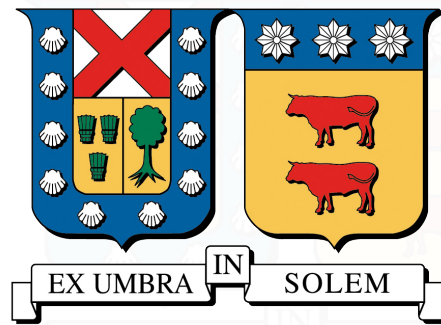


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAÍSO - CHILE



**MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL PLAN DE
MANTENIMIENTO PREVENTIVO CÍCLICO EN UN SISTEMA
INTERCONECTADO CON BÚFFER DE CAPACIDAD FINITA,
CONSIDERANDO VENTANAS DE EJECUCIÓN FLEXIBLES.**

FERNANDO IGNACIO BAHAMONDES SUZUKI

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
INDUSTRIAL Y AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

PROFESOR TUTOR : Dr. PABLO VIVEROS GUNCKEL - UTFSM
PROFESOR CORREFERENTE INTERNO : Dr. FREDY KRISTJANPOLLER RODRIGUEZ - UTFSM



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Modelo de optimización para el plan de mantenimiento preventivo cíclico en un sistema interconectado con búffer de capacidad finita, considerando ventanas de ejecución flexibles.

Nombre del candidato(a): Fernando Ignacio Bahamondes Suzuki.

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Industrial/ Magister en Ciencias De La Ingeniería Industrial.

Campus: Valparaíso Casa Central **Departamento:** Departamento de industrias

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Pablo Viveros Gunckel, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 28-11-2025

Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 27/11/2025

Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

“A man who doesn't spend time with his family can never be a real man.”

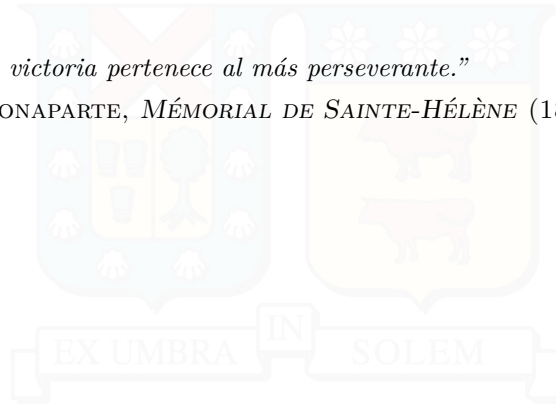
– VITO CORLEONE, *THE GODFATHER PART ONE*

“Make it simple, but significant.”

– DON DRAPER, *MAD MEN*

“La victoria pertenece al más perseverante.”

– NAPOLEÓN BONAPARTE, *MÉMORIAL DE SAINTE-HÉLÈNE* (1823)

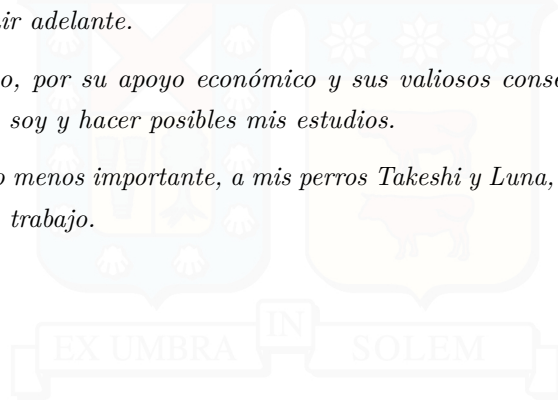


DEDICATORIA

A mi mamá, Carola, y a mi hermanita, Javiera, por acompañarme con amor, paciencia y apoyo incondicional durante todo este largo proceso; a mis abuelos, Nobuo e Isabel, por sus sabios consejos y su constante preocupación, aliento y amor, siendo todos ellos, sin duda, mi mayor motivación para seguir adelante.

A mi papá, Fernando, por su apoyo económico y sus valiosos consejos, que me han permitido ser el hombre que soy y hacer posibles mis estudios.

Y, por último, pero no menos importante, a mis perros Takeshi y Luna, fieles compañeros durante las largas noches de trabajo.



AGRADECIMIENTOS

Agradezco al profesor Pablo Viveros por darme la oportunidad de trabajar junto a él, proporcionándome el material necesario que permitió desarrollar este trabajo, el cual se basa en sus investigaciones anteriores, además de ser mi profesor guía durante todo este largo proceso.

Al profesor Fredy Kristjanpoller, por haberme motivado en su ramo de Modelos Avanzados de Ingeniería en Confiabilidad a investigar sobre esta problemática, por permitirme ser su ayudante y por escribir la carta de recomendación para ingresar al magister.

Al profesor Tomás Grubessich, por haberme recomendado para ingresar al programa de magister y por permitirme ser su ayudante en el programa vespertino.

A Nicolás Cárdenas, por haberme aconsejado, guiado y proporcionado el material necesario para realizar este trabajo; sin su ayuda, este trabajo no habría sido posible.

Agradezco al profesor César Núñez, del Departamento de Física, quien es uno de los docentes con mayor vocación que he tenido la oportunidad de conocer. Me ayudó voluntariamente en mi peor momento académico y, gracias a su nivelación y guía, pude tomar el impulso necesario para continuar con mi carrera.

A mi querido tata, Nobuo Suzuki, quien desde pequeño me ayudó a estudiar, me hizo ver mi potencial y me motivó a no rendirme. Además, se tomó el tiempo de leer este trabajo, entregarme sus valiosos consejos y proponerme mejoras. Sin ninguna duda, no podría haber realizado esto sin él.

A mi amigo Roberto Moreno, quien me acompañó largas horas en Discord durante el desarrollo de este trabajo y me ayudó bastante con la redacción.

A mi mejor amigo, Ricardo Zuñiga, por acompañarme largas horas en Discord durante el desarrollo de este trabajo.

A mis amigos del ChampaDuc, que estuvieron presentes durante todo este proceso, apoyándome y dándome ánimo. En particular, mis amigos Bastián Rivas, Miguel Mella, Mical Aranis, Valentina Cruces, Dante Olguín, Scarlett Contreras, Vicente Valderrama, Fernanda Bravo, Álvaro Albornoz y María de los Ángeles Bravo.

RESUMEN EJECUTIVO

Basado en el modelo desarrollado por [Viveros, Mena, Zio, Miqueles, and Kristjanpoller \[2023\]](#), el cual minimiza las detenciones de mantenimiento de un solo equipo mediante la generación de paquetes de agrupamiento de actividades de mantenimiento, este trabajo introduce un modelo de optimización determinista para la planificación del mantenimiento preventivo cíclico en un sistema de producción que consiste en dos equipos en serie A y B (ubicados aguas arriba y aguas abajo, respectivamente), interconectados por un buffer de capacidad limitada.

En particular, el *Modelo Propuesto* utiliza como dato de entrada un plan de mantenimiento generado a partir del modelo desarrollado por [Viveros et al. \[2023\]](#), minimizando las detenciones del equipo posicionado aguas abajo B , para luego planificar las actividades del equipo ubicado aguas arriba A , mediante la utilización de ventanas de ejecución flexibles. La incorporación de las ventanas de flexibilidad en este contexto permite adelantar o retrasar actividades de mantenimiento según las condiciones operativas, considerando tanto ejecuciones agrupadas, que buscan reducir las detenciones del sistema, como ejecuciones individuales; ambos tipos de ejecuciones se adaptan de manera dinámica a la demanda y a la disponibilidad del sistema. Adicionalmente, la formulación del *Modelo Propuesto* se caracteriza por ser un modelo de programación lineal entera mixta (MILP), que incluye una tasa de producción variable, así como restricciones relacionadas con la operación del sistema, tales como el inventario almacenado en el buffer, la capacidad del buffer y la producción. La función objetivo del modelo minimiza los costos relacionados con la pérdida de demanda, el exceso de inventario y la producción.

Con respecto a la aplicación numérica, se evalúan dos escenarios: el primero corresponde a un *Caso Base* en el que se generan planes de mantenimiento independientes para los equipos aguas arriba y abajo, priorizando la minimización de sus detenciones sin considerar una interacción entre ellos; posteriormente, se analiza su desempeño conjunto en términos de producción e inventario. El segundo escenario corresponde a la utilización del *Modelo Propuesto*, que emplea como entrada el plan de mantenimiento optimizado del equipo aguas abajo y determina la planificación óptima para el equipo aguas arriba, considerando su tasa de producción variable, las restricciones de inventario y la posibilidad de agrupar o ejecutar individualmente las actividades de mantenimiento. Además, se analiza el uso de las ventanas de flexibilidad mediante métricas específicas y representaciones visuales, como las cartas Gantt, que permiten interpretar con claridad la planificación resultante de los mantenimientos.

El *Modelo Propuesto* se implementa en el lenguaje de programación Python utilizando la librería Pyomo y se resuelve mediante el solver Gurobi. Los resultados muestran mejoras significativas al aplicar el *Modelo Propuesto*: el uso acumulado de inventario en el tiempo se reduce de 58.132 a 2.502 [unidades], y el inventario en exceso disminuye de 133.182 a 0 [unidades]. Finalmente, se realiza un análisis de sensibilidad mediante distintos casos sobre parámetros clave del sistema, como la tasa de producción del equipo aguas arriba, la capacidad del buffer, el inventario inicial y la tolerancia de flexibilidad. Estos análisis permiten validar la

robustez del modelo y su comportamiento en diferentes escenarios.



ABSTRACT

This work presents a deterministic optimisation model for the cyclical preventive maintenance plan in a production system composed of two pieces of equipment in series, connected through a finite-capacity buffer. The model builds on the approach proposed by [Viveros et al. \[2023\]](#), where flexibility windows are applied to minimise system downtime by generating maintenance grouping schemes. By incorporating a predefined maintenance plan for the downstream machine, the presented model determines the optimal maintenance schedule for the upstream machine through a formulation that allows for both individual and grouped execution of tasks within flexible time windows, considering operational constraints such as variable production rates, inventory levels, and buffer capacity. Two scenarios are compared: a baseline with uncoordinated maintenance plans and a proposed case in which the upstream maintenance is optimised in response to downstream availability. The results show improvements in production efficiency, inventory usage, and system coordination. Flexibility metrics and visual tools, such as Gantt charts, support the analysis. A sensitivity study confirms the robustness of the model under different operational settings.

Índice de Contenidos

1. Introducción	1
2. Objetivos	3
2.1. Objetivo General	3
2.2. Objetivos Específicos	3
3. Marco teórico	4
3.1. ¿Qué es una Falla?:	4
3.1.1. Tasa de Falla:	5
3.2. Mantenimiento:	5
3.2.1. Mantenimiento Correctivo:	6
3.2.2. Mantenimiento Preventivo	6
3.3. Enfoques de modelamiento:	8
3.3.1. Enfoque Determinista:	8
3.3.2. Enfoque Estocástico:	8
3.4. Ventanas de flexibilidad:	9
3.5. Buffers/Stockpiles con capacidad finita:	9
3.6. Programación Lineal:	10
3.7. Herramientas Computacionales:	11
3.7.1. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad	12
3.8. Gestión Moderna del Mantenimiento:	13
4. Estado del Arte	14
4.1. Enfoque determinista:	14
4.1.1. Mena, Viveros, Kristjanpoller, and Miqueles [2021]: An optimization framework for opportunistic planning of preventive maintenance activities	14
4.1.2. Viveros, Miqueles, Mena, Zio, Nikulin, and Aranda [2021b]: A planning strategy for maintenance interventions under complex systems	15
4.1.3. Viveros et al. [2023]: Integrated planning framework for preventive maintenance grouping: A case study for a conveyor system in the Chilean mining industry	15
4.1.4. Viveros, Miqueles, Mena, and Kristjanpoller [2021a]: Opportunistic Strategy for Maintenance Interventions Planning: A Case Study in a Wastewater Treatment Plant	15
4.1.5. Ribeiro, Silveira, and Qassim [2007] Joint optimisation of maintenance and buffer size in a manufacturing system	16
4.1.6. Yang, Loxton, Rohl, and Bui [2023] Long-term maintenance optimization for integrated mining operations	16
4.2. Enfoque estocástico:	17
4.2.1. Kyriakidis and Dimitrakos [2006]: Optimal preventive maintenance of a production system with an intermediate buffer.	17
4.2.2. Karamatsoukis and Kyriakidis [2010]: Optimal maintenance of two stochastically deteriorating machines with an intermediate buffer.	18
4.2.3. Magnanini and Tolio [2020]: Switching-and hedging-point policy for preventive main-tenance with degrading machines: application to a two-machine line.	18

4.2.4.	Leenen, Geurtsen, Adan, and Atan [2024]: Maintenance planning with deterioration by a reinforcement learning approach – a semiconductor simulation study.	19
4.2.5.	Meng, Lin, Xu, and Yin [2024]: Joint optimization of condition-based maintenance policy and buffer capacity for a two-component self-repairable serial system	19
4.2.6.	Gopalakrishnan and Laroque [2016]: Buffer utilization based scheduling of maintenance activities by a shifting priority approach – a simulation study.	20
5.	Metodología	21
5.1.	Metodología	21
5.2.	Definiciones Fundamentales	23
5.2.1.	Caracterización del sistema productivo:	23
5.2.2.	Supuestos	23
5.2.3.	Definición ventanas de flexibilidad:	24
5.2.4.	Definición Conjunto J	24
5.2.4.1.	Construcción de conjuntos J_i^A y J_c^B	25
5.2.5.	Definición agrupamiento factible de actividades de mantenimiento conjuntos N , K y variable $r_{i,j}$:	25
5.2.5.1.	Factibilidad de agrupamiento de subactividades	26
5.2.6.	Cálculo de Conjuntos y parámetros de entrada fundamentales:	27
6.	Modelo de optimización propuesto:	29
6.1.	Modelo de optimización propuesto:	29
6.1.1.	Conjuntos:	30
6.1.2.	Parámetros:	30
6.1.3.	Variables de decisión:	31
6.1.4.	Función Objetivo:	33
6.1.5.	Restricciones:	34
7.	Aplicación Numérica	43
7.1.	Definición de valores de parámetros:	44
7.1.1.	Capacidad Buffer	45
7.1.2.	Constante de Discretización	46
7.1.3.	Costos	47
7.2.	Plan de Mantenimiento Equipo B	48
7.3.	Plan de Mantenimiento Equipo A	50
7.3.1.	Gráficos:	51
7.4.	Análisis de Sensibilidad	59
7.4.1.	Caso 1: Aumento de Inventario Inicial	59
7.4.2.	Caso 2: Aumento de Tasa de producción Equipo A	61
7.4.3.	Caso 3: Relajación del modelamiento: Tasa Equipo B Mayor que Tasa Equipo A	63
7.4.4.	Caso 4: Disminución del parámetro de flexibilidad	65
7.4.5.	Caso 5: Tasas de producción iguales	68
8.	Conclusiones	71
9.	Discusión	72
	Bibliografía	74
A.	Códigos para el cálculo de conjuntos subactividades, tolerancias, tiempos de reparación y solapamientos.	76

B. Código modelo base utilizado para la planificación del equipo B.	79
C. Códigos para la construcción de parámetros de entrada.	84
D. Modelo propuesto	88
D.0.1. Conjuntos:	88
D.0.2. Parámetros:	88
D.0.3. Variables de decisión:	89
D.0.4. Función Objetivo:	91
E. Código modelo propuesto:	95
F. Detalle de planes de mantenimientos	103
F.1. Cartas Gantt - Análisis de Sensibilidad:	108
F.1.1. Caso 1:	108
F.1.2. Caso 2:	109
F.1.3. Caso 3:	110
F.1.4. Caso 4:	111
F.1.5. Caso 5:	112

Índice de Tablas

7.1. Valores de los parámetros principales del modelo.	44
7.2. Parámetros de actividades Equipo B	44
7.3. Parámetros de actividades Equipo A	45
7.4. Costos utilizados - Modelo Propuesto	47
7.5. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>B</i>	48
7.6. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>A</i> - Caso Base Vs Propuesto	56
7.7. Comparación de métricas totales del sistema - Caso Base vs Propuesto	56
7.8. Parámetros - Caso 1	59
7.9. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>A</i> - Caso 1	61
7.10. Comparación de métricas totales del sistema (Equipo A)	61
7.11. Parámetros - Caso 2	61
7.12. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>A</i> - Caso 2	62
7.13. Comparación de métricas totales del sistema – Casos Propuesto y 2	63
7.14. Parámetros - Caso 3	63
7.15. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>A</i> - Caso 3	65
7.16. Comparación de métricas operacionales del Equipo A: Caso Propuesto vs Caso 3	65
7.17. Parámetros del Caso 4: Tolerancia mínima para agrupamiento	66
7.18. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>A</i> - Caso 4	67
7.19. Comparación de métricas operacionales del Equipo A: Caso Propuesto vs Caso 4	68
7.20. Parámetros del Caso 5	68
7.21. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo <i>A</i> - Caso 5	70
7.22. Comparación de métricas operacionales del Equipo A: Caso Propuesto vs Caso 5	70
F.1. Plan de mantenimiento Equipo B	103
F.2. Plan de mantenimiento del Equipo A (Caso Base)	104
F.3. Plan de mantenimiento del Equipo A – Caso Propuesto	104
F.4. Plan de mantenimiento del Caso 1 – Equipo A	105
F.5. Plan de mantenimiento del Equipo A – Caso 2	105
F.6. Plan de mantenimiento del Caso 3 – Equipo A	106
F.7. Plan de mantenimiento del Caso 4 – Equipo A	106
F.8. Plan de mantenimiento del Caso 5 – Equipo A	107

Índice de Figuras

5.1. Sistema Productivo	21
7.1. Carta Gantt Equipo B - Caso Base y Caso Propuesto	48
7.2. Carta Gantt Equipo A - Caso Base	50
7.3. Carta Gantt Equipo A - Caso Propuesto	50
7.4. Inventario - Caso Base	51
7.5. Inventario - Caso Propuesto	51
7.6. Producción - Caso Base	52
7.7. Producción - Caso Propuesto	52
7.8. Demanda Perdida- Caso Base	53
7.9. Demanda Perdida - Caso Propuesto	53
7.10. Exceso de Inventario - Caso Base	54
7.11. Exceso de Inventario - Caso Propuesto	54
7.12. Consumo Equipo B - Caso Base	55
7.13. Consumo Equipo B - Caso Propuesto	55
7.14. Inventario - Caso 1	59
7.15. Producción - Caso 1	60
7.16. Inventario - Caso 2	61
7.17. Producción - Caso 2	62
7.18. Inventario - Caso 3	63
7.19. Producción - Caso 3	64
7.20. Demanda Perdida - Caso 3	64
7.21. Inventario - Caso 4	66
7.22. Producción - Caso 4	66
7.23. Demanda Perdida - Caso 4	67
7.24. Inventario - Caso 5	68
7.25. Consumo Equipo B - Caso 5	69
7.26. Producción - Caso 5	69
7.27. Demanda Perdida - Caso 5	69
F.1. Carta Gantt Equipo A - Caso 1	108
F.2. Carta Gantt Equipo A - Caso 2	109
F.3. Carta Gantt Equipo A - Caso 3	110
F.4. Carta Gantt Equipo A - Caso 4	111
F.5. Carta Gantt Equipo A - Caso 5	112

1 | Introducción

Durante los últimos años, diversos autores han abordado el problema de la gestión del mantenimiento en los sistemas productivos, tanto a nivel de equipos individuales como a nivel sistémico. Esta problemática y necesidad de encontrar maneras de gestionar el mantenimiento óptimo y adecuado se ha visto aumentada, dado que, tal como menciona [Moubray, 1991], la relación entre la vida útil del equipo y su tasa de falla, utilizada en mayor medida durante la segunda generación del mantenimiento, comprendida entre el término de la Segunda Guerra Mundial y la década de los ochenta, es cuestionada en la actualidad. Actualmente, los efectos de los tiempos de parada en los sistemas productivos, debido a fallas aleatorias o mantenimientos programados, son considerados más relevantes, dada la tendencia hacia los sistemas Just-In-Time, caracterizados por una disminución significativa en los niveles de inventario. Además, Moubray [1991] menciona cómo los costos de mantenimiento respecto a los costos globales de las organizaciones siguen aumentando cada vez más.

Ante este escenario, surge la necesidad de rediseñar la gestión del mantenimiento en un contexto más amplio. En línea con lo anterior, autores como Magnanini and Tolio [2020] mencionan que la estrategia de mantenimiento no debe centrarse únicamente en maximizar la confiabilidad de los equipos o en minimizar los costos de mantenimiento, sino que también debería integrarse con la estrategia general de manufactura de la empresa. Por lo tanto, la función del mantenimiento debe considerar no solo los parámetros propios del mantenimiento, como el tiempo hasta la falla, el tiempo de reparación, etc., sino también parámetros y variables de otros recursos, como las máquinas y los buffers, con el fin de alcanzar un óptimo global a nivel del sistema.

Esta mirada integral del mantenimiento ha motivado a diversos autores a proponer enfoques que permiten no solo reducir los costos asociados, sino también mejorar la eficiencia en la gestión de la producción y del inventario dentro de los complejos sistemas productivos. La incorporación de estos elementos logra ampliar el enfoque tradicional y promueve la utilización de modelos más realistas y adaptables a la dinámica actual de las firmas.

Bajo este contexto, en la literatura se evidencia la utilización de buffers, o también llamados stockpiles, como mecanismo utilizado para desacoplar los sistemas productivos en serie, permitiendo que las detenciones por mantenimiento programado o causadas por fallas aleatorias no se propaguen a lo largo de las líneas productivas. A esto, Macchi, Kristjanpoller, Garetti, Arata, and Fumagalli [2012] se menciona que los buffers son capaces de proporcionar continuidad entre dos etapas del proceso productivo gracias a la acumulación de material. Dentro del buffer, el inventario se acumula desde el subsistema anterior y se libera hacia el subsistema siguiente.

Por otra parte, [Viveros, Mena, Zio, and Campos \[2020\]](#), introducen el concepto de ventanas de flexibilidad, utilizadas para generar paquetes de agrupamiento, logrando así la disminución de las paradas del sistema y aprovechando las posibles economías de escala que puedan producirse, optimizando el uso de los recursos disponibles y reduciendo los costos asociados.

A partir de los antecedentes mencionados anteriormente, en este trabajo se propone un modelo de optimización del plan de mantenimiento preventivo cíclico de carácter determinista que busca integrar la utilización de buffers y el uso de ventanas de flexibilidad, basándose fundamentalmente en el modelo propuesto por [Viveros et al. \[2023\]](#), con el objetivo de ofrecer una visión unificada e integral entre la planificación del mantenimiento y la productividad del sistema, tal como mencionan [Magnanini and Tolio \[2020\]](#). La incorporación de las ventanas de flexibilidad en este contexto permite adelantar o retrasar actividades de mantenimiento programado según las condiciones operativas, considerando tanto ejecuciones agrupadas, que buscan reducir las detenciones del sistema, como ejecuciones individuales, que se adaptan de manera dinámica a la demanda y a la disponibilidad del sistema.

Tal como se menciona, el enfoque propuesto en este trabajo se alinea con la visión integral y sistémica del mantenimiento, al permitir una mayor coordinación entre tareas, mejorar la planificación operativa y reforzar la programación del mantenimiento. El uso de este tipo de modelos de carácter integral permitiría a las industrias obtener ventajas competitivas. Tal como menciona [Thomas \[2018\]](#), los entornos de manufactura se encuentran en constante cambio debido al rápido desarrollo de nuevas tecnologías y estándares. Las empresas buscan crear ventajas competitivas utilizando su conocimiento, habilidades, cadenas de suministro y procesos para fabricar productos superiores a precios más bajos. En un entorno tan competitivo, los métodos de mantenimiento eficientes pueden significar la diferencia entre una empresa próspera y rentable y otra que pierde dinero y ventas.

2 | Objetivos

1. 2.1 Objetivo General

- El objetivo general de este trabajo es el desarrollo de un modelo con enfoque determinista para la planificación del mantenimiento preventivo en un sistema productivo de dos equipos interconectados mediante un buffer de capacidad limitada, con el propósito de minimizar costos relacionados con la demanda no satisfecha, la producción y la gestión de inventario. Para ello, el modelo integra de manera conjunta el uso de ventanas de flexibilidad y la gestión del buffer, permitiendo la ejecución de las actividades de mantenimiento de forma agrupada o individual según las condiciones operativas del sistema.

2. 2.2 Objetivos Específicos

- Definir los conceptos fundamentales que permiten caracterizar la problemática, junto con los recursos utilizados desde el trabajo de [Viveros et al. \[2023\]](#).
- Identificar y describir distintos trabajos previos relacionados con la problemática, incluyendo sus enfoques metodológicos y formas de resolución.
- Describir el sistema en estudio, junto con la metodología a implementar.
- Formular un modelo determinista de optimización lineal, entera y mixta (MILP) que integre de manera coordinada el uso de buffers y ventanas de flexibilidad, permitiendo ejecuciones agrupadas o individuales de mantenimiento.
- Implementar computacionalmente el modelo utilizando *Python*, haciendo uso de las librerías *Pyomo* y del solver *Gurobi*, detallando la lógica de programación y las herramientas empleadas.
- Definir y caracterizar un *Caso Base*, con el fin de comparar su desempeño frente al *Modelo Propuesto* en este trabajo. Junto con realizar un *Análisis de Sensibilidad por Casos* sobre parámetros clave del sistema, evaluando el impacto de sus variaciones en las decisiones y resultados del *Modelo Propuesto*.

3 | Marco teórico

La complejidad de la gestión del mantenimiento demanda una definición clara de conceptos fundamentales, los cuales son esenciales para caracterizar adecuadamente el problema abordado en este trabajo, estableciendo una base para su formulación y análisis subsiguiente.

■ 3.1 ¿Qué es una Falla?:

[Moubray \[1991\]](#) define una falla como la incapacidad de cualquier activo de hacer aquello que sus usuarios quieren que haga. A su vez, [Crespo Márquez \[2007\]](#) define una falla como la finalización de la capacidad de un equipo para realizar una función requerida, la cual define como una función o combinación de funciones consideradas necesarias para que el equipo proporcione un determinado servicio.

Adicionalmente, [Crespo Márquez \[2007\]](#) hace mención sobre la probabilidad de ocurrencia de una falla puede incrementarse con:

- **Transcurso del tiempo:** Se refiere a la falla por envejecimiento que ocurre sin relación con el tiempo de funcionamiento del equipo. El envejecimiento se describe como un proceso físico que altera las propiedades físicas y/o químicas del material del que está compuesto el equipo.
- **Tiempo de operación del equipo:** Está vinculado al número de operaciones o esfuerzos aplicados, tratándose de una falla por desgaste. Este desgaste se considera un fenómeno físico que provoca pérdida, daño o deformación del material que forma el equipo.

En relación con lo anterior, [Stegmaier and Kristjanpoller \[2019\]](#) hacen referencia a que las fallas pueden ser clasificadas como:

- **Fallos espontáneos:** Se definen por la incapacidad de activar un sistema de mantenimiento condicional, como en el caso de la ruptura imprevista de una pieza mecánica o del cortocircuito en un sistema eléctrico o electrónico.
- **Fallas por desgaste:** Se distinguen por permitir observar el progreso de la degradación del componente, como en fenómenos de desgaste mecánico, por ejemplo: incremento de fricción, o resistencia creciente en sistemas eléctricos o electrónicos, siendo posible establecer políticas de mantenimiento preventivo o condicional.

- **3.1.1. Tasa de Falla:**

Esta última clasificación de falla por desgaste posibilita la utilización del concepto de tasa de falla. [Stegmaier and Kristjanpoller \[2019\]](#) definen este concepto como al elemento con el cual es posible cuantificar la aparición de fallas, es denotado por $\lambda(t)$, y se define como la probabilidad de tener una falla del sistema o del elemento entre los instantes t y $t + \Delta t$, a condición de que el sistema haya sobrevivido hasta el tiempo t .

- **3.2 Mantenimiento:**

Teniendo claros los conceptos fundamentales relacionados con el término de falla, es posible introducir los diversos enfoques con los que se busca abordar o prevenir tales sucesos. [Crespo Márquez \[2007\]](#) describe el mantenimiento como un conjunto de acciones que se ejecutan de forma combinada, que tienen el objetivo de mantener un elemento en un estado óptimo, o bien recuperarlo a un estado en el que pueda desempeñar la función necesaria para que dicho elemento preste un servicio específico. Por otro lado, [Moubray \[1991\]](#) define el mantenimiento como el esfuerzo por garantizar que los activos físicos sigan cumpliendo las funciones esperadas por los usuarios. Asimismo, [Hardt, Kotyrba, Volná, and Jarušek \[2021\]](#) señalan que el objetivo principal del mantenimiento radica en asegurar que los equipos de producción y otros dispositivos permanezcan operativos, junto con prevenir o mitigar las interrupciones provocadas por fallas. Estas interrupciones pueden implicar costos financieros imprevistos, ya sea por la necesidad de reparación o por la detención de los planes productivos.

Una característica fundamental del mantenimiento es que constituye una respuesta provocada por una falla o una posible falla en un equipo, la cual puede tener como consecuencia costos asociados, como por ejemplo, productos defectuosos o detenciones innecesarias de la línea de producción que desencadenan demanda perdida o tiempos muertos. [Moubray \[1991\]](#) menciona que las consecuencias son el aspecto que más influye en el intento de prevenir cada falla. En otras palabras, si una falla tiene serias consecuencias, se hará un gran esfuerzo para intentar evitarla. Por lo que, la razón principal que motiva la realización de cualquier tipo de mantenimiento proactivo no es evitar las fallas, sino evitar las consecuencias negativas de ésta.

Esta respuesta a la falla puede ser generada de manera anticipada (a priori) o posterior a su ocurrencia (a posteriori). En base a lo anterior, es que se realiza una clasificación del mantenimiento:

• 3.2.1. Mantenimiento Correctivo:

Es la estrategia más primitiva, también conocido como "funcionar hasta fallar", que consiste en reemplazar o reparar una pieza solo cuando está dañada y el equipo no puede operar sin una intervención por mantenimiento [Nunes, Santos, and Rocha, 2023]. Según Crespo Márquez [2007] el mantenimiento correctivo es el mantenimiento realizado después de que ha ocurrido una falla, con el objetivo de restablecer el equipo a un estado en el que pueda cumplir su función requerida originalmente. El mantenimiento correctivo puede ser clasificado como inmediato o diferido:

- Mantenimiento inmediato: Mantenimiento que se realiza sin demora una vez ocurrida la falla.
- Mantenimiento diferido: Mantenimiento que no se realiza de forma inmediata tras la falla, sino que se pospone de acuerdo a ciertas reglas de mantenimiento preestablecidas.

■ 3.2.2. Mantenimiento Preventivo

Dado el elevado coste económico que conllevan las interrupciones imprevistas en las líneas productivas, el mantenimiento correctivo ha evolucionado hacia métodos más proactivos. El primero en establecerse ha sido el mantenimiento preventivo, el cual se basa en la realización de inspecciones regulares por parte de técnicos especializados y en la sustitución de componentes antes de que ocurra una falla. Estas sustituciones se efectúan a intervalos de tiempo establecidos o luego de un número determinado de ciclos de operación, generalmente estipulados por el fabricante del componente. Sin embargo, esta práctica puede llevar a reemplazos de partes de forma prematura o tardía [Nunes et al., 2023].

Según Crespo Márquez [2007], el mantenimiento preventivo se define como aquel que se realiza en intervalos específicos o en función de ciertos criterios operacionales, con el objetivo de reducir la probabilidad de una falla potencial o la degradación futura del rendimiento del equipo. En esta línea, Hardt et al. [2021] señalan que el mantenimiento preventivo en la industria sigue siendo una de las medidas más fundamentales para evitar fallas accidentales en maquinaria, a través de la reparación o el reemplazo de componentes desgastados. Sin embargo, decidir cuándo y dónde implementarlo es una tarea compleja, dada la naturaleza intrínsecamente estocástica y compleja del entorno industrial en el que se aplica.

El mantenimiento preventivo puede ser clasificado en las siguientes categorías:

- Mantenimiento predeterminado: Mantenimiento preventivo realizado de acuerdo con intervalos establecidos de tiempo o número de unidades de uso (es decir, mantenimiento programado o cíclico), pero sin una investigación previa del estado del elemento.
- Mantenimiento basado en condición: Mantenimiento preventivo basado en el monitoreo del desempeño y/o de parámetros del equipo. Dentro del mantenimiento basado en condición se incluye el mantenimiento predictivo, que se define de la siguiente manera:
 - Mantenimiento predictivo: Mantenimiento basado en condición, realizado a partir de un pronóstico derivado del análisis y evaluación del estado del equipo a través del tiempo.

El mantenimiento preventivo y el correctivo se distinguen notablemente tanto en sus definiciones como en las consecuencias asociadas a su aplicación. Un aspecto fundamental del mantenimiento preventivo, son las paradas del equipo, las cuales son planificadas con antelación y se gestionan de manera controlada. Esto permite prever la demanda de repuestos, la disponibilidad de personal técnico, y los tiempos aproximados para llevar a cabo la intervención, entre otros factores relevantes. Además, se facilita la coordinación y organización del mantenimiento con otras actividades similares, de modo que se minimice el tiempo de inactividad. En contraste, el mantenimiento correctivo se implementa como una respuesta reactiva ante el surgimiento de fallas imprevistas. Esta situación puede ocasionar un aumento en los costos debido a la incertidumbre en cuanto a la disponibilidad de repuestos, la asignación del personal necesario, o la urgencia para diagnosticar la falla en tiempo real. Como consecuencia, el periodo de inactividad se ve incrementado, el cual es igualmente incierto y puede resultar en pérdidas económicas considerables.

■ 3.3 Enfoques de modelamiento:

• 3.3.1. Enfoque Determinista:

El enfoque determinista considera que todos los parámetros del sistema, tales como la duración de las tareas, la frecuencia de las intervenciones, la demanda del sistema o la capacidad productiva, se conocen con absoluta certeza y de antemano. Es por ello que, no se incluyen fallas aleatorias ni el desgaste por uso, lo que da lugar a un modelo que es basado en una realidad utópica predecible. A través de técnicas como la programación lineal entera mixta (MILP), se persigue la optimización de la planificación del mantenimiento con el objetivo de reducir la indisponibilidad de los equipos o minimizar los costos asociados. Si bien este enfoque no capta el dinamismo realista de los sistemas productivos, proporciona una base sólida para la gestión del mantenimiento y ofrece además una menor complejidad en los cálculos computacionales.

• 3.3.2. Enfoque Estocástico:

El enfoque estocástico, en términos generales, se distingue por la incorporación de la incertidumbre característica al comportamiento de los sistemas productivos. Esto es logrado mediante la consideración de elementos aleatorios, tales como la aparición de fallas inesperadas, la variabilidad en la duración del mantenimiento, o la disponibilidad fluctuante de repuestos, así como los cambios posibles en la demanda. Este planteamiento modela la evolución de los sistemas a través de procesos probabilísticos de alta complejidad, como son las cadenas de Markov, las simulaciones de MonteCarlo o diversas MetaHeurísticas. Gracias a estas técnicas, es posible desarrollar políticas dinámicas de mantenimiento. Sin embargo, aunque estos modelos tienen como objetivo reflejar fielmente la operativa real de los equipos, la complejidad matemática y computacional de dichos modelos es considerable, requiriendo amplias bases de datos para su aplicación.

■ 3.4 Ventanas de flexibilidad:

Las ventanas de flexibilidad, según [Viveros et al. \[2020\]](#), corresponden a un intervalo de tiempo en torno a la fecha de ejecución ideal de una actividad de mantenimiento preventivo, dentro del cual esta puede ser programada. El uso de esta flexibilidad permite adelantar o retrasar las tareas, incorporando penalizaciones asociadas a dichas desviaciones respecto al momento originalmente planificado.

De forma matemática, esta definición puede ser planteada como: Sea t_i la fecha objetivo de ejecución de una tarea de mantenimiento preventivo i . Se define una ventana de flexibilidad como el intervalo de tiempo en el cual la tarea puede ser programada, permitiendo adelantos y retrasos respecto a t_i , de acuerdo con márgenes δ_i^- (adelanto máximo) y δ_i^+ (retraso máximo). Por lo que, el tiempo de inicio t_i^s de dicha actividad i se define como:

$$t_i^s \in [T_i - \delta_i^-, T_i + \delta_i^+] \quad (3.1)$$

■ 3.5 Buffers/Stockpiles con capacidad finita:

Dentro del contexto de los sistemas productivos, los buffers son utilizados con la finalidad de generar desacoplamiento o independencia entre procesos o equipos conectados en serie, dado que permiten almacenar producto en proceso proveniente de etapas anteriores (aguas arriba) y abastecer a las etapas posteriores (aguas abajo), asegurando así la continuidad operativa ante posibles fallas en alguna de las dos secciones [[Macchi et al., 2012](#)].

Por ejemplo, si es que la falla se produce aguas arriba, el buffer puede permitir la continuidad operativa abasteciendo aguas abajo. En cambio, si es que la falla se produce aguas abajo, el buffer puede almacenar la producción generada aguas arriba. Por ello, resulta fundamental una adecuada utilización de los buffers y una correcta determinación de su capacidad.

Conforme a lo mencionado en [[Moldstock, 2025](#)], un buffer gestionado de manera eficiente puede ofrecer una amplia gama de ventajas tanto operativas como estratégicas para una organización. Destacan entre las ventajas más significativas:

1. Garantiza la continuidad operativa: La implementación de un buffer permite mitigar los efectos negativos de interrupciones tales como fallos en los equipos operativos o demoras en las entregas por parte de los proveedores, asegurando de este modo la continuidad y la fluidez en el proceso de la cadena de suministro.
2. Incrementa la capacidad de respuesta: Al contar con un almacén intermediario, la organización está en posición de responder de manera expedita a las oscilaciones

en la demanda, evitando así la pérdida de potenciales oportunidades de negocio y elevando la satisfacción del cliente al encontrar sus necesidades adecuadamente atendidas.

3. Optimización de los costos: En el largo plazo, esta estrategia contribuye a la reducción de costos asociados con paradas en la producción, así como con las penalizaciones derivadas de entregas tardías.

■ 3.6 Programación Lineal:

La programación lineal es una herramienta ampliamente empleada en la investigación de operaciones, principalmente por su capacidad para resolver problemas de optimización. Esta técnica no solo es muy eficaz, sino también altamente adaptable, y es utilizada en diversos campos, como la agricultura, la industria, el transporte, la economía, la salud, las ciencias sociales y el sector militar. Una de sus principales beneficios es su capacidad para resolver modelos altamente complejos, incluso aquellos con miles de variables y restricciones, de manera eficaz. De hecho, su destacada eficiencia lo convierte en un pilar para muchas otras técnicas en el campo, como la programación entera, la programación estocástica y la programación no lineal [Taha, 2004].

Un modelo de programación lineal, como cualquier modelo de optimización, parte de tres elementos fundamentales:

1. Variables de decisión: Representan las alternativas entre las que se puede elegir.
2. Función objetivo: Define aquello que se busca optimizar (ya sea maximizar una ganancia o minimizar un costo).
3. Restricciones: Reflejan las limitaciones o condiciones que deben cumplirse.

El modelo resultante permite encontrar soluciones factibles, es decir, que cumplen todas las condiciones impuestas. Entre todas ellas, la solución óptima es aquella que logra el mejor resultado posible de acuerdo con la función objetivo.

Ahora bien, aunque la programación lineal es una técnica clave, no es la única. Existen otros enfoques como la programación dinámica, la programación de redes o la programación no lineal, que se utilizan dependiendo del tipo de problema. Un aspecto importante de estas técnicas es que, en su mayoría, no entregan soluciones en forma de fórmulas cerradas. En lugar de eso, se emplean algoritmos que funcionan de manera iterativa, es decir, van mejorando la solución paso a paso. Es por ello que se debe considerar que no todos los modelos pueden resolverse con exactitud. Cuando esto ocurre, se recurre a métodos más simples y rápidos llamados heurísticas que, si bien no garantizan la mejor solución posible, ofrecen respuestas razonables en tiempos aceptables [Taha, 2004].

■ 3.7 Herramientas Computacionales:

1. Pyomo: Pyomo es un entorno de modelado algebraico que ha sido desarrollado en el lenguaje de programación Python. Este entorno está diseñado para permitir la formulación, análisis, y resolución de una amplia variedad de problemas de optimización, que incluyen modelos lineales, de programación entera, de programación entera mixta, no lineales, y estocásticos. Una de las ventajas más notables de Pyomo es su capacidad para integrarse con facilidad a una gama extensa de solvers tanto comerciales como de código abierto, tales como Gurobi, CPLEX, GLPK y CBC. Debido a su versatilidad y potencia, Pyomo se ha establecido como una herramienta indispensable en el campo de la investigación operativa moderna. Es ampliamente utilizado en numerosos campos, incluyendo logística, energía, producción, y planificación de mantenimiento, ya que facilita el desarrollo de modelos complejos de una manera estructurada y reproducible [Hart, Watson, and Woodruff, 2011].
2. Gurobi: *Gurobi* es un solver de optimización matemática que se destaca por su alto rendimiento, convirtiéndose en uno de los más veloces y eficientes a nivel mundial. Este software ofrece la capacidad de resolver una gran variedad de modelos, tales como programación lineal, programación entera, programación entera mixta, programación cuadrática, y programación cuadrática entera, entre otras. *Gurobi* es especialmente conocido por su rapidez, capacidad de escalabilidad y habilidad para manejar grandes cantidades de variables y restricciones, características que lo hacen ideal para aplicaciones industriales complejas. Además, *Gurobi* proporciona interfaces compatibles con varios lenguajes de programación, incluidos Python, C++, y Java, y ofrece herramientas avanzadas para análisis de sensibilidad, solución de escenarios múltiples, y un control detallado sobre los parámetros del solver. Es usado con frecuencia en sectores críticos como finanzas, telecomunicaciones, energía, transporte, y manufactura, donde la optimización minuciosa es crucial para sustentar decisiones estratégicas [Gurobi Optimization, 2024].

En este trabajo en particular, en la resolución numérica se utiliza *Gurobi Optimizer version 11.0.2*, la cual es capaz de resolver problemas de programación no lineales no convexos entregando soluciones globales. [Gurobi Optimization, 2023]

■ 3.7.1. Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad

A continuación se definen los principales indicadores de desempeño diseñados para cuantificar el comportamiento del sistema con respecto al uso de ventanas de flexibilidad; estos indicadores son extraídos del trabajo desarrollado por [Cárdenas, 2022]. Estos indicadores son utilizados constantemente para evaluar los diferentes casos desarrollados y analizados en este trabajo.

1. Unavailability: Proporción del tiempo total en que el sistema estuvo inactivo respecto al horizonte de planificación.
2. Average Brought Forward: Promedio del adelanto (inicio antes del ideal), normalizado según la tolerancia permitida.
3. Average Delay: Promedio del retraso (inicio después del ideal), normalizado según la tolerancia permitida.
4. Brought Forward Frequency: Porcentaje de actividades que se adelantaron respecto al total.
5. Delay Frequency: Porcentaje de actividades que se retrasaron respecto al total.
6. Conservative Executions: Porcentaje de actividades que comenzaron exactamente en su punto ideal.

Se definen matemáticamente los indicadores mencionados:

$$T_{inac} = \sum_{(i,j) \in \text{Actividades}} d_{ij} \quad (3.2)$$

$$\text{Unavailability} = \frac{T_{inac}}{T} \quad (3.3)$$

$$\text{Average Brought Forward} = \frac{1}{|\mathcal{A}|} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} \frac{t_{ij}^{\text{ideal}} - t_{ij}^{\text{real}}}{e \cdot T_i} \quad (3.4)$$

$$\text{Average Delay} = \frac{1}{|\mathcal{D}|} \sum_{(i,j) \in \mathcal{D}} \frac{t_{ij}^{\text{real}} - t_{ij}^{\text{ideal}}}{e \cdot T_i} \quad (3.5)$$

$$\text{Brought Forward Frequency} = \frac{|\mathcal{A}|}{|\text{Actividades}|} \quad (3.6)$$

$$\text{Delay Frequency} = \frac{|\mathcal{D}|}{|\text{Actividades}|} \quad (3.7)$$

$$\text{Conservative Executions} = \frac{|\mathcal{J}|}{|\text{Actividades}|} \quad (3.8)$$

Donde:

- d_{ij} : Duración de la inactividad de la actividad (i, j) .
- T : Horizonte total de planificación.
- \mathcal{A} : Conjunto de actividades adelantadas.
- \mathcal{D} : Conjunto de actividades retrasadas.
- \mathcal{J} : Conjunto de actividades puntuales (sin desplazamiento).
- T_i : Periodicidad o ciclo de la actividad i .
- e : Tolerancia relativa como fracción de T_i .
- t_{ij}^{real} : Tiempo real de inicio de la actividad (i, j) .
- t_{ij}^{ideal} : Tiempo ideal de inicio de la actividad (i, j) .

■ 3.8 Gestión Moderna del Mantenimiento:

Pese a los grandes avances actuales generados en el ámbito del mantenimiento predictivo, facilitados por innovaciones tecnológicas como el análisis masivo de datos y técnicas de aprendizaje automático, su aplicación efectiva en diferentes sectores industriales aún permanece en etapas tempranas. Los problemas relacionados con la recopilación de datos precisos, la compleja integración de sistemas y las dificultades técnicas inherentes generan barreras significativas para hacer viable su adopción a gran escala [Nunes et al., 2023]. Por otro lado, el mantenimiento preventivo sigue siendo un componente esencial en la gestión de activos, debido a su solidez técnica, costos significativamente bajos y su integración dentro de prácticas bien establecidas como el Mantenimiento Productivo Total (TPM). Es relevante destacar que, esta metodología ha avanzado mediante la incorporación de herramientas digitales novedosas, manteniendo su importancia como elemento clave en las estrategias de mantenimiento estructuradas a través del tiempo [Hardt et al., 2021].

Por lo tanto, pese a que el mantenimiento predictivo tiene un potencial considerable, en el estado actual sirve principalmente como un complemento al mantenimiento preventivo. Se están desarrollando estrategias híbridas que integran tanto una planificación proactiva como habilidades de pronóstico, con el objetivo de aumentar al máximo la disponibilidad de los activos y optimizar los costos asociados a las intervenciones por mantenimiento [Nunes et al., 2023].

4 | Estado del Arte

En los últimos años, una variedad de estrategias y metodologías han sido presentadas en la literatura especializada en mantenimiento. Estas iniciativas han emergido con el propósito fundamental de mejorar no solo la planificación, sino también la gestión integral del mantenimiento. El objetivo es no solo ejecutar las actividades programadas de manera más eficiente, sino también lograr una coordinación más estrecha con los objetivos operacionales generales de las organizaciones. Para alcanzar estos objetivos, se han desarrollado y aplicado diversos modelos matemáticos, junto con herramientas analíticas que permiten representar de una manera más precisa y realista la compleja y dinámica naturaleza de los sistemas productivos actuales. Al integrar técnicas de programación matemática, simulación y análisis de datos históricos, estas metodologías facilitan decisiones que son más informadas, robustas y adaptadas a las condiciones reales de operación. Dentro de este vasto campo de investigación, es posible distinguir dos enfoques principales que orientan el desarrollo de los modelos:

- **Enfoque Determinista**
- **Enfoque Estocástico**

1. 4.1 Enfoque determinista:

- **4.1.1. [Mena et al. \[2021\]](#): An optimization framework for opportunistic planning of preventive maintenance activities**

[Mena et al. \[2021\]](#) presenta un modelo de optimización diseñado para la planificación del mantenimiento preventivo cíclico a mediano plazo en sola máquina. Este modelo introduce y utiliza el concepto de ventanas de flexibilidad para generar paquetes de agrupamientos de actividades de mantenimiento con el objetivo principal de minimizar el número total de paradas del equipo.

El modelo ofrece una formulación matemática basada en la programación lineal entera mixta aplicada en tiempo continuo. Un aspecto del modelo es que no considera explícitamente la duración de las tareas de mantenimiento; su objetivo se centra únicamente en la toma de decisiones relacionadas con el agrupamiento de actividades y su programación, tomando en cuenta las tolerancias de ejecución pertinentes.

- **4.1.2. [Viveros et al. \[2021b\]](#): A planning strategy for maintenance interventions under complex systems**

El trabajo de [Viveros et al. \[2021b\]](#) propone un modelo de programación lineal entera mixta. El modelo presentado se aplica sobre un horizonte de planificación definido, en el cual se programan las actividades de mantenimiento preventivo de naturaleza cíclica de un equipo, cada una con su respectiva periodicidad. Mediante el uso del concepto de ventanas de flexibilidad, se busca ajustar temporalmente las actividades de mantenimiento mediante el adelantamiento o retraso de estas generando paquetes de agrupamiento, con el objetivo de poder disminuir las detenciones del equipo, como también aprovechar las posibles reducciones en los costos de mantenimiento por economías de escala que se pueden generar por el uso compartido de recursos entre las actividades participantes de los grupos de mantenimiento.

En el estudio, se logra una reducción del 39 % en las paradas del sistema productivo. Estos resultados evidencian la efectividad del enfoque para aumentar la disponibilidad del equipo. Sin embargo, este modelo no considera las fallas aleatorias que pueden ocurrir en el sistema ni tampoco el uso de mantenimiento correctivo; además, considera que las reparaciones efectuadas son perfectas, donde el equipo vuelve a un estado “Good as new” luego de una reparación. No considera los desgastes de los equipos en el tiempo, ni restricciones de recursos.

- **4.1.3. [Viveros et al. \[2023\]](#): Integrated planning framework for preventive maintenance grouping: A case study for a conveyor system in the Chilean mining industry**

En [[Viveros et al., 2023](#)] se utiliza el modelo mencionado anteriormente [[Viveros et al., 2021b](#)] aplicado a un caso de estudio de una correa de transporte utilizada en la industria minera del cobre en Chile, demostrando que el método de agrupamiento de actividades de mantenimiento preventivo, mediante el uso de ventanas de tiempo, logra disminuir la indisponibilidad del sistema en un 35 %.

- **4.1.4. [Viveros et al. \[2021a\]](#): Opportunistic Strategy for Maintenance Interventions Planning: A Case Study in a Wastewater Treatment Plant**

En [[Viveros et al., 2021a](#)] se puede evidenciar el uso del modelo [[Viveros et al., 2021b](#)] aplicado a una planta de tratamiento de agua, logrando una reducción de un 26 % en la indisponibilidad.

- **4.1.5. Ribeiro et al. [2007] Joint optimisation of maintenance and buffer size in a manufacturing system**

Ribeiro et al. [2007] presenta un modelo de optimización determinista que busca maximizar el beneficio económico de un sistema compuesto por dos equipos en serie interconectados mediante un buffer con capacidad finita. El equipo aguas arriba es considerado como no crítico y se somete a mantenimiento basado en el tiempo, mientras que el proceso aguas abajo se considera como crítico, el cual se deteriora con el tiempo; por lo cual se encuentra sometido a un mantenimiento preventivo basado en condición. El sistema se modela mediante un horizonte de planificación discreto, en los cuales, se toman decisiones de producción, mantenimiento, inventario y deterioro. La disponibilidad del sistema se ve afectada por las decisiones de mantenimiento que se lleven a cabo a ambos equipos, lo que a su vez influye en el flujo de producción y en el estado de inventario del buffer. Adicionalmente, se considera la producción de múltiples productos, cada uno con parámetros específicos de tiempo de procesamiento, tasa de beneficio y demandas.

- **4.1.6. Yang et al. [2023] Long-term maintenance optimization for integrated mining operations**

Yang et al. [2023] aborda un problema de planificación óptima de actividades de mantenimiento específicamente aplicado en la industria de la minería. El objetivo principal es la maximización de la salida de producto del sistema durante un determinado periodo de planificación, considerando limitaciones operativas impuestas por las paradas de mantenimiento programadas. La planificación de mantenimiento en este contexto, enfrenta desafíos como la interdependencia de activos, la necesidad de coordinar múltiples tipos de mantenimiento, restricciones de simultaneidad, los efectos en los niveles de inventario y las condiciones de transporte. Para modelar el sistema, los autores proponen una estructura de red con nodos y arcos, donde los nodos representan instalaciones (como plantas o puntos de transferencia) y los arcos representan flujos de material, integrando además los buffers como nodos de almacenamiento con capacidades máximas y penalizaciones por sobrestock.

La formulación matemática se establece como un modelo de programación lineal entera mixta. Las variables incluyen decisiones binarias sobre los tiempos de inicio de cada tarea de mantenimiento, el flujo de material entre nodos en cada período y los niveles de inventario en el buffer. El modelo logra generar planes de mantenimiento que respetan las restricciones operacionales y que maximizan la salida de producto total del sistema, mientras controlan los niveles de stock. Además, el estudio demuestra que una planificación conjunta de todos los activos a nivel de red tiene ventajas claras respecto a enfoques desagregados que abordan el mantenimiento de forma aislada por planta o subsistema.

2. 4.2 Enfoque estocástico:

- **4.2.1. Kyriakidis and Dimitrakos [2006]: Optimal preventive maintenance of a production system with an intermediate buffer.**

El modelo propuesto por [Kyriakidis and Dimitrakos \[2006\]](#) analiza un sistema de producción compuesto por dos procesos en serie interconectados mediante un buffer de capacidad finita. El proceso aguas arriba, responsable de suministrar materia prima al proceso aguas abajo, opera a una tasa de producción superior, lo que permite la acumulación de inventario en el buffer. Adicionalmente, el proceso aguas arriba está sujeto a fallas aleatorias y a un proceso de deterioro progresivo con el paso del tiempo. El estado del sistema se define mediante la condición de deterioro de la instalación, su edad y el nivel de inventario del buffer. Por otro lado, el proceso aguas abajo es considerado como perfectamente confiable.

Una de las principales características del modelamiento es que durante los estados operativos, es posible aplicar mantenimiento preventivo o no, mientras que, al alcanzar el estado de falla, se debe realizar obligatoriamente mantenimiento correctivo. Ambos tipos de mantenimiento restauran la instalación a su estado original ("Good As New") y sus tiempos de ejecución se modelan mediante distribuciones geométricas. Además, durante cualquier actividad de mantenimiento (preventiva o correctiva), el suministro de materia prima al buffer se interrumpe, lo cual puede provocar escasez en el proceso; cabe destacar que si el buffer alcanza su máxima capacidad el proceso aguas arriba adapta su tasa de producción, disminuyéndola al mismo valor que la tasa del proceso aguas abajo. El deterioro del sistema es no estacionario: las probabilidades de transición entre estados de deterioro dependen tanto del estado actual como de la edad de la instalación, lo que refleja una mayor precisión en la representación del desgaste real.

La función objetivo del modelo consiste en minimizar el costo promedio a largo plazo por unidad de tiempo, considerando diversos componentes: costos de mantenimiento preventivo y correctivo (dependientes de la edad del equipo), costos de operación, costos de almacenamiento en el buffer y penalizaciones por demanda insatisfecha cuando el buffer se vacía y el proceso aguas abajo se ve obligado a detenerse.

Otra de las principales características del modelo es la utilización de una estrategia de "control-limit", es decir, una política basada en umbrales de control. Esto significa que, para un nivel dado de contenido del buffer y un grado de deterioro fijo, es óptimo realizar mantenimiento preventivo.

- **4.2.2. [Karamatsoukis and Kyriakidis \[2010\]](#): Optimal maintenance of two stochastically deteriorating machines with an intermediate buffer.**

[Karamatsoukis and Kyriakidis \[2010\]](#) proponen un modelo para un sistema compuesto por dos procesos en serie que se encuentran conectados mediante un buffer finito, donde el proceso aguas arriba tiene una tasa de producción mayor al proceso aguas abajo; además, ambos se encuentran bajo procesos de deterioro independientes. Dado lo anterior, es que estos sistemas pueden pasar por diferentes niveles de deterioro hasta llegar a condiciones de inoperatividad donde obligatoriamente se efectúa mantenimiento correctivo. Sin embargo, si las condiciones de los equipos permiten la operatividad, se puede realizar mantenimiento preventivo. Ambos mantenimientos dejan a los equipos en condición “Good As New” y sus tiempos de ejecución se encuentran distribuidos geoméricamente.

El estado del sistema se describe por el deterioro de ambas máquinas y el contenido del buffer. A su vez, se utiliza un modelo de decisión de tipo Markov en tiempo discreto. La función objetivo busca minimizar el costo promedio esperado por unidad de tiempo, considerando una estructura de costos que incluye los gastos asociados al mantenimiento (tanto preventivo como correctivo), los costos de operación que dependen del nivel de deterioro de las máquinas, los costos por almacenamiento de productos en el buffer y los costos por pérdida de producción (o de demanda perdida) cuando el sistema se encuentra indisponible.

- **4.2.3. [Magnanini and Tolio \[2020\]](#): Switching-and hedging-point policy for preventive maintenance with degrading machines: application to a two-machine line.**

En el trabajo propuesto por [Magnanini and Tolio \[2020\]](#) se estudia un sistema conformado por dos procesos en serie interconectados mediante un buffer de capacidad infinita. Siguiendo el enfoque similar al presentado por [Karamatsoukis and Kyriakidis \[2010\]](#), se adopta una estrategia de control tipo Control-Limit. En particular, se introducen dos conceptos clave: Switching Points y Heading Points. Los Switching Points determinan el nivel de inventario del buffer y el estado de degradación del proceso a partir del cual debe activarse el mantenimiento preventivo. En tanto, los Heading Points definen el nivel de inventario y el estado del proceso en el que resulta conveniente reducir la tasa de producción del proceso más rápido.

El modelo se resuelve mediante cadenas de Markov, considerando costos asociados al mantenimiento preventivo, correctivo, por mantención de inventario en el buffer y a la pérdida de producción.

Finalmente, el estudio enfatiza que el mantenimiento y la producción suelen ser

gestionados de forma separada tanto en el ámbito industrial como en la literatura, lo que puede limitar el desempeño global del sistema. Se propone, en cambio, un enfoque integrado que considere ambos aspectos de manera conjunta, con el objetivo de mejorar la disponibilidad de los procesos y garantizar el cumplimiento de los objetivos de producción.

- **4.2.4. [Leenen et al. \[2024\]](#): Maintenance planning with deterioration by a reinforcement learning approach – a semiconductor simulation study.**

En el trabajo de [Leenen et al. \[2024\]](#) se propone una metodología basada en Reinforcement Learning para optimizar la planificación del mantenimiento. Bajo este contexto es que se considera un sistema de dos máquinas en serie con un buffer intermedio el cual permite cierto desacoplamiento operativo; por otro lado, se considera que la calidad de los productos producidos se deteriora a medida que aumenta la cantidad de veces o ciclos en los cuales no se realiza mantenimiento a la máquina aguas abajo, la cual se considera como crítica. Además, el sistema puede sufrir bloqueos o tiempos de espera si los buffers están saturados o vacíos, respectivamente. Los autores plantean la resolución de la problemática con un enfoque basado en Reinforcement Learning, específicamente mediante un algoritmo de promedio de recompensa (average reward RL), el cual permite aprender políticas de mantenimiento adaptativas que responden dinámicamente a los niveles de deterioro del producto, el contenido del buffer y los estados operativos de las dos máquinas del sistema.

El entorno de Reinforcement Learning se modela como un proceso de decisión de Markov, con estados definidos por la calidad actual, los niveles de buffer y las condiciones de las máquinas, y acciones que consisten en decidir si ejecutar mantenimiento o continuar operando.

- **4.2.5. [Meng et al. \[2024\]](#): Joint optimization of condition-based maintenance policy and buffer capacity for a two-component self-repairable serial system**

[Meng et al. \[2024\]](#) presentan un sistema compuesto por dos máquinas en serie interconectadas por un buffer con capacidad finita con la finalidad de evitar las paradas del sistema durante actividades de mantenimiento. Tanto el equipo de aguas arriba y aguas abajo se encuentran en deterioro por dos mecanismos: un proceso interno de degradación continua y un proceso externo aleatorio que puede causar fallas repentinas o afectar la tasa de degradación. Adicionalmente, el modelo incluye un mecanismo de autoreparación el cual, dado el proceso externo aleatorio, tiene la capacidad de recuperarse volviendo a su umbral o tasa de falla original. En cuanto al

mantenimiento, se consideran tanto mantenimiento preventivo (cuando el estado de deterioro alcanza un nivel determinado) como mantenimiento correctivo accionado por fallas aleatorias; estos últimos mantenimientos se modelan con tiempos de ejecución variables. La función objetivo busca minimizar el costo total relacionado al mantenimiento, que incluye los costos de mantenimiento preventivo y correctivo, los costos por paradas del sistema cuando el buffer no puede amortiguar la inactividad de una máquina, y los costos por mantenimiento de inventario del buffer.

Los resultados muestran que existe una interacción compleja entre la política de mantenimiento y el tamaño del buffer: un buffer más grande puede reducir la cantidad de mantenimientos correctivos, pero esto conlleva mayores costos de almacenamiento, mientras que capacidades de almacenamiento más conservadores o pequeños pueden aumentar la frecuencia de intervenciones sin necesariamente mejorar la confiabilidad total del sistema.

■ **4.2.6. Gopalakrishnan and Laroque [2016]: Buffer utilization based scheduling of maintenance activities by a shifting priority approach – a simulation study.**

Gopalakrishnan and Laroque [2016], proponen un enfoque para la planificación dinámica de actividades de mantenimiento en sistemas de producción discretos mediante el uso de indicadores de utilización de buffers. La innovación metodológica del estudio es el enfoque basado en la utilización del buffer (buffer utilization-based scheduling), que asigna dinámicamente prioridades a las máquinas en función del nivel de utilización del buffer. La lógica es que una alta utilización del buffer implica una mayor probabilidad de que la máquina siguiente sea crítica para mantener el flujo del sistema, ya que un bloqueo podría detener el proceso anterior. Por tanto, las máquinas con buffers más llenos tiene una prioridad más alta cuando se emite una orden de mantenimiento.

El objetivo principal del estudio es mejorar el rendimiento global del sistema, en particular la salida de producto o tasa de producción, priorizando las órdenes de mantenimiento en función de la criticidad de las máquinas, determinada indirectamente a través del nivel de utilización de los buffers ubicados aguas arriba de cada máquina. El estudio busca responder a la necesidad de pasar de enfoques de mantenimiento centrados en máquinas individuales a perspectivas a nivel de sistema, en las que el efecto de una falla se propaga hacia otras partes del sistema a través de bloqueos.

5 | Metodología

5.1 Metodología

Sean dos equipos A y B conectados mediante un buffer de capacidad finita, a los cuales se les debe planificar sus correspondientes mantenimientos preventivos dentro de un horizonte de tiempo preestablecido. Se considera que el equipo A , ubicado aguas arriba, cuenta con una capacidad productiva mayor que el equipo B , ubicado aguas abajo.

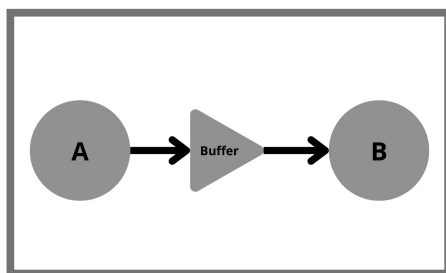


Figura 5.1: Sistema Productivo

Dentro del sistema productivo (ver Figura 5.1) se realiza la siguiente clasificación: el equipo aguas abajo (equipo B) se considera crítico, ya que su detención implica la interrupción total del sistema (no hay salida de producto final). En cambio, el equipo aguas arriba (equipo A) se considera no crítico, dado que sus detenciones pueden ser amortiguadas por el buffer, lo que permite que el equipo crítico continúe operando mientras exista inventario disponible.

Bajo este contexto, los mantenimientos del equipo no crítico pueden ser absorbidos parcial o totalmente mediante el uso adecuado del buffer, ya que durante los períodos en que el equipo A se encuentra bajo alguna actividad de mantenimiento, se asume que el equipo B se abastece exclusivamente del inventario almacenado. En contraste, los mantenimientos del equipo crítico B implican, inevitablemente, la detención total del sistema, dado que se interrumpe la salida del producto final. Adicionalmente, se considera que si el buffer alcanza su capacidad máxima $K_{\text{máx}}$, el sistema continúa operando; sin embargo, la producción que exceda dicha capacidad no puede ser almacenada en el buffer. Por lo tanto, se deben utilizar almacenamientos externos, lo cual es penalizado y se denomina exceso de inventario.

Tal como se mencionó anteriormente, el mantenimiento del equipo crítico B determina las detenciones del sistema. Es por ello que se plantea que una reducción en dichas detenciones por mantenimiento permite disminuir significativamente las interrupciones del sistema en su conjunto. En consecuencia, la planificación del mantenimiento del equipo no crítico A

puede diseñarse de manera estratégica en función del plan de mantenimiento del equipo B , de forma que contribuya a asegurar la continuidad operativa del sistema de la mejor manera posible. Para ello, se utiliza el modelo propuesto por [Viveros et al. \[2023\]](#), el cual maximiza el agrupamiento de actividades de mantenimiento sobre las actividades del equipo crítico B , permitiendo así reducir la cantidad total de detenciones. Una vez obtenida esta planificación, es posible determinar los intervalos de operación y mantenimiento del equipo B , junto con su respectiva demanda de producto, lo cual se utiliza como parámetro de entrada en el modelo desarrollado en este trabajo.

Conociendo la demanda, los períodos de operación y las ventanas de mantenimiento del equipo B , se procede a planificar las mantenciones del equipo A mediante el modelo propuesto en este trabajo. El objetivo es garantizar que el equipo aguas abajo B pueda operar según lo programado en su plan de mantenimiento, minimizando los costos de producción, la demanda no satisfecha (la cual se considera como la demanda requerida por el equipo B), el mantenimiento del inventario a lo largo del tiempo y los excesos innecesarios de inventario en el buffer. Para lograrlo, se hace uso del concepto de ventanas de flexibilidad introducido por [Viveros et al. \[2020\]](#), aplicado a las tareas de mantenimiento del equipo A , permitiendo adelantar o retrasar actividades según convenga, o bien agruparlas cuando resulte beneficioso.

De la misma manera, con la finalidad de evitar posibles excesos de inventario en el buffer, se considera una tasa de producción variable del equipo A , siguiendo un enfoque similar al planteado por [Magnanini and Tolio \[2020\]](#) en su política de “Switching and Hedging Points”. En dicha política, los Switching Points definen los niveles de inventario a partir de los cuales conviene iniciar el mantenimiento preventivo, mientras que los Hedging Points determinan niveles en los que es preferible reducir la producción para evitar sobrellenar el buffer. De forma complementaria, [Kyriakidis and Dimitrakos \[2006\]](#) proponen una política tipo “Control-Limit” (ver Sección 4.2.1), conceptualmente similar y basada en la definición de niveles de inventario para la toma de decisiones, donde, ante determinados niveles de contenido en el buffer, resulta óptimo iniciar tareas de mantenimiento preventivo.

5.2 Definiciones Fundamentales

Tal como se menciona anteriormente (ver Sección 5.1), el *Modelo Propuesto* en este trabajo considera la demanda, los períodos de operación y mantenimiento del equipo B como parámetros de entrada y, luego, planifica las mantenciones del equipo A . Para obtener estos parámetros, se utiliza el modelo propuesto por [Viveros et al. \[2023\]](#), aplicado al equipo B , el cual proporciona un plan de mantenimiento que maximiza los agrupamientos de actividades y disminuye las detenciones del sistema. Cabe destacar que, si bien el *Modelo Base* y el *Modelo Propuesto* se resuelven por separado y tienen objetivos distintos, ambos comparten una lógica común en cuanto a la definición de sus componentes básicos. Es por esta razón que, en primer lugar, muchos de los conjuntos y parámetros se definen de forma general. De manera similar, ciertas restricciones y variables son conceptualmente derivadas del *Modelo Base*, pero se expanden o complementan con nuevas restricciones y variables propias del *Modelo Propuesto*. Estas adiciones son esenciales para representar adecuadamente la gestión del inventario y satisfacer la demanda requerida por el equipo B .

■ 5.2.1. Caracterización del sistema productivo:

Sean dos conjuntos de actividades de mantenimiento preventivo, representados como $I^A = \{i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq |I^A|\}$ y $I^B = \{c \in \mathbb{N} \mid 1 \leq c \leq |I^B|\}$, que corresponden a tareas de mantenimiento que deben realizarse en un sistema productivo compuesto por dos equipos en serie, A y B . Estas actividades deben ser planificadas dentro de un horizonte de evaluación definido T .

El sistema productivo (ver Figura 5.1) incorpora un buffer de capacidad finita $K_{\text{máx}}$, interconectando ambos equipos. Cada actividad dentro de los conjuntos I^A y I^B tiene una periodicidad de ejecución T_i^A y T_c^B , junto con una duración p_i^A y p_c^B , respectivamente. Se asume que $T_i^A < T$ y $T_c^B < T$, asegurando que cada actividad se lleve a cabo al menos una vez durante el período de planificación.

Además, el equipo A , ubicado aguas arriba, cuenta con una capacidad de producción máxima λ_A mayor que la del equipo B , ubicado aguas abajo, cuya capacidad de λ_B , es decir, $\lambda_A > \lambda_B$.

■ 5.2.2. Supuestos

Los siguientes supuestos se añaden a lo mencionado, con el objetivo de simplificar el problema y establecer las condiciones de borde requeridas para su modelado:

1. Los equipos no presentan degradación por uso ni fallas aleatorias, por lo que no se considera necesaria la existencia de mantenimiento correctivo.

2. Las mantenencias realizadas a los equipos son consideradas perfectas, dejándolos en calidad de "Good As New".
3. El sistema está continuamente alimentado por procesos externos que abastecen de forma constante al equipo aguas arriba, y la salida del equipo aguas abajo permanece sin restricciones. Es decir, tanto la entrada del equipo aguas arriba como la salida del equipo aguas abajo no se ven bloqueadas en ningún momento, garantizando un flujo continuo de entrada y salida en el sistema.
4. La ejecución de las actividades de mantenimiento que conforman un agrupamiento siempre involucra una ejecución simultánea o paralela.
5. Se asume que todas las actividades de mantenimiento que integran un agrupamiento comienzan de forma simultánea; es decir, comparten un mismo instante de inicio.

■ 5.2.3. Definición ventanas de flexibilidad:

Tal como se menciona anteriormente, cada actividad de mantenimiento $q \in I = I^A \cup I^B$ puede adelantarse o retrasarse con respecto a la fecha tentativa de ejecución, dentro de una ventana de flexibilidad definida como el porcentaje e de su periodicidad T_q [Viveros et al. \[2023\]](#). Formalmente, la w -th ejecución de la actividad q (q, w) puede empezar dentro del intervalo:

$$t_{q,w}^s \in [t_{(q,w-1)}^f + T_q - e \cdot T_q, t_{(q,w-1)}^f + T_q + e \cdot T_q] \quad (5.1)$$

De esta manera, el tiempo de inicio de cada subactividad (q, w) puede ser retrasado o adelantado dentro de un máximo de $E_q = e \cdot T_q$ unidades de tiempo; la variable $t_{(q,w-1)}^f$ representa el instante en el cual el equipo vuelve a estar operativo después de la $(w-1)$ th ejecución de la actividad q . Dado lo anterior, el tiempo de inicio de la ejecución (q, w) depende exclusivamente del uso de la tolerancia en la ejecución previa $(q, w-1)$ y del cumplimiento de la periodicidad T_q [Viveros et al. \[2023\]](#).

■ 5.2.4. Definición Conjunto J

Como las actividades de mantenimiento de los equipos que conforman el sistema productivo se llevan a cabo de forma cíclica, cada actividad puede realizarse al menos una vez dentro del período de evaluación T . Dado lo anterior, cada tarea perteneciente a los conjuntos $I^A = \{i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq |I^A|\}$ y $I^B = \{c \in \mathbb{N} \mid 1 \leq c \leq |I^B|\}$ puede representarse mediante una tupla (i, j) , donde $i \in I^A$ denota la tarea de mantenimiento asociada al equipo A y $j \in \mathbb{N}$ indexa sus ejecuciones a lo largo del horizonte de planificación. De manera similar, las actividades correspondientes al equipo B se representan mediante tuplas (c, d) , donde $c \in I^B$ y $d \in \mathbb{N}$ indican la tarea de mantenimiento y su respectivo índice de ejecución.

Así, los conjuntos de ejecuciones de mantenimiento J_i^A y J_c^B Viveros et al. [2023] se definen de la siguiente manera:

$$J_i^A = \left\{ j \in \mathbb{N} \mid j=1,2,\dots, \left\lfloor \frac{T}{r^A + T_i^A + e \cdot T_i^A} \right\rfloor \right\}, \quad \forall i \in I^A \quad (5.2)$$

$$J_c^B = \left\{ d \in \mathbb{N} \mid d=1,2,\dots, \left\lfloor \frac{T}{r^B + T_c^B + e \cdot T_c^B} \right\rfloor \right\}, \quad \forall c \in I^B \quad (5.3)$$

Donde $r^A = \max_{i \in I^A} (p_i^A)$ y $r^B = \max_{c \in I^B} (p_c^B)$.

5.2.4.1. Construcción de conjuntos J_i^A y J_c^B

Mediante el uso de las Ecuaciones (5.2) y (5.3) representadas en la función `Calculo_Ji` en Python (ver Anexo A), se procede a determinar lo siguiente:

- J_i^A : El conjunto de subactividades, J_i^A , que representan las ejecuciones individuales de cada actividad $i \in I^A$.
- J_c^B : El conjunto de subactividades, J_c^B , que representa las ejecuciones individuales para cada actividad $c \in I^B$.

■ 5.2.5. Definición agrupamiento factible de actividades de mantenimiento conjuntos N , K y variable $r_{i,j}$:

En cuanto al agrupamiento, es esencial tener en cuenta que, si se genera un paquete de agrupamiento, implica que todas las subactividades pertenecientes comportan el mismo tiempo de inicio (ver Sección 5). Por otro lado, el momento en que el equipo vuelve a estar operativo se encuentra condicionado por la actividad de mayor duración dentro del grupo.

En otras palabras, se introduce la variable $r_{i,j}$ que representa la detención real de la ejecución (i, j) :

$$r_{i,j} = \max\{p_{i'} : i, i' \in I, i \neq i', z_{i,j,i',j'} = 1\} \quad (5.4)$$

Donde $z_{i,j,i',j'}$ representa una variable binaria de agrupamiento, que toma el valor 1 si la ejecución (i, j) se agrupa con (i', j') o viceversa. En cambio, si la subactividad se realiza de forma individual, es decir, $z_{i,j,i',j'} = 0$, se considera que $r_i = p_i$.

Dicho lo anterior, el tiempo de finalización $t_{i,j}^f$ estará dado por:

1. Cuando existe agrupamiento de actividades:

$$t_{i,j}^f = t_{i,j}^s + r_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i \quad (5.5)$$

2. Cuando se ejecuta una actividad de forma individual:

$$t_{i,j}^f = t_{i,j}^s + p_i \quad \forall (i,j) \in J_i \quad (5.6)$$

5.2.5.1. Factibilidad de agrupamiento de subactividades

Las ventanas de flexibilidad facilitan la modificación de los programas de mantenimiento individuales y la creación de paquetes de agrupamiento para diferentes actividades bajo una misma ejecución. Por lo tanto, es crucial evaluar la viabilidad de agrupar diversas subactividades mediante la intersección de las ventanas de flexibilidad; en consecuencia, se definen los conjuntos $N_{i \in I^A}^A$, $N_{c \in I^B}^B$, $K_{i \in I^A}^A$ y $K_{c \in I^B}^B$. Estos conjuntos son obtenidos mediante un algoritmo de búsqueda previamente desarrollado por [Viveros et al. \[2023\]](#).

Específicamente, en el desarrollo de este trabajo, se utiliza la función `tiempos_de_reparacion_aleatorios` (ver Anexo A), la cual permite simular dinámicamente posibles agrupamientos entre actividades. Esta función toma como entrada un conjunto de actividades I , una lista de duraciones de mantenimiento p_i y periodicidades T_i de un conjunto de actividades $i \in I$, así como el parámetro de flexibilidad e que define el grado de flexibilidad temporal permitido. A cada actividad $i \in I$ se le asigna aleatoriamente una duración p_i , permitiendo así representar un posible valor de la variable r_i definida anteriormente (ver Sección 5.2.5). Por ejemplo, sean $(i,j) \in I^A \times J_i^A$ y $(n,o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$, donde (i,j) representa el par de actividad de mantenimiento i ejecución j y (n,o) representa la actividad de mantenimiento n ejecución o . Si estas dos subactividades presentan solapamiento entre sus ventanas, se consideran agrupables. Por lo tanto, la función retorna los conjuntos N_A y K_A . el primero contiene todas las tuplas (i,j,n,o) de subactividades que presentan solapamiento, mientras que el segundo contiene todas las permutaciones (i,j,n,o) posibles.

Formalmente, los conjuntos respectivos del equipo A y B se definen de la siguiente manera:

- N_A : Conjunto de pares de agrupamiento factibles (i, j, n, o) , donde $(i, j) \in I^A \times J_i^A$ y $(n, o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$.
- N_B : Conjunto de pares de agrupamiento factibles (c, d, e, f) , donde $(c, d) \in I^B \times J_c^B$ y $(e, f) \in I^B \times J_e^B$, con $c \neq e$.
- K_A : Conjunto de permutaciones posibles (i, j, n, o) , donde $(i, j) \in I^A \times J_i^A$ y $(n, o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$.
- K_B : Conjunto de permutaciones posibles (c, d, e, f) , donde $(c, d) \in I^B \times J_c^B$ y $(e, f) \in I^B \times J_e^B$, con $c \neq e$.

■ 5.2.6. Cálculo de Conjuntos y parámetros de entrada fundamentales:

Tal como se menciona en la Sección 5.2, es fundamental contar con el plan de mantenimiento del equipo B . Para obtener este plan de mantenimiento, se utiliza como punto de partida el *Modelo Base* Viveros et al. [2023], el cual se ejecuta sin modificaciones. La ejecución de este modelo (ver Anexo B) permite obtener los tiempos de inicio $t_{c,d}^s$ y término $t_{c,d}^f$ de cada actividad de mantenimiento $I^B = \{c \in \mathbb{N} \mid 1 \leq c \leq |I^B|\}$, es decir, una planificación concreta de sus mantenimientos.

A partir de estos resultados, se desarrollan funciones en el aplicativo de Python para transformar dicha información en parámetros de entrada adecuados para el *Modelo Propuesto* en este trabajo.

En particular:

1. Se utiliza la función `generar_diccionario_S` (ver Anexo C) con la finalidad de discretizar el espacio temporal T en pequeños intervalos de tiempo de tamaño Δt , retornando un diccionario:

$$S = \{s \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \mid S[s] = s \cdot \Delta t, s \cdot \Delta t \leq T\} \quad (5.7)$$

Es decir, cada clave s corresponde a un índice entero, y su valor asociado es el instante de tiempo continuo $s \cdot \Delta t$. El proceso se detiene cuando el valor supera ligeramente T , considerando una tolerancia numérica.

2. Se utiliza la función `detectar_inactividad_global` (ver Anexo C), la cual utiliza los tiempos de inicio y fin entregados por el *Modelo Base* (ver Anexo B) e identifica qué instantes discretos $s \in S$ se encuentran bajo mantenimiento.

La función toma como parámetros de entrada:

- $S = \{s \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \mid S[s] = s \cdot \Delta t, s \cdot \Delta t \leq T\}$: Diccionario de instantes de tiempo discretizados.
- **ts_dict**: Diccionario que contiene los tiempos de inicio del equipo $t_{c,d}^s$ para cada mantenimiento (c, d) del equipo B .
- **tf_dict**: Diccionario que contiene los tiempos de término $t_{c,d}^f$ correspondientes a cada mantenimiento (c, d) del equipo B .

Retornando un diccionario llamado **inactividad_s**:

$$\text{inactividad_s}[s] = \begin{cases} 1, & \text{si } \exists (c, d) \text{ tal que } S[s] \in [t_{c,d}^s, t_{c,d}^f] \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Es decir, se marca con un 1 cada instante s en el cual existe al menos una actividad de mantenimiento (c, d) activa. En todos los demás casos, el valor es 0, indicando la operación normal del sistema.

3. Finalmente, la producción del equipo B en cada intervalo de tiempo $s \in S$ estará dada por:

Sea **inactividad_b[s]** un diccionario que indica si el equipo se encuentra bajo una actividad de mantenimiento en el instante s (valor 1) o no (valor 0), entonces la producción del equipo B se encuentra dada como:

$$\text{produccion_b_s}[s] = \begin{cases} \Delta t \cdot \lambda_B, & \text{si } \text{inactividad_b}[s] = 0 \\ 0, & \text{si } \text{inactividad_b}[s] = 1 \end{cases}$$

Donde:

- Δt : Tamaño del intervalo de tiempo discretizado.
- λ_B : Tasa de producción del equipo B .
- **produccion_b_s**: Diccionario que almacena la producción de B en cada instante $s \in S$.

Finalmente, se puede definir de manera general lo siguiente:

- S : Conjunto de instantes discretos de tiempo, generados mediante una partición del horizonte temporal $[0, T]$ en intervalos de tamaño constante Δt .
- C_s^b : Parámetro que representa el consumo del equipo B en cada instante $s \in S$, calculado en función del estado de actividad del sistema y de la tasa de consumo constante λ_B .
- S_dict : Tupla que asocia a cada índice $s \in S$ su correspondiente instante de tiempo real, es decir, $S_dict[s] = s \cdot \delta t$.

6 | Modelo de optimización propuesto:

6.1 Modelo de optimización propuesto:

Una vez explicados los conjuntos y parámetros fundamentales, se procede a definir el *Modelo Propuesto*, el cual tiene como objetivo:

Minimizar simultáneamente los costos por demanda no satisfecha, la producción del equipo A , el inventario y el exceso de inventario en el buffer a lo largo del tiempo, mediante la planificación óptima de las actividades de mantenimiento I^A , dentro del horizonte de evaluación T . Estas actividades pueden ser ejecutadas de forma *individual* o *agrupadas*, aprovechando las ventanas de flexibilidad que permiten adelantar o retrasar su ejecución.

1. La planificación se realiza considerando:

- La discretización del espacio temporal T obtenida previamente en la Sección 5.2.6.
- La demanda temporal del equipo B , previamente determinada en la Sección 5.2.6.
- Los niveles de inventario en el buffer se actualizan según el balance entre la producción del equipo A y el consumo del equipo B en cada intervalo de tiempo $s \in S$.

2. El modelo tiene como objetivo decidir:

- Cuándo ejecutar cada par $(i, j) \in J_i^A$ durante el periodo de evaluación T .
- A qué tasa de producción y cuanto debe producir el equipo A en función del contenido del buffer y la demanda del equipo B en cada $s \in S$.
- Que actividades $(i, j) \in J_i^A$ deben realizarse de forma agrupada y que pares deben ser agrupados.
- Que actividades $(i, j) \in J_i^A$ deben realizarse de forma individual y cuántas deben ser retrasadas o adelantadas respecto a su planificación original.

A continuación, se detallan los conjuntos, los parámetros, las variables de decisión y las restricciones del modelo planteado. En el Anexo D, el lector tiene la posibilidad

de ver el modelo en su totalidad sin la explicación detallada.

6.1.1. Conjuntos:

1. I^A : Conjunto de actividades de mantenimiento a ser programadas.
2. J_i^A : Conjunto de ejecuciones para la actividad de mantenimiento, con $i \in I^A$.
3. N^A : Conjunto de pares (i, j, n, o) factibles de agrupamiento, donde $(i, j) \in I^A \times J_i^A$ y $(n, o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$.
4. K^A : Conjunto de posibles permutaciones (i, j, n, o) , donde $(i, j) \in I^A \times J_i^A$ y $(n, o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$.
5. S : Conjunto de instantes discretos de tiempo, generados mediante una partición del horizonte temporal $[0, T]$ en intervalos de tamaño constante Δt .

6.1.2. Parámetros:

1. Parámetros generales:
 - T : Horizonte de planificación.
 - M : Constante suficientemente grande, donde $T \leq M$.
 - T_i^A : Periodicidad de ejecución de la actividad $i \in I^A$.
 - p_i^A : Duración de ejecución de la actividad $i \in I^A$.
 - e^A : Porcentaje de flexibilidad.
 - S_{dict} : Parámetro tipo tupla que asigna a cada elemento $s \in S$ su valor temporal real en la discretización T .
2. Parámetros de buffer:
 - $K_{m\acute{a}x}$: Capacidad máxima del buffer (unidades).
 - IL_0 : Inventario inicial del buffer (unidades).
3. Parámetros equipo B:
 - λ_b : Tasa de producción del Equipo B (unidades/tiempo).
 - C_s^b : Consumo del equipo B durante el intervalo $s \in S$ (unidades).
4. Parámetros equipo A:
 - λ_a : Tasa máxima de producción del proceso A (unidades/tiempo).
5. Parámetro de discretización:
 - Δ_t : Paso de tiempo utilizado para la discretización.

■ Parámetros de costo:

- C_1 [unidades monetarias/unidades]: Costo unitario asociado a la demanda no satisfecha. Representa la penalización económica por cada unidad de demanda del equipo B que no pudo ser satisfecha.
- C_2 [unidades monetarias/unidades]: Costo unitario por mantener una unidad de inventario en el sistema durante una unidad de tiempo Δ_t . Se aplica a cada unidad almacenada en cada instante.
- C_3 [unidades monetarias/unidades]: Costo unitario de producción asociado al equipo A. Representa el costo de fabricar una unidad.
- C_4 [unidades monetarias/unidades]: Costo unitario por mantener inventario por encima de la capacidad del buffer (exceso) durante una unidad de tiempo Δ_t . Penaliza el uso de espacio adicional.

6.1.3. Variables de decisión:

1. Variables de decisión generales:

- $t_{i,j}^s \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo de inicio de la ejecución $(i, j) \in J_i^A$.
- $t_{i,j}^f \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo de finalización de la ejecución $(i, j) \in J_i^A$.
- $r_{i,j} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo de detención de la ejecución $(i, j) \in J_i^A$.

2. Variables relacionadas con la ejecución de mantenimiento individual:

- $y_{i,j}^{pos} \in \{0, 1\}$: Variable binaria auxiliar que toma el valor 1 si existe una desviación positiva, es decir, si $dev_{i,j}^{pos} > 0 \quad \forall (i, j) \in J_i^A$.
- $y_{i,j}^{neg} \in \{0, 1\}$: Variable binaria auxiliar que toma el valor 1 si existe una desviación negativa, es decir, si $dev_{i,j}^{neg} > 0 \quad \forall (i, j) \in J_i^A$.
- $dev_{i,j}^{pos} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Representa la desviación positiva respecto a la periodicidad teórica (se adelanta la actividad) $\forall (i, j) \in J_i^A$.
- $dev_{i,j}^{neg} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Representa la desviación negativa respecto a la periodicidad teórica (se retrasa la actividad) $\forall (i, j) \in J_i^A$.
- $u_{i,j} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si la subactividad $(i, j) \in J_i^A$ se ejecuta de forma individual (No forma parte de un grupo) ($u_{i,j} = 1$).

3. Variables relacionadas con la ejecución del mantenimiento agrupado:

- $z_{i,j,n,o} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si las subactividades $(i, j) \in J_i^A$ y $(n, o) \in J_n^A$ son factibles para ser agrupadas.
- $v_{i,j,n,o} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si el agrupamiento entre $(i, j) \in J_i^A$ y $(n, o) \in J_n^A$ se lleva a cabo.
- $d_{i,j} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Representa la duración efectiva de la subactividad $(i, j) \in J_i^A$. Esta variable toma un valor positivo igual a la duración base $r_{i,j}$ cuando la subactividad se ejecuta de forma individual y se anula (es decir, $d_{i,j} = 0$) cuando dicha subactividad es parte de un agrupamiento con otras actividades.

4. Variables relacionadas con la discretización del periodo de evaluación T :

- $b_{i,j,s}^{\text{activo}} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si la subactividad $(i, j) \in J_i^A$ se encuentra activa en el instante $s \in S$.
- $b_s^{\text{inactivo}} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si el equipo A se encuentra inactivo en el instante $s \in S$.

5. Variables relacionadas con la producción del equipo A en cada instante $s \in S$:

- $prod_s \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de producción del equipo A en el instante $s \in S$.
- $d_s^{\text{lost}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de demanda del equipo B que no pudo ser satisfecha en el instante $s \in S$.

6. Variables relacionadas al estado del buffer en cada instante $s \in S$:

- $IL_s \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Nivel de inventario acumulado limitado del buffer al final de $s \in S$. Representa la cantidad almacenada sin exceder la capacidad máxima del buffer.
- $IL_s^{\text{teórico}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Nivel de inventario acumulado sin limite al final del intervalo $s \in S$. Corresponde al inventario real considerando todas las entradas y salidas, sin aplicar el límite del buffer K_{max} .

$IL_s^{\text{exceso}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de inventario que supera la capacidad máxima del buffer en el intervalo $s \in S$. Se activa cuando $IL_s^{\text{teórico}} > K_{\text{máx}}$, donde $K_{\text{máx}}$ es la capacidad del buffer.

7. Variables agregadas:

- $IL_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Variable que representa el uso total de inventario acumulado a lo largo del horizonte de planificación T , la cual considera un límite de capacidad K_{max} .
- $IL_{total}^{\text{teórico}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Variable que representa el uso total de inventario acumulado a lo largo del horizonte de planificación T si es que no existiera un límite de capacidad K_{max} .

- $prod_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de unidades de producción total realizada por el equipo A a lo largo del horizonte T .
- $dlost_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de unidades de demanda total del equipo B no satisfecha durante el horizonte de planificación T .
- $exceso_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad total de exceso de inventario utilizado durante el horizonte de planificación T .
- $t_{total}^{pro} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo total en que el equipo A estuvo en operación durante el horizonte de planificación T .

6.1.4. Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{mín } & C_1 \cdot dlost_{total} + C_2 \cdot IL_{total} + C_3 \cdot prod_{total} + C_4 \cdot exceso_{total} \\ & + \sum_{(i,j) \in J_i^A} d_{i,j} + \sum_{(i,j) \in J_i^A} dev_{i,j}^{pos} + \sum_{(i,j) \in J_i^A} dev_{i,j}^{neg} \end{aligned} \quad (6.1)$$

La función objetivo del *Modelo Propuesto* busca determinar un plan de mantenimiento que permita equilibrar múltiples objetivos. En primer lugar, se incorpora una penalización asociada a la demanda no satisfecha total ($dlost$), con el propósito de garantizar el abastecimiento requerido por el equipo B y, por ende, asegurar la continuidad del proceso productivo.

Adicionalmente, se penaliza el mantenimiento de inventario acumulado (IL_{total}) y el exceso de inventario $exceso_{total}$, evitando tanto la acumulación innecesaria como la saturación del sistema. Cabe destacar que el término IL_{total} no representa una cantidad puntual de inventario en un instante de tiempo, sino la suma de los niveles de inventario observados en cada intervalo $s \in S$ del horizonte de planificación T . Es decir, corresponde a la cantidad total de unidades que han sido almacenadas en el buffer a lo largo del horizonte de evaluación T . Esta formulación permite capturar el efecto económico de mantener stock. Se incluye también un término relacionado con la producción total, cuyo objetivo es desincentivar la sobreproducción en situaciones donde esta no resulta beneficiosa para el cumplimiento de la demanda, evitando así costos productivos innecesarios. Un aspecto fundamental del modelo es la minimización de las variables $d_{i,j}$, $dev_{i,j}^{pos}$ y $dev_{i,j}^{neg}$, las cuales están directamente relacionadas con la ejecución y planificación de las actividades de mantenimiento. La variable $d_{i,j}$ representa la duración efectiva del mantenimiento, ya sea ejecutado de forma individual o agrupada. Reducir este valor favorece planes de mantenimiento coordinados, promoviendo la agrupación de tareas siempre que sea factible, lo que a su vez reduce el tiempo total de inactividad del sistema.

Por otro lado, las variables $dev_{i,j}^{pos}$ y $dev_{i,j}^{neg}$ cuantifican las desviaciones positivas (retrasos) y negativas (adelantos) respecto al momento ideal de ejecución planificado. Minimizar estas desviaciones conduce a soluciones que se alinean más estrechamente con el cronograma

ideal de mantenimiento, dado que adelantar o retrasar el mantenimiento conlleva tanto costos como riesgos asociados; por lo tanto, solo deben efectuarse estas desviaciones cuando sea posible y favorable.

De manera general, con la formulación de la función objetivo, se busca obtener una planificación que logre ejecutar tanto las actividades de mantenimiento de forma individual, minimizando los costos asociados y desviándose lo menos posible de su programación original; como también generar agrupamiento de actividades cuando sea factible y conveniente, con la mencionada minimización de costos.

6.1.5. Restricciones:

1. Restricciones generales:

$$t_{i,j}^s \leq t_{i,j-1}^f + T_i^A + E_i^A \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.2)$$

$$t_{i,j}^s \geq t_{i,j-1}^f + T_i^A - E_i^A \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.3)$$

$$t_{i,j}^f = t_{i,j}^s + r_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.4)$$

Las restricciones (6.2) y (6.3) [Viveros et al., 2023] son denominadas como generales, dado que son aplicables tanto a las ejecuciones de mantenimiento individuales como agrupadas. Estas restricciones definen cotas superiores e inferiores sobre el tiempo de inicio $t_{i,j}^s$ de una actividad $(i,j) \in J_i^A$, delimitando así una ventana de flexibilidad temporal. En otras palabras, en lugar de exigir una periodicidad estricta entre ejecuciones, se permite que la actividad se adelante o retrase dentro de un margen de tolerancia E_i^A . Cabe destacar que el tiempo de inicio $t_{i,j}^s$ depende directamente del tiempo de finalización de la ejecución anterior $t_{i,j-1}^f$, lo que introduce una relación secuencial entre las tareas. La restricción (6.4) [Viveros et al., 2023] define que el tiempo de finalización de una subactividad $(i,j) \in J_i^A$ depende del tiempo de inicio $t_{i,j}^s$ y del tiempo de detención $r_{i,j}$ (ver Sección 5.2.5).

2. Restricciones relacionadas a la ejecución de un mantenimiento individual:

$$r_{i,j} \leq p_i + M \cdot (1 - u_{i,j}) \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.5)$$

$$r_{i,j} \geq p_i \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.6)$$

De acuerdo con las restricciones (6.5) y (6.6) [Viveros et al., 2023], se establecen las

cotas inferiores y superiores, respectivamente, para el valor de la variable $r_{i,j}$, con la condición de que la variable binaria $u_{i,j}$ se le asigne el valor 1. Esto implica, en otras palabras, que el mantenimiento $(i,j) \in J_i^A$ se lleva a cabo de manera individual y, por lo tanto, el valor de $r_{i,j}$ será equivalente a la duración de la actividad p_i . Contrariamente, cuando no se cumple esta condición, es decir, cuando $u_{i,j}$ es igual a 0, mediante el uso de una constante suficientemente grande M la restricción (6.5) es relajada, por lo que la variable r_{ij} no queda obligada a tomar el valor del parámetro p_i .

$$dev_{i,j}^{neg} \leq E_i^A \cdot u_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.7)$$

$$dev_{i,j}^{pos} \leq E_i^A \cdot u_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.8)$$

Las restricciones (6.7) y (6.8) permiten modelar el desplazamiento temporal de cada subactividad de mantenimiento $(i,j) \in J_i^A$, en relación con su ejecución programada original. Se introducen dos variables no negativas: $dev_{i,j}^{neg}$ para representar un retraso (cuando la tarea se ejecuta después del momento esperado), y $dev_{i,j}^{pos}$ para representar un adelanto (cuando se ejecuta antes). Ambas desviaciones están acotadas por la tolerancia máxima permitida E_i^A , estas restricciones sólo pueden activarse si y solo si la actividad de mantenimiento efectivamente se ejecuta de forma individual $u_{i,j} = 1$.

$$y_{i,j}^{pos} + y_{i,j}^{neg} \leq u_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.9)$$

$$dev_{i,j}^{pos} \leq M \cdot y_{i,j}^{pos} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.10)$$

$$dev_{i,j}^{neg} \leq M \cdot y_{i,j}^{neg} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.11)$$

Para distinguir entre desviación positiva o negativa, se introducen las variables binarias auxiliares $y_{i,j}^{pos}$ y $y_{i,j}^{neg}$, las cuales son mutuamente excluyentes entre si dada la restricción (6.9). Además, las desigualdades (6.10) y (6.11) permiten forzar a cero aquellas desviaciones que no son activadas. En otras palabras, si una actividad se realiza de manera individual, solo puede adelantarse o atrasarse con respecto a su ejecución planificada, no ambas acciones a la vez.

$$\left(t_{i,j}^s - (t_{i,j-1}^f + T_i) \right) \cdot u_{i,j} = dev_{i,j}^{neg} - dev_{i,j}^{pos} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.12)$$

Finalmente, la restricción (6.12) establece la magnitud y el signo de la desviación, en función del desfase entre el inicio real de la tarea y su valor teórico original

esperado, asignando dicho valor de desfase a la variable de desviación positiva o negativa, según corresponda.

3. Restricciones relacionadas con el agrupamiento de actividades:

$$\sum_{\substack{(a,b,n,o) \in K^A \\ a=i, b=j}} v_{a,b,n,o} + u_{i,j} \geq 1 \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (6.13)$$

$$v_{i,j,n,o} \leq z_{i,j,n,o} \quad \forall (i,j,n,o) \in N^A \quad (6.14)$$

$$v_{i,j,n,o} \leq z_{n,o,i,j} \quad \forall (n,o,i,j) \in N^A \quad (6.15)$$

Las restricciones (6.13), (6.14) y (6.15) [Viveros et al., 2023] permiten modelar la lógica de agrupamiento entre actividades. La restricción (6.13) modela una lógica de inclusión obligatoria: toda subactividad $(i,j) \in J_i^A$ debe ejecutarse individualmente o agruparse con otra subactividad perteneciente al conjunto K^A . En otras palabras, no se permite omitir la ejecución de ninguna subactividad $(i,j) \in J_i^A$.

Las dos restricciones restantes (6.14) y (6.15) imponen que una actividad (i,j) sólo puede ser agrupada con otra actividad (n,o) si dicha relación está explícitamente permitida en el conjunto N^A , es decir, sólo si $z_{i,j,n,o} = 1$ y $z_{n,o,i,j} = 1$. Lo anterior, impide la creación de agrupamientos no factibles o arbitrarios, y asegura que toda agrupación entre pares de actividades cumpla con las condiciones preestablecidas de solapamiento temporal entre ventanas de flexibilidad.

$$z_{i,j,k,l} + z_{k,l,m,n} \leq 1 + z_{i,j,m,n} \quad \forall (i,j,k,l), (k,l,m,n), (i,j,m,n) \in N^A \quad (6.16)$$

La restricción (6.16) [Viveros et al., 2023] establece una condición de transitividad; en otras palabras: si la actividad (i,j) se encuentra agrupada con (n,o) , y (k,l) se encuentra agrupada con (n,o) , eso implica que (i,j) , consecuentemente, se encuentra agrupada con (k,l) .

4. Restricciones relacionadas con la variable r_{ij} :

$$t_{i,j}^s \leq t_{n,o}^s + M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (6.17)$$

$$t_{i,j}^s \geq t_{n,o}^s - M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (6.18)$$

Las restricciones (6.17) y (6.18) [Viveros et al., 2023] establecen cotas inferiores y superiores, respectivamente. Cuando una actividad (i, j) forma un grupo con (n, o) , la variable $z_{i,j,n,o}$ toma el valor 1, lo que hace que el inicio $t_{i,j}^s$ de la actividad (i, j) sea igual al inicio $t_{n,o}^s$ de la actividad (n, o) . Por otro lado, si es que no existe agrupamiento $z_{i,j,n,o} = 0$, la restricción se relaja mediante la constante M , la cual es un número suficientemente grande y, por tanto, no fuerza ninguna relación entre las variables $t_{i,j}^s$ y $t_{n,o}^s$.

$$r_{i,j} \geq z_{i,j,n,o} \cdot p_n \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (6.19)$$

$$r_{i,j} \geq z_{n,o,i,j} \cdot p_n \quad \forall (n, o, i, j) \in N^A \quad (6.20)$$

$$r_{i,j} \geq p_l \cdot z_{i,j,l,j} \quad \forall (i, j) \in J_i^A, \forall l \in I^A, l \neq i : (i, j, l, j) \in N^A \quad (6.21)$$

$$r_{a,b} \leq z_{a,b,n,o} \cdot p_n + M \cdot (1 - v_{a,b,n,o}) \quad \forall (a, b, n, o) \in K^A, (a, b) \in J_i^A \quad (6.22)$$

$$r_{a,b} \leq z_{n,o,a,b} \cdot p_n + M \cdot (1 - v_{a,b,n,o}) \quad \forall (n, o, a, b) \in K^A, (a, b) \in J_i^A \quad (6.23)$$

$$d_{i,j} \geq r_{i,j} - M \cdot \sum_{(a,b,n,o) \in N: a=i, b=j} z_{a,b,n,o} \quad \forall (i, j) \in J_i^A \quad (6.24)$$

Las dos primeras restricciones (6.19) y (6.20) [Viveros et al., 2023] imponen que, si la actividad (i, j) es agrupada con otra (n, o) y dicha agrupación fue activada (es decir, $z_{i,j,n,o} = 1$ o $z_{n,o,i,j} = 1$), entonces la duración $r_{i,j}$ debe ser al menos igual a p_n , que representa la duración base del mantenimiento n . Esto asegura que,

al formar un grupo, la actividad (i, j) absorba la duración correspondiente a la actividad con la que se agrupa. A sí mismo, la restricción (6.21) asegura que, si la subactividad (i, j) se agrupa con la subactividad (l, j) de otra actividad distinta $l \neq i$, entonces su duración $r_{i,j}$ debe ser al menos igual al tiempo de mantenimiento requerido por la actividad l , es decir, p_l . Esta condición se activa únicamente si la variable de agrupamiento $z_{i,j,l,j}$ toma el valor 1.

Luego, las restricciones (6.22) y (6.23) [Viveros et al., 2023] permiten condicionar la duración $r_{a,b}$ a una combinación de dos efectos: por un lado, si se han activado las variables ($z = 1$ y $v = 1$), entonces $r_{a,b}$ puede tomar el valor p_n ; por otro lado, si la agrupación no se realiza ($v = 0$), se activa el término $M \cdot (1 - v)$, permitiendo que $r_{a,b}$ adopte cualquier valor sin restringir la solución. La restricción (6.24) [Viveros et al., 2023] asegura que la duración efectiva $d_{i,j}$ de una subactividad (i, j) sea igual a su duración base $r_{i,j}$ cuando se ejecuta de forma individual, y que sea igual a cero cuando es parte de un agrupamiento.

Esto se logra penalizando mediante un parámetro grande M , junto con la suma de las variables binarias $z_{a,b,n,o}$ que indican si la subactividad (i, j) está agrupada con otra (n, o) . Si (i, j) está agrupada (es decir, existe al menos un $z_{a,b,n,o} = 1$ con $a = i$ y $b = j$), el término $M \cdot \sum z_{a,b,n,o}$ anula el valor de $r_{i,j}$, permitiendo que $d_{i,j} \geq 0$. En cambio, si no hay agrupamiento (todas las z son cero), se impone que $d_{i,j} \geq r_{i,j}$, y por efecto de minimización, se tendrá $d_{i,j} = r_{i,j}$.

$$r_{i,j} - r_{n,o} \leq M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (6.25)$$

$$r_{n,o} - r_{i,j} \leq M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (6.26)$$

Las dos últimas restricciones (6.25) y (6.26) obligan a que, si la agrupación entre (i, j) y (n, o) se efectúa ($z_{i,j,n,o} = 1$), entonces ambas actividades deben tener igual duración, es decir, $r_{i,j} = r_{n,o}$. Esto se garantiza imponiendo una cota superior sobre la diferencia en ambas direcciones, limitada por $M \cdot (1 - z_{i,j,n,o})$, lo que forzará igualdad cuando $z = 1$, y permitirá desigualdad si no hay agrupación.

La utilización de todas las restricciones mencionadas para el cálculo de la duración r_{ij} de una subactividad en el caso de que se encuentre agrupada, busca replicar lo mencionado anteriormente en la Sección 5.4, donde:

$$r_{i,j} = \text{máx} \{p_{i'} : i, i' \in I, i \neq i', z_{i,j,i',j'} = 1\} \quad (6.27)$$

5. Restricciones relacionadas con el solapamiento entre las subactividades y la discretización del espacio temporal: Si una subactividad $(i, j) \in J_i^A$ está activa en el instante $s \in S$, entonces s debe pertenecer al intervalo entre el inicio de la actividad $t_{i,j}^s$ y su fin $t_{i,j}^f$.

$$t_{i,j}^s \leq s + M \cdot (1 - b_{i,j,s}^{\text{activo}}) \quad \forall (i, j) \in J_i^A, \forall s \in S \quad (6.28)$$

$$s + \delta t \leq t_{i,j}^f + M \cdot (1 - b_{i,j,s}^{\text{activo}}) \quad \forall (i, j) \in J_i^A, \forall s \in S \quad (6.29)$$

Las restricciones (6.28) y (6.29) utilizan la variable binaria $b_{i,j,s}^{\text{activo}}$ para controlar la activación temporal de cada subactividad (i, j) en los instantes discretos $s \in S$. En particular, dichas restricciones garantizan que $b_{i,j,s}^{\text{activo}}$ solo puede activarse si el instante s pertenece al intervalo de ejecución de la subactividad, es decir, si s se encuentra dentro del rango definido por los tiempos de inicio y término: $t_{i,j}^s \leq s \cdot \delta t < t_{i,j}^f$.

6. Restricciones relacionadas con el cálculo del estado de inactividad del Equipo A :

Las siguientes restricciones (6.30) y (6.31) modelan el estado de inactividad del equipo A en cada instante $s \in S$. Para esto se introduce la variable binaria b_s^{inactivo} que toma valor 1 si el equipo A está inactivo en ese instante por mantenimiento, y 0 en caso contrario. En este modelo, se define como inactividad el hecho de que al menos una subactividad $(i, j) \in J_i^A$ esté activa en dicho instante; por lo tanto, el equipo A se encuentra bajo mantenimiento e inactivo.

$$b_s^{\text{inactivo}} \geq b_{i,j,s}^{\text{activo}} \quad \forall (i, j) \in J_i^A, s \in S \quad (6.30)$$

$$b_s^{\text{inactivo}} \leq \sum_{(i,j) \in J_i^A} b_{i,j,s}^{\text{activo}} \quad \forall s \in S \quad (6.31)$$

La restricción (6.31) asegura que b_s^{inactivo} se active (es decir, toma el valor 1) si al menos una subactividad $(i, j) \in J_i^A$ está en ejecución en ese instante $s \in S$. A su vez, con esta formulación se evita que esta variable se active más de una vez para el mismo instante, incluso si varias actividades se ejecutan simultáneamente. De este modo, se contabiliza una única vez la inactividad por cada instante $s \in S$, reflejando correctamente el tiempo durante el cual el equipo A se encuentra inactivo por mantenimiento. En cambio, la restricción (6.30) implica que, si ninguna actividad $(i, j) \in J_i^A$ se encuentra activa en $s \in S$, entonces b_s^{inactivo} toma el valor cero (el equipo A se encuentra en operación).

7. Restricciones relacionadas con la vinculación entre tiempo continuo y discreto: Para cada subactividad $(i, j) \in J_i^A$, se vincula el tiempo total de inactividad por mantenimiento calculado como la diferencia entre su tiempo de término $t_{i,j}^f$ y su tiempo de inicio $t_{i,j}^s$ (el cual es de carácter continuo) con la activación binaria en cada instante de tiempo discreto $s \in S$.

$$\sum_{s \in S} b_{i,j,s}^{\text{activo}} \cdot \Delta t \geq t_{i,j}^f - t_{i,j}^s - \Delta t \quad \forall (i, j) \in J_i^A \quad (6.32)$$

$$\sum_{s \in S} b_{i,j,s}^{\text{activo}} \cdot \Delta t \leq t_{i,j}^f - t_{i,j}^s + \Delta t \quad \forall (i, j) \in J_i^A \quad (6.33)$$

Las restricciones (6.32) y (6.33) permiten vincular el tiempo de mantenimiento representado de forma binaria-discreta mediante $b_{i,j,s}^{\text{activo}}$ con el tiempo continuo real de ejecución de la subactividad (i, j) . Cada variable $b_{i,j,s}^{\text{activo}} \in \{0, 1\}$ indica si la subactividad de mantenimiento $(i, j) \in J_i^A$ está activa en el instante $s \in S$, y al multiplicarlas por la unidad de tiempo Δt se obtiene una aproximación del tiempo total de mantenimiento.

Dado que el tiempo está discretizado, esta aproximación puede presentar pequeñas desviaciones respecto al valor continuo real $(t_{i,j}^f - t_{i,j}^s)$. Por ello, se introduce una tolerancia de $\pm \Delta t$ en ambas desigualdades, asegurando que la estimación discreta permanezca dentro de un margen aceptable alrededor del valor continuo exacto. En palabras más simples, la sumatoria de las veces que está activa una subactividad (i, j) a lo largo de los intervalos s , debe ser aproximadamente igual a su duración en tiempo continuo.

8. Cálculo del tiempo instantáneo de productividad en cada instante $s \in S$:

$$t_s^{\text{prod}} = (1 - b_s^{\text{inactivo}}) \cdot \Delta t \quad \forall s \in S \quad (6.34)$$

La restricción (6.34) permite calcular el tiempo efectivo de productividad en cada instante discretizado $s \in S$. La variable binaria b_s^{inactivo} toma el valor 1 si el equipo se encuentra en mantenimiento (inactivo) durante el instante s , y 0 si está operando normalmente. Al multiplicar el complemento de esta variable por la unidad de tiempo Δt , se obtiene el tiempo activo del sistema en ese instante. Si el sistema está activo, $t_s^{\text{prod}} = \Delta t$; si está inactivo, $t_s^{\text{prod}} = 0$.

9. Restricciones relacionadas al balance y limitación del inventario del buffer en cada $s \in S$:

$$IL_s^{\text{teórico}} + C_s^b = \begin{cases} IL_0 + \text{prod}_s + d_s^{\text{lost}}, & \text{si } s = 1 \\ IL_{s-1}^{\text{teórico}} + \text{prod}_s + d_s^{\text{lost}}, & \text{si } s > 1 \end{cases} \quad (6.35)$$

La ecuación (6.35) modela el balance del inventario teórico (sin restricción de capacidad) acumulado del buffer en cada instante $s \in S$. Este inventario considera toda la producción disponible, la demanda no satisfecha y el consumo del equipo B. Para $s = 1$ se utiliza el inventario inicial IL_0 , y para $s > 1$ se acumula el inventario del instante anterior.

$$IL_s \leq K_{\text{máx}} \quad \forall s \in S \quad (6.36)$$

$$IL_s = IL_s^{\text{teórico}} - IL_s^{\text{exceso}} \quad \forall s \in S \quad (6.37)$$

La restricción (6.36) asegura que el inventario real IL_s nunca supere la capacidad máxima del buffer $K_{\text{máx}}$. La ecuación (6.37) define el inventario real como la diferencia entre el inventario teórico acumulado y el exceso de inventario IL_s^{exceso} que no puede almacenarse dentro del buffer. Así se garantiza que todo inventario por encima de la capacidad máxima es contabilizado como exceso de inventario.

10. Restricciones relacionadas con la producción:

$$\text{prod}_s = \lambda_s^A \cdot t_s^{\text{prod}} \quad \forall s \in S \quad (6.38)$$

La restricción (6.38) define la producción instantánea del equipo A como el producto entre la variable de tasa de producción instantánea λ_s^A y el tiempo efectivo de operación t_s^{prod} durante el instante $s \in S$.

$$\lambda_s^A \leq \lambda_{\text{máx}}^A \quad \forall s \in S \quad (6.39)$$

$$\lambda_s^A \geq \lambda_{\text{máx}}^B \quad \forall s \in S \quad (6.40)$$

Las restricciones (6.39) y (6.40) acotan la tasa de producción del equipo A dentro de un rango operativo. La primera limita la producción a su tasa máxima, mientras

que la segunda impone un mínimo basado en los requerimientos del equipo B . Esta última puede ajustarse o eliminarse según las condiciones operativas del sistema.

11. Restricciones agregadas:

$$IL_{\text{total}} = \sum_{s \in S} IL_s \quad (6.41)$$

$$\text{prod}_{\text{total}} = \sum_{s \in S} \text{prod}_s \quad (6.42)$$

$$\text{dlost}_{\text{total}} = \sum_{s \in S} d_s^{\text{lost}} \quad (6.43)$$

$$t_{\text{total}}^{\text{prod}} = \sum_{s \in S} t_s^{\text{prod}} \quad (6.44)$$

$$\text{exceso}_{\text{total}} = \sum_{s \in S} IL_s^{\text{exceso}} \quad (6.45)$$

$$IL_{\text{total}}^{\text{Teorico}} = \sum_{s \in S} IL_s^{\text{teorico}} \quad (6.46)$$

Mediante el uso de las restricciones (6.41), (6.42), (6.43), (6.44), (6.45) y (6.46) se obtienen los valores acumulados de las variables clave del sistema a lo largo del horizonte de planificación T , los cuales se utilizan en el cálculo de los costos totales del modelo.

7 | Aplicación Numérica

A continuación, se aborda la resolución del *Modelo Propuesto* (ver Anexo D) descrito anteriormente en la Sección 6, utilizando específicamente el código (ver Anexo E) y la biblioteca *Pyomo* (ver Sección 1), junto con el solver *Gurobi Optimizer versión 11.0.2* (ver Sección 2), en una computadora con las siguientes características técnicas:

- Procesador: AMD Ryzen 3 5300U

Para ello, se establecen los siguientes casos de análisis:

1. **Caso Base:** Se aplica el *Modelo Base* (ver Anexo B), tanto para el equipo *A* como para el equipo *B* de forma independiente, con la finalidad de obtener una planificación que minimice las detenciones de ambos equipos. Luego, se analiza el comportamiento de la producción y el buffer mediante la función *analizar_inventario_y_produccion* (ver Anexo C), la cual toma como parámetro de entrada los planes de mantenimiento generados, discretizando el espacio temporal en intervalos de tiempo para así detectar la existencia de mantenimiento en cada uno de ellos. Lo anterior tiene como objetivo determinar los consumos del equipo *B*, la producción del equipo *A* y los niveles de inventario en el buffer.
2. **Caso Propuesto:** Se aplica el *Modelo Propuesto* desarrollado en este trabajo, donde, en primer lugar, se conoce el plan de mantenimiento del equipo *B* que minimiza sus detenciones y se considera como un dato de entrada. El modelo optimiza el plan de mantenimiento del equipo *A* y la gestión del buffer para minimizar los costos asociados.

Para los dos casos expuestos, se considera:

- Dado que el equipo *B* determina las detenciones del sistema, se considera que es menos confiable que el equipo *A*; por ello, requiere mantenimientos preventivos, por lo general, más frecuentes que el equipo *A*.
- El inventario inicial del buffer al inicio del periodo de evaluación *T* se encuentra vacío. Esta consideración se toma con el propósito de modelar una situación extrema que facilite la evaluación del escenario más desfavorable posible.
- Se utilizan las *métricas de uso de ventanas de flexibilidad* definidas anteriormente (ver Sección 3.7.1) para realizar comparaciones entre los diferentes análisis.

7.1 Definición de valores de parámetros:

En esta sección, se procede a establecer los valores de los parámetros de entrada que se utilizan de manera transversal, tanto para el *Caso Base* como para el *Caso Propuesto*. Con respecto a la elección de los datos relacionados con la duración y periodicidad de la ejecución de las actividades de mantenimiento, dado que el modelo presentado se basa en los estudios previos desarrollados por Viveros et al. [2023], se emplean los mismos conjuntos de datos para el desarrollo del análisis numérico de este trabajo. Estos datos han sido utilizados anteriormente y provienen de fuentes reales de la industria, específicamente de una planta de tratamiento de aguas Viveros et al. [2021a] y de una correa transportadora en el sector minero Viveros et al. [2023]. Cabe destacar que su uso se justifica debido a que han sido validados en trabajos anteriores y funciona correctamente con el *Modelo Base*. No obstante, para aplicar el modelo en distintos contextos industriales y dotarlo de mayor realismo, es fundamental adaptar los datos según las características específicas del entorno industrial en el que se desea aplicar.

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
T	35	semanas	Horizonte de evaluación
M	100	–	Valor grande para Big-M
IL_0	0	unidades	Inventario inicial del buffer
K_{\max}	70	unidades	Capacidad máxima del buffer
λ_A	80	unidades/semana	Tasa de producción de A
λ_B	60	unidades/semana	Tasa de consumo de B
Δ_t	0.06	semanas	Constante de discretización

Tabla 7.1: Valores de los parámetros principales del modelo.

Con respecto a la elección del periodo de evaluación, se utiliza el valor de 35 [semanas], dado que un valor mayor de este parámetro implica un costo computacional más alto, lo que conlleva largos tiempos de resolución.

Actividad	Periodicidad (T_i) [semanas]	Duración (p_i) [horas]
1	4	5
2	7	23
3	12	10
4	13	24
5	5	5

Tabla 7.2: Parámetros de actividades **Equipo B**

Actividad	Periodicidad (T_i) [semanas]	Duración (p_i) [horas]
1	20	8
2	19	96
3	15	24
4	10	24
5	4	72
6	6	6
7	12	24
8	20	6
9	35	5

Tabla 7.3: Parámetros de actividades **Equipo A**

7.1.1. Capacidad Buffer

Con respecto a la determinación de la capacidad K_{max} del buffer, se toma en consideración la duración de la actividad de mantenimiento más extensa dentro del sistema. Específicamente, se identifica la actividad $i^* \in I = I^A \cup I^B$ tal que:

$$p_{i^*} = \max_{i \in I} p_i$$

La idea es dimensionar el buffer considerando el peor escenario posible: si la actividad de mantenimiento de mayor duración pertenece al equipo B , entonces se asume que dicho equipo estará detenido durante p_{i^*} mientras el equipo A continúa operando, lo que implica una producción continua por parte de A . En ese caso, se utiliza λ_A (la tasa de producción del equipo A) para estimar la capacidad necesaria del buffer. De manera análoga, si i^* pertenece al equipo A , se utiliza λ_B (la tasa de consumo del equipo B), ya que B podría seguir operando mientras A está detenido.

En el caso particular de los datos considerados para el análisis, la actividad de mayor duración corresponde a la tarea número dos del equipo A , con una duración de 96 horas. Por tanto, la capacidad máxima del buffer se determina de la siguiente manera:

$$K_{\max} = \alpha \cdot \max_{i^* \in I} (p_{i^*} \cdot \lambda(i^*)) \quad \text{y} \quad \alpha = \text{parámetro de seguridad.} \quad (7.1)$$

$$\lambda(i^*) = \begin{cases} \lambda_B, & \text{Si } i^* \in I^A \\ \lambda_A, & \text{Si } i^* \in I^B \end{cases} \quad (7.2)$$

Reemplazando con los valores correspondientes y utilizando un factor de seguridad $\alpha = 2$, seleccionado con el objetivo de sobredimensionar el buffer. Es importante destacar que este parámetro puede modificarse dependiendo del contexto industrial o del tipo de línea productiva en estudio.

$$K_{\text{máx}} = 2 \cdot 96 [h] \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{7} \cdot 60 [\text{unidades/semana}] \approx 68.57 \approx 70 [\text{unidades}] \quad (7.3)$$

Donde $\frac{1}{24} \cdot \frac{1}{7}$ es el factor de conversión de horas a semanas, dado que el período de evaluación del modelo $T = 35$ [semana] se expresa en semanas.

Este valor garantiza que el buffer esté dimensionado para soportar el flujo de producción o consumo correspondiente durante la mayor interrupción por mantenimiento en el sistema. Cabe destacar que la presente metodología es solo una de las múltiples formas existentes para estimar la capacidad de un buffer. En aplicaciones reales, dicho valor puede variar significativamente dependiendo del contexto industrial, las características de los equipos involucrados y los criterios operativos específicos. Por lo tanto, este enfoque se adopta únicamente con fines analíticos.

7.1.2. Constante de Discretización

Para la determinación de la constante de discretización Δ_t , se considera lo siguiente: el modelo recorre el horizonte temporal en intervalos de longitud Δ_t , por lo que este valor debe ser lo suficientemente pequeño como para permitir la activación de las variables asociadas a la detección de actividades de mantenimiento.

En otras palabras, Δ_t debe cumplir:

$$\Delta_t \leq \min_{i \in I} p_i \quad (7.4)$$

Donde $I = I^A \cup I^B$, con I^A y I^B representando los conjuntos de actividades de mantenimiento del equipo A y del equipo B , respectivamente. En el caso particular de los datos planteados, el valor de Δ_t corresponde:

$$\Delta_t \leq 5[h] \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{7} \approx 0,03 [\text{semanas}] \quad (7.5)$$

Donde $\frac{1}{24} \cdot \frac{1}{7}$ corresponde al factor de conversión de horas a semanas, dado que, tal como se menciona anteriormente, el tiempo de evaluación se encuentra en semanas, el valor 5 representa la duración más pequeña de una actividad de mantenimiento del sistema en horas. No obstante, desde un punto de vista computacional, utilizar $\Delta_t = 0,03$ [semanas] genera tiempos de resolución elevados. Por esta razón, para los fines del análisis numérico desarrollado en este trabajo, se adopta un valor de $\Delta_t = 0,06$ [semanas].

7.1.3. Costos

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
C_1	150	unidades monetarias/unidades	Costo unitario asociado a la demanda no satisfecha.
C_2	$30 \cdot \Delta t$	unidades monetarias/unidades	Costo por mantener una unidad de inventario durante Δt .
C_3	25	unidades monetarias/unidades	Costo unitario de producción del equipo A asociado a fabricar una unidad.
C_4	$50 \cdot \Delta t$	unidades monetarias/unidades	Costo por exceso de inventario, por mantener unidades por sobre la capacidad del buffer durante Δt .

Tabla 7.4: Costos utilizados - Modelo Propuesto

En lo que concierne a los valores de costo utilizados en el análisis numérico, estos han sido determinados siguiendo una lógica de relación comparativa entre sí, en lugar de basarse en valores determinados. En primer lugar, se establece que el costo por demanda no satisfecha (C_1) debe ser el más elevado, ya que se asocia directamente con la continuidad operativa del sistema y la satisfacción del cliente, aspectos críticos en cualquier entorno industrial.

Por otro lado, el costo por exceso de inventario (C_4) debe ser superior al costo por mantener inventario regular (C_2), ya que el exceso implica la utilización de almacenamientos externos, explicados anteriormente en la metodología (ver Sección 5.1). A su vez, el costo de producción (C_3) debe ser menor que el costo por demanda perdida y también mayor que el costo de mantener inventario, lo que incentiva al modelo a producir solo cuando sea conveniente, a utilizar el buffer y almacenar cuando sea necesario.

Si bien los valores específicos de estos parámetros pueden variar según el contexto industrial, en este trabajo se adoptan con fines analíticos, asegurando que se mantenga la siguiente jerarquía:

$$C_1 > C_3 > C_2 \quad \text{y} \quad C_4 > C_2,$$

De modo que el modelo refleje decisiones operativas coherentes.

7.2 Plan de Mantenimiento Equipo B

Tal como se indica en la definición de los casos a evaluar y en la metodología, el *Caso Propuesto*, mediante la resolución del *Modelo Propuesto*, utiliza el plan de mantenimiento del equipo *B*, que maximiza las agrupaciones y emplea esta información como insumo para la toma de decisiones. Por su parte, el *Caso Base* emplea la maximización de agrupaciones para los dos equipos del sistema y luego evalúa el comportamiento del buffer mediante la función *analizar_inventario_y_produccion* (ver Anexo C.)

Por lo tanto, tanto el *Caso Propuesto* como el *Caso Base* comparten el mismo plan de mantenimiento para el equipo *B*, el cual se presenta a continuación:

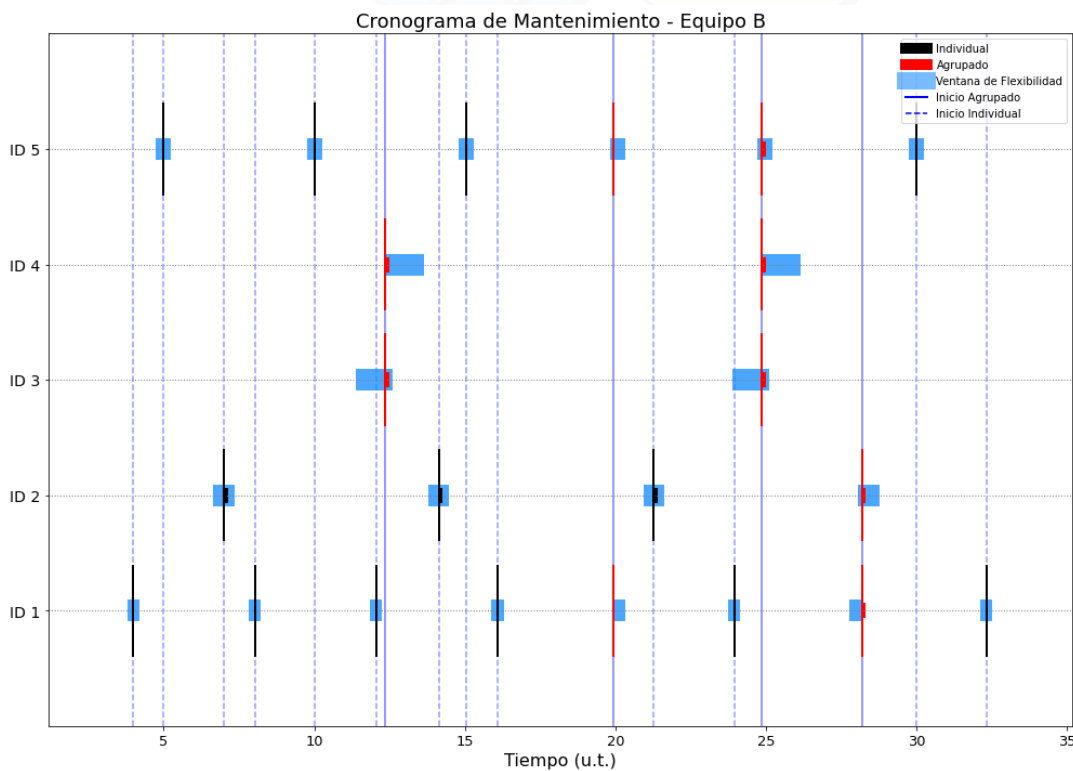


Figura 7.1: Carta Gantt Equipo B - Caso Base y Caso Propuesto

Métrica	Valor
Indisponibilidad (%)	3.32
Adelanto Promedio [semanas]	0.216
Retraso Promedio [semanas]	0.098
Frecuencia de Adelanto (%)	27.27
Frecuencia de Retraso (%)	13.63
Ejecuciones Conservadoras (%)	59.09

Tabla 7.5: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo B

Se puede observar en el plan de mantenimiento del equipo *B* (ver Anexo F.1) representado en la Carta Gantt (ver Figura 7.1) que el *Modelo Base* (ver Anexo B) solo utiliza las ventanas de flexibilidad para generar agrupamientos entre las actividades. Según las métricas obtenidas y resumidas en la Tabla 7.5, el plan de mantenimiento logra una indisponibilidad del equipo del 3.32%; por otro lado, se visualiza el adelanto de una mayor cantidad de actividades que las que son retrasadas con respecto a su programación original, lo cual se refleja en las métricas Frecuencia de adelanto (Brought Forward Frequency) y Frecuencia de retraso (Delay Frequency) con valores de 27,27% y 13,7% respectivamente; adicionalmente, la magnitud en promedio de los desplazamientos generados por adelantamiento es mayor que la de los generados por retraso, lo cual se visualiza en los indicadores de Adelanto promedio (Avg. Brought Forward) y Retraso promedio (Avg.Delay) con valores de 0.21 [semanas] y 0.098 [semanas], respectivamente.

Adicionalmente, aproximadamente el 59% de las actividades se ejecutan en su programación ideal, lo que se observa en la métrica de Ejecuciones conservadoras (Conservative Executions), es decir, sin adelantos ni retrasos respecto a su programación original. Finalmente, se destaca que, con la planificación obtenida, el sistema en su totalidad no tendrá salida de producto final en 17 ocasiones debido a las detenciones por mantenimiento, las cuales se pueden observar en la Carta Gantt del equipo *B* (ver Figura 7.1).

7.3 Plan de Mantenimiento Equipo A

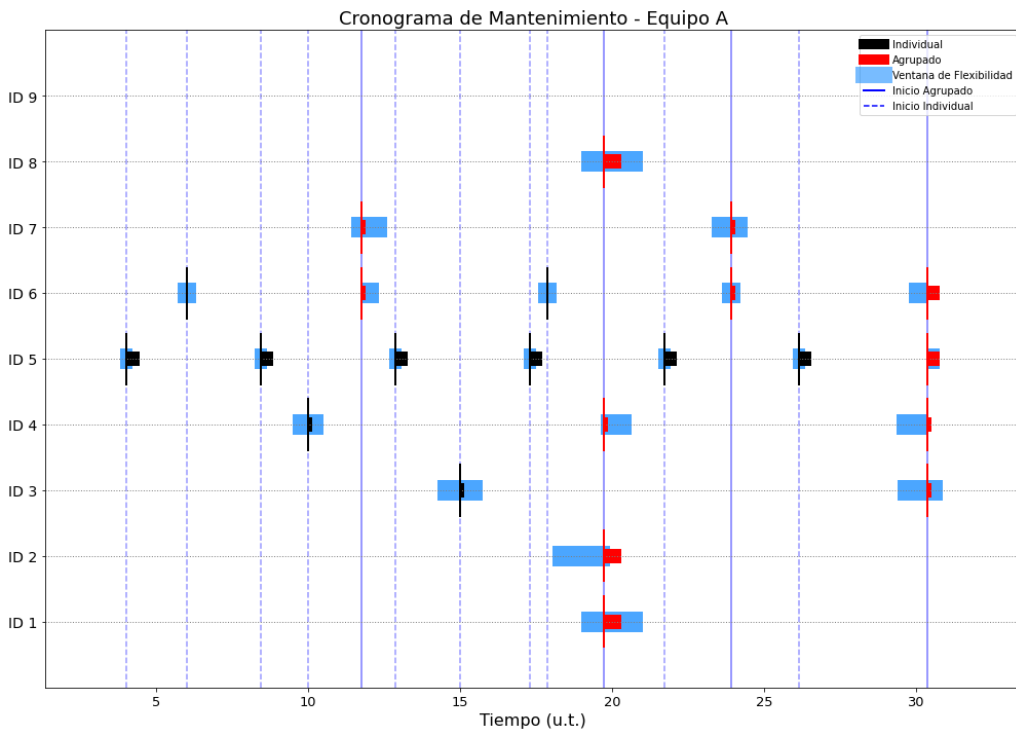


Figura 7.2: Carta Gantt Equipo A - Caso Base

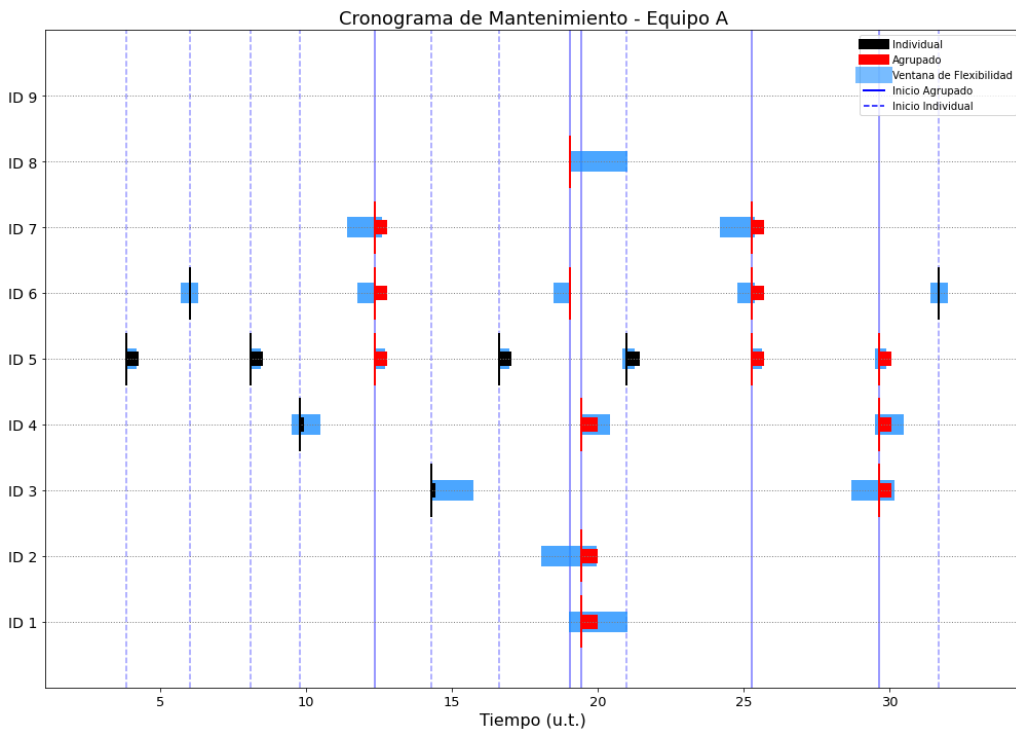


Figura 7.3: Carta Gantt Equipo A - Caso Propuesto

7.3.1. Gráficos:

Inventario

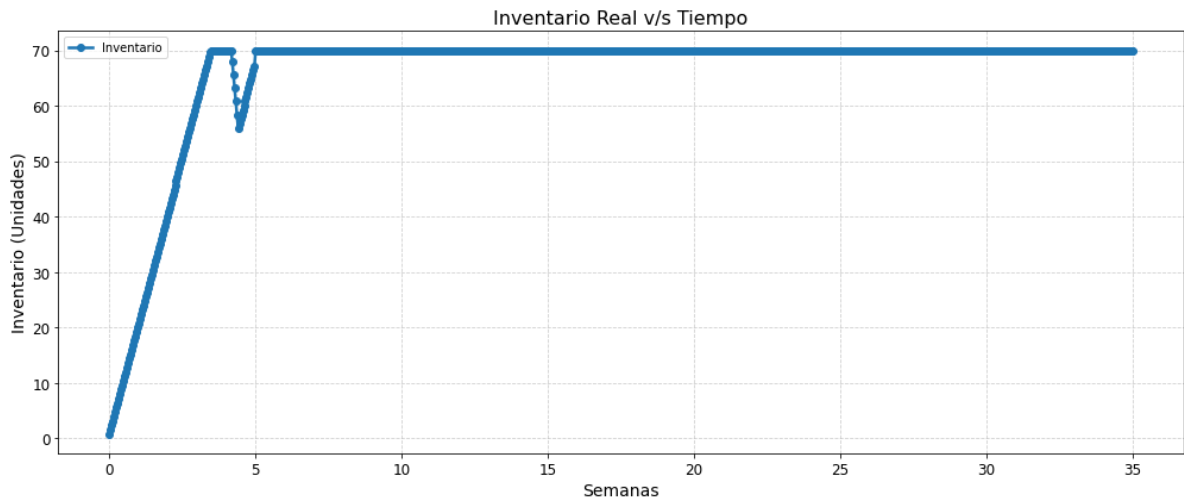


Figura 7.4: Inventario - Caso Base

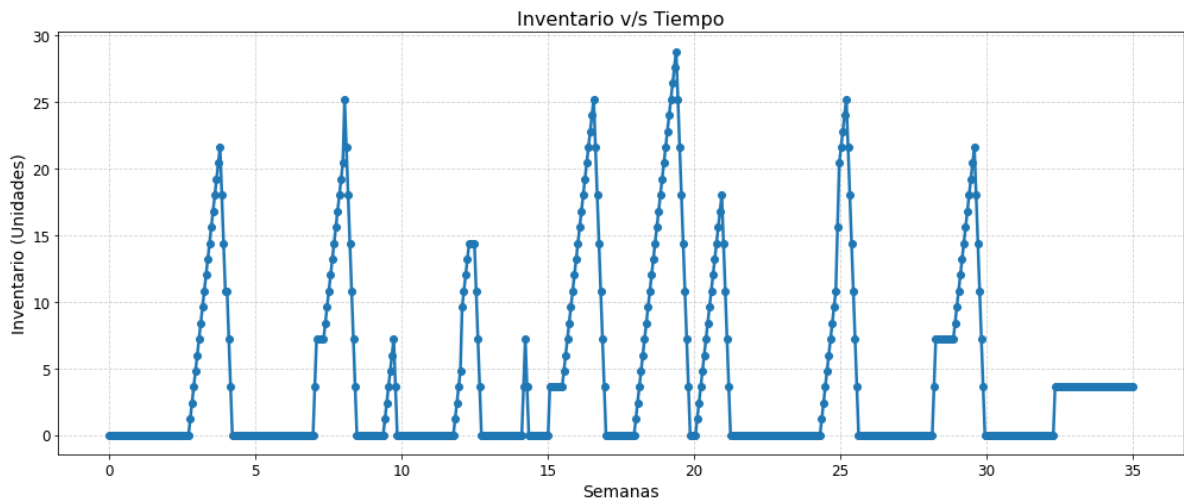


Figura 7.5: Inventario - Caso Propuesto

Producción

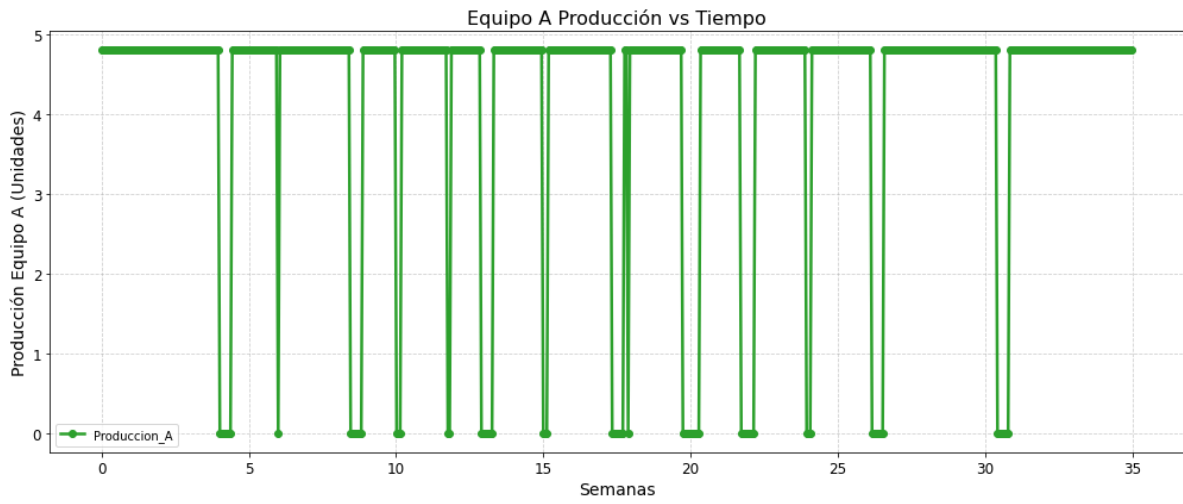


Figura 7.6: Producción - Caso Base

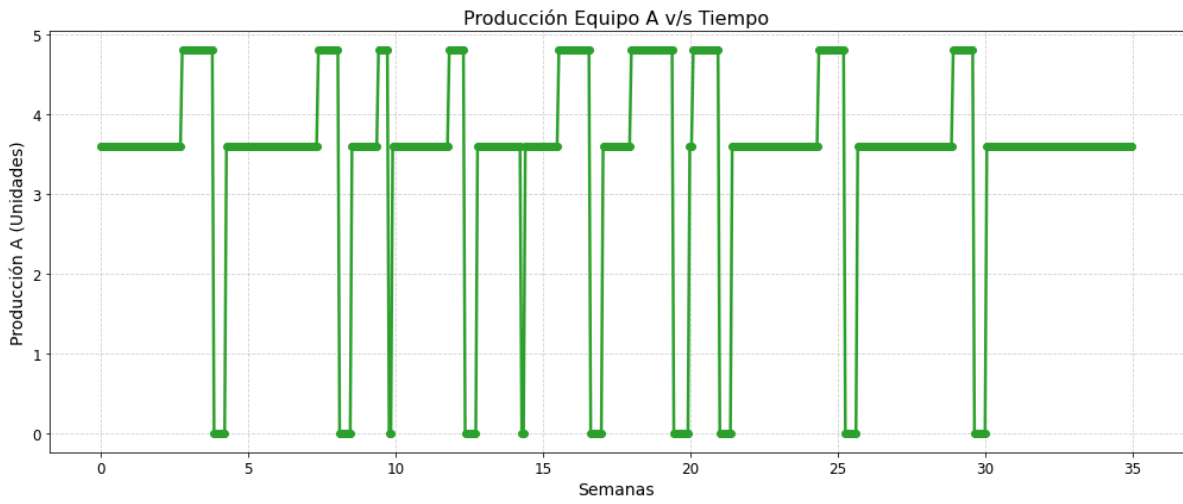


Figura 7.7: Producción - Caso Propuesto

Demanda Perdida

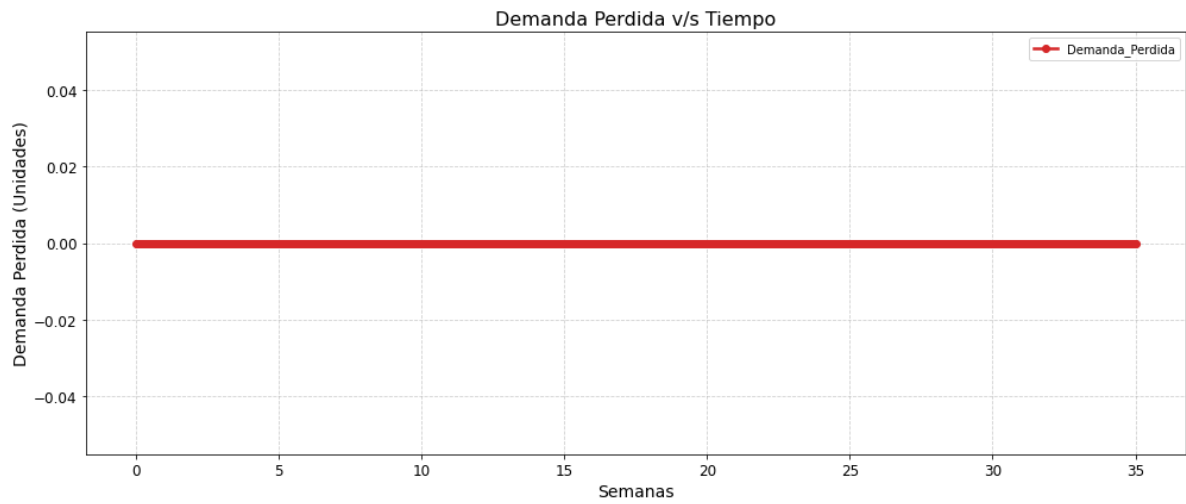


Figura 7.8: Demanda Perdida- Caso Base

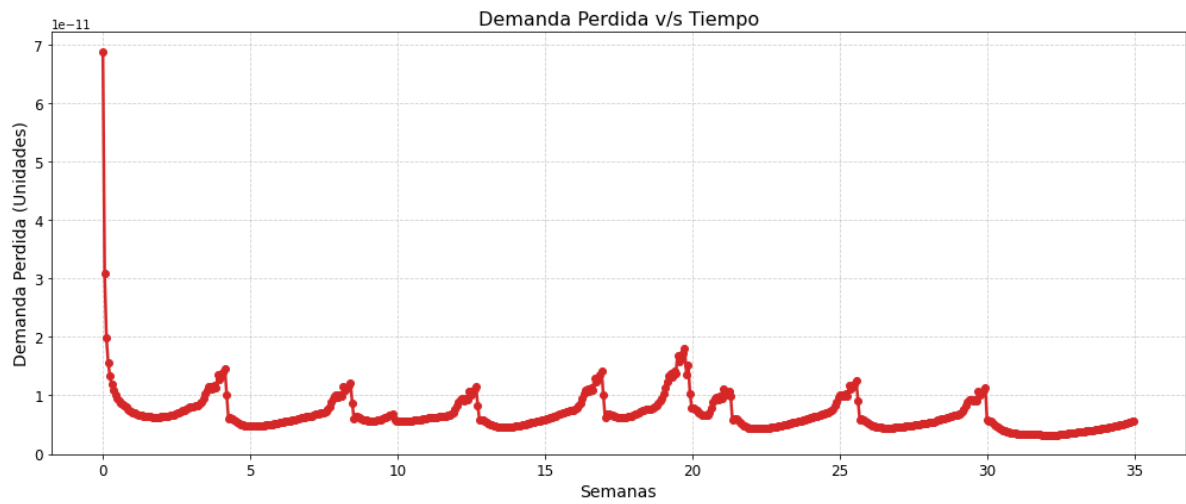


Figura 7.9: Demanda Perdida - Caso Propuesto

Exceso de Inventario

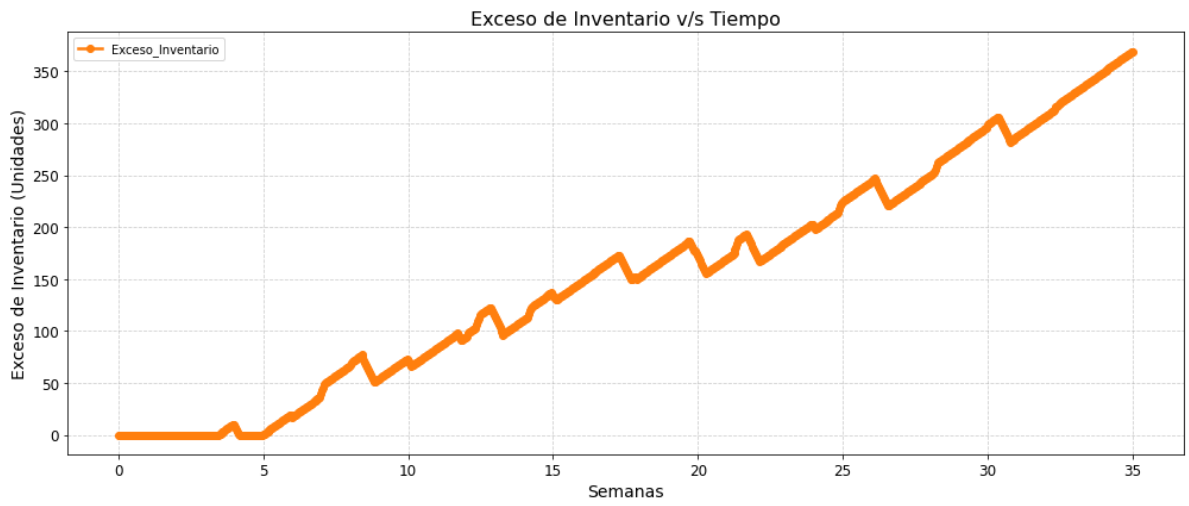


Figura 7.10: Exceso de Inventario - Caso Base

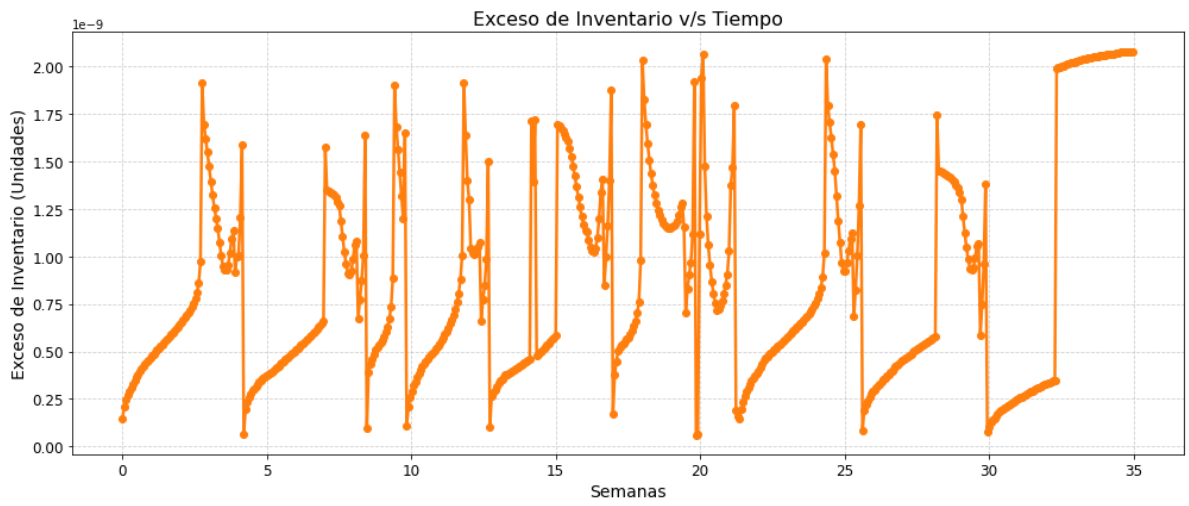


Figura 7.11: Exceso de Inventario - Caso Propuesto

Consumo Equipo B (Demanda)

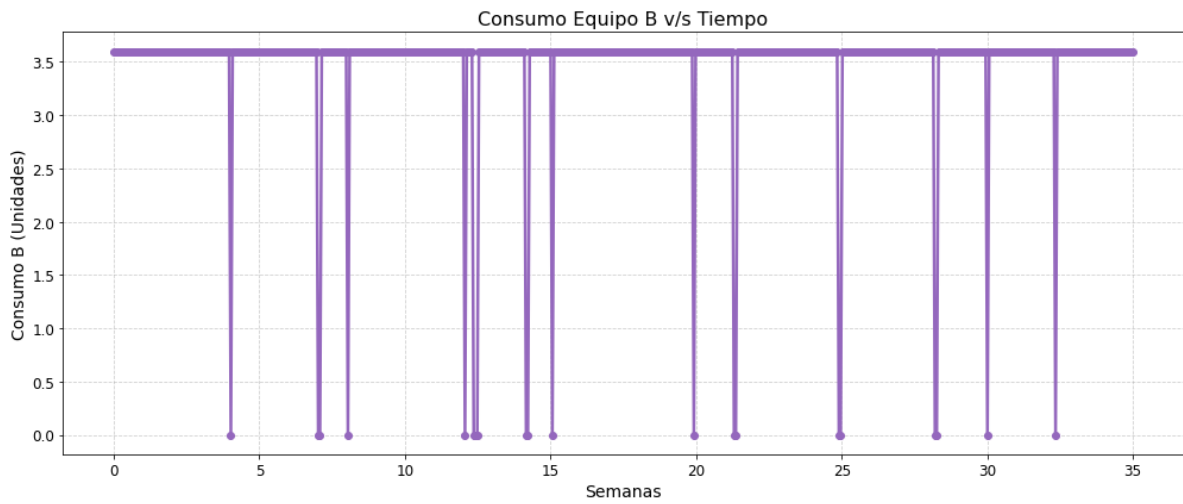


Figura 7.12: Consumo Equipo B - Caso Base

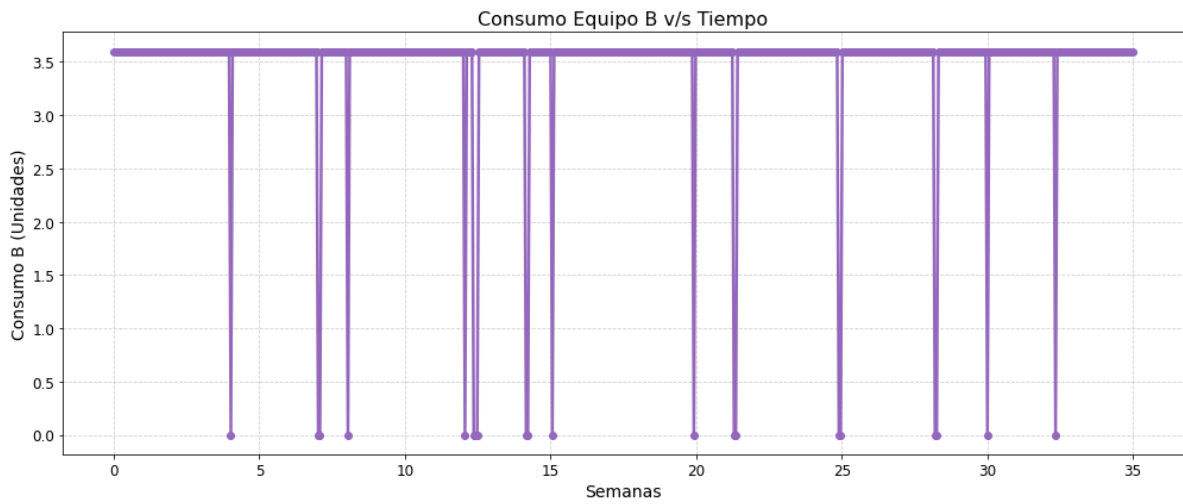


Figura 7.13: Consumo Equipo B - Caso Propuesto

Métrica	Caso Base	Caso Propuesto
Indisponibilidad (%)	12.04	11.32
Adelanto Promedio [semanas]	0.1731	0.4229
Retraso Promedio [semanas]	0.1455	0.2105
Frecuencia de Adelanto (%)	27.27	59.09
Frecuencia de Retraso (%)	27.27	36.36
Ejecuciones Conservadoras (%)	45.45	4.54

Tabla 7.6: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo A - Caso Base Vs Propuesto

Métrica	Caso Base [unidades]	Caso Propuesto [unidades]
Demanda perdida total	0.00	0.00
Exceso inventario total	133182	0.00
Producción total de A	2467	2034
Inventario total	58132	2502
Consumo total de B	2028	2028

Tabla 7.7: Comparación de métricas totales del sistema - Caso Base vs Propuesto

Tal como se indica en la definición del *Caso Base*, se aplica el *Modelo Base* (ver Anexo B) al equipo A. El plan de mantenimiento resultante (ver Anexo F.2), mostrado visualmente en la Figura 7.2, busca maximizar las agrupaciones de actividades de mantenimiento en dicho equipo. Por otro lado, se aplica el *Modelo Propuesto*, obteniendo el plan de mantenimiento (ver Anexo F.3) mostrado visualmente en la Figura 7.3.

En los gráficos presentados en esta sección, se pueden apreciar comportamientos notables entre ambos casos. En primer lugar, con respecto a la gestión del inventario, el *Caso Base* (ver Figura 7.4) genera una acumulación progresiva que rápidamente alcanza la capacidad máxima de 70 [unidades] del buffer y se mantiene saturado hasta el final del horizonte de planificación $T = 35$ [semanas]. Esta sobreacumulación genera un exceso de 133182 [unidades], visualizado en la Figura 7.10, y una carga de almacenamiento total de 58132 [unidades] (ver Tabla 7.10). Estos valores representan la cantidad total de unidades mantenidas en inventario y, por tanto, reflejan la carga de almacenamiento acumulada durante todo el horizonte. Estos excesos de inventario se explican en mayor medida por el comportamiento de la producción, visualizado en la Figura 7.6, donde, durante la mayor parte del periodo de evaluación, el *Caso Base* trabaja a la máxima tasa posible, salvo en algunos periodos en los que la producción se reduce a cero, lo cual coincide con las mantenciones planificadas (ver Figura 7.2).

Por su parte, el *Modelo Propuesto* demuestra una gestión mucho más eficiente del buffer, anticipándose estratégicamente a las detenciones del equipo *A*, acumulando inventario antes de cada mantenimiento (ver Figura 7.5). Esto se traduce en la aparición de 10 montículos de inventario a lo largo del tiempo, correspondientes a 10 eventos de mantenimiento; a esto se le agregan niveles de inventario que nunca alcanzan el límite de capacidad máxima, gracias a una estrategia que sincroniza la producción del equipo *A* con las ventanas de mantenimiento, reduciendo el uso total de inventario a solo 2502 [unidades] (ver Tabla 7.10) y eliminando completamente el exceso (ver Figura 7.11). Esto es congruente con el comportamiento visualizado en la producción del equipo *A* (ver Figura 7.7), donde el manejo de una tasa de producción dinámica hace que, con la finalidad de disminuir el exceso de inventario y el uso de inventario, el equipo trabaje la mayor parte del tiempo a la misma tasa que el equipo *B*, salvo ciertos períodos en los que se necesita aumentar la tasa con el objetivo de generar los montes de inventario previos a las mantenciones. Todo lo mencionado anteriormente se encuentra sincronizado con el plan de mantenimiento del equipo (ver Figura 7.3), donde los montes de inventario y producción se generan antes de realizar un mantenimiento y, a su vez, durante la realización de estas actividades preventivas, se observa cómo la producción del equipo se reduce a cero y cómo el inventario disminuye, dado que el equipo *B* continúa operando. Lo anterior recalca la importancia de tener un modelado que se adapte dinámicamente a los requerimientos de la producción, mantenimiento y gestión de inventario.

Cabe señalar que, si bien la Carta Gantt (ver Figura 7.3) muestra 13 detenciones por actividades de mantenimiento, la gráfica de producción sólo refleja 10 detenciones. Esta discrepancia se debe al proceso de discretización temporal: dado que la actividad más pequeña tiene una duración de aproximadamente 0,03 [semanas], una discretización temporal de $\Delta t = 0,06$ [semanas] no logra captar esos eventos tan pequeños. Por lo tanto, el modelo subestima el número de detenciones reales, lo que refuerza la importancia de elegir un Δt que cumpla con las características mencionadas en la Ecuación (7.5) para mejorar la precisión de los resultados.

Por otro lado, el *Modelo Propuesto* mantiene el inventario en niveles cercanos a cero durante la mayor parte del horizonte. Esto puede explicarse por la frecuencia más alta de mantenimientos en el equipo *B*, lo que obliga al sistema a reservar espacio disponible para almacenar producto en caso de una detención del equipo *B*. Además, mantener bajos niveles de inventario minimiza los costos asociados. Este comportamiento también se evidencia en que, como se menciona anteriormente, la tasa de producción del equipo *A* se mantiene, la mayor parte del tiempo, alineada con la tasa de consumo del equipo *B*, evitando acumulaciones innecesarias.

En la Figura (ver Figura 7.8) se observa el comportamiento de la demanda perdida a lo largo del tiempo; principalmente, se evidencia que el *Caso Base* logra cumplir con toda la demanda requerida durante el periodo de evaluación. Sin embargo, lo realiza utilizando grandes cantidades de inventario y exceso de inventario. Por otro lado, el *Caso Propuesto* logra el mismo objetivo, pero utilizando en menor medida el inventario; en

el Gráfico 7.9 se puede observar un comportamiento extraño de la demanda perdida en el tiempo; sin embargo, cabe destacar que cada valor se encuentra multiplicado por la constante $1 \cdot e^{-11}$, lo que implica que tiende a 0.

Con respecto a los consumos del equipo *B* a lo largo del tiempo (ver Figuras 7.12 y 7.13), tanto el *Caso Base* como el *Caso Propuesto* presentan el mismo comportamiento. Esto se debe a que, como se menciona anteriormente en la definición de los casos, se utiliza el mismo plan de mantenimiento del equipo *B* (ver Figura 7.1). Por un lado, en el *Caso Base* se aplica directamente, mientras que en el *Caso Propuesto* se incorpora como parámetro de entrada para la toma de decisiones. Por lo tanto, es esperable que ambos presenten un comportamiento idéntico en cuanto al consumo a lo largo del horizonte temporal.

Desde el punto de vista del uso de ventanas de flexibilidad (ver Tabla 7.6), el plan de mantenimiento entregado por el *Caso Base* presenta una indisponibilidad del 12,4%, mientras que el *Caso Propuesto* 11,3%. lo anterior se puede evidenciar en las respectivas Cartas Gantt (ver Figura 7.3), donde el *Caso Propuesto* presenta menos detenciones que el *Caso Base* (ver Figura 7.2): 13 y 14 detenciones, respectivamente, generando nuevos paquetes de agrupamientos. Por otro lado, se puede visualizar cómo el *Caso Propuesto* utiliza en mayor cantidad las ventanas de flexibilidad, donde solo un 4,5% de sus actividades se ejecutan dentro de su programación ideal (en contraste con el *Caso Base*, con un 45,5%); de las restantes, un 59% fueron desplazamientos para adelantar el mantenimiento y un 36% para realizar retrasos, donde los adelantamientos tuvieron una magnitud promedio de 0.423 [semanas] (reflejo de una anticipación planificada) y los retrasos con un valor de 0.21 [semanas]. Todo esto implica que el *Modelo Propuesto* tiene una menor rigidez y adopta decisiones más dinámicas en el tiempo.

7.4 Análisis de Sensibilidad

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la realización de un análisis de sensibilidad sobre los parámetros clave del *Modelo Propuesto*; a lo largo de esta sección se lleva a cabo un análisis por casos, que a su vez se compara con el *Caso Propuesto* obtenido en la sección anterior.

7.4.1. Caso 1: Aumento de Inventario Inicial

Para el desarrollo de este caso, se considera un inventario inicial $IL_0 = 70$ [unidades], el cual coincide con la capacidad máxima del buffer, es decir, $K_{\text{máx}} = 70$ [unidades]. En otras palabras, el sistema comienza con el buffer completamente lleno. El objetivo de analizar esta condición es observar el comportamiento del *Modelo Propuesto* cuando el buffer se encuentra bajo la máxima capacidad operativa.

Parámetro	Valor
Tasa de producción del equipo A (λ_A)	80 unidades/semanas
Tasa de consumo del equipo B (λ_B)	60 unidades/semanas
Capacidad total del búfer ($K_{\text{máx}}$)	70 unidades
Inventario inicial (IL_0)	70 unidades

Tabla 7.8: Parámetros - Caso 1

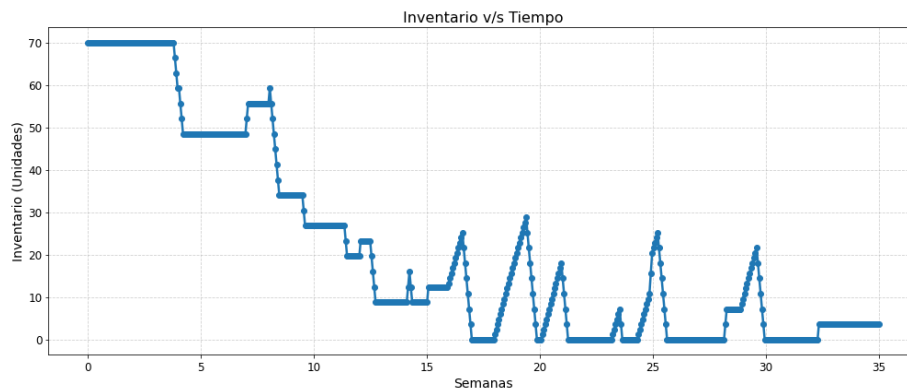


Figura 7.14: Inventario - Caso 1

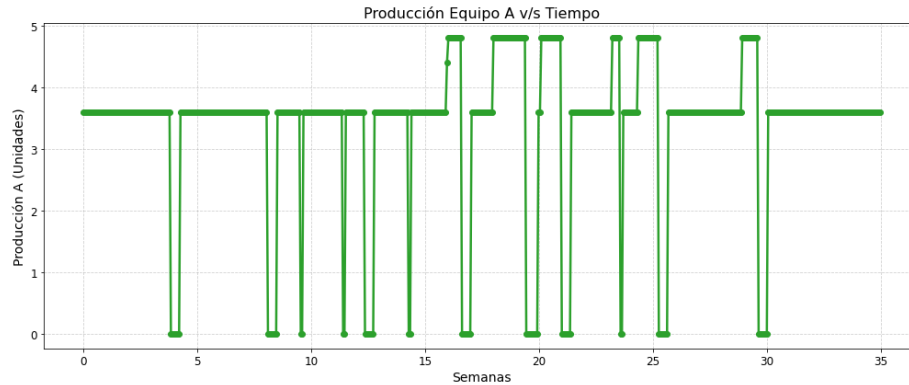


Figura 7.15: Producción - Caso 1

Se puede visualizar como el modelo utiliza tanto las ventanas de flexibilidad como la tasa de producción variable para disminuir el uso del inventario a lo largo del tiempo. Específicamente, se puede observar en la Figura 7.15 como el equipo *A* opera a la mínima tasa posible (produciendo un total de 1964 [unidades]) durante la mayor parte del período de evaluación *T*. A su vez, ocupa las mantenencias planificadas (ver Anexo F.4), visualizadas en (ver Figura F.1), para anular la producción y disminuir el inventario. Este comportamiento se observa hasta la semana número 15, donde luego el modelo presenta montes de inventario y producción, dado que el nivel de inventario llega a niveles bajos. Por otro lado, el modelo produce a la máxima tasa posible para mantener la continuidad operativa, adelantándose a los mantenimientos del equipo *A*, generando stock de inventario y amortiguando las detenciones del equipo.

Adicionalmente, lo anterior puede explicarse mediante el uso de las ventanas de flexibilidad (ver Tabla 7.9). Se observa que el *Caso 1* tiene adelantos de una mayor magnitud promedio del 44% en comparación con el *Caso Propuesto*, lo que indica que el modelo intenta adelantar las actividades para generar detenciones lo antes posible y así disminuir el inventario dentro del buffer; además, se visualiza en la Carta Gantt (ver Figura F.1) que el plan de mantenimiento del *Caso 1* ejecuta 9 actividades de forma individual en comparación con las 8 actividades ejecutadas en el *Caso Propuesto* (ver Figura 7.3). Esto se ve reflejado en el aumento del indicador de indisponibilidad, desde un 11.3% hasta un 12.1%. Sin embargo, el *Caso 1*, que considera el inventario lleno al iniciar el periodo de evaluación, mantiene mayores niveles de inventario en el tiempo en comparación con el *Caso Propuesto*. Específicamente, el *Caso Propuesto* mantiene 2502 [unidades], mientras que el *Caso 1* mantiene 12527 [unidades].

Métrica	Caso Propuesto	Caso 1
Indisponibilidad (%)	11.32	12.14
Adelanto Promedio [semanas]	0.4229	0.4421
Retraso Promedio [semanas]	0.2105	0.1936
Frecuencia de Adelanto (%)	59.09	59.09
Frecuencia de Retraso (%)	36.36	36.36
Ejecuciones Conservadoras (%)	4.54	4.54

Tabla 7.9: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo A - Caso 1

Métrica	Caso Propuesto [unidades]	Caso 1 [unidades]
Producción total de A	2034	1964
Tiempo productivo total	31.32	31.08
Inventario total	2502.00	12527
Demanda perdida total	0.00	0.00
Exceso inventario total	0.00	0.00

Tabla 7.10: Comparación de métricas totales del sistema (Equipo A)

7.4.2. Caso 2: Aumento de Tasa de producción Equipo A

Para la realización de este caso, se considera un inventario inicial de $IL_0 = 0$; se mantiene la capacidad total del *buffer* de $K_{\text{máx}} = 70$ [unidades]. Además, se establece una tasa de producción para el equipo A de $\lambda_A = 300$ [unidades/semana] y una tasa de consumo para el equipo B de $\lambda_B = 60$ [unidades/semana]. Este escenario busca analizar el comportamiento del sistema al comenzar sin inventario acumulado, pero con una producción intensa en el equipo A.

Parámetro	Valor
Tasa de producción del equipo A (λ_A)	300 unidades/semanas
Tasa de consumo del equipo B (λ_B)	60 unidades/semanas
Capacidad total del búfer ($K_{\text{máx}}$)	70 unidades
Inventario inicial (IL_0)	0 unidades

Tabla 7.11: Parámetros - Caso 2

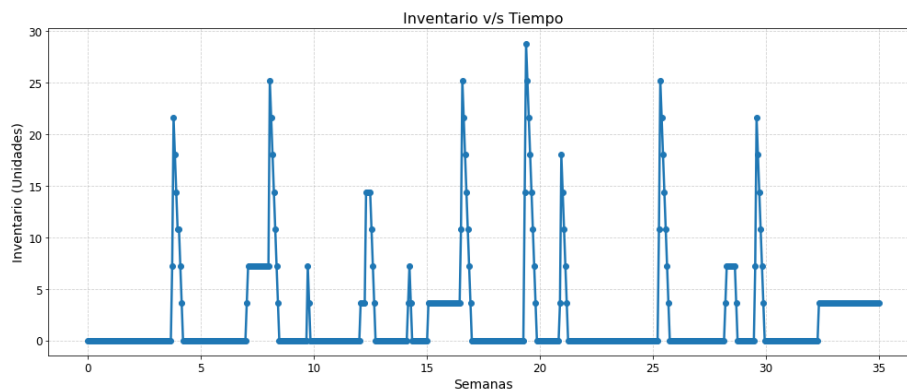


Figura 7.16: Inventario - Caso 2

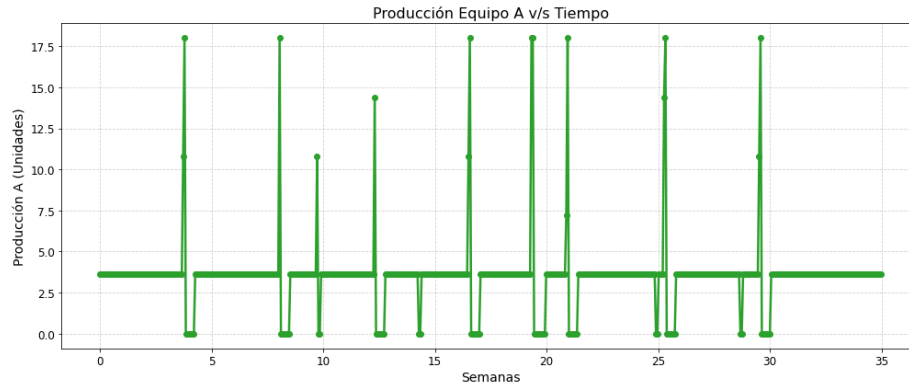


Figura 7.17: Producción - Caso 2

Se puede observar en el plan de mantenimiento obtenido para el *Caso 2* (ver Anexo F.5) que una tasa de producción λ_a mucho mayor que la tasa de producción λ_b genera un comportamiento similar al observado en el *Caso Propuesto*, donde el modelo produce a la mínima tasa posible y solo aumenta la producción antes de la ejecución de una actividad de mantenimiento, generando así inventario para amortiguar la detención. Sin embargo, el hecho de tener una tasa de producción mayor permite una menor utilización del inventario a lo largo del tiempo, lo cual puede ser observado en la tabla (ver Tabla 7.12) con un inventario total de 1245 [unidades]. En otras palabras, tanto el *Caso Propuesto* como el *Caso 2* generan la misma cantidad de producción de 2034 [unidades]; sin embargo, utilizan una menor cantidad de inventario a lo largo del tiempo. Por otro lado, con respecto al uso de las ventanas de flexibilidad, el uso de una tasa de producción alta permite una mayor cantidad de actividades que se ejecutan en su programación original, lo cual se ve reflejado en un aumento del 4.5 % a un 9 % de ejecuciones conservadoras, lo que también implica una disminución en las frecuencias de retraso y en el indicador de retraso promedio en comparación con el *Caso Propuesto*. Esto se debe a que existen menos incentivos para utilizar las ventanas de flexibilidad debido al uso de una tasa de producción mayor que es capaz de cubrir la demanda, lo cual también se refleja en el aumento de la indisponibilidad del 11.3 % al 12.14 %. Esto es, a su vez, congruente con lo visualizado en la Carta Gantt (ver Figura F.2) del plan de mantenimiento, donde el *Caso 2* genera 10 ejecuciones individuales frente a 8 ejecuciones individuales del *Caso Propuesto* 7.3, lo que explica el aumento en la indisponibilidad mencionado anteriormente.

Métrica	Caso Propuesto	Caso 2
Indisponibilidad (%)	11.32	12.14
Adelanto Promedio [semanas]	0.4229	0.4243
Retraso Promedio [semanas]	0.2105	0.1565
Frecuencia de Adelanto (%)	59.09	59.09
Frecuencia de Retraso (%)	36.36	31.81
Ejecuciones Conservadoras (%)	4.54	9.09

Tabla 7.12: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo A - Caso 2

Métrica	Caso Propuesto [unidades]	Caso 2 [unidades]
Producción total de A	2034.00	2034.00
Tiempo productivo total	31.32	31.08
Inventario total	2502.00	1245.60
Demanda perdida total	4.02e-09	4.14e-09
Exceso total	5.00e-07	3.92e-07

Tabla 7.13: Comparación de métricas totales del sistema – Casos Propuesto y 2

7.4.3. Caso 3: Relajación del modelamiento: Tasa Equipo B Mayor que Tasa Equipo A

Este escenario busca, en particular, analizar el comportamiento del modelo bajo una demanda más alta del equipo B que la producción disponible del equipo A . Es por ello que se realiza una relajación del *Modelo Propuesto*, permitiendo que la tasa de consumo del equipo B sea mayor que la tasa de producción del equipo A mediante la eliminación de la restricción (ver Restricción 6.40). Para la tasa de producción del equipo A , se utiliza un valor de $\lambda_A = 30$ [unidades/semana], mientras que la tasa de consumo del equipo B se mantiene en su valor de $\lambda_B = 60$ [unidades/semana]. El inventario inicial se considera vacío $IL_0 = 0$ [unidades] y la capacidad total del buffer se considera con un valor de $K_{\text{máx}} = 70$ [unidades].

Parámetro	Valor
Tasa de producción del equipo A (λ_A)	30 unidades/semanas
Tasa de consumo del equipo B (λ_B)	60 unidades/semanas
Capacidad total del búfer ($K_{\text{máx}}$)	70 unidades
Inventario inicial (IL_0)	0 unidades

Tabla 7.14: Parámetros - Caso 3

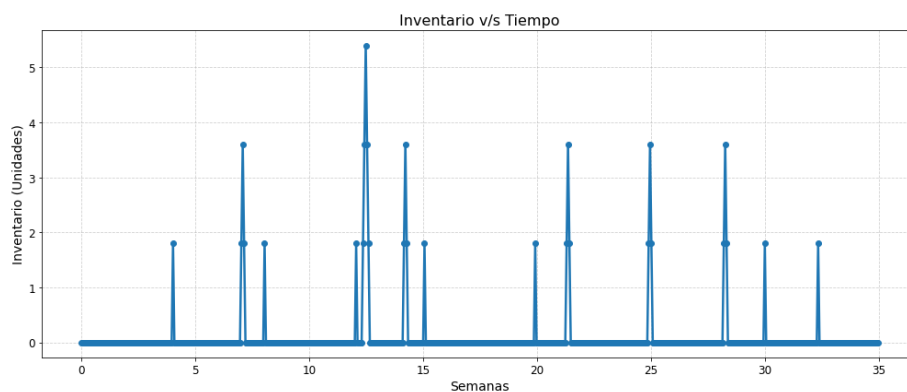


Figura 7.18: Inventario - Caso 3

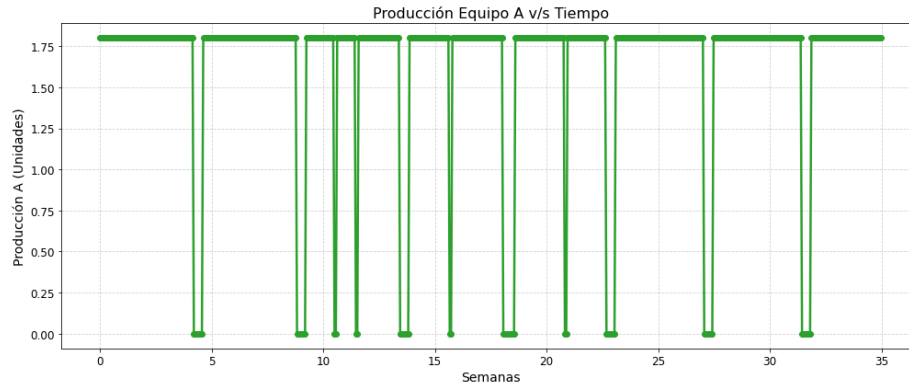


Figura 7.19: Producción - Caso 3

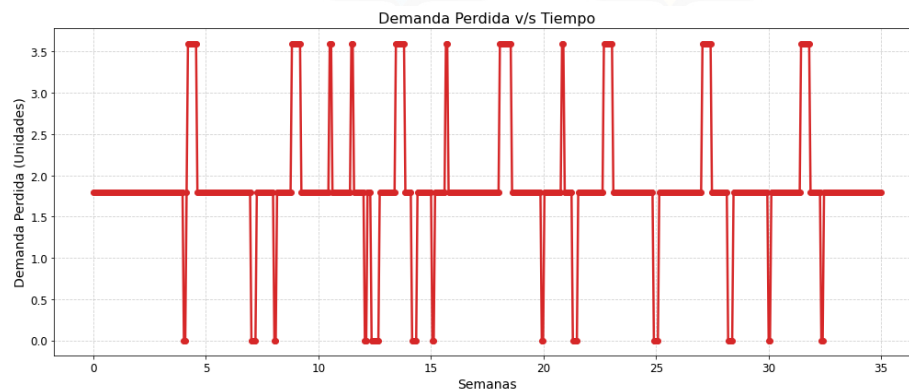


Figura 7.20: Demanda Perdida - Caso 3

Con respecto al *Caso 3*, donde la tasa del equipo A λ_a aguas arriba es menor que la tasa del equipo λ_b aguas abajo, se genera un plan de mantenimiento, el cual se puede observar con detalle (ver Anexo F.6) representado en la Carta Gantt (ver Figura F.3). Este plan de mantenimiento genera demanda perdida con un valor de 1085 [unidades] (ver Tabla 7.16), explicada en mayor medida por la disminución de la tasa productiva. Sin embargo, con el fin de disminuir esta demanda perdida lo máximo posible, el modelo prefiere el uso de una mayor cantidad de mantenimientos individuales sobre los agrupamientos, en comparación con *el Caso Propuesto*. Lo anterior puede explicarse de la siguiente manera: aunque la generación de paquetes de agrupamiento logra disminuir las detenciones del sistema, estas tienen una mayor duración, dado que el periodo de inoperatividad está condicionado por la actividad que tenga la mayor duración dentro del paquete de agrupamiento. En cambio, las detenciones por mantenimientos individuales son de menor magnitud, pero generan detenciones que son más frecuentes, explicando así la preferencia del modelo por utilizar en mayor medida estas últimas para generar la máxima capacidad productiva posible a lo largo del periodo de evaluación T . Por otro lado, con respecto al uso de las ventanas de flexibilidad (ver Tabla 7.15), el modelo retrasa las actividades de mantenimiento para así prolongar la producción del equipo A. Esto se puede observar en los indicadores de

frecuencia de retraso, que aumentan del 36 % al 54,5 %, y en el promedio de retraso, que pasa de 0.21 [semanas] a 0.47 [semanas]. Esto es congruente con la disminución de los indicadores relacionados con los adelantamientos. Por otro lado, otra característica que se puede observar es que el modelo logra generar un inventario, el cual es muy pequeño y se genera en mayor medida durante los intervalos de tiempo en los que el equipo B se encuentra bajo mantenimiento y el equipo A está operativo. Esto último puede ser observado en la Figura 7.18, donde el aumento de inventario coincide en gran parte con las detenciones planificadas del equipo B , las cuales pueden ser visualizadas en la Carta Gantt 7.1.

Finalmente, con respecto a la demanda perdida, se puede visualizar que se presenta a lo largo del periodo de evaluación, lo cual es congruente con la disminución de la tasa productiva λ_a ; sin embargo, se pueden observar valles y montes en la gráfica de demanda perdida (ver Figura 7.20). Los valles coinciden con las mantenciones del equipo B , lo que además coincide con el aumento del inventario; en cambio, los montes coinciden con los mantenimientos del Equipo A y la inexistencia de inventario.

Métrica	Caso Propuesto	Caso 3
Indisponibilidad (%)	11.32	12.65
Adelanto Promedio [semanas]	0.4229	0.1549
Retraso Promedio [semanas]	0.2105	0.4734
Frecuencia de Adelanto (%)	59.09	27.27
Frecuencia de Retraso (%)	36.36	54.54
Ejecuciones Conservadoras (%)	4.54	18.18

Tabla 7.15: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo A - Caso 3

Métrica	Caso Propuesto [unidades]	Caso 3 [unidades]
Producción total A	2034.00	945.00
Tiempo productivo total	31.32	31.50
Inventario total	2502.00	64.80
Demanda perdida total	0.00	1085.40
Exceso inventario total	0.00	0.00

Tabla 7.16: Comparación de métricas operacionales del Equipo A : Caso Propuesto vs Caso 3

7.4.4. Caso 4: Disminución del parámetro de flexibilidad

En este caso, se mantiene una tasa de producción del equipo A de $\lambda_A = 80$ [unidades/semanas] y una tasa de consumo del equipo B igual a $\lambda_B = 60$ [unidades/semanas]. Se considera un inventario inicial que se encuentra vacío $IL_0 = 0$ [unidades], y el buffer cuenta con una capacidad de $K_{\text{máx}} = 70$ [unidades]. En particular, se analiza el cambio del parámetro de flexibilidad desde un valor de $e_a = 0.05$ a un valor de $e_a = 0.01$, el cual controla la longitud máxima permitida de las ventanas de flexibilidad. Este escenario permite evaluar el comportamiento del modelo cuando se restringe significativamente la tolerancia para la utilización de las ventanas de flexibilidad.

Parámetro	Valor
Tasa de producción del equipo A (λ_A)	80 unidades/semanas
Tasa de consumo del equipo B (λ_B)	60 unidades/semanas
Capacidad total del búfer ($K_{m\acute{a}x}$)	70 unidades
Inventario inicial (IL_0)	0 unidades
Tolerancia para agrupamiento (e_a)	0.01

Tabla 7.17: Parámetros del Caso 4: Tolerancia mínima para agrupamiento

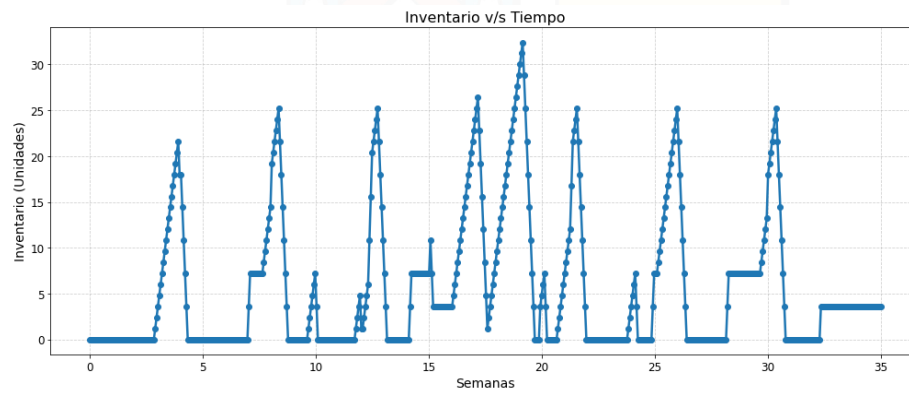


Figura 7.21: Inventario - Caso 4

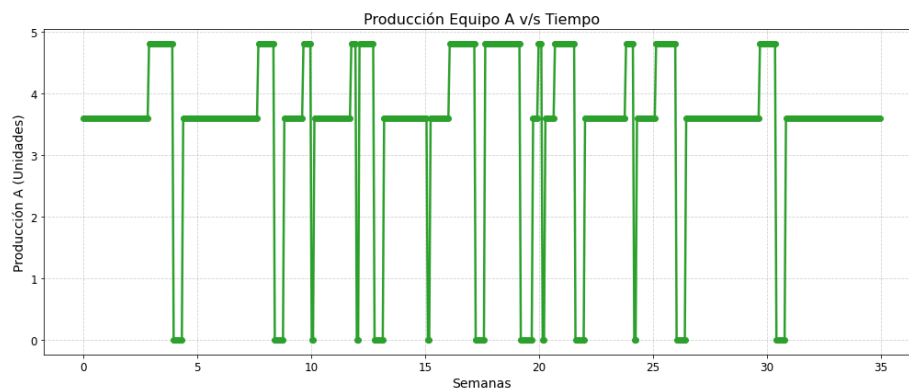


Figura 7.22: Producción - Caso 4

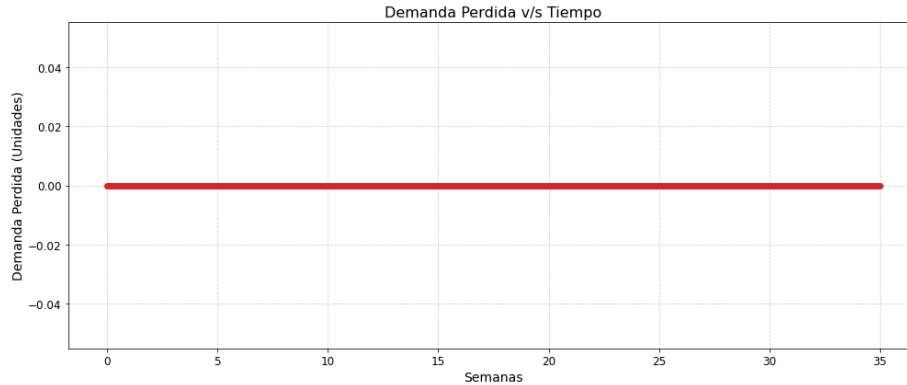


Figura 7.23: Demanda Perdida - Caso 4

Con respecto al plan de mantenimiento obtenido para el *Caso 4* (ver Anexo F.7), el cual puede ser visualizado en la Carta Gantt F.4, una disminución del parámetro de flexibilidad e_a desde un valor de 0.05 a 0.01 genera un comportamiento similar al visualizado en el *Caso Propuesto*, donde el modelo genera inventario mediante el aumento de la tasa de producción λ_a antes de la realización de los mantenimientos.

Este caso en particular no genera demanda perdida, produciendo la misma cantidad de 2034 [unidades] que el *Caso Propuesto*, pero utilizando en mayor medida el inventario a lo largo del tiempo, aumentando de un valor de 2502 [unidades-semana] a 3322 [unidades]. Con respecto a la utilización de las ventanas de flexibilidad, la disminución del parámetro de flexibilidad implica un aumento en la indisponibilidad, desde el 11.32 % hasta el 12.9 %, aumentando adicionalmente la cantidad de ejecuciones conservadoras, desde el 4.5 % hasta el 22 %; esto también genera disminuciones en los indicadores de adelanto promedio, retraso promedio y frecuencia de adelanto; sin embargo, el modelo tiende a retrasar las subactividades.

Adicionalmente, se puede observar en F.4 que se generan más actividades de mantenimiento ejecutadas individualmente que en el *Caso Propuesto*; esto es congruente con la disminución del parámetro de flexibilidad, dado que el modelo se ve más restringido para generar agrupamientos.

Métrica	Caso Propuesto	Caso 4
Indisponibilidad (%)	11.32	12.95
Adelanto Promedio [semanas]	0.422	0.2250
Retraso Promedio [semanas]	0.2105	0.2533
Frecuencia de Adelanto (%)	59.09	27.27
Frecuencia de Retraso (%)	36.36	50.00
Ejecuciones Conservadoras (%)	4.54	22.72

Tabla 7.18: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo A - Caso 4

Métrica	Caso Propuesto [unidades]	Caso 4 [unidades]
Producción total A	2034.00	2034.00
Tiempo productivo total	31.32	30.96
Inventario total	2502.00	3322.80
Demanda perdida total	0.00	0.00
Exceso inventario total	0.00	0.00

Tabla 7.19: Comparación de métricas operacionales del Equipo A: Caso Propuesto vs Caso 4

7.4.5. Caso 5: Tasas de producción iguales

En este caso, tanto la tasa de producción del equipo A como la tasa de consumo del equipo B tienen el mismo valor, es decir, $\lambda_A = \lambda_B = 60$ [unidades/semanas]. Se comienza con un inventario inicial vacío ($IL_0 = 0$ [unidades]) y se considera una capacidad del *buffer* de $K_{\text{máx}} = 70$ [unidades]. Además, se establece una tolerancia de agrupamiento $e_a = 0.05$.

Parámetro	Valor
Tasa de producción del equipo A (λ_A)	60 unidades/semana
Tasa de consumo del equipo B (λ_B)	60 unidades/semana
Capacidad total del búfer ($K_{\text{máx}}$)	70 unidades
Inventario inicial (IL_0)	0 unidades
Tolerancia para agrupamiento (e_a)	0.05

Tabla 7.20: Parámetros del Caso 5

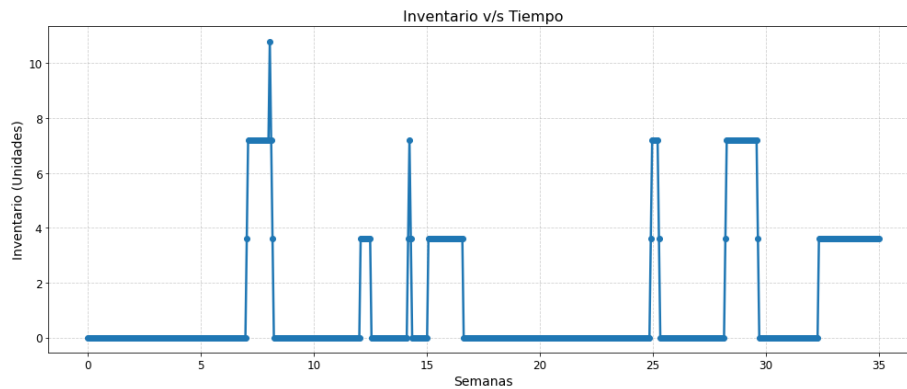


Figura 7.24: Inventario - Caso 5

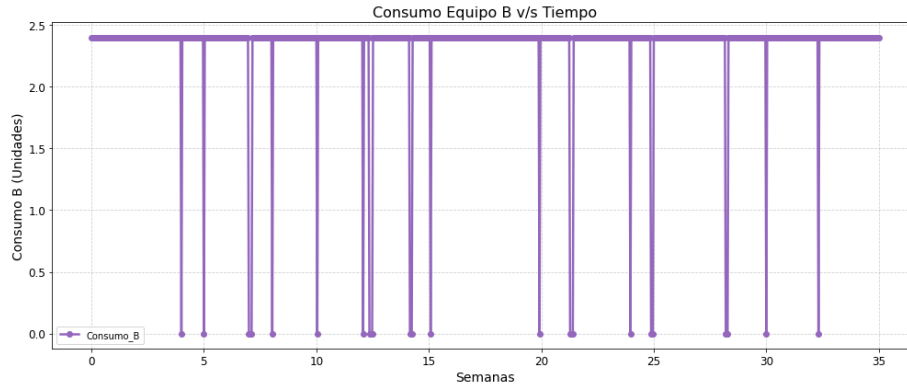


Figura 7.25: Consumo Equipo B - Caso 5

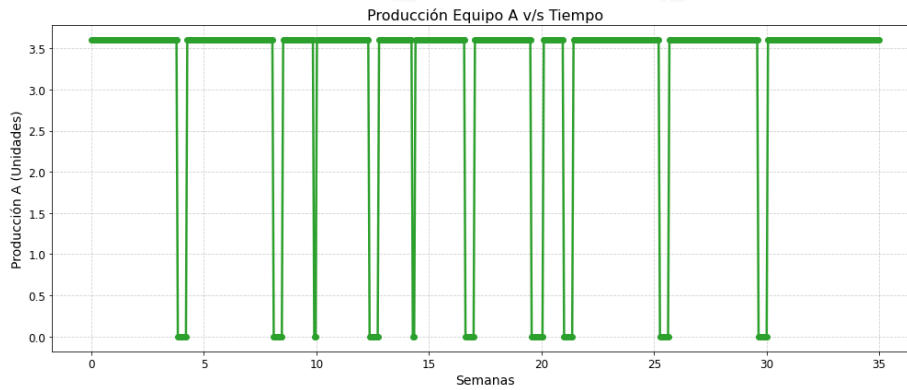


Figura 7.26: Producción - Caso 5

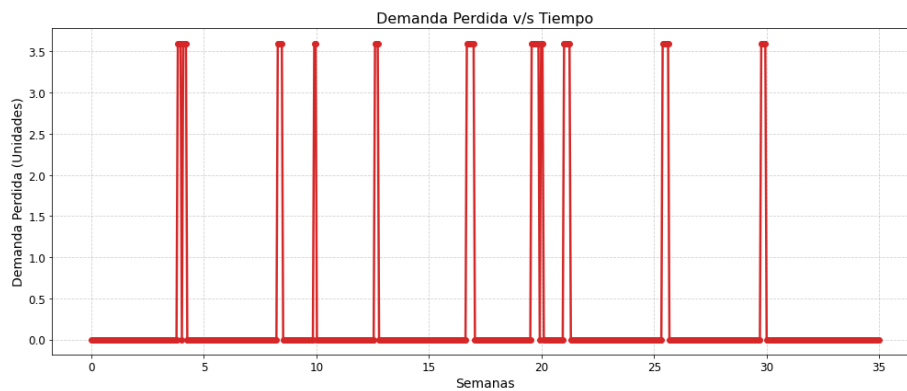


Figura 7.27: Demanda Perdida - Caso 5

En referencia al plan de mantenimiento para el *Caso 5*, detallado en el Anexo F.8 y visible en la Carta Gantt F.5, se observa una pérdida de demanda de 154 [unidades] (ver Tabla 7.22). Es por esta razón que el modelo busca reducir dicha pérdida, implementando una agrupación mayor que la del *Caso Propuesto* (ver Figura 7.3). Adicionalmente, el modelo muestra una tendencia a posponer las actividades de mantenimiento del equipo

A , como se puede observar en la Tabla 7.21. Esto tiene el propósito de maximizar el nivel de producción, aumentando la frecuencia de retraso del 36 % al 41 % y elevando el retraso promedio de 0.21 [semanas] a 0.26 [semanas]. Esta estrategia intenta optimizar las ventanas de operación simultánea entre los equipos A y B , ya que, considerando el plan de mantenimiento predefinido para el equipo B , el sistema requiere que la tasa de producción del equipo A sea al menos igual a la tasa de consumo del equipo B para prevenir pérdidas de demanda. No obstante, la creación de inventario está restringida únicamente a períodos en que el equipo B no opera, limitando la capacidad del sistema para amortiguar futuras paradas por mantenimiento del equipo A . Como resultado, los máximos en el inventario del buffer (7.24) ocurren concurrentemente con los períodos de mantenimiento del equipo B , siendo estas las únicas fases en las que la producción de A puede exceder el consumo sin provocar pérdidas. Esta dinámica resulta en un fenómeno crítico: la pérdida de demanda se materializa solo cuando el equipo B está activo, el equipo A está en mantenimiento y el buffer carece de la cantidad necesaria para satisfacer el consumo. Ante este escenario, el modelo se ve forzado a posponer los mantenimientos del equipo A dentro de los límites otorgados por la ventana de flexibilidad, minimizando así las situaciones de desabastecimiento. En este contexto, el nivel de inventario se eleva durante los mantenimientos del equipo B , se estabiliza cuando ambos equipos operan, ya que la producción de A es equivalente al consumo de B , y decrece durante los mantenimientos del equipo A debido a la ausencia de generación de nuevas unidades.

Métrica	Caso Propuesto	Caso 5
Indisponibilidad (%)	11.32	11.32
Adelanto Promedio [semanas]	0.4229	0.3951
Retraso Promedio [semanas]	0.2105	0.2607
Frecuencia de Adelanto (%)	59.09	54.54
Frecuencia de Retraso (%)	36.36	40.90
Ejecuciones Conservadoras (%)	4.54	4.54

Tabla 7.21: Métricas de evaluación de uso de ventanas de flexibilidad Equipo A - Caso 5

Métrica	Caso Propuesto [unidades]	Caso 5 [unidades]
Producción total A	2034	1879
Tiempo productivo total	31.32	31.32
Inventario total	2502	655
Demanda perdida total	0.00	154
Exceso inventario total	0.00	0.00

Tabla 7.22: Comparación de métricas operacionales del Equipo A : Caso Propuesto vs Caso 5

8 | Conclusiones

Dado los resultados obtenidos a través del análisis de los diferentes escenarios planteados, se puede establecer un comportamiento del sistema según el enfoque de modelado que se utilice. En particular, un plan de mantenimiento que no incorpora el contexto productivo y la capacidad de almacenamiento puede generar deficiencias; específicamente, se observa cómo la variable del uso del inventario en el tiempo adquiere una relevancia importante. A pesar de que en el *Caso base* y el *Propuesto* planteado no se presenta demanda perdida, la utilización de inventario es significativamente distinta; en particular, el *Caso base* presenta un alza considerable en el almacenamiento a lo largo del tiempo.

El papel desempeñado por el buffer es esencial, ya que sirve como un mecanismo de desacoplamiento entre la producción del equipo *A* y el consumo del equipo *B*. Sin embargo, su eficacia está directamente ligada a la sincronización precisa entre los dos componentes del sistema. Aunque ofrece una capacidad de almacenamiento temporal, dicha capacidad es finita; una gestión inadecuada podría resultar en un desbordamiento. Es por ello que destaca la implementación de una tasa de producción que varía a lo largo del tiempo, permitiendo así la toma de decisiones adaptativas en cada intervalo temporal específico. Esta habilidad de ajuste constituye un beneficio significativo en comparación con el *Caso base*, que asume tasas de producción constantes y, por lo tanto, no es capaz de adaptarse de manera efectiva. Al emplear tasas de producción cambiantes, el *Modelo Propuesto* posee la capacidad de ajustarse dinámicamente a las condiciones operativas que se presenten, optimizando así las estrategias tanto de producción como de almacenamiento para que sean más eficaces. Por otro lado, se debe tener presente la utilización de ventanas de flexibilidad; es esencial enfatizar que un incremento en el número de agrupamientos no garantiza automáticamente una mejora en la solución. De hecho, experimentar una interrupción prolongada debido a un agrupamiento de gran tamaño puede resultar más perjudicial que enfrentar varias interrupciones individuales pequeñas a lo largo del tiempo. Por consiguiente, la implementación de ventanas de flexibilidad se vuelve crucial para ajustar de manera dinámica la planificación de acuerdo con las necesidades reales del sistema. La evidencia empírica derivada de los escenarios simulados en este trabajo demuestra que el *Modelo Propuesto*, al integrar agrupamientos cuando son ventajosos con ejecuciones individuales en momentos más apropiados, logra equilibrar de manera óptima la eficiencia operativa.

9 | Discusión

El *Modelo Propuesto* incorpora de manera explícita, dentro del proceso de optimización, tanto la gestión del inventario del buffer como el cumplimiento de la demanda. No obstante, el modelo presenta desafíos relevantes que no deben pasarse por alto. Un reto de gran importancia es la precisión con que se calcula el tiempo productivo y el tiempo de inactividad dentro de cada intervalo temporal. Para mejorar esta precisión, se puede considerar la opción de reducir el tamaño del intervalo de discretización, lo que implica un aumento en la cantidad de variables y restricciones en el modelo. Esta medida permitiría una representación más detallada, lo que facilitaría que el modelo tomara mejores decisiones. Sin embargo, es importante tener en cuenta que esta mejora se asocia con un costo computacional considerable. Por consiguiente, se presenta un evidente dilema entre la precisión alcanzada y la eficiencia en términos computacionales, el cual debe ser evaluado cuidadosamente en función de las particularidades del contexto práctico en el que se vaya a implementar dicho modelo.

A fin de abordar la complejidad computacional de manera más eficiente, se pueden recurrir a herramientas más sofisticadas. Una alternativa viable es la descomposición de Benders, la cual puede implementarse para separar, dentro del modelamiento, decisiones de tipo estratégico, tales como la programación de mantenimientos, de las decisiones de naturaleza táctica, como es el caso de la gestión de inventarios. Generando así problemas de menor escala que pueden resolverse de manera iterativa.

Un factor crucial que merece atención es la inclusión de la incertidumbre en el análisis. El *Modelo Propuesto* presentado en este trabajo opera bajo una lógica determinística, lo cual restringe su utilidad práctica en contextos reales. En estos entornos, se pueden presentar fallos inesperados, alteraciones en la demanda y fluctuaciones en la disponibilidad de equipos. Una mejora potencial del modelo consistiría en su expansión hacia modelos de programación lineal estocástica. Este enfoque incorporaría la consideración de escenarios de fallo, eventos de corrección y la toma de decisiones adaptativas. Tal mejora permitiría una planificación más adaptada a los eventos inesperados y contribuiría significativamente a la mejora de la calidad de las soluciones generadas.

Otro aspecto a tener en cuenta, vinculado al análisis numérico utilizado en este trabajo, es que el equipo situado aguas abajo presenta menor confiabilidad, requiriendo mantenimientos más frecuentes que el ubicado aguas arriba. Para explorar más posibilidades de comportamiento del *Modelo Propuesto*, es necesario investigar el escenario opuesto, donde el equipo aguas arriba sea menos confiable que el de aguas abajo.

Finalmente, en el análisis numérico presentado, los costos se utilizan principalmente para observar el comportamiento del modelo mediante comparaciones relativas entre sí, en

lugar de basarse en cifras exactas. Por lo tanto, es esencial que los futuros desarrollos incorporen valores industriales reales e integren costos asociados con adelantar o retrasar actividades de mantenimiento, así como con la generación de agrupamientos.



Bibliografía

- A. Crespo Márquez. *The Maintenance Management Framework: Models and Methods for Complex Systems Maintenance*. Springer Series in Reliability Engineering. Springer-Verlag London Limited, London, 2007. ISBN 978-1-84628-820-3. [3.1](#), [3.2](#), [3.2.1](#), [3.2.2](#)
- Nicolás Cárdenas. Modelo de planificación táctica de mantenimientos considerando ventanas de flexibilidad y agrupamiento de actividades. Memoria para optar al título de ingeniero civil industrial, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, 2022. [3.7.1](#)
- M. Gopalakrishnan and C. Laroque. Buffer utilization based scheduling of maintenance activities by a shifting priority approach – a simulation study. In *Proceedings of the IEEE Conference*. IEEE, 2016. ([document](#)), [4.2.6](#)
- LLC Gurobi Optimization. What's new in gurobi 11.0. <https://www.gurobi.com/whats-new-gurobi-11-0/>, 2023. Consultado el 15 de junio de 2025. [2](#)
- LLC Gurobi Optimization. Gurobi optimizer: World's fastest mathematical optimization solver. <https://www.gurobi.com/solutions/gurobi-optimizer/>, 2024. Consultado el 8 de junio de 2025. [2](#)
- F. Hardt, M. Kotyrba, E. Volná, and R. Jarušek. Innovative approach to preventive maintenance of production equipment based on a modified tpm methodology for industry 4.0. *Applied Sciences*, 2021. doi: 10.3390/app11156953. [3.2](#), [3.2.2](#), [3.8](#)
- W. E. Hart, J.-P. Watson, and D. L. Woodruff. Pyomo: Modeling and solving mathematical programs in python. *Mathematical Programming Computation*, 3(3):219–260, 2011. doi: 10.1007/s12532-011-0026-8. [1](#)
- C. C. Karamatsoukis and E. G. Kyriakidis. Optimal maintenance of two stochastically deteriorating machines with an intermediate buffer. *European Journal of Operational Research*, 207(1):297–308, 2010. doi: 10.1016/j.ejor.2010.04.022. ([document](#)), [4.2.2](#), [4.2.3](#)
- E. G. Kyriakidis and T. D. Dimitrakos. Optimal preventive maintenance of a production system with an intermediate buffer. *European Journal of Operational Research*, 168(1): 86–99, 2006. doi: 10.1016/j.ejor.2004.01.052. ([document](#)), [4.2.1](#), [5.1](#)
- C. Leenen, M. Geurtsen, I. Adan, and Z. Atan. Maintenance planning with deterioration by a reinforcement learning approach – a semiconductor simulation study. In *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, pages 1761–1772, 2024. doi: 10.1109/WSC63780.2024.10838730. ([document](#)), [4.2.4](#)
- Marco Macchi, Fredy Kristjanpoller, Marco Garetti, Alessandro Arata, and Luca Fumagalli. Introducing buffer inventories in the rbd analysis of process production systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 104:84–95, 2012. doi: 10.1016/j.res.2012.03.015. [1](#), [3.5](#)
- M. C. Magnanini and T. Tolio. Switching- and hedging-point policy for preventive maintenance with degrading machines: application to a two-machine line. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 32(2):241–271, 2020. doi: 10.1007/s10696-019-09370-7. ([document](#)), [1](#), [4.2.3](#), [5.1](#)

- R. Mena, P. Viveros, F. Kristjanpoller, and L. Miqueles. An optimization framework for opportunistic planning of preventive maintenance activities. *Computers & Industrial Engineering*, 2021. (document), 4.1.1
- Y. Meng, M. Lin, Z. Xu, and Z. Yin. Joint optimization of condition-based maintenance policy and buffer capacity for a two-component self-repairable serial system. *Eksploatacja i Niezawodność*, 26(2), 2024. doi: 10.17531/ein/185581. (document), 4.2.5
- S.L. Moldstock. Buffer en logística: estrategias para una gestión eficaz, 2025. URL <https://moldstock.com/buffer-en-logistica/>. Consultado el 8 de junio de 2025. 3.5
- J. Moubray. *RCM II: Mantenimiento centrado en la confiabilidad (Reliability-Centered Maintenance)*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1991. ISBN 978-0-7506-4357-4. Versión en español. 1, 3.1, 3.2
- P. Nunes, J. Santos, and E. Rocha. Challenges in predictive maintenance – a review. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 2023. doi: 10.1016/j.cirpj.2022.11.004. 3.2.1, 3.2.2, 3.8
- M. A. Ribeiro, J. L. Silveira, and R. Y. Qassim. Joint optimisation of maintenance and buffer size in a manufacturing system. *European Journal of Operational Research*, 176(1):405–413, 2007. doi: 10.1016/j.ejor.2005.08.007. (document), 4.1.5
- R. Stegmaier and F. Kristjanpoller. Ingeniería de plantas industriales: Apuntes complementarios. Apunte interno, Universidad Técnica Federico Santa María, 2019. Material docente. 3.1, 3.1.1
- H. A. Taha. *Investigación de operaciones*. Pearson Educación, México, 7 edition, 2004. ISBN 970-26-0498-2. 3.6, 3.6
- Douglas S. Thomas. Advanced maintenance in manufacturing: Costs and benefits, 2018. 1
- P. Viveros, R. Mena, E. Zio, and S. Campos. Optimal grouping and scheduling of preventive maintenance activities. *Proceedings of the 30th European Safety and Reliability Conference and the 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference*, 2020. 1, 3.4, 5.1
- P. Viveros, L. Miqueles, R. Mena, and F. Kristjanpoller. Opportunistic strategy for maintenance interventions planning: A case study in a wastewater treatment plant. *Applied Sciences (Switzerland)*, 11(22), 2021a. doi: 10.3390/app112210853. (document), 4.1.4, 7.1
- P. Viveros, L. Miqueles, R. Mena, E. Zio, C. Nikulin, and O. Aranda. *A Planning Strategy for Maintenance Interventions Under Complex Systems*. Research Publishing, Singapore, 2021b. doi: 10.3850/981-973-0000-00-0. (document), 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4
- P. Viveros, R. Mena, E. Zio, L. Miqueles, and F. Kristjanpoller. Integrated planning framework for preventive maintenance grouping: A case study for a conveyor system in the Chilean mining industry. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 237(5):1011–1028, 2023. doi: 10.1177/1748006X211053758. (document), 1, 2.2, 4.1.3, 5.1, 5.2, 5.2.3, 5.2.3, 5.2.4, 5.2.5.1, 5.2.6, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 7.1, A, B
- Y. Yang, R. Loxton, A. L. Rohl, and H. T. Bui. Long-term maintenance optimization for integrated mining operations. *Optimization and Engineering*, 2023. doi: 10.1007/s11081-023-09863-3. (document), 4.1.6

A | Códigos para el cálculo de conjuntos subactividades, tolerancias, tiempos de reparación y solapamientos.

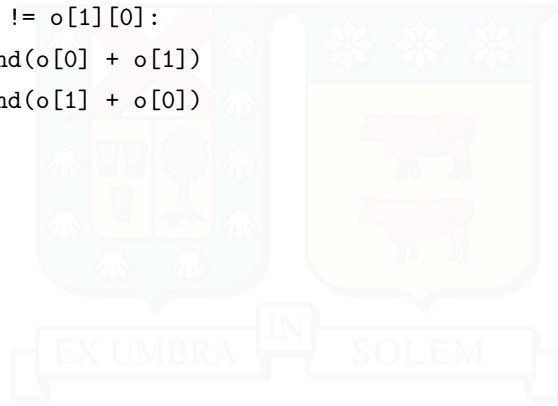
Función para calcular conjunto de subactividades y tolerancias [Viveros et al., 2023]:

```
def Calculo_Ji(e, ti, pi, I, T):
    E = {} # Tolerancia relativa de cada actividad i
    for i in I:
        E[i] = ti[i-1] * e
    Pi = {} # Tiempo de reparación como diccionario
    for i in I:
        Pi[i] = pi[i-1]
    Ti = {} # Periodicidad de cada actividad como diccionario
    for i in I:
        Ti[i] = ti[i-1]
    # Generación del conjunto de subactividades J_i
    J_i = [[] for i in I]
    for i in I:
        k = 1
        c = ti[i-1]
        max_p = max(Pi.values()) # Tiempo de reparación máximo
        while c < T:
            J_i[i-1].append(k)
            k += 1
            c += max_p + ti[i-1] + e * ti[i-1]
    O = [(i, j) for i in I for j in J_i[i-1]]
    return (O, Ti, E, J_i, Pi)
```

Función para calcular tiempos de reparación aleatorios y solapamientos [Viveros et al., 2023]:

```
def tiempos_de_reparacion_aleatorios(pi, O, I, ti, e):
    start = time.time()
    N2 = {}
    pi_d = list(set(pi))
    pp = np.random.choice(pi_d, size=len(O), replace=True)
    while True:
        pp = np.random.choice(pi_d, size=len(O), replace=True)
        Ni = [[] for i in I]
        K = [P.closed(0, 0) for i in I]
        for i in range(len(O)):
            if K[O[i][0] - 1].upper == 0:
                li = ti[O[i][0] - 1] - e * ti[O[i][0] - 1]
                ls = ti[O[i][0] - 1] + e * ti[O[i][0] - 1]
                Ni[O[i][0] - 1].append(P.closed(li, ls))
                K[O[i][0] - 1] = P.closed(li, ls)
            else:
                ii = O[i][0] - 1
                jj = O[i][1] - 1
                pi_a = pp[O.index((ii + 1, jj))]
                li = K[ii].lower + pi_a + ti[ii] - e * ti[ii]
                ls = K[ii].upper + pi_a + ti[ii] + e * ti[ii]
                Ni[ii].append(P.closed(li, ls))
                K[ii] = P.closed(li, ls)
        for par in it.combinations(I, 2):
            a = Ni[par[0] - 1]
            b = Ni[par[1] - 1]
            for k in a:
                for l in b:
                    if k.overlaps(l):
                        a1 = (par[0], a.index(k) + 1)
                        a2 = (par[1], b.index(l) + 1)
                        N2[(a1, a2)] = k & l
        finish = time.time()
        if (finish - start) > 5:
            break
```

```
N = []
for o in N2.keys():
    N.append(o[0] + o[1])
K = []
for o in N2.keys():
    if o[0][0] != o[1][0]:
        K.append(o[0] + o[1])
        K.append(o[1] + o[0])
return (N, K)
```



B | Código modelo base utilizado para la planificación del equipo B.

Código original del modelo base utilizado para la planificación del equipo *B* [Viveros et al., 2023]:

```
def modelo_original(I_b,J_i_b,N_b,K_b,T,M,Ti_b,Pi_b,E_b):
    modelo_b = ConcreteModel()

    # Conjuntos
    modelo_b.I = Set(dimen=1, initialize=I_b)
    modelo_b.Ji = Set(dimen=2, initialize=J_i_b)
    modelo_b.N = Set(dimen=4, initialize=N_b)
    modelo_b.K = Set(dimen=4, initialize=K_b)

    # Parámetros
    modelo_b.T = Param(initialize=T)
    modelo_b.M = Param(initialize=M)
    modelo_b.Ti = Param(modelo_b.I, initialize=Ti_b)
    modelo_b.pi = Param(modelo_b.I, initialize=Pi_b)
    modelo_b.E = Param(modelo_b.I, initialize=E_b)

    # Variables
    modelo_b.ts = Var(modelo_b.Ji, within=PositiveReals)
    modelo_b.tf = Var(modelo_b.Ji, within=PositiveReals)
    modelo_b.r = Var(modelo_b.Ji, within=PositiveReals)
    modelo_b.d = Var(modelo_b.Ji, within=PositiveReals)
    modelo_b.u = Var(modelo_b.Ji, within=Binary)
    modelo_b.z = Var(modelo_b.N, within=Binary)
    modelo_b.v = Var(modelo_b.K, within=Binary)
```

```

# Función objetivo
modelo_b.obj = Objective(expr=sum(modelo_b.d[i, j] for (i, j) in modelo_b.Ji)
,sense=minimize)

# Restricciones
modelo_b.R1 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    if j == 1:
        modelo_b.R1.add(modelo_b.ts[i, j] <= modelo_b.Ti[i]
+ modelo_b.E[i])
    else:
        modelo_b.R1.add(modelo_b.ts[i, j] <= modelo_b.tf[i, j-1]
+ modelo_b.Ti[i] + modelo_b.E[i])

modelo_b.R2 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    if j == 1:
        modelo_b.R2.add(modelo_b.ts[i, j] >= modelo_b.Ti[i]
- modelo_b.E[i])
    else:
        modelo_b.R2.add(modelo_b.ts[i, j] >= modelo_b.tf[i, j-1]
+ modelo_b.Ti[i] - modelo_b.E[i])

modelo_b.R3 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    modelo_b.R3.add(modelo_b.tf[i, j] == modelo_b.ts[i, j]
+ modelo_b.r[i, j])

modelo_b.R4 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    if j == 1:
        modelo_b.R4.add(modelo_b.ts[i, j] <= modelo_b.Ti[i]
+ modelo_b.M * (sum(modelo_b.z[a, b, n, o]
for (a, b, n, o) in modelo_b.N if (a == i and b == j))
+ sum(modelo_b.z[n, o, c, d]
for (n, o, c, d) in modelo_b.N if (c == i and d == j))))
    else:
        modelo_b.R4.add(modelo_b.ts[i, j] <= modelo_b.tf[i, j-1]
+ modelo_b.Ti[i] + modelo_b.M * (sum(modelo_b.z[a, b, n, o]
for (a, b, n, o) in modelo_b.N if (a == i and b == j))
+ sum(modelo_b.z[n, o, c, d]
for (n, o, c, d) in modelo_b.N if (c == i and d == j))))

```

```

modelo_b.R5 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    if j == 1:
        modelo_b.R5.add(modelo_b.ts[i, j] >= modelo_b.Ti[i]
            - modelo_b.M * (sum(modelo_b.z[a, b, n, o]
                for (a, b, n, o) in modelo_b.N if (a == i and b == j))
            + sum(modelo_b.z[n, o, c, d]
                for (n, o, c, d) in modelo_b.N if (c == i and d == j))))
    else:
        modelo_b.R5.add(modelo_b.ts[i, j] >= modelo_b.tf[i, j1]
            + modelo_b.Ti[i]
            - modelo_b.M*(sum(modelo_b.z[a, b, n, o] for (a, b, n, o) in modelo_b.N
                if (a == i and b == j)) + sum(modelo_b.z[n, o, c, d] for (n, o, c, d)
                in modelo_b.N if (c == i and d == j))))

modelo_b.R6 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in modelo_b.N:
    modelo_b.R6.add(modelo_b.ts[i, j] <= modelo_b.ts[n, o]
        + modelo_b.M * (1 - modelo_b.z[i, j, n, o]))

modelo_b.R7 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in modelo_b.N:
    modelo_b.R7.add(modelo_b.ts[i, j] >= modelo_b.ts[n, o]
        - modelo_b.M * (1 - modelo_b.z[i, j, n, o]))

modelo_b.R8 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in modelo_b.N:
    modelo_b.R8.add(modelo_b.r[i, j] >= modelo_b.z[i, j, n, o] * modelo_b.pi[n])

modelo_b.R9 = ConstraintList()
for (n, o, i, j) in modelo_b.N:
    modelo_b.R9.add(modelo_b.r[i, j] >= modelo_b.z[n, o, i, j] * modelo_b.pi[n])

modelo_b.R10 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    modelo_b.R10.add(modelo_b.r[i, j] >= modelo_b.pi[i])

```

```

modelo_b.R11 = ConstraintList()
for (a, b, n, o) in modelo_b.N:
  for (i,j) in modelo_b.Ji:
    if (a, b)==(i,j) and (a,b, n, o) in modelo_b.K:
      modelo_b.R11.add(modelo_b.r[a, b]
        <= modelo_b.z[a, b, n, o] * modelo_b.pi[n]
        + modelo_b.M * (1 - modelo_b.v[a, b, n, o]))

modelo_b.R12 = ConstraintList()
for (n, o, a, b) in modelo_b.N:
  for (i,j) in modelo_b.Ji:
    if (a, b)==(i,j) and (a,b, n, o) in modelo_b.K:
      modelo_b.R12.add(modelo_b.r[a, b]
        <= modelo_b.z[n, o, a, b] * modelo_b.pi[n]
        + modelo_b.M * (1 - modelo_b.v[a, b, n, o]))

modelo_b.R13 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
  modelo_b.R13.add(modelo_b.r[i, j]
    <= modelo_b.pi[i]
    + modelo_b.M * (1 - modelo_b.u[i, j]))

modelo_b.R14 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
  modelo_b.R14.add(sum(modelo_b.v[a, b, n, o]
    for (a, b, n, o) in modelo_b.K if (a == i and b == j))
    + modelo_b.u[i, j] >= 1)

modelo_b.R15 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in modelo_b.N:
  modelo_b.R15.add(modelo_b.v[i, j, n, o] <= modelo_b.z[i, j, n, o])

modelo_b.R16 = ConstraintList()
for (n, o, i, j) in modelo_b.N:
  modelo_b.R16.add(modelo_b.v[i, j, n, o] <= modelo_b.z[n, o, i, j])

```

```

modelo_b.R17 = ConstraintList()
for triplet in it.permutations(modelo_b.Ji, 3):
    a=triplet[0]
    b=triplet[1]
    c=triplet[2]
    if a != b and b != c and a != c:
        if a + b in modelo_b.N and b + c in modelo_b.N and a + c in modelo_b.N:
            i, j = a
            k, l = b
            m, n = c
            modelo_b.R17.add(modelo_b.z[i, j, k, l] + modelo_b.z[k, l, m, n]
                <= 1 + modelo_b.z[i, j, m, n])

modelo_b.R18 = ConstraintList()
for (i, j) in modelo_b.Ji:
    modelo_b.R18.add(modelo_b.d[i, j] >= modelo_b.r[i, j]
        - modelo_b.M * sum(modelo_b.z[a, b, n, o] for (a, b, n, o) in modelo_b.N
            if (a == i and b == j)))
return modelo_b

```

C | Códigos para la construcción de parámetros de entrada.

Anexo C: Códigos construcción de parámetros de entrada:

```
def generar_diccionario_S(T, delta_t):
    S = {}
    s_actual = 0.0
    idx = 0
    while s_actual < T + 1e-5:
        S[idx] = round(s_actual, 5)
        s_actual += delta_t
        idx += 1
    return (S)

def detectar_inactividad_global(S_dict, ts_dict, tf_dict):

#Inicialmente todos los instantes están activos (0 = activo)
    inactividad_s = {s_idx: 0 for s_idx in S_dict}
    for (i, j), t_ini in ts_dict.items():
        t_fin = tf_dict[i, j]
        for s_idx, s_val in S_dict.items():
            if t_ini <= s_val < t_fin:
                inactividad_s[s_idx] = 1 # Se marca como inactivo
    return (inactividad_s)
```

```
def analizar_inventario_y_produccion(S,inactividad_a, inactividad_b,
tasa_produccion_A,tasa_consumo_B,IL_0,delta_t,capacidad_buffer,
costo_demanda_perdida,costo_exceso_inventario,costoproduccion, costoinventario):
```

```

    produccion_a_s = {}
    produccion_b_s = {}
    inventario = {}
    inventario_teorico = {}
    demandaperdida = {}
    excesoinventario = {}

    #Producción y consumo por instante

    for s_idx in S:
        produccion_a_s[s_idx] = delta_t
        * tasa_produccion_A if inactividad_a[s_idx] == 0 else 0
        produccion_b_s[s_idx] = delta_t
        * tasa_consumo_B if inactividad_b[s_idx] == 0 else 0

    # Evolución del inventario
    for s_idx in S:
        if s_idx == 0:
            inventario_teorico_previo = IL_0
        else:
            inventario_teorico_previo = inventario_teorico[s_idx - 1]

        prod_a = produccion_a_s[s_idx]
        cons_b = produccion_b_s[s_idx]
        disponible = inventario_teorico_previo + prod_a

        if cons_b > disponible:
            demandaperdida[s_idx] = cons_b - disponible
            inventario_teorico[s_idx] = 0
            inventario[s_idx] = 0
            excesoinventario[s_idx] = 0
        else:
            demandaperdida[s_idx] = 0
            inv_temp = disponible - cons_b
            inventario_teorico[s_idx] = inv_temp
            exceso = max(0, inv_temp - capacidad_buffer)
            excesoinventario[s_idx] = exceso
            inventario[s_idx] = min(inv_temp, capacidad_buffer)
```

```

# Crear DataFrame con todos los datos
df = pd.DataFrame({
    "s": [S[s_idx] for s_idx in S],
    "Inventario": [inventario[s_idx] for s_idx in S],
    "Inventario_Teorico": [inventario_teorico[s_idx] for s_idx in S],
    "Demanda_Perdida": [demandaperdida[s_idx] for s_idx in S],
    "Exceso_Inventario": [excesoinventario[s_idx] for s_idx in S],
    "Produccion_A": [produccion_a_s[s_idx] for s_idx in S],
    "Consumo_B": [produccion_b_s[s_idx] for s_idx in S]
})

# Función de graficado
def plot_metric(metric, ylabel, title, color="tab:blue"):
    plt.figure(figsize=(14, 6))
    plt.plot(df["s"], df[metric], label=metric, linewidth=2.5, color=color,
            marker='o')
    plt.xlabel("Semanas", fontsize=14)
    plt.ylabel(ylabel, fontsize=14)
    plt.title(title, fontsize=16)
    plt.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)
    plt.xticks(fontsize=12)
    plt.yticks(fontsize=12)
    plt.legend()
    plt.tight_layout()
    plt.show()

# Gráficos
plot_metric("Inventario", "Inventario (Unidades)",
            "Inventario Real v/s Tiempo",
            color="tab:blue")
plot_metric("Inventario_Teorico",
            "Inventario Teórico (Unidades)",
            "Inventario Teórico v/s Tiempo", color="tab:gray")
plot_metric("Demanda_Perdida",
            "Demanda Perdida (Unidades)",
            "Demanda Perdida v/s Tiempo", color="tab:red")
plot_metric("Exceso_Inventario",
            "Exceso de Inventario (Unidades)",
            "Exceso de Inventario v/s Tiempo", color="tab:orange")
plot_metric("Produccion_A",
            "Producción A (Unidades)",

```

```

"Producción Equipo A v/s Tiempo", color="tab:green")
plot_metric("Consumo_B",
"Consumo B (Unidades)",
"Consumo Equipo B v/s Tiempo", color="tab:purple")

total_demandaperdida = sum(demandaperdida.values())
total_excesoinventario = sum(excesoinventario.values())
total_produccion = sum(produccion_a_s.values())
total_consumo = sum(produccion_b_s.values())
total_inventario_truncado = sum(inventario.values())
total_inventario_teorico = sum(inventario_teorico.values())

tiempo_productivo = sum((1 - inactividad_a[s_idx]) * delta_t for s_idx in S)
tiempo_inactivo = sum(inactividad_a[s_idx] * delta_t for s_idx in S)

print("=== Totales ===")
print(f"Demanda perdida total      :{total_demandaperdida:.2f}
|Costo:{total_demandaperdida * costo_demanda_perdida:.2f}")
print(f"Exceso inventario total    :{total_excesoinventario:.2f}|
Costo:{total_excesoinventario* costo_exceso_inventario:.2f}")
print(f"Producción total de A      : {total_produccion:.2f}|
Costo:{total_produccion * costoproduccion:.2f}")
print(f"Inventario total (truncado): {total_inventario_truncado:.2f}
|Costo: {total_inventario_truncado *costoinventario:.2f}")
print(f"Inventario total (teórico) : {total_inventario_teorico:.2f}")
print(f"Consumo total de B          :{total_consumo:.2f}")
print("\n=== Tiempos del sistema (Equipo A) ===")
print(f"Tiempo productivo total     : {tiempo_productivo:.2f}")
print(f"Tiempo inactivo total       : {tiempo_inactivo:.2f}")
return df

```

D | Modelo propuesto

D.0.1. Conjuntos:

1. I^A : Conjunto de actividades de mantenimiento a ser programadas.
2. J_i^A : Conjunto de ejecuciones para la actividad de mantenimiento, con $i \in I^A$.
3. N^A : Conjunto de pares (i, j, n, o) factibles de agrupamiento, donde $(i, j) \in I \times J_i^A$ y $(n, o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$.
4. K^A : Conjunto de posibles permutaciones (i, j, n, o) , donde $(i, j) \in I^A \times J_i^A$ y $(n, o) \in I^A \times J_n^A$, con $i \neq n$.
5. S : Conjunto de instantes discretos de tiempo, generados mediante una partición del horizonte temporal $[0, T]$ en intervalos de tamaño constante Δt .

D.0.2. Parámetros:

1. Parámetros generales:
 - T : Horizonte de planificación .
 - M : Constante suficientemente grande, donde $T \leq M$.
 - T_i^A : Periodicidad de ejecución de la actividad i , con $i \in I^A$.
 - p_i^A : Duración de ejecución de la actividad i , con $i \in I^A$.
 - e_i^A : Porcentaje de flexibilidad de la actividad $i \in I^A$.
 - S_{dict} : Parámetro indexado que asigna a cada elemento $s \in S$ su valor temporal real en la discretización.
2. Parámetros buffer:
 - $K_{m\acute{a}x}$: Capacidad máxima del buffer (unidades).
 - IL_0 : Inventario inicial del buffer (unidades).
3. Parámetros equipo B:
 - λ_b : Tasa de producción del Equipo B (unidades/tiempo).
 - C_s^b : Consumo del equipo B durante el intervalo $s \in S$ (unidades).

4. Parámetros equipo A:

- λ_a : Tasa máxima de producción del proceso A (unidades/tiempo).

5. Parámetro de discretización:

- δ_t : Paso de tiempo utilizado para la discretización.

■ Parámetros de costo:

- C_1 [unidades monetarias/unidad]: Costo unitario asociado a la demanda no satisfecha. Representa la penalización económica por cada unidad de demanda que no pudo ser cubierta en el horizonte de planificación.
- C_2 [unidades monetarias/unidad]: Costo unitario por mantener una unidad de inventario en el sistema durante una unidad de tiempo. Se aplica a cada unidad almacenada en cada intervalo de tiempo.
- C_3 [unidades monetarias/unidad]: Costo unitario de producción asociado al equipo A. Representa el costo de fabricar una unidad.
- C_4 [unidades monetarias/unidad]: Costo unitario por mantener inventario por sobre la capacidad del buffer (exceso) por intervalo de tiempo. Penaliza el uso de espacio adicional.

D.0.3. Variables de decisión:

1. Variables de decisión generales:

- $t_{i,j}^s \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo de inicio de la ejecución $(i, j) \in J_i^A$.
- $t_{i,j}^f \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo de finalización de la ejecución $(i, j) \in J_i^A$.
- $r_{i,j} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo de detención de la ejecución $(i, j) \in J_i^A$.

2. Variables de ejecución de mantenimiento individual:

- $y_{i,j}^{pos} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que toma el valor 1 si existe una desviación positiva, es decir, si $dev_{i,j}^{pos} > 0$.
- $y_{i,j}^{neg} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que toma el valor 1 si existe una desviación negativa, es decir, si $dev_{i,j}^{neg} > 0$.
- $dev_{i,j}^{pos} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Representa la desviación positiva respecto a la periodicidad teórica (se adelanta la actividad).
- $dev_{i,j}^{neg} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Representa la desviación negativa respecto a la periodicidad teórica (se atrasa la actividad).
- $u_{i,j} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si la subactividad $(i, j) \in J_i^A$ se ejecuta de forma individual ($u_{i,j} = 1$).

3. Variables de ejecución de mantenimiento agrupado:

- $z_{i,j,n,o} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si las subactividades $(i, j) \in J_i^A$ y $(n, o) \in J_n^A$ se agrupan en una misma ejecución (inicio simultáneo).
- $v_{i,j,n,o} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si el agrupamiento entre $(i, j) \in J_i^A$ y $(n, o) \in J_n^A$ fue efectivo y se ejecutó como una única detención conjunta.
- $d_{i,j} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Representa la duración efectiva de la subactividad (i, j) del equipo A. Esta variable toma un valor positivo igual a la duración base $r_{i,j}$ cuando la subactividad se ejecuta de forma individual, y se anula (es decir, $d_{i,j} = 0$) cuando dicha subactividad es parte de un agrupamiento con otras actividades. Esta lógica evita contar múltiples veces la duración de actividades agrupadas en el cálculo del tiempo total de inactividad o de uso del sistema.

4. Variables relacionadas a la discretización de cada ventana $s \in S$:

- $b_{i,j,s}^{\text{activo}} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si la subactividad $(i, j) \in J_i^A$ está activa en el instante $s \in S$.
- $b_{q,s}^{\text{inactivo}} \in \{0, 1\}$: Variable binaria que indica si el equipo A está inactivo en el instante $s \in S$.

5. Variables relacionadas con la producción del equipo A en cada $s \in S$:

- $prod \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad total de producción del equipo A en la ventana $s \in S$.
- $d^{\text{lost}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de demanda del equipo B que no pudo ser satisfecha en la ventana $s \in S$.

6. Variables relacionadas al estado del buffer en cada intervalo $s \in S$:

- $IL_s \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Nivel de inventario acumulado limitado del buffer al final del intervalo s . Representa la cantidad almacenada sin exceder la capacidad máxima del buffer.
- $IL_s^{\text{teórico}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Nivel de inventario acumulado sin límite al final del intervalo s . Corresponde al inventario real considerando todas las entradas y salidas, sin aplicar el límite del buffer K_{max} .
- $IL_s^{\text{exceso}} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de inventario que supera la capacidad máxima del buffer en el intervalo s . Se activa cuando $IL_s^{\text{teórico}} > K_{\text{máx}}$, donde $K_{\text{máx}}$ es la capacidad del buffer.

7. Variables agregadas:

- $IL_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Variable que representa el inventario total acumulado a lo largo del horizonte de planificación T , la cual considera un límite de capacidad K_{max} .
- $IL_{total}^{teorico} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Variable que representa el inventario total acumulado a lo largo del horizonte de planificación T si es que no existiera un límite de capacidad K_{max} .
- $prod_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de unidades de producción total realizada por el equipo a lo largo del horizonte T .
- $dlost_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad de unidades de demanda total del equipo B no satisfecha durante el horizonte de planificación T .
- $exceso_{total} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Cantidad total de exceso de inventario respecto al nivel deseado durante el horizonte de planificación T .
- $t_{total}^{pro} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$: Tiempo total en que el equipo A estuvo en operación durante el horizonte de planificación T .

D.0.4. Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{mín } & C_1 \cdot dlost_{total} + C_2 \cdot IL_{total} + C_3 \cdot prod_{total} + C_4 \cdot exceso_{total} \\ & + \sum_{(i,j) \in J_i^A} d_{i,j} + \sum_{(i,j) \in J_i^A} dev_{i,j}^{pos} + \sum_{(i,j) \in J_i^A} dev_{i,j}^{neg} \end{aligned} \quad (D.1)$$

$$t_{i,j}^s \leq t_{i,j-1}^f + T_i^A + E_i^A \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (D.2)$$

$$t_{i,j}^s \geq t_{i,j-1}^f + T_i^A - E_i^A \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (D.3)$$

$$t_{i,j}^f = t_{i,j}^s + r_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (D.4)$$

$$r_{i,j} \leq p_i + M \cdot (1 - u_{i,j}) \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (D.5)$$

$$r_{i,j} \geq p_i \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (D.6)$$

$$dev_{i,j}^{neg} \leq E_i^A \cdot u_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (D.7)$$

$$dev_{i,j}^{\text{pos}} \leq E_i^A \cdot u_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (\text{D.8})$$

$$y_{i,j}^{\text{pos}} + y_{i,j}^{\text{neg}} \leq u_{i,j} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (\text{D.9})$$

$$dev_{i,j}^{\text{pos}} \leq M \cdot y_{i,j}^{\text{pos}} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (\text{D.10})$$

$$dev_{i,j}^{\text{neg}} \leq M \cdot y_{i,j}^{\text{neg}} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (\text{D.11})$$

$$\left(t_{i,j}^s - (t_{i,j-1}^f + T_i) \right) \cdot u_{i,j} = dev_{i,j}^{\text{neg}} - dev_{i,j}^{\text{pos}} \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (\text{D.12})$$

$$t_{i,j}^s \leq t_{n,o}^s + M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i,j,n,o) \in N^A \quad (\text{D.13})$$

$$t_{i,j}^s \geq t_{n,o}^s - M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i,j,n,o) \in N^A \quad (\text{D.14})$$

$$z_{i,j,k,l} + z_{k,l,m,n} \leq 1 + z_{i,j,m,n} \quad \forall (i,j,k,l), (k,l,m,n), (i,j,m,n) \in N^A \quad (\text{D.15})$$

$$\sum_{\substack{(a,b,n,o) \in K^A \\ a=i, b=j}} v_{a,b,n,o} + u_{i,j} \geq 1 \quad \forall (i,j) \in J_i^A \quad (\text{D.16})$$

$$v_{i,j,n,o} \leq z_{i,j,n,o} \quad \forall (i,j,n,o) \in N^A \quad (\text{D.17})$$

$$v_{i,j,n,o} \leq z_{n,o,i,j} \quad \forall (n,o,i,j) \in N^A \quad (\text{D.18})$$

$$r_{i,j} \geq z_{i,j,n,o} \cdot p_{i,n} \quad \forall (i,j,n,o) \in N^A \quad (\text{D.19})$$

$$r_{i,j} \geq z_{n,o,i,j} \cdot p i_n \quad \forall (n, o, i, j) \in N^A \quad (\text{D.20})$$

$$r_{i,j} \geq p i_l \cdot z_{i,j,l,j} \quad \forall (i, j) \in J_i^A, \forall l \in I^A, l \neq i : (i, j, l, j) \in N^A \quad (\text{D.21})$$

$$r_{a,b} \leq z_{a,b,n,o} \cdot p i_n + M \cdot (1 - v_{a,b,n,o}) \quad \forall (a, b, n, o) \in K^A, (a, b) \in J_i^A \quad (\text{D.22})$$

$$r_{a,b} \leq z_{n,o,a,b} \cdot p i_n + M \cdot (1 - v_{a,b,n,o}) \quad \forall (n, o, a, b) \in K^A, (a, b) \in J_i^A \quad (\text{D.23})$$

$$r_{i,j} - r_{n,o} \leq M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (\text{D.24})$$

$$r_{n,o} - r_{i,j} \leq M \cdot (1 - z_{i,j,n,o}) \quad \forall (i, j, n, o) \in N^A \quad (\text{D.25})$$

$$d_{i,j} \geq r_{i,j} - M \cdot \sum_{(a,b,n,o) \in N: a=i, b=j} z_{a,b,n,o} \quad \forall (i, j) \in J_i^A \quad (\text{D.26})$$

$$t_{i,j}^s \leq s + \delta t + M_1(1 - b_{i,j,s}^{\text{activo}}) \quad \forall (i, j) \in J_i^A, s \in S \quad (\text{D.27})$$

$$s \leq t_{i,j}^f + M_1(1 - b_{i,j,s}^{\text{activo}}) \quad \forall (i, j) \in J_i^A, s \in S \quad (\text{D.28})$$

$$b_s^{\text{inactivo}} \geq b_{i,j,s}^{\text{activo}} \quad \forall (i, j) \in J_i^A, (s) \in S \quad (\text{D.29})$$

$$b_s^{\text{inactivo}} \leq \sum_{(i,j) \in J_i^A} b_{i,j,s}^{\text{activo}} \quad \forall (s) \in S \quad (\text{D.30})$$

$$\sum_{s \in S} b_{i,j,s}^{\text{activo}} \cdot \delta t \geq t_{i,j}^f - t_{i,j}^s - \delta t \quad \forall (i, j) \in J_i^A \quad (\text{D.31})$$

$$\sum_{s \in S} b_{i,j,s}^{\text{activo}} \cdot \delta t \leq t_{i,j}^f - t_{i,j}^s + \delta t \quad \forall (i, j) \in J_i^A \quad (\text{D.32})$$

$$t_s^{\text{prod}} = (1 - b_s^{\text{inactivo}}) \cdot \delta t \quad \forall s \in S \quad (\text{D.33})$$

$$IL_s^{\text{teórico}} + C_s^b = \begin{cases} IL_0 + \text{prod}_s + d_s^{\text{lost}}, & \text{si } s = 1 \\ IL_{s-1}^{\text{teórico}} + \text{prod}_s + d_s^{\text{lost}}, & \text{si } s > 1 \end{cases} \quad (\text{D.34})$$

$$IL_s \leq K_{\text{máx}} \quad \forall s \in S \quad (\text{D.35})$$

$$IL_s = IL_s^{\text{teórico}} - IL_s^{\text{exceso}} \quad \forall s \in S \quad (\text{D.36})$$

$$\text{prod}_s = \lambda_s^A \cdot t_s^{\text{prod}} \quad \forall s \in S \quad (\text{D.37})$$

$$\lambda_s^A \leq \lambda_{\text{máx}}^A \quad \forall s \in S \quad (\text{D.38})$$

$$\lambda_s^A \geq \lambda_{\text{máx}}^B \quad \forall s \in S \quad (\text{D.39})$$

$$IL_{\text{total}} = \sum_{s \in S} IL_s \quad (\text{D.40})$$

$$\text{prod}_{\text{total}} = \sum_{s \in S} \text{prod}_s \quad (\text{D.41})$$

$$d_{\text{lost total}} = \sum_{s \in S} d_s^{\text{lost}} \quad (\text{D.42})$$

$$t_{\text{total}}^{\text{prod}} = \sum_{s \in S} t_s^{\text{prod}} \quad (\text{D.43})$$

$$\text{exceso}_{\text{total}} = \sum_{s \in S} IL_s^{\text{exceso}} \quad (\text{D.44})$$

E | Código modelo propuesto:

```

def maestro_Buffer_Individual
(I_a,J_i_a,N_a,K_a,T,M,Ti_a,Pi_a,E_a,tasa_produccion_A, capacidad_buffer,
IL_0,produccion_b_s,tasa_consumo_B,
ConjuntoS_ordenado,delta_t,
S_ordenado,C1,C2,C3,C4):

m_b = ConcreteModel()
# Conjuntos
m_b.I = Set(dimen=1, initialize=I_a)
m_b.Ji = Set(dimen=2, initialize=J_i_a)
m_b.N = Set(dimen=4, initialize=N_a)
m_b.K = Set(dimen=4, initialize=K_a)
m_b.S = Set(initialize=ConjuntoS_ordenado)

#Parámetros Generales
m_b.T = Param(initialize=T)
m_b.M = Param(initialize=M)
m_b.Ti = Param(m_b.I, initialize=Ti_a)
m_b.pi = Param(m_b.I, initialize=Pi_a)
m_b.E = Param(m_b.I, initialize=E_a)

#Parametro de discretizacion:
m_b.delta_t = Param(initialize=delta_t)

#Parámetros de Equipo B:
m_b.S_dict = Param(m_b.S, initialize=S_ordenado)# Diccionario de S indexado
m_b.C_b_s= Param(m_b.S, initialize=produccion_b_s) #Consumo de B por S indexado
m_b.M1 = Param(initialize=1000)
m_b.tasa_produccion_B=Param(initialize=tasa_consumo_B)

```

```

#Parametros Buffer:
m_b.K_max = Param(initialize=capacidad_buffer)
m_b.IL_0 = Param(initialize=IL_0)

#Costos:
m_b.C1 = Param(initialize=C1) # Costo demanda perdida
m_b.C2 = Param(initialize=C2) # Costo de inventario
m_b.C3 = Param(initialize=C3) # Costo de producción
m_b.C4 = Param(initialize=C4) # Costo de exceso inventario

#Parametros Equipo A:
m_b.tasa_produccion_A=Param(initialize=tasa_produccion_A)

# Variables
m_b.ts = Var(m_b.Ji, within=PositiveReals) # Tiempo de inicio
m_b.tf = Var(m_b.Ji, within=PositiveReals) # Tiempo de finalización
m_b.r = Var(m_b.Ji, within=PositiveReals) # Tiempo de detención
m_b.d = Var(m_b.Ji, within=PositiveReals) # Tiempo de inactividad
m_b.u = Var(m_b.Ji, within=Binary) # Variable binaria auxiliar

# Variables binarias de agrupamiento
m_b.z = Var(m_b.N, within=Binary) # Agrupamiento z[i, j, n, o]
m_b.v = Var(m_b.K, within=Binary) # Auxiliar v[i, j, n, o]

#Variables para detectar la existencia de mantenimiento en un intervalo s
m_b.b_activo = Var(m_b.Ji, m_b.S, domain=Binary)
m_b.b_inactivo = Var(m_b.S, domain=Binary)

#Variables de produccion de A en cada intervalo S:
m_b.prod = Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)
m_b.tiempo_productivo = Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)
m_b.tasa=Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)
#Variables De Buffer en cada intervalo S:
m_b.IL = Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)
m_b.exceso = Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)
m_b.IL_teorico = Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)

#Variable de dem_banda perdida en cada intervalo S:
m_b.d_lost = Var(m_b.S, domain=NonNegativeReals)

```

```

#Variables Agregadas:
m_b.IL_total = Var(domain=NonNegativeReals)
m_b.IL_teorico_total = Var(domain=NonNegativeReals)
m_b.prod_total= Var(domain=NonNegativeReals)
m_b.dlost_total= Var(domain=NonNegativeReals)
m_b.exceso_total= Var(domain=NonNegativeReals)
m_b.tiempoproductivo_total = Var(domain=NonNegativeReals)

m_b.delta_ts = Var(m_b.Ji, domain=Reals)
m_b.y_pos = Var(m_b.Ji, within=Binary) # 1 si dev_pos > 0
m_b.y_neg = Var(m_b.Ji, within=Binary) # 1 si dev_neg > 0
m_b.dev_pos = Var(m_b.Ji, within=NonNegativeReals)
m_b.dev_neg = Var(m_b.Ji, within=NonNegativeReals)

#Función objetivo
m_b.obj = Objective(expr=m_b.C2*m_b.IL_total+m_b.C3*m_b.prod_total
+m_b.C1*m_b.dlost_total+m_b.C4*m_b.exceso_total
+sum(m_b.d[i,j] for (i,j) in m_b.Ji)
+sum(m_b.dev_pos[i,j] for (i,j) in m_b.Ji)
+sum(m_b.dev_neg[i,j] for (i,j) in m_b.Ji), sense=minimize)

# Restricciones
m_b.R1 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    if j == 1:
        m_b.R1.add(m_b.ts[i, j] <= m_b.Ti[i] + m_b.E[i])
    else:
        m_b.R1.add(m_b.ts[i, j] <= m_b.tf[i, j-1] + m_b.Ti[i] + m_b.E[i])

m_b.R2 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    if j == 1:
        m_b.R2.add(m_b.ts[i, j] >= m_b.Ti[i] - m_b.E[i])
    else:
        m_b.R2.add(m_b.ts[i, j] >= m_b.tf[i, j-1] + m_b.Ti[i] - m_b.E[i])

m_b.R3 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R3.add(m_b.tf[i, j] == m_b.ts[i, j] + m_b.r[i, j])

m_b.R4_delta = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:

```

```

m_b.R4_delta.add(m_b.delta_ts[i, j] <= m_b.ts[i, j])
m_b.R4_delta.add(m_b.delta_ts[i, j] >= m_b.ts[i, j]
- m_b.T * (1 - m_b.u[i, j]))
m_b.R4_delta.add(m_b.delta_ts[i, j] <= m_b.T * m_b.u[i, j])
m_b.R4_delta.add(m_b.delta_ts[i, j] >= 0)

m_b.R4 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    if j == 1:
        m_b.R4.add(
            m_b.delta_ts[i, j] - m_b.Ti[i] * m_b.u[i, j]
            == m_b.dev_neg[i, j] - m_b.dev_pos[i, j])
    else:
        m_b.R4.add(
            m_b.delta_ts[i, j] - m_b.tf[i, j - 1] * m_b.u[i, j]
            - m_b.Ti[i] * m_b.u[i, j] == m_b.dev_neg[i, j] - m_b.dev_pos[i, j])

m_b.R5 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R5.add(m_b.dev_neg[i, j] <= m_b.E[i] * m_b.u[i, j])
    m_b.R5.add(m_b.dev_pos[i, j] <= m_b.E[i] * m_b.u[i, j])

m_b.R6 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R6.add(m_b.y_pos[i, j] + m_b.y_neg[i, j] <= m_b.u[i, j])

m_b.R7 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R7.add(m_b.dev_pos[i, j] <= m_b.M1 * m_b.y_pos[i, j])
    m_b.R7.add(m_b.dev_neg[i, j] <= m_b.M1 * m_b.y_neg[i, j])

m_b.R8 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in m_b.N:
    m_b.R8.add(m_b.ts[i, j] <= m_b.ts[n, o] + m_b.M * (1 - m_b.z[i, j, n, o]))

m_b.R9 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in m_b.N:
    m_b.R9.add(m_b.ts[i, j] >= m_b.ts[n, o] - m_b.M * (1 - m_b.z[i, j, n, o]))

m_b.R10 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in m_b.N:
    m_b.R10.add(m_b.r[i, j] >= m_b.z[i, j, n, o] * m_b.pi[n])

```

```

m_b.R11 = ConstraintList()
for (n, o, i, j) in m_b.N:
    m_b.R11.add(m_b.r[i, j] >= m_b.z[n, o, i, j] * m_b.pi[n])

m_b.R12 = ConstraintList()
for (i,j) in m_b.Ji:
    for l in m_b.I:
        if l != i and (i,j,l,j) in m_b.N:
            m_b.R12.add(m_b.r[i,j] >= m_b.pi[l] * m_b.z[i,j,l,j])

m_b.R13 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R13.add(m_b.r[i, j] >= m_b.pi[i])

m_b.R14 = ConstraintList()
for (a, b, n, o) in m_b.N:
    for (i,j) in m_b.Ji:
        if (a, b)==(i,j) and (a,b, n, o) in m_b.K:
            m_b.R14.add(m_b.r[a, b]
                <= m_b.z[a, b, n, o] * m_b.pi[n]
                + m_b.M * (1 - m_b.v[a, b, n, o]))

m_b.R15 = ConstraintList()
for (n, o, a, b) in m_b.N:
    for (i,j) in m_b.Ji:
        if (a, b)==(i,j) and (a,b, n, o) in m_b.K:
            m_b.R15.add(m_b.r[a, b]
                <= m_b.z[n, o, a, b] * m_b.pi[n]
                + m_b.M * (1 - m_b.v[a, b, n, o]))

m_b.R16 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R16.add(m_b.r[i, j] <= m_b.pi[i] + m_b.M * (1 - m_b.u[i, j]))

m_b.R17 = ConstraintList()
for (i,j,n,o) in m_b.N:
    m_b.R17.add(m_b.r[i,j] - m_b.r[n,o] <= m_b.M * (1 - m_b.z[i,j,n,o]))
    m_b.R17.add(m_b.r[n,o] - m_b.r[i,j] <= m_b.M * (1 - m_b.z[i,j,n,o]))

```

```

m_b.R18 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R18.add(sum(m_b.v[a, b, n, o] for (a, b, n, o)
        in m_b.K if (a == i and b
            == j)) + m_b.u[i, j] >= 1)

m_b.R19 = ConstraintList()
for (i, j, n, o) in m_b.N:
    m_b.R19.add(m_b.v[i, j, n, o] <= m_b.z[i, j, n, o])

m_b.R20 = ConstraintList()
for (n, o, i, j) in m_b.N:
    m_b.R20.add(m_b.v[i, j, n, o] <= m_b.z[n, o, i, j])

m_b.R21 = ConstraintList()
for triplet in it.permutations(m_b.Ji, 3):
    a=triplet[0]
    b=triplet[1]
    c=triplet[2]
    if a != b and b != c and a != c:
        if a + b in m_b.N and b + c in m_b.N and a + c in m_b.N:
            i, j = a
            k, l = b
            m, n = c
            m_b.R21.add(m_b.z[i, j, k, l] + m_b.z[k, l, m, n]
                <= 1 + m_b.z[i, j, m, n])

m_b.R22 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    m_b.R22.add(m_b.d[i, j] >= m_b.r[i, j]
        - m_b.M * sum(m_b.z[a, b, n, o]
            for (a, b, n, o) in m_b.N if (a == i and b == j)))

m_b.R23 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    for s in m_b.S:
        # Límite inferior cerrado: ts <= s
        m_b.R23.add(m_b.ts[i, j] <= m_b.S_dict[s] + m_b.M1 *
            (1 - m_b.b_activo[i, j, s]))
        # Límite superior abierto: s < tf --> s + delta_t <= tf
        m_b.R23.add(m_b.S_dict[s] + m_b.delta_t <= m_b.tf[i, j]
            + m_b.M1 * (1 - m_b.b_activo[i, j, s]))

```

```

m_b.R24 = ConstraintList()
for (i, j) in m_b.Ji:
    expr = sum(m_b.b_activo[i, j, s] * m_b.delta_t for s in m_b.S)
    m_b.R24.add(expr >= (m_b.tf[i, j]-m_b.ts[i, j]) - m_b.delta_t)
    m_b.R24.add(expr <= (m_b.tf[i, j]-m_b.ts[i, j])+ m_b.delta_t)

m_b.R25 = ConstraintList()
for s in m_b.S:
    for (i, j) in m_b.Ji:
        m_b.R25.add(m_b.b_inactivo[s] >= m_b.b_activo[i, j, s])
        m_b.R25.add(m_b.b_inactivo[s] <= sum(m_b.b_activo[i, j, s]
        for (i, j) in m_b.Ji))

m_b.R26 = ConstraintList()
for s in m_b.S:
    m_b.R26.add(m_b.tiempo_productivo[s] == m_b.delta_t
    * (1 - m_b.b_inactivo[s]))

m_b.R27 = ConstraintList()
for s in m_b.S:
    m_b.R27.add(m_b.prod[s] == m_b.tasa[s]* m_b.tiempo_productivo[s])

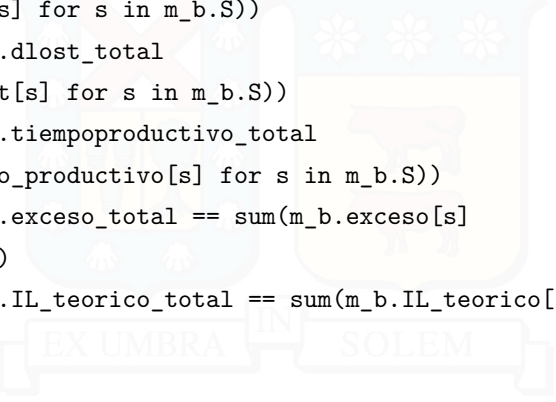
m_b.R28=ConstraintList()
for s in m_b.S:
    m_b.R28.add(m_b.tasa[s] <= m_b.tasa_produccion_A)
    m_b.R28.add(m_b.tasa[s] >= m_b.tasa_produccion_B)

m_b.R29 = ConstraintList()
for s in m_b.S:
    if s == 0:
        m_b.R29.add(m_b.IL_teorico[s] + m_b.C_b_s[s] == m_b.IL_0 + m_b.prod[s]
        + m_b.d_lost[s])
    else:
        m_b.R29.add(m_b.IL_teorico[s] + m_b.C_b_s[s] == m_b.IL_teorico[s - 1]
        +m_b.prod[s]+ m_b.d_lost[s])

m_b.R30 = ConstraintList()
for s in m_b.S:
    m_b.R30.add(m_b.IL[s] <= m_b.K_max)
    m_b.R30.add(m_b.IL[s] == m_b.IL_teorico[s] - m_b.exceso[s])

```

```
m_b.R31=ConstraintList()
m_b.R31.add(m_b.IL_total
==sum(m_b.IL[s] for s in m_b.S))
m_b.R31.add(m_b.prod_total
==sum(m_b.prod[s] for s in m_b.S))
m_b.R31.add(m_b.dlost_total
==sum(m_b.d_lost[s] for s in m_b.S))
m_b.R31.add(m_b.tiempoproductivo_total
==sum(m_b.tiempo_productivo[s] for s in m_b.S))
m_b.R31.add(m_b.exceso_total == sum(m_b.exceso[s]
for s in m_b.S))
m_b.R31.add(m_b.IL_teorico_total == sum(m_b.IL_teorico[s] for s in m_b.S))
return m_b
```



F | Detalle de planes de mantenimientos

Act	In (t_s)	Fin (t_f)	Dur (r)	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Des	Tipo
(1,1)	4.00	4.03	0.03	4.00	3.80	4.20	0.000	Individual
(1,2)	8.03	8.06	0.03	8.03	7.83	8.23	0.000	Individual
(1,3)	12.06	12.09	0.03	12.06	11.86	12.26	0.000	Individual
(1,4)	16.09	16.12	0.03	16.09	15.89	16.29	0.000	Individual
(1,5)	19.92	19.95	0.03	20.12	19.92	20.32	-0.200	Agrupado
(1,6)	23.95	23.98	0.03	23.95	23.75	24.15	0.000	Individual
(1,7)	28.18	28.32	0.14	27.98	27.78	28.18	0.200	Agrupado
(1,8)	32.32	32.35	0.03	32.32	32.12	32.52	0.000	Individual
(2,1)	7.00	7.14	0.14	7.00	6.65	7.35	0.000	Individual
(2,2)	14.14	14.27	0.14	14.14	13.79	14.49	0.000	Individual
(2,3)	21.27	21.41	0.14	21.27	20.92	21.62	0.000	Individual
(2,4)	28.18	28.32	0.14	28.41	28.06	28.76	-0.232	Agrupado
(3,1)	12.35	12.49	0.14	12.00	11.40	12.60	0.350	Agrupado
(3,2)	24.84	24.99	0.14	24.49	23.89	25.09	0.350	Agrupado
(4,1)	12.35	12.49	0.14	13.00	12.35	13.65	-0.650	Agrupado
(4,2)	24.84	24.99	0.14	25.49	24.84	26.14	-0.650	Agrupado
(5,1)	5.00	5.03	0.03	5.00	4.75	5.25	0.000	Individual
(5,2)	10.03	10.06	0.03	10.03	9.78	10.28	0.000	Individual
(5,3)	15.06	15.09	0.03	15.06	14.81	15.31	0.000	Individual
(5,4)	19.92	19.95	0.03	20.09	19.84	20.34	-0.170	Agrupado
(5,5)	24.84	24.99	0.14	24.95	24.70	25.20	-0.106	Agrupado
(5,6)	29.99	30.02	0.03	29.99	29.74	30.24	0.000	Individual

Tabla F.1: Plan de mantenimiento Equipo B

Act	In (t_s)	Fin (t_f)	Dur (r)	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Des	Tipo
(1,1)	19.73	20.30	0.57	20.00	19.00	21.00	-0.271	Agrupado
(2,1)	19.73	20.30	0.57	19.00	18.05	19.95	0.729	Agrupado
(3,1)	15.00	15.14	0.14	15.00	14.25	15.75	0.000	Individual
(3,2)	30.37	30.51	0.14	30.14	29.39	30.89	0.229	Agrupado
(4,1)	10.00	10.14	0.14	10.00	9.50	10.50	0.000	Individual
(4,2)	19.73	19.87	0.14	20.14	19.64	20.64	-0.414	Agrupado
(4,3)	30.37	30.51	0.14	29.87	29.37	30.37	0.500	Agrupado
(5,1)	4.00	4.43	0.43	4.00	3.80	4.20	0.000	Individual
(5,2)	8.43	8.86	0.43	8.43	8.23	8.63	0.000	Individual
(5,3)	12.86	13.29	0.43	12.86	12.66	13.06	0.000	Individual
(5,4)	17.29	17.71	0.43	17.29	17.09	17.49	0.000	Individual
(5,5)	21.71	22.14	0.43	21.71	21.51	21.91	0.000	Individual
(5,6)	26.14	26.57	0.43	26.14	25.94	26.34	0.000	Individual
(5,7)	30.37	30.80	0.43	30.57	30.37	30.77	-0.200	Agrupado
(6,1)	6.00	6.04	0.04	6.00	5.70	6.30	0.000	Individual
(6,2)	11.74	11.88	0.14	12.04	11.74	12.34	-0.300	Agrupado
(6,3)	17.88	17.91	0.04	17.88	17.58	18.18	0.000	Individual
(6,4)	23.93	24.07	0.14	23.91	23.61	24.21	0.014	Agrupado
(6,5)	30.37	30.80	0.43	30.07	29.77	30.37	0.300	Agrupado
(7,1)	11.74	11.88	0.14	12.00	11.40	12.60	-0.264	Agrupado
(7,2)	23.93	24.07	0.14	23.88	23.28	24.48	0.050	Agrupado
(8,1)	19.73	20.30	0.57	20.00	19.00	21.00	-0.271	Agrupado

Tabla F.2: Plan de mantenimiento del Equipo A (Caso Base)

Act	In (t_s)	Fin (t_f)	Dur (r)	Ideal	Vent Inf.	Vent Sup.	Despl.	Tipo
(1,1)	19.42	19.99	0.57	20.00	19.00	21.00	-0.583	Agrupado
(2,1)	19.42	19.99	0.57	19.00	18.05	19.95	0.417	Agrupado
(3,1)	14.28	14.42	0.14	15.00	14.25	15.75	-0.720	Individual
(3,2)	29.64	30.07	0.43	29.42	28.67	30.17	0.217	Agrupado
(4,1)	9.77	9.92	0.14	10.00	9.50	10.50	-0.226	Individual
(4,2)	19.42	19.99	0.57	19.92	19.42	20.42	-0.500	Agrupado
(4,3)	29.64	30.07	0.43	29.99	29.49	30.49	-0.348	Agrupado
(5,1)	3.83	4.26	0.43	4.00	3.80	4.20	-0.165	Individual
(5,2)	8.09	8.52	0.43	8.26	8.06	8.46	-0.169	Individual
(5,3)	12.35	12.78	0.43	12.52	12.32	12.72	-0.171	Agrupado
(5,4)	16.62	17.04	0.43	16.78	16.58	16.98	-0.165	Individual
(5,5)	20.99	21.42	0.43	21.04	20.84	21.24	-0.050	Individual
(5,6)	25.26	25.69	0.43	25.42	25.22	25.62	-0.166	Agrupado
(5,7)	29.64	30.07	0.43	29.69	29.49	29.89	-0.045	Agrupado
(6,1)	6.02	6.05	0.04	6.00	5.70	6.30	0.016	Individual
(6,2)	12.35	12.78	0.43	12.05	11.75	12.35	0.300	Agrupado
(6,3)	19.04	19.08	0.04	18.78	18.48	19.08	0.262	Agrupado
(6,4)	25.26	25.69	0.43	25.08	24.78	25.38	0.179	Agrupado
(6,5)	31.69	31.72	0.04	31.69	31.39	31.99	0.000	Individual
(7,1)	12.35	12.78	0.43	12.00	11.40	12.60	0.351	Agrupado
(7,2)	25.26	25.69	0.43	24.78	24.18	25.38	0.477	Agrupado
(8,1)	19.04	19.08	0.04	20.00	19.00	21.00	-0.958	Agrupado

Tabla F.3: Plan de mantenimiento del Equipo A – Caso Propuesto

Act	In (ts)	Fin (tf)	Dur (r)	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Des	Tipo
(1,1)	21.00	21.42	0.43	20.00	19.00	21.00	0.996	Agrupado
(2,1)	19.41	19.98	0.57	19.00	18.05	19.95	0.409	Agrupado
(3,1)	14.28	14.42	0.14	15.00	14.25	15.75	-0.720	Individual
(3,2)	29.64	30.07	0.43	29.42	28.67	30.17	0.217	Agrupado
(4,1)	9.54	9.68	0.14	10.00	9.50	10.50	-0.460	Individual
(4,2)	19.41	19.98	0.57	19.68	19.18	20.18	-0.274	Agrupado
(4,3)	29.64	30.07	0.43	29.98	29.48	30.48	-0.340	Agrupado
(5,1)	3.83	4.26	0.43	4.00	3.80	4.20	-0.165	Individual
(5,2)	8.09	8.52	0.43	8.26	8.06	8.46	-0.169	Individual
(5,3)	12.35	12.78	0.43	12.52	12.32	12.72	-0.171	Agrupado
(5,4)	16.62	17.04	0.43	16.78	16.58	16.98	-0.165	Individual
(5,5)	21.00	21.42	0.43	21.04	20.84	21.24	-0.048	Agrupado
(5,6)	25.26	25.68	0.43	25.42	25.22	25.62	-0.169	Agrupado
(5,7)	29.64	30.07	0.43	29.68	29.48	29.88	-0.045	Agrupado
(6,1)	6.02	6.05	0.04	6.00	5.70	6.30	0.016	Individual
(6,2)	12.35	12.78	0.43	12.05	11.75	12.35	0.300	Agrupado
(6,3)	19.04	19.08	0.04	18.78	18.48	19.08	0.261	Agrupado
(6,4)	25.26	25.68	0.43	25.08	24.78	25.38	0.179	Agrupado
(6,5)	31.68	31.72	0.04	31.68	31.38	31.98	0.000	Individual
(7,1)	11.40	11.54	0.14	12.00	11.40	12.60	-0.600	Individual
(7,2)	23.56	23.70	0.14	23.54	22.94	24.14	0.014	Individual
(8,1)	19.04	19.08	0.04	20.00	19.00	21.00	-0.959	Agrupado

Tabla F.4: Plan de mantenimiento del Caso 1 – Equipo A

Act	In ts	Fin tf	Dur r	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Des.	Tipo
(1,1)	19.42	19.99	0.57	20.00	19.00	21.00	-0.581	Agrupado
(2,1)	19.42	19.99	0.57	19.00	18.05	19.95	0.419	Agrupado
(3,1)	14.27	14.41	0.14	15.00	14.25	15.75	-0.735	Individual
(3,2)	28.68	28.82	0.14	29.41	28.66	30.16	-0.728	Individual
(4,1)	9.78	9.92	0.14	10.00	9.50	10.50	-0.224	Individual
(4,2)	19.42	19.99	0.57	19.92	19.42	20.42	-0.500	Agrupado
(4,3)	29.64	30.07	0.43	29.99	29.49	30.49	-0.350	Agrupado
(5,1)	3.83	4.26	0.43	4.00	3.80	4.20	-0.165	Individual
(5,2)	8.10	8.52	0.43	8.26	8.06	8.46	-0.168	Individual
(5,3)	12.36	12.79	0.43	12.52	12.32	12.72	-0.166	Agrupado
(5,4)	16.62	17.04	0.43	16.79	16.59	16.99	-0.170	Individual
(5,5)	21.00	21.43	0.43	21.04	20.84	21.24	-0.048	Agrupado
(5,6)	25.37	25.80	0.43	25.43	25.23	25.63	-0.051	Individual
(5,7)	29.64	30.07	0.43	29.80	29.60	30.00	-0.163	Agrupado
(6,1)	6.02	6.06	0.04	6.00	5.70	6.30	0.022	Individual
(6,2)	12.36	12.79	0.43	12.06	11.76	12.36	0.300	Agrupado
(6,3)	18.79	18.82	0.04	18.79	18.49	19.09	-0.000	Individual
(6,4)	24.88	25.02	0.14	24.82	24.52	25.12	0.055	Agrupado
(6,5)	31.02	31.06	0.04	31.02	30.72	31.32	-0.000	Individual
(7,1)	12.36	12.79	0.43	12.00	11.40	12.60	0.358	Agrupado
(7,2)	24.88	25.02	0.14	24.79	24.19	25.39	0.091	Agrupado
(8,1)	21.00	21.43	0.43	20.00	19.00	21.00	0.997	Agrupado

Tabla F.5: Plan de mantenimiento del Equipo A – Caso 2

Actividad	Inicio (t_s)	Fin (t_f)	Duración (r)	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Desplaz.	Tipo
(1,1)	20.80	20.94	0.14	20.00	19.00	21.00	0.797	Agrupado
(2,1)	18.06	18.63	0.57	19.00	18.05	19.95	-0.940	Agrupado
(3,1)	15.64	15.78	0.14	15.00	14.25	15.75	0.637	Individual
(3,2)	31.44	31.87	0.43	30.78	30.03	31.53	0.660	Agrupado
(4,1)	10.48	10.62	0.14	10.00	9.50	10.50	0.477	Individual
(4,2)	20.80	20.94	0.14	20.62	20.12	21.12	0.177	Agrupado
(4,3)	31.44	31.87	0.43	30.94	30.44	31.44	0.500	Agrupado
(5,1)	4.20	4.63	0.43	4.00	3.80	4.20	0.200	Individual
(5,2)	8.81	9.24	0.43	8.63	8.43	8.83	0.183	Individual
(5,3)	13.43	13.86	0.43	13.24	13.04	13.44	0.191	Individual
(5,4)	18.06	18.49	0.43	17.86	17.66	18.06	0.200	Individual
(5,5)	22.67	23.10	0.43	22.49	22.29	22.69	0.183	Individual
(5,6)	27.05	27.48	0.43	27.10	26.90	27.30	-0.049	Individual
(5,7)	31.44	31.87	0.43	31.48	31.28	31.68	-0.040	Agrupado
(6,1)	6.00	6.04	0.04	6.00	5.70	6.30	0.000	Individual
(6,2)	12.04	12.07	0.04	12.04	11.74	12.34	0.000	Individual
(6,3)	18.06	18.63	0.57	18.07	17.77	18.37	-0.011	Agrupado
(6,4)	24.63	24.67	0.04	24.63	24.33	24.93	0.000	Individual
(6,5)	30.67	30.70	0.04	30.67	30.37	30.97	-0.000	Individual
(7,1)	11.44	11.58	0.14	12.00	11.40	12.60	-0.563	Individual
(7,2)	22.98	23.12	0.14	23.58	22.98	24.18	-0.600	Individual
(8,1)	20.80	20.94	0.14	20.00	19.00	21.00	0.797	Agrupado

Tabla F.6: Plan de mantenimiento del Caso 3 – Equipo A

Actividad	Inicio (t_s)	Fin (t_f)	Duración (r)	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Desplaz.	Tipo
(1,1)	20.15	20.30	0.14	20.00	19.80	20.20	0.154	Agrupado
(2,1)	19.17	19.74	0.57	19.00	18.81	19.19	0.169	Individual
(3,1)	15.10	15.25	0.14	15.00	14.85	15.15	0.104	Individual
(3,2)	30.40	30.54	0.14	30.25	30.10	30.40	0.150	Agrupado
(4,1)	10.01	10.15	0.14	10.00	9.90	10.10	0.011	Individual
(4,2)	20.15	20.30	0.14	20.15	20.05	20.25	0.000	Agrupado
(4,3)	30.40	30.54	0.14	30.30	30.20	30.40	0.100	Agrupado
(5,1)	3.96	4.39	0.43	4.00	3.96	4.04	-0.040	Individual
(5,2)	8.39	8.82	0.43	8.39	8.35	8.43	0.003	Individual
(5,3)	12.78	13.21	0.43	12.82	12.78	12.86	-0.040	Individual
(5,4)	17.21	17.64	0.43	17.21	17.17	17.25	0.003	Individual
(5,5)	21.60	22.03	0.43	21.64	21.60	21.68	-0.040	Individual
(5,6)	26.03	26.46	0.43	26.03	25.99	26.07	0.003	Individual
(5,7)	30.42	30.85	0.43	30.46	30.42	30.50	-0.040	Individual
(6,1)	6.00	6.04	0.04	6.00	5.94	6.06	0.000	Individual
(6,2)	12.00	12.14	0.14	12.04	11.98	12.10	-0.036	Agrupado
(6,3)	18.14	18.18	0.04	18.14	18.08	18.20	0.000	Individual
(6,4)	24.16	24.30	0.14	24.18	24.12	24.24	-0.021	Agrupado
(6,5)	30.30	30.34	0.04	30.30	30.24	30.36	0.000	Individual
(7,1)	12.00	12.14	0.14	12.00	11.88	12.12	0.000	Agrupado
(7,2)	24.16	24.30	0.14	24.14	24.02	24.26	0.014	Agrupado
(8,1)	20.15	20.30	0.14	20.00	19.80	20.20	0.154	Agrupado

Tabla F.7: Plan de mantenimiento del Caso 4 – Equipo A

Actividad	Inicio (t_s)	Fin (t_f)	Duración (r)	Ideal	Vent. Inf.	Vent. Sup.	Desplaz.	Tipo
(1,1)	21.00	21.43	0.43	20.00	19.00	21.00	1.000	Agrupado
(2,1)	19.54	20.11	0.57	19.00	18.05	19.95	0.543	Agrupado
(3,1)	14.28	14.42	0.14	15.00	14.25	15.75	-0.720	Individual
(3,2)	29.64	30.07	0.43	29.42	28.67	30.17	0.217	Agrupado
(4,1)	9.90	10.04	0.14	10.00	9.50	10.50	-0.100	Individual
(4,2)	19.54	20.11	0.57	20.04	19.54	20.54	-0.500	Agrupado
(4,3)	29.64	30.07	0.43	30.11	29.61	30.61	-0.474	Agrupado
(5,1)	3.83	4.26	0.43	4.00	3.80	4.20	-0.169	Individual
(5,2)	8.09	8.52	0.43	8.26	8.06	8.46	-0.169	Individual
(5,3)	12.35	12.78	0.43	12.52	12.32	12.72	-0.169	Agrupado
(5,4)	16.62	17.05	0.43	16.78	16.58	16.98	-0.160	Individual
(5,5)	21.00	21.43	0.43	21.05	20.85	21.25	-0.049	Agrupado
(5,6)	25.25	25.68	0.43	25.43	25.23	25.63	-0.177	Agrupado
(5,7)	29.64	30.07	0.43	29.68	29.48	29.88	-0.040	Agrupado
(6,1)	6.02	6.05	0.04	6.00	5.70	6.30	0.016	Individual
(6,2)	12.35	12.78	0.43	12.05	11.75	12.35	0.300	Agrupado
(6,3)	19.08	19.12	0.04	18.78	18.48	19.08	0.300	Agrupado
(6,4)	25.25	25.68	0.43	25.12	24.82	25.42	0.136	Agrupado
(6,5)	31.68	31.72	0.04	31.68	31.38	31.98	-0.000	Individual
(7,1)	12.35	12.78	0.43	12.00	11.40	12.60	0.351	Agrupado
(7,2)	25.25	25.68	0.43	24.78	24.18	25.38	0.471	Agrupado
(8,1)	19.08	19.12	0.04	20.00	19.00	21.00	-0.920	Agrupado

Tabla F.8: Plan de mantenimiento del Caso 5 – Equipo A

F.1 Cartas Gantt - Análisis de Sensibilidad:

F.1.1. Caso 1:

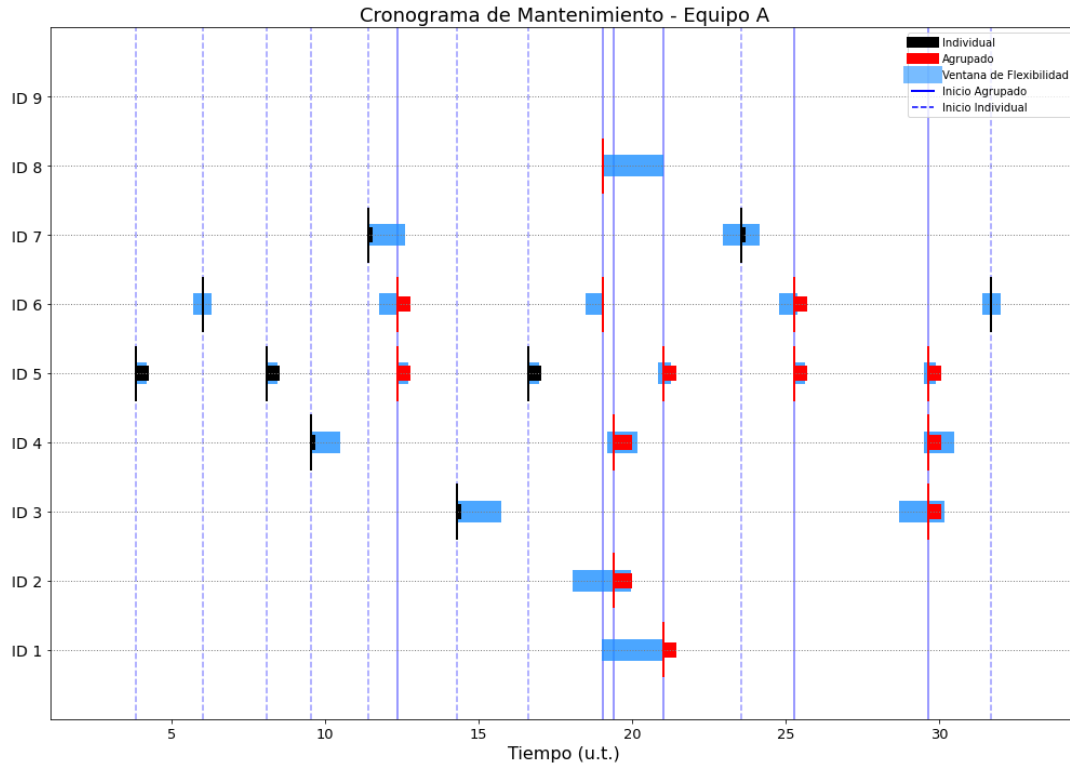


Figura F.1: Carta Gantt Equipo A - Caso 1

F.1.2. Caso 2:

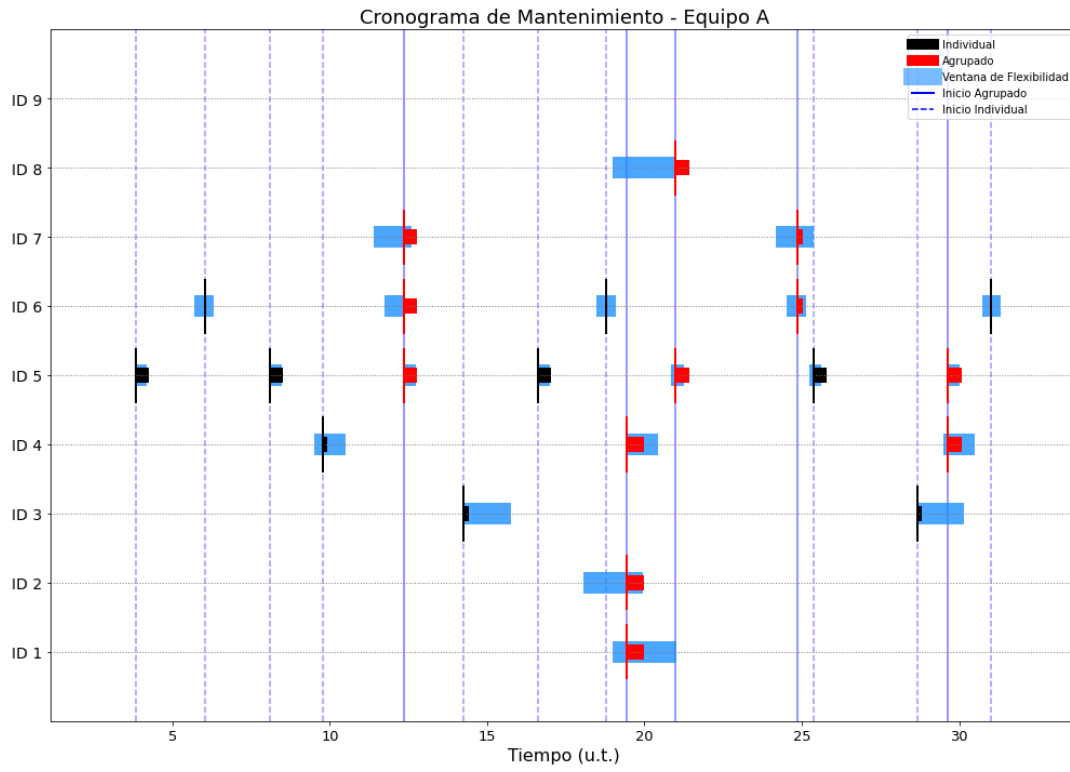


Figura F.2: Carta Gantt Equipo A - Caso 2

F.1.3. Caso 3:

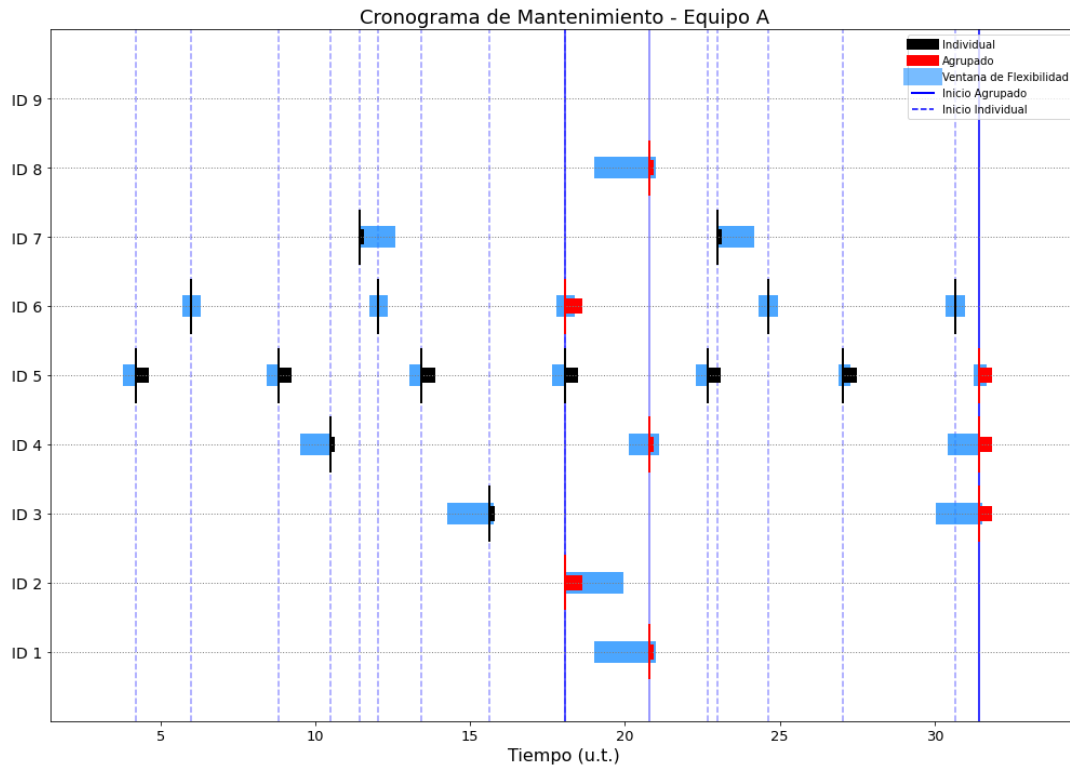


Figura F.3: Carta Gantt Equipo A - Caso 3

F.1.4. Caso 4:

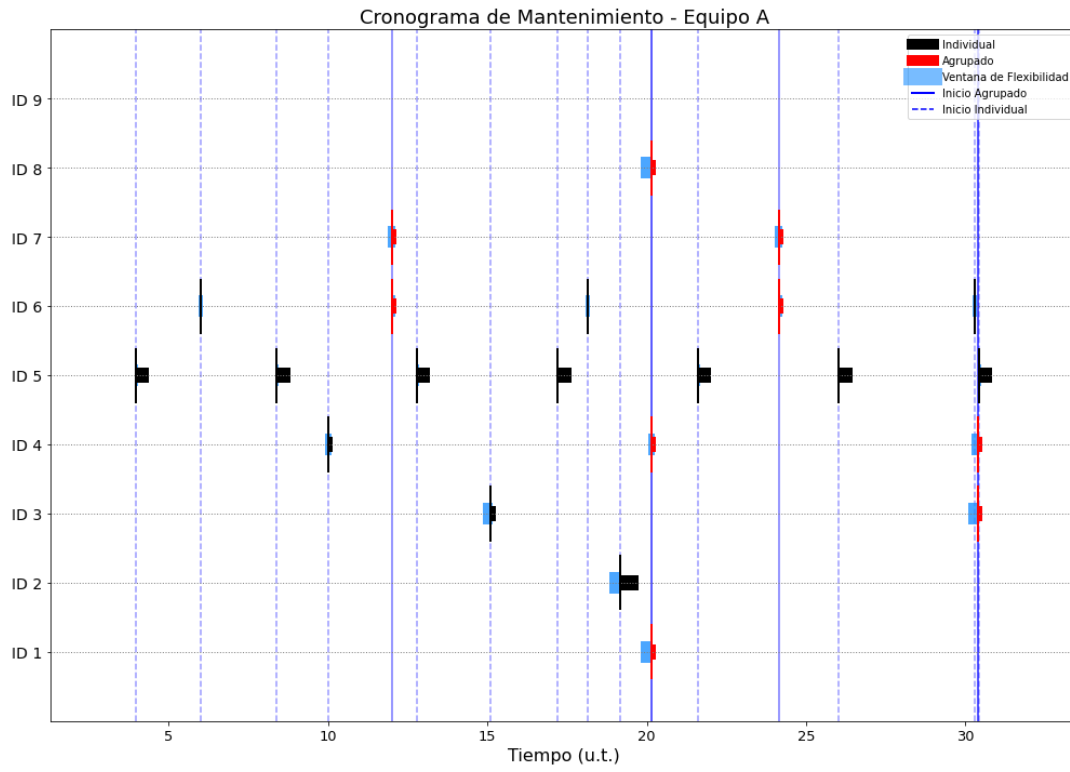


Figura F.4: Carta Gantt Equipo A - Caso 4

F.1.5. Caso 5:

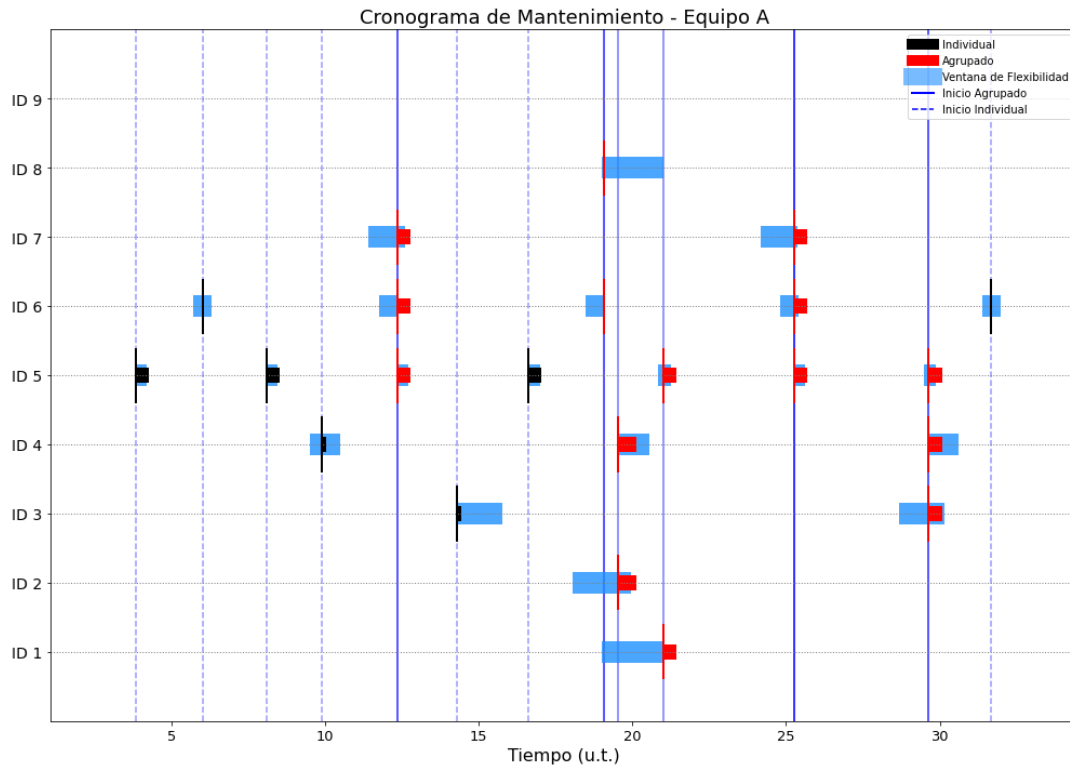


Figura F.5: Carta Gantt Equipo A - Caso 5