponer que dichas componentes se pueden conseguir con un tensor métrico, un una-forma o potencial de Maxwell, y un campo escalar, repectivamente. Así, relacionamos $\hat{g}_{\mu\nu}$, $\hat{g}_{\mu z}$ y $\hat{g}_{zz}$ con los campos $g_{\mu\nu}$, $\mathcal{A}_\mu$ y ϕ del espacio de 4 dimensiones. Existen diferentes formas de parametrizar la métrica cinco-dimensional considerando estos campos. Por ejemplo,

$$d\hat{s}^2 = e^{2\alpha\phi} ds^2 + e^{2\beta\phi} (dz + \mathcal{A})^2, \quad (3.59)$$

donde α y β son constantes que pueden ser escogidas de modo conveniente, y $\mathcal{A} = \mathcal{A}_\mu dx^\mu$ es un una-forma. En este *ansatz*, las componentes de la métrica $\hat{g}_{MN}$ están dadas por

$$\hat{g}_{\mu\nu} = e^{2\alpha\phi} g_{\mu\nu} + e^{2\beta\phi} \mathcal{A}_\mu \mathcal{A}_\nu, \quad \hat{g}_{\mu z} = e^{2\beta\phi} \mathcal{A}_\mu, \quad \hat{g}_{zz} = e^{2\beta\phi}. \quad (3.60)$$

Para proceder con la reducción, haremos la siguiente elección de bases *vielbein*,

$$\hat{e}^a = e^{\alpha\phi} e^a, \quad \hat{e}^z = e^{\beta\phi} (dz + \mathcal{A}), \quad (3.61)$$

donde el *vielbein* $e^a = e^a_\mu dx^\mu$ es una forma. Notar, además, que a corresponde a un índice de espacio tangente. En general, las letras en latín, a, b , etc. serán utilizadas para denotar índices de espacio tangente, excepto z , que seguirá siendo el índice asociado a la dimensión extra. Continuando con el formalismo de las *formas diferenciales*, es posible computar la *conexión de spin* y posteriormente la curvatura. Para la conexión de spin encontramos

$$\begin{aligned} \hat{\omega}^{ab} &= \omega^{ab} + \alpha e^{-\alpha\phi} (\partial^b \phi \hat{e}^a - \partial^a \phi \hat{e}^b) - \frac{1}{2} \mathcal{F}^{ab} e^{(\beta-2\alpha)\phi} \hat{e}^z, \\ \hat{\omega}^{az} &= -\hat{\omega}^{za} = -\beta e^{-\alpha\phi} \partial^a \phi \hat{e}^z - \frac{1}{2} \mathcal{F}^a_b e^{(\beta-2\alpha)\phi} \hat{e}^b, \end{aligned} \quad (3.62)$$

donde $\partial_a \phi = e^\mu_a \partial_\mu \phi$, con e^μ_a el vielbein inverso. Notar, además, que $\mathcal{F}_{ab}$ corresponde a las componentes vielbein del tensor de fuerza de campo $\mathcal{F} = d\mathcal{A}$. Escogiendo de forma adecuada las constantes α y β para asegurar que el lagrangiano resultante de la reducción dimensional tenga un *término de Einstein-Hilbert* de la forma $\sqrt{-g}R$, junto con un término cinético canónicamente normalizado para el campo escalar e igual a $\frac{1}{2}\sqrt{-g}(\partial\phi)^2$, el lagrangiano resultante es

$$\mathcal{L} = \sqrt{-\hat{g}} \hat{R} = \sqrt{-g} \left(R - \frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - \frac{1}{4} e^{-6\alpha\phi} \mathcal{F}^2 \right), \quad (3.63)$$

donde $\mathcal{F}$ es el tensor electromagnético y ϕ un campo escalar llamado *dilatón*.

Teoría cuántica de campos y el modelo estándar

4.1. Partículas a partir de campos

Una de las restricciones de la mecánica cuántica es que trata sistemas con un número de partículas constante, siendo cada partícula una función de onda compleja en un *espacio de Hilbert*. No obstante, en los procesos físicos de altas energías, el número de partículas no es necesariamente constante, pudiéndose crear y destruir partículas. Se hace necesario, entonces, un nuevo enfoque para este tipo de sistemas, que consiste en considerar que las partículas son perturbaciones de campos fundamentales que permean el universo. En este enfoque, lo que se cuantiza no son las partículas, sino los campos. La arena en la que los campos actúan, es el espacio-tiempo plano de Minkowski, en el cual rigen las leyes de la relatividad especial. Los efectos gravitacionales no son considerados, por lo que la teoría resultante, conocida como *Teoría cuántica de campos*, puede ser interpretada como el límite de bajas energías de una teoría más general. La teoría cuántica de campos está basada en el formalismo lagrangiano, en el que se define una acción de la forma

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi). \quad (4.1)$$

Esta integral es evaluada sobre el espacio de Minkowski y su integrando $\mathcal{L}$ representa una *densidad lagrangiana*, que es función de los campos y sus derivadas. Las ecuaciones de movimiento de los campos pueden ser encontradas aplicando el *principio de mínima acción*, obteniéndose las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} = 0. \quad (4.2)$$

Si bien la teoría considera diferentes tipos de campos, tales como campos escalares, de Dirac, vectoriales, gauge, etc., todos estos campos deben ser combinados de tal forma que la densidad lagrangiana resulte Lorentz invariante. Así, la acción definida en 4.1, también será un invariante de Lorentz, correspondiendo a una magnitud adimensional que codifica toda la información física del sistema.

4.2. Campos escalar y de Dirac

Consideremos la acción

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2), \quad (4.3)$$

con ϕ un campo escalar real. Para esta acción, tenemos que

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0. \quad (4.4)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de *Klein-Gordon* y su solución es una onda plana de la forma $e^{\pm ipx}$, cumpliendo la relación de dispersión relativista

$$p^2 = (p^0)^2 - (\vec{p})^2 = m^2, \quad (4.5)$$

donde el parámetro m corresponde a la masa y por definición consideramos $m > 0$. Una solución general de la ecuación 4.4 corresponderá a una superposición de ondas planas de la forma

$$\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} \left(a_{\mathbf{p}} e^{-ipx} + a_{\mathbf{p}}^* e^{ipx} \right) |_{p^0=E_{\mathbf{p}}}, \quad (4.6)$$

donde $E_{\mathbf{p}} = +\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ y el factor $\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}$ es una elección de normalización conveniente.

El *campo de Dirac*, por otro lado, es un campo que provee una representación del grupo de Lorentz y transformaciones paridad, de la forma

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

donde $\psi_{L/R}$ corresponden a *espinores de Weyl*. De este modo, un campo de Dirac posee cuatro componentes. Estos campos permiten escribir el *lagrangiano de Dirac* en una forma compacta

$$\mathcal{L}_D = \bar{\Psi}(i\rlap{\not{D}} - m)\Psi, \quad (4.8)$$

donde $\bar{\Psi} = (\psi_R^\dagger, \psi_L^\dagger)$ y $\rlap{\not{D}} = \gamma^\mu \partial_\mu$, con γ_μ las *matrices gamma*. Aplicando el principio de mínima acción, se deduce fácilmente la ecuación de movimiento de estos campos

$$(i\rlap{\not{D}} - m)\Psi = 0. \quad (4.9)$$

Esta ecuación es conocida como *ecuación de Dirac*.

4.3. Teorías gauge y el campo electromagnético

Consideremos el lagrangiano de Dirac

$$\mathcal{L}_D = \bar{\Psi}(i\rlap{\not{D}} - m)\Psi. \quad (4.10)$$

Obviamente, este lagrangiano posee simetría global $U(1)$. Es decir, es invariante a la transformación $\Psi \rightarrow e^{iq\theta}\Psi$, con q y θ parámetros constantes. No obstante, si θ no es constante, sino una función de la posición, se tiene que

$$\partial(e^{iq\theta}\Psi) = e^{iq\theta}\partial(iq\theta)\Psi + e^{iq\theta}\partial\Psi. \quad (4.11)$$

y por lo tanto 4.10 ya no es invariante $U(1)$ cuando θ depende de x . Para restaurar esta simetría local, es necesario agregar un término adicional A_μ a la derivada parcial, de manera que

$$D_\mu \Psi = (\partial_\mu + iqA_\mu) \Psi. \quad (4.12)$$

D_μ es conocida como la *derivada covariante*, y transforma de acuerdo a

$$D_\mu \Psi \rightarrow e^{iq\theta} D_\mu \Psi, \quad (4.13)$$

siempre y cuando

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \partial_\mu \theta. \quad (4.14)$$

En consecuencia, el lagrangiano 4.10, escrito en la forma

$$\mathcal{L}_D = \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi, \quad (4.15)$$

es ahora invariante $U(1)$ local, y el término A_μ que se agregó a la derivada corresponde al *potencial electromagnético*, que debe ser incorporado al lagrangiano a través del *tensor de campo electromagnético* $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, en la forma $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$. Este último término es conocido como la *acción de Maxwell*, y es fácil verificar que dicha acción es invariante a la transformación 4.14. Incorporando la acción de Maxwell, el lagrangiano del electromagnetismo queda en la forma

$$\mathcal{L}_D = \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (4.16)$$

Los términos del tipo A_μ , adicionados para calibrar una simetría local, son conocidos como *campos gauge*, y la invarianza ante transformaciones del tipo 4.12 se denomina *invarianza gauge*. Las teorías que incorporan este mecanismo para preservar simetrías locales, se conocen como *teorías gauge*, siendo la electrodinámica cuántica (**QED**) la más simple de ellas. Dado que el grupo de simetría $U(1)$ es abeliano, **QED** es una *teoría gauge abeliana*.

4.4. Teorías de Yang-Mills y el modelo estándar de partículas

Los grupos de simetría gauge no están restringidos solo al caso abeliano, como $U(1)$, si no que pueden ser extendidos a casos no abelianos. Aquellas teorías con grupos de simetría gauge no abelianos reciben el nombre de *Teorías de Yang-Mills*. Si bien dichos grupos gauge pueden ser del todo generales, un caso de especial interés en física corresponde a los grupos $SU(N)$. Para generalizar al caso gauge $SU(N)$, consideremos un conjunto de campos Ψ^a , que transforman en alguna representación R del grupo $SU(N)$, donde $a = 1, 2, \dots, \dim(R)$ corresponde al índice del grupo. El hecho de que Ψ transforme en la representación R implica que,

$$\Psi^a = (U_R)^a_b \Psi^b, \quad (4.17)$$

con

$$U_R = \exp\{ig\theta^a T_R^a\}, \quad (4.18)$$

donde T_R^a son los generadores del grupo gauge en la representación R y θ^a corresponden a los parámetros de la transformación. Además, siempre se puede redefinir $\theta^a \rightarrow g\theta^a$, donde g es una constante que corresponde a la constante de acoplamiento de la teoría. Como siempre, el objetivo es la construcción de lagrangianos invariantes frente a estas transformaciones, para lo cual, en el caso de transformaciones locales, puede ser necesaria la adición de un conjunto de campos gauge A_μ^a , donde el índice a corresponde a cada uno de los generadores del grupo. El conjunto de campos A_μ^a son llamados *campos gauge no abelianos*. En el caso particular de $SU(N)$, este posee $N^2 - 1$ generadores. Los campos A_μ transforman de acuerdo a

$$A_\mu \rightarrow U A_\mu U^\dagger - \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^\dagger, \quad (4.19)$$

donde $A_\mu = A_\mu^a(x)T_R^a$ y $U(x) = \exp\{ig\theta^a T_R^a\}$. La ecuación 4.19 es la generalización de las transformaciones gauge para el caso no abeliano. La derivada covariante en este caso es

$$D_\mu \Psi = (\partial_\mu - igA_\mu^a T_R^a)\Psi, \quad (4.20)$$

que transforma de acuerdo a

$$D_\mu \Psi \rightarrow \partial_\mu(U_R \Psi) - ig(U_R A_\mu U_R^\dagger - \frac{i}{g}(\partial_\mu U_R)U_R^\dagger)U_R \Psi = U_R D_\mu \Psi. \quad (4.21)$$

De este modo, la derivada covariante transforma de la misma manera que los campos Ψ^a (ecuación 4.17).

La importancia de las teorías de Yang-Mills radica en el hecho de que el modelo estándar no es más que la unión de dos de estas teorías, a saber, la *teoría electrodébil* (EW) y la *cromodinámica cuántica* (QCD), que en conjunto corresponden a los grupos de simetría $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$. El modelo estándar es la teoría que explica cómo está conformada nuestra realidad, identificando los campos cuánticos y sus excitaciones como los objetos fundamentales, lo que permite su descripción mediante los formalismos de la teoría cuántica de campos. Así, la densidad lagrangiana del modelo estándar es

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_Y. \quad (4.22)$$

Los términos del lado derecho de la ecuación 4.22 corresponden a los sectores gauge, fermiónico, Higgs y Yukawa, respectivamente.

El término gauge es

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^i G^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{\mu\nu i} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (4.23)$$

donde

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i - g_s f_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k, & i, j, k &= 1 \dots 8 \\ W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, & i, j, k &= 1 \dots 3 \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \end{aligned} \quad (4.24)$$

corresponden a los tensores de fuerza de campo para los grupos gauge $SU(3)$, $SU(2)$ y $U(1)$, respectivamente.

El término fermiónico es

$$\mathcal{L}_f = \sum_{m=1}^F (\bar{q}_{mL} i \not{D} q_{mL} + \bar{\ell}_{mL} i \not{D} \ell_{mL} + \bar{u}_{mR} i \not{D} u_{mR} + \bar{d}_{mR} i \not{D} d_{mR} + \bar{e}_{mR} i \not{D} e_{mR} + \bar{\nu}_{mR} i \not{D} \nu_{mR}), \quad (4.25)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{q}_{mL} i \not{D} q_{mL} &= i \sum_{\alpha, \beta=1}^3 (\bar{u}_{mL}^\alpha \bar{d}_{mL}^\alpha) \gamma^\mu \\ &\times \left[\left(\partial_\mu I + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{6} I B_\mu \right) \delta_{\alpha\beta} + \frac{ig_s}{2} \vec{\lambda}_{\alpha\beta} \cdot \vec{G}_\mu I \right] \begin{pmatrix} u_{mL\beta} \\ d_{mL\beta} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\bar{\ell}_{mL} i \not{D} \ell_{mL} = i (\bar{\nu}_{mL} \bar{e}_{mL}) \gamma^\mu \left[\left(\partial_\mu I + \frac{ig}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{ig'}{2} I B_\mu \right) \right] \begin{pmatrix} \nu_{mL} \\ e_{mL} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

$$\bar{u}_{mR} i \not{D} u_{mR} = i \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \bar{u}_{mR}^\alpha \gamma^\mu \left(\partial_\mu + \frac{2ig'}{3} B_\mu \right) \delta_{\alpha\beta} u_{mR\beta} \quad (4.28)$$

$$\bar{d}_{mR} i \not{D} d_{mR} = i \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \bar{d}_{mR}^\alpha \gamma^\mu \left(\partial_\mu - \frac{ig'}{3} B_\mu \right) \delta_{\alpha\beta} d_{mR\beta} \quad (4.29)$$

$$\bar{e}_{mR} i \not{D} e_{mR} = i \bar{e}_{mR} \gamma^\mu (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_{mR} \quad (4.30)$$

$$\bar{\nu}_{mR} i \not{D} \nu_{mR} = i \bar{\nu}_{mR} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{mR} \quad (4.31)$$

En las expresiones 4.26 a 4.31, q y ℓ representan quarks y leptones, respectivamente. El campo u corresponde a quarks up, y el campo d corresponde a quarks down. e y ν representan electrones y neutrinos. Por otro lado, I es la matriz identidad 2×2 de $SU(2)$, $m = 1, 2, 3$ representa el índice de familia, y $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ representan índices de color. Como vemos, solo los quarks poseen índice de color, y únicamente ellos interactúan con los campos gluónicos G^i . Además, los campos con quiralidad izquierda transforman como *dobletes* $SU(2)$ y los de quiralidad derecha como *singletes*, evidenciando una ruptura de simetría de paridad en $SU(2)$. Los quarks u y d poseen carga eléctrica $2/3$ y $-1/3$, respectivamente. e y ν son los leptones, con cargas eléctricas -1 y 0 . Todos los fermiones poseen una carga asociada a $U(1)$, denominada *hipercarga débil* Y . Los valores de Y son $1/6$, $2/3$ y $-1/3$ para q , u y d , y de $-1/2$, 0 y -1 para los leptones ℓ , ν y e , respectivamente.

El término de Higgs es

$$\mathcal{L}_\phi = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi), \quad (4.32)$$

donde el campo $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ es un doblete escalar complejo denominado *campo de Higgs*, y $V(\phi)$ corresponde al *potencial de Higgs*, que tiene la forma

$$V(\phi) = +\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (4.33)$$

Para $\mu^2 < 0$ se producirá una ruptura espontánea de simetría que dotará de masa a los bosones W y Z . La estabilidad del vacío después de la ruptura de simetría requiere $\lambda > 0$.

La derivada covariante de la ecuación 4.32 es

$$D_\mu \phi = \left(\partial_\mu + \frac{iq}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu + \frac{ig'}{2} B_\mu \right) \phi. \quad (4.34)$$

Finalmente, el término de Yukawa es

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{m,n=1}^F \left[\Gamma_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\phi} u_{nR} + \Gamma_{mn}^d \bar{q}_{mL} \phi d_{nR} + \Gamma_{mn}^e \bar{\ell}_{mL} \phi e_{nR} + \Gamma_{mn}^\nu \bar{\ell}_{mL} \tilde{\phi} \nu_{nR} + h.c. \right], \quad (4.35)$$

donde $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$ es el campo de Higgs, y $\tilde{\phi} = i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi^{0\dagger} \\ -\phi^- \end{pmatrix}$ su forma conjugada. Los Γ son matrices arbitrarias, denominadas *matrices de Yukawa*, que determinarán la masa de los fermiones y sus mezclas, después del rompimiento de simetría.

Como se puede notar, ninguno de los sectores del lagrangiano del modelo estándar posee términos de masa, y es que cualquier término de masa agregado manualmente arruinaría las simetrías gauge y la normalizabilidad de la teoría. Por esta razón, los términos de masa deben ser generados mediante un mecanismo de ruptura de simetría inducido por el campo de Higgs $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$. Si el componente ϕ^0 de este doblete adquiere un valor de expectación, la simetría gauge *electrodébil* se romperá al electromagnetismo $U(1)_Q$. El campo ϕ puede ser escrito en una base Hermitiana $\phi_i = \phi_i^\dagger$ como

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4) \end{pmatrix}. \quad (4.36)$$

Sin pérdida de generalidad, se puede escoger un sistema de coordenadas en el que $\langle 0|\phi_i|0\rangle = 0$, para $i \neq 3$, y $\langle 0|\phi_3|0\rangle = \nu \geq 0$. Así,

$$\begin{aligned} \langle 0|\phi_i|0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix} \\ V(\nu) &= \frac{1}{2}\mu^2\nu^2 + \frac{1}{4}\lambda\nu^4. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Para $\mu^2 < 0$, el potencial es inestable en el punto simétrico $\nu = 0$ y encontramos mínimos para $\nu = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \neq 0$, rompiéndose así la simetría $SU(2) \times U(1)$ a $U(1)$. Dado que la simetría $U(1)$ no está rota, el fotón del electromagnetismo no posee masa, no obstante, los bosones W y Z resultan masivos.

Fijando el *gauge unitario* y cuantizando alrededor del vacío ν , obtenemos

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \nu + H \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \tilde{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu + H \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.38)$$

donde H es un campo escalar denominado *bosón de Higgs*, descubierto en el LHC en 2012.

Después del rompimiento de simetría y considerando

$$\tau^i W^i = \tau^3 W^3 + \sqrt{2}\tau^+ W^+ + \sqrt{2}\tau^- W^-, \quad (4.39)$$

donde

$$W^\pm = \frac{W^1 \pm iW^2}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad \tau^\pm = \frac{\tau^1 \pm i\tau^2}{\sqrt{2}}, \quad (4.40)$$

la ecuación 4.32 puede ser reescrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - V(\phi) = & M_W^2 W^{+\mu} W_\mu^- \left(1 + \frac{H}{\nu}\right)^2 + \frac{M_Z^2}{2} Z^\mu Z_\mu \left(1 + \frac{H}{\nu}\right)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 \\ & - \left(-\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda \nu H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \right). \end{aligned} \quad (4.41)$$

En esta expresión, Z corresponde a un bosón vectorial masivo dado por

$$Z = \frac{-g' B + g W^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (4.42)$$

que en términos del ángulo de Weinberg θ_W puede ser expresado como

$$Z = -\sin \theta_W B + \cos \theta_W W^3, \quad (4.43)$$

con

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}. \quad (4.44)$$

En esta expresión, g y g' corresponden a las constantes de acoplamiento gauge de los grupos $SU(2)$ y $U(1)$, respectivamente.

La combinación de B y W^3 ortogonal a Z es el fotón

$$A = \cos \theta_W B + \sin \theta_W W^3. \quad (4.45)$$

Los términos M_W y M_Z de la ecuación 4.41 corresponden a las masas de los bosones W y Z , respectivamente. Estas masas están dadas por

$$M_W = \frac{g\nu}{2} \quad \text{y} \quad M_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}, \quad (4.46)$$

cuyos valores actuales son

$$M_W = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}, \quad M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}. \quad (4.47)$$

La masa del bosón de Higgs, por su parte, viene dada por el término H^2 en la segunda línea de la ecuación 4.41, y su valor ha sido determinado experimentalmente en $M_H \sim 125 \text{ GeV}$.

Evidentemente, el fotón tiene masa cero.

De igual forma, los fermiones adquieren masa después del rompimiento de simetría. Para ver esto, podemos reescribir el sector de Yukawa utilizando los ϕ y $\tilde{\phi}$ de 4.38, obteniendo

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y &= \sum_{m,n=1}^F \bar{u}_{mL} \Gamma_{mn}^u \left(\frac{\nu + H}{\sqrt{2}} \right) u_{nR} + \text{términos equivalentes para } d, e, \nu + h.c. \\ &= \bar{u}_L (M^u + h^u H) u_R + \text{términos equivalentes para } d, e, \nu + h.c., \end{aligned} \quad (4.48)$$

donde u_L y u_R son vectores fila y columna de F componentes, respectivamente, y M^u es una matriz $F \times F$ generada por el rompimiento espontáneo de simetría y corresponde a la masa de los fermiones. Los componentes de esta matriz son

$$M_{mn}^u = \Gamma_{mn}^u \frac{\nu}{\sqrt{2}}. \quad (4.49)$$

h^u es la matriz de acoplamientos de Yukawa, con componentes

$$h_{mn}^u = \frac{\Gamma_{mn}^u}{\sqrt{2}}. \quad (4.50)$$

Como ya mencionamos, la matrices Γ^u de 4.48 son las *matrices de Yukawa*, y son matrices arbitrarias, es decir, pueden no ser diagonales, hermitianas o simétricas, además, poseen más parámetros libres que los necesarios para fijar las masas de los fermiones. Así, para obtener las masas reales, es necesario diagonalizar las matrices de Yukawa, junto con redefinir los campos en base a una fase, por ejemplo $q_R \rightarrow e^{i\theta} q_R$. Para realizar esto, es posible contruir matrices unitarias para los campos fermiónicos izquierdo y derecho, U_L y U_R , tal que

$$U_L^{u\dagger} M^u U_R^u = M_D^u, \quad (4.51)$$

donde M_D^u es una matriz con autovalores reales no negativos correspondientes a las masas físicas de los quarks up. El mismo procedimiento puede ser aplicado a los quarks down y leptones.

Las matrices $U_{L/R}^u$ pueden ser construidas como

$$U_L^u = E_L^u K_L^u, \quad U_R^u = E_R^u K_R^u, \quad (4.52)$$

donde E_L^u y E_R^u son matrices unitarias, soluciones de la ecuación

$$E_L^{u\dagger} M^u M^{u\dagger} E_L^u = E_R^{u\dagger} M^u M^{u\dagger} E_R^u = M_D^{u2}. \quad (4.53)$$

K_L^u y K_R^u son las matrices de transformación de fase de los campos u . Estas matrices pueden ser escogidas de modo que m_{u_i} sean reales y no negativos, siendo m_{u_i} los valores de la diagonal de la matriz de masas M_D^u . Finalmente, el término de Yukawa puede ser escrito como

$$-\mathcal{L}_Y = \sum_f \bar{\psi}_f m_f \left(1 + \frac{H}{\nu} \right) \psi_f, \quad (4.54)$$

donde la suma es sobre todos los campos fermiónicos. Los términos cinéticos del sector fermiónico también resultan afectados por estas transformaciones, no obstante, casi todos resultan invariantes, excepto los acoplamientos a los bosones $W_\mu^\pm$, cuyo lagrangiano puede ser escrito como

$$-\mathcal{L} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_L \gamma^\mu V_q d_L W_\mu^+ + \bar{d}_L \gamma^\mu V_q^\dagger u_L W_\mu^+ \right], \quad (4.55)$$

donde

$$V_q = U_u^\dagger U_d = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (4.56)$$

Esta matriz es conocida como *matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)*, que involucra tres ángulos de mezcla y una fase observable con violación CP.

Nuestro modelo: nuevos campos propagantes desde la torsión

La acción de Einstein-Cartan en cinco dimensiones es

$$\mathcal{S}_{EC} = -\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \int d^5 \hat{x} \sqrt{-\hat{g}} \hat{R}, \quad (5.1)$$

donde $\hat{\kappa}^2 = 16\pi G_N^{(5)}$, con $G_N^{(5)}$ la constante de Newton en cinco dimensiones, $\sqrt{-\hat{g}}$ el determinante de la métrica y $\hat{R}$ el escalar de Ricci. El símbolo $\hat{}$ denota objetos en cinco dimensiones. La signatura de la métrica es en este caso $(+, -, -, -)$.

En la teoría de Einstein-Cartan, el escalar de Ricci depende de la conexión, que viene dada por

$$\hat{\Gamma}_{\hat{\mu}}^{\hat{\nu}}_{\hat{\rho}} = \hat{\Gamma}_{\hat{\mu}}^{\hat{\nu}}_{\hat{\rho}}(\hat{g}) + \hat{K}_{\hat{\mu}}^{\hat{\nu}}_{\hat{\rho}}, \quad (5.2)$$

donde el símbolo $\circ$ denota que el objeto es Rimanniano y $\hat{K}_{\hat{\mu}}^{\hat{\nu}}_{\hat{\rho}}$ es la contorsión, que es antisimétrica en $\hat{K}_{\hat{\mu}\hat{\nu}}^{\hat{\rho}} = -\hat{K}_{\hat{\mu}\hat{\rho}}^{\hat{\nu}}$. De esta forma, el escalar de Ricci puede ser escrito como

$$\hat{R} = \hat{\hat{R}} - \hat{\nabla}^{\hat{\nu}} \hat{K}_{\hat{\nu}}^{\hat{\rho}}_{\hat{\rho}} - \hat{K}_{\hat{\nu}}^{\hat{\rho}}_{\hat{\rho}} \hat{K}_{\hat{\mu}}^{\hat{\nu}}^{\hat{\rho}\hat{\nu}}. \quad (5.3)$$

Adicionalmente, la contorsión puede ser expresada en sus partes irreducibles como

$$\hat{K}_{\hat{\mu}\hat{\nu}}^{\hat{\rho}} = \hat{C}_{\hat{\mu}\hat{\nu}}^{\hat{\rho}} + \frac{1}{4} (\hat{S}_{\hat{\rho}} \hat{g}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} - \hat{S}_{\hat{\nu}} \hat{g}_{\hat{\mu}\hat{\rho}}), \quad (5.4)$$

con $\hat{C}_{\hat{\mu}\hat{\nu}}^{\hat{\rho}}$ la parte completamente antisimétrica, y $\hat{S}_{\hat{\nu}} = \hat{S}_{\hat{\nu}}^{\hat{\rho}}_{\hat{\rho}}$ la traza de la torsión, que posee la antisimetría $\hat{S}_{\hat{\nu}}^{\hat{\rho}}_{\hat{\mu}} = -\hat{S}_{\hat{\mu}}^{\hat{\rho}}_{\hat{\nu}}$. De esta forma, el escalar de Ricci puede ser escrito como

$$\hat{R} = \hat{\hat{R}} - 2\hat{\nabla}^{\hat{\nu}} \hat{S}_{\hat{\nu}} - \frac{3}{4} \hat{S}_{\hat{\nu}} \hat{S}^{\hat{\nu}} - \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}}. \quad (5.5)$$

Y la acción queda de la forma

$$\mathcal{S}_{EC} = -\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \int d^5 \hat{x} \sqrt{-\hat{g}} \left[\hat{\hat{R}} - \frac{3}{4} \hat{S}_{\hat{\nu}} \hat{S}^{\hat{\nu}} - \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \right], \quad (5.6)$$

donde el término de borde $2\hat{\nabla}^{\hat{\nu}} \hat{S}_{\hat{\nu}}$ ha sido suprimido.

5.1. El elemento de volumen

El procedimiento de acoplamiento mínimo consiste en la generalización de las leyes de la física para un espacio tiempo curvado, y consta de los siguientes pasos

1. Escoger una ley física y validarla en coordenadas inerciales (espacio-tiempo plano)
2. Escribirla en coordenadas curvilíneas
3. Asumir que el resultado es válido para el espacio-tiempo curvado

En la práctica el paso 2 consiste en reemplazar la métrica plana $\eta_{\mu\nu}$ por la métrica del espacio-tiempo curvo $g_{\mu\nu}$ y sustituir la derivada parcial ∂_μ por la derivada covariante ∇_μ . Por ejemplo, la ley de conservación de la energía en espacio tiempo plano es

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (5.7)$$

que de acuerdo al procedimiento de acoplamiento simplemente se escribiría como

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0. \quad (5.8)$$

Por otro lado, el principio de mínima acción consiste en que la acción

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi), \quad (5.9)$$

es estacionaria para pequeñas variaciones, lo que nos permite obtener las ecuaciones de movimiento de los sistema físicos, o ecuaciones de Euler-Lagrange. Notar que el procedimiento de acoplamiento mínimo puede ser aplicado al lagrangiano del espacio-tiempo plano para posteriormente obtener las ecuaciones de movimiento, o bien, directamente a las ecuaciones de movimiento obtenidas desde el lagrangiano de la relatividad especial, es decir

$$\begin{array}{ccc} S[\eta, \Phi] & \xrightarrow[\eta \rightarrow g]{\partial \rightarrow \nabla} & S[g, \nabla, \Phi] \\ \downarrow \delta S=0 & & \downarrow \delta S=0 \\ D\Phi = 0 & \xrightarrow[\eta \rightarrow g]{\partial \rightarrow \nabla} & \mathcal{D}\Phi = 0, \end{array} \quad (5.10)$$

donde Φ representa los campos de materia, y $D\Phi$ junto con $\mathcal{D}\Phi$ representan las ecuaciones de movimiento de los campos en espacio-tiempo plano y curvado, respectivamente. Ambos caminos de S a $\mathcal{D}$ en el diagrama 5.10 resultan equivalentes siempre y cuando el principio de acoplamiento mínimo y el de mínima acción sean compatibles, que lo son en el background de la relatividad general, pero no necesariamente en espacios no Rimannianos, como los espacios de Riemann-Cartan por ejemplo, donde la conexión es métrica compatible pero no es simétrica en sus índices bajos y por tanto existe torsión. Esta incompatibilidad es causada por el elemento de volumen del background no Rimanniano [4]. No obstante, la compatibilidad puede ser restaurada si la traza del tensor de torsión resulta ser un gradiente

$$T_\mu = \partial_\mu \theta, \quad (5.11)$$

donde θ es una función escalar. En dado caso, el elemento de volumen invariante es ahora

$$dV = e^\theta \sqrt{g} d^n \hat{x}, \quad (5.12)$$

donde g es el determinante de la métrica del espacio-tiempo curvado [5]. En caso de que esto ocurra y el elemento de volumen invariante dV exista, resulta natural formular la acción gravitacional en términos de dicho volumen, en vez de utilizar la métrica.

De esta manera, para nuestro caso de un espacio de Riemann-Cartan de cinco dimensiones, hemos fijado la traza de la torsión en

$$\hat{S}_{\hat{\mu}} = \hat{\partial}_{\hat{\mu}} \theta. \quad (5.13)$$

Esto permite reescalar el elemento de volumen como

$$\sqrt{-\hat{g}} = e^\theta \sqrt{-g}, \quad (5.14)$$

y reescribir la acción de Einstein-Cartan en cinco dimensiones en la forma

$$\mathcal{S}_{EC} = -\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \int d^5 \hat{x} e^\theta \sqrt{-\hat{g}} \left(\hat{R} - \frac{3}{4} \hat{\partial}_{\hat{\nu}\theta} \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \theta - \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \right). \quad (5.15)$$

Nótese que esta acción no posee acoplamiento mínimo, no obstante, en lo que sigue discutiremos como recuperar dicho acoplamiento mínimo con un cambio de marco.

5.2. Recuperando el acoplamiento mínimo con el marco de Einstein

En la sección anterior, vimos que usando un elemento de volumen invariante en un espacio de Riemann-Cartan (5.14), surge el inconveniente de que la acción no posee acoplamiento mínimo, no obstante, este problema puede ser resuelto cambiándonos al marco de Einstein, esto es, reescalando la métrica como

$$\hat{g}_{\hat{\nu}\hat{\rho}} = e^{-2\lambda} \hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\rho}}, \quad (5.16)$$

lo que implica

$$\sqrt{-\hat{g}} = e^{-5\lambda} \sqrt{-\hat{h}}. \quad (5.17)$$

En lo que sigue, nos concentraremos en usar esta transformación para modificar todos los elementos del modelo, de modo que sean consistentes con el marco de Einstein. Partamos por el símbolo de Christoffel, que en el marco de Einstein es

$$\hat{\hat{\Gamma}}_{\hat{\nu}\hat{\rho}}^{\hat{\mu}}(\hat{g}) = \hat{\hat{\Gamma}}_{\hat{\nu}\hat{\rho}}^{\hat{\mu}}(\hat{h}) - \left(\hat{\delta}_{\hat{\nu}}^{\hat{\rho}} \hat{\partial}_{\hat{\mu}} \lambda + \hat{\delta}_{\hat{\mu}}^{\hat{\rho}} \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \lambda - \hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\mu}} \hat{\partial}^{\hat{\rho}} \lambda \right). \quad (5.18)$$

Usando esta conexión Rimanniana, el tensor de Ricci puede ser calculado como

$$\begin{aligned} \hat{\hat{R}}_{\hat{\nu}\hat{\rho}}(\hat{g}) &= \hat{\hat{R}}_{\hat{\nu}\hat{\rho}}(\hat{h}) + \hat{\partial}^{\hat{\mu}} \lambda \hat{\nabla}_{\hat{\mu}} \hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\rho}} + 3 \hat{\nabla}_{\hat{\nu}} \hat{\partial}_{\hat{\rho}} \lambda + \hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\rho}} \hat{\nabla}_{\hat{\mu}} \hat{\partial}^{\hat{\mu}} \lambda \\ &\quad + 3 \left(\hat{\partial}_{\hat{\nu}} \lambda \hat{\partial}_{\hat{\rho}} \lambda - \hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\rho}} \hat{\partial}_{\hat{\mu}} \lambda \hat{\partial}^{\hat{\mu}} \lambda \right), \end{aligned} \quad (5.19)$$

entonces el escalar de Ricci es

$$\hat{R}(\hat{g}) = \hat{g}^{\hat{\nu}\hat{\rho}} \hat{R}_{\hat{\nu}\hat{\rho}}(\hat{g}) = e^{2\lambda} \left(\hat{R}(\hat{h}) + 8 \hat{\nabla}_{\hat{\nu}} \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \lambda - 12 \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \lambda \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \lambda \right). \quad (5.20)$$

Por otro lado, los términos con θ y $\hat{C}$ que tienen índices contraídos, cambian como

$$\hat{\partial}_{\hat{\nu}\theta} \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \theta = e^{2\lambda} \hat{\partial}_{\hat{\nu}\theta} \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \theta, \quad (5.21)$$

$$\hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} = e^{2\lambda} \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}}. \quad (5.22)$$

Finalmente, la acción completa en el marco de Einstein es

$$\mathcal{S}_{EC} = -\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \int d^5 \hat{x} e^{\theta-3\lambda} \sqrt{-\hat{h}} \left(\hat{R}(\hat{h}) - 12 \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \lambda \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \lambda - \frac{3}{4} \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \theta \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \theta - \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \right), \quad (5.23)$$

donde el término $8 \hat{\nabla}_{\hat{\nu}} \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \lambda$ es un término de borde, y puede ser excluido. En orden a recuperar el acoplamiento mínimo se puede fijar $3\lambda = \theta$ tal que

$$\mathcal{S}_{EC} = -\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \int d^5 \hat{x} \sqrt{-\hat{h}} \left(\hat{R}(\hat{h}) - \frac{25}{12} \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \theta \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \theta - \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \right). \quad (5.24)$$

Finalmente, reescalamos el campo $\theta \rightarrow \sqrt{\frac{6}{25}} \theta$, en virtud de tener un término cinético en la forma canónica, y la acción queda

$$\mathcal{S}_{EC} = -\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \int d^5 \hat{x} \sqrt{\hat{h}} \left(-\hat{R}(\hat{h}) - \frac{1}{2} \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \theta \hat{\partial}^{\hat{\nu}} \theta - \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}} \right). \quad (5.25)$$

5.3. Modelo efectivo en cuatro dimensiones

En el año 1998, Arkani-Hamed, Dimopoulos y Dvali (ADD), propusieron un framework para resolver el problema de la jerarquía entre la escala EW ($m_{EW} \sim 10^3$ GeV) y la escala de Planck ($M_{Pl} = G_N^{-1/2} \sim 10^{18}$). El llamado *problema de la jerarquía* consiste en la enorme diferencia que existe entre estas escalas, que parecen ser las dos escalas de energía fundamentales de la naturaleza, entonces, ¿cómo es posible que estas escalas tan distintas se mantengan estables?. De acuerdo a estos autores, es posible que la escala EW ~ 1 TeV sea la única escala fundamental, determinando incluso la escala de energía de la interacción gravitacional. Para argumentar esta posibilidad, los autores proponen la existencia de al menos dos dimensiones extra compactas de radio $\sim R$. La escala de Planck en este nuevo espacio (4 + 2)-dimensional sería $\sim m_{EW}$, no obstante, la masa de Planck en cuatro dimensiones estaría dada por

$$M_{Pl}^2 \sim M_{Pl(4+2)}^{2+2} R^2, \quad (5.26)$$

donde R es el radio de las dimensiones compactas. De acuerdo a esto, para obtener una masa de Planck de $\sim 10^{18}$ GeV se requiere un valor para $R \sim 100 \mu\text{m} - 1\text{mm}$ [6]. En esta teoría, los campos del modelo estándar están confinados en un sub-espacio cuatro-dimensional (nuestro mundo), siendo el campo gravitón el único campo que se propaga en el *bulk* (4 + 2)-dimensional,

con constantes de acoplamiento cuatro-dimensionales suprimidas por el valor de la masa de Planck $(4 + 2)$ -dimensional, cuyo inverso es pequeño en comparación con el tamaño de las dimensiones extra. Como consecuencia, la ley de la fuerza gravitacional debería cambiar de $1/r^2$ a $1/r^4$ para distancias menores a R . Otra consecuencia, es que dado que el modelo estándar está localizado dentro de m_{EW}^{-1} en las 2 dimensiones extra, una colisión con energía mayor a m_{EW} podría adquirir momentum en la dimensión extra y provocar una fuga de energía de nuestro mundo. Actualmente, sabemos que la escala de energía EW es ~ 246 GeV [7, 8], y se tienen medidas de G_N menores a 1 mm [9, 10], lo que permite establecer cotas más precisas para esta teoría. Desde una perspectiva más general, para n dimensiones extra la relación entre la escala reducida de Planck y la escala fundamental de Planck sería

$$M_{Pl}^2 = M^{n+2} V_n, \quad (5.27)$$

donde V_n es el volumen del espacio compacto. La razón de por qué aún no vemos signos experimentales de las dimensiones extra es que la escala de compactificación $\mu_c = 1/V_n^{1/n}$ es mucho más pequeña que la escala EW, lo que implica que el modelo estándar está confinado en nuestro sub-espacio cuatro-dimensional, el que podemos imaginar como una 3-brana. Si bien esta teoría ADD elimina la jerarquía entre m_{EW} y M_{Pl} , como vemos, introduce una nueva jerarquía entre μ_c y m_{EW} , que hace necesario explorar alternativas.

Una propuesta alternativa al modelo ADD es pensar en una métrica no factorizable, dada por

$$ds^2 = e^{-2kr_c|\phi|} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2, \quad (5.28)$$

donde k es del orden de la escala de Planck (fundamental), x^μ son coordenadas de Lorentz en cuatro dimensiones y $0 \leq \phi \leq \pi$ es la coordenada de una dimensión extra, de tamaño r_c . Notar que en esta métrica, la métrica cuatro-dimensional es multiplicada por un factor de deformación que depende del tamaño de la dimensión extra ($e^{-2kr_c\phi}$). Es posible demostrar que bajo una configuración de dos 3-branas, una visible (nuestro mundo) o otra invisible, y términos cosmológicos *ad-hoc*, esta métrica es solución de las ecuaciones de la relatividad general. Además, no sería necesario un r_c grande para generar la jerarquía, ya que uno de diez veces la escala de compactificación μ_c bastaría, esto debido a que la fuente de jerarquía es la exponencial de deformación. Además, se requiere solo una dimensión extra. Esta teoría alternativa es conocida como *Modelo de Randall-Sundrum*. En este modelo, no hay modos livianos de Kaluza-Klein (KK), ya que la escala de excitación es del orden de un TeV. Así, el acoplamiento de estos modos de KK con la materia u otros modos gravitacionales está determinado por la escala EW y no por la escala de Planck. Los modos de KK son modos físicos y pueden ser observados en colisiones de alta energía como resonancias de spin-2, reconstruibles a partir de sus productos de decaimiento [11]. Esta teoría se sitúa en el *orbifold* $S^1/\mathbf{Z}_2$, construido con la coordenada angular de la quinta dimensión ϕ , mediante la identificación de (x, ϕ) con $(x, -\phi)$. Las dos 3-branas se extienden en las direcciones x^μ y están localizadas en los puntos fijos $\phi = 0, \pi$ del orbifold (para una definición de orbifold, ver apéndice A). Para obtener los modos gravitacionales, podemos perturbar la métrica 5.28, tomando la forma

$$ds^2 = e^{-2kT(x)|\phi|} [\eta_{\mu\nu} + \bar{h}_{\mu\nu}(x)] dx^\mu dx^\nu + T^2(x) d\phi^2, \quad (5.29)$$

donde $\bar{h}_{\mu\nu}$ representa la perturbación alrededor de la métrica de Minkowski y corresponde al gravitón de nuestro espacio cuatro-dimensional. Notar además que r_c corresponde al valor de

expectación del campo escalar $T(x)$, pero para que esto sea posible es necesario estabilizar $T(x)$ en una masa de al menos 10^{-4} eV. Este asunto de la estabilización es crítico y será discutido más adelante. A diferencia del modelo ADD, en el modelo de Randall-Sundrum la masa de Planck se relaciona con su homólogo en el bulk, a través de

$$M_{Pl}^2 = \frac{M^3}{k} [1 - e^{-2kr_c\pi}]. \quad (5.30)$$

Esta relación nos dice que M_{Pl} depende débilmente de r_c en el límite kr_c grande. No obstante, la exponencial $e^{-2kr_c\pi}$ juega un rol crucial en la determinación de las masas en el espacio cuatro-dimensional (3-brana). Por ejemplo, el valor de expectación del campo de Higgs para el rompimiento de simetría estaría dado por

$$v = e^{-kr_c\pi} v_0. \quad (5.31)$$

Este resultado es completamente general, así, cualquier parámetro de masa m_0 en nuestra 3-brana, en el bulk estará dada por

$$m = e^{-kr_c\pi} m_0. \quad (5.32)$$

Dado que el factor de deformación es un exponencial, claramente no se requiere una gran jerarquía entre los parámetros fundamentales v_0 , k , M y μ_c , de hecho, solo se requiere $kr_c \sim 10$ para obtener una escala de Planck $\sim 10^{19}$ GeV. Entonces, en este modelo, al igual que en el modelo ADD, podemos suponer que la escala EW es la escala fundamental, y la escala de Planck de 10^{19} GeV es una escala derivada.

Como ya mencionamos, el modelo de Randall-Sundrum presenta el problema de la estabilización del tamaño de la dimensión extra (r_c), ya que este correspondería al valor de expectación de un campo escalar sin masa $T(x)$, entonces, ¿qué mecanismo permitiría generar un potencial para estabilizar r_c ? Tal potencial puede provenir de un campo escalar en el bulk con términos de interacción localizados en las dos 3-branas. El mínimo del potencial de este campo escalar puede ser fijado para dar un valor de $kr_c \sim 10$ sin necesidad de un ajuste fino de los parámetros. En tal caso, el campo escalar en el bulk Φ poseería la acción

$$S_b = \frac{1}{2} \int d^4x \int_{-\pi}^{\pi} d\phi \sqrt{G} (G^{AB} \partial_A \Phi \partial_B \Phi - m^2 \Phi^2), \quad (5.33)$$

donde G_{AB} con $A, B = \mu, \phi$ corresponde a la métrica cinco-dimensional del modelo de Randall-Sundrum. Para el límite kr_c grande, el potencial de este campo escalar sería

$$\begin{aligned} V_{\Phi}(r_c) = & k\epsilon v_h^2 + 4ke^{-4kr_c\pi} (v_v - v_h e^{-\epsilon kr_c\pi})^2 \left(1 + \frac{\epsilon}{4}\right) \\ & - k\epsilon v_h e^{-(4+\epsilon)kr_c\pi} (2v_v - v_h e^{-\epsilon kr_c\pi}), \end{aligned} \quad (5.34)$$

donde $\epsilon \simeq m^2/4k^2$, y v_v y v_h los valores esperados de Φ en la brana visible e invisible, respectivamente. Ignorando los términos proporcionales a ϵ , este potencial tiene un mínimo en

$$kr_c = \left(\frac{4}{\pi}\right) \frac{k^2}{m^2} \ln \left[\frac{v_h}{v_v}\right]. \quad (5.35)$$

Con $\ln(v_h/v_v)$ del orden de la unidad, solo se necesita m^2/k^2 del orden de $1/10$ para obtener $kr_c \sim 10$, por lo que no se requiere de un ajuste fino extremo para producir valores adecuados de kr_c . Por ejemplo, tomando $v_h/v_v = 1.5$ y $m/k = 0.2$ se obtiene $kr_c \sim 12$ [12].

Para estudiar los modos gravitacionales derivados de modelos del tipo Randall-Sundrum, se puede iniciar consultando la referencia [13], en la que además se concluye que las masas y acoplamientos de los modos de Kaluza-Klein están determinados por la escala EW. En cuanto a los modos gravitacionales masivos, se ha demostrado que el rompimiento de simetría del grupo de Virasoro es capaz de crear un conjunto de partículas masivas de spin dos, utilizando el método de reducción dimensional de Kaluza-Klein y partiendo de un lagrangiano de *Einstein-Hilbert* unificado dado por

$$\mathcal{L} = -\frac{\gamma}{16\pi G}\phi\left(R + \frac{k^2 g^2}{4}\phi^2\gamma^{\mu\nu}\gamma^{\alpha\beta}F_{\mu\alpha}F_{\nu\beta} + \frac{1}{4\kappa^2}\frac{1}{\phi^2}\gamma^{\mu\nu}\gamma^{\alpha\beta}[(\partial_\theta\gamma_{\mu\alpha})(\partial_\theta\gamma_{\nu\beta}) - (\partial_\theta\gamma_{\mu\nu})(\partial_\theta\gamma_{\alpha\beta})]\right), \quad (5.36)$$

donde $\gamma = -\det \gamma_{\mu\nu}$ y R es la curvatura escalar cuatro-dimensional. Este lagrangiano tienen un único vacío Poincaré invariante [14]

$$\langle \gamma_{\mu\nu} \rangle = \eta_{\mu\nu}, \quad \langle A_\mu \rangle = 0, \quad \langle \phi \rangle = 1. \quad (5.37)$$

Este vacío rompe espontáneamente el grupo de Virasoro en el subgrupo de Cartan $U(1)$.

Perturbando alrededor de este estado de vacío y considerando $h_{\mu\nu}$ como la perturbación de la métrica plana, es posible construir un campo masivo de spin dos de la forma

$$\rho_{\mu\nu}^n = h_{\mu\nu}^n + i\frac{\kappa}{n}(\partial_\mu A_\nu^n + \partial_\nu A_\mu^n) - 2\frac{\kappa^2}{n^2}\partial_\mu\partial_\nu\varphi^n \quad (n \neq 0), \quad (5.38)$$

con ecuación de movimiento

$$\left[\partial^2 - \frac{n^2}{\kappa^2}\right]\rho_{\mu\nu}^n = 0, \quad \partial_\alpha\rho_{\mu\alpha}^n = 0, \quad \rho_{\alpha\alpha}^n = 0 \quad (n \neq 0). \quad (5.39)$$

Esta ecuación es justamente la ecuación de movimiento de *Fierz-Pauli* para un campo masivo de spin dos $\rho_{\mu\nu}^n$. Remarcamos el hecho de que la masa de este campo masivo de spin dos proviene del rompimiento de simetría del grupo de Virasoro debido al vacío de 5.37.

Escribiendo un lagrangiano efectivo con el nuevo campo $\rho_{\mu\nu}^n$

$$\mathcal{L} \sim \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1, \quad (5.40)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & -\frac{\kappa^2 g^2}{16\pi G}\left\{\frac{1}{4}[(\partial_\mu h_{\alpha\beta}^0)(\partial_\mu h_{\alpha\beta}^0) - (\partial_\mu h_{\alpha\alpha}^0)(\partial_\mu h_{\beta\beta}^0) + 2(\partial_\mu h_{\mu\nu}^0)(\partial_\nu h_{\alpha\alpha}^0) \right. \\ & - 2(\partial_\mu h_{\mu\alpha}^0)(\partial_\nu h_{\nu\alpha}^0)] + (\partial_\mu h_{\mu\nu}^0 - \partial_\nu h_{\alpha\alpha}^0)(\partial_\nu\varphi^0) \\ & \left. + \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu^0 - \partial_\nu A_\mu^0)(\partial_\mu A_\nu^0 - \partial_\nu A_\mu^0)\right\}, \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & -\frac{\kappa^2 g^2}{16\pi G} \sum_{n \neq 0} \left\{ \frac{1}{4} [(\partial_\mu \rho_{\alpha\beta}^{-n})(\partial_\mu \rho_{\alpha\beta}^n) - (\partial_\mu \rho_{\alpha\alpha}^{-n})(\partial_\mu \rho_{\beta\beta}^n) + 2(\partial_\mu \rho_{\alpha\beta}^{-n})(\partial_\nu \rho_{\alpha\alpha}^n) \right. \\ & \left. - 2(\partial_\mu \rho_{\mu\alpha}^{-n})(\partial_\nu \rho_{\nu\alpha}^n)] + \frac{1}{4} \frac{n^2}{\kappa^2} (\rho_{\alpha\beta}^{-n} \rho_{\alpha\beta}^n - \rho_{\alpha\alpha}^{-n} \rho_{\beta\beta}^n) \right\}, \end{aligned} \quad (5.42)$$

definiendo

$$\rho_{\mu\nu}^0 = h_{\mu\nu}^0 + \eta_{\mu\nu} \varphi^0, \quad (5.43)$$

y escogiendo el gauge armónico para $\rho_{\mu\nu}^0$ y el gauge de Lorentz para A_μ^0 , se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento

$$\begin{aligned} \partial^2 \rho_{\mu\nu}^0 &= 0, \\ \partial^2 A^0 &= 0, \\ \partial^2 \varphi^0 &= 0. \end{aligned} \quad (5.44)$$

Estas ecuaciones de movimiento prueban que $\rho_{\mu\nu}^0$, A_μ^0 , φ^0 (modos 0) corresponden a campos sin masa de la teoría. El lagrangiano modo 0, puede ser ahora escrito en términos del campo ρ , y queda de la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & -\frac{1}{4} [(\partial_\mu \rho_{\alpha\beta}^0)(\partial_\mu \rho_{\alpha\beta}^0) - (\partial_\mu \rho_{\alpha\alpha}^0)(\partial_\mu \rho_{\beta\beta}^0) + 2(\partial_\mu \rho_{\nu\nu}^0)(\partial_\nu \rho_{\alpha\alpha}^0) - 2(\partial_\mu \rho_{\mu\alpha}^0)(\partial_\nu \rho_{\nu\alpha}^0)] \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^0 - \partial_\nu A_\mu^0)(\partial_\mu A_\nu^0 - \partial_\nu A_\mu^0) - \frac{3}{2} (\partial_\mu \varphi^0)(\partial_\mu \varphi^0). \end{aligned} \quad (5.45)$$

En esta teoría $\rho_{\mu\nu}^0$ representa al gravitón sin masa y φ^0 al dilatón, que si bien no posee masa, corresponde al campo de Higgs del rompimiento de simetría y por lo tanto debería convertirse en un campo pseudo Goldstone que puede adquirir una pequeña masa a través de correcciones cuánticas.

Volvamos ahora a la configuración de un espacio-tiempo $(4+n)$ -dimensional en el que se propaga la gravedad, pero con el modelo estándar confinado en una brana $(3+1)$ -dimensional (nuestro espacio-tiempo), y realicemos una reducción dimensional de Kaluza-Klein asumiendo que las dimensiones extra están compactificadas en un toro de radio R .

El Lagrangiano linearizado de la gravedad es

$$\frac{1}{\hat{\kappa}^2} \sqrt{|\hat{g}|} \hat{R} = \frac{1}{4} \left(\partial^\mu \hat{h}^{\hat{\nu}\hat{\rho}} \partial_{\hat{\mu}} \hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\rho}} - \partial^\mu \hat{h} \partial_{\hat{\mu}} \hat{h} - 2\hat{h}^\mu \hat{h}_{\hat{\mu}} + 2\hat{h}^\mu \partial_{\hat{\mu}} \hat{h} \right) + \mathcal{O}(\hat{\kappa}), \quad (5.46)$$

donde $\hat{h}$ es una traza, $\hat{\kappa}^2 = 16\pi G_N^{(4+n)}$, con $G_N^{(4+n)}$ la constante de Newton en el bulk, y los términos con $\hat{}$ representan objetos en $d = 4+n$.

Para proceder con la reducción dimensional de Kaluza-Klein, podemos asumir que

$$\hat{h}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} = V_n^{-1/2} \begin{pmatrix} h_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} \phi & A_{\mu i} \\ A_{\nu j} & 2\phi_{ij} \end{pmatrix}, \quad (5.47)$$

donde V_n es el volumen de las dimensiones compactas, $\phi = \phi_{ii}$, $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ y $i, j = 5, 6, \dots, 4 + n$. Estos campos pueden ser expandidos en la forma

$$h_{\mu\nu}(x, y) = \sum_{\vec{n}} h_{\mu\nu}^{\vec{n}}(x) \exp\left(i \frac{2\pi \vec{n} \cdot \vec{y}}{R}\right), \quad (5.48)$$

$$A_{\mu i}(x, y) = \sum_{\vec{n}} A_{\mu i}^{\vec{n}}(x) \exp\left(i \frac{2\pi \vec{n} \cdot \vec{y}}{R}\right), \quad (5.49)$$

$$\phi_{ij}(x, y) = \sum_{\vec{n}} \phi_{ij}^{\vec{n}}(x) \exp\left(i \frac{2\pi \vec{n} \cdot \vec{y}}{R}\right), \quad (5.50)$$

con $\vec{n} = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$. Los modos $\vec{n} = \vec{0}$ de esta expansión corresponden al gravitón sin masa h , bosón gauge $U(1)$ A , y un campo escalar en $d = 4$, ϕ . En base a sus ecuaciones de movimiento y fijando el *gauge de Donder*, estos campos pueden ser redefinidos como

$$\tilde{h}_{\mu\nu}^{\vec{n}} = h_{\mu\nu}^{\vec{n}} - i \frac{n_i R}{2\pi \vec{n}^2} (\partial_\mu A_{\nu i}^{\vec{n}} + \partial_\nu A_{\mu i}^{\vec{n}}) - (P_{ij}^{\vec{n}} + 3\tilde{P}_{ij}^{\vec{n}}) \left(\frac{2}{3} \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{m_{\vec{n}}^2} - \frac{1}{3} \eta_{\mu\nu} \right) \phi_{ij}^{\vec{n}}, \quad (5.51)$$

$$\tilde{A}_{\mu i}^{\vec{n}} = P_{ij}^{\vec{n}} (A_{\mu j}^{\vec{n}} - i \frac{n_k R}{\pi \vec{n}^2} \partial_\mu \phi_{jk}^{\vec{n}}), \quad (5.52)$$

$$\tilde{\phi}_{ij}^{\vec{n}} = \sqrt{2} (P_{ik}^{\vec{n}} P_{jl}^{\vec{n}} + a P_{ij}^{\vec{n}} P_{kl}^{\vec{n}}) \phi_{kl}^{\vec{n}}, \quad (5.53)$$

donde a es solución de la ecuación $3(n-1)a^2 + 6a = 1$ y

$$P_{ij}^{\vec{n}} = \delta_{ij} - \frac{n_i n_j}{\vec{n}^2}, \quad \tilde{P}_{ij}^{\vec{n}} = \frac{n_i n_j}{\vec{n}^2}. \quad (5.54)$$

Los campos con $\sim$ satisfacen las mismas ecuaciones de movimiento que los campos sin $\sim$, lo que implica que hay n partículas $\tilde{h}_{\mu\nu}^{\vec{n}}$ masivas de spin 2, $(n-1)$ partículas $\tilde{A}_{\mu i}^{\vec{n}}$ masivas de spin 1, y $n(n-1)/2$ partículas $\tilde{\phi}_{ij}^{\vec{n}}$ masivas de spin 0. Todas estas partículas poseen la misma masa $m_{\vec{n}}$. Notablemente, estas partículas obtienen masa a partir de un mecanismo de ruptura de simetría, similar al mecanismos de Higgs, pero de naturaleza geométrica, por lo que no se requiere adicionar un campo escalar. El lagrangiano de la teoría puede ahora ser escrito en términos de los campos $\sim$, obteniéndose

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\vec{n}} + \mathcal{L}^{-\vec{n}} = & \frac{1}{2} \left(\partial^\mu \tilde{h}^{\nu\rho, \vec{n}} \partial_\mu h_{\nu\rho}^{\vec{n}} - \partial^\mu \tilde{h}^{\vec{n}} \partial^\mu \tilde{h}^{-\vec{n}} - 2\tilde{h}^{\mu, \vec{n}} \tilde{h}_{\mu}^{-\vec{n}} + \tilde{h}^{\mu, \vec{n}} \partial_\mu \tilde{h}^{-\vec{n}} + \tilde{h}^{\mu, -\vec{n}} \partial_\mu \tilde{h}^{\vec{n}} \right. \\ & \left. - m_{\vec{n}}^2 \tilde{h}_{\mu\nu}^{\mu\nu, \vec{n}} \tilde{h}_{\mu\nu}^{-\vec{n}} + m_{\vec{n}}^2 \tilde{h}^{\vec{n}} \tilde{h}^{-\vec{n}} \right) + \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{2} \tilde{F}_i^{\mu\nu, \vec{n}} \tilde{F}_{\mu\nu}^{-\vec{n}} + m_{\vec{n}}^2 \tilde{A}_i^{\mu, \vec{n}} \tilde{A}_{\mu i}^{-\vec{n}} \right) \\ & + \sum_{(ij)=1}^{n(n+1)/2} (\partial^\mu \tilde{\phi}_{ij}^{\vec{n}} \partial_\mu \tilde{\phi}_{ij}^{-\vec{n}} - m_{\vec{n}}^2 \tilde{\phi}_{ij}^{\vec{n}} \tilde{\phi}_{ij}^{-\vec{n}}). \end{aligned} \quad (5.55)$$

La ecuación de movimiento para las n partículas de spin 2 es la ecuación de Fierz-Pauli

$$\partial^\mu \partial_\mu \tilde{\chi}_{\nu\rho}^{\vec{n}} - \partial_\nu \tilde{\chi}_\rho^{\vec{n}} - \partial_\rho \tilde{\chi}_\nu^{\vec{n}} + \partial^\mu \tilde{\chi}_\mu^{\vec{n}} \eta_{\nu\rho} + m_{\vec{n}}^2 (\tilde{h}_{\nu\rho}^{\vec{n}} - \eta_{\nu\rho} \tilde{h}^{\vec{n}}) = 0, \quad (5.56)$$

$$\tilde{\chi}^{\vec{n}\mu\nu} = \tilde{h}_{\mu\nu}^{\vec{n}} - \frac{1}{2} \tilde{h}^{\vec{n}} \eta_{\mu\nu}, \quad \tilde{\chi}_\mu^{\vec{n}} = \partial^\nu \tilde{\chi}_{\mu\nu}^{\vec{n}}. \quad (5.57)$$

$\tilde{A}_{\mu i}^{\vec{n}}$ y $\tilde{\phi}_{ij}^{\vec{n}}$, por su parte, satisfacen

$$\partial^\mu \tilde{F}_{\mu\nu i}^{\vec{n}} + m_{\vec{n}}^2 \tilde{A}_{\nu i}^{\vec{n}} = 0, \quad (\square + m_{\vec{n}}^2) \tilde{\phi}_{ij}^{\vec{n}} = 0. \quad (5.58)$$

Recordando que el modelo estándar está confinado en una brana cuatro-dimensional (nuestro mundo) y que la gravedad se mueve libremente en el bulk, el acoplamiento gravitacional mínimo de los campos del modelo estándar estaría dado por

$$-\frac{\kappa}{2} \sum_{\vec{n}} \int d^4x (\tilde{h}^{\mu\nu, \vec{n}} T_{\mu\nu} + \omega \tilde{\phi}^{\vec{n}} T^\mu_\mu), \quad (5.59)$$

donde $T_{\mu\nu}$ corresponde al tensor de energía momento y T^μ_μ a su traza, con $\omega = \sqrt{\frac{2}{3(n+2)}}$. Esta ecuación nos permite determinar el acoplamiento de la gravedad con los diferentes campos del modelo estándar, así, el acoplamiento con un campo escalar complejo Φ estaría dado por el lagrangiano

$$\begin{aligned} \kappa^{-1} \mathcal{L}_S^{\vec{n}}(\kappa) = & -(\tilde{h}^{\mu\nu, \vec{n}} - \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} \tilde{h}^{\vec{n}}) D_\mu \Phi^\dagger D_\nu \Phi - \frac{1}{2} \tilde{h}^{\vec{n}} m_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi \\ & + \omega \tilde{\phi}^{\vec{n}} (D^\mu \Phi^\dagger D_\mu \Phi - 2m_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi), \end{aligned} \quad (5.60)$$

donde

$$D_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu^a T^a, \quad (5.61)$$

con g la constante de acoplamiento gauge, A_μ^a los campos gauge y T^a los generadores del algebra de Lie. El acoplamiento con los campos gauge estaría dado por

$$\begin{aligned} \kappa^{-1} \mathcal{L}_V^{\vec{n}}(\kappa) = & -\frac{1}{8} (\tilde{h}^{\vec{n}} \eta^{\mu\nu} - 4\tilde{h}^{\mu\nu, \vec{n}}) F_\mu{}^\rho F_{\nu\rho} + \frac{1}{4} (\tilde{h}^{\vec{n}} \eta^{\mu\nu} - 2\tilde{h}^{\mu\nu, \vec{n}}) m_A^2 A_\mu A_\nu \\ & + \frac{\tilde{h}^{\vec{n}}}{2\xi} \left(\partial^\rho \partial^\sigma A_\sigma A_\rho + \frac{1}{2} (\partial^\rho A_\rho)^2 \right) - \frac{\tilde{h}^{\mu\nu, \vec{n}}}{\xi} \partial_\mu \partial^\rho A_\rho A_\nu \\ & + \frac{\omega}{2} m_A^2 \tilde{\phi}^{\vec{n}} A^\mu A_\mu - \frac{\omega}{\xi} \partial^\mu \tilde{\phi}^{\vec{n}} \partial^\nu A_\nu A_\mu. \end{aligned} \quad (5.62)$$

El acoplamiento con los campos fermiónicos está dado por el lagrangiano [15]

$$\begin{aligned} \kappa^{-1} \mathcal{L}_F^{\vec{n}}(\kappa) = & \frac{1}{2} \left[(\tilde{h}^{\vec{n}} \eta^{\mu\nu} - \tilde{h}^{\mu\nu, \vec{n}}) \bar{\psi} i \gamma_\mu D_\nu \psi - m_\psi \tilde{h}^{\vec{n}} \bar{\psi} \psi + \frac{1}{2} \bar{\psi} i \gamma^\mu (\partial_\mu \tilde{h}^{\vec{n}} - \partial^\nu \tilde{h}_{\mu\nu}^{\vec{n}}) \psi \right] \\ & + \frac{3\omega}{2} \tilde{\phi}^{\vec{n}} \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi - 2\omega m_\psi \tilde{\phi}^{\vec{n}} \bar{\psi} \psi + \frac{3\omega}{4} \partial_\mu \tilde{\phi}^{\vec{n}} \bar{\psi} i \gamma^\mu \psi. \end{aligned} \quad (5.63)$$

Acogiendo las ideas previamente presentadas en esta sección, para ejecutar la reducción dimensional consideraremos una perturbación alrededor de la métrica cinco-dimensional de Minkowski de la forma

$$\hat{h}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} \simeq \hat{\eta}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} + \hat{\kappa} \hat{h}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} \quad (5.64)$$

con la métrica inversa

$$\hat{h}^{\hat{\mu}\hat{\nu}} \simeq \hat{\eta}^{\hat{\mu}\hat{\nu}} - \hat{\kappa} \hat{h}^{\hat{\mu}\hat{\nu}} + \hat{\kappa}^2 \hat{h}^{\hat{\mu}}_{\hat{\rho}} \hat{h}^{\hat{\rho}\hat{\nu}}, \quad (5.65)$$

tal que recuperamos el lagrangiano de Fierz-Pauli para la parte Rimanniana

$$-\frac{1}{\hat{\kappa}^2}\sqrt{-\hat{h}}\hat{R} = \frac{a\hat{\kappa}^2}{4}\left(\hat{\partial}^{\hat{\rho}}\hat{h}^{\hat{\nu}\hat{\mu}}\hat{\partial}_{\hat{\rho}}\hat{h}_{\hat{\nu}\hat{\mu}} - \hat{\partial}^{\hat{\rho}}\hat{h}\hat{\partial}_{\hat{\rho}}\hat{h} - 2\hat{\partial}^{\hat{\rho}}\hat{h}_{\hat{\rho}\hat{\mu}}\hat{\partial}_{\hat{\nu}}\hat{h}^{\hat{\nu}\hat{\mu}} + 2\hat{\partial}^{\hat{\rho}}\hat{h}_{\hat{\rho}\hat{\nu}}\hat{\partial}^{\hat{\nu}}\hat{h}\right) + \mathcal{O}(\hat{\kappa}^3), \quad (5.66)$$

con $\hat{h} = \hat{h}^{\hat{\nu}}_{\hat{\nu}}$ y con la constante $\hat{\kappa}^2 = R\kappa^2$, donde R es el radio de la dimension extra y $\kappa^2 = 16\pi G_N$. La compactificación será *a la* Kaluza-Klein, donde la dimensión extra es compactificada en un círculo de radio R y la notación para las coordenadas compactificadas es $\hat{x}_{\hat{\mu}} = (x_{\mu}, z)$. Así, la perturbación de la métrica toma la forma

$$\hat{h}_{\hat{\mu}\hat{\nu}}(x, z) = \begin{cases} \hat{h}_{\mu\nu}(x, z) = \sum h_{\mu\nu}^n(x)e^{\frac{2\pi i n z}{R}} + \sum \phi^n(x)e^{\frac{2\pi i n z}{R}}\eta_{\mu\nu} \\ \hat{h}_{\mu z}(x, z) = \sum A_{\mu}^n(x)e^{\frac{2\pi i n z}{R}} \\ \hat{h}_{zz}(x, z) = 2\sum \phi^n(x)e^{\frac{2\pi i n z}{R}}. \end{cases} \quad (5.67)$$

Para una revisión detallada del procedimiento de compactificación para la parte Rimanniana ver [14, 15]. El resultado para el lagrangiano efectivo en cuatro dimensiones usando la constante $a = \frac{1}{\hat{\kappa}^2} = \frac{1}{R\kappa^2}$ es, para los modos físicos sin masa,

$$\mathcal{L}^0 = \frac{1}{4}\left(\partial^{\mu}\tilde{h}^{0,\nu\rho}\partial_{\mu}\tilde{h}_{\nu\rho}^0 - \partial^{\mu}\tilde{h}^0\partial_{\mu}\tilde{h}^0 - 2\partial^{\mu}\tilde{h}_{\mu\rho}^0\partial_{\nu}\tilde{h}^{0,\nu\rho} + 2\partial_{\mu}\tilde{h}^{0,\mu\nu}\partial_{\nu}\tilde{h}^0\right) - \frac{1}{4}F^{0,\mu\nu}F_{\mu\nu}^0 + \frac{1}{2}\partial^{\mu}\phi^0\partial_{\mu}\phi^0, \quad (5.68)$$

con $\tilde{h}_{\mu\nu}^0 = h_{\mu\nu}^0 + \eta_{\mu\nu}\phi^0$ el estado físico, ya que representa un eigenestado de masa que puede ser fácilmente chequeado mirando sus ecuaciones de campo en el vacío, y donde $F^{0,\mu\nu} = \partial^{\mu}A^{0,\nu} - \partial^{\nu}A^{0,\mu}$.

Por otro lado, para los modos físicos masivos el lagrangiano es

$$\mathcal{L}^n + \mathcal{L}^{-n} = \frac{1}{2}\left(\partial^{\mu}\tilde{h}^{n,\nu\rho}\partial_{\mu}\tilde{h}_{\nu\rho}^{-n} - \partial^{\mu}\tilde{h}^n\partial_{\mu}\tilde{h}^{-n} - 2\partial^{\mu}\tilde{h}_{\mu\rho}^n\partial_{\nu}\tilde{h}^{-n,\nu\rho} + \partial_{\mu}\tilde{h}^{n,\mu\nu}\partial_{\nu}\tilde{h}^{-n} + \partial_{\mu}\tilde{h}^{-n,\mu\nu}\partial_{\nu}\tilde{h}^n - m_n^2\tilde{h}^{n,\mu\nu}\tilde{h}_{\mu\nu}^{-n} + m_n^2\tilde{h}^n\tilde{h}^{-n}\right), \quad (5.69)$$

con $m_n = \frac{2\pi n}{R}$. Es muy importante mencionar que los gravitones masivos que aparecen en la última ecuación son gravitones físicos, en el sentido que ellos emergen del rompimiento de simetría del grupo de Virasoro por el vacío 5.37, como ya fue presentado.

Similar a lo que ocurre con el mecanismo de los bosones Goldstone, los modos masivos del gravi-fotón A_{μ}^n y el gravi-escalar ϕ^n son fagocitados por los gravitones $h_{\mu\nu}^n$, de modo que

$$\tilde{h}_{\mu\nu}^n = h_{\mu\nu}^n - \frac{i}{m_n}\left(\partial_{\mu}A_{\nu}^n + \partial_{\nu}A_{\mu}^n\right) - \frac{n+2}{3}\left(\frac{2}{m_n^2}\partial_{\mu}\partial_{\nu}\phi^n - \eta_{\mu\nu}\phi^n\right). \quad (5.70)$$

Lo nuevo de este trabajo está en la parte no Rimanniana de 5.25, con lagrangiano

$$\mathcal{L}_{tor} = \frac{1}{\hat{\kappa}^2}\sqrt{-\hat{h}}\left(\frac{1}{2}\hat{\partial}_{\hat{\nu}}\theta\hat{\partial}^{\hat{\nu}}\theta + \hat{C}_{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}}\hat{C}^{\hat{\nu}\hat{\rho}\hat{\mu}}\right). \quad (5.71)$$

Similar a la expansión de la métrica en cinco dimensiones, consideramos la contorsión como una perturbación del background de Minkowski

$$\hat{K}_{\hat{\mu}\hat{\nu}\hat{\rho}} \simeq \beta \left(\hat{C}_{\hat{\mu}\hat{\nu}\hat{\rho}} + \frac{1}{4} \left[\hat{\partial}_{\hat{\rho}} \theta \hat{\eta}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} - \hat{\partial}_{\hat{\nu}} \theta \hat{\eta}_{\hat{\mu}\hat{\rho}} \right] \right), \quad (5.72)$$

con β una constante que en principio debe ser igual o proporcional a $\hat{\kappa}$. Así, la expansión de Kaluza-Klein es de la forma

$$\theta(x, z) = \sum \theta^n(x) e^{\frac{2\pi i n z}{R}} \quad (5.73)$$

y

$$\hat{C}_{\hat{\mu}\hat{\nu}\hat{\rho}}(x, z) = \begin{cases} \hat{C}_{\mu\nu\rho}(x, z) = \sum C_{\mu\nu\rho}^n(x) e^{\frac{2\pi i n z}{R}} \\ \hat{C}_{\mu\nu z}(x, z) = \sum B_{\mu\nu}^n(x) e^{\frac{2\pi i n z}{R}}. \end{cases} \quad (5.74)$$

Por motivos de simplicidad, solo consideraremos los modos cero y uno de la torre de Kaluza-Klein, y también debido al hecho que en un colisionador de partículas de alta energía, estos modos son los primeros en ser observados. Entonces, después de ejecutar la reducción dimensional, se obtiene la acción efectiva

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{tor} = \frac{\beta^2}{\kappa^2} \int d^4x \left[\left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)} \right) \left(\frac{1}{2} \partial^\mu \theta^{(0)} \partial_\mu \theta^{(0)} + \partial^\mu \theta^{(1)} \partial_\mu \theta^{(-1)} \right. \right. \\ + m_\theta^2 \theta^{(1)} \theta^{(-1)} + C^{(0)\mu\nu\rho} C_{\mu\nu\rho}^{(0)} + 2C^{(0)\mu\nu\rho} C_{\mu\nu\rho}^{(0)} + B^{(0)\mu\nu} B_{\mu\nu}^{(0)} \\ + 6B^{(1)\mu\nu} B_{\mu\nu}^{(-1)} \left. \right) + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(1)} \left(\partial^\mu \theta^{(-1)} \partial_\mu \theta^{(0)} + 2C^{(-1)\mu\nu\rho} C_{\mu\nu\rho}^{(0)} \right. \\ + 6B^{(-1)\mu\nu} B_{\mu\nu}^{(0)} \left. \right) + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(-1)} \left(\partial^\mu \theta^{(1)} \partial_\mu \theta^{(0)} + 2C^{(1)\mu\nu\rho} C_{\mu\nu\rho}^{(0)} \right. \\ \left. \left. + 6B^{(1)\mu\nu} B_{\mu\nu}^{(0)} \right) \right]. \quad (5.75) \end{aligned}$$

En esta última ecuación, notamos que algunos campos son campos auxiliares, en el sentido que ellos no tienen término cinético. En la siguiente sección, se escribirá el sector fermiónico efectivo, que es solo uno de los acoplamientos con la parte antisimétrica de la torsión. De esta manera, se determinarán las ecuaciones de campo para C y B , que serán algebraicas, tal que cuando sean reemplazadas en la acción se obtendrá una acción efectiva *on-shell*.

5.4. Sectores del modelo estándar

En esta sección se hablará de como el sector gravito-torsional interactúa con el modelo estándar de manera efectiva, partiendo de una acción de la forma

$$\mathcal{S}_{SM} = \int d^4x e^{\frac{2}{3}(n_i-1)\theta} \sqrt{-\tilde{h}} \mathcal{L}_i, \quad (5.76)$$

donde n_i corre sobre cada sector del modelo estándar, vale decir, gauge, fermiónico, Higgs y Yukawa, y toma valores para lograr términos cinéticos canónicamente normalizados. El factor $-\tilde{h}$ corresponde al determinante de la métrica inducida en la brana del modelo estándar, con

$$\tilde{h}_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + \kappa \left(\tilde{h}_{\mu\nu}^{(0)} + \tilde{h}_{\mu\nu}^{(1)} + \tilde{h}_{\mu\nu}^{(-1)} \right), \quad (5.77)$$

tal que $\sqrt{-\tilde{h}} \simeq 1 + \frac{\kappa}{2} \left(\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)} \right)$, con $\theta \simeq \beta(\theta^{(0)} + \theta^{(1)} + \theta^{(-1)}) + \mathcal{O}(\beta^2)$.

5.4.1. Sector fermiónico

Aplicando la ecuación (5.76) para el sector fermiónico, el factor es $n_i = \frac{1}{2}$. De este modo, la acción de Dirac para un fermión genérico es

$$\mathcal{S}_D = \int d^4x \sqrt{\tilde{h}} e^{-\frac{\theta}{3}} \left(\bar{\Psi} \gamma^a E_a^\mu D_\mu \Psi - E_a^\mu D_\mu \bar{\Psi} \gamma^a \Psi \right). \quad (5.78)$$

En este punto, es importante notar que cuando tenemos que considerar fermiones en la teoría, el tratamiento es más sutil debido a que los fermiones no transforman de la misma manera que un tensor, si no que transforman bajo el doble recubrimiento universal del grupo restringido de Lorentz: el grupo de spin, donde el elemento del grupo son las matrices de Dirac γ^a , que satisfacen el *algebra de Clifford*. Las matrices de Dirac pertenecen al espacio tangente del manifold del espacio-tiempo, por lo que es necesario usar el *vielbein* y la *conexión de spin*. Como ya mencionamos, el vielbein e^a_μ es un marco ortonormal que pertenece al espacio tangente, pero también es un mapa entre el espacio tangente y su manifold correspondiente, de este modo

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \eta_{ab} e^a_\mu e^b_\nu. \quad (5.79)$$

Siendo (5.77) la métrica inducida, el vielbein inducido es

$$e^a_\mu \simeq \delta^a_\mu + \frac{\kappa}{2} \delta^a_\alpha \left(\tilde{h}^{(0)\alpha}_\mu + \tilde{h}^{(1)\alpha}_\mu + \tilde{h}^{(-1)\alpha}_\mu \right). \quad (5.80)$$

Consecuentemente, hay un mapa inverso entre el manifold y su correspondiente espacio tangente, el vielbein inverso E_a^μ , que satisface las condiciones

$$E_a^\mu e^a_\nu = \delta^\mu_\nu, \quad (5.81)$$

$$E_a^\mu e^b_\mu = \delta_a^b. \quad (5.82)$$

Así, el vielbein inverso inducido es

$$E_a^\mu \simeq \delta_a^\mu - \frac{\kappa}{2} \delta_a^\alpha \left(\tilde{h}^{(0)\mu}_\alpha + \tilde{h}^{(1)\mu}_\alpha + \tilde{h}^{(-1)\mu}_\alpha \right). \quad (5.83)$$

La conexión de spin ω_μ^{ab} es la conexión correcta para definir la derivada covariante de los fermiones, de tal modo,

$$D_\mu \Psi = D_\mu^{SM} \Psi + \frac{1}{2} \omega_\mu^{ab} J_{ab} \Psi, \quad (5.84)$$

$$D_\mu \bar{\Psi} = D_\mu^{SM} \bar{\Psi} - \frac{1}{2} \omega_\mu^{ab} \bar{\Psi} J_{ab}, \quad (5.85)$$

donde D_μ^{SM} corresponde a la derivada covariante usual del modelo estándar, que toma en cuenta las simetrías internas del modelo, y $J_{ab} = \frac{1}{4}[\gamma_a, \gamma_b]$.

El siguiente paso, es determinar la conexión de spin efectiva, donde nosotros separamos la parte Riemannian de la parte torsional

$$\tilde{\omega}_\mu^{ab} = \omega_\mu^{ab} + e^{a\nu} e^{b\rho} K_{\mu\nu\rho}. \quad (5.86)$$

La parte Riemanniana ω_μ^{ab} está determinada por la primera ecuación de estructura de Cartan, que es

$$\omega_\mu^{ab} = -\frac{1}{2}\partial_\mu(e^{[a}_\nu e^{b]\nu}). \quad (5.87)$$

Usando el vielbein efectivo (5.80) nosotros encontramos la siguiente conexión Riemanniana efectiva

$$\omega_\mu^{ab} \simeq -\frac{\kappa^2}{8}\delta^{[a}_\rho\delta^{b]}\sigma\partial_\mu(\tilde{h}^\rho{}_\nu)\tilde{h}^{\sigma\nu}. \quad (5.88)$$

Por otro lado, la parte torsional efectiva puede ser expandida en la forma

$$K_{\mu\nu\rho} \simeq \beta\left(C_{\mu\nu\rho} + \frac{1}{3}(\partial_\rho\theta\eta_{\mu\nu} - \partial_\nu\theta\eta_{\mu\rho})\right). \quad (5.89)$$

Entonces, la conexión de spin efectiva completa toma la forma

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_\mu^{ab} \simeq & -\frac{\kappa^2}{8}\delta^{[a}_\rho\delta^{b]}\sigma\partial_\mu(\tilde{h}^\rho{}_\nu)\tilde{h}^{\sigma\nu} + \beta\left(\delta^{[a|\nu}\delta^{b]}\rho\tilde{h}^{\alpha\rho} - \delta^{[a|\rho}\delta^{b]}\alpha\tilde{h}^{\alpha\nu}\right) \\ & + \frac{\kappa^2}{4}\delta^{[a}_\alpha\delta^{b]}\beta\tilde{h}^{\alpha\nu}\tilde{h}^{\beta\rho}\left(C_{\mu\nu\rho} + \frac{1}{3}(\partial_\rho\theta\eta_{\mu\nu} - \partial_\nu\theta\eta_{\mu\rho})\right), \end{aligned} \quad (5.90)$$

donde hemos usado la expansión $\tilde{h}_{\mu\nu} = \tilde{h}_{\mu\nu}^{(0)} + \tilde{h}_{\mu\nu}^{(1)} + \tilde{h}_{\mu\nu}^{(-1)}$.

Tomando la conexión efectiva y después de un largo cálculo, se construye la acción de Dirac efectiva

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_D = \int d^4x \sqrt{\tilde{h}} e^{-\frac{\theta}{3}} & \left[\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu^{SM}\Psi - D_\mu^{SM}\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi - \frac{\kappa}{2}\tilde{h}_\sigma{}^\mu\left(\bar{\Psi}\gamma^\sigma D_\mu^{SM}\Psi \right. \right. \\ & \left. \left. - D_\mu^{SM}\bar{\Psi}\gamma^\sigma\Psi\right) - \frac{\kappa^2}{8}\partial_\mu\tilde{h}^\rho{}_\nu\tilde{h}^{\sigma\nu}\bar{\Psi}J^\mu{}_{\rho\sigma}\Psi + \frac{\kappa^2}{8}\tilde{h}_\sigma{}^\mu\partial_\mu\tilde{h}^\rho{}_\nu\tilde{h}^{\alpha\nu}\bar{\Psi}J^\sigma{}_{\rho\alpha}\Psi \right. \\ & + \beta C_{\mu\nu\rho}\left(\bar{\Psi}J^{\mu\nu\rho}\Psi + \kappa\tilde{h}^{\alpha\rho}\bar{\Psi}J^{\mu\nu}{}_\alpha\Psi + \frac{\kappa^2}{4}\tilde{h}^{\alpha\nu}\tilde{h}^{\beta\rho}\bar{\Psi}J^\mu{}_{\alpha\beta}\Psi \right. \\ & \left. \left. - \kappa\tilde{h}_\sigma{}^\mu\left(\bar{\Psi}J^{\sigma\nu\rho}\Psi + \kappa\tilde{h}^{\alpha\rho}\bar{\Psi}J^{\sigma\nu}{}_\alpha\Psi + \frac{\kappa^2}{4}\tilde{h}^{\alpha\nu}\tilde{h}^{\beta\rho}\bar{\Psi}J^\sigma{}_{\alpha\beta}\Psi\right)\right) \right. \\ & + \frac{\beta\kappa^2}{6}\left(\partial_\rho\theta^{(0)} + \partial_\rho\theta^{(1)} + \partial_\rho\theta^{(-1)}\right)\left(\tilde{h}^{\alpha\nu}\tilde{h}^{\beta\rho}\bar{\Psi}J_{\nu\alpha\beta}\Psi \right. \\ & \left. \left. + 2\tilde{h}_{\sigma\nu}\tilde{h}^{\alpha\nu}\bar{\Psi}J^{\sigma\rho}{}_\alpha\Psi - \kappa\tilde{h}_{\sigma\nu}\tilde{h}^{\alpha\nu}\tilde{h}^{\beta\rho}\bar{\Psi}J^\sigma{}_{\alpha\beta}\Psi\right)\right], \end{aligned} \quad (5.91)$$

con $\sqrt{\tilde{h}} \simeq 1 + \frac{\kappa}{2}(\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)})$, $e^{-\frac{\theta}{3}} \simeq 1 + \beta(\theta^{(0)} + \theta^{(1)} + \theta^{(-1)})$ y $J^\rho{}_{\mu\nu} = \{\gamma^\rho, J_{\mu\nu}\}$.

De esta última acción se puede notar que el campo $B_{\mu\nu}$ no interactúa con el sector fermiónico, y al igual que el campo $C_{\mu\nu\rho}$, tampoco tiene término cinético. De esta manera, si nosotros calculamos sus ecuaciones de campo, se encuentra una expresión algebraica que puede ser reemplazada en la acción, eliminando de esta forma los campos auxiliares. Para los campos $B_{\mu\nu}^{(0)}$,

$B_{\mu\nu}^{(1)}$ y $B_{\mu\nu}^{(-1)}$ las ecuaciones son, de (5.75),

$$2 \left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)} \right) B^{(0)\mu\nu} + \kappa \tilde{h}^{(1)} B_{\mu\nu}^{(-1)} + \kappa \tilde{h}^{(-1)} B_{\mu\nu}^{(1)} = 0 \quad (5.92)$$

$$2 \left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)} \right) B^{(-1)\mu\nu} + \kappa \tilde{h}^{(-1)} B_{\mu\nu}^{(0)} = 0 \quad (5.93)$$

$$2 \left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)} \right) B^{(1)\mu\nu} + \kappa \tilde{h}^{(1)} B_{\mu\nu}^{(0)} = 0. \quad (5.94)$$

De las dos últimas de estas ecuaciones se tiene que

$$B^{(\pm 1)\mu\nu} = -\frac{\kappa \tilde{h}^{(\pm 1)} B^{(0)\mu\nu}}{2 \left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)} \right)}. \quad (5.95)$$

Reemplazando en la ecuación de campo para $B_{\mu\nu}^{(0)}$, se obtiene

$$B^{(0)\mu\nu} \left[\left(2 + \kappa \tilde{h}^{(0)} \right)^2 - \kappa^2 \tilde{h}^{(1)} \tilde{h}^{(-1)} \right] = 0, \quad (5.96)$$

desde donde se obtienen las soluciones $B^{(0)\mu\nu} = 0$ y $\left(2 + \kappa \tilde{h}^{(0)} \right)^2 - \kappa^2 \tilde{h}^{(1)} \tilde{h}^{(-1)} = 0$. Por simplicidad, nosotros optamos por la primera solución, pero sería interesante estudiar las condiciones para la traza del gravitón. Bajo estas condiciones, los modos masivos de $B^{\mu\nu}$ son cero.

Para los campos $C_{\mu\nu\rho}^{(0)}, C_{\mu\nu\rho}^{(1)}, C_{\mu\nu\rho}^{(-1)}$, el desarrollo es más sutil, ya que estos campos interactúan con el sector fermiónico. Además, en este punto, nosotros fijamos la constante $\beta = \kappa$, asumiendo, por simplicidad, que el acoplamiento gravitacional y torsional es el mismo. Expandiendo $\sqrt{\tilde{h}}$ y despreciando los términos cuadráticos y de orden superior en κ , la acción torsional más la acción de Dirac es

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{tor} + \mathcal{S}_D = \int d^4x & \left[\left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)} \right) \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \theta^{(0)} \partial^\mu \theta^{(0)} + \partial_\mu \theta^{(1)} \partial^\mu \theta^{(-1)} + m_\theta^2 \theta^{(1)} \theta^{(-1)} \right. \right. \\ & + C_{\mu\nu\rho}^{(0)} C^{(0)\mu\nu\rho} + 2C_{\mu\nu\rho}^{(1)} C^{(-1)\mu\nu\rho} \Big) + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(1)} \left(\partial^\mu \theta^{(-1)} \partial_\mu \theta^{(0)} \right. \\ & + 2C_{\mu\nu\rho}^{(-1)} C^{(0)\mu\nu\rho} \Big) + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(-1)} \left(\partial^\mu \theta^{(1)} \partial_\mu \theta^{(0)} + 2C_{\mu\nu\rho}^{(1)} C^{(0)\mu\nu\rho} \right) \\ & + e^{-\frac{\theta}{3}} \left(\left(\bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu^{SM} \Psi - D_\mu^{SM} \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \right) \left(1 + \frac{\kappa}{2} \left(\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)} \right) \right) \right. \\ & - \frac{\kappa}{2} \left(\tilde{h}_\sigma^{(0)\mu} + \tilde{h}_\sigma^{(1)\mu} + \tilde{h}_\sigma^{(-1)\mu} \right) \left(\bar{\Psi} \gamma^\sigma D_\mu^{SM} \Psi - D_\mu^{SM} \bar{\Psi} \gamma^\sigma \Psi \right) \\ & \left. \left. + \frac{\kappa}{2} \left(C_{\mu\nu\rho}^{(0)} + C_{\mu\nu\rho}^{(1)} + C_{\mu\nu\rho}^{(-1)} \right) \bar{\Psi} J^{\mu\nu\rho} \Psi \right) \right]. \quad (5.97) \end{aligned}$$

Antes de calcular las ecuaciones para los campos $C_{\mu\nu\rho}^{(0)}, C_{\mu\nu\rho}^{(1)}, C_{\mu\nu\rho}^{(-1)}$, nosotros redefiniremos los campos de los fermiones de tal manera que el factor exponencial para el campo θ desaparezca. Así, $\Psi \rightarrow e^{-\frac{\theta}{6}} \Psi$ y $\bar{\Psi} \rightarrow e^{-\frac{\theta}{6}} \bar{\Psi}$. Teniendo especial cuidado con las derivadas en los fermiones,

nosotros notamos que los términos con $\partial_\mu \theta$ se cancelan entre ellos. De esta manera, la acción (5.97) toma la forma

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_{tor} + \mathcal{S}_D = \int d^4x \Bigg[& \left(1 + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(0)}\right) \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \theta^{(0)} \partial^\mu \theta^{(0)} + \partial_\mu \theta^{(1)} \partial^\mu \theta^{(-1)} + m_\theta^2 \theta^{(1)} \theta^{(-1)}\right. \\
 & + C_{\mu\nu\rho}^{(0)} C^{(0)\mu\nu\rho} + 2C_{\mu\nu\rho}^{(1)} C^{(-1)\mu\nu\rho} \Bigg) + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(1)} \left(\partial^\mu \theta^{(-1)} \partial_\mu \theta^{(0)}\right. \\
 & + 2C_{\mu\nu\rho}^{(-1)} C^{(0)\mu\nu\rho} \Bigg) + \frac{\kappa}{2} \tilde{h}^{(-1)} \left(\partial^\mu \theta^{(1)} \partial_\mu \theta^{(0)} + 2C_{\mu\nu\rho}^{(1)} C^{(0)\mu\nu\rho}\right) \\
 & + \left(1 + \frac{\kappa}{2} (\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)})\right) \left(\bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu^{SM} \Psi - D_\mu^{SM} \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi\right) \\
 & - \frac{\kappa}{2} (\tilde{h}_\sigma^{(0)\mu} + \tilde{h}_\sigma^{(1)\mu} + \tilde{h}_\sigma^{(-1)\mu}) \left(\bar{\Psi} \gamma^\sigma D_\mu^{SM} \Psi - D_\mu^{SM} \bar{\Psi} \gamma^\sigma \Psi\right) \\
 & + \frac{\kappa}{2} (C_{\mu\nu\rho}^{(0)} + C_{\mu\nu\rho}^{(1)} + C_{\mu\nu\rho}^{(-1)}) \bar{\Psi} J^{\mu\nu\rho} \Psi \Bigg]. \tag{5.98}
 \end{aligned}$$

5.4.2. Sector gauge

Para el sector gauge, iniciamos con el lagrangiano

$$\mathcal{S}_G = \int d^4x \left(1 + \frac{\kappa}{2} (\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)})\right) e^{\frac{2\kappa\theta}{3}} \left(-\frac{1}{4}\right) (G_{\mu\nu}^i G^{i\mu\nu} + W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}), \tag{5.99}$$

donde

$$G_{\mu\nu}^i = \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i, \tag{5.100}$$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i, \tag{5.101}$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \tag{5.102}$$

Aplicando las transformaciones

$$G_\mu^i \rightarrow e^{\frac{\kappa\theta}{3}} G_\mu^i, \tag{5.103}$$

$$W_\mu^i \rightarrow e^{\frac{\kappa\theta}{3}} W_\mu^i, \tag{5.104}$$

$$B_\mu \rightarrow e^{\frac{\kappa\theta}{3}} B_\mu, \tag{5.105}$$

y expandiendo la exponencial hasta el término cuadrático en κ , la acción queda

$$\begin{aligned}
 S_G^{(4)} = \int d^4x \Bigg(& 1 + \frac{\kappa}{2} (\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)}) \Bigg) \left(-\frac{1}{4}\right) \left(G_{\mu\nu}^i G^{i\mu\nu} - \frac{4\kappa}{3} G_{\mu\nu}^i \partial^\mu \theta G^{i\nu} \right. \\
 & + \frac{2\kappa^2}{9} (\partial_\mu \theta \partial^\mu \theta G_\nu^i G^{i\nu}) - \partial_\mu \theta \partial_\nu \theta G^{i\mu} G^{i\nu} + W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{4\kappa}{3} W_{\mu\nu}^i \partial^\mu \theta W^{i\nu} \\
 & + \frac{2\kappa^2}{9} (\partial_\mu \theta \partial^\mu \theta W_\nu^i W^{i\nu}) - \partial_\mu \theta \partial_\nu \theta W^{i\mu} W^{i\nu} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{4\kappa}{3} B_{\mu\nu} \partial^\mu \theta B^\nu \\
 & + \frac{2\kappa^2}{9} (\partial_\mu \theta \partial^\mu \theta B_\nu B^\nu - \partial_\mu \theta \partial_\nu \theta B^\mu B^\nu) \Bigg), \tag{5.106}
 \end{aligned}$$

con $\theta \equiv \theta^{(0)} + \theta^{(1)} + \theta^{(-1)}$.

5.4.3. Sector de Yukawa

Como este sector no posee términos cinéticos, simplemente se expande hasta el primer orden en κ , quedando

$$\mathcal{S}_Y = \int d^4x \left(1 + \frac{\kappa}{2}(\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)})\right) \left(1 - \frac{2\kappa}{3}(\theta^{(0)} + \theta^{(1)} + \theta^{(-1)})\right) \mathcal{L}_Y, \quad (5.107)$$

donde $\mathcal{L}_Y$ está dado por 4.35.

5.4.4. Sector escalar

Para el caso del sector escalar, el lagrangiano toma la forma

$$\mathcal{S}_H = \int d^4x \left(1 + \frac{\kappa}{2}(\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)})\right) ((D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - e^{-\frac{2\kappa\theta}{3}} V(\phi)). \quad (5.108)$$

Para este caso, se expande la exponencial hasta el primer orden, de modo que $e^{-\frac{2\kappa\theta}{3}} \simeq 1 - \frac{2\kappa}{3}(\theta^{(0)} + \theta^{(1)} + \theta^{(-1)})$, y la acción queda de la forma

$$\mathcal{S}_H = \int d^4x \left(1 + \frac{\kappa}{2}(\tilde{h}^{(0)} + \tilde{h}^{(1)} + \tilde{h}^{(-1)})\right) ((D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - 1 - \frac{2\kappa}{3}(\theta^{(0)} + \theta^{(1)} + \theta^{(-1)}) V(\phi)). \quad (5.109)$$

Análisis fenomenológico del modelo

Con el modelo desarrollado en la sección anterior, primeramente se determinaron las reglas de Feynman utilizando el software LANHEP, el que automatiza la generación de dichas reglas a partir de la densidad lagrangiana. Una vez obtenidas las reglas de Feynman, se procedió a utilizar el software CALCHEP para simular eventos de colisión de protones a 14 TeV, con el objetivo de estudiar las resonancias de dichas colisiones. Para la determinación de las reglas de Feynman, se utilizó como punto de partida el lagrangiano del modelo estándar, al que se le incorporaron los términos adicionales del modelo de torsión propagante desarrollado. El código del modelo integrado se encuentra en el apéndice B. El modelo fue utilizado como *input* en LANHEP, obteniéndose las reglas de Feynman presentadas en el apéndice C 6.1.

Campos en el vértice	Derivada variacional del Lagrangiano para los campos
$A_\mu \quad A_\nu \quad H1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}(1 + s_w^2) \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad T1$	$-\frac{1}{3}\kappa (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}(1 + s_w^2) \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}(1 + s_w^2) \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad t0$	$-\frac{1}{3}\kappa (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad t1$	$-\frac{1}{3}\kappa (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad H1_{\rho\sigma}$	$\kappa \delta_{pq} g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad T1$	$-\frac{1}{3}\kappa \delta_{pq} (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad h0_{\rho\sigma}$	$\kappa \delta_{pq} g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad h1_{\rho\sigma}$	$\kappa \delta_{pq} g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad t0$	$-\frac{1}{3}\kappa \delta_{pq} (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad t1$	$-\frac{1}{3}\kappa \delta_{pq} (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$\bar{C}_p^G \quad C_q^G \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot p_2^\mu f_{pqr}$

CUADRO 6.1: Reglas de Feynman procesos analizados

Este conjunto de reglas se cargó en el software CALCHEP y se procedió a simular el proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$ (gluón gluón a fotón fotón). Se escogió este proceso por al acoplamiento que

estas partículas tienen con los modos gravitacionales y torsionales, debido a sus espines. Los diagramas de Feynman de nivel árbol del proceso se muestran en la figura 6.1, en donde $h^{(n)}$ y $t^{(n)}$, con $(n = -1, 0, +1)$, representan el *gravitón* y el *torsionón*, respectivamente. Primeramente, se determinaron (en CALCHEP) los anchos de decaimiento del gravitón y el torsionón, para el rango de masas entre 800 GeV y 1600 GeV, obteniéndose los resultados presentados en las tablas 6.2 y 6.3. Con estas masas y anchos de decaimiento, se simularon colisiones de protones a 14 TeV en el centro de masa (LHC), obteniéndose los valores de sección eficaz de las tablas 6.4 y 6.5. También, se determinaron y graficaron las distribuciones de masa invariante y angular, las cuales se presentan en la figuras 6.2 a 6.7. En cada una de estas figuras, los gráficos (a) corresponden a la distribución de masa invariante y los gráficos (b) a la distribución angular. Las figuras 6.2, 6.3 y 6.4, corresponden a simulaciones con la masa del torsionón fija en 1000 GeV, y masas del gravitón de 800 GeV, 1200 GeV y 1600 GeV, respectivamente. En los gráficos (a) de estas tres figuras, se aprecia una marcada resonancia en una masa invariante de 1000 GeV, coincidente con la masa del torsionón. Por otro lado, las figuras 6.5, 6.6 y 6.7, corresponden a simulaciones con la masa del gravitón fija en 1000 GeV, y masas del torsionón de 800 GeV, 1200 GeV y 1600 GeV. En los gráficos (a) de estas tres figuras, se aprecian resonancias en las masas invariantes de 800 GeV, 1200 GeV y 1600 GeV, también coincidentes con la masa del torsionón. En los gráficos 6.2 (a), 6.6 (a) y 6.7 (a), se observa un crecimiento de la sección eficaz conforme aumenta la energía. Los gráficos de distribución angular resultan ser los habituales. En todos estos cálculos, se suprimieron manualmente los modos 0 del gravitón y el torsionón, debido a que el acoplamiento de estos modos $h^{(0)}$ y $t^{(0)}$ no masivos con los campos del modelo estándar, ha de ser mucho más débil que el de los modos masivos $h^{(1)}$ y $t^{(1)}$.

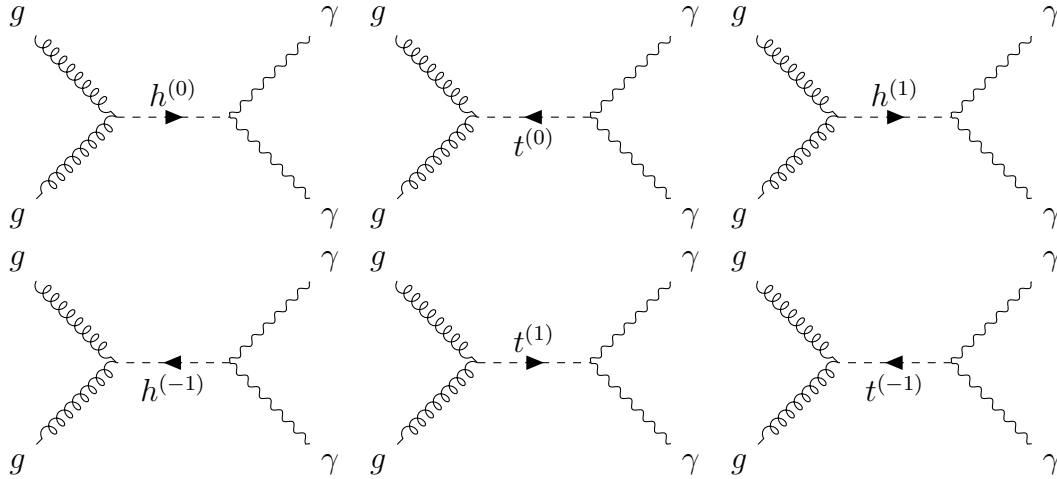


FIGURA 6.1: Diagramas de Feynman nivel árbol proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$

Masa (GeV)	Ancho de decaimiento (GeV)
800	7.555
1000	14.90
1200	25.86
1400	41.18
1600	61.58

CUADRO 6.2: *Anchos de decaimiento gravitón*

Masa (GeV)	Ancho de decaimiento (GeV)
800	5.714
1000	11.17
1200	19.32
1400	30.69
1600	45.83

CUADRO 6.3: *Anchos de decaimiento torsionón*

Masa (GeV)	$\sigma(\text{fb})$
800	217.72
1200	20.842
1600	12.157

CUADRO 6.4: *Sección eficaz proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$ versus masa gravitón*

Masa (GeV)	$\sigma(\text{fb})$
800	58.496
1200	43.245
1600	39.663

CUADRO 6.5: *Sección eficaz proceso $g + g \rightarrow \gamma + \gamma$ versus masa torsionón*

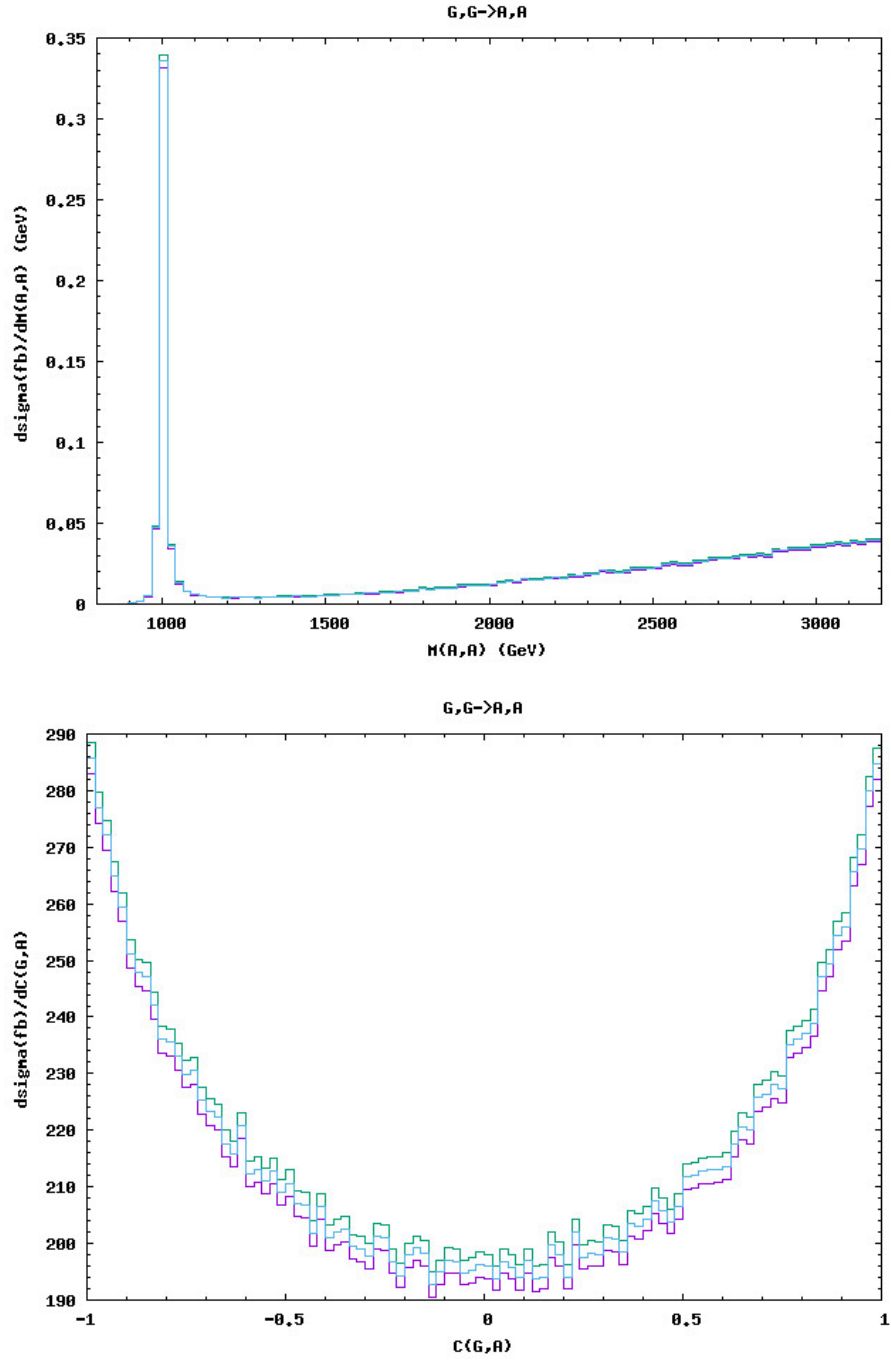


FIGURA 6.2: *Resonancia gravitón 800 GeV*

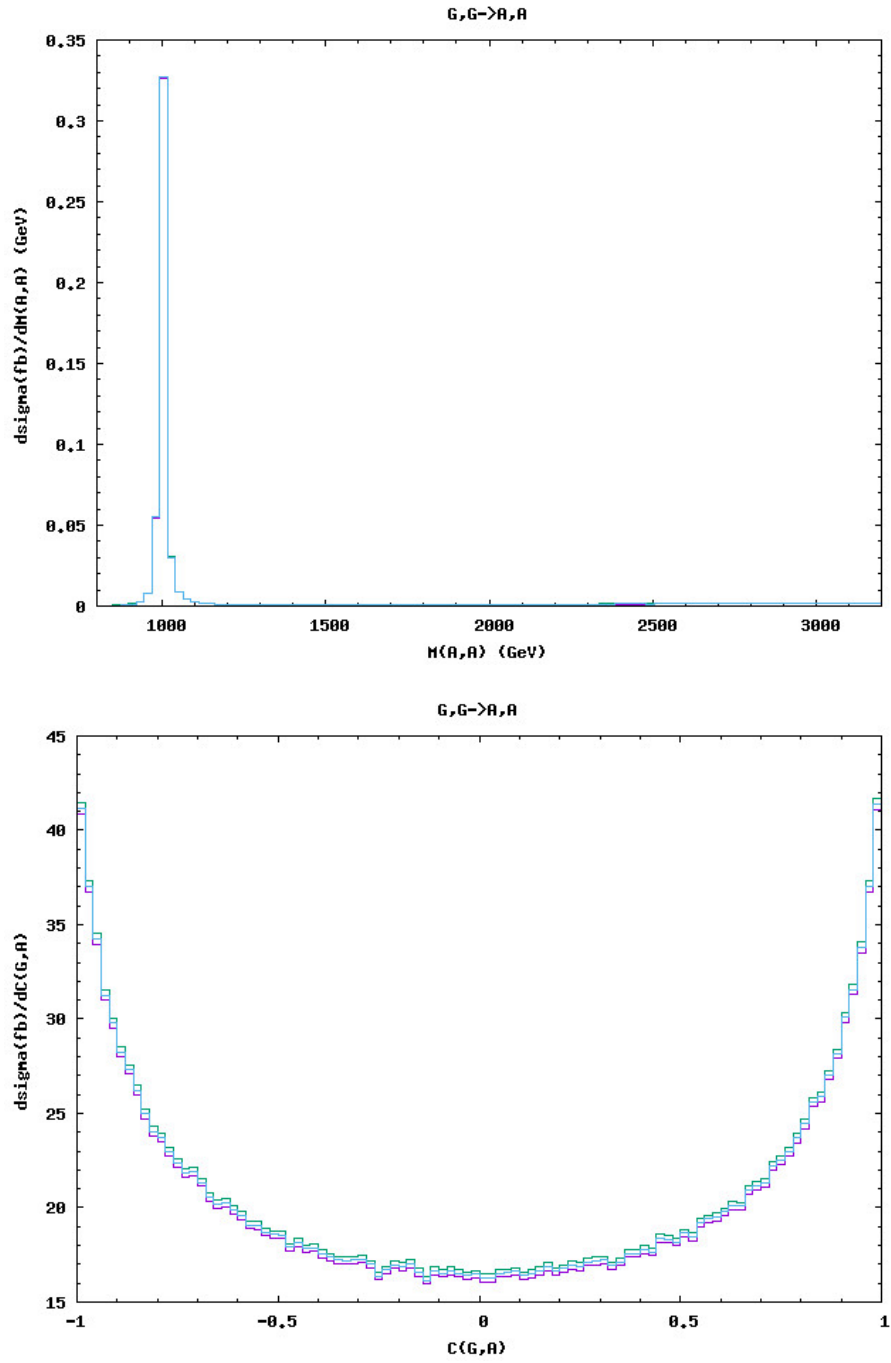


FIGURA 6.3: *Resonancia gravitón 1200 GeV*

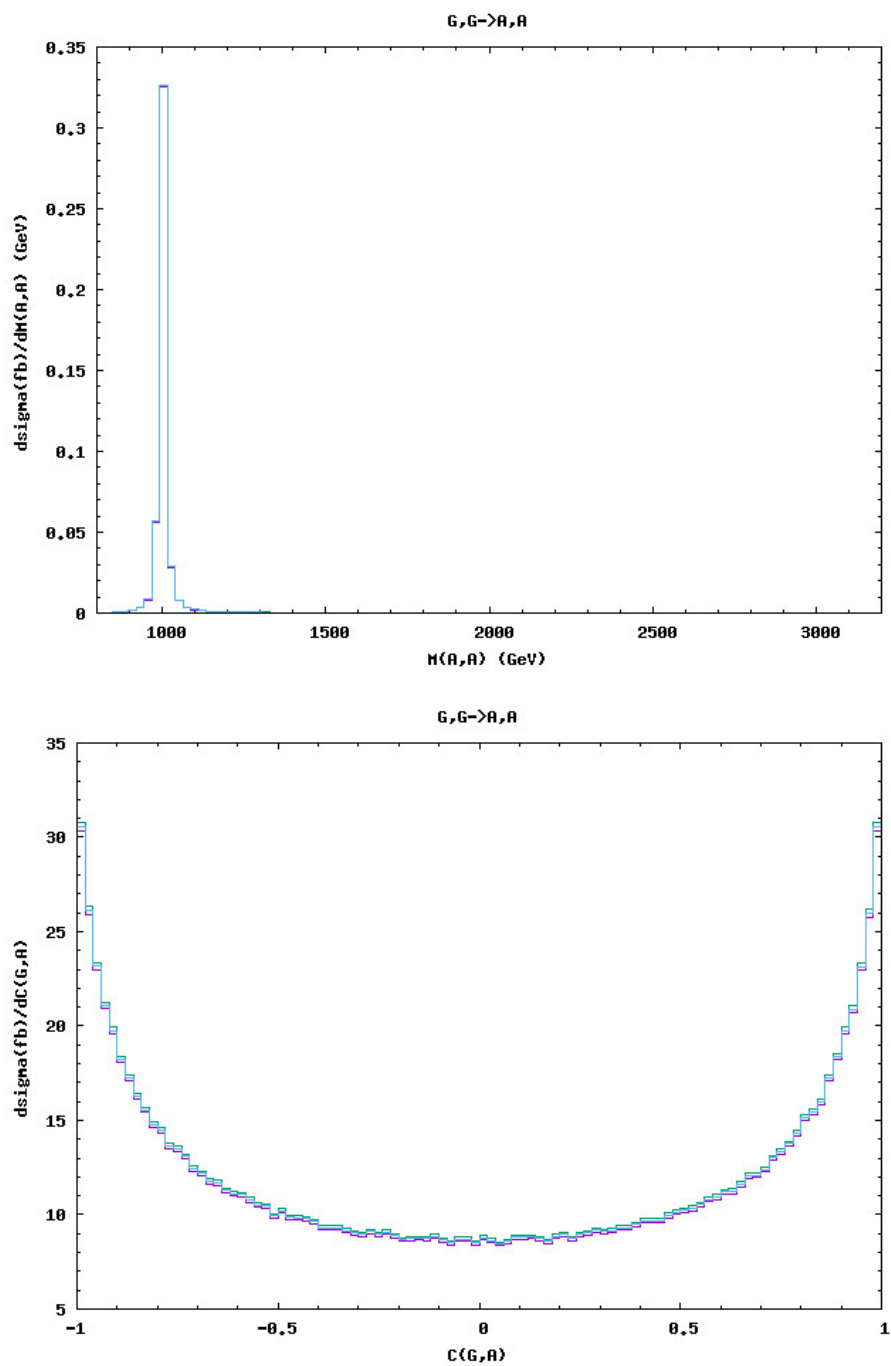


FIGURA 6.4: *Resonancia gravitón 1600 GeV*

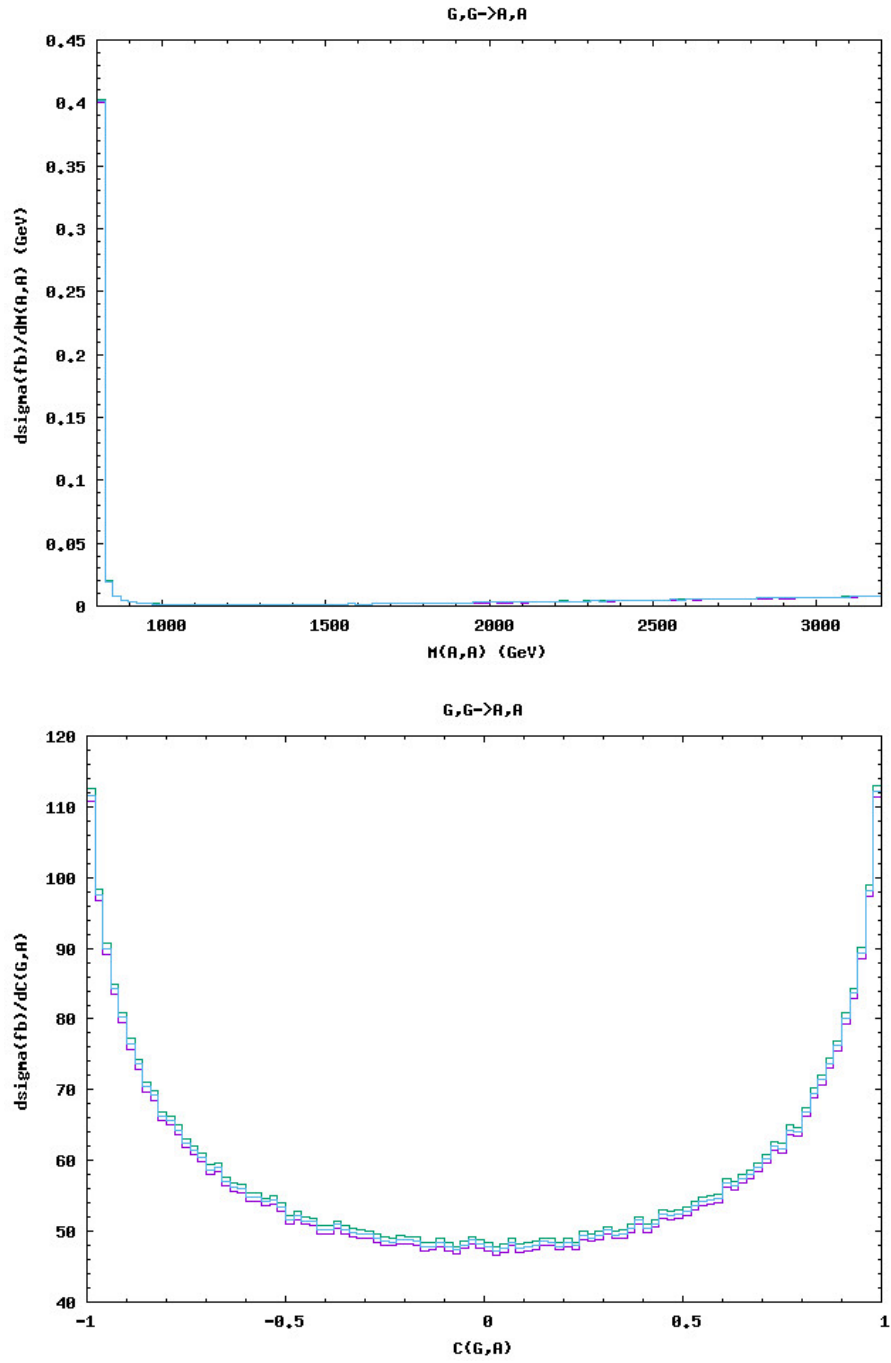


FIGURA 6.5: *Resonancia torsionón 800 GeV*

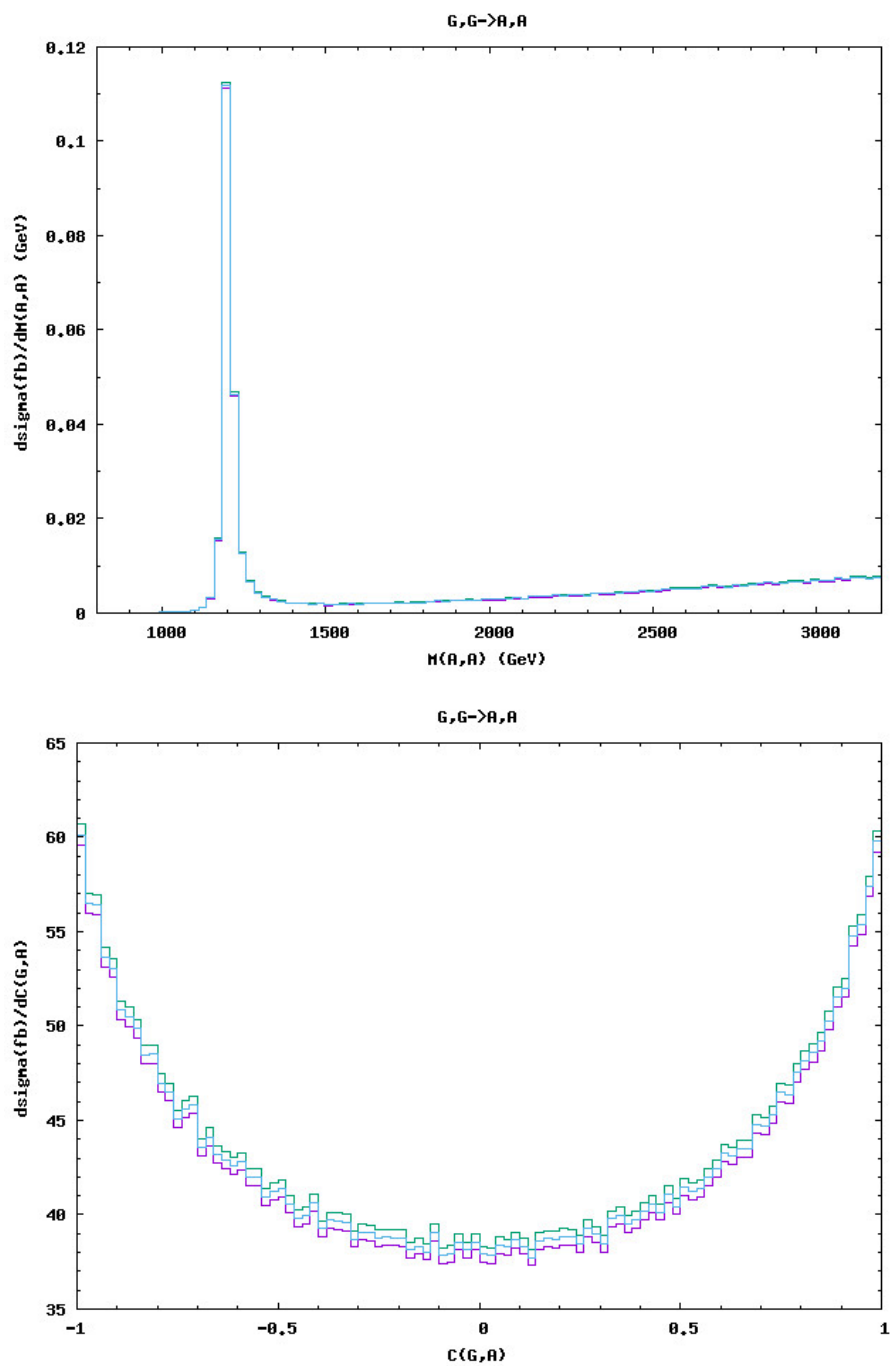


FIGURA 6.6: *Resonancia torsionón 1200 GeV*

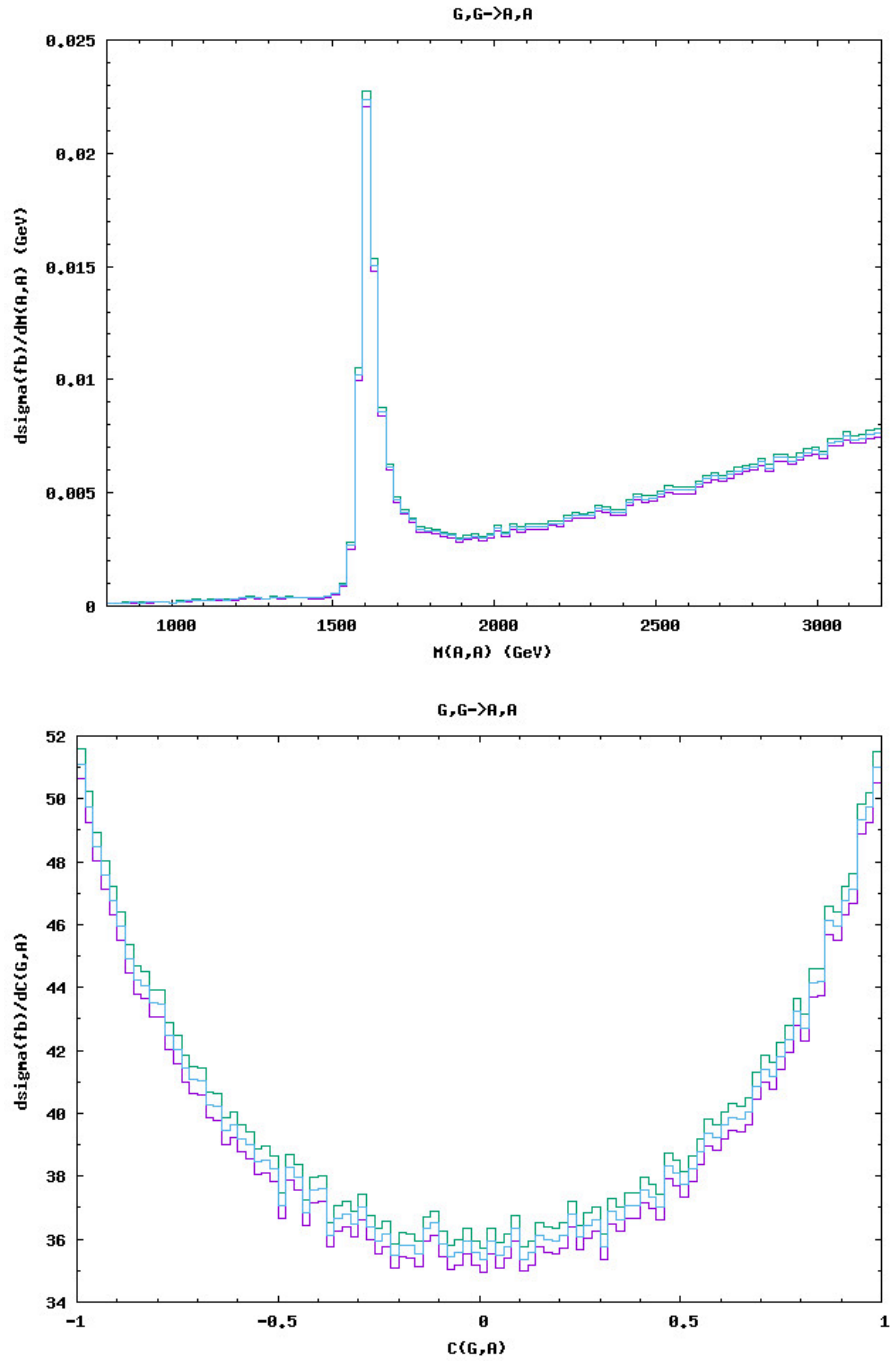


FIGURA 6.7: *Resonancia torsionón 1600 GeV*

Conclusiones

Considerando los resultados obtenidos, tanto en el desarrollo teórico del modelo como en su posterior análisis fenomenológico, se concluye que al extender el espacio-tiempo de la relatividad general al espacio de Riemann-Cartan, considerando elementos geométricos tales como la torsión e imponiendo la invarianza del elemento de volumen resultante, surge de manera natural un campo escalar propagante, el campo θ , al que hemos denominado “torsionón”, cuyo primer modo masivo se observa como una clara resonancia en las simulaciones ejecutadas. Notablemente, las partículas del sector gravito-torsional de la teoría aquí desarrollada, correspondientes al gravitón $\tilde{h}$ y al torsionón θ de las resonancias, pueden adquirir masa mediante un mecanismo de Higgs geométrico que no requiere de la adición de un campo escalar *ad-hoc*. Si bien, concluimos que la resonancia observada corresponde al primer modo masivo del torsionón, obviamente, la estimación de su masa escapa a las pretenciones de este trabajo, pudiendo ser esta una de las razones por las cuales dicha resonancia aún no ha sido observada en los colisionadores de partículas, ya que su valor puede ser superior al límite de energías actualmente alcanzables. Adicionalmente, y basados en las observaciones de aumento sostenido de sección eficaz conforme aumenta la energía en algunas de las simulaciones, sospechamos de una posible violación de unitariedad y/o renormalizabilidad del modelo, lo que obliga a una revisión del mismo, y al establecimiento de límites de energía dentro de los cuales es válido, recordando que es un modelo efectivo.

Grupos y orbifolds

Un grupo G es un conjunto equipado con una operación binaria $\cdot : G \times G \rightarrow G$ que asocia un elemento $a \cdot b \in G$ a cada par de elementos $a, b \in G$, con las siguientes propiedades para $\cdot$:

1. Es asociativa.
2. Posee un elemento identidad $e \in G$.
3. Es invertible.

G es *abeliano* si $a \cdot b = b \cdot a$.

Definición: Dado un grupo G , un subconjunto H de G es un subgrupo de G si:

1. El elemento identidad de G es también el elemento identidad de H .
2. Para todo $h_1, h_2 \in H$, se tiene que $h_1 h_2 \in H$.
3. Para todo $h \in H$, se tiene que $h^{-1} \in H$.

Definición: Si H es un subgrupo de G y $g \in G$ es cualquier elemento, los conjuntos de la forma gH y Hg se denominan *cosets izquierdo* y *cosets derecho* de H en G , respectivamente. Los conjuntos de cosets izquierdos y derechos se denotan por H/G y G/H .

Definición: Dados dos grupo G y G' , una función $\varphi : G \rightarrow G'$ es un *homomorfismo* si $\varphi(g_1 g_2) = \varphi(g_1) \varphi(g_2)$, para todo $g_1, g_2 \in G$.

Definición: Decimos que ϕ es un *isomorfismo* si existe un homomorfismo $\psi : G' \rightarrow G$, tal que $\psi \circ \phi = \text{id}_G$ y $\phi \circ \psi = \text{id}_{G'}$.

Definición: Dado un conjunto X y un grupo G , una acción izquierda de G en X es una función $\varphi : G \times X \rightarrow X$, tal que:

1. Para todo $g, h \in G$ y todo $x \in X$,

$$\psi(g, \varphi(h, x)) = \varphi(gh, x). \quad (\text{A.1})$$

2. Para todo $x \in X$

$$\varphi(1, x) = x, \quad (\text{A.2})$$

donde $1 \in G$ es el elemento identidad de G .

La acción φ es *faithful* o *efectiva* si solo si para cada g , si $g \cdot x = x$ para todo $x \in X$, entonces $g = 1$. La acción φ es *transitiva* si solo si para dos elementos cualquiera $x, y \in X$, hay algún $g \in G$ tal que $g \cdot x = y$.

Definición: Un conjunto X es un *espacio homogéneo* si existe una acción transitiva: $G \times X \rightarrow X$ para algún grupo G en X .

En general, una acción $\cdot : G \times X \rightarrow X$ que no es transitiva en X , pero para cada $x \in X$, es transitiva en el conjunto

$$O(x) = G \cdot x = \{g \cdot x \mid g \in G\}. \quad (\text{A.3})$$

Aquel conjunto es llamado *órbita* de x . Las órbitas son las clases de equivalencia de la siguiente relación de equivalencia:

Definición: Dada una acción $\cdot : G \times X \rightarrow X$ de algún grupo G en X , la relación de equivalencia $\sim$ en X está definida tal que, para todo $x, y \in X$, $x \sim y$ si solo si $y = g \cdot x$, para todo $g \in G$.

Para cada $x \in X$, la clase de equivalencia de x es la *órbita de x* , denotada $O(x)$ o $g \cdot x$, con

$$G \cdot x = O(x) = \{g \cdot x \mid g \in G\}. \quad (\text{A.4})$$

El conjunto de órbitas es denotado por X/G . Bajo ciertas condiciones (cuales?) este conjunto de órbitas será un manifold. Los manifolds generados de esta forma se denominan *orbifolds*.

Código modelo LANHEP

```
%
% Standard Model - unitary and t'Hooft-Feynman gauges.
%

keys gauge_fixing=Feynman, Fermi=no.

do_if Fermi==yes.
    keys gauge_fixing=unitary.
    model 'Electroweak 4-fermion'/2.
do_else.
do_if gauge_fixing==Feynman.
    model 'Stand. Model (Feyn. gauge)'/4.
do_else_if gauge_fixing==unitary.
    model 'Stand. Model (un. gauge)'/3.
do_else.
    write('Error: the key "gauge" should be either "Feynman" or "unitary".').
    quit.
end_if.
end_if.

option ReduceGamma5=0.
let g5=gamma5.
use sm_tex.

parameter

EE = 0.31345 : 'Elementary charge (alpha=1/127.9, on-shell, MZ point, PDG2002)',
GG = 1.21358 : 'Strong coupling constant (Z pnt, alp=0.1172\pm0.002 (PDG2002)',
SW = 0.48076 : 'sin of the Weinberg angle (MZ point -> MW=79.958GeV, PDG2002)',
s12 = 0.2229 : 'Parameter of C-K-M matrix (PDG2002)',
s23 = 0.0412 : 'Parameter of C-K-M matrix (PDG2002)',
s13 = 0.0036 : 'Parameter of C-K-M matrix (PDG2002)',
Pi = 3.1416 : 'Pi number',
MP = 1.22e19 : 'Reduced Planck mass'.

parameter
```

```
CW = sqrt(1-SW**2) : 'cos of the Weinberg angle'.
```

```
parameter
```

```
c12 = sqrt(1-s12**2)      : 'parameter  of C-K-M matrix',  
c23 = sqrt(1-s23**2)      : 'parameter  of C-K-M matrix',  
c13 = sqrt(1-s13**2)      : 'parameter  of C-K-M matrix',  
kk  = sqrt(16*Pi/MP**2)   : 'Gravitational coupling constant'.
```

```
parameter
```

```
Vud = c12*c13              : 'C-K-M matrix element',  
Vus = s12*c13              : 'C-K-M matrix element',  
Vub = s13                  : 'C-K-M matrix element',  
Vcd = (-s12*c23-c12*s23*s13) : 'C-K-M matrix element',  
Vcs = (c12*c23-s12*s23*s13)  : 'C-K-M matrix element',  
Vcb = s23*c13              : 'C-K-M matrix element',  
Vtd = (s12*s23-c12*c23*s13)  : 'C-K-M matrix element',  
Vts = (-c12*s23-s12*c23*s13) : 'C-K-M matrix element',  
Vtb = c23*c13              : 'C-K-M matrix element'.
```

```
OrthMatrix( { {Vud,Vus,Vub}, {Vcd,Vcs,Vcb}, {Vtd,Vts,Vtb}} ).
```

```
do_if Fermi==no.
```

```
vector G/G: (gluon, color c8, gauge).
```

```
end_if.
```

```
do_if gauge_fixing==Feynman.
```

```
vector
```

```
A/A: (photon, gauge),
```

```
A0/A0: (graviphoton0, gauge),
```

```
Z/Z:('Z boson', mass MZ = 91.1876, width wZ = 2.43631, gauge),
```

```
'W+'/'W-': ('W boson', mass MW = MZ*CW, width wW = 2.02798, gauge).
```

```
do_else.
```

```
vector
```

```
A/A: (photon, gauge),
```

```
A0/A0: (graviphoton0, gauge).
```

```
do_if Fermi==no.
```

```
vector
```

```
Z/Z:('Z boson', mass MZ = 91.1876, width wZ = 2.43631),
```

```
'W+'/'W-': ('W boson', mass MW = MZ*CW, width wW = 2.02798).
```

```
do_else.
```

```
vector
```

```
Z/Z:('Z boson', mass MZ = 91.1876, width wZ = 2.43631, '*'),
```

```

'W+'/'W-': ('W boson', mass MW = MZ*CW, width wW = 2.02798, '*').
end_if.
end_if.

spinor
ne:(neutrino,left),
e:(electron),
nm/Nm:('mu-neutrino',left),
m:(muon, mass Mm = 0.10566),
nl:('tau-neutrino',left),
l:('tau-lepton', mass Mtau = 1.77699).

spinor
u:('u-quark',color c3),
d:('d-quark',color c3),
c:('c-quark',color c3, mass Mc = 1.650),
s:('s-quark',color c3, mass Ms = 0.117),
t:('t-quark',color c3, mass Mtop = 174.3, width wtop = 1.54688),
b:('b-quark',color c3, mass Mb = 4.850 ).

% gravitational part
tensor h0/h0: (graviton0, mass mg0 = 1.00).
tensor h1/H1: (graviton1, mass mg1 = 1.00).

scalar t0/t0: (torsiocoso0).
scalar t1/T1: (torsiocoso1, mass mt1 = 1.00).

scalar P0/P0: (dilaton).

do_if Fermi==no.
scalar H/H:(Higgs, mass MH = 115, width wH = 0.0061744).
end_if.

let l1={ne,e}, L1=anti(l1).
let l2={nm,m}, L2=anti(l2).
let l3={nl,l}, L3=anti(l3).

let q1={u,d}, Q1={U,D}, q1a={u,Vud*d+Vus*s+Vub*b}, Q1a={U,Vud*D+Vus*S+Vub*B}.
let q2={c,s}, Q2={C,S}, q2a={c,Vcd*d+Vcs*s+Vcb*b}, Q2a={C,Vcd*D+Vcs*S+Vcb*B}.
let q3={t,b}, Q3={T,B}, q3a={t,Vtd*d+Vts*s+Vtb*b}, Q3a={T,Vtd*D+Vts*S+Vtb*B}.

let B1= -SW*Z+CW*A, W3=CW*Z+SW*A, W1=('W+'+'W-')/Sqrt2,
W2 = i*('W+'-'W-')/Sqrt2.

do_if gauge_fixing==Feynman.

```

```
let gh1 = ('W+.c'+ 'W-.c')/Sqrt2, gh2= i*('W+.c'- 'W-.c')/Sqrt2,
gh3= CW*'Z.c'+SW*'A.c', gh={gh1,gh2,gh3}.

let Gh1 = ('W+.C'+ 'W-.C')/Sqrt2, Gh2=i*('W+.C'- 'W-.C')/Sqrt2,
Gh3= CW*'Z.C'+SW*'A.C', Gh={Gh1,Gh2,Gh3}.

end_if.

let WW1 = {W1, W2 , W3}, WW = {'W+',W3,'W-'}.

let g=EE/SW, g1=EE/CW.

% Self-interaction of gauge bosons

lterm -(1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu))*F**2/4  where
F=deriv^mu*B1^nu-deriv^nu*B1^mu.

lterm kk/3*F*deriv^mu*(t0+t1+T1)*B1^nu  where
F=deriv^mu*B1^nu-deriv^nu*B1^mu.

do_if Fermi==no.
lterm -(1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu))*F**2/4 + AddHermConj  where
F=deriv^mu*G^nu^a-deriv^nu*G^mu^a+i*GG*f_SU3^a^b^c*G^mu^b*G^nu^c.

lterm kk/3*F*deriv^mu*(t0+t1+T1)*G^nu^a  where
F=deriv^mu*G^nu^a-deriv^nu*G^mu^a+i*GG*f_SU3^a^b^c*G^mu^b*G^nu^c.
end_if.

lterm -(1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu))*F**2/4 + AddHermConj  where
F=deriv^mu*WW1^nu^a-deriv^nu*WW1^mu^a -g*eps^a^b^c*WW1^mu^b*WW1^nu^c.

lterm kk/3*F*deriv^mu*(t0+t1+T1)*WW1^nu^a  where
F=deriv^mu*WW1^nu^a-deriv^nu*WW1^mu^a -g*eps^a^b^c*WW1^mu^b*WW1^nu^c.

% left fermion interaction with gauge fields

lterm (1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu))*anti(psi)*gamma*(1-g5)/2*(i*deriv-
g*taupm*WW/2-Y*g1*B1)*psi + AddHermConj
where
psi=l1, Y=-1/2;
psi=l2, Y=-1/2;
```

```

psi=l3, Y=-1/2;
psi=q1a, Y= 1/6;
psi=q2a, Y= 1/6;
psi=q3a, Y= 1/6.

lterm  -kk/2*(h0+h1+H1)*anti(psi)*gamma*(1-g5)/2*(i*deriv-g*taupm*WW/2-
        Y*g1*B1)*psi + AddHermConj
where
psi=l1, Y=-1/2;
psi=l2, Y=-1/2;
psi=l3, Y=-1/2;
psi=q1a, Y= 1/6;
psi=q2a, Y= 1/6;
psi=q3a, Y= 1/6.

% right fermion interaction with gauge fields

lterm  (1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu))*anti(psi)*gamma*(1+g5)/2*(i*deriv
        - Y*g1*B1)*psi + AddHermConj
where
psi=e,Y= -1;
psi=m,Y= -1;
psi=l,Y= -1;
psi=u, Y= 2/3;
psi=c, Y= 2/3;
psi=t, Y= 2/3;
psi=d, Y= -1/3;
psi=s, Y= -1/3;
psi=b, Y= -1/3.

lterm  -kk/2*(h0+h1+H1)*anti(psi)*gamma*(1+g5)/2*(i*deriv - Y*g1*B1)*psi
        + AddHermConj
where
psi=e,Y= -1;
psi=m,Y= -1;
psi=l,Y= -1;
psi=u, Y= 2/3;
psi=c, Y= 2/3;
psi=t, Y= 2/3;
psi=d, Y= -1/3;
psi=s, Y= -1/3;
psi=b, Y= -1/3.

% quark-gluon interaction

```

```
do_if Fermi==no.
lterm GG*anti(psi)*lambda*gamma*G*psi where
psi=q1; psi=q2; psi=q3.
end_if.

do_if Fermi==no.
do_if gauge_fixing==Feynman.

let pp = { -i*'W+.f', (vev(2*MW/EE*SW)+H+i*'Z.f')/Sqrt2 },
PP = { i*'W-.f', (vev(2*MW/EE*SW)+H-i*'Z.f')/Sqrt2 }.

do_else.

let pp = { 0, (vev(2*MW/EE*SW)+H)/Sqrt2 },
PP = { 0, (vev(2*MW/EE*SW)+H)/Sqrt2 }.

end_if.

lterm -M/MW/Sqrt2*g*(anti(pl)*(1+g5)/2*pr*pp + anti(pr)*(1-g5)/2*pl*PP)
where
M=Vud*0, pl=q1a, pr=d; % 0 stands for Md
M=Vus*Ms, pl=q1a, pr=s;
M=Vub*Mb, pl=q1a, pr=b;
M=Vcd*0, pl=q2a, pr=d;
M=Vcs*Ms, pl=q2a, pr=s;
M=Vcb*Mb, pl=q2a, pr=b;
M=Vtd*0, pl=q3a, pr=d;
M=Vts*Ms, pl=q3a, pr=s;
M=Vtb*Mb, pl=q3a, pr=b.

lterm -M/MW/Sqrt2*g*(anti(pl)*(1+g5)/2*i*tau2*pr*PP
+ anti(pr)*(1-g5)/2*i*pl*tau2*pp)
where
M=0 , pl=q1a, pr=u;
M=Mc, pl=q2a, pr=c;
M=Mtop,pl=q3a, pr=t.

lterm -M/MW/Sqrt2*g*(anti(pl)*(1+g5)/2*pr*pp + anti(pr)*(1-g5)/2*pl*PP)
where
M=Mm, pl=l2, pr=m;
M=Mtau, pl=l3, pr=l.
```

```

% add gravitons and graviphoton
lterm -2*lambda*(1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu)+2*kk/3*(t0+t1+T1))
      *(pp*PP-v**2/2)**2
      where
      lambda=(g*MH/MW)**2/16, v=2*MW*SW/EE.

let Dpp^mu^a = (deriv^mu+i*g1/2*B1^mu)*pp^a +
      i*g/2*taupm^a^b^c*WW^mu^c*pp^b.

let DPP^mu^a = (deriv^mu-i*g1/2*B1^mu)*PP^a
      -i*g/2*taupm^a^b^c*{'W-'^mu,W3^mu,'W+'^mu}^c*PP^b.

% add gravitons and graviphoton
lterm (1+kk/2*(h0^mu^mu+h1^mu^mu+H1^mu^mu))*DPP*Dpp.

lterm -i*GG*f_SU3*ccghost(G)*G^mu*deriv^mu*ghost(G).
lterm -1/2*(deriv*G)**2.

end_if.

do_if gauge_fixing==Feynman.

%lterm -g*eps*gh*WW1*deriv*Gh.

lterm g*eps*deriv*Gh*gh*WW1.

lterm -1/2*(deriv*A)**2.

lterm -1/2*(2*(deriv*'W+'*MW*'W+.f')*(deriv*'W-'*MW*'W-.f') +
      (deriv*Z+MW/CW*'Z.f')**2).

lterm -MW*EE/2/SW*((H+i*'Z.f')*( 'W-.C'*'W+.c' + 'W+.C'*'W-.c')
      +H*'Z.C'*'Z.c'/CW**2-2*i*'Z.f'*'W+.C'*'W-.c')).

lterm i*EE*MW/2/CW/SW*(
      'W+.f'*('W-.C'*'Z.c'*(1-2*SW**2)+'W-.c'*'Z.C'
      +2*CW*SW*'W-.C'*'A.c') -
      'W-.f'*('W+.C'*'Z.c'*(1-2*SW**2)+'W+.c'*'Z.C'
      +2*CW*SW*'W+.C'*'A.c')).
end_if.

% kk extension

```

```
let F0^mu^nu=deriv^mu*A0^nu-deriv^nu*A0^mu.
lterm 1/4*(deriv^mu*h0^nu^rho*deriv^mu*h0^nu^rho-
deriv^mu*h0^nu^nu*deriv^mu*h0^nu^nu-
2*deriv^rho*h0^rho^mu*deriv^rho*h0^rho^mu+
2*deriv^rho*h0^rho^mu*deriv^mu*h0^rho^rho).
lterm -1/4*(F0^mu^nu)**2.
lterm 1/2*deriv^mu*P0*deriv^mu*P0.
lterm 1/2*(deriv^mu*h1^nu^rho*deriv^mu*H1^nu^rho-
deriv^mu*h1*deriv^mu*H1-
2*deriv^rho*h1^rho^mu*deriv^rho*H1^rho^mu+
deriv^rho*h1^rho^mu*deriv^mu*H1^rho^rho
+deriv^rho*H1^rho^mu*deriv^mu*h1^rho^rho).
lterm -mg1**2*h1*H1+mg1**2*h1*H1.
lterm (1+kk/2*h0^mu^mu)*(1/2*(deriv^mu*t0)**2+
deriv^mu*t1*deriv^mu*T1+mt1**2*t1^mu*T1^mu+
kk/2*(h1^mu^mu*deriv^mu*T1*deriv^mu*t0+
H1^mu^mu*deriv^mu*t1*deriv^mu*t0)).

SetAngle(1-SW**2=CW**2).

CheckHerm.
```


Reglas de Feynman

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$A_\mu \quad A_\nu \quad H1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}(1 + s_w^2) \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad T1$	$-\frac{1}{3}\kappa (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}(1 + s_w^2) \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}(1 + s_w^2) \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad t0$	$-\frac{1}{3}\kappa (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$A_\mu \quad A_\nu \quad t1$	$-\frac{1}{3}\kappa (p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu)$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad Z_\sigma$	$\frac{1}{2}c_w \cdot s_w \cdot \kappa g^{\nu\rho} (p_1^\lambda p_3^\lambda g^{\mu\sigma} - p_1^\sigma p_3^\mu)$
$A_\mu \quad W_\nu^+ \quad W_\rho^-$	$-2e (p_2^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu g^{\nu\rho} - p_3^\nu g^{\mu\rho} + p_3^\mu g^{\nu\rho} + p_1^\nu g^{\mu\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu})$
$A_\mu \quad W_\nu^+ \quad W_F^-$	$i \cdot e \cdot M_W \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad W_F^+ \quad W_\nu^-$	$-i \cdot e \cdot M_W \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad W_F^+ \quad W_F^-$	$e (p_3^\mu - p_2^\mu)$
$A_\mu \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{2}c_w \cdot s_w \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\nu p_2^\mu - p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu})$
$A_\mu \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}c_w \cdot s_w \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu)$
$\bar{C}^A \quad C^{W+} \quad W_\mu^-$	$-e \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^A \quad C^{W-} \quad W_\mu^+$	$e \cdot p_1^\mu$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad A_\mu$	$\frac{2}{3}e\delta_{pq}\gamma_{ac}^\mu \cdot \delta_{cb}$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot \lambda_{pq}^r \gamma_{ab}^\mu$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_b}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \delta_{ab}$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa\delta_{pq} (p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_1^\nu \gamma_{ab}^\mu + p_2^\nu \gamma_{ab}^\mu)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad Z_\mu$	$-\frac{1}{3} \frac{e}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \gamma_{ac}^\mu \left(2s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 2s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_b}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \gamma_{ab}^5$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\delta_{pq} (p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu \gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu \gamma_{ab}^\mu)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\delta_{pq} (p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu \gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu \gamma_{ab}^\mu)$
$\bar{b}_{ap} \quad c_{bq} \quad W_\mu^-$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{cb}}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{b}_{ap} \quad c_{bq} \quad W_F^-$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{cb}}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_b \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} - M_c \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{b}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vtb}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{b}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vtb}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_b \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} - M_t \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$
$\bar{b}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vub}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{b}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_b \cdot \sqrt{2} \cdot Vub}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{c}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcb}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{c}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcb}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_b \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} - M_c \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad A_{\mu}$	$-\frac{4}{3} e \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \cdot \delta_{cb}$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot \lambda_{pq}^r \gamma_{ab}^{\mu}$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_c}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \delta_{ab}$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad Z_{\mu}$	$-\frac{1}{3} \frac{e}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \left((3 - 4s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - 4s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_c}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \gamma_{ab}^5$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{c}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcd}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{c}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_c \cdot \sqrt{2} \cdot Vcd}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{c}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcs}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{c}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcs}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_s \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} - M_c \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$
$\bar{d}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcd}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{d}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_c \cdot \sqrt{2} \cdot Vcd}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{d}_{ap} \quad d_{bq} \quad A_{\mu}$	$\frac{2}{3} e \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \cdot \delta_{cb}$
$\bar{d}_{ap} \quad d_{bq} \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot \lambda_{pq}^r \gamma_{ab}^{\mu}$
$\bar{d}_{ap} \quad d_{bq} \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{d}_{ap} \quad d_{bq} \quad Z_{\mu}$	$-\frac{1}{3} \frac{e}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \left(2s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 2s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{d}_{ap} \quad d_{bq} \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{d}_{ap} \quad d_{bq} \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\delta_{pq}\left(p_2^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu\gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu\gamma_{ab}^\mu\right)$
$\bar{d}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_\mu$	$-\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vtd}{s_w} \cdot \delta_{pq}\gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{d}_{ap} \quad t_{bq} \quad W_F^-$	$\frac{1}{2}\frac{i\cdot e\cdot M_t\cdot\sqrt{2}\cdot Vtd}{M_W\cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{d}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_\mu$	$-\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vud}{s_w} \cdot \delta_{pq}\gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad A_\mu$	$2e\gamma_{ac}^\mu \cdot \delta_{cb}$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa\left(p_1^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_2^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_1^\nu\gamma_{ab}^\mu + p_2^\nu\gamma_{ab}^\mu\right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad Z_\mu$	$\frac{e}{c_w\cdot s_w}\gamma_{ac}^\mu\left((1-2s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2}\right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\left(p_2^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu\gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu\gamma_{ab}^\mu\right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\left(p_2^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu\gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu\gamma_{ab}^\mu\right)$
$\bar{e}_a \quad \nu^e_b \quad W^-_\mu$	$-\frac{e\cdot\sqrt{2}}{s_w} \cdot \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad H1_{\rho\sigma}$	$\kappa\delta_{pq}g^{\rho\sigma}\left(p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu\right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad T1$	$-\frac{1}{3}\kappa\delta_{pq}\left(p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu\right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad h0_{\rho\sigma}$	$\kappa\delta_{pq}g^{\rho\sigma}\left(p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu\right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad h1_{\rho\sigma}$	$\kappa\delta_{pq}g^{\rho\sigma}\left(p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_2^\mu\right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad t0$	$-\frac{1}{3}\kappa\delta_{pq}\left(p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu\right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad t1$	$-\frac{1}{3}\kappa\delta_{pq}\left(p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu\right)$
$\bar{C}_p^G \quad C_q^G \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot p_2^\mu f_{pqr}$
$H \quad H \quad H$	$-\frac{3}{2}\frac{e\cdot MH^2}{M_W\cdot s_w}$
$H \quad H \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa g^{\mu\nu}\left(MH^2 + p_1^\rho p_2^\rho\right)$
$H \quad H \quad T1$	$-\frac{2}{3}MH^2 \cdot \kappa$
$H \quad H \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa g^{\mu\nu}\left(MH^2 + p_1^\rho p_2^\rho\right)$
$H \quad H \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa g^{\mu\nu}\left(MH^2 + p_1^\rho p_2^\rho\right)$
$H \quad H \quad t0$	$-\frac{2}{3}MH^2 \cdot \kappa$
$H \quad H \quad t1$	$-\frac{2}{3}MH^2 \cdot \kappa$
$H \quad W^+_\mu \quad W^-_\nu$	$\frac{e\cdot M_W}{s_w} \cdot g^{\mu\nu}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$H \quad W^+_{\mu} \quad W^-_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e}{s_w} (p_3^\mu - p_1^\mu)$
$H \quad W^+_F \quad W^-_{\mu}$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e}{s_w} (p_1^\mu - p_2^\mu)$
$H \quad W^+_F \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M H^2}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad Z_{\mu} \quad Z_{\nu}$	$\frac{e \cdot M_W}{c_w^2 \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad Z_{\mu} \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e}{c_w \cdot s_w} (p_3^\mu - p_1^\mu)$
$H \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M H^2}{M_W \cdot s_w}$
$H 1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma}$	$\frac{1}{2} \kappa g^{\mu\nu} (2 p_2^\lambda p_3^\lambda g^{\rho\sigma} - 2 p_2^\sigma p_3^\rho + M_W^2 \cdot g^{\rho\sigma})$
$H 1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_F$	$\frac{1}{2} i \cdot M_W \cdot \kappa \cdot p_3^\rho g^{\mu\nu}$
$H 1_{\mu\nu} \quad W^+_F \quad W^-_{\rho}$	$\frac{1}{2} i \cdot M_W \cdot \kappa \cdot p_2^\rho g^{\mu\nu}$
$H 1_{\mu\nu} \quad W^+_F \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \kappa \cdot p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu}$
$H 1_{\mu\nu} \quad Z_{\rho} \quad Z_{\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{\kappa}{c_w^2} g^{\mu\nu} ((2 - s_w^2) \cdot c_w^2 \cdot p_2^\lambda p_3^\lambda g^{\rho\sigma} - (2 - s_w^2) \cdot c_w^2 \cdot p_2^\sigma p_3^\rho + M_W^2 \cdot g^{\rho\sigma})$
$H 1_{\mu\nu} \quad Z_{\rho} \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot M_W \cdot \kappa}{c_w} \cdot p_3^\rho g^{\mu\nu}$
$H 1_{\mu\nu} \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \kappa \cdot p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu}$
$H 1_{\mu\nu} \quad t0 \quad t1$	$-\frac{1}{2} \kappa \cdot p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu}$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad A_{\mu}$	$2e \gamma_{ac}^{\mu} \cdot \delta_{cb}$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M \tau u}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{ab}$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad H 1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa (p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu})$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad Z_{\mu}$	$\frac{e}{c_w \cdot s_w} \gamma_{ac}^{\mu} ((1 - 2s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2})$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M \tau u}{M_W \cdot s_w} \cdot \gamma_{ab}^5$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa (p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu})$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa (p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu})$
$\bar{\tau}_a \quad \nu^{\tau}_b \quad W^-_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2}}{s_w} \cdot \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\tau}_a \quad \nu^{\tau}_b \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M \tau u \cdot \sqrt{2}}{M_W \cdot s_w} \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad A_{\mu}$	$2e \gamma_{ac}^{\mu} \cdot \delta_{cb}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_\mu}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{ab}$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \left(p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_1^\nu \gamma_{ab}^\mu + p_2^\nu \gamma_{ab}^\mu \right)$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad Z_\mu$	$\frac{e}{c_w \cdot s_w} \gamma_{ac}^\mu \left((1 - 2s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_\mu}{M_W \cdot s_w} \cdot \gamma_{ab}^5$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu \gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu \gamma_{ab}^\mu \right)$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu \gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu \gamma_{ab}^\mu \right)$
$\bar{\mu}_a \quad \nu_b^\mu \quad W_\mu^-$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2}}{s_w} \cdot \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\mu}_a \quad \nu_b^\mu \quad W_F^-$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_\mu \cdot \sqrt{2}}{M_W \cdot s_w} \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{\nu}_a^e \quad e_b \quad W_\mu^+$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2}}{s_w} \cdot \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\nu}_a^e \quad \nu_b^e \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \left(p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_2^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}_a^e \quad \nu_b^e \quad Z_\mu$	$-\frac{e}{c_w \cdot s_w} \cdot \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\nu}_a^e \quad \nu_b^e \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_1^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}_a^e \quad \nu_b^e \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_1^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}_a^\tau \quad \tau_b \quad W_\mu^+$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2}}{s_w} \cdot \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\nu}_a^\tau \quad \tau_b \quad W_F^+$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_{\tau} \cdot \sqrt{2}}{M_W \cdot s_w} \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{\nu}_a^\tau \quad \nu_b^\tau \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \left(p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_2^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}_a^\tau \quad \nu_b^\tau \quad Z_\mu$	$-\frac{e}{c_w \cdot s_w} \cdot \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\nu}_a^\tau \quad \nu_b^\tau \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_1^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}_a^\tau \quad \nu_b^\tau \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_1^\nu \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{\nu}^\mu_a \quad \mu_b \quad W^+_\mu$	$-\frac{e\sqrt{2}}{s_w} \cdot \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\nu}^\mu_a \quad \mu_b \quad W^+_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_\mu \cdot \sqrt{2}}{M_W \cdot s_w} \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{\nu}^\mu_a \quad \nu^\mu_b \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \left(p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\nu \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_2^\nu \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}^\mu_a \quad \nu^\mu_b \quad Z_\mu$	$-\frac{e}{c_w \cdot s_w} \cdot \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{\nu}^\mu_a \quad \nu^\mu_b \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\nu \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_1^\nu \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\nu}^\mu_a \quad \nu^\mu_b \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - p_2^\nu \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. + p_1^\nu \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_\mu$	$-\frac{e\sqrt{2} \cdot Vcs}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{s}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vcs}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_s \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} - M_c \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad A_\mu$	$\frac{2}{3} e \delta_{pq} \gamma^\mu_{ac} \cdot \delta_{cb}$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot \lambda^r_{pq} \gamma^\mu_{ab}$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_s}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \delta_{ab}$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ab} - p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ab} - p_1^\nu \gamma^\mu_{ab} + p_2^\nu \gamma^\mu_{ab} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad Z_\mu$	$-\frac{1}{3} \frac{e}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \gamma^\mu_{ac} \left(2s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 2s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_s}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \gamma^5_{ab}$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ab} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ab} - p_2^\nu \gamma^\mu_{ab} + p_1^\nu \gamma^\mu_{ab} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ab} - p_1^\rho g^{\mu\nu} \gamma^\rho_{ab} - p_2^\nu \gamma^\mu_{ab} + p_1^\nu \gamma^\mu_{ab} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_\mu$	$-\frac{e\sqrt{2} \cdot Vts}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{s}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vts}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_s \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} - M_t \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_\mu$	$-\frac{e\sqrt{2} \cdot Vus}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{s}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_s \cdot \sqrt{2} \cdot Vus}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{t}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_\mu$	$-\frac{e\sqrt{2} \cdot Vtb}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma^\mu_{ac} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{t}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vtb}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_b \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} - M_t \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{t}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vtd}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{t}_{ap} \quad d_{bq} \quad W_F^+$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_t \cdot \sqrt{2} \cdot Vtd}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{t}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vts}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{t}_{ap} \quad s_{bq} \quad W_F^+$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot Vts}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \left(M_s \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2} - M_t \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{ab}}{2} \right)$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad A_{\mu}$	$-\frac{4}{3} e \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \cdot \delta_{cb}$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot \lambda_{pq}^r \gamma_{ab}^{\mu}$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_t}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \delta_{ab}$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad Z_{\mu}$	$-\frac{1}{3} \frac{e}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \left((3 - 4s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - 4s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_t}{M_W \cdot s_w} \delta_{pq} \cdot \gamma_{ab}^5$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$T1 \quad W^+_{\mu} \quad W^{-}_{\nu}$	$-\frac{1}{3} \kappa \left(p_1^{\rho} p_2^{\rho} g^{\mu\nu} + p_1^{\rho} p_3^{\rho} g^{\mu\nu} - p_1^{\mu} p_2^{\nu} - p_1^{\nu} p_3^{\mu} \right)$
$T1 \quad Z_{\mu} \quad Z_{\nu}$	$-\frac{1}{3} \kappa \left(p_1^{\rho} p_3^{\rho} g^{\mu\nu} - p_1^{\nu} p_3^{\mu} + p_1^{\rho} p_2^{\rho} g^{\mu\nu} - p_1^{\mu} p_2^{\nu} \right)$
$T1 \quad h0_{\mu\nu} \quad t1$	$-\frac{1}{2} \kappa g^{\mu\nu} \left(p_1^{\rho} p_3^{\rho} - m t 1^2 \right)$
$T1 \quad h1_{\mu\nu} \quad t0$	$-\frac{1}{2} \kappa \cdot p_1^{\rho} p_3^{\rho} g^{\mu\nu}$
$\bar{u}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vub}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{u}_{ap} \quad b_{bq} \quad W_F^+$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_b \cdot \sqrt{2} \cdot Vub}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{u}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vud}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{u}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu}$	$-\frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot Vus}{s_w} \cdot \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2}$
$\bar{u}_{ap} \quad s_{bq} \quad W_F^+$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_s \cdot \sqrt{2} \cdot Vus}{M_W \cdot s_w} \cdot \delta_{pq} \frac{(1+\gamma^5)_{ab}}{2}$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad A_{\mu}$	$-\frac{4}{3} e \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \cdot \delta_{cb}$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad G_{\mu r}$	$g_s \cdot \lambda_{pq}^r \gamma_{ab}^{\mu}$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2} \kappa \delta_{pq} \left(p_1^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_2^{\rho} g^{\mu\nu} \gamma_{ab}^{\rho} - p_1^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} + p_2^{\nu} \gamma_{ab}^{\mu} \right)$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad Z_{\mu}$	$-\frac{1}{3} \frac{e}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \gamma_{ac}^{\mu} \left((3 - 4s_w^2) \cdot \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - 4s_w^2 \cdot \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad h0_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\delta_{pq}\left(p_2^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu\gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu\gamma_{ab}^\mu\right)$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad h1_{\mu\nu}$	$\frac{1}{2}\kappa\delta_{pq}\left(p_2^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_1^\rho g^{\mu\nu}\gamma_{ab}^\rho - p_2^\nu\gamma_{ab}^\mu + p_1^\nu\gamma_{ab}^\mu\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\rho$	$-2\frac{c_w\cdot e}{s_w}\left(p_1^\nu g^{\mu\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu g^{\nu\rho} + p_2^\rho g^{\mu\nu} + p_3^\mu g^{\nu\rho} - p_3^\rho g^{\mu\nu}\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}\kappa g^{\rho\sigma}\left(2p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - 2p_1^\nu p_2^\mu + M_W^2 \cdot g^{\mu\nu}\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2}\kappa g^{\rho\sigma}\left(2p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - 2p_1^\nu p_2^\mu + M_W^2 \cdot g^{\mu\nu}\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad t0$	$-\frac{1}{3}\kappa\left(p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} + p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu - p_2^\mu p_3^\nu\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad t1$	$-\frac{1}{3}\kappa\left(p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} + p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu - p_2^\mu p_3^\nu\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu$	$-\frac{i\cdot e\cdot M_W\cdot s_w}{c_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F$	$-\frac{1}{2}\frac{e}{s_w}\left(p_2^\mu - p_3^\mu\right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2}i \cdot M_W \cdot \kappa \cdot p_2^\mu g^{\nu\rho}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2}i \cdot M_W \cdot \kappa \cdot p_2^\mu g^{\nu\rho}$
$\bar{C}^{W+} \quad C^Z \quad W^-_\mu$	$e \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W+} \quad C^Z \quad W^-_F$	$-i \cdot e \cdot M_W$
$\bar{C}^{W+} \quad C^{W-} \quad A_\mu$	$-e \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W+} \quad C^{W-} \quad H$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot M_W}{s_w}$
$\bar{C}^{W+} \quad C^{W-} \quad Z_\mu$	$-\frac{c_w\cdot e}{s_w} \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W+} \quad C^{W-} \quad Z_F$	$\frac{1}{2}\frac{i\cdot e\cdot M_W}{s_w}$
$\bar{C}^{W+} \quad C^Z \quad W^-_\mu$	$\frac{c_w\cdot e}{s_w} \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W+} \quad C^Z \quad W^-_F$	$-\frac{1}{2}\frac{i\cdot(1-2s_w^2)\cdot e\cdot M_W}{c_w\cdot s_w}$
$W^+_F \quad W^-_\mu \quad Z_\nu$	$\frac{i\cdot e\cdot M_W\cdot s_w}{c_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$W^+_F \quad W^-_\mu \quad Z_F$	$-\frac{1}{2}\frac{e}{s_w}\left(p_3^\mu - p_1^\mu\right)$
$W^+_F \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2}i \cdot M_W \cdot \kappa \cdot p_1^\mu g^{\nu\rho}$
$W^+_F \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2}i \cdot M_W \cdot \kappa \cdot p_1^\mu g^{\nu\rho}$
$W^+_F \quad W^-_F \quad Z_\mu$	$\frac{1}{2}\frac{(1-2s_w^2)\cdot e}{c_w\cdot s_w}\left(p_2^\mu - p_1^\mu\right)$
$W^+_F \quad W^-_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa \cdot p_1^\rho p_2^\rho g^{\mu\nu}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$W_F^+ \quad W_F^- \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa \cdot p_1^\rho p_2^\rho g^{\mu\nu}$
$\bar{C}^{W-} \quad C^Z \quad W_\mu^+$	$-e \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W-} \quad C^Z \quad W_F^+$	$i \cdot e \cdot M_W$
$\bar{C}^{W-} \quad C^{W+} \quad A_\mu$	$e \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W-} \quad C^{W+} \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W}{s_w}$
$\bar{C}^{W-} \quad C^{W+} \quad Z_\mu$	$\frac{c_w \cdot e}{s_w} \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W-} \quad C^{W+} \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W}{s_w}$
$\bar{C}^{W-} \quad C^Z \quad W_\mu^+$	$-\frac{c_w \cdot e}{s_w} \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^{W-} \quad C^Z \quad W_F^+$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot (1-2s_w^2) \cdot e \cdot M_W}{c_w \cdot s_w}$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{\kappa}{c_w^2} g^{\rho\sigma} \left((2-s_w^2) \cdot c_w^2 \cdot p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - (2-s_w^2) \cdot c_w^2 \cdot p_1^\nu p_2^\mu \right. \\ \left. + M_W^2 \cdot g^{\mu\nu} \right)$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{\kappa}{c_w^2} g^{\rho\sigma} \left((2-s_w^2) \cdot c_w^2 \cdot p_1^\lambda p_2^\lambda g^{\mu\nu} - (2-s_w^2) \cdot c_w^2 \cdot p_1^\nu p_2^\mu \right. \\ \left. + M_W^2 \cdot g^{\mu\nu} \right)$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad t0$	$-\frac{1}{3}\kappa \left(p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu \right)$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad t1$	$-\frac{1}{3}\kappa \left(p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu p_3^\nu + p_1^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu} - p_1^\nu p_3^\mu \right)$
$Z_\mu \quad Z_F \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot M_W \cdot \kappa}{c_w} \cdot p_2^\mu g^{\nu\rho}$
$Z_\mu \quad Z_F \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot M_W \cdot \kappa}{c_w} \cdot p_2^\mu g^{\nu\rho}$
$\bar{C}^Z \quad C^{W+} \quad W_\mu^-$	$-\frac{c_w \cdot e}{s_w} \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^Z \quad C^{W+} \quad W_F^-$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W}{c_w \cdot s_w}$
$\bar{C}^Z \quad C^{W-} \quad W_\mu^+$	$\frac{c_w \cdot e}{s_w} \cdot p_1^\mu$
$\bar{C}^Z \quad C^{W-} \quad W_F^+$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W}{c_w \cdot s_w}$
$\bar{C}^Z \quad C^Z \quad H$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W}{c_w^2 \cdot s_w}$
$Z_F \quad Z_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa \cdot p_1^\rho p_2^\rho g^{\mu\nu}$
$Z_F \quad Z_F \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{2}\kappa \cdot p_1^\rho p_2^\rho g^{\mu\nu}$
$h0_{\mu\nu} \quad t0 \quad t0$	$-\frac{1}{2}\kappa \cdot p_2^\rho p_3^\rho g^{\mu\nu}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$A_\mu \quad A_\nu \quad W^+_\rho \quad W^-_\sigma$	$-2e^2(2g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho})$
$A_\mu \quad A_\nu \quad W^+_F \quad W^-_F$	$2e^2 \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad H \quad W^+_\nu \quad W^-_F$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e^2}{s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad H \quad W^+_F \quad W^-_\nu$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e^2}{s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_\sigma \quad W^-_\lambda$	$e \cdot \kappa g^{\nu\rho} (p_4^\sigma g^{\mu\lambda} - p_4^\mu g^{\sigma\lambda} - p_3^\lambda g^{\mu\sigma} + p_3^\mu g^{\sigma\lambda} + p_1^\lambda g^{\mu\sigma} - p_1^\sigma g^{\mu\lambda})$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_\sigma \quad W^-_F$	$\frac{1}{2} i \cdot e \cdot M_W \cdot \kappa \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_F \quad W^-_\sigma$	$-\frac{1}{2} i \cdot e \cdot M_W \cdot \kappa \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_F \quad W^-_F$	$\frac{1}{2} e \cdot \kappa g^{\nu\rho} (p_4^\mu - p_3^\mu)$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad Z_\sigma$	$-2 \frac{c_w \cdot e^2}{s_w} (2g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad h0_{\sigma\lambda}$	$-e \cdot \kappa g^{\sigma\lambda} (p_2^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu g^{\nu\rho} - p_3^\nu g^{\mu\rho} + p_3^\mu g^{\nu\rho} + p_1^\nu g^{\mu\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu})$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad h1_{\sigma\lambda}$	$-e \cdot \kappa g^{\sigma\lambda} (p_2^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu g^{\nu\rho} - p_3^\nu g^{\mu\rho} + p_3^\mu g^{\nu\rho} + p_1^\nu g^{\mu\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu})$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2}{s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} i \cdot e \cdot M_W \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} i \cdot e \cdot M_W \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W^+_F \quad W^-_\nu \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2}{s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad W^+_F \quad W^-_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{2} i \cdot e \cdot M_W \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W^+_F \quad W^-_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{2} i \cdot e \cdot M_W \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W^+_F \quad W^-_F \quad Z_\nu$	$\frac{(1-2s_w^2) \cdot e^2}{c_w \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$A_\mu \quad W^+_F \quad W^-_F \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} e \cdot \kappa g^{\nu\rho} (p_3^\mu - p_2^\mu)$
$A_\mu \quad W^+_F \quad W^-_F \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} e \cdot \kappa g^{\nu\rho} (p_3^\mu - p_2^\mu)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad A_\mu \quad H1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad A_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad A_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left(2s_w^2 \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} + (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6}\frac{e\cdot\kappa}{c_w\cdot s_w}\delta_{pq}\left(2s_w^2\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}-2s_w^2\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}\right.$ $\left.- (3-2s_w^2)\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}+(3-2s_w^2)\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad b_{bq} \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6}\frac{e\cdot\kappa}{c_w\cdot s_w}\delta_{pq}\left(2s_w^2\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}-2s_w^2\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}\right.$ $\left.- (3-2s_w^2)\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}+(3-2s_w^2)\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad c_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vcb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\mu\nu}\gamma_{ac}^\rho-g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vcb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vcb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad t_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vtb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\mu\nu}\gamma_{ac}^\rho-g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vtb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vtb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad u_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vub\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\mu\nu}\gamma_{ac}^\rho-g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vub\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{b}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vub\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad b_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_\rho$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vcb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\mu\nu}\gamma_{ac}^\rho-g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vcb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2}\frac{e\cdot\sqrt{2}\cdot Vcb\cdot\kappa}{s_w}\delta_{pq}\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad A_\mu \quad H1_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3}e\cdot\kappa\delta_{pq}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ab}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ab}^\nu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad A_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3}e\cdot\kappa\delta_{pq}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ab}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ab}^\nu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad A_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3}e\cdot\kappa\delta_{pq}\left(g^{\nu\rho}\gamma_{ab}^\mu-g^{\mu\rho}\gamma_{ab}^\nu\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho$	$-\frac{1}{6}\frac{e\cdot\kappa}{c_w\cdot s_w}\delta_{pq}\left((3-4s_w^2)\cdot g^{\mu\nu}\gamma_{ac}^\rho\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}-(3-4s_w^2)\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\right.$ $\left.- 4s_w^2\cdot g^{\mu\nu}\gamma_{ac}^\rho\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}+4s_w^2\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6}\frac{e\cdot\kappa}{c_w\cdot s_w}\delta_{pq}\left((3-4s_w^2)\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}-(3-4s_w^2)\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\right.$ $\left.- 4s_w^2\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}+4s_w^2\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}\right)$
$\bar{c}_{ap} \quad c_{bq} \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6}\frac{e\cdot\kappa}{c_w\cdot s_w}\delta_{pq}\left((3-4s_w^2)\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}-(3-4s_w^2)\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1-\gamma^5)cb}{2}\right.$ $\left.- 4s_w^2\cdot g^{\nu\rho}\gamma_{ac}^\mu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}+4s_w^2\cdot g^{\mu\rho}\gamma_{ac}^\nu\frac{(1+\gamma^5)cb}{2}\right)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{e}_a \quad e_b \quad A_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa \left(g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu \right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad A_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa \left(g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu \right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \left((1 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (1 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 2s_w^2 \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \left((1 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (1 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 2s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{e}_a \quad e_b \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \left((1 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (1 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 2s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{e}_a \quad \nu_b^e \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa}{s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \left(g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \right)$
$\bar{e}_a \quad \nu_b^e \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa}{s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \left(g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \right)$
$\bar{e}_a \quad \nu_b^e \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa}{s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \left(g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad G_{\rho r} \quad G_{\sigma s}$	$2g_s^2 \left(g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pqt} f_{rst} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{pqt} f_{rst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{prt} f_{qst} \right. \\ \left. - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{prt} f_{qst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{pst} f_{qrt} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pst} f_{qrt} \right)$
$H \quad H \quad H \quad H$	$-\frac{3}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad H \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{4} \frac{e \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H \quad T1$	$-\frac{e \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad H \quad H \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{4} \frac{e \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{4} \frac{e \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H \quad t0$	$-\frac{e \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad H \quad H \quad t1$	$-\frac{e \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad H \quad W^+_\mu \quad W^-_\nu$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad W^+_F \quad W^-_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad Z_\mu \quad Z_\nu$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_\rho \quad W^-_\sigma$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_F$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\mu\nu} (p_4^\rho - p_1^\rho)$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_F \quad W^-_{\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\mu\nu} (p_1^\rho - p_3^\rho)$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_F \quad W^-_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_{\rho} \quad Z_{\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_{\rho} \quad Z_F$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} g^{\mu\nu} (p_4^\rho - p_1^\rho)$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad T1 \quad W^+_F \quad W^-_F$	$-\frac{1}{3} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad T1 \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{3} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad W^+_{\mu} \quad W^-_{\nu} \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad W^+_{\mu} \quad W^-_{\nu} \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad W^+_{\mu} \quad W^-_F \quad Z_{\nu}$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e^2}{c_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad W^+_{\mu} \quad W^-_F \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} (p_3^\mu - p_1^\mu)$
$H \quad W^+_{\mu} \quad W^-_F \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} (p_3^\mu - p_1^\mu)$
$H \quad W^+_F \quad W^-_{\mu} \quad Z_{\nu}$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e^2}{c_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad W^+_F \quad W^-_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} (p_1^\mu - p_2^\mu)$
$H \quad W^+_F \quad W^-_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} (p_1^\mu - p_2^\mu)$
$H \quad W^+_F \quad W^-_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad W^+_F \quad W^-_F \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad W^+_F \quad W^-_F \quad t0$	$-\frac{1}{3} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad W^+_F \quad W^-_F \quad t1$	$-\frac{1}{3} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad Z_{\mu} \quad Z_{\nu} \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad Z_{\mu} \quad Z_{\nu} \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot M_W \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad Z_{\mu} \quad Z_F \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} g^{\nu\rho} (p_3^\mu - p_1^\mu)$
$H \quad Z_{\mu} \quad Z_F \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} g^{\nu\rho} (p_3^\mu - p_1^\mu)$
$H \quad Z_F \quad Z_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$H \quad Z_F \quad Z_F \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad Z_F \quad Z_F \quad t0$	$-\frac{1}{3} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H \quad Z_F \quad Z_F \quad t1$	$-\frac{1}{3} \frac{e \cdot M H^2 \cdot \kappa}{M_W \cdot s_w}$
$H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad Z_{\lambda}$	$\frac{c_w \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\mu\nu} \left(p_3^{\rho} g^{\sigma\lambda} - p_3^{\lambda} g^{\rho\sigma} - p_2^{\sigma} g^{\rho\lambda} + p_2^{\lambda} g^{\rho\sigma} + p_4^{\sigma} g^{\rho\lambda} - p_4^{\rho} g^{\sigma\lambda} \right)$
$H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad Z_{\sigma}$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W \cdot s_w \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot \kappa}{s_w} g^{\mu\nu} (p_3^{\rho} - p_4^{\rho})$
$H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad Z_{\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W \cdot s_w \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot \kappa}{s_w} g^{\mu\nu} (p_4^{\rho} - p_2^{\rho})$
$H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad Z_{\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{(1-2s_w^2) \cdot e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} g^{\mu\nu} (p_3^{\rho} - p_2^{\rho})$
$H1_{\mu\nu} \quad h0_{\rho\sigma} \quad t0 \quad t1$	$-\frac{1}{4} \kappa^2 \cdot p_3^{\lambda} p_4^{\lambda} g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad A_{\mu} \quad H1_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad A_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad A_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_{\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \left((1-2s_w^2) \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (1-2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 2s_w^2 \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad Z_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \left((1-2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (1-2s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 2s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\tau}_a \quad \tau_b \quad Z_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \left((1-2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (1-2s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 2s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{\tau}_a \quad \nu^{\tau}_b \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_{\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa}{s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu})$
$\bar{\tau}_a \quad \nu^{\tau}_b \quad W^-_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa}{s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{\tau}_a \quad \nu^{\tau}_b \quad W^-_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa}{s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad A_{\mu} \quad H1_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad A_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{\mu}_a \quad \mu_b \quad A_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$e \cdot \kappa (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{\nu}_a^\mu \quad \nu_b^\mu \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{\nu}_a^\mu \quad \nu_b^\mu \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad c_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{cs} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu)$
$\bar{s}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{cs} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad c_{bq} \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{cs} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad A_\mu \quad H1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad A_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad A_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left(2s_w^2 \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} + (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left(2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} + (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad s_{bq} \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left(2s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} - 2s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} + (3 - 2s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{s}_{ap} \quad t_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{ts} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu)$
$\bar{s}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{ts} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad t_{bq} \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{ts} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad u_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^-_\rho$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{us} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu)$
$\bar{s}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{us} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{s}_{ap} \quad u_{bq} \quad W^-_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{us} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{t}_{ap} \quad b_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_\rho$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{tb} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu)$
$\bar{t}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{tb} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{t}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{tb} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$
$\bar{t}_{ap} \quad d_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_\rho$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{td} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu)$
$\bar{t}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V_{td} \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu)$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{t}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V t d \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{t}_{ap} \quad s_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V t s \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu})$
$\bar{t}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V t s \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{t}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V t s \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad A_{\mu} \quad H1_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad A_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad A_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_{\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left((3 - 4s_w^2) \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 4s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 4s_w^2 \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 4s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad Z_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left((3 - 4s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 4s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 4s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 4s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{t}_{ap} \quad t_{bq} \quad Z_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left((3 - 4s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 4s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right. \\ \left. - 4s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 4s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu} \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$T1 \quad h0_{\mu\nu} \quad h1_{\rho\sigma} \quad t0$	$-\frac{1}{4} \kappa^2 \cdot p_1^{\lambda} p_4^{\lambda} g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$\bar{u}_{ap} \quad b_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u b \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu})$
$\bar{u}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u b \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad b_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u b \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad d_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u d \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu})$
$\bar{u}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u d \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad d_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u d \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad s_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_{\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u s \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^{\rho} - g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu})$
$\bar{u}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u s \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad s_{bq} \quad W^+_{\mu} \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e \cdot \sqrt{2} \cdot V u s \cdot \kappa}{s_w} \delta_{pq} \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} (g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad A_{\mu} \quad H1_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad A_{\mu} \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3} e \cdot \kappa \delta_{pq} (g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^{\mu} - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^{\nu})$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad A_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{2}{3}e \cdot \kappa \delta_{pq} \left(g^{\nu\rho} \gamma_{ab}^\mu - g^{\mu\rho} \gamma_{ab}^\nu \right)$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left((3 - 4s_w^2) \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 4s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - 4s_w^2 \cdot g^{\mu\nu} \gamma_{ac}^\rho \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 4s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left((3 - 4s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 4s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - 4s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 4s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$\bar{u}_{ap} \quad u_{bq} \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{6} \frac{e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \delta_{pq} \left((3 - 4s_w^2) \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} - (3 - 4s_w^2) \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1-\gamma^5)_{cb}}{2} \right.$ $\left. - 4s_w^2 \cdot g^{\nu\rho} \gamma_{ac}^\mu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} + 4s_w^2 \cdot g^{\mu\rho} \gamma_{ac}^\nu \frac{(1+\gamma^5)_{cb}}{2} \right)$
$W^+_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad W^-_\sigma$	$2 \frac{e^2}{s_w^2} \left(2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} \right)$
$W^+_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad W^-_\sigma$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\rho \quad Z_\sigma$	$-2 \frac{c_w^2 \cdot e^2}{s_w^2} \left(2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\rho \quad h0_{\sigma\lambda}$	$-\frac{c_w \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\sigma\lambda} \left(p_1^\nu g^{\mu\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu g^{\nu\rho} + p_2^\rho g^{\mu\nu} + p_3^\mu g^{\nu\rho} - p_3^\nu g^{\mu\rho} \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\rho \quad h1_{\sigma\lambda}$	$-\frac{c_w \cdot e \cdot \kappa}{s_w} g^{\sigma\lambda} \left(p_1^\nu g^{\mu\rho} - p_1^\rho g^{\mu\nu} - p_2^\mu g^{\nu\rho} + p_2^\rho g^{\mu\nu} + p_3^\mu g^{\nu\rho} - p_3^\nu g^{\mu\rho} \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{c_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W \cdot s_w \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W \cdot s_w \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} \left(p_2^\mu - p_3^\mu \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} \left(p_2^\mu - p_3^\mu \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot M_H^2}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{c_w} \cdot g^{\mu\nu}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W \cdot s_w \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{i \cdot e \cdot M_W \cdot s_w \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h0_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} \left(p_3^\mu - p_1^\mu \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h1_{\nu\rho}$	$-\frac{1}{4} \frac{e \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} \left(p_3^\mu - p_1^\mu \right)$
$W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad Z_\mu \quad Z_\nu$	$\frac{1}{2} \frac{(1-2s_w^2)^2 \cdot e^2}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_\mu \quad h0_{\nu\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{(1-2s_w^2) \cdot e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} g^{\nu\rho} (p_2^\mu - p_1^\mu)$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_\mu \quad h1_{\nu\rho}$	$\frac{1}{4} \frac{(1-2s_w^2) \cdot e \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} g^{\nu\rho} (p_2^\mu - p_1^\mu)$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad Z_F \quad Z_F$	$\frac{1}{2} \frac{e^2}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{3}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$A_\mu \quad A_\nu \quad H1_{\rho\sigma} \quad W^+_\lambda \quad W^-_\tau$	$-e^2 \cdot \kappa g^{\rho\sigma} (2g^{\mu\nu} g^{\lambda\tau} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\tau} - g^{\mu\tau} g^{\nu\lambda})$
$A_\mu \quad A_\nu \quad H1_{\rho\sigma} \quad W_F^+ \quad W_F^-$	$e^2 \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad A_\nu \quad W^+_\rho \quad W^-_\sigma \quad h0_{\lambda\tau}$	$-e^2 \cdot \kappa g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$
$A_\mu \quad A_\nu \quad W^+_\rho \quad W^-_\sigma \quad h1_{\lambda\tau}$	$-e^2 \cdot \kappa g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$
$A_\mu \quad A_\nu \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad h0_{\rho\sigma}$	$e^2 \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad A_\nu \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad h1_{\rho\sigma}$	$e^2 \cdot \kappa \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad H \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_\sigma \quad W_F^-$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad H \quad H1_{\nu\rho} \quad W_F^+ \quad W^-_\sigma$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad H \quad W^+_\nu \quad W_F^- \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad H \quad W^+_\nu \quad W_F^- \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad H \quad W_F^+ \quad W^-_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad H \quad W_F^+ \quad W^-_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_\sigma \quad W^-_\lambda \quad Z_\tau$	$-\frac{c_w \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} g^{\nu\rho} (2g^{\mu\tau} g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\lambda} g^{\sigma\tau} - g^{\mu\sigma} g^{\lambda\tau})$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W^+_\sigma \quad W_F^- \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W_F^+ \quad W^-_\sigma \quad Z_F$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad H1_{\nu\rho} \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_\sigma$	$\frac{1}{2} \frac{(1-2s_w^2) \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \cdot g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad Z_\sigma \quad h0_{\lambda\tau}$	$-\frac{c_w \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W^-_\rho \quad Z_\sigma \quad h1_{\lambda\tau}$	$-\frac{c_w \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w} g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W_F^- \quad Z_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W^+_\nu \quad W_F^- \quad Z_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$A_\mu \quad W_F^+ \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W_F^+ \quad W^-_\nu \quad Z_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{(1-2s_w^2) \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$A_\mu \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{2} \frac{(1-2s_w^2) \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w \cdot s_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad G_{\rho r} \quad G_{\sigma s} \quad H1_{\lambda\tau}$	$g_s^2 \cdot \kappa g^{\lambda\tau} \left(g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pqt} f_{rst} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{pqt} f_{rst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{prt} f_{qst} \right. \\ \left. - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{prt} f_{qst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{pst} f_{qrt} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pst} f_{qrt} \right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad G_{\rho r} \quad G_{\sigma s} \quad h0_{\lambda\tau}$	$g_s^2 \cdot \kappa g^{\lambda\tau} \left(g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pqt} f_{rst} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{pqt} f_{rst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{prt} f_{qst} \right. \\ \left. - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{prt} f_{qst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{pst} f_{qrt} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pst} f_{qrt} \right)$
$G_{\mu p} \quad G_{\nu q} \quad G_{\rho r} \quad G_{\sigma s} \quad h1_{\lambda\tau}$	$g_s^2 \cdot \kappa g^{\lambda\tau} \left(g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pqt} f_{rst} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{pqt} f_{rst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{prt} f_{qst} \right. \\ \left. - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} f_{prt} f_{qst} + g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} f_{pst} f_{qrt} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} f_{pst} f_{qrt} \right)$
$H \quad H \quad H \quad H \quad H1_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H \quad H \quad T1$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad H \quad H \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H \quad H \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H \quad H \quad t0$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad H \quad H \quad t1$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad H1_{\mu\nu} \quad W^+_\rho \quad W^-_\sigma$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H \quad H1_{\mu\nu} \quad W_F^+ \quad W_F^-$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho \quad Z_\sigma$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H \quad H1_{\mu\nu} \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad T1 \quad W_F^+ \quad W_F^-$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad T1 \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H \quad W^+_\mu \quad W^-_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$H \quad H \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad t0$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad t1$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad Z_\mu \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H \quad Z_\mu \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H \quad Z_F \quad Z_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad Z_F \quad Z_F \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H \quad H \quad Z_F \quad Z_F \quad t0$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H \quad Z_F \quad Z_F \quad t1$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad W_\rho^+ \quad W_F^- \quad Z_\sigma$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad H1_{\mu\nu} \quad W_F^+ \quad W_\rho^- \quad Z_\sigma$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad W_\mu^+ \quad W_F^- \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad W_\mu^+ \quad W_F^- \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$-\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad W_F^+ \quad W_\mu^- \quad Z_\nu \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H \quad W_F^+ \quad W_\mu^- \quad Z_\nu \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{i \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_\rho^+ \quad W_\sigma^+ \quad W_\lambda^- \quad W_\tau^-$	$\frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} g^{\mu\nu} (2g^{\rho\sigma} g^{\lambda\tau} - g^{\rho\tau} g^{\sigma\lambda} - g^{\rho\lambda} g^{\sigma\tau})$
$H1_{\mu\nu} \quad W_\rho^+ \quad W_F^+ \quad W_\sigma^- \quad W_F^-$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_\rho^+ \quad W_\sigma^- \quad Z_\lambda \quad Z_\tau$	$-\frac{c_w^2 \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} g^{\mu\nu} (2g^{\rho\sigma} g^{\lambda\tau} - g^{\rho\lambda} g^{\sigma\tau} - g^{\rho\tau} g^{\sigma\lambda})$
$H1_{\mu\nu} \quad W_\rho^+ \quad W_\sigma^- \quad Z_F \quad Z_F$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_\rho^+ \quad W_F^- \quad Z_\sigma \quad Z_F$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_F^+ \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad W_F^-$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_F^+ \quad W_\rho^- \quad Z_\sigma \quad Z_F$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_\rho \quad Z_\sigma$	$\frac{1}{4} \frac{(1-2s_w^2)^2 \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$H1_{\mu\nu} \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$H1_{\mu\nu} \quad Z_\rho \quad Z_\sigma \quad Z_F \quad Z_F$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$H1_{\mu\nu} \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{3}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$T1 \quad W_F^+ \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad W_F^-$	$-\frac{1}{3} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$T1 \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$T1 \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$W^+_{\mu} \quad W^+_{\nu} \quad W^-_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad h0_{\lambda\tau}$	$\frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})$
$W^+_{\mu} \quad W^+_{\nu} \quad W^-_{\rho} \quad W^-_{\sigma} \quad h1_{\lambda\tau}$	$\frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})$
$W^+_{\mu} \quad W_F^+ \quad W^-_{\nu} \quad W_F^- \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_{\mu} \quad W_F^+ \quad W^-_{\nu} \quad W_F^- \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_{\mu} \quad W^-_{\nu} \quad Z_{\rho} \quad Z_{\sigma} \quad h0_{\lambda\tau}$	$-\frac{c_w^2 \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$
$W^+_{\mu} \quad W^-_{\nu} \quad Z_{\rho} \quad Z_{\sigma} \quad h1_{\lambda\tau}$	$-\frac{c_w^2 \cdot e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} g^{\lambda\tau} (2g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$
$W^+_{\mu} \quad W^-_{\nu} \quad Z_F \quad Z_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_{\mu} \quad W^-_{\nu} \quad Z_F \quad Z_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_{\mu} \quad W_F^- \quad Z_{\nu} \quad Z_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W^+_{\mu} \quad W_F^- \quad Z_{\nu} \quad Z_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W_F^+ \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad W_F^- \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$W_F^+ \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad W_F^- \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$W_F^+ \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad W_F^- \quad t0$	$-\frac{1}{3} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$W_F^+ \quad W_F^+ \quad W_F^- \quad W_F^- \quad t1$	$-\frac{1}{3} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$W_F^+ \quad W^-_{\mu} \quad Z_{\nu} \quad Z_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W_F^+ \quad W^-_{\mu} \quad Z_{\nu} \quad Z_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_{\mu} \quad Z_{\nu} \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{(1-2s_w^2)^2 \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_{\mu} \quad Z_{\nu} \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{(1-2s_w^2)^2 \cdot e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{1}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F \quad t0$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$

Fields in the vertex	Variational derivative of Lagrangian by fields
$W_F^+ \quad W_F^- \quad Z_F \quad Z_F \quad t1$	$-\frac{1}{6} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad Z_F \quad Z_F \quad h0_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$Z_\mu \quad Z_\nu \quad Z_F \quad Z_F \quad h1_{\rho\sigma}$	$\frac{1}{4} \frac{e^2 \cdot \kappa}{c_w^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}$
$Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad h0_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad h1_{\mu\nu}$	$-\frac{3}{8} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2} \cdot g^{\mu\nu}$
$Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad t0$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$
$Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad Z_F \quad t1$	$-\frac{1}{2} \frac{e^2 \cdot MH^2 \cdot \kappa}{M_W^2 \cdot s_w^2}$

CUADRO C.1: Reglas de Feynman modelo de torsión propagante

Bibliografía

- [1] S. Carroll, *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*. Benjamin Cummings, 2003. <http://www.amazon.com/Spacetime-Geometry-Introduction-General-Relativity/dp/0805387323>.
- [2] L. Dolan and M. J. Duff, “Kac-moody symmetries of kaluza-klein theories,” *Phys. Rev. Lett.* **52** (Jan, 1984) 14–17. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.52.14>.
- [3] D. Bailin and A. Love, “Kaluza-klein theories,” *Reports on Progress in Physics* **50** no. 9, (Sep, 1987) 1087–1170. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/50/9/001>.
- [4] A. Saa, “Is minimal coupling procedure compatible with minimal action principle?” <https://arxiv.org/abs/gr-qc/9405054>.
- [5] R. A. Mosna and A. Saa, “Volume elements and torsion,” *Journal of Mathematical Physics* **46** no. 11, (Nov, 2005) 112502. <https://doi.org/10.1063%2F1.2121207>.
- [6] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, “The hierarchy problem and new dimensions at a millimeter,” *Phys. Lett. B* **429** (1998) 263–272, [arXiv:hep-ph/9803315](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9803315).
- [7] S. C. et al., “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC,” *Physics Letters B* **716** no. 1, (Sep, 2012) 30–61. <https://doi.org/10.1016%2Fj.physletb.2012.08.021>.
- [8] G. A. et al., “Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Physics Letters B* **716** no. 1, (Sep, 2012) 1–29. <https://doi.org/10.1016%2Fj.physletb.2012.08.020>.
- [9] J. G. Lee, E. G. Adelberger, T. S. Cook, S. M. Fleischer, and B. R. Heckel, “New test of the gravitational $1/r^2$ law at separations down to 52 μm ,” *Phys. Rev. Lett.* **124** (Mar, 2020) 101101. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.101101>.
- [10] T. Westphal, H. Hepach, and M. Pfaff, Jeremiasand Aspelmeier, “Measurement of gravitational coupling between millimetre-sized masses,” *Nature* **591** no. 7849, (Mar, 2021) 225–228. <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03250-7>.
- [11] L. Randall and R. Sundrum, “Large mass hierarchy from a small extra dimension,” *Physical Review Letters* **83** no. 17, (Oct, 1999) 3370–3373. <https://doi.org/10.1103%2Fphysrevlett.83.3370>.

- [12] W. D. Goldberger and M. B. Wise, “Modulus stabilization with bulk fields,” *Physical Review Letters* **83** no. 24, (Dec, 1999) 4922–4925.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4922>.
- [13] L. Randall and R. Sundrum, “An alternative to compactification,” *Physical Review Letters* **83** no. 23, (Dec, 1999) 4690–4693.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4690>.
- [14] Y. M. Cho and S. W. Zoh, “Explicit construction of massive spin-two fields in kaluza-klein theory,” *Phys. Rev. D* **46** (Sep, 1992) R2290–R2294.
<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.46.R2290>.
- [15] T. Han, J. D. Lykken, and R.-J. Zhang, “Kaluza-klein states from large extra dimensions,” *Physical Review D* **59** no. 10, (Mar, 1999) .
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.59.105006>.