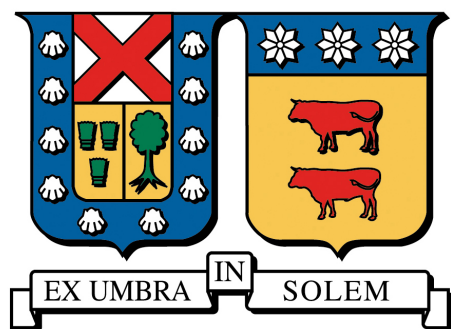


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS

SANTIAGO DE CHILE



Un enfoque de solución conjunta para el problema de
posicionamiento de regenerador y el problema de ruteo,
asignación de espectro y formato de modulación para redes
ópticas elásticas

CLAUDIO ANDRÉS GONZÁLEZ ZÚÑIGA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE

MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA INDUSTRIAL

Y AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

PROFESOR GUÍA	:	DR. VÍCTOR ALBORNOZ S.
PROFESOR CORREFERENTE	:	DR. RODRIGO MENA.
PROFESOR EXTERNO	:	DR. NICOLÁS JARA.

AGOSTO 2022

Acknowledgement

Primero que todo, quiero agradecer a mi familia, a mis padres Beatriz y Juan por su constante apoyo y empuje a perseguir mis sueños y metas. Espero que este gran paso los llene de orgullo.

A mis compañeros de magíster Karam, Patricio y Matías, por ser un pilar fundamental en la realización de este programa. Son un claro ejemplo de profesionales de excelencia y un gran equipo de compañeros.

A mis compañeros de universidad, por llenarme de alegría y compartir grandes experiencias. En especial quiero agradecer a Luca y Esteban por su gran amistad y empuje en todos estos años.

A Gabriela por alentarme a seguir adelante y ayudarme a dar término al trabajo de tesis.

Quiero agradecer a mis profesores de tesis, Víctor Albornoz y Nicolás Jara, por su gran apoyo en la realización de este trabajo. Son un gran ejemplo de docentes de excelencia y un gran valor para la Universidad.

Muchas gracias.

Dedico este trabajo a mis abuelos, Irma, Gladys y Julio.

Resumen Ejecutivo

En esta tesis, proponemos un enfoque conjunto para resolver el problema de ubicación de regeneración, enrutamiento, nivel de modulación y asignación de espectro (RP-RMLSA) utilizando un modelo de programa entero binario (BIP). Usando una topología de red simulada y del mundo real, llevamos a cabo extensos experimentos numéricos probando el rendimiento del modelo de optimización propuesto y analizando las características de las soluciones encontradas. Nuestros resultados muestran que el modelo puede resolver el problema RP y el problema de RMLSA para redes reales y dar resultados de optimalidad. Estos resultados se pueden utilizar para el diseño de una red óptica y la instalación de nodos regeneradores dentro de la red, asegurando la asignación de demanda y disminuyendo los costos globales.

Palabras Clave: posicionamiento de regeneración, ruteo, asignación de espectro, redes ópticas elásticas, programación entera binaria.

Abstract

In this thesis, we propose a joint approach to solve the regeneration placement, routing, modulation level and spectrum allocation (RP-RMLSA) problem using a binary integer program (BIP) model. Using simulated and real-world network topology, we carry out extensive numerical experiments testing the performance of the proposed optimization model and analyzing the characteristics of the solutions found. Our results show that the model can solve the RP problem and the RMLSA problem for real networks and give optimality results. These results can be used for the design of an optical network and the installation of regenerative nodes within the network, ensuring the allocation of demand and reducing overall costs.

Keywords: regeneration placement, routing, spectrum assignment, elastic optical networks, binary integer programming.

TABLA DE CONTENIDOS

1. Introducción	7
1.1. Antecedentes generales del problema	8
1.2. Objetivos	9
1.2.1. Generales	9
1.2.2. Específicos	9
1.3. Estructura	10
2. Marco Teórico	11
2.1. Introducción a las redes ópticas	11
2.2. Estado del Arte	15
3. Metodología	17
3.1. Modelo de deterioro de la capa física	17
3.2. Modelo de Optimización	18
3.3. Métodos de reducción de tiempo de solución del problema	23
4. Resultados	25
4.1. Consideraciones previas	25
4.2. BasicNet	27
4.2.1. Resultados del modelo RP-RMLSA	28
4.3. NSFNet	34
4.3.1. Resultados del modelo RP-RMLSA	35
5. Conclusiones	40
5.1. Investigaciones Futuras	40
Referencias	42
Anexo	45

Índice de Tablas

3.1. Alcance máximo alcanzable (MAR) por formato de modulación y requisitos de FSU por par bit-rate y formato de modulación, para un valor de BER igual a 10^{-6} .	18
3.2. Notación.	20
3.3. Variables de decisión.	21
4.1. Resumen de las características de la red.	26
4.2. Parámetros de las topologías de red.	27
4.3. Largo de los enlaces de la red BasicNet	28
4.4. Visión general de los resultados del modelo RP-RMLSA para la red BasicNet	28
4.5. Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 1	32
4.6. Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 2	32
4.7. Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 3	32
4.8. Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia Worst Case	32
4.9. Largo de los enlaces de la red NSFNet	34
4.10. Visión general de los resultados del modelo RP-RMLSA para la red NSFNet	35
4.11. Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 6	39
4.12. Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 7	39

Índice de Figuras

2.1. Mapa de cables submarino de Telegeography	11
2.2. Jerarquía de red basado en la geografía	12
2.3. National Science Foundation NETwork (NSFNET) con catorce nodos	13
2.4. Uso del espectro según bit rates en malla fija y en malla elástica. Fuente: Gerstel et al. (2012)	14
4.1. Red Basic Net.	25
4.2. Red NSFNet.	26

4.3. Regeneraciones y nodo regenerador resultante del modelo RP–RMLSA para cada instancia evaluada.	30
4.4. Asignación de espectro resultante del modelo RP–RMLSA para cada instancia evaluada.	31
4.5. Formatos de modulación utilizados para cada una de las instancias	33
4.6. Regeneraciones y nodo regenerador resultante del modelo RP–RMLSA para cada instancia evaluada.	36
4.7. Asignación de espectro resultante del modelo RP–RMLSA para cada instancia evaluada.	38
4.8. Formatos de modulación utilizados para cada una de las instancias	39

1. Introducción

El tráfico global de Internet continúa creciendo debido a la creciente popularidad de aplicaciones y servicios de red establecidos y emergentes. Por ejemplo, los principales proveedores de contenidos y servicios (Google, Facebook, Amazon y Microsoft) se han convertido en la principal fuente de demanda de ancho de banda [TeleGeography \(2020\)](#). Hoy en día, esta demanda de ancho de banda solo puede ser soportada por la infraestructura actual instalada de redes ópticas. Sin embargo, se espera que la capacidad de estas redes sea insuficiente. Esta situación, llamada 'Capacity Crunch' (CC), manifiesta una inminente incapacidad de las arquitecturas ópticas actuales para soportar futuras demandas de ancho de banda [Ellis et al. \(2016\)](#); [Waldman \(2018\)](#).

Se pueden prever dos cursos de acción para resolver el problema del CC. La primera opción consiste en instalar más recursos de red. Esta inversión no puede evitarse pero debe posponerse el mayor tiempo posible debido a los elevados gastos que implica. La segunda estrategia es administrar de manera más eficiente la infraestructura de red ya instalada. Esta segunda alternativa ha sido un importante foco de investigación. Las redes ópticas WDM (Wavelength Division Multiplexing) actuales son ineficientes debido a la granularidad gruesa en el uso del espectro, típicamente de 50 GHz por canal, según el estándar de la Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU por sus siglas en inglés) [ITU-T \(2012\)](#). Esta situación implica que independientemente de las necesidades de ancho de banda del usuario, se reservará todo el canal.

Una nueva propuesta, llamada Redes Ópticas Elásticas (EON por sus siglas en inglés), se ha investigado para enfrentar el problema anterior [Velasco et al. \(2017\)](#). EON tiene como objetivo asignar recursos de acuerdo a los requerimientos de ancho de banda del usuario, dividiendo el espectro de frecuencia en bandas estrechas llamadas 'Frequency Slot Unit' (FSU), generalmente de 12,5 GHz. De esta forma, se pueden agrupar diferentes FSU de forma flexible para satisfacer las necesidades de los usuarios. Como consecuencia, se logra una gestión eficiente del espectro disponible [Velasco et al. \(2017\)](#).

1.1. Antecedentes generales del problema

Una de las principales tareas que deben resolver los operadores de redes ópticas elásticas es calcular una ruta y una parte del espectro de frecuencia para cada conexión de red, lo que se conoce como el problema de asignación de ruta y espectro (RSA por sus siglas en inglés). Este problema se vuelve más complejo en redes continentales y más extensas, ya que se puede encontrar un alcance máximo (en kilómetros) para cada solicitud de conexión debido a la acumulación de degradaciones de la capa física (PLI por sus siglas en inglés). Por lo tanto, debemos agregar el formato de modulación a las tareas, conocido como el problema de enrutamiento, formato de modulación y asignación de espectro (RMLSA por sus siglas en inglés). Este problema está sujeto a las siguientes limitaciones. Primero, cada canal (FSU) puede albergar a un usuario al mismo tiempo; en segundo lugar, el mismo canal (FSU) asignado a dicho usuario debe estar disponible en todos los enlaces de la ruta del usuario (restricción de continuidad); y en caso de que el usuario requiera más de un FSU, el espectro asignado debe ser consecutivo (restricción de contigüidad).

La acumulación de degradaciones de la capa física (PLI) limita la generación de conexiones totalmente ópticas de extremo a extremo (conexiones transparentes) en redes ópticas de gran área. De hecho, es posible que varios usuarios no logren una comunicación transparente a través de largas distancias a pesar del formato de modulación elegido. Por lo tanto, no se puede evitar el uso de regeneración 3R (Re-amplificación, remodelación (reshaping) y reprogramación (retiming)) en redes ópticas de área amplia. Un nodo de regeneración permite aumentar el rango óptico de las conexiones, mejorando el uso del espectro de la red al elegir formatos de modulación más eficientes y permitiendo romper la restricción de continuidad debido al proceso óptico-eléctrico-óptico (OEO). Sin embargo, estos dispositivos agregan demoras adicionales para las demandas debido al transpondedor óptico (OEO) necesario para regenerarse y costos operativos y de implementación significativos. Por lo tanto, se debe evitar en la medida de lo posible el uso de estos dispositivos.

Los enfoques estándar del problema RMLSA establecen una comunicación transparente entre los pares de nodos de origen y destino [Calderón et al. \(2020\)](#); [Velasco et al. \(2017\)](#). Sin embargo, dada la necesidad de regenerar en redes de área amplia, algunos enfoques

consideran el uso de dispositivos de regeneración, lo que resulta en redes translúcidas (regeneradores que se encuentran en algunos nodos) u opacas (todos los nodos de la red tienen capacidades de regeneración) [Brasileiro et al. \(2019\)](#); [Chaves et al. \(2012, 2015\)](#).

El uso de dispositivos regeneradores debe ser lo más eficiente posible, ubicándolos estratégicamente para evitar costos adicionales relacionados con estos dispositivos. Este problema se conoce como el problema de “ubicación de regeneración” (Regeneration Placement o RP). En la literatura, podemos encontrar varios enfoques de optimización [Wang et al. \(2015\)](#); [Yildız and Kardeş \(2017\)](#). Sin embargo, los enfoques de optimización carecen de una solución conjunta para los problemas de RP y RMLSA o no se pueden implementar en topologías de red en tamaño real. Aprovechar las oportunidades que ofrece las EON requiere la solución conjunta de los problemas de RP y RMLSA.

1.2. Objetivos

1.2.1. Generales

En este trabajo, proponemos un modelo de optimización integrado para resolver los problemas de ubicación de regeneración, enrutamiento, formato de modulación y asignación de espectro (RP–RMLSA) para redes ópticas eásticas translúcidas. Nos basamos en un modelo de deterioro físico para calcular el alcance máximo de un formato de modulación dado y la tasa de bits de una solicitud de conexión. Esta estrategia se centra en minimizar el uso de regeneradores debido al gasto de capital y operativos necesarios, así como analizar las características de las buenas soluciones encontradas a través de la optimización.

1.2.2. Específicos

- Revisión del estado del arte en el problema de ubicación de regeneración, enrutamiento, formato de modulación y asignación de espectro (RP–RMLSA) para redes ópticas eásticas translúcidas.
- Formulación de un modelo integrado que considere la asignación de regeneración a la vez que el enrutamiento, asignación de formato de modulación y asignación de espectro.

- Creación o selección de instancias a resolver por el modelo RP–RMLSA.
- Obtención de resultados del modelo RP–RMLSA y sus análisis de las soluciones.
- Elaboración de conclusiones y trabajos futuros

1.3. Estructura

El resto de esta tesis está organizada de la siguiente manera: El Capítulo 2 presenta una breve introducción a las redes ópticas y revisa las principales estrategias encontradas en la literatura considerando los dispositivos de regeneración. El Capítulo 3 presenta los supuestos de la red y la propuesta del modelo de optimización para el problema integrado. El Capítulo 4 muestra algunos experimentos numéricos para dos topologías de red. Finalmente, el Capítulo 5 resume las principales conclusiones y comentarios finales del trabajo.

2. Marco Teórico

2.1. Introducción a las redes ópticas

En esta sección, realizamos una revisión general de las redes ópticas y su funcionamiento con el fin de entregar mayor información y contexto sobre la problemática a resolver.

La creciente demanda en el uso de Internet, y todas las funciones que nosotros aprovechamos como usuarios, se sustenta gracias a una basta red que conecta a todo el mundo. Esta red es la infraestructura que da soporte a Internet y permite que nos podamos comunicar de manera global mediante los cables de fibra óptica de largas extensiones que unen continentes, tal como se ve en la Figura 2.1. Estos cables de fibra óptica utilizan la luz como medio, permitiendo que las comunicaciones de un extremo al otro sean casi instantáneas.

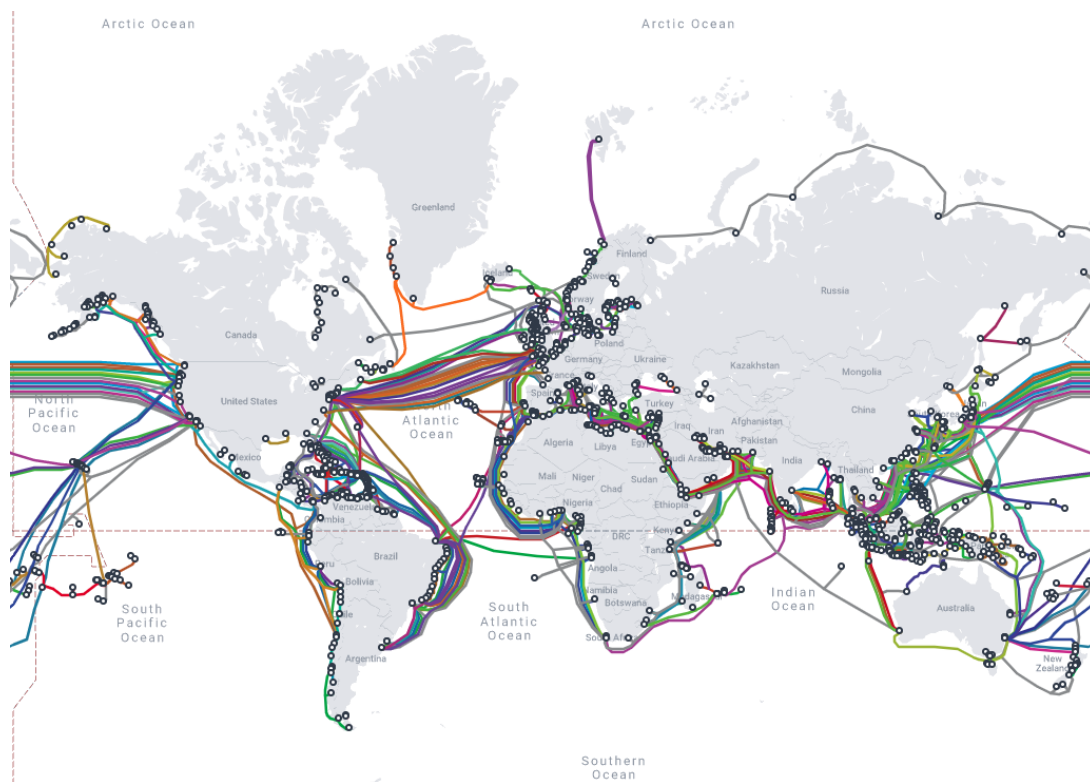


Figura 2.1: Mapa de cables submarino de Telegeography

Dentro de la arquitectura de redes existen las redes continentales que soportan la última milla de internet. Tal como se muestra en la Figura 2.2, para que el usuario final

pueda acceder al internet es necesario que exista una red continental, conectada a una red regional, que pasa por un centro-metropolitano que sirve de punto de acceso para hogares y empresas.

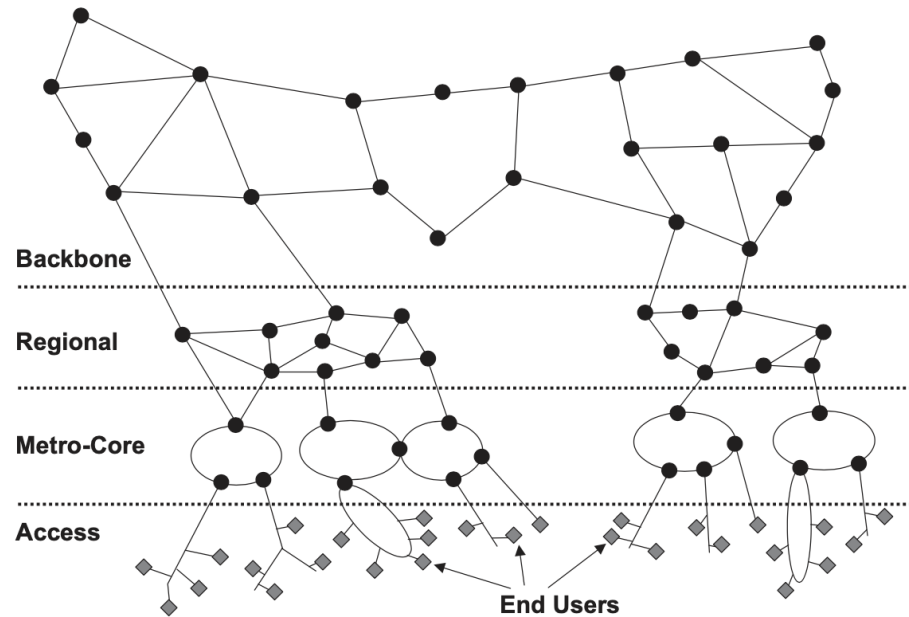


Figura 2.2: Jerarquía de red basado en la geografía

Nuestro estudio se centrará en las redes back-bone continentales, que son operadas por proveedores de servicios de internet (ISP por sus siglas en inglés). Estas redes continentales pueden conectar uno o varios países, pero su característica principal es que son de gran extensión. Un ejemplo de red continental es la red que conecta Estados Unidos, llamada NSFNet, que se encuentra en la Figura 2.3 la cual se compone de 14 nodos y 21 enlaces.

Una red óptica está compuesta por cables de fibra óptica que transportan canales de luz, combinado con el equipo desplegado a lo largo de la fibra para procesar la luz. Las capacidades de una red óptica están necesariamente ligadas a las propiedades físicas de la luz y las tecnologías para manipular corrientes de luz. Como tal, la evolución de las redes ópticas se ha marcado con importantes cambios de paradigma a medida que se han desarrollado tecnologías innovadoras Simmons (2014). El más reciente de estos cambios de paradigma es el paso de las tecnologías WDM (Wavelength Division Multiplexing) hacia las redes ópticas elásticas. La tecnología WDM consiste en transmitir distintas señales simultáneamente bajo distintas longitudes de onda en el mismo pelo de fibra. Estas señales

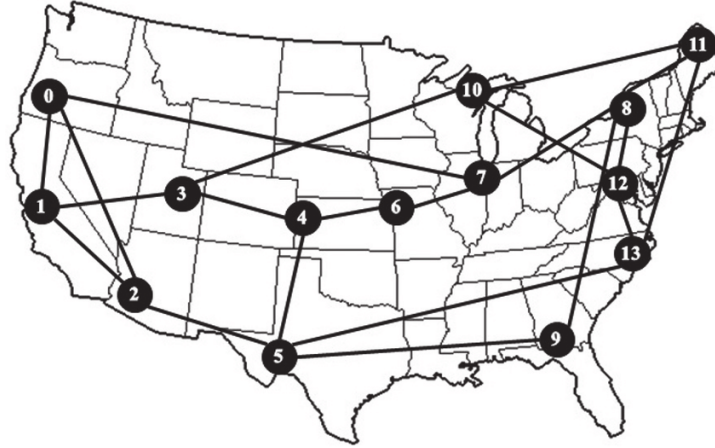


Figura 2.3: National Science Foundation NETwork (NSFNET) con catorce nodos

no interfieren unas con otras debido a que existe una separación suficientemente amplia que previene problemas de envío y recepción de los datos. Esta separación se conoce como *mallado fijo* la cual define un ancho espectral fijo de 50 [GHz] para la transmisión de señales. Por otro lado, las redes ópticas elásticas proponen dividir el espectro óptico de manera más flexible al no considerar los canales fijos de 50 [GHz]. Esto permite que se pueda utilizar de manera más eficiente el espectro y que se puedan asignar solicitudes de conexión de mayor demanda de bit-rate por segundo, como se ilustra en la Figura 2.4. Para lograr esto, el espectro se divide en muchos slots de frecuencia, denominados FSU (Frequency Slot Units). Luego, las diferentes FSU pueden agruparse flexiblemente para completar el ancho de banda que requiere cada aplicación.

Las redes ópticas elásticas, debido a su naturaleza flexible, ofrecen un sistema de transmisión escalable, flexible y transparente que puede aumentar la eficiencia espectral y energética. Sin embargo, este tipo de arquitectura incluye nuevos desafíos con respecto a diseño, administración y control de la red. Con este cambio de paradigma de transmisión de información mediante redes ópticas se genera la posibilidad de que por cada canal se puedan hacer envíos de 1 Tb/s y más, pero para esto se deben resolver distintos problemas [Meza et al. \(2016\)](#), entre ellos el problema de ruteo, asignación de espectro y asignación de formato de modulación.

El formato de modulación corresponde a la cantidad de información que se asigna al haz de luz. Sin embargo, el haz de luz se deteriora a medida que recorre la fibra óptica,

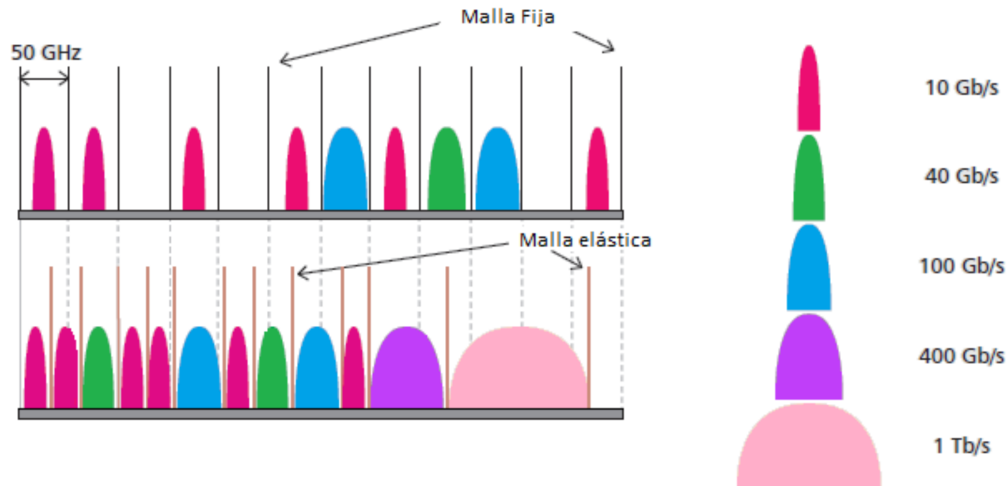


Figura 2.4: Uso del espectro según bit rates en malla fija y en malla elástica. Fuente: [Gerstel et al. \(2012\)](#)

llegando a tener un alcance máximo. Mientras mayor información se asigna al haz de luz, menor será su alcance máximo, debido a la acumulación de ruido.

Por otro lado, dentro de las redes ópticas existen los regeneradores, los cuales son unos dispositivos que se instalan en los nodos de la red y que a través de un cambio de medio óptico-electrico-óptico regeneran la señal. Estos regeneradores son conocidos como regeneradores 3R ya que re-amplifica, remodelan (reshaping) y reprograman (retiming) la señal. Con esto, la señal puede ser regenerada y aumentar su alcance máximo, junto con escoger un formato de modulación adecuado para utilizar con mayor eficiencia el espectro disponible. Estos regeneradores tienen un alto costo de instalación y de operación, por lo que es de gran interés utilizar los regeneradores la menor cantidad posible. De esta forma, los operadores de las redes ópticas se encargan de la asignación de la ruta, el formato de modulación y la asignación de espectro junto a la decisión de qué señal regenerar, en qué nodo, y la nueva asignación de espectro y modulación de la señal regenerada.

2.2. Estado del Arte

En esta sección, realizamos una revisión de las principales estrategias y contribuciones encontradas en la literatura considerando la regeneración.

La solución conjunta para los problemas de ubicación de regenerador, enrutamiento, formato de modulación y asignación de espectro (RP-RMLSA) es considerada NP-hard [Brasileiro et al. \(2019\)](#); [Calderón et al. \(2020\)](#). Incluso algunos de estos problemas por si mismos también se conocen como NP-hard [Velasco et al. \(2017\)](#).

Por lo tanto, en la literatura se puede encontrar varias formas de resolver el problema de regeneración, pero con algún tipo de simplificación. En [Klinkowski \(2012\)](#), los autores proponen un algoritmo heurístico para resolver el problema de asignación de espectro y ubicación de regeneración de manera conjunta, pero considerando una estructura de demanda estática y una ruta fija precalculada para cada demanda de red. Relajando la restricción de ruta fija, en [Kahya \(2013\)](#) los autores presentan un enfoque de solución secuencial, resolviendo el problema de ubicación de regeneración, enrutamiento y asignación de espectro en EON, pero solo para un formato de modulación.

En [Wang et al. \(2015\)](#) los autores proponen una formulación de programación lineal entera mixta (MIP por sus siglas en inglés) para resolver el problema de ubicación de regeneración en una red óptica elástica. Dado que su propuesta no puede resolver problemas de tamaño real, complementaron su trabajo con un enfoque heurístico secuencial dividiendo aleatoriamente el conjunto de demandas.

En [Yıldız and Karaşan \(2017\)](#) los autores presentan un algoritmo de 'branch-and-price' para resolver conjuntamente el problema RP-RMLSA para topologías de red de tamaño real. Introducen una formulación de 'segmentos' de la ruta para simplificar el problema imponiendo el máximo alcance óptico para las demandas de la red. En nuestro estudio, utilizamos la misma estrategia pero difiriendo en el tratamiento de la asignación de espectro. Los autores citados calculan solo el uso de FSU en cada enlace sin identificar la parte del espectro utilizada por todos los usuarios de la red; de esta manera simplificando el modelo. Sin embargo, los operadores de red exigen la posición de las FSU asignadas a cada usuario de la red para configurar la red y evaluar la calidad de la solución.

Por otro lado, el problema de regeneración en EON se ha resuelto considerando dos problemas diferentes en un enfoque de modelado jerárquico: los problemas de Colocación de Regenerador (RP por sus siglas en inglés) y Asignación de Regeneración (RA por sus siglas en inglés) [Fontinele et al. \(2016\)](#). El problema de RP define qué nodos tendrán la capacidad de regeneración y el problema de RA define, en cada nodo, qué conexiones se regeneran. Por lo tanto, el problema de RP debe resolverse durante la fase de planificación de la red, mientras que el problema de RA debe resolverse durante la fase de operación de la red. Los algoritmos utilizados para resolver el problema de RP son: Maximum Simultaneously Used Regenerator Placement (MSU), Most Used Regenerator Placement (MU), Distance Adaptive Regenerator Localization Algorithm (DA), and Node Degree First (NDF) [Chaves et al. \(2012\)](#). Los algoritmos utilizados para resolver el problema de RA son: First Longest Reach Regenerator Assignment (FLR), First Narrowest Spectrum Regenerator Assignment (FNS) [Chaves et al. \(2015\)](#) and Circuit Invigorating Regenerator Assignment (CIRA) [Brasileiro et al. \(2019\)](#).

Hasta donde sabemos, nuestro estudio fue el primero en considerar todos los aspectos de EON para el problema de ubicación de regeneración [González et al. \(2021\)](#). Para resolver el problema de la ubicación de la regeneración, el enrutamiento, el formato de modulación y la asignación de espectro, usamos la misma formulación de segmento de ruta que se encuentra en [Yildiz and Karaşan \(2017\)](#) pero incluyendo la decisión y las restricciones de utilización de espectro.

3. Metodología

Este capítulo comprende la principal contribución de esta tesis. En primer lugar, describimos el modelo de deterioro de la capa física utilizado para determinar el número de FSU asignados a cada demanda. Luego, presentamos el modelo de optimización utilizado para resolver conjuntamente el problema de ubicación de regeneración (RP) y el problema de RMLSA.

3.1. Modelo de deterioro de la capa física

La calidad de transmisión (QoT por sus siglas en inglés) de las señales ópticas se degrada por diferentes fenómenos que ocurren durante los procesos de modulación, propagación y detección. En particular, para resolver el problema de RMLSA, consideramos el impacto que el ruido de emisión espontánea (ASE) y el ruido de interferencia no lineal tienen en la QoT. La acumulación de ruido durante la propagación determina el alcance óptico máximo que puede tener una señal para una combinación determinada de nivel de modulación y tasa de error de bit (BER por sus siglas en inglés). Con un alto número de bits por símbolo, los formatos de modulación complejos aumentan la sensibilidad de transmisión a la degradación. Por lo tanto, el alcance de transmisión es más corto para niveles de modulación más altos en comparación con formatos más simples [Yaghubi-Namaad et al. \(2018\)](#). Para considerar este trade-off entre *longitud de ruta - nivel de modulación*, el enfoque más común es asociar cualquier formato de modulación disponible a su alcance máximo de transmisión para un valor de BER dado [Talebi et al. \(2014\)](#). Este enfoque también se utiliza en este trabajo.

Los formatos de modulación utilizados en este trabajo son 'binary phase-shift keying' (BPSK), 'quadrature phase-shift keying' (QPSK), y ' Λ -quadrature amplitude modulation' (Λ -QAM), donde Λ toma los valores de 8 y 16. La tabla 3.1 muestra el alcance de transmisión, usando polarización única, en función del formato de modulación y las tasas de bits disponibles en los transpondedores. Las dos primeras columnas de la tabla 3.1 muestran el alcance máximo alcanzable (MAR por sus siglas en inglés) que una señal óptica puede viajar sin exceder un BER de 10^{-6} – asumiendo una polarización única – en función del

formato de modulación disponible en los transpondedores. Los valores del alcance óptico se obtuvieron utilizando el modelo GN [Poggiolini et al. \(2014\)](#) para estimar la relación señal / ruido (SNR por sus siglas en inglés) degradado por el ruido ASE y el ruido de interferencia no lineal. Para obtener más detalles sobre el cálculo del alcance óptico, se remite al lector a [Calderón et al. \(2020\)](#), Sección III.

Tabla 3.1: Alcance máximo alcanzable (MAR) por formato de modulación y requisitos de FSU por par bit-rate y formato de modulación, para un valor de BER igual a 10^{-6} .

Modulation	MAR [km]	Bit-rates		
		10	40	100
BPSK	5525	1	4	8
QPSK	2720	1	2	4
8-QAM	1360	1	2	3
16-QAM	560	1	1	2

3.2. Modelo de Optimización

Esta sección presenta un modelo de programación entera binaria (BIP por sus siglas en inglés) para resolver el problema de ubicación de regeneración, el enrutamiento, el formato de modulación y asignación de espectro (RP-RMLSA), así como su notación.

Sea $G(N, A)$ un grafo dirigido que representa una red óptica con un conjunto de nodos N , y un conjunto de arcos ópticos A . La longitud del arco se indica con $l_{i,j}$ para cada arco $(i, j) \in A$. Denotamos el conjunto M como los formatos de modulación disponibles, donde l_m representa el alcance máximo alcanzable (MAR) del formato de modulación $m \in M$. Definimos D como el conjunto de demandas de transmisión. Para cada demanda $d \in D$ denotamos o_d como el nodo de origen, t_d como el nodo de destino, y b_d como la tasa de bits o bit-rate solicitado en Gbps.

Para la asignación de ruta del problema usamos la formulación de segmentos de ruta empleada en [Yildiz and Karaşan \(2017\)](#). Un segmento de ruta p es una ruta simple dirigida con un nivel de modulación asociado $m(p)$. Una ruta dirigida es simple si no repite ningún nodo. Denotamos los nodos de origen y destino de un segmento de ruta p como o_p y t_p , respectivamente. Sea $in_{i,j,p}$ un parámetro igual a 1 si el arco $(i, j) \in A$ es parte del segmento de ruta p . De esta manera, podemos calcular la longitud del segmento de ruta

$l_p = \sum_{(i,j) \in A} l_{i,j} \cdot in_{i,j,p}$ como la suma de los arcos contenidos dentro de p . Teniendo en cuenta que cada segmento de ruta p está asociado con un formato de modulación $m(p)$, un segmento de ruta es factible si respeta la limitación MAR de su propio formato de modulación (Tabla 3.1). Es decir, un segmento de ruta p es factible si $l_p \leq l_{m(p)}$. Definimos P como el conjunto de todos los segmentos de ruta factibles. Entonces, una ruta es una unión ordenada de segmentos de ruta factibles $p^i \in P, i \in 1, \dots, k$ donde $t_{p^i} = o_{p^{i+1}}$ para todo $i = 1, \dots, k-1$. Para que esa ruta sea asignada a la demanda d debe satisfacer que $o_{p^1} = o_d$ y $t_{p^k} = t_d$. Con esta formulación de segmento de ruta, la restricción MAR se toma implícitamente en consideración al usar solo los segmentos de ruta factibles.

Denotamos S como el conjunto de FSU disponibles para todas las fibras ópticas. La cantidad de FSU requerida para una demanda d depende del formato de modulación usado y la cantidad de bit-rate solicitado. Entonces, denotamos el conjunto de conexiones $C(m, b_r) = \{1, 2, \dots, c\}$ como todas las diferentes posiciones dentro del espectro donde se puede asignar la señal dependiendo del bit-rate y el formato de modulación. Estas conexiones no dependen de la fibra utilizada, ya que todas las fibras tienen la misma cantidad de FSU disponibles. Como ejemplo, para el formato de modulación BPSK y una tasa de bits de 40 Gbps, la cantidad de FSU requerida es 4 y $C(m = BPSK, b_r = 40)$ representa las c diferentes formas de asignar esos 4 FSU consecutivos en el espectro S . Sea $p_{c,s}$ un parámetro igual a 1 si la conexión $c \in C$ usa la FSU $s \in S$ dentro del espectro. Entonces, para todo $c \in C(m, b_r)$ la restricción de contigüidad está implícitamente impuesta por la definición adecuada de $p_{c,s}$ tal que $\forall i, j \in S : p_{c,i} = p_{c,j} = 1, i < j \Rightarrow p_{c,k} = 1, \forall k \in \{i, \dots, j\}$. Y $\sum_{s \in S} p_{c,s}$ es igual a la cantidad de FSU necesaria dada en la Tabla 3.1. Denotamos C como el conjunto de todas las posiciones posibles para cualquier cantidad de FSU requerida. Entonces, $C(m, b_r)$ es un subconjunto de C .

Para la regeneración, denotamos δ como el costo de capital de instalar un regenerador en el nodo $i \in N$, y η como el costo de operar ese regenerador por cada señal regenerada. Usando la formulación de segmentos de ruta, donde la ruta es la unión de ordenada de $p^i, i \in 1, \dots, k$, podemos identificar t_{p^i} como un nodo de regeneración para todo $i = 1, \dots, k-1$. En otras palabras, para utilizar más de un segmento de ruta, la señal debe regenerarse. Otro aspecto a considerar es que debe haber solo una conexión usada para

Tabla 3.2: Notación.

N	Conjunto de nodos, subíndice n .
A	Conjunto de arcos, subíndice (i,j) .
M	Conjunto de formatos de modulación, subíndice m .
D	Conjunto de demandas, subíndice d .
P	Conjunto de segmentos de ruta, subíndice p .
S	Conjunto de FSU, subíndice s .
C	Conjunto de todas las conexiones posibles.
$C(m, b_r)$	Subconjunto de conexiones disponibles para modulación m y bit-rate b_r .
o_d	Nodo de origen de la demanda d .
t_d	Nodo de destino de la demanda d .
b_d	Bit-rate solicitado por demanda d .
o_p	Nodo de origen del segmento de ruta p .
t_p	Nodo de destino del segmento de ruta p .
$m(p)$	Formato de modulación asociado con el segmento de ruta p .
$in_{i,j,p}$	Parámetro binario que toma el valor 1 si el arco $(i, j) \in A$ es parte del segmento de ruta p y 0 sino.
$p_{c,s}$	Parámetro binario que toma el valor 1 si conexión c utiliza el FSU $s \in S$ y 0 sino.
δ	Costo de colocación del regenerador.
η	Costo de uso del regenerador.
θ_s	Costo de uso del espectro.

cada segmento de ruta usado por la demanda d .

Adicionalmente, se considera un costo de utilización θ_s para cada FSU dentro del espectro, esto debido a que es de interés poder obtener el menor porcentaje de utilización de espectro en orden de poder asignar nuevas solicitudes de demandas entrantes. El costo de utilización de espectro θ_s es inferior al costo de instalar un nodo regenerador δ , por lo que los valores definidos deben cumplir con esa restricción.

Dado que es de interés utilizar la menor cantidad de regeneradores, el objetivo principal es proveer una solución óptima que minimice el capital total, el costo operativo de la regeneración y el uso del espectro. Entonces, el problema RP-RMLSA se puede enunciar formalmente de la siguiente manera: dado un grafo $G(N, A)$, el espectro total S , los formatos de modulación M y la demanda de tráfico D , obtenemos como salida la ruta compuesta por segmentos de ruta y la conexión para cada demanda y los nodos donde se regeneraron las demandas, resultado de la minimización del costo total de regeneración.

La notación que usamos en esta tesis se describe en la Tabla 3.2.

Las variables de decisión del modelo se describen en la Tabla 3.3. Nombramos x_{dpc} como la variable de flujo que representa la decisión de enrutamiento y asignación de espectro. Como mencionamos, la ruta es una concatenación de segmentos de ruta, y en cada segmento de ruta por donde pasa la demanda necesitamos asignar solo una posición dentro del espectro. Entonces, si $\sum_{p \in P} x_{dpc} \geq 1$ significa que se ha regenerado porque usa más de un segmento de ruta. Nombramos $r_n, n \in N$ como la variable de regeneración e indica si el nodo n es un sitio de regeneración o no. Nombramos $y_{i,j,s}$ como la variable de utilización que indica los FSU dentro del espectro que están siendo utilizados por cualquier demanda en cada arco.

Tabla 3.3: Variables de decisión.

x_{dpc}	una decisión binaria que toma un valor igual a 1 si la demanda d usa el segmento de ruta p con conexión c y 0 en caso contrario.
r_n	una decisión binaria que toma un valor igual a 1 si el nodo n es un punto de regeneración y 0 en caso contrario.
$y_{i,j,s}$	una variable binaria que toma un valor igual a 1 si la FSU s es utilizada por cualquier demanda en el arco (i, j) y 0 en caso contrario.

Entonces, la formulación de RP-RMLSA es la siguiente:

$$\min \sum_{n \in N} \delta r_n + \sum_{\substack{d \in D \\ p \in P \\ c \in C \\ t_p \neq t_d}} \eta x_{d,p,c} + \sum_{\substack{(i,j) \in A \\ s \in S}} \theta_s y_{i,j,s} \quad (3.1)$$

sujeto a:

$$\sum_{\substack{p \in P \\ o_p = i}} \sum_{c \in C(d)} x_{dpc} - \sum_{\substack{p \in P \\ t_p = i}} \sum_{c \in C(d)} x_{dpc} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = o_d \\ -1 & \text{if } i = t_d \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} \quad (3.2)$$

$\forall i \in N, d \in D$

$$\sum_{c \in C} x_{dpc} \leq 1 \quad \forall d \in D, p \in P \quad (3.3)$$

$$\sum_{\substack{p \in P \\ t_p = n}} x_{dpc} \leq r_n \quad \forall d \in D, c \in C, n \in N \setminus t_d \quad (3.4)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{d \in D} \sum_{c \in C(m(p), b_d)} in_{i,j,p} \cdot p_{c,s} \cdot x_{dpc} = y_{i,j,s} \quad (3.5)$$

$$\forall (i, j) \in A, s \in S$$

$$x_{dpc} \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in D, p \in P, c \in C \quad (3.6)$$

$$r_n \in \{0, 1\}, \quad \forall n \in N \quad (3.7)$$

$$y_{i,j,s} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A, s \in S \quad (3.8)$$

La función objetivo (3.1) minimiza tanto el costo total de instalar un sitio de regeneración en los nodos como el costo de regenerar una señal. El primer término representa el costo fijo de establecer un sitio de regeneración en el nodo n . El segundo término representa el costo de agregar un dispositivo regenerador al sitio de regeneración. El tercer término representa el costo de oportunidad de no poder satisfacer solicitudes de demanda futuras debido a una utilización ineficiente del espectro.

Las restricciones (3.2) son las ecuaciones de balance de flujo que obligan a que cada demanda se lleve desde su origen hasta su destino. Las restricciones (3.3) son la restricción de continuidad que asegura que solo se use una conexión para cada segmento de ruta y demanda. Las restricciones (3.4) imponen los requisitos de regeneración al garantizar la regeneración al final de cada segmento de ruta posible que no termina en el nodo de destino de la demanda asociada. La restricción (3.5) garantiza que cada FSU en cada arco se asigne como máximo a una demanda. Finalmente, las restricciones (3.6), (3.7) y (3.8)

definen la naturaleza binaria de las variables. Esta formulación es bastante compacta pero contiene todos los aspectos de la regeneración y los problemas de RMLSA.

Con la salida de este modelo, podemos calcular el número de señales regeneradas en el sitio de regeneración a través de la ecuación siguiente:

$$r_n^T = \sum_{\substack{d \in D \\ p \in P \\ c \in C \\ t_p = n \\ t_p \neq t_d}} x_{d,p,c} \quad \forall n \in N \quad (3.9)$$

donde r_n^T es el número total de señales regeneradas en el nodo n .

3.3. Métodos de reducción de tiempo de solución del problema

En esta sección se muestran los diferentes métodos utilizados para reducir y controlar el tiempo de solución del problema RP–RMLSA. Esto debido a que se espera, dada la complejidad del problema, que los tiempos de solución sean extensos.

Se resolverá, para todo los experimentos realizados, el modelo equivalente que reemplaza la variable binaria $y_{i,j,s}$ por una variable continua entre 0 y 1. Por lo tanto, se modifica la restricción (3.8). Esta modificación no afecta los resultados del modelo, debido a que la restricción (3.5) multiplica dos parámetros binarios con una variable binaria, por lo que el valor de la variable continua $y_{i,j,s}$ será 1 o 0 en todos los casos.

Además, como el solver a utilizar es GUROBI 9.0.2., se exploran las alternativas que entrega este solver para poder controlar parámetros y la estrategia de resolución.

Las opciones a explorar para reducir el tiempo de solución son las siguientes:

- Límite de tiempo:

Se busca utilizar la opción *timelim* la cual limita el tiempo de resolución del problema a la cantidad de segundos definidos.

- Límite de iteraciones:

Se busca utilizar la opción *iterlim* la cual limita el número de iteraciones a realizar.

- Estrategia de solución:

Se busca utilizar la opción *mipfocus* la cual, dependiendo de valor entregado, define la estrategia de solución del problema de programación entera mixta (MIP por sus siglas en inglés). Los valores y su significado son los siguientes: 0 (default) = Equilibrar la búsqueda de buenas soluciones factibles y demostrar la optimización; 1 = Favorecer la búsqueda de soluciones factibles; 2 = Favorecer la prueba de la optimalidad; y 3 = Centrarse en mejorar el mejor límite objetivo.

Con el objetivo de no complejizar el análisis de resultados, y de mantener una metodología clara, es que para cada instancia del modelo con tiempo de solución extenso se considerará solo estas cuatro opciones, o una mezcla de ellas, para reducir su tiempo de solución y evaluar la validez de los resultados obtenidos.

4. Resultados

En este capítulo, se llevan a cabo varios experimentos numéricos para obtener conocimientos sobre las características de la solución óptima alcanzada y apreciar los tiempos de resolución ante diferentes instancias. Implementamos el modelo de optimización usando AMPL bajo MacOS y GUROBI 9.0.2. Todos los experimentos se realizaron en un Intel Core i5 de doble núcleo a 3,1 GHz con 8GB de RAM. Adicionalmente, se utilizó el lenguaje de programación Python junto a la API de AMPL, `amplpy`, para obtener los gráficos y figuras mostradas en este capítulo.

Este capítulo se estructura de la siguiente forma. Primero, mostramos los cálculos y supuestos previos a implementar en el modelo. Luego, estudiamos una red simulada llamada Basic Net (Figure 4.1) para probar preliminarmente el modelo. Finalmente, usamos la conocida topología de red real NSFNet (Figure 4.2) para analizar los resultados y el desempeño del modelo RP-RMLSA.

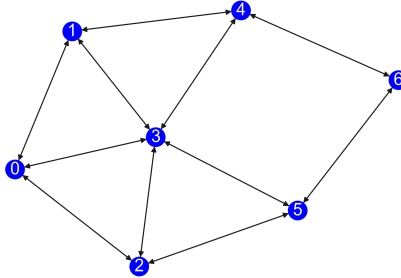


Figura 4.1: Red Basic Net.

4.1. Consideraciones previas

La Tabla 4.1 resume las características de la red en la que ejecutamos nuestra propuesta. Como se mencionó previamente, las topologías a estudiar son la red Basic Net simulada y la red conocida NSFNet, para las cuales se conoce la longitud cada enlace.

La capacidad de los arcos de la red se estableció en $1/8$ de la frecuencia total de la banda C del espectro (40 FSUs por enlace de la red) [Calderón et al. \(2020\)](#). Calculamos el conjunto factible P compuesto por segmentos de ruta basado en cada longitud de arco de red

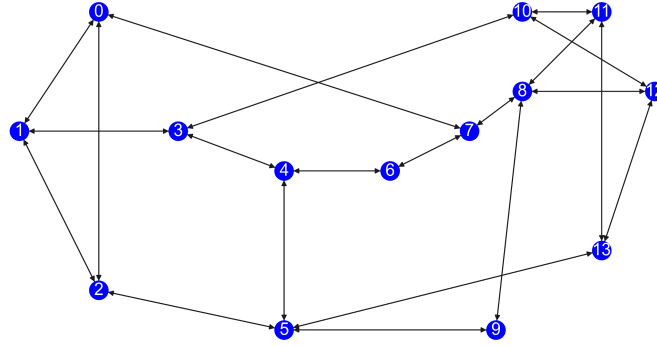


Figura 4.2: Red NSFNet.

Tabla 4.1: Resumen de las características de la red.

Parámetro	Valor
Topología	Basic Net, NSFNet
Capacidad de los arcos	40 slots
Formatos de modulación	BPSK, QPSK, 8-QAM
FSUs y MAR de cada formato	Table 3.1
Bit-rates	10, 40, 100 Gbps
Costo colocación regenerador δ	100
Costo uso del regenerador η	10
Costo uso del espectro θ_s	1

y los formatos de modulación disponibles para cada ejercicio. Los formatos de modulación a considerar son BPSK, QPSK, 8-QAM y 16-QAM, para los cuales se consideró el alcance máximo alcanzable de la Tabla 3.1 para calcular previamente el conjunto factible P .

Suponemos que cada par de nodo origen-destino demanda comunicación ($|D| = |N| \cdot (|N| - 1)$). Por lo tanto, la cantidad de demandas de conexión para la red Basic Net es de 42 y para la red NSFNet es de 182, como se muestra en la Tabla 4.2. Las solicitudes de tasas de bits se definieron para cada solicitud de conexión utilizando dos criterios: el primero asigna aleatoriamente la tasa de bits de cada usuario distribuida uniformemente entre los valores de 10, 40 y 100 Gbps; y el segundo asigna el peor de los casos con solo la tasa de bits más alta disponible, esto es 100 Gbps para todas las solicitudes de conexión. El segundo escenario se considera el peor, ya que las demandas necesitarían la mayor cantidad

de FSU posible, aumentando el uso del enlace e incluso aumentando la regeneración de la demanda para llegar a los nodos de destino.

Tabla 4.2: Parámetros de las topologías de red.

Red	Nodos	Enlaces	Demandas
Basic Net	7	11	42
NSFNet	14	21	182

Consideramos el costo de instalación de un sitio regenerador δ , el costo de uso del regenerador η y el costo de uso de espectro θ_s con un valor que represente los diferentes ordenes de magnitud de cada uno de ellos, por lo que se les asignó el valor de 100, 10 y 1 respectivamente. En el caso del costo de uso de espectro θ_s se considera inicialmente que tiene el mismo valor para cada FSU $s \in S$ y, dependiendo del resultado del modelo, se evaluará realizar variaciones al costo. Estas variaciones siempre con el objetivo de reducir el uso de espectro realizando una asignación eficiente.

Para este estudio, se corrieron varias instancias para observar la complejidad del modelo y el comportamiento de los resultados. En particular, para cada red se realizaron tres instancias aleatorias y una de peor escenario.

4.2. BasicNet

La red BasicNet es una pequeña red inventada para observar la factibilidad del ejercicio. Se resolvió el modelo considerando los formatos de modulación BPSK, QPSK y 8QAM para todas las instancias. Por lo tanto, el conjunto de segmentos de ruta factibles P calculado tiene una dimensión de 112, es decir, se obtuvieron 112 segmentos de ruta factibles tomando en consideración los formatos de modulación disponibles y el largo de los arcos. Para el largo de los arcos se consideraron los valores de la tabla 4.3, con el fin de que la representación visual y su geometría corresponda al de la figura. Con esto, se pueden obtener conclusiones de la posición en la que se ubicó el nodo regenerador.

Tabla 4.3: Largo de los enlaces de la red BasicNet

Enlace	Largo(km)
(0,1)	1400
(0,2)	1409
(0,3)	1244
(1,3)	1236
(1,4)	1462
(2,3)	1236
(2,5)	1459
(3,4)	1409
(3,5)	1401
(4,6)	1503
(5,6)	1508

4.2.1. Resultados del modelo RP-RMLSA

La Tabla 4.4 muestra las soluciones del modelo RP-RMLSA obtenidas para las instancias definidas. Las primeras dos columnas representan las diferentes características de las instancias y las columnas restantes representan la solución obtenida al ejecutar el modelo. La columna TotalCost representa el costo total de la solución, la columna RunTime el tiempo total de ejecución, la columna RN el o los nodos en los que se regeneró, la columna NºR la cantidad de señales regeneradas y la columna %FSU el porcentaje de utilización del espectro. Por ejemplo, para la Instancia random 1 se obtuvo un costo total de 372, con un tiempo de ejecución de 43.2175 segundos, dando como resultado que regeneró dos demandas en el nodo 4, obteniendo un porcentaje de utilización de espectro de 28.81 %. Un primer análisis de la tabla es que se cumple el supuesto de que el peor escenario corresponde a aquel que todos solicitan la mayor cantidad de bit-rate, ya que esa instancia es la que tiene el mayor tiempo total de ejecución debido a la complejidad en encontrar el óptimo.

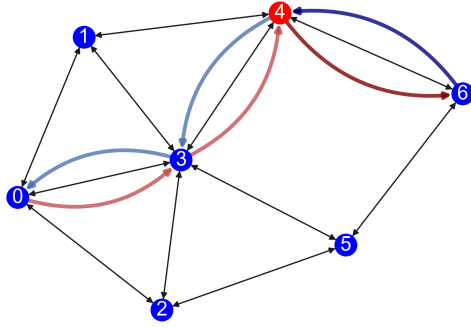
Tabla 4.4: Visión general de los resultados del modelo RP-RMLSA para la red BasicNet

Instancias	Bitrate	TotalCost	RunTime	RN	NºR	%FSU
1	Random	372	43.2175	nodo 4	2	28.63
2	Random	304	21.8671	nodo 4	2	20.90
3	Random	336	28.902	nodo 5	2	29.31
4	Worst Case	536	82.3764	nodo 1	2	47.27

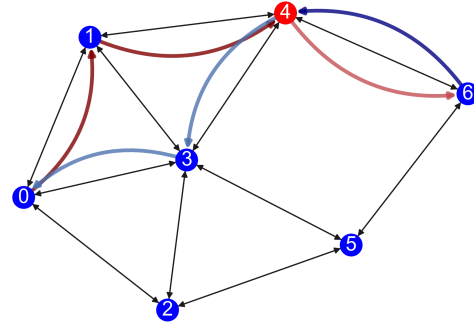
Como se muestra en la Figura 4.3, la cuál representa visualmente el resultado en los nodos regeneradores y las demandas regeneradas, en todas las instancias el modelo RP-RMLSA escoge solo un nodo como sitio de regeneración. En las Instancias 1 y 2 regeneró en el nodo 4, en la Instancia 3 regeneró en el nodo 5 y en la instancia de peor escenario regeneró en el nodo 1. En todas las instancias el nodo regenerador se encuentra en el perímetro de la red. Además, se observa que las dos demandas que se regeneraron en todas las instancias tienen un comportamiento espejo, es decir, que como se regeneró la solicitud de demanda del nodo 0 al 6, también la solicitud de demanda del nodo 6 al 0 regenerará. Estas dos demanda, del nodo 0 al 6 y viceversa, independiente de la cantidad de demanda solicitada, fue regenerado en todas las instancias. La diferencia en los resultados obtenidos de las 4 instancias está en la utilización de espectro y en el tiempo de ejecución, junto con el detalle de los segmentos de ruta utilizado por cada demanda. Respecto al tiempo de ejecución, el peor escenario funciona como cota superior y el resto de los escenarios toman un tiempo menor.

Sobre la utilización de espectro, podemos observar en las tablas de la Figura 4.4 que la asignación resultante del modelo no sigue ninguna regla aparente. Pareciera ser que el modelo prefiere asignar las demandas solicitadas en los carriles de al medio, cercano al slot número 20 del espectro. Sobre los segmentos de ruta utilizados, a pesar de regenerar las mismas demandas origen-destino, los segmentos de ruta utilizados fueron distintos. Para los casos en los que el modelo regeneró en nodos distintos, se espera que los segmentos de ruta sean distintos. Pero con las Instancias 1 y 2, que regeneró en el mismo sitio, existe una diferencia en los segmentos de ruta utilizados, debido principalmente a la restricción de capacidad del espectro óptico. Además, observando el porcentaje de utilización de espectro y la figura, podemos apreciar que el peor escenario es que tiene una mayor utilización, de 47,27 %. Faltaría, para un futuro estudio, agregar el nivel de fragmentación del espectro resultante y agregar esta variable de fragmentación al modelo.

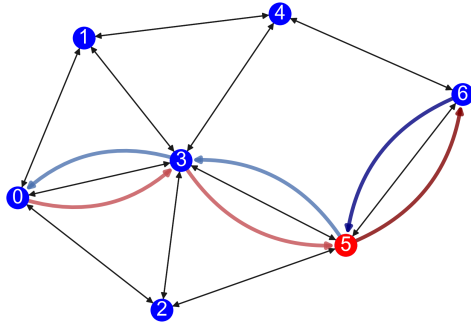
Por otro lado, se puede observar el detalle de la solución encontrada, es decir, conocer con exactitud que demanda regeneró, que segmentos de ruta y su modulación usó y que parte del espectro utilizó en los enlaces de los segmentos de ruta que recorrió. Al utilizar los diccionarios de Python se puede obtener el detalle de la solución a partir de la salida del



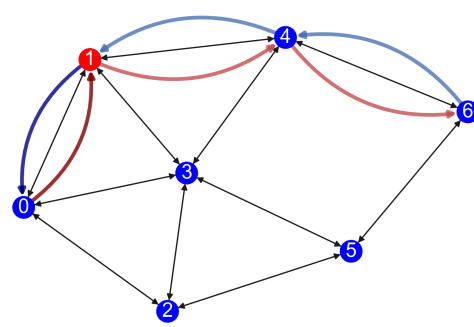
(a) Instancia Random 1



(b) Instancia Random 2



(c) Instancia Random 3



(d) Instancia Worst Case

Figura 4.3: Regeneraciones y nodo regenerador resultante del modelo RP-RMLSA para cada instancia evaluada.

modelo. En este caso, la salida del modelo nos indica con una variable binaria la asignación de segmento de ruta y conexión de cada una de las demandas. Por lo mismo, la salida en bruto del modelo, seleccionando solo las demandas regeneradas y utilizando la Instancia 1 como ejemplo, es el siguiente: $[(6.0, 27.0, 180.0), (6.0, 100.0, 148.0), (37.0, 61.0, 163.0), (37.0, 111.0, 154.0)]$

El primer término indica la demanda, el segundo el segmento de ruta y el tercero la conexión dentro del espectro. Es decir, que para esta instancia el modelo decidió regenerar dos demandas, la 6 y la 37, donde la primera utiliza el segmento de ruta 27 a través de la conexión 180 y el segmento de ruta 100 a través de la conexión 148. De la misma manera, la demanda 37 utiliza el segmento de ruta 61 a través de la conexión 163 y el segmento de ruta 111 a través de la conexión 154. Estos resultados, tal cual como están expresados no son de mucha utilidad para el operador de la red, por lo mismo, es necesario traducir estos

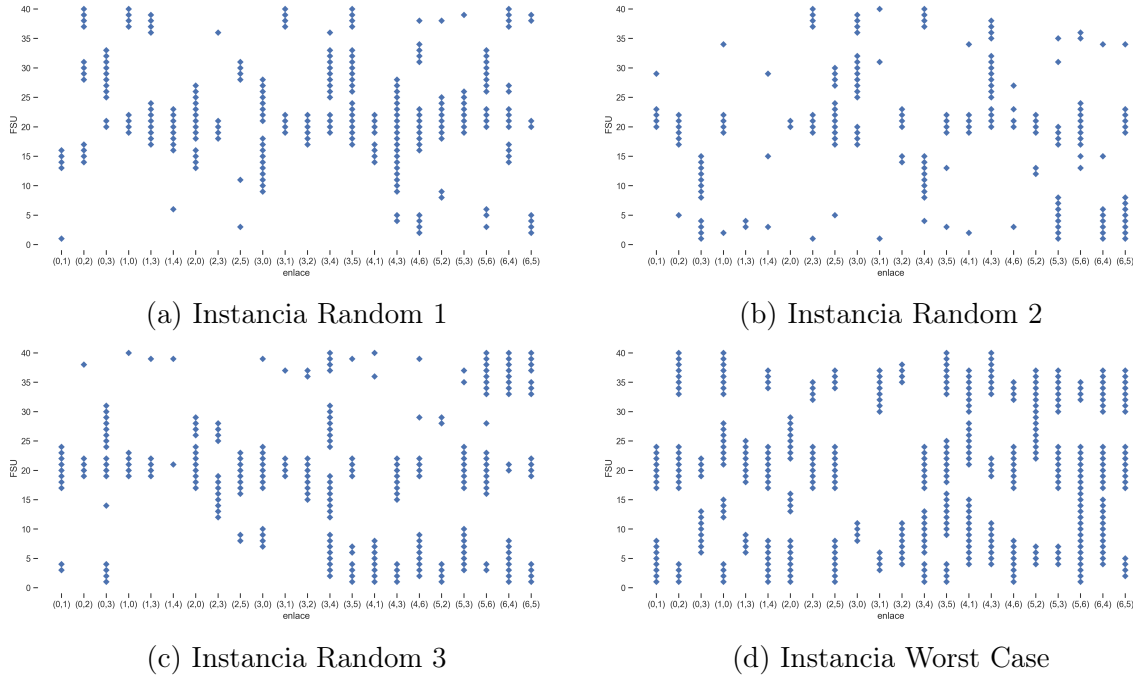


Figura 4.4: Asignación de espectro resultante del modelo RP-RMLSA para cada instancia evaluada.

resultados en términos de la red. En la tabla 4.5 se observa el resultado de la traducción de la salida en bruto del modelo para esta instancia apoyado por los diccionarios de Python. En esta se observa que la demanda 6 tiene como nodo de origen el nodo 0 y como nodo de destino el nodo 6. Este utilizó dos segmentos de ruta, el 27, que agrega dos enlaces, (0,3) y (3,4) y tiene un formato de modulación BPSK. Junto al segmento de ruta 100, que corresponde al enlace (4,6) y tiene un formato de modulación QPSK. Al utilizar dos formatos de modulación para una misma demanda, la cantidad de slots de frecuencia a utilizar va a variar dependiendo de la complejidad del formato utilizado. Por lo mismo, para el primer tramo, antes de regenerar, el modelo utilizó los slots del 26 al 33, debido a su formato BPSK. Después de regenerar la señal, el modelo optó por modificar el formato de modulación a uno de mayor complejidad, el formato QPSK, utilizando una conexión con menor cantidad de slots de frecuencia, la conexión 148 que utiliza los slots del 31 al 34. Se observa que para los segmentos más cortos, de solo un enlace, el modelo utiliza un formato de modulación más complejo que para los segmentos de ruta más largos de más de un enlace.

Tabla 4.5: Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 1

Demanda	Origen	Destino	BitRate	Seg. de Ruta	Enlaces del Segmento	Formato Seg.	Conexión	Slots Conexión
6	Nodo 0	Nodo 6	100	27	(0,3),(3,4)	BPSK	180	[26,27,28,29,30,31,32,33]
6	Nodo 0	Nodo 6	100	100	(4,6)	QPSK	148	[31,32,33,34]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	61	(4,3),(3,0)	BPSK	163	[9,10,11,12,13,14,15,16]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	111	(6,4)	QPSK	154	[37,38,39,40]

Además, al observar el detalle de las solución de las otras instancias, puestos en las tablas 4.6, 4.7 y 4.8, se tiene el mismo comportamiento descrito, en donde, una vez regenerada la señal, se escoge un formato de modulación más complejo. Solo en la Instancia 2, la demanda 6 no regeneró en un formato de modulación más complejo. Esto debido a que la cantidad de demanda solicitada es la menor, de 10 Gbps. Con los resultados se observa que la demandas regeneradas fueron las mismas, independiente de la cantidad de bit-rate solicitado.

Tabla 4.6: Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 2

Demanda	Origen	Destino	BitRate	Seg. de Ruta	Enlaces del Segmento	Formato Seg.	Conexión	Slots Conexión
6	Nodo 0	Nodo 6	10	10	(4,6)	BPSK	27	[27]
6	Nodo 0	Nodo 6	10	24	(0,1),(1,4)	BPSK	29	[29]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	61	(4,3),(3,0)	BPSK	179	[25,26,27,28,29,30,31,32]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	111	(6,4)	QPSK	120	[3,4,5,6]

Tabla 4.7: Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia 3

Demanda	Origen	Destino	BitRate	Seg. de Ruta	Enlaces del Segmento	Formato Seg.	Conexión	Slots Conexión
6	Nodo 0	Nodo 6	40	10	(0,3),(3,5)	BPSK	118	[1,2,3,4]
6	Nodo 0	Nodo 6	40	101	(5,6)	QPSK	29	[3,4]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	68	(5,3),(3,0)	BPSK	171	[17,18,19,20,21,22,23,24]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	112	(6,5)	QPSK	154	[37,38,39,40]

Tabla 4.8: Resultados del modelo RP-RMLSA para la Instancia Worst Case

Demanda	Origen	Destino	BitRate	Seg. de Ruta	Enlaces del Segmento	Formato Seg.	Conexión	Slots Conexión
6	Nodo 0	Nodo 6	100	27	(0,3),(3,4)	BPSK	180	[26,27,28,29,30,31,32,33]
6	Nodo 0	Nodo 6	100	100	(4,6)	QPSK	148	[31,32,33,34]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	61	(4,3),(3,0)	BPSK	163	[9,10,11,12,13,14,15,16]
37	Nodo 6	Nodo 0	100	111	(6,4)	QPSK	154	[37,38,39,40]

Además, se puede analizar cual fue el formato de modulación más usado en cada instancia. Como se observa en la figura 4.5, en las Instancias 1 y 3 el modelo utilizó en la misma cantidad el formato de modulación BPSK y QPSK. No así en las otras instancias, en donde se utilizó más el formato más complejo para la Instancia 4 de peor escenario, y el formato menos complejo para la Instancia 2. Es esperable que para el peor escenario se decidiera utilizar más el formato QPSK, ya que como todas las demandas solicitan la

mayor cantidad de bit-rate, se requiere dejar espacio en el espectro para asignar a todas las demandas.

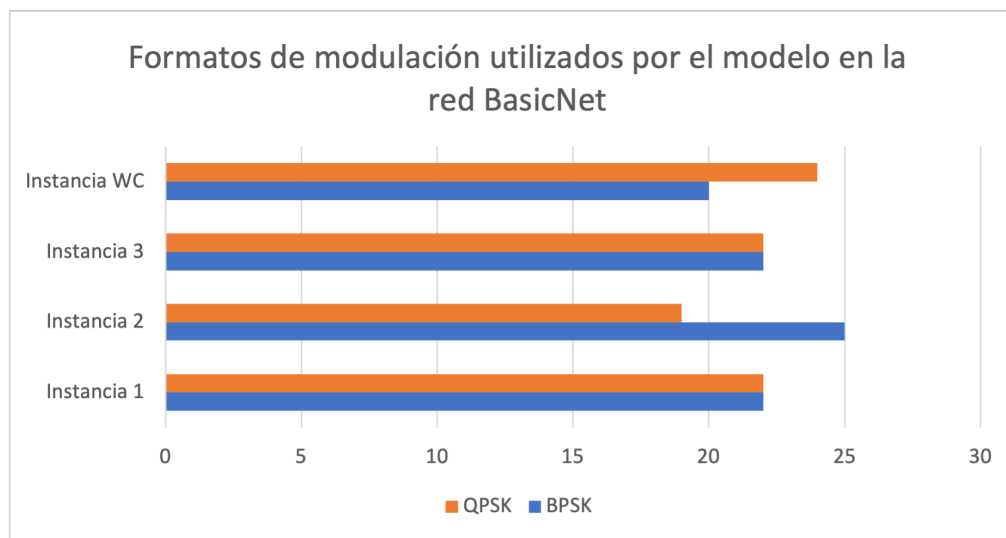


Figura 4.5: Formatos de modulación utilizados para cada una de las instancias

4.3. NSFNet

La red NSFNet es una red proveniente de Estados Unidos de gran uso en diferentes estudios. A diferencia de la red BasicNet, esta tiene mayor complejidad al ser más extensa y contar con una mayor cantidad de nodos y enlaces. Esto permite probar el modelo ante una red de dimensiones reales. Al igual que con la red BasicNet, se resolvió el modelo considerando los formatos de modulación BPSK, QPSK y 8QAM para todas las instancias. Por lo tanto, el conjunto de segmentos de ruta factibles P calculado tiene una dimensión de 682, es decir, se obtuvieron 682 segmentos de ruta factibles considerando los formatos de modulación disponible y el largo de los arcos. Esto es una dimensión de segmentos de ruta 6 veces mayor que el de la red BasicNet. Los largos de los arcos de la red NSFNet utilizados en este estudio se encuentran en la tabla 4.9

Tabla 4.9: Largo de los enlaces de la red NSFNet

Enlace	Largo(km)
(0,1)	260
(0,2)	380
(0,7)	868
(1,2)	252
(1,3)	416
(2,5)	416
(3,4)	248
(3,10)	1140
(4,5)	272
(4,6)	292
(5,9)	704
(5,13)	1036
(6,7)	212
(7,8)	224
(8,9)	752
(8,11)	536
(8,12)	668
(10,11)	408
(10,12)	684
(11,13)	664
(12,13)	352

4.3.1. Resultados del modelo RP-RMLSA

La Tabla 4.10 muestra las soluciones del modelo RP-RMLSA obtenidas para las instancias definidas para la red NSFNet. Al igual que en la Tabla 4.4 de los resultados del modelo BasicNet, las columnas representan las características de la instancia, el costo de la solución, el tiempo de ejecución, el nodo regenerado, la cantidad de regeneraciones y el porcentaje del espectro disponible utilizado. A diferencia de la red BasicNet, en este caso tenemos instancias en las que no se regenera la señal. Esto se puede explicar al considerar que la cantidad de bitrate demandados en esa instancia no fue tan alta como para que la capacidad del espectro fuera una restricción en la asignación. Por otro lado, debido al extenso tiempo de resolución del modelo, se definió un límite de tiempo de 5000 segundos modificando el parámetro *timelim* de GUROBI. Este límite de tiempo se aplicó a todas las instancias de resolución de la red NSFNet. Un caso especial es el de la Instancia 8 de peor escenario, en donde se extendió el límite de tiempo a 6000 segundos y se modificó el parámetro *mipfocus* para favorecer la búsqueda de soluciones factibles. A pesar de estos cambios, en el peor escenario, en donde cada solicitud de demanda solicita 100 Gbps, no se logra encontrar una solución factible. Si se relajara el problema o si se aumentara el límite de tiempo de solución, se encontraría una solución factible en donde se regenera en más de un nodo, pero debido al largo tiempo de resolución no se considerará dentro de este estudio.

Tabla 4.10: Visión general de los resultados del modelo RP-RMLSA para la red NSFNet

Instancias	Bitrate	TotalCost	RunTime	RN	NºR	%FSU
5	Random	909	2080.56	-	-	54.11
6	Random	1098	5135.01	nodo 10 y nodo 13	4	51.07
7	Random	925	6371.28	nodo 3	2	47.92
8	Worst Case	-	10228.8	-	-	-

Como se muestra en la figura 4.6, dependiendo en la cantidad de bit-rates solicitados por cada una de las demandas, el modelo RP-RMLSA decide regenerar o no. En los casos en los que, debido a la capacidad del espectro, no puede evitar la regeneración, regenera en uno o más nodos, como se observa en las Instancias 6 y 7. En la Instancia 6 regeneró en el nodo 10 y 13, mientras que en la Instancia 7 regeneró solo en el nodo 3. Una primera observación

importante es que las demandas regeneradas no tienen un comportamiento espejo como el que presentan las instancias de la red Basic Net, en donde si una demanda es regenerada, la demanda en los que cambia el nodo de origen y destino también regenerará. Solo un par de demandas regeneradas en la Instancia 6 tienen este comportamiento espejo. Estas son las demandas que van desde el nodo 1 al nodo 12 y viceversa. Además, esta instancia regenera 3 señales en el nodo 10 y solo una en el nodo 12, lo que es un comportamiento no esperado y que se explica al fijar el límite de tiempo de solución en 5000 segundos, obteniendo una buena solución factible en vez que el óptimo. Por otro lado, en la Instancia 7 se regeneran dos demandas con distinto origen y destino.

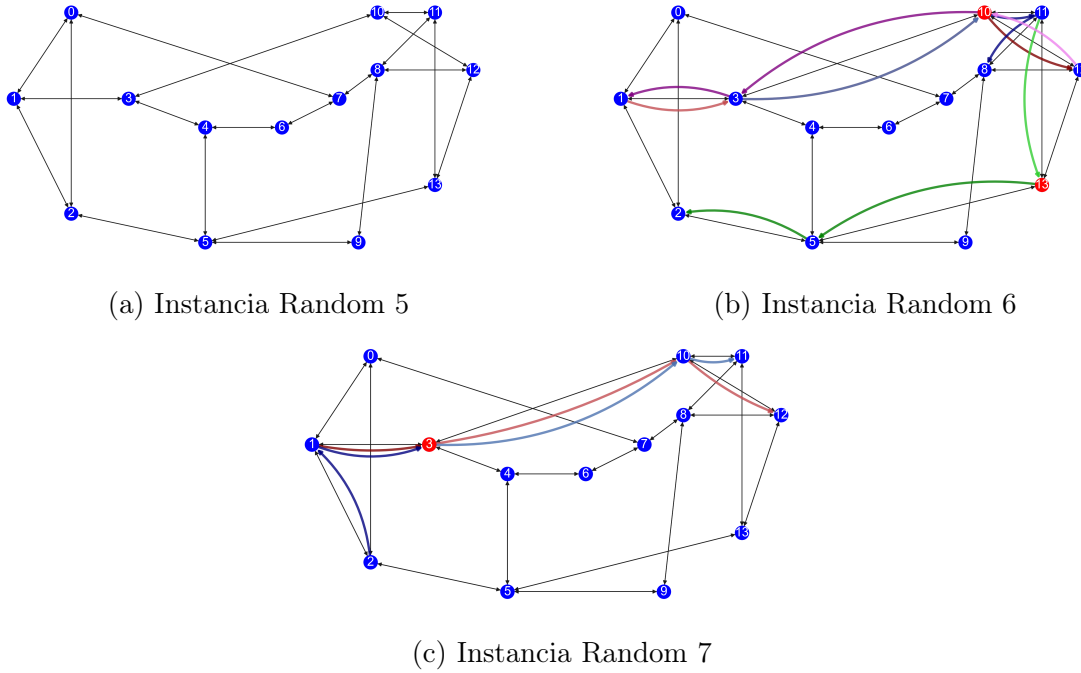


Figura 4.6: Regeneraciones y nodo regenerador resultante del modelo RP-RMLSA para cada instancia evaluada.

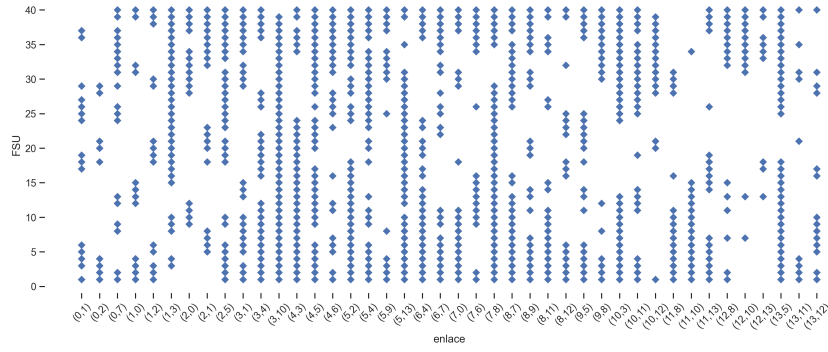
Respecto a la utilización del espectro óptico, podemos observar en las tablas de la Figura 4.7 que la asignación resultante del modelo no sigue ninguna regla aparente. Este resultado es el mismo observado en las instancias de la red Basic Net. En la Instancia 5, en donde no se utiliza la regeneración, pareciera ser que la asignación dentro del espectro está más ordenada respecto a las otras instancias. Además, el porcentaje de utilización de espectro de la Instancia 5, de 54,11 %, es mayor al de las Instancias 6 y 7, de 51,07 % y

47,92 % respectivamente. Al existir regeneración en las Instancias 6 y 7, es esperable que estas tengan un menor porcentaje de uso del espectro que la Instancia 5. Una observación es que la Instancia 7 obtuvo un menor uso del espectro que la Instancia 6, siendo que la Instancia 6 regeneró más señales que la Instancia 7. Esto puede ser un resultado de colocar un límite de tiempo de solución a estas instancias. Por otro lado, al comparar los porcentaje de utilización de espectro obtenidos con los porcentajes de las instancias de la red Basic Net, en todas las instancias de la red NSFNet se obtuvieron porcentajes de utilización de espectro mayores a la instancia peor escenario de la red Basic Net, de 47,27 %. Esto demuestra la mayor complejidad de la red real, junto con la gran cantidad de tiempo de resolución del modelo.

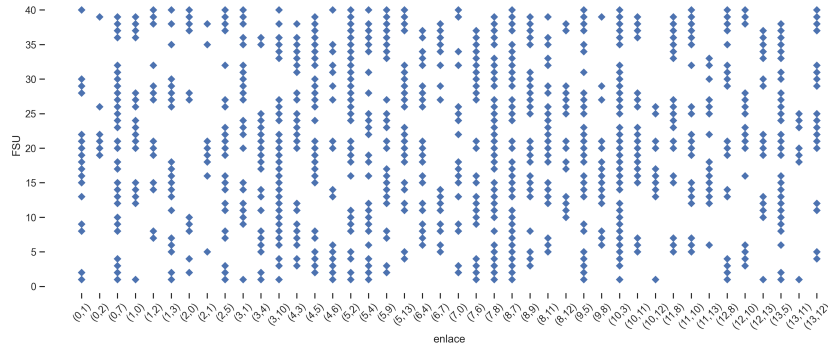
Por otro lado, al igual que con la red Basic Net, se puede observar el detalle de la solución encontrada, es decir, observar las demandas regeneradas, los segmentos de ruta junto a la modulación utilizadas y que parte del espectro utilizó para estos segmentos de ruta.

En la tabla 4.11 se observa el detalle de la solución encontrada de la Instancia 6. En esta instancia se regeneraron 4 demandas. Una de estas es la demanda 25 que tiene como nodo de origen el nodo 1, como nodo de destino el nodo 12 y un requerimiento de 100 Gbps. Esta utilizó el segmento de ruta 356, que se compone de los enlaces (1,3) y (3,10) con el formato de modulación QPSK, y el segmento de ruta 593, que se compone del enlace (10,12) con el formato de modulación 8QAM. En estos segmentos de ruta se utilizó la conexión 132, que corresponde a los slots 15 al 18, y la conexión 94, que corresponde a los slots 15 al 17, respectivamente. De la misma forma se realiza la lectura de las otras demandas regeneradas, las demandas 47, 146 y 158. Se puede observar que para cada una de estas demandas el modelo decide modificar el formato de modulación cada vez que regenera una señal. Este cambio de modulación aprovecha los segmentos de ruta en los cuales se puede utilizar un formato de modulación más avanzado, como es el caso del formato de modulación 8QAM, el cual tiene un menor alcance máximo. Además, las cuatro demandas regeneradas solicitan la mayor cantidad de bitrate de demanda posible, de 100 Gbps.

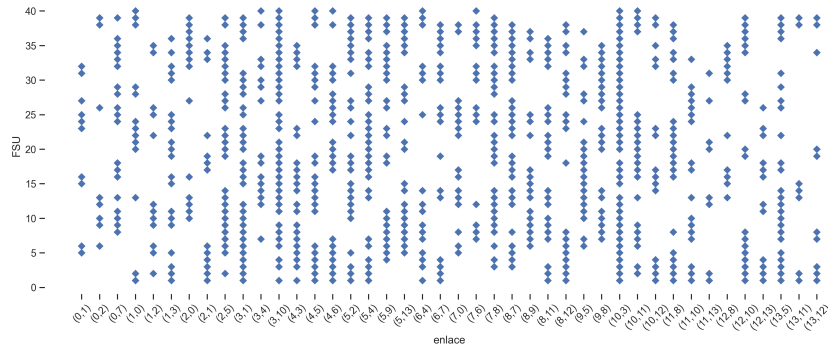
Además, al observar el detalle de la solución encontrada de la Instancia 7 de la tabla 4.12, se observa el mismo comportamiento de la Instancia 6 de modificar el formato



(a) Instancia Random 5



(b) Instancia Random 6



(c) Instancia Random 7

Figura 4.7: Asignación de espectro resultante del modelo RP-RMLSA para cada instancia evaluada.

de modulación al regenerar la señal. A diferencia de la Instancia 6, la Instancia 7 regeneró una menor cantidad de demandas en donde ninguna tuvo el comportamiento espejo observado en otras regeneraciones. Un detalle es que en ambas instancias se decidió regenerar la demanda 25 pero considerando un nodo de regeneración diferente. Al contrastar esto con las instancias de la red Basic Net, en donde se regeneró la misma señal en las 4 instancias, se puede esperar un comportamiento similar al incluir más instancias de regeneración al

modelo, en donde se irán repitiendo las demandas a las que se regenerará la señal.

Tabla 4.11: Resultados del modelo RP–RMLSA para la Instancia 6

Demanda	Origen	Destino	BitRate	Seg. de Ruta	Enlaces del Segmento	Formato Seg.	Conexión	Slots Conexión
25	Nodo 1	Nodo 12	100	356	(1,3),(3,10)	QPSK	132	[15,16,17,18]
25	Nodo 1	Nodo 12	100	593	(10,12)	8QAM	94	[15,16,17]
47	Nodo 3	Nodo 8	100	312	(3,10)	QPSK	150	[33,34,35,36]
47	Nodo 3	Nodo 8	100	650	(10,11),(11,8)	8QAM	84	[5,6,7]
146	Nodo 11	Nodo 2	100	594	(11,3)	8QAM	104	[25,26,27]
146	Nodo 11	Nodo 2	100	429	(13,5),(5,2)	QPSK	125	[8,9,10,11]
158	Nodo 12	Nodo 1	100	612	(12,10)	8QAM	117	[38,39,40]
158	Nodo 12	Nodo 1	100	413	(10,3),(3,1)	QPSK	125	[29,30,31,32]

Tabla 4.12: Resultados del modelo RP–RMLSA para la Instancia 7

Demanda	Origen	Destino	BitRate	Seg. de Ruta	Enlaces del Segmento	Formato Seg.	Conexión	Slots Conexión
25	Nodo 1	Nodo 12	100	581	(1,3)	8QAM	88	[9,10,11]
25	Nodo 1	Nodo 12	100	369	(3,10),(10,12)	QPSK	131	[14,15,16,17]
37	Nodo 2	Nodo 11	100	625	(2,1),(1,3))	8QAM	80	[1,2,3]
37	Nodo 2	Nodo 11	100	368	(3,10),(10,11)	QPSK	154	[37,38,39,40]

Por último, se puede analizar cual fue el formato de modulación más usado en cada instancia. Como se observa en la figura 4.8 en todas las instancias el formato más usado fue el 8QAM, seguido por el formato BPSK y el menos usado fue el formato QPSK. Esto se debe a que, a diferencia con la red Basic Net, en la red NSFNet se tienen enlaces de menor longitud, por lo que el modelo prefiere utilizar el formato más complejo para las demandas de nodos vecinos.

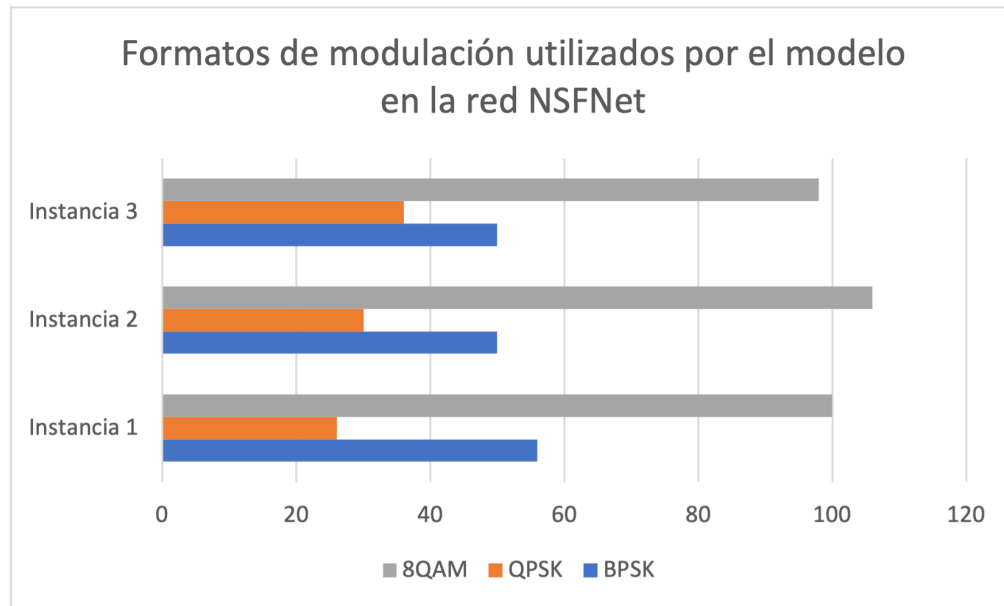


Figura 4.8: Formatos de modulación utilizados para cada una de las instancias

5. Conclusiones

En esta tesis se presenta un modelo de optimización para resolver de manera conjunta el problema de ruteo, formato de modulación y asignación de espectro (RMLSA) junto al problema de posicionamiento de regenerador (RP) para redes ópticas elásticas. El desempeño del modelo se evalúa resolviendo el modelo para dos tipos de topología de red, una topología inventada BasicNet y una topología real conocida NSFNet. El modelo aumenta considerablemente el tiempo de resolución dependiendo de la complejidad de la red. En redes menos compleja, la regeneración de las demandas siguen un comportamiento espejo. Es decir, si se regenera una señal, también se regenerará la señal que conecta los nodos en el sentido contrario. En redes más complejas, como lo es en el caso de la red NSFNet, no se cumple con este comportamiento espejo. En ambos casos, al regenerar se modifica el formato de modulación, para poder tener un mejor uso del espectro óptico disponible. Esto demuestra que el modelo puede resolver el problema RP y el problema de RMLSA para redes reales y dar resultados de optimalidad. Estos resultados se pueden utilizar para el diseño de una red óptica y la instalación de nodos regeneradores dentro de la red, asegurando la asignación de demanda y disminuyendo los costos globales.

5.1. Investigaciones Futuras

El modelo propuesto de regeneración es un gran avance para el desarrollo de políticas de diseño de redes. El buen uso de las conclusiones y los resultados de las simulaciones pueden ayudar a los operadores de internet a aumentar la solidez de la red. Para poder reforzar y continuar con esta línea de estudio se proponen las siguientes investigaciones futuras:

1. Agregar un costo de la fragmentación del espectro al modelo para obtener soluciones con menor porcentaje de utilización. También se puede incorporar un proceso de desfragmentación posterior a la resolución del modelo para dar mayor robustez a la solución entregada.
2. Reducir los tiempos de resolución al mejorar las formas de resolver el problema o

buscando acercarse al óptimo con vectores que consideren la solución base obtenida con el límite de tiempo.

3. Probar la solución del modelo en otras redes conocidas, como lo es la red de Europa, llamada EuroCore
4. Crear heurísticas que busquen repetir el resultado óptimo obtenido, con el fin de disminuir drásticamente los tiempos de solución para poder ser considerado como herramienta de asignación para los operadores de red.
5. Aumentar la cantidad de demandas, los formatos de modulación disponible y el espectro óptico para probar el modelo con parámetros lo más cercanos a los utilizados actualmente.

Referencias

- Brasileiro, Í., Valdemir, J., and Soares, A. (2019). Regenerator assignment with circuit invigorating. *Optical Switching and Networking*, 34:58–66.
- Calderón, F. I., Lozada, A., Bórquez-Paredes, D., Olivares, R., Davalos, E. J., Saavedra, G., Jara, N., and Leiva, A. (2020). Ber-adaptive rmlsa algorithm for wide-area flexible optical networks. *IEEE Access*, 8:128018–128031.
- Chaves, D. A., Carvalho, R. V., Pereira, H. A., Bastos-Filho, C. J., and Martins-Filho, J. F. (2012). Novel strategies for sparse regenerator placement in translucent optical networks. *Photonic Network Communications*, 24(3):237–251.
- Chaves, D. A., da Silva, E. F., Bastos-Filho, C. J., Pereira, H. A., and Almeida, R. C. (2015). Heuristic algorithms for regenerator assignment in dynamic translucent elastic optical networks. In *2015 17th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, pages 1–4. IEEE.
- Ellis, A. D., Mac Suibhne, N., Saad, D., and Payne, D. N. (2016). Communication networks beyond the capacity crunch. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 374(2062).
- Fontinele, A., Santos, I., Durães, G., and Soares, A. (2016). Achievement of fair and efficient regenerator allocations in translucent optical networks using the novel regenerator assignment algorithm. *Optical Switching and Networking*, 19:22–39.
- Gerstel, O., Jinno, M., Lord, A., and Yoo, S. B. (2012). Elastic optical networking: A new dawn for the optical layer? *IEEE communications Magazine*, 50(2):s12–s20.
- González, C., Jara, N. A., and Albornoz, V. M. (2021). A regeneration placement, routing and spectrum assignment solution for translucent elastic optical networks: A joint optimization approach. In *ICORES*, pages 467–474.
- ITU-T (2012). Spectral grids for wdm applications: Dwdm frequency grid. ITU-T G.694.1, Telecommunication Standardization Sector of ITU, Ginebra, Switzerland.

- Kahya, A. (2013). *Routing, spectrum allocation and regenerator placement in flexible-grid optical networks*. PhD thesis, bilkent university.
- Klinkowski, M. (2012). On the effect of regenerator placement on spectrum usage in translucent elastic optical networks. In *2012 14th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*, pages 1–6. IEEE.
- Meza, C., Jara, N., Alborno, V. M., and Vallejos, R. (2016). Routing and spectrum assignment for elastic, static, and without conversion optical networks with ring topology. In *2016 35th International Conference of the Chilean Computer Science Society (SCCC)*, pages 1–8. IEEE.
- Poggiolini, P., Bosco, G., Carena, A., Curri, V., Jiang, Y., and Forghieri, F. (2014). The gn-model of fiber non-linear propagation and its applications. *Journal of Lightwave Technology*, 32:694–721.
- Simmons, J. M. (2014). *Optical network design and planning*. Springer.
- Talebi, S., Alam, F., Katib, I., Khamis, M., Salama, R., and Rouskas, G. N. (2014). Spectrum management techniques for elastic optical networks: A survey. *Optical Switching and Networking*, 13:34–48.
- TeleGeography (2020). The state of the network 2020 edition.
- Velasco, L., Vela, A. P., Morales, F., and Ruiz, M. (2017). Designing, operating, and reoptimizing elastic optical networks. *Journal of Lightwave Technology*, 35(3):513–526.
- Waldman, H. (2018). The Impending Optical Network Capacity Crunch. *Sbfoton Conference*, pages 1–3.
- Wang, X., Brandt-Pearce, M., and Subramaniam, S. (2015). Impact of wavelength and modulation conversion on translucent elastic optical networks using milp. *Journal of Optical Communications and Networking*, 7(7):644–655.

- Yaghubi-Namaad, M., Rahbar, A. G., and Alizadeh, B. (2018). Adaptive modulation and flexible resource allocation in space-division-multiplexed elastic optical networks. *Journal of Optical Communications and Networking*, 10(3):240–251.
- Yildiz, B. and Karaşan, O. E. (2017). Regenerator location problem in flexible optical networks. *Operations Research*, 65(3):595–620.

Anexo

Código en AMPL del modelo RP-RMLSA:

```

1  ##Modelo usado para la asignacion de regeneracion##
2  ##Formulacion con segmentos de camino##
3  ##Se incluyo el costo de utilizacion de espectro##
4  #Conjuntos
5  set Nodo;
6  set Arco within (Nodo cross Nodo);
7  param Demanda;
8  set FSU;
9  set Bitrate;
10 set Modulacion;
11 param Conexion;
12 set Conexion_m {Modulacion, Bitrate} within 1..Conexion;
13 param Segmento;
14
15
16 #Parametros
17 param orig {1..Demanda} symbolic in Nodo;
18 param dest {1..Demanda} symbolic in Nodo;
19 param orig_s {1..Segmento} symbolic in Nodo;
20 param dest_s {1..Segmento} symbolic in Nodo;
21 param bitrate {1..Demanda};
22 param modul {1..Segmento} symbolic in Modulacion;
23
24 param c_uso;
25 param c_coloc;
26 param c_espectro;
27 param posic {1..Conexion, FSU};          #q_cs
28 param enlace{Arco,1..Segmento} default 0;
29
30
31 #Variables de Decision
32 var x{1..Demanda,1..Segmento,1..Conexion} binary; #1 iff utilzo conexion c

```

```

33 var regen{Nodo} binary; #1 si nodo i es punto de regeneracion
34 var calle{Arco,FSU} >= 0;
35
36
37 #Funcion Objetivo
38 minimize CostoTotal:
39     sum{n in Nodo} c_coloc * regen[n] +
40     sum{d in 1..Demanda, p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: dest_s[p] <> dest[d]} c_uso * x[d,p,c] +
41     sum{(i,j) in Arco, s in FSU} c_espectro * calle[i,j,s];
42
43 #Restricciones
44 subj to ruta_1 {d in 1..Demanda, n in Nodo: n = orig[d]}:
45     sum {p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: orig_s[p] = n} x[d,p,c] -
46     sum {p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: dest_s[p] = n} x[d,p,c] = 1;
47
48 subj to ruta_0 {d in 1..Demanda, n in Nodo: n <> orig[d] and n <> dest[d]}:
49     sum {p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: orig_s[p] = n} x[d,p,c] -
50     sum {p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: dest_s[p] = n} x[d,p,c] = 0;
51
52 subj to ruta_2 {d in 1..Demanda, n in Nodo: n = dest[d]}:
53     sum {p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: orig_s[p] = n} x[d,p,c] -
54     sum {p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]: dest_s[p] = n} x[d,p,c] = -1;
55
56 subj to conex_segmento {d in 1..Demanda, p in 1..Segmento}:
57     sum {c in Conexion_m[modul[p], bitrate[d]]} x[d,p,c] <= 1;
58
59 subj to cont_reg {d in 1..Demanda, c in 1..Conexion, n in Nodo: n <> dest[d]]:
60     sum {p in 1..Segmento: dest_s[p] = n} x[d,p,c] <= regen[n];

```

```
61
62 subj to espectro {(i,j) in Arco, s in FSU}:
63   sum {d in 1..Demanda, p in 1..Segmento, c in Conexion_m[modul[p], bitrate[
        d]]} enlace[i,j,p] * posic[c,s] * x[d,p,c] = calle[i,j,s];
64
65 subj to espectro_2 {(i,j) in Arco, s in FSU}:
66   calle[i,j,s] <= 1;
```