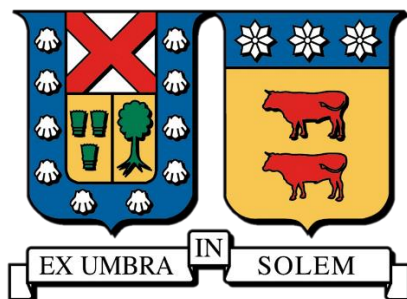


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO – CHILE



**PREDICCIÓN DE CONCENTRACIONES BASADA EN ANÁLISIS DE
IMÁGENES DE ESPUMA Y CONDICIONES DE OPERACIÓN EN
COLUMNAS DE FLOTACIÓN**

Tesis presentada por
JAVIER ARTURO TRONCOSO CÓRDOVA

Como requisito para optar al título de
INGENIERO CIVIL QUÍMICO

Y al grado académico de
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA QUÍMICA

Profesora Guía: **Dr. Luis Bergh Olivares**
Profesor Correferente: **Dr. Claudio Acuña Pérez**
Correferente Externo: **Dr. Marco Vera Román**

Valparaíso, noviembre de 2019

Título de la Tesis:

**PREDICCIÓN DE CONCENTRACIONES BASADAS EN ANÁLISIS DE
IMÁGENES DE ESPUMA Y CONDICIONES DE OPERACIÓN EN
COLUMNAS DE FLOTACIÓN**

Trabajo de tesis presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero Civil Química y para el grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Química de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Luis Bergh Olivares

Dr. Claudio Acuña Pérez

Dr. Marco Vera Román

A mi familia y amigos, por hacer esto posible.

Agradecimientos

Resulta increíble pensar que este es uno de los pasos finales para finalizar el largo y gran camino que fue estudiar en esta universidad. Involucró un gran esfuerzo personal, pero que resulta de toda una etapa universitaria por la cual he pasado. Todo lo plasmado en este documento es el fiel reflejo de lo vivido y disfrutado con toda mi familia y amigos, que han estado siempre presentes.

En primer lugar, agradecer a toda mi familia: a mis padres Claudia y Mauricio, fuente inagotable de sabiduría y apoyo, a mis hermanas Francisca y María José, a Myriam, Eliseo, Patricia, Pilar, Miguel Ángel, Puchi, Mato, Cristi, mis primos Daniela, Cony y Rodrigo, y todos que me acompañaron en cada etapa, me alentaron en todos los momentos difíciles y me brindaron su apoyo y consejo en esta y todas las otras etapas de la vida, la cual les debo. Creo firmemente que la familia es el núcleo y la base de cada persona, y estoy sumamente agradecido por los cimientos que me han entregado y me han permitido llegar hasta acá.

A mis maestros, que han sido la base para que surja este trabajo y el origen de motivación permanente: al profesor Luis Bergh por toda su compañía, apoyo y enseñanzas, al profesor Claudio Acuña por las oportunidades para desarrollarme tanto como estudiante y como persona y al profesor Marco Vera por sus consejos y su gran disposición. Me gustaría también dar las gracias al profesor Franz Thomet y a la profesora Cecilia Caneo, con quienes compartí en muchas instancias como ayudante e incluso después de terminado el trabajo, aconsejándome y apoyándome hasta el día de hoy.

Agradezco enormemente al equipo de trabajo que formamos con Alejandro y Javier Pinto, a quienes agradezco enormemente todo el esfuerzo realizado a pesar de las dificultades. Nos apoyó en todo momento el personal del LOU: Jimmy, Pato, Juan, Oscar y Marcela, de los cuales también estoy enormemente agradecido no solo por su apoyo en la tesis, sino por su amistad, compañía y conversaciones.

A mis grandes amigos de esta etapa universitaria: Roberto, Stefano, José Pablo, Gabriel, Mario, Martín, Exequiel, Gonzalo, Paula, María-Ignacia, Rodrigo, Matías, María José, Cristóbal, Leopoldo, Facundo y todos quienes me acompañaron en esta hermosa etapa, ya sea con su amistad, algún juego de mesa o simplemente el conversar diariamente. Agradezco también a todas las personas que alguna vez fueron mis ayudantes o ayudados, yo aprendí mucho de ellos y ellos de mí. No hay nada más gratificante para uno que un ayudado te mencione que fuiste un importante apoyo en alguna etapa de su paso por la universidad.

Gracias a mis grandes amistades del 1306: Garo, Ignacio, Joaquín, José Carlos, Juan, Sebastián y Vicente. Francamente el grupo de amistades más longevo que he visto y he podido ser parte, ¡y que se mantenga! Momentos de reflexión y compartir, juntas, apoyo, por todo: les agradezco enormemente el mantener este gran grupo y que siga así a pesar de las distancias y tiempos.

Finalmente, agradezco enormemente a Dios por haberme permitido llegar hasta acá a pesar de las dificultades y el cuidado dado a mí y cada uno de los que me rodean.

Resumen Ejecutivo

Existe una oportunidad en la industria minera del punto de vista de la obtención de información relevante para la toma de decisiones operacionales, buscando fuentes que entreguen información oportuna y confiable. El presente trabajo tiene como objetivo establecer y probar una metodología de puesta en marcha y aplicación de un sensor virtual que, por medio de procesamiento de información general del proceso y la aplicación del método de proyección a variables latentes (*Projection to Latent Structures, PLS*), sea capaz de predecir e informar oportunamente el porcentaje de cobre (leyes de concentrado) en columnas de flotación, junto con verificar o rechazar la hipótesis que este tipo de metodologías son aplicables a leyes de concentrado en condiciones controladas. Este sensor virtual podría reemplazar los métodos tradicionales de medición que toman más tiempo o bien requieren un mantenimiento complejo que limita su utilidad.

Para este propósito, se construyó una columna de flotación instrumentada para medir y controlar de forma adecuada y fidedigna todas las variables asociadas al proceso. La columna, de 20 centímetros de diámetro y aproximadamente 4 metros de altura, se diseñó de forma modular, transportable y autónoma en cuanto a control y operación. Se utilizaron controladores lógico-programables *OPTO22* para el establecimiento de rutinas de control y captura de datos.

También se habilitó un sistema de captura, segmentación y procesamiento de imágenes basado en el entorno *MATLAB* asociado a una cámara IP remota instalada en el tope del equipo. Las imágenes capturadas de la espuma son procesadas en línea para extraer sus propiedades.

La columna se opera con alimentación formada mezclando aproximadamente 12 kilogramos de concentrado de la empresa *El Teniente* y 14 kilogramos de relave disponible, formando una alimentación al 10% de sólidos para formar 150 litros de pulpa de cobre para el llenado y operación del equipo en circuito cerrado, con una ley de cobre del 8%. Debido a limitaciones en las instalaciones y equipos auxiliares, la activación del mineral por medio de conminución y dosificación exacta de reactivos solo pudo ser realizada una única vez, optando por acondicionar por medio de agitación de alta velocidad (1000 RPM) para los otros días de operación. No fue posible la medición de pH o potencial de óxido reducción.

Durante la operación, se monitorearon 17 variables de proceso y resultados metalúrgicos. Se obtuvo un total de 24 puntos de operación diferentes, tomando muestras de la alimentación, relave y concentrado. De ellos se midió la ley de cobre, por medio de una pistola de fluorescencia de rayos X (*XRF*) y las mediciones fueron contrastadas por medio de espectrofotometría de absorción atómica (*AA*).

Se construyó un modelo PLS con todos los datos disponibles para predecir leyes de concentrado. El modelo usa 7 variables latentes y logra capturar un 51% de la varianza total en las leyes de concentrado, con un error máximo del 10% y una varianza aproximada de 1,3%. Los valores de

estadígrafos asociados muestran que el modelo es consistente con las operaciones realizadas y detecta la importancia de cada una de las variables en la regresión.

Cuatro modelos adicionales fueron construidos excluyendo ciertas variables obtenidas, de manera de simular condiciones de trabajo diferentes. El resultado general muestra que el análisis de imágenes por sí mismo no es capaz de representar adecuadamente la variación natural en concentraciones (solo un 10% de varianza de concentraciones representada), pero que mejora la predicción cuando complementa las distintas variables de operación, al incrementar la captura de varianza en leyes desde un 19% a un 40%.

Durante la operación quedaron en evidencia mejoras estructurales a ser realizadas al equipo, tales como inclinación del tope, agua de limpieza, entre otras, junto con tratamientos a la alimentación y monitoreos faltantes que pueden asegurar la calidad de los datos obtenidos y disminuir la incertidumbre de las predicciones. Todas estas mejoras y sugerencias fueron plasmadas en un diseño experimental propuesto para experiencias con el equipo operando a lazo cerrado.

En conclusión, la hipótesis inicial se verifica al ser posible establecer y aplicar una metodología para la confección de modelos PLS basados en la operación con mineral en lazo cerrado y apoyada con análisis de imagen. El modelo establecido es adecuado en cuanto a la varianza de predicción (3%) comparado con las variaciones de otros analizadores (1-4%) lo cual lo hace una alternativa interesante de bajo costo a la hora de obtener información relevante

La construcción e implementación del equipo fue exitosa pudiendo operar con una concentración de sólidos de aproximadamente 10% sin mayores dificultades operacionales. El sistema de detección de imágenes fue validado de forma teórica y fueron probados 5 modelos diferentes PLS basados en distintas condiciones de operación.

Finalmente, hay que destacar que la contribución original del trabajo corresponde la aplicación directa de la metodología PLS en un equipo a escala piloto, construido específicamente para este trabajo.

El presente trabajo fue llevado a cabo gracias al apoyo del Proyecto Fondecyt N°1160105 y la beca de magister Conicyt.

Abstract

There is an existing opportunity in the mining industry regarding data acquisition for decision-making, looking for timely and reliable data. The following thesis work has the objective to establish a proper work frame and methodology for creating a virtual sensor that can predict copper concentrate grades based on process information and applying the projection to latent structures method (PLS) on flotation columns, alongside testing the hypothesis that is indeed feasible to apply such a methodology to copper grades. The virtual sensor can possibly strengthen traditional copper grade measuring methods, which are either slow or involve equipment that requires extra maintenance, limiting their usefulness.

In order to accomplish this goal, a fully instrumented flotation column was built to measure and control copper concentrating operations as reliable as possible. The column has 20 centimeters of diameter and about 4 meters height and was designed to be fully modular, transportable and autonomous. OPTO22 software was used to design the control schemes and data acquisition processes.

An image acquisition, segmentation and analysis system were built on the *MATLAB* environment, associated to remote IP cameras installed at the top of the column. Captured images are automatically segmented in order to detect the bubbles and extract their properties.

The column was operated with a feed consisting of approximately 12 kilograms of copper concentrate from *El Teniente* foundry and 14 kilograms of available tailings, making a feed of 10% solid composition and a copper grade of 8%, for a total of 150 liters of pulp. Due to limitations in available equipment, the mineral activation performed by comminuting was only done once, the mineral only being conditioned through high-speed mixing (1000 RPM) for the following operations. It was not possible to measure pH or redox potential.

During operation, a total of 17 variables were monitored alongside the metallurgical results. A total of 24 different conditions were assessed and feed, concentrate and tailings samples were gathered in each instance. Copper grade was measured using an X-Ray Fluorescence pistol (*XRF*) and were calibrated using Atomic Absorption Spectrophotometry (*AA*).

A PLS model was built using all available data to predict copper concentrate grade. The model uses 7 latent variables which captures 51% of the total variation in the copper laws, with a maximum error of 10% and an overall variance of 1,3%. The overall model is consistent with the measured data and detects appropriately the importance of each variable in the regression.

Four additional models were built varying the input data, simulating different working conditions. The results show that image analysis by itself is not capable of representing copper grades properly (with just 10% of the copper grade variance captured in the model) but improves the prediction when used alongside the different operating values, increasing copper grade captured variance from a 19% to 40%.

Several improvements can be done to the built column in order to improve the overall measurements, such as the slope at the top of the column, the addition of launder water alongside information treatment and several monitoring and measurements issues (such as pH, ORP among others) that could not be addressed due to time constraints. A future experimental framework was proposed based on all the observations and issues found in the present work.

In conclusion, the initial hypothesis is verified as it was possible to establish and apply a methodology to build PLS models based on a closed-circuit operation, using both process data and image analysis. The obtained results are acceptable regarding prediction variance (3%) compared to nominal values for other analyzers (1-4%), which makes it a low-cost alternative way to obtain important process-related information.

Both the construction and commissioning of experimental equipment was a success, being able to run with solid concentrations of about 10% without operational issues. The image detection system was validated with the theoretical framework and 5 different PLS models were tested, using varying operating conditions.

This project was possible thanks to the support of Fondecyt (Project 1160105) and Conicyt's MSc. grant.

Nomenclatura

A	Variable auxiliar algoritmo <i>SIMPLS</i>
A_{10b}	Área promedio burbujas.
B	Matriz de coeficientes de regresión asociados a la predicción de Y a partir de X
B_l	Valor componente azul, imagen RGB.
C	Variable auxiliar algoritmo <i>SIMPLS</i>
dP_i	Señal de presión inferior
dP_s	Señal de presión superior
D_{10b}	Diámetro promedio burbujas
D_{32b}	Diámetro Sauter burbujas
E	Matriz de errores asociados a X
F	Matriz de errores asociados a Y
F_a	Flujo de alimentación columna
F_g	Flujo de aire
F_t	Flujo de colas
F_w	Flujo de agua de lavado columna
G	Valor componente verde, imagen RGB.
H	Holdup de aire columna
h	Vector propio determinante de A
I	Intensidad en escala de grises para imagen
J_g	Velocidad superficial de aire
L	Profundidad de espuma
L_i	Nivel de interfase
M	Variable auxiliar algoritmo <i>SIMPLS</i>
N_b	Número de burbujas detectadas
p	Matriz de <i>loadings</i> del modelo para X
P	Perímetro de burbujas
PS	Porcentaje de sólidos alimentación

q	Matriz de <i>loadings</i> del modelo para Y
Q	Estadígrafo asociado a la falta de ajuste del modelo respecto a la realidad.
Re	Valor componente roja, imagen RGB
R_i	Recuperación para la especie mineralógica i
s_b	Velocidad de área superficial de aire
S	Matriz de covarianzas, modelo PLS
t	Matriz de <i>scores</i> del modelo para X
T^2	Estadígrafo asociado a la falta de ajuste dentro del modelo
u	Matriz de <i>scores</i> del modelo para Y
V	Volumen columna
V_a	Apertura válvula de aire
w	Matriz de pesos para regresión de modelo PLS
X	Matriz de entrada a modelo con n observaciones y m variables.
x_c	Ley de concentrado
x_t	Ley de colas
x_F	Ley de alimentación
Y	Variable de salida (predicha) de modelo PLS
α	Valor propio regresión entregado por <i>PLSToolbox</i>
ρ	Densidad de pulpa
ρ_b	Densidad numérica de burbujas
λ	Valor propio (<i>eigenvalue</i>) asociado a una fila de la matriz de <i>loadings</i> .
ϵ_g	Concentración volumétrica de aire (gas holdup)
τ	Tiempo de residencia columna de flotación
ν	Variable auxiliar algoritmo <i>SIMPLS</i>

Índice General

Resumen Ejecutivo	iii
Abstract	v
Nomenclatura	vii
Índice General	ix
Capítulo 1: Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.1.1. Plantas Concentradoras de Minerales	1
1.1.2. Sistemas de Control Asociados a la Separación de Minerales	2
1.2 Objetivos	5
1.3 Hipótesis	5
1.4 Estructura del Documento	6
Capítulo 2: Revisión de la Literatura - Estado del Arte	8
2.1. Proceso de Flotación en Columnas	8
2.1.1. Descripción General	8
2.1.2 Modelación y Control de Columnas de Flotación	9
2.2. Medición de Leyes en Minerales de Cobre	11
2.3 Métodos de Proyección	13
2.3.1 Análisis de Componentes Principales (PCA)	13
2.3.2. Mínimos Cuadrados Parciales (PLS)	16
Capítulo 3: Equipo Experimental	20
3.1. Descripción del Equipo Experimental	20
3.1.1. Columna de Flotación	21
3.1.2. Sistema de Transporte de Pulpa	23
3.1.3. Sistema de Alimentación de Aire	24
3.1.4. Sistema de Agua de Lavado	25
3.1.5. Instrumentos y Lazos de Control Asociados	26
3.1.6. Sistema de Salida de Pulpa	27

3.2. Características de la Alimentación	28
3.3. Monitoreo y Control de Proceso	28
3.3.1. Descripción General	28
3.3.2. Gabinete de Control.....	29
3.3.3. Controlador Lógico-Programable (PLC) OPTO22	29
3.3.4. Terminal de Control SuperLogics	31
3.3.5. Interfaz de Usuario	32
3.4. Analizador de Rayos X <i>Bruker S1-Titan</i>	36
3.4.1. Descripción y Medidas de Seguridad	36
3.4.2. Calibración Inicial	37
3.4.3. Metodología de Medición.....	39
Capítulo 4: Sistema de Detección, Adquisición y Procesamiento de Imágenes	40
4.1. Equipamiento y Especificaciones Sistema de Captura de Imágenes	40
4.2. Fundamentos del Procesamiento de Imágenes.....	42
4.3. Segmentación de Imágenes: Algoritmo <i>Watershed Transform</i>	44
4.4. Rutina de Preprocesamiento de Imágenes.....	46
4.4.1. Ecualización de Histograma	46
4.4.2. Difusión Anisotrópica.....	48
4.4.3. Dilatación de Imagen.....	49
4.4.4. Extracción de Marcadores basados en Máximos: Transformada Máxima Regional. .	50
4.5. Obtención de Propiedades desde Imagen Segmentada	53
4.6. Significancia Zona de Muestreo.....	55
4.7. Integración al Sistema de Control Distribuido.....	56
Capítulo 5: Operación y Diseño Experimental	57
5.1. Definición de Variables a Medir	57
5.2. Operación del Equipo.....	58
5.2.1. Consideraciones de Seguridad.....	58
5.2.2. Estado de Activación del Mineral	59
5.2.3. Preparación del Mineral y Pruebas Iniciales	60

5.2.4. Metodología de Muestreo y Tratamiento	62
5.3. Diseño de Experimentos.....	64
5.4. Algoritmo de Funcionamiento en Matlab	65
Capítulo 6: Resultados y Discusión	67
6.1. Datos Recopilados y Análisis Preliminar.....	67
6.1.1 Mediciones Operacionales.....	68
6.1.2 Variaciones Producto de la Medición XRF	68
6.2. Comparación de Resultados Operacionales	69
6.3. Modelo PLS Establecido y Discusión.....	71
6.3.1. Modelo Completo y Variaciones por Día de Operación	73
6.4. Modelos PLS Adicionales.....	77
6.4.1. Modelo PLS Sin Leyes de Colas	77
6.4.2. Modelo PLS Instrumentos Mínimos.....	79
6.4.4. Modelo con Únicamente IA (Image Analysis).....	84
6.4.3. Modelo de Instrumentos Mínimos con IA (Image Analysis)	82
6.5. Resumen Modelos Construidos.....	87
6.6. Diseño Experimental Futuro	89
Capítulo 7: Conclusiones	92
Recomendaciones.....	94
Referencias.....	96
Anexo A: Variables Relevantes en Flotación	101
Anexo B: Imágenes Referenciales y Especificaciones de Equipos e Instrumentos.....	107
Anexo C: Datos de Calibración S-1 Titan y Curvas Asociadas.....	116
Anexo D: Procedimientos de Puesta en Marcha y Detención	118
D.1. Procedimiento Puesta en Marcha Columna.....	118
D.2. Procedimiento Detención Columna.....	119
Anexo E: Detector de Estado Estacionario.....	120
Anexo F: Datos Históricos Operación Columna	122
F.1. Variables de Operación.....	122

F.2. Variables de Alimentación.....	123
F.3. Variables de Análisis de Imágenes	124
Anexo G: Variables Adicionales Asociadas a Modelos PLS	125
G.1 Modelo Completo.....	126
G.2. Modelo Sin Leyes de Colas.....	127
G.3. Modelo de Instrumentos Mínimos	129
G.4. Modelo de Instrumentos Mínimos apoyado con IA.....	131
G.5. Modelo con Únicamente IA	134

Índice de Figuras

Capítulo 1: Introducción

Figura 1.1. Diagrama de bloques, funcionamiento y procesos básicos de una planta	1
Figura 1.2 Producción de cobre por tipo de producto 2003-2017	2
Figura 1.4. Desglose de costos totales de operación durante 25 años de operación.....	3

Capítulo 2: Revisión de la Literatura - Estado del Arte

Figura 2.1. Estrategia estabilizadora de control de columnas industriales.	10
Figura 2.2. Estrategia de control en columnas piloto. Fuente: (Bergh & Acosta, 2009).	11
Figura 2.3. Analizador en Línea Courier 5-SL. Imagen referencial. Fuente: (Outotec, 2018).....	12
Figura 2.4. Analizador portátil de elementos XRF. Imagen referencial.	13
Figura 2.5. Ejemplificación gráfica del método PCA. Fuente: (Acosta, 2007).	15
Figura 2.6. Diagrama de flujo, algoritmo SIMPLS.	18

Capítulo 3: Equipo Experimental

Figura 3.1. Fotografía columna de flotación experimental.....	20
Figura 3.2. P&ID columna de flotación experimental.....	21
Figura 3.3. Sistema de alimentación de pulpa, extracto de Figura 3.2.	23
Figura 3.4. Sistema de alimentación de aire, extracto de Figura 3.2.	24
Figura 3.5. Sistema de alimentación de agua de lavado, extracto de Figura 3.2.	25
Figura 3.6. Flotador plástico ½ NPT estanque agua de alimentación. Imagen referencial.	25

Figura 3.7. Sistema de salida de pulpa, extracto de Figura 3.2.....	27
Figura 3.8. Distribución de módulos y espacios utilizados PLC OPTO22 SNAP-PAC-R1.	29
Figura 3.9. Lógicas de control implementadas en PAC Control Pro.....	30
Figura 3.10. HMI, ventana interfaz principal. ´	33
Figura 3.11. HMI, ventana control PID.	33
Figura 3.12. HMI, ventana cámara IP.....	34
Figura 3.13. HMI, ventana detectora de estado estacionario.	34
Figura 3.14. HMI, ventana análisis de imágenes.	35
Figura 3.15. Montaje de escritorio del S1 Titan. Fuente: (Cortés, 2016)	36
Figura 3.16. Muestras finales digeridas para análisis por AA.	38
Figura 3.17. Recipiente para análisis por S1 Titan.	39

Capítulo 4: Sistema de Detección, Adquisición y Procesamiento de Imágenes

Figura 4.1. Cámara Axis M1124. Imagen Referencial.	40
Figura 4.2. Corrección de efecto de lente curvo en cámara IP.	41
Figura 4.3. Representación imagen binaria como matriz de valores binarios..	42
Figura 4.4. Representación imagen de escala de grises como matriz de números enteros..	43
Figura 4.5. Representación imagen RGB como tres matrices, cada una indicando un color..	43
Figura 4.6. Representación de Funcionamiento Watershed Transform.....	45
Figura 4.7. Espuma de flotación de cobre, Imagen referencial de uso libre.....	45
Figura 4.8. Espuma de flotación de cobre, resultado de aplicación directa de Watershed.	46
Figura 4.9. Espuma de flotación de cobre, posterior a ecualización de histograma.	47
Figura 4.10. Histograma de intensidades en escala de grises.	47
Figura 4.11. Perfil de intensidad de pixeles, columna 100, imagen original en blanco y negro. .	48
Figura 4.12. Perfil de intensidad de pixeles, columna 100, imagen después de tratamiento.....	49
Figura 4.13. Espuma de flotación de cobre, posterior a difusión anisotrópica.	49
Figura 4.14. Espuma de flotación de cobre, posterior a dilatación de escala de grises.	50
Figura 4.15. Imagen final segmentada.....	51
Figura 4.16. Distribución de Áreas de Burbujas en Imagen Segmentada.	54
Figura 4.17. Valores de color promedio para imagen segmentada y color resultante.....	55

Capítulo 5: Operación y Diseño Experimental

Figura 5.1. Agitación de la pulpa a alta velocidad para activación.	60
Figura 5.2. Operación de la columna con rebalse en canaleta.	62
Figura 5.3. Espuma en tope de columna en operación con pulpa de cobre.	62
Figura 5.4. Muestras tomadas a contenedores de aluminio, previo a secado.	63
Figura 5.5. Muestras tomadas secas, en contenedores para análisis por XRF.	64
Figura 5.6. Funcionamiento código Matlab implementado en forma de diagrama de flujo.	66

Capítulo 6: Resultados y Discusión

Figura 6.1. Comparación de Holdup en operaciones de dos días diferentes.	70
Figura 6.2. Contrastación de características de espuma mediadas por IA.	71
Figura 6.3. Resultados estadígrafos T2 y Q modelo PLS completo.	74
Figura 6.4. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS completo.	75
Figura 6.5. Resultados puntajes VIP modelo PLS completo.	76
Figura 6.6. Resultados estadígrafos T2 y Q modelo PLS sin leyes de colas.	78
Figura 6.7. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS sin leyes de colas.	78
Figura 6.8. Resultados puntajes VIP modelo PLS sin leyes de colas.	79
Figura 6.9. Resultados estadígrafos T2 y Q modelo PLS instrumentos mínimos.	80
Figura 6.10. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS instrumentos mínimos.	81
Figura 6.11. Resultados puntajes VIP modelo PLS instrumentos mínimos.	81
Figura 6.12. Resultados estadígrafos T2 y Q modelo PLS instrumentos mínimos con IA.	83
Figura 6.13. Resultados predicción leyes modelo PLS instrumentos mínimos con IA.	83
Figura 6.14. Resultados puntajes VIP modelo instrumentos mínimos con IA.	84
Figura 6.15. Resultados estadígrafos T2 y Q modelo PLS únicamente IA.	85
Figura 6.16. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS únicamente IA.	86
Figura 6.17. Resultados puntajes VIP modelo PLS únicamente IA.	86
Figura 6.18. Comparación visual de modelos de predicción de leyes y los puntos asociados.	88

Anexo B: Imágenes Referenciales y Especificaciones de Equipos e Instrumentos

Figura B.1. Sensor de Nivel Ultrasónico Flowline LU20. Imagen referencial.	107
Figura B.2. Bomba peristáltica MasterFlex #HV-7441-00 con cabezal y tubería.	108

Figura B.3. Flujómetro másico Aalborg GFMS-015611. Imagen referencial.....	109
Figura B.4. Válvula de control tipo globo Badger Meter Type 859. Imagen referencial.	110
Figura B.5. Válvula solenoide Danfoss EV220B. Imagen referencial.	111
Figura B.6. Bomba peristáltica MasterFlex #EW-7521-47 con cabezal y tubería.	112
Figura B.7. Sensor Continuo de nivel Instek LTM-2. Imagen referencial.	113
Figura B.8. Transmisor de presión BTU Controls C9000156 diafragma rasante.....	114
Figura B.9. Transductor I/P Control Air 500-AC. Imagen referencial.....	115

Anexo C: Datos de Calibración S-1 Titan y Curvas Asociadas

Figura C.1. Comparación regresiones lineales XRF y AA.....	117
Figura C.2. Curva calibración y conversión AA-XRF.	117

Anexo F: Datos Históricos Operación Columna

Figura F.1. Holdup de aire según número de muestra. Comportamiento diario.....	122
Figura F.2. Flujo de aire en columna según número de muestra. Comportamiento diario.....	122
Figura F.3. Porcentaje de Sólidos según número de muestra. Comportamiento diario.....	123
Figura F.4. Ley de alimentación según número de muestra. Comportamiento diario.....	123
Figura F.5. Número de Burbujas según número de muestra. Comportamiento diario.	124
Figura F.6. Diámetro Sauter de burbujas según número de muestra. Comportamiento diario...	124

Anexo G: Variables Adicionales Asociadas a Modelos PLS

Figura G.1. Pantalla principal PLS Toolbox y obtención de gráficos.	125
Figura G.2. Varianza capturada en X e Y versus variables latentes, modelo completo.	126
Figura G.3. Error RMSE CV/C versus variables latentes utilizadas, modelo completo.	126
Figura G.4. Residuos de regresión ley de concentrado, modelo completo.....	127
Figura G.5. Varianza capturada en X e Y versus número variables, modelo sin leyes de colas.127	
Figura G.6. Error RMSE CV/C versus número variables latentes, modelo sin leyes de colas...	128
Figura G.7. Residuos de regresión ley de concentrado, modelo sin leyes de colas.....	128
Figura G.8. Varianza capturada en X e Y versus número variables modelo instr. mínimos.....	130
Figura G.9. Error RMSE CV/C versus número de variables latentes, modelo instr. mínimos....	130
Figura G.10. Residuos de regresión ley de concentrado, modelo de instrumentos mínimos.	131
Figura G.11. Varianza capturada en X e Y, modelo instrumentos mínimos con IA.	132

Figura G.12. Error RMSE CV/C, modelo instrumentos mínimos con IA.....	132
Figura G.13. Residuos de regresión leyes, modelo de instrumentos mínimos apoyado con IA.	133
Figura G.14. Varianza capturada en X e Y versus número variables, modelo solo IA.	134
Figura G.15. Error RMSE CV/C versus número de variables latentes, modelo solo IA.....	134
Figura G.16. Residuos de regresión ley de concentrado, modelo solo IA.....	135

Índice de Tablas

Capítulo 2: Revisión de la Literatura - Estado del Arte

Tabla 2.1. Principales Analizadores en línea de cobre y sus precios.....	12
--	----

Capítulo 3: Equipo Experimental

Tabla 3.2. Descripción de la instrumentación y equipos asociados.....	22
Tabla 3.3. Reactivos utilizados en circuito y su dosificación.	28
Tabla 3.4. Especificación módulos OPTO22.....	30
Tabla 3.5. Listado de variables asociadas a PLC OPTO22.	31
Tabla 3.6. Comparación resultados XRF y AA..	39

Capítulo 4: Sistema de Detección, Adquisición y Procesamiento de Imágenes

Tabla 4.1. Especificaciones Cámara IP.....	41
Tabla 4.2. Análisis de sensibilidad parámetro H en extracción de máximos regionales.	52

Capítulo 5: Operación y Diseño Experimental

Tabla 5.1. Variables medidas en operación columna de flotación.	58
Tabla 5.2. Variables de salida a medir manualmente en operación columna de flotación.	58
Tabla 5.3. Preparación de alimentación a columna de flotación.	61
Tabla 5.4. Diseño de experimentos, primera etapa.	64
Tabla 5.5. Diseño de experimentos, segunda etapa.	65

Capítulo 6: Resultados y Discusión

Tabla 6.1. Indicadores seleccionados como criterios de modelo y sus valores deseados.....	73
Tabla 6.2. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS completo.....	74
Tabla 6.3. Coeficientes asociados a modelo PLS completo.	76

Tabla 6.4. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS sin leyes de colas.....	77
Tabla 6.5. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS instrumentos mínimos.....	80
Tabla 6.6. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS instrumentos mínimos con IA.....	82
Tabla 6.7. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS únicamente IA.....	85
Tabla 6.8. Resumen modelos e indicadores importantes.....	87
Tabla 6.9. Variables relevantes alimentación y recomendaciones asociadas.....	90
Tabla 6.10. Diseño experimental futuro propuesto.....	91

Anexo A: Variables Relevantes en Flotación

Tabla A.1. Desviaciones de proceso y sus efectos en la calidad de la espuma.....	104
Tabla A.2. Principales tipos de espuma y sus características.....	105
Tabla A.3. Principales velocidades superficiales utilizadas en flotación columnar.....	106

Anexo B: Imágenes Referenciales y Especificaciones de Equipos e Instrumentos

Tabla B.1. Parámetros geométricos columna experimental.....	107
Tabla B.2. Especificaciones Sensor de Nivel Ultrasónico.....	108
Tabla B.3. Especificaciones sistema bomba peristáltica alimentación y colas.....	108
Tabla B.4. Especificaciones Flujómetro Másico de Aire.....	109
Tabla B.5. Especificaciones válvula de control globo.....	110
Tabla B.6. Especificaciones válvula solenoide Danfoss EV220B agua de lavado.....	111
Tabla B.7. Especificaciones sistema bomba peristáltica agua de lavado.....	112
Tabla B.8. Especificaciones sensor continuo de nivel.....	113
Tabla B.9. Especificaciones transmisor de presión.....	114
Tabla B.10. Especificaciones transductor I/P.....	115

Anexo C: Datos de Calibración S-1 Titan y Curvas Asociadas

Tabla C.1. Datos XRF calibración S1 Titan.....	116
Tabla C.2. Comparación datos XRF y AA calibración S1 Titan.....	116

Anexo E: Detector de Estado Estacionario

Tabla E.1. Parámetros R en detección de estado estacionario.....	121
Tabla E.2. Lambdas para variable de operación controlada.....	121

Anexo G: Variables Adicionales Asociadas a Modelos PLS

Tabla G.1. Coeficientes regresión PLS modelo sin leyes de colas.	129
Tabla G.2. Coeficientes regresión PLS modelo de instrumentos mínimos.	131
Tabla G.3. Coeficientes regresión PLS modelo de instrumentos mínimos apoyado con IA.	133
Tabla G.4. Coeficientes regresión PLS modelo solo IA.	135

Capítulo 1: Introducción

1.1. Antecedentes

1.1.1. Plantas Concentradoras de Minerales

Los minerales puros, extraídos desde minas a rajo abierto o subterráneas, no pueden ser utilizados directamente como producto final en industrias de manufactura. Para esto, las denominadas plantas concentradoras de minerales tienen como objetivo concentrar los minerales valiosos extraídos de yacimientos mineros. Generalmente, las plantas concentradoras se basan en recibir el mineral puro, efectuar procesos de conminución para disminuir el tamaño, liberando el mineral valioso, y posteriormente separarlo con algún proceso físico o químico según la naturaleza de éste. Un resumen de las operaciones se presenta en la Figura 1.1. Los procesos asociados para dichas plantas se clasifican en 3 grupos principales (Bergh, et al., 2001):

- Procesos de liberación de minerales (Chancado, molienda y clasificación de tamaño)
- Procesos de separación de minerales (Flotación, procesos magnéticos, lixiviación, etc.)
- Procesos periféricos (sistemas de alimentación, bombeo, filtros, etc.)

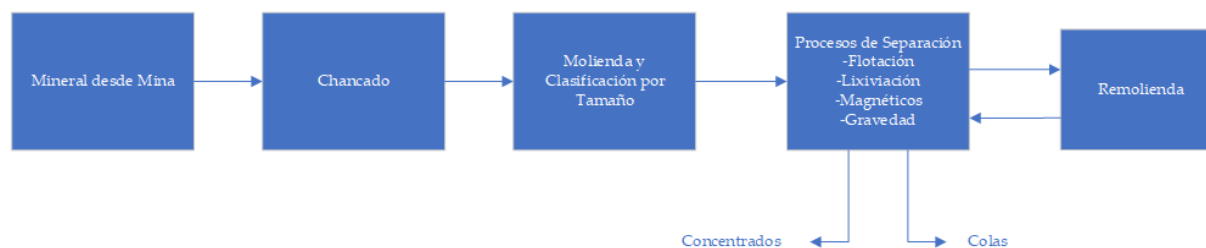


Figura 1.1. Diagrama de bloques, funcionamiento y procesos básicos de una planta concentradora. Fuente: (Hodouin, 2010).

Estas plantas concentradoras de minerales juegan un rol fundamental en la economía chilena del cobre: poseen una gran participación, cercana al 35%, (Consejo Minero, 2018) en la producción total de este mineral, lo cual es un pilar fundamental en la producción metálica. La Figura 1.2 presenta un gráfico resumen de la producción de cobre a nivel nacional y el porcentaje que corresponde a plantas concentradoras.

Desde que se comenzó a implementar las plantas de procesamiento en celdas de gran tamaño, se ha buscado de forma constante el emplear mecanismos de control en estas plantas para mejorar los rendimientos generales de los procesos, pero con el tiempo los procesos demostraron ser muy difíciles de controlar efectivamente: grandes variabilidades de proceso junto con problemas técnicos aún no han sido resueltos en su totalidad, lo que genera una búsqueda constante de nuevas soluciones en el área (Aldrich, et al., 2010).

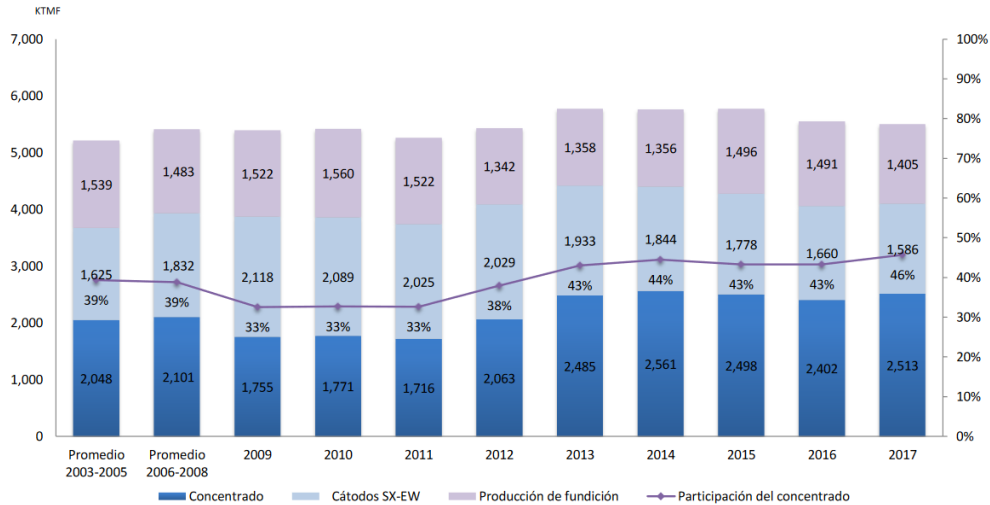


Figura 1.2 Producción de cobre por tipo de producto 2003-2017. Fuente: (Consejo Minero, 2018).

1.1.2. Sistemas de Control Asociados a la Separación de Minerales

El control automático se ha aplicado tradicionalmente a plantas concentradoras de esta índole, especialmente a procesos de separación, buscando entre otras cosas habilitar la realización de algoritmos más complejos, aumentar beneficios económicos, mejorar la disponibilidad y control de equipos, reducir los errores asociados a personas (error humano), entre otras (BSG Institute, 2019). Los sistemas de control se basan en la medición de una variable determinada, que luego se contrasta con una deseada, para luego aplicar elementos de control asociados (acciones correctivas) para luego tener una variable resultante del proceso, que finalmente se mide nuevamente y continua el ciclo.

Al definir el sistema de control, debe determinarse claramente cuál es la variable clave del proceso y su valor deseado, y en la mayoría de los sistemas de control en procesamiento de minerales resulta ser la determinación del porcentaje másico de cobre en la salida, que junto con la recuperación total de mineral son los aspectos fundamentales para determinar el precio de venta del material concentrado.

Una vez definido el objetivo general del sistema de control, se procede a determinar los elementos de control asociados. Las herramientas involucradas en la elaboración de cualquier sistema de control están relacionadas con el modelamiento de los procesos productivos. Algunas de ellas son (Hodouin, 2010):

- Modelos empíricos basados en operaciones anteriores.
- Modelos de estado estacionario o transiente.
- Modelos determinísticos o estocásticos

- Modelos lineales o no-lineales
- Modelos basados en reglas matemáticas o lógica difusa

El proceso resulta ser un factor limitante a la hora de realizar sistemas de control. Dada la naturaleza cambiante de la materia prima en industrias de procesamiento de minerales, existen muchos conflictos a la hora de modelación de procesos: ligeros cambios en la mineralogía, distribución de tamaño e incluso distintos resultados de los procesos de conminución afectan de forma significativa a los resultados de modelaciones y los indicadores final de proceso (Moolman, et al., 1996). Las dificultades son aún mayores: la cantidad de perturbaciones propias del sistema suele ser muy alta y los procesos son altamente estocásticos y no-lineales, lo cual dificulta la realización de modelos que puedan efectivamente predecir operaciones y resultados de las plantas, produciendo un alto grado de incertidumbre (Bergh, et al., 2001).

La importancia fundamental del adecuado manejo de datos y características de operación es fundamentada en que los costos de operar una planta de procesamiento de minerales, como por ejemplo de flotación, superan ampliamente los costos de inversión (Rinne & Peltola, 2008). De esta forma, estudiar los efectos de mediano o largo plazo en la operación de una planta resulta ser una solución viable, dado que suelen superar las inversiones asociadas disminuyendo los costos de operación de los problemas que buscan solucionar. Los costos principales en el tiempo de vida de una planta son la energía, seguido por los reactivos, mantenimiento y finalmente los costos de inversión inicial, lo cual fundamenta inversiones intermedias para disminuir el precio de operar en el tiempo. La Figura 1.3 muestra de forma gráfica el resultado de la evaluación de costos para 25 años de operación de una planta de flotación.

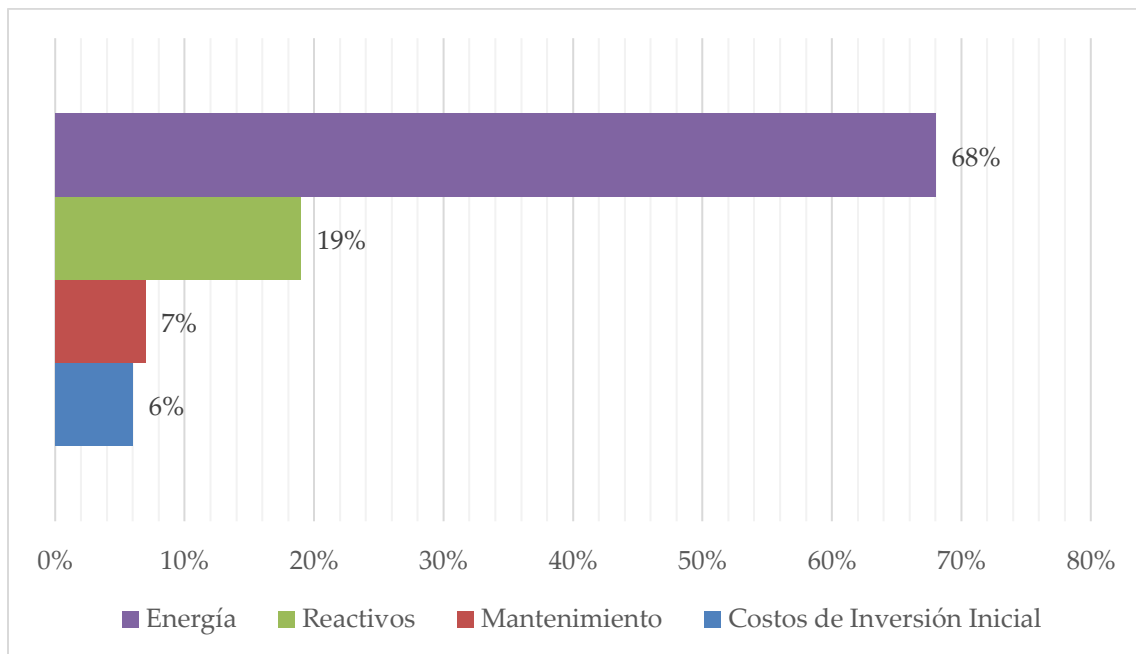


Figura 1.3. Desglose de costos totales de operación durante 25 años de operación de una planta de flotación. Fuente: (Rinne & Peltola, 2008).

En cuanto a la medición de estos mismos procesos, existen dificultades (asociadas con el valor final) al realizar mediciones dada la naturaleza (usualmente) corrosiva de los minerales procesados, que impiden la acción de instrumentos o bien producen un desgaste en ellos que afectan negativamente las mediciones. Como el resultado de los procesos de control están asociados directamente a lo que se mide, cualquier alteración a la naturaleza original de los instrumentos puede producir efectos significativos sobre los resultados finales. Estos instrumentos suelen ser costosos dado los múltiples requisitos que tienen por la naturaleza cambiante y corrosiva del proceso (Bergh, 2012). Los procesos de minerales poseen ya una gran variabilidad en su origen (producto de la materia prima), luego, cualquier desviación al sistema de control usualmente se atribuye a un efecto de mineral más que instrumentación en mal estado.

Dado el desafío asociado con el control automático en plantas procesadoras, es que no existe un gran interés de la industria en controlar efectivamente estos procesos (Rinne & Peltola, 2008). Los planes de mantenimiento asociados están más interesados en mantener la continuidad operacional y no en la medición, luego, muchos sensores son abandonados o dejados en condiciones no-ideales. Luego, con la alta incertidumbre de estos procesos, no es posible demostrar que existe una mejora significativa si existen problemas con la instrumentación asociada u otros factores que afecten negativamente los sistemas de control.

A pesar de todos los obstáculos asociados al control en plantas concentradoras de minerales, se ha demostrado por medio de experiencias científicas que los beneficios a sistemas de control instalados de forma correcta (medidores en óptimo estado, modelos calibrados y actualizados) genera beneficios notorios en la operación de este tipo de procesos, usualmente en equipos experimentales dado que se puede regular con mayor facilidad la correcta instalación de instrumentos y medidores asociados (Bergh, 2012).

Por ejemplo, el uso de metodologías de proyección en columnas de flotación permite establecer un sistema de detección y diagnóstico de fallas operacionales solo basándose en modelos construidos a partir de operaciones anteriores (Acosta, 2007) (Bergh & Acosta, 2009). Si se tuviera el mismo nivel de instrumentación que una planta piloto, podrían establecerse modelos similares que permitirían reducir significativamente los costos de operación al mismo tiempo previniendo problemas operacionales varios, entre otras posibles mejoras.

De esta forma, existe necesidad en la industria de tener sistemas de control instrumentados de alta confiabilidad, los cuales permiten obtener datos muy relevantes de la operación, entre los cuales se destaca la capacidad de predecir leyes de concentrado en base a las condiciones de operación (medición de variables asociadas). Tradicionalmente, este problema se resuelve por medio de muestreo en laboratorio o equipos automatizados que, generalmente, suelen ser costosos y requieren mantenimiento constante (Outotec, 2018). Sin embargo, existen alternativas de modelos que, entrenados con la información correcta y poseyendo instrumentación en óptimo estado, permitan obtener esta importante información de proceso sin incurrir en grandes inversiones.

A partir de los sensores ya utilizados en la industria minera desde 1980, junto con modificaciones y mejoras a los sistemas de medición y procesamiento de datos, es posible realizar muchas aplicaciones que mejoren de forma significativa las operaciones mineras y permitan abaratar costos. En el presente trabajo de tesis, se buscará la predicción de esta propiedad por medio de un modelo empírico, previamente validado por metodologías analíticas, que sea capaz de predecir la ley de concentrado en la salida de un equipo de separación de minerales, específicamente una columna de flotación, la cual se encontrará con todos los instrumentos en óptimas condiciones y con un sistema de control implementado.

1.2 Objetivos

Objetivo Principal:

- Establecer y verificar la factibilidad de una metodología general para la aplicación de un modelo estadístico por metodología de mínimos cuadrados parciales, PLS, para la predicción de leyes de concentrado en columnas de flotación.

Objetivos Secundarios:

- Diseñar, construir, instrumentar y controlar una columna de flotación de escala piloto (aproximadamente 100 litros) capaz de operar con alimentación de concentrado de cobre en un ambiente de planta concentradora.
- Implementar un sistema de detección en línea de imágenes de burbujas en el tope de columna de flotación, basado en un algoritmo de segmentación e imágenes, de manera de extraer sus propiedades y enriquecer la información obtenida.
- Probar distintos modelos PLS para la predicción de concentrado de cobre, de manera de simular distintas condiciones operacionales y situaciones industriales.

1.3 Hipótesis

Es posible desarrollar una metodología para construir modelos predictivos de leyes de concentrado que entreguen predicciones razonables (con errores menores al 10%).

1.4 Estructura del Documento

El presente trabajo está organizado en 7 capítulos y 7 anexos denominados por letras (de la *Aga* hasta la *G*), siguiendo la estructura detallada a continuación:

Capítulo 1. Introducción: Entrega un breve resumen de la situación y antecedentes que motivan el presente trabajo, presentando objetivos e hipótesis.

Capítulo 2. Revisión de la Literatura – Estado del Arte: Presenta y discute las bases teóricas del trabajo, incluyendo aspectos de flotación base, situación de los analizadores de cobre que motivan la implementación de un sensor virtual y teoría asociada a métodos de proyección.

Capítulo 3. Equipo Experimental: Entrega antecedentes, datos de diseño y detalles del equipo construido, alimentación de cobre utilizada, sistema electrónico y PLC *OPTO22*, algoritmos e instrumentos utilizados.

Capítulo 4. Sistema de Detección, Adquisición y Procesamiento de Imágenes: Detalla las bases de todo el sistema de captura y uso de imágenes en los modelos propuestos, junto con entregar las bases teóricas del procesamiento en sí mismo y detallar los resultados obtenidos por medio del algoritmo *Watershed* y posterior procesamiento de las fotos capturadas.

Capítulo 5. Operación y Diseño Experimental: Explica que variables son medidas dentro de los experimentos, las consideraciones utilizadas en el trabajo experimental, metodología de trabajo, medición, análisis de muestras y los diseños experimentales correspondientes e implementados para la obtención de los datos y el planteamiento de los modelos.

Capítulo 6. Resultados y Discusión: Se enfoca en todos los datos obtenidos y su posterior uso. Entrega los resultados generales en el tiempo, la comparación de estos para su posterior validación y los modelos derivados de las observaciones, junto con los valores obtenidos de estadígrafos y calidad general de predicción.

Capítulo 7. Conclusiones y Recomendaciones: Enumera los aprendizajes y resultados finales del trabajo realizado y recomendaciones para operaciones futuras.

Anexo A. Variables Relevantes en Flotación: Entrega más información teórica respecto al proceso de flotación y los indicadores relevantes de la misma.

Anexo B. Imágenes Referenciales y Especificaciones de Equipos e Instrumentos Columna de Flotación Experimental: detalla todos los instrumentos utilizados en la columna y sus hojas de datos.

Anexo C. Datos de Calibración S-1 Titan y Curvas Asociadas: Indica los datos utilizados para la puesta en marcha y posterior utilización del equipo S-1 Titan y como se realizó la calibración.

Anexo D. Procedimientos de Puesta en Marcha y Detención: Detalla la metodología empleada para la operación de la columna, plasmada en procedimientos y acciones específicas.

Anexo E. Detector de Estado Estacionario: Presenta el algoritmo utilizado para detectar el estado estacionario operacional, junto con los parámetros numéricos utilizados.

Anexo F. Datos Históricos Operación Columna: Entrega de forma secuencial los valores de medición de todas las operaciones realizadas de la columna, con un breve análisis.

Anexo G: Variables Adicionales Asociadas a Modelos PLS: Permite visualizar información adicional relacionada con la selección del número de variables latentes para cada uno de los modelos, presentando comportamiento de los residuos y coeficientes de regresión para los modelos presentados.

Capítulo 2: Revisión de la Literatura - Estado del Arte

2.1. Proceso de Flotación en Columnas

2.1.1. Descripción General

La flotación es utilizada en beneficio de minerales para separar y recuperar de forma selectiva partículas de un mineral desde una pulpa o suspensión. Existen dos tipos de reactores comúnmente utilizados en flotación: celdas con agitación mecánica y celdas neumáticas. Las columnas de flotación (i.e., celdas neumáticas) generalmente obtienen concentrados de alta ley debido a la condición de agua de lavado y profundidad de espuma característica de estos equipos.

Las columnas de flotación presentan dos áreas principales: zona de colección donde se ponen en contacto las burbujas de aire ascendentes con las partículas de mineral (pulpa) descendientes, donde se forman los agregados burbuja-partícula y la zona de limpieza, donde existe un lecho de burbujas húmedas cargadas de mineral valioso, las cuales ascienden hasta el rebalse para convertirse en el producto final o concentrado. La ganga y materiales particulados de poco interés (que no forman el complejo agregado burbuja-partícula) caen por su propio peso y se denomina el producto de colas, que se evacúa por el fondo de la columna.

La fuerza motriz del proceso de flotación es la inyección de aire, la cual permite la separación de especies de interés a partir de la mezcla ingresada a los equipos. Existe una métrica asociada a la inyección del aire, basada en cuatro variables principales: la velocidad superficial de aire (J_g), distribución del tamaño de las burbujas (D_{10b}), concentración de aire o gas holdup (ϵ_g) y la velocidad de área superficial de aire (*bubble surface area flux*, s_b) (Wills & Finch, 2015).

Los resultados principales del proceso de flotación corresponden a la recuperación global y ley del concentrado (Finch & Dobby, 1990):

- La recuperación global corresponde al porcentaje de mineral valioso transportado desde la alimentación al concentrado, el cual se define matemáticamente por la expresión para el mineral “ i ”:

$$R_i = \frac{x_{ci} \cdot (x_{fi} - x_{ti})}{x_{fi} \cdot (x_{ci} - x_{ti})} \quad (\text{Ec. 2 1})$$

Dónde x_{ci} , x_{fi} , x_{ti} corresponden a la ley de la especie “ i ” en el concentrado, alimentación y flujo de colas respectivamente. En procesos industriales se esperan recuperaciones que rondan el 60 a 80% (Wills & Finch, 2015).

- La ley del concentrado o de mineral valioso corresponde al porcentaje másico del mineral de interés que se encuentra en la corriente del concentrado. Representa la calidad y resultado final del proceso, y es afectada en gran medida por todas las variables relevantes del proceso. En grandes concentradoras de cobre, este valor se encuentra cercano al 30%

para procesos de calidad aceptable utilizando como mineral calcopirita, pero varían de acuerdo con la calidad del proceso.

En procesos de flotación, se diferencian los minerales hidrofílicos de los hidrofóbicos, siendo los primeros óxidos, sulfatos, silicatos y otros que generalmente forman parte de las gangas. Estos minerales se sienten atraídos por el agua, por lo que permanecen en suspensión en pulpa para finalmente caer por su propio peso. Los materiales hidrofóbicos, son elementos que poseen baja afinidad con el agua, incluyendo minerales nativos, sulfuros de metales, carbón, grafito y otros. Estos evitan las zonas húmedas y se adhieren a las burbujas de aire para ascender hasta el tope de las columnas (Acosta, 2007).

El proceso de flotación columnar ha sido estudiado extensivamente en cuanto a las variables más relevantes de proceso y sus factores clave para determinar su eficiencia y control (Finch & Dobby, 1990). El detalle de las variables clave en flotación columnar y sus mediciones se encuentra en el Anexo A.

2.1.2 Modelación y Control de Columnas de Flotación

En las últimas décadas el uso de columnas de flotación se ha masificado en la industria del procesamiento de minerales, dada la eficiencia de obtención de minerales en columnas y los moderados costos de mantención de estas. El resultado final de la operación, como se explicó anteriormente, dependerá directamente de las características de operación y propiedades del mineral procesado: variables en rangos adecuados, mineralogía, granulometría, entre otras (Finch & Dobby, 1990). Respecto a las condiciones de operación, se han implementado algoritmos con anterioridad para el control de estos equipos, buscando una mejora general en el rendimiento del proceso del punto de vista de la operación.

En general, el control de equipos de flotación busca maximizar tanto la ley de concentrado como la recuperación. Sin embargo, el aumentar uno de estos indicadores resulta en disminuir el otro: si se aumenta la recuperación disminuirá la pureza del concentrado al captar más material inerte, y si se busca aumentar la pureza se perderá mineral valioso en el producto de colas. Finalmente se busca un compromiso (mezcla de objetivos) que satisfaga los requisitos de la operación en general. La estimación en tiempo real de estos índices requiere instrumentación de alta precisión y en óptimas condiciones, lo cual suele ser complicado dadas las características propias de pulpas en concentradores, las cuales suelen desgastar los instrumentos de forma natural por lo que se requiere de constante mantenimiento (Bergh & Yianatos, 2002).

Una de las estrategias de control más comunes en columnas de flotación es el control de flujos de aire y profundidad de espuma de manera de estabilizar las condiciones de operación, junto con análisis constante de las concentraciones y pH de la pulpa ingresada al equipo. De esta forma, esta se conoce como la estrategia estabilizadora. Sin embargo, los resultados finales producto del

proceso suelen ser muy variables, producto de varios elementos que no están bajo control directo en procesos de procesamiento de minerales. Esta estrategia general se presenta en la Figura 2.1.

Generalmente, se utilizan platos orificio o medidores diferenciales de presión, flujómetros másicos y de tipo *vortex* como instrumentos generales en columnas de flotación, para medir niveles, flujos másicos de aire y volumétricos de pulpa entre otras cosas. La profundidad de espuma es usualmente medida a partir de sensores del tipo ultrasónico o capacitivos apoyados de platos flotadores. En la práctica, sistemas con medidores de concentración (AI) automáticos son inusuales en equipos debido a sus altos precios.

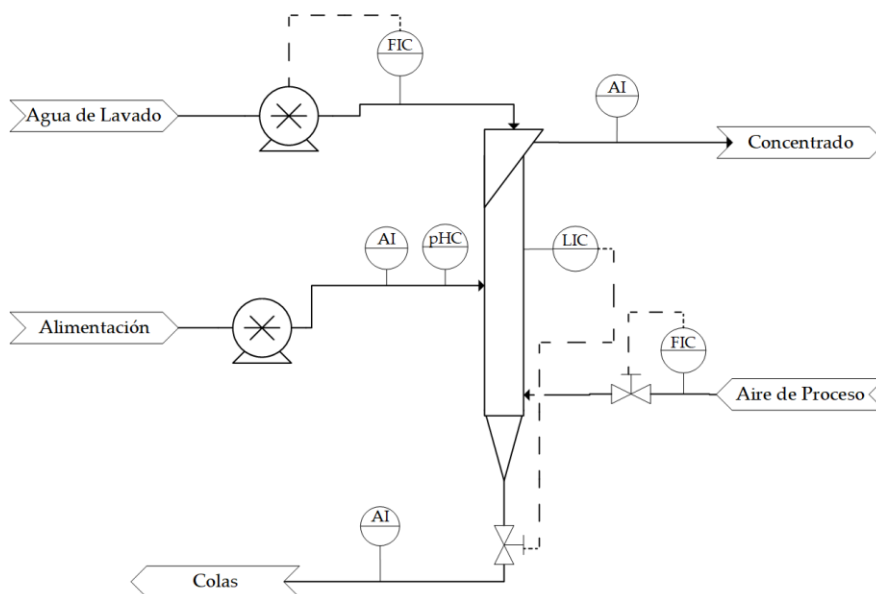


Figura 2.1. Estrategia estabilizadora de control de columnas industriales. Fuente: (Bergh & Yianatos, 2002)

Columnas de flotación piloto, utilizadas regularmente para la prueba de nuevos métodos de control en ambientes con instrumentos en óptimas condiciones, utilizan un sistema de control similar, pero sin los analizadores en línea (Bergh & Acosta, 2009). Se utilizan sensores de presión y nivel en la columna, junto con controles de flujos en la entrada y salidas del equipo, lo cual permite con lazos retroalimentados controlar condiciones internas (holdup de aire, profundidad de espuma, entre otras) por medio de la inyección de aire al equipo y salida en el flujo de colas. Un sistema de control para columnas piloto está ejemplificado en la Figura 2.2.

En general, los sistemas de control siempre dependerán directamente de los objetivos del proceso y características intrínsecas del mismo, lo anterior solo siendo ejemplos generales de estrategias utilizadas en columnas de flotación a nivel industrial y piloto.

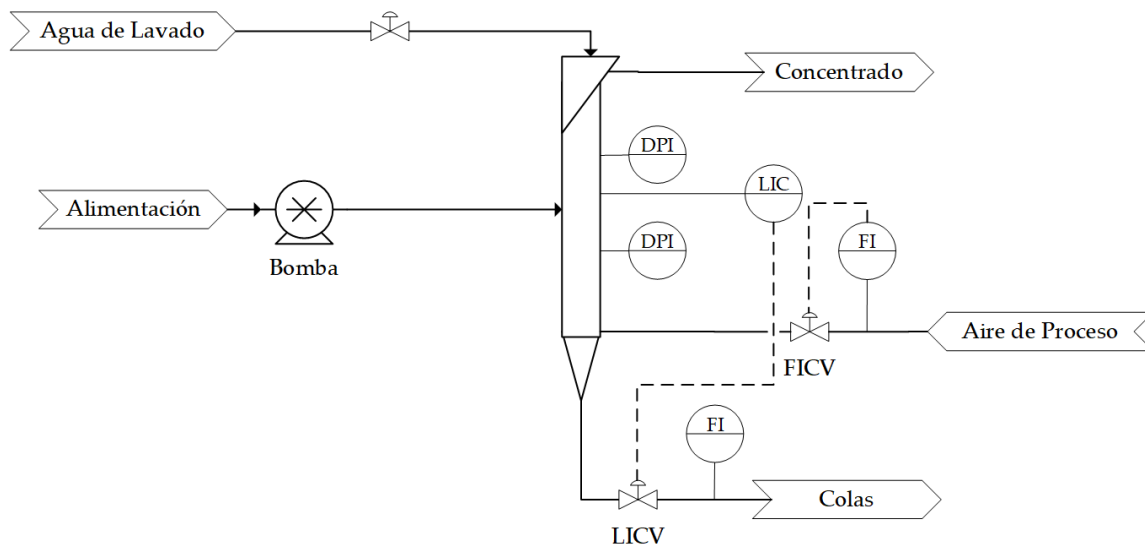


Figura 2.2. Estrategia de control en columnas piloto. Fuente: (Bergh & Acosta, 2009).

2.2. Medición de Leyes en Minerales de Cobre

Dada la importancia de medir apropiadamente la ley de los minerales a la salida del proceso, es que durante las últimas décadas se han desarrollado soluciones más innovadoras para resolver el problema de forma analítica. Tradicionalmente se utilizaban (y siguen utilizando) técnicas de análisis instrumental por medio de la toma de muestras y analizadas directamente en un laboratorio, efectuando el procedimiento experimental basado en una norma internacional. Estas técnicas poseen un costo asociado por muestra, entre los \$500 y \$1000 (Cayulef, 2017), no siempre siendo representativas del mineral en sí y requiriendo un tiempo de espera propio a las técnicas experimentales cada vez que se desea conocer el porcentaje total de cobre en cada una de las muestras.

Posteriormente, surgieron soluciones hechas por grandes empresas de Ingeniería como Outotec, ThermoFisher, FLSmidth entre otras, las cuales son modernos dispositivos denominados como analizadores en línea, los cuales operan principalmente mediante el mecanismo de difracción de rayos X, en las cuales es posible analizar la pulpa de concentrado directamente mientras es producida y obteniendo resultados en tiempo real. Esto permite obtener información del proceso de forma mucho más eficiente, pudiendo tomar decisiones operacionales que mejoren el proceso de forma general. Estos equipos suelen ser costosos, requiriendo un capital considerable para la adquisición de uno y posterior mantención (reactivos, bombas, sistemas de muestreo, etc.). La Tabla 2.1 indica los principales analizadores en línea de cobre y un rango aproximado de los costos capitales de instalación. Una imagen referencial del analizador más común a nivel nacional (Outotec, 2017) se presenta en la Figura 2.3,

Tabla 2.1. Principales Analizadores en línea de cobre y sus precios. Fuente: Varias, según cada compañía.

Compañía, Año	Producto Comercial	Costo Capital (en USD)
(Outotec, 2018)	Courier 5SL/6SL	\$500.000 - \$700.000
(ThermoFisher Scientific, 2018)	MSA-330	\$800.000 - \$1.100.000
(FLSmidth, 2018)	PX-2100	\$750.000 - \$1.000.000
(Xore, 2018)	Boxray 24	\$1.000.000 - \$1.200.000

Otras soluciones portátiles también surgieron como alternativa a los métodos analíticos para obtener resultados en tiempo real. Analizadores portátiles como el *56 Element Handheld XRF*, mostrado en la Figura 2.4 aplicando difracción de rayos X permiten obtener información instantánea sobre las concentraciones asociadas a muestras de concentrado en solo instantes. Estos equipos poseen valores cercanos a los \$15.000 USD (911 Metalurgist - Process Equipment, 2018), lo cual los hace más accesibles para las industrias pequeñas y medianas, pero nuevamente se requiere personal para tomar las decisiones al no poder acoplarse directamente al proceso.

Como se puede apreciar en la Tabla 2.1, los equipos analizadores en serie (acoplables a procesos completos) suelen ser muy costosos tanto de la inversión inicial como de los reactivos asociados, lo cual resulta ser prohibitivo para compañías mineras más pequeñas, las cuales deben recurrir a los métodos manuales de manera de determinar finalmente la pureza en cobre de sus concentrados. Más aun, los altos costos de mantenimiento y personal capacitado dificultan aún más la operación correcta de estos dispositivos que, por naturaleza, operan bajo condiciones establecidas muy particulares y cualquier desviación puede producir grandes diferencias al comparar los resultados.



Figura 2.3. Analizador en Línea Courier 5-SL. Imagen referencial. Fuente: (Outotec, 2018)



Figura 2.4. Analizador portátil de elementos XRF. Imagen referencial. Fuente: (911 Metallurgist - Process Equipment, 2018)

La alternativa propuesta en este trabajo está relacionada con la determinación, por medio de métodos matemáticos, de las concentraciones a la salida de circuitos de concentración de minerales. Esto es posible por medio del entrenamiento de un método con datos relacionados con la instrumentación propia de columnas de flotación y análisis de imágenes del proceso en conjunto con la calibración por medio de métodos analíticos como analizadores portátiles, los cuales son capaces de generar un modelo que prediga concentraciones en tiempo real sin costos adicionales para el proceso en sí mismo.

2.3 Métodos de Proyección

Dado el interés reciente en seguridad y una calidad de producto cada vez más consistente y mejorada, es que el monitoreo en línea de procesos se ha vuelto un aspecto clave para alcanzar los objetivos deseados. Estos métodos de vigilancia de datos modernos ocupan una gran cantidad de datos, provenientes desde muchas variables, lo cual requiere estrictos sistemas de medición de manera que los datos almacenados sean representativos de las distintas operaciones a supervisar (MacGregor, 1994).

Tradicionalmente, eran utilizados sistemas que tenían como objetivo solo controlar una o más salidas sin considerar tendencias u otros elementos que son fácilmente correlacionables una vez se analiza el set de datos en conjunto. La necesidad de monitorear procesos multivariados ha llevado al desarrollo de metodologías de monitoreo más complejas basadas en proyección, como por ejemplo el Análisis de Componentes Principales o *Principal Component Analysis* (PCA) y la proyección a estructuras latentes o *Projection to Latent Structures* (PLS).

2.3.1 Análisis de Componentes Principales (PCA)

El análisis de componentes principales es una herramienta de reducción de dimensiones que permite tomar un gran conjunto de variables y transformarlo en otro de dimensión inferior pero que aun así es capaz de representar un gran porcentaje de la varianza de la información original.

La metodología PCA busca obtener la relación entre todas las observaciones m y variables n de origen (matriz $X_{m \times n}$) de manera de optimizar y determinar las correlaciones entre distintas variables de entrada, pudiendo describir estados operacionales de información nueva de proceso, basándose en los modelos determinados en operaciones anteriores (Jolliffe, 2010).

Desde la perspectiva matemática, el análisis de componentes principales tiene los siguientes supuestos (Acosta, 2007):

- La relación que existe entre todas las variables utilizadas para el modelo es lineal en todo el rango de validez de este.
- La operación o proceso se encuentra en estado estacionario, la dinámica del proceso no es tomada en cuenta y toda observación es independiente de valores pasados.
- Los errores asociados a la medición de las variables se distribuyen normalmente con media centrada en cero y varianza constante, es decir, como ruido blanco.

Este método realiza una descomposición de los datos en valores propios (*eigenvectors*) a partir de la matriz de covarianza de los resultados del proceso. A partir de un espacio muestral de todas las variables obtenidas, se aplica una rotación del sistema de ejes coordenados a un nuevo sistema de ejes ortogonales, coincidiendo estos ejes con la dirección de máxima variación de las observaciones originales, lo que busca dejar solo los datos con mayor impacto para correlacionar las observaciones. Esta metodología se ha aplicado a equipos industriales con anterioridad, dando resultados satisfactorios (Kresta, et al., 1994) (Zhou, et al., 2016).

El tratamiento de los datos (Jolliffe, 2010) consiste en entregar las variables en columnas independientes, centrarlas en el plano de análisis y dividir por su desviación estándar, en un proceso derivado auto escalado. En la descomposición llevada a cabo mediante el método PCA, los vectores p_i son llamados vectores propios de la matriz de covarianza o *loadings* del modelo PCA, los cuales entregan información de cómo se relacionan las variables entre sí. Esto es, para cada p_i :

$$Cov(X) \cdot p_i = \lambda_i \cdot p_i \quad (\text{Ec. 2- 2})$$

Dónde λ_i corresponde al valor propio (*eigenvalue*) asociado a p_i . Además, son utilizados los vectores t_i , denominados *scores*, estos representan la relación que tienen las muestras entre sí, siendo ortonormales. Para cualquier par t_i, p_i se cumple que:

$$Xp_i = t_i \quad (\text{Ec. 2- 3})$$

Lo que equivale a decir que el vector de *scores* corresponde a una proyección de las variables de operación escaladas en vectores p_i . Estos pares t_i, p_i son ordenados de forma descendente de acuerdo al valor propio λ (medida de la varianza descrita por el par) asociados a cada uno de ellos.

Luego la matriz final X puede definirse de acuerdo con la suma de todos los pares:

$$X = \sum_{i=1}^L t_i p_i^T + E \quad (\text{Ec. 2- 4})$$

Con L número total de componentes principales, siempre menor o igual al número de variables originales. La metodología PCA permite encontrar la interrelación entre las distintas variables de operación de manera de generar bloques de componentes principales que ayuden a describir estados operacionales con mayor facilidad en una dimensión mucho menor al problema original (pudiendo operar en base solo a estos componentes principales) o hacer diagnóstico de operaciones.

Una vez calculados los modelos, se toman en cuenta dos indicadores importantes para la toma de decisiones, los cuales permiten explicar que tan bien se ajusta un modelo al describir la variable de interés, y si no se ajusta, la posible causa asociada:

1. El estadígrafo Q es una medición de falta de ajuste calculada como la suma de los cuadrados de cada fila de la muestra, para la i -ésima muestra en el modelo, donde e representa las contribuciones para un residual dado.
2. El estadígrafo T^2 representa la medición de la variación de la muestra dentro del modelo. Básicamente, indica la desviación de ella con respecto al centro (scores iguales a 0).

De forma gráfica, es posible resumir el procedimiento de acuerdo el ejemplo planteado en la Figura 2.5. En ella se puede apreciar una serie de mediciones de 3 variables dispuestas en espacio tridimensional, y cómo es posible trazar una elipse que represente el set de información en una dimensión menor utilizando dos componentes principales (líneas azules) que describen las direcciones de variabilidad máxima de los datos. Estos componentes principales pueden explicar toda la variabilidad con una dimensión menos que el muestreo original, manteniendo la tendencia y permitiendo efectuar análisis de dos datos de forma simplificada.

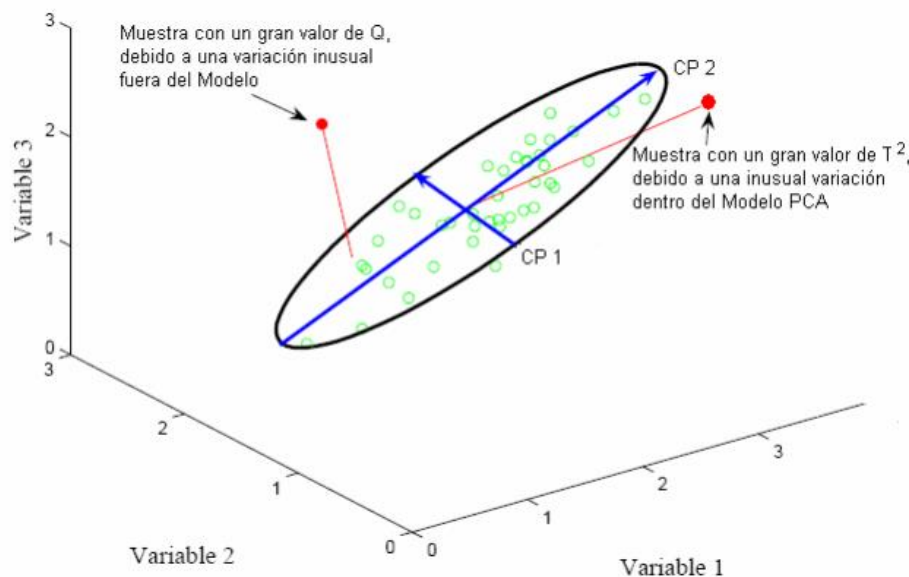


Figura 2.5. Ejemplificación gráfica del método PCA. Fuente: (Acosta, 2007).

2.3.2. Mínimos Cuadrados Parciales (PLS)

La metodología *PLS* busca, de manera similar a *PCA*, correlaciones entre las variables de entrada, pero con el objetivo diferente de buscar predecir una variable de interés, similar a una función multivariable, a diferencia de *PCA* que busca establecer relaciones entre todos los datos de entrada. Las variables de entrada son linealizadas y se elimina cualquier correlación que afecte los modelos de regresión, de esta forma buscando la semejanza entre las variables de entrada y salida maximizando la covarianza entre ellas. El objetivo final es determinar cierta cantidad de variables latentes que expliquen la varianza de la matriz de entrada y predigan de mejor manera la variable de interés (Höskuldsson, 1998). Algunos factores que motivan el uso de la metodología *PLS* en el presente trabajo son:

1. *PLS* es una metodología de regresión lineal que considera muchas variables explicativas y permite trabajar con un set de datos de dimensión grande (mayor a 10).
2. El modelo resultante es linealmente dependiente, lo que facilita la metodología de cálculo.
3. El número de variables latentes utilizadas (complejidad del modelo) puede ser modificado y para un mayor rendimiento en predicción.

De forma resumida, la metodología *PLS* funciona en 4 pasos (Gaviria, 2016):

1. Se calcula la primera variable latente como la que tiene la máxima varianza entre los *scores* y la variable de interés con su vector Y .
2. La información del componente es eliminada de las variables de entrada. Esto se puede ver como la proyección del espacio de las variables sobre un plano ortogonal a la dirección de la componente encontrada, de forma similar a *PCA*. La matriz resultante tiene el mismo número de variables que la matriz original de entrada, pero con menor información.
3. A partir de la matriz residual, se calcula la siguiente variable latente.
4. El proceso continúa hasta que el modelamiento de la variable de interés en su vector Y no mejore respecto a la anterior.

Matemáticamente, la metodología consiste en ingresar una matriz predictora $X_{m \times n}$ con todas las variables de entrada (variables nuevas en columnas, datos y repeticiones en filas) y una matriz $Y_{m \times p}$ con las variables de interés a predecir. A partir de la matriz $X_{m \times n}$ se calcula la matriz t llamada *scores*, que interrelacionan las muestras de datos, y la matriz p denominada *loadings* que representa la relación entre las variables y un vector de peso individual (que pondera las distintas muestras) $w_{n \times c}$. En base a este vector, las matrices t y p resultan ser ortogonales, igual que en *PCA*. De forma análoga, se calcula matriz de *scores* (u) y de *loadings* (q) para la matriz Y . Adicionalmente, se consideran errores residuales para la matriz X e Y , denominados E y F respectivamente. Los modelos finales apuntan a predecir Y de la forma:

$$Y = uq^T + F \quad (\text{Ec. 2-5})$$

Con la matriz X representada por:

$$X = tp^T + E \quad (\text{Ec. 2-6})$$

El modelo predictivo está completo una vez se determine completamente q , dado que:

$$y = xB + E, B = wq \quad (\text{Ec. 2-7})$$

Con B matriz de coeficientes de rewgresión. El procedimiento general involucra un proceso iterativo denominado *SIMPLS* (*Statically Inspired Modification of the PLS method*) (De Jong, 1993), en el cual se utiliza la matriz de covarianzas $S = X^T Y$ para la extracción y eliminación gradual de información. El algoritmo se basa en:

1. Para $k = 1, 2, \dots, c$. Con c previamente conocido del modelo, se definen las variables A , M y C con sus valores iniciales:

$$A_0 = X^T Y, M_0 = X^T X, C_0 = I \quad (\text{Ec. 2-8})$$

2. Calcular h_k , vector propio determinante de $A_k A_k^T$
3. Calcular componente del vector peso:

$$w_k = A_k h_k, c_k = w_k^T M_k w_k, w_k = \frac{w_k}{||w_k||} \quad (\text{Ec. 2-9})$$

Almacenar el componente w_k en la matriz w .

4. Calcular el componente de los *loadings*:

$$p_k = M_k w_k \quad (\text{Ec. 2-10})$$

Almacenar el componente p_k en la matriz p .

5. Calcular el componente de los scores:

$$q_k = A_k^T w_k \quad (\text{Ec. 2-11})$$

Almacenar el componente q_k en la matriz q .

6. Definir la variable auxiliar v como:

$$v_k = C_k p_k \quad (\text{Ec. 2-12})$$

Y posteriormente dividir por su magnitud para normalizar.

7. Calcular las variables C y M :

$$C_{k+1} = C_k - v_k v_k^T \quad M_{k+1} = M_k - p_k p_k^T \quad (\text{Ec. 2-13})$$

8. Calcular la variable A :

$$A_{k+1} = C_k A_k \quad (\text{Ec. 2-14})$$

9. Repetir hasta determinar completamente q , basado en el numero de variables latentes esperadas.

El vector de regresión B en *SIMPLS* queda determinado como:

$$B = WQ^T \quad (\text{Ec. 2-15})$$

Luego el proceso continúa con las otras partes de la matriz X e Y hasta que se cumpla un criterio de término o se agoten completamente. Se pueden calcular tantas variables latentes como columnas en la matriz X , pero para efectos de predicción se suelen usar menos ya que la cantidad de información que aporta cada una suele disminuir a medida que se agregan más variables. La Figura 2.6 presenta un diagrama de flujo con el algoritmo *SIMPLS*.

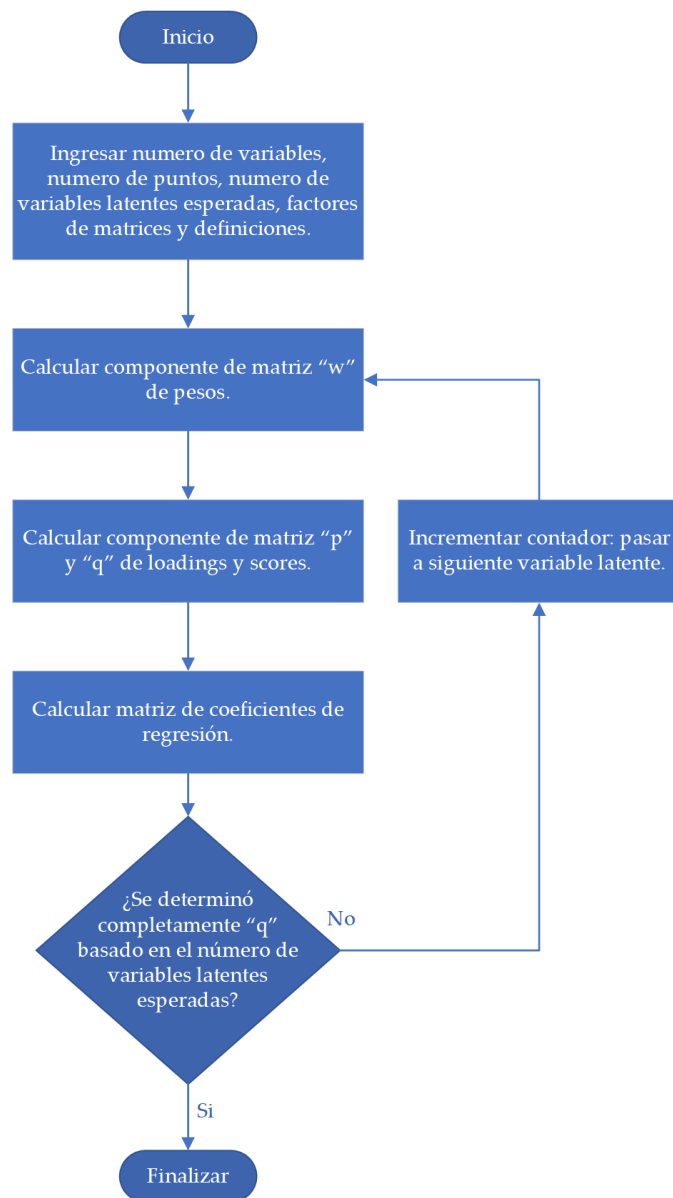


Figura 2.6. Diagrama de flujo, algoritmo *SIMPLS*.

De forma similar a *PCA*, se utilizan los estadígrafos Q y T^2 para ejemplificar las faltas de ajustes donde el modelo no es aplicable y las desviaciones dentro del mismo. Las combinaciones de estos estadígrafos permiten reconocer falta de ajuste en las predicciones, junto a otros criterios asociados al análisis de métodos de proyecciones. Es importante destacar que, independiente del método de proyección, la información que se alimenta al proceso y con la cual se construyen los modelos debe ser fidedigna y lo más real posible, luego se destaca la importancia de contar con sensores calibrados y en óptimas condiciones, en caso contrario, los resultados serán un modelo desajustado y datos muy lejanos a la realidad.

Para el cálculo iterativo y el desarrollo de los modelos, se utilizará el software *PLS Toolbox* (asociado al software *MATLAB*) de la empresa *Eigenvector Research*. El software permite tanto el ajuste de nuevos modelos como el pretratamiento de los datos y aplicar metodologías de validación, además de probar modelos existentes con datos nuevos para verificar ajustes de este.

Los criterios para la selección del número de variables latentes para un modelo determinado varían según autor, pero se seguirán los utilizados en investigaciones anteriores (Ulloa, 2016), los cuales están definidos en el Capítulo 6, Tabla 6.1. Estos indicadores son entregados por el software utilizado, lo cual facilita la decisión del modelo más apropiado para las aplicaciones esperadas.

Dado la metodología PLS entrega un modelo lineal, a cada variable que formó parte del vector original X se le asigna un valor propio α determinado del modelo final, y luego todas las variables latentes describen la variable de interés de forma lineal con un modelo del tipo:

$$Y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot x_i \quad (\text{Ec. 2-16})$$

Este modelo solo puede ser obtenido una vez se haya desarrollado completamente el modelo, y es una de las características integradas en el software *PLSToolbox*.

Esta metodología puede aplicarse especialmente a procesos en los cuales la medición directa de una variable es muy costosa, poco confiable o con tiempos de espera por medición muy grandes en comparación al resto del proceso (Kresta, et al., 1994), por lo que la capacidad de construir modelos en base a métodos estadísticos que infieran variables de proceso resulta una aplicación práctica que disminuya considerablemente los costos entregando predicciones aceptables de acuerdo a la operación minera esperada.

Capítulo 3: Equipo Experimental

Dada la necesidad de contar con instrumentación precisa al momento de obtener los datos y sus repeticiones necesarias para aplicar los métodos de proyección previamente descritos, se utilizará un equipo experimental en lugar de equipamiento propio de una planta de procesamiento de minerales puesto que, como se explicó anteriormente, de esta forma se podrá asegurar que la instrumentación asociada esté en óptimas condiciones para la captura de datos y posterior análisis de estos. Para esto, el equipo experimental será construido principalmente en base a instrumentos (bombas, medidores de presión y nivel, etc.) nuevos, de manera de lograr mediciones óptimas para describir el proceso con la máxima precisión posible.

3.1. Descripción del Equipo Experimental

El equipo experimental corresponde a una columna de flotación a escala piloto, presentado en la Figura 3.1. Esta se encuentra montada en un marco de hierro estructural con una base donde se encuentran las bombas, válvulas y equipos auxiliares. El equipo cuenta con un gabinete de control con panel táctil que permite el control de todos los aspectos operacionales de la columna desde un solo terminal.



Figura 3.1. Fotografía columna de flotación experimental.

El diagrama de *pipng* e instrumentación del equipo (*P&ID*) se presenta en la Figura 3.2, operando en lazo cerrado. La columna consiste en tres circuitos de alimentación de pulpa, agua y aire de proceso, junto con salida para concentrado en el tope y para el producto de colas en el fondo. La columna se encuentra completamente instrumentada, con sensores de flujo para entrada y salidas, sensores de presión y nivel en la columna y estanques asociados, y un sistema de visión artificial. Las especificaciones de instalación y geométricas se encuentran disponibles en el Anexo B, Tabla B.1.

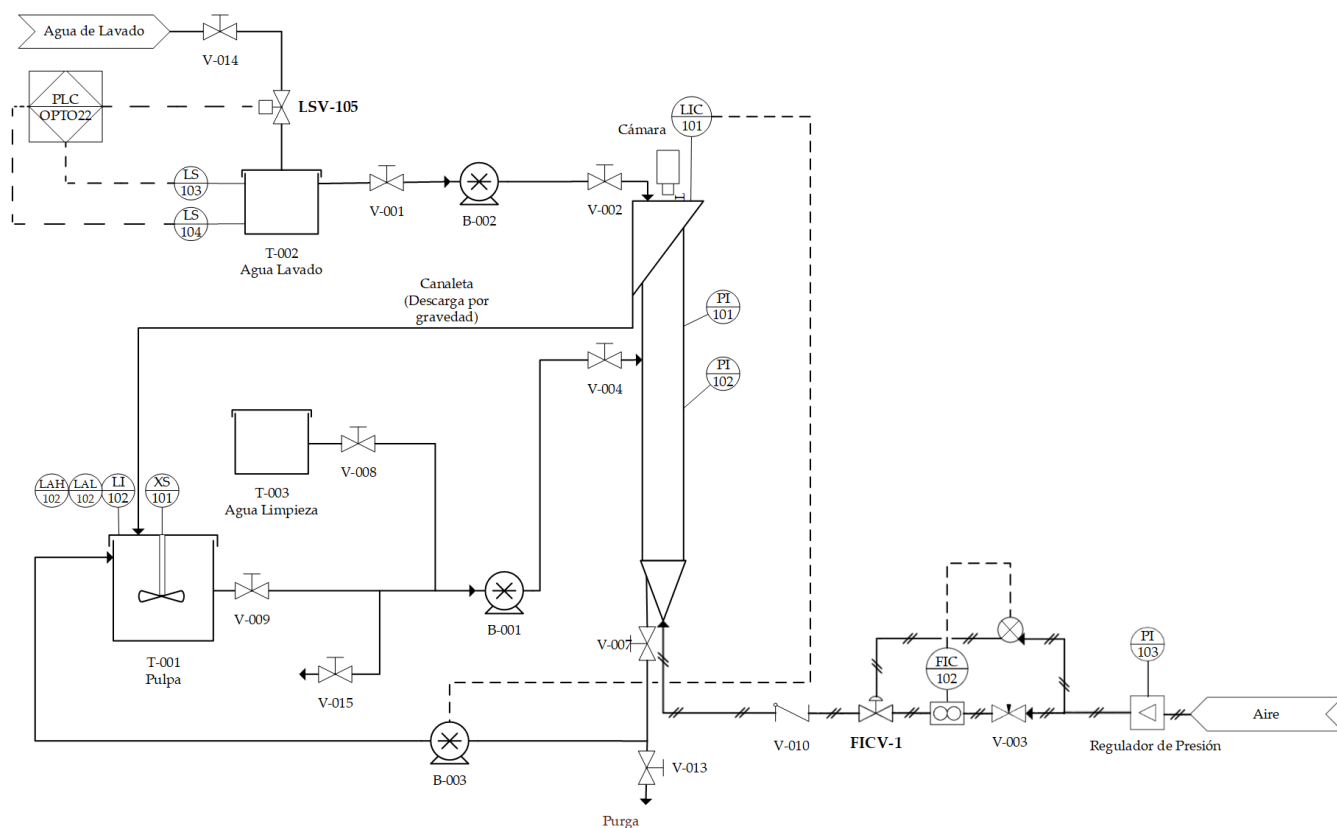


Figura 3.2. P&ID columna de flotación experimental.

El diseño de la columna se realizó en forma modular, es decir, existen válvulas manuales asociadas a cada conexión del equipo de manera de aislar y remover rápidamente los distintos componentes para trasladar el equipo con mínimos riesgos al personal. Una descripción resumida de toda la instrumentación se realiza en la Tabla 3.1, los cuales se describirán en detalle en las siguientes secciones relacionadas con las partes de la columna. El detalle de todos los equipos instalados en sus características puede visualizarse en el Anexo B.

A continuación, se describirán los sistemas principales que forman parte de la columna de flotación, describiendo los equipos asociados y su método de funcionamiento.

3.1.1. Columna de Flotación

La columna de flotación corresponde a un cilindro de acrílico de 20,3 centímetros de diámetro y una altura aproximada de 2,5 m, que en conjunto con la zona de rebalse dan una altura total de 3,14 m para todo el conjunto de columna. Este se encuentra montado en una base hecha de acero estructural, la cual está confeccionada de forma cuadrada para darle estabilidad al cilíndrico y colocar las distintas cañerías asociadas (pulpa, eléctricas y neumáticas) asociadas a los distintos servicios y alimentaciones del equipo.

Tabla 3.1. Descripción de la instrumentación y equipos asociados.

TAG	Instrumento	Modelo	Descripción
FIC-101	Bomba Peristáltica	MasterFlex #HV77411-00 (Motor) #77602-10 (Cabezal) C-Flex I/P 82 (Tubería)	Sistema Bombeo Alimentación
FIC-102	Flujómetro Másico	Aalborg GFMS-015611	Flujómetro másico de aire, controlador de válvula posterior.
FICV-102	Válvula de Control	Badger-Meter Type 859 Standard Fin Globe Control Valve	Válvula de alimentación de aire, control desde flujómetro.
FI-103 LICV-101	Bomba Peristáltica	MasterFlex #HV-7549-60 (Motor) #EW-77602-10 (Cabezal) C-Flex I/P 82 (Tubería)	Sistema Bombeo Colas
FIC-104	Bomba Peristáltica	MasterFlex #EW-07521-47 (Motor) #EW-07518-12 (Cabezal) C-Flex L/S 24 (Tubería)	Sistema de Bombeo Agua de Lavado
LIC-101	Sensor Continuo de Nivel	Instek LTM-2	Sensor Indicador en Lazo de Control Profundidad de Espuma
LI-102	Sensor Ultrasónico	Flowline LU20	Monitoreo Altura Estanque de Alimentación
LS-103	Switch de Nivel	Flotador Plástico ½ NPT.	Sistema de Alimentación Estanque Agua de Lavado
LS-104	Switch de Nivel	Flotador Plástico ½ NPT.	Sistema de Alimentación Estanque Agua de Lavado
PI-101	Transmisor de Presión	BTU Controls C9000156	Sensor Indicador en Lazo Control Holdup
PI-102	Transmisor de Presión	BTU Controls C9000156	Sensor Indicador en Lazo Control Holdup
PI-103	Regulador e Indicador de Presión	SMC AW40-04BDE-B	Regula presión de entrada al equipo. Retira humedad del aire.
LSV-105	Válvula Solenoide	Danfoss EV220B	Válvula Ingreso Reposición Agua Estanque de Lavado

3.1.2. Sistema de Transporte de Pulpa

El sistema asociado al transporte de la pulpa hacia la columna de flotación se presenta en la Figura 3.3. La pulpa se deposita en un tanque de alimentación de 200 litros de capacidad, el cual está dispuesto alrededor del equipo conectado por medio de mangueras. La altura del estanque de alimentación es monitoreada por medio de un sensor de nivel del tipo ultrasónico, Flowline LU20 (EchoTouch, 2019). El sensor es capaz de detectar nivel sin interferencia de la pulpa, lo cual lo hace ideal para esta aplicación. El nivel es monitoreado de manera de tomar acciones correctivas en caso de niveles bajos o altos con el fin de mantener la operación bajo control por lo que está asociado a un set de alarmas para este propósito.

Adicionalmente, se encuentra el estanque T-003 el cual se utiliza para la limpieza del equipo una vez finalizada la operación, intercambiando la apertura de las válvulas a la salida de los estanques respectivos. La válvula V-015 se utiliza para el muestreo de la corriente de alimentación en la toma de mediciones.

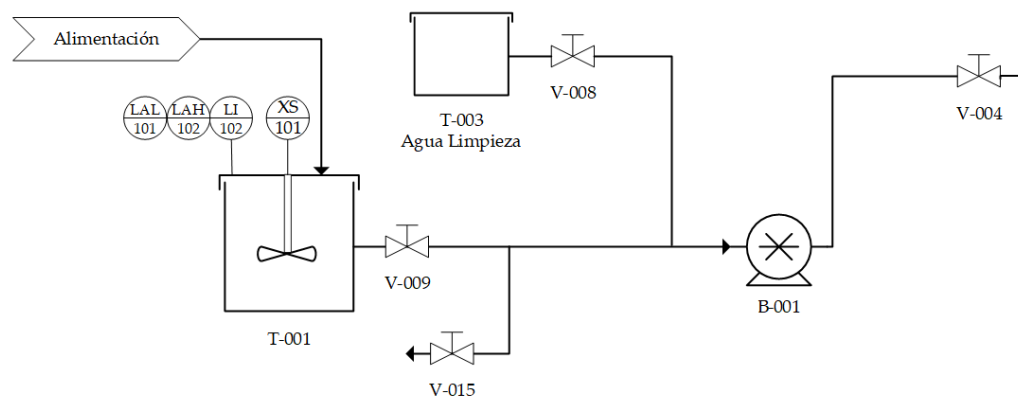


Figura 3.3. Sistema de alimentación de pulpa, extracto de Figura 3.2.

Para la impulsión de pulpa en la alimentación (FIC-102) se utiliza una bomba peristáltica MasterFlex, modelo #HV-77441-00 (Cole-Parmer, 2019), la cual posee un motor que permite activación remota por medio de señales de 4 a 20 mA. La bomba se encuentra adjunta con un cabezal de carga rápida MasterFlex #EW-77602 (Cole-Parmer, 2019), el cual permite el rápido acople de mangueras de acuerdo con las especificaciones del equipo. Finalmente, se utilizan mangueras C-Flex del tipo I/P 82 (Cole-Parmer, 2019), las cuales permiten flujos de hasta 10 L/min. Las mangueras C-Flex se destacan por su alta resistencia a la abrasión y a fluidos corrosivos, lo cual la hace de aplicación ideal en equipos metalúrgicos. Se eligió una bomba peristáltica por su capacidad de entregar un flujo constante y su alta capacidad de control y medición de flujo, los cuales lo hacen ideal para un sistema de control.

Las bombas adicionalmente cuentan con un encendido y apagado remoto, el cual opera de forma discreta para accionar la bomba de acuerdo con las necesidades del personal y la operación que se desee llevar a cabo.

3.1.3. Sistema de Alimentación de Aire

El sistema correspondiente a la alimentación de aire se presenta en la Figura 3.4. El circuito de suministro de aire de instrumentación y de proceso es el mismo, y se encuentra anexo al sistema de alimentación de la planta concentradora. La matriz de aire es suministrada externamente y pasa por un regulador e indicador de presión de aire (PI-103) de manera de obtener una alimentación constante de 40 psi (280 kPa) a la entrada al equipo. La alimentación de aire se divide de manera de suministrar tanto al transductor asociado a la inyección de aire como al abastecimiento de la columna en sí misma. El regulador de presión tiene además la función de filtrar y eliminar el agua contenida en el aire, de manera de proteger los instrumentos de medición posteriores (SMCPneumatics, 2019).

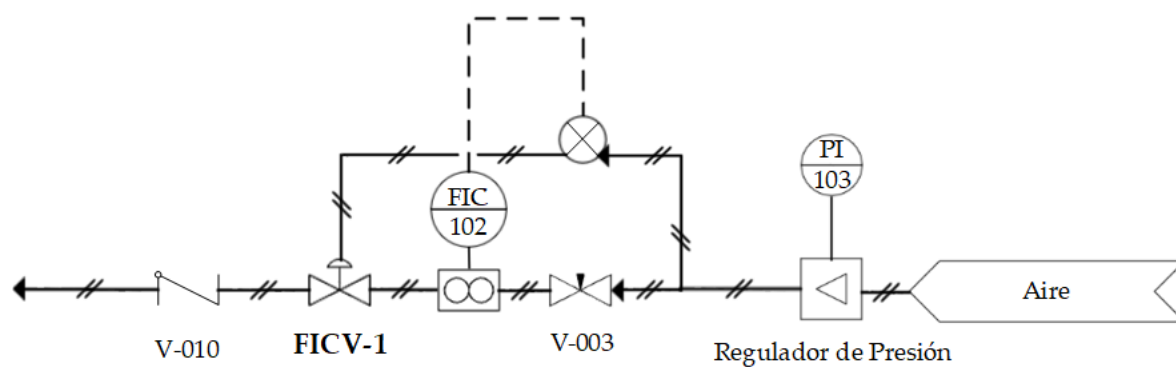


Figura 3.4. Sistema de alimentación de aire, extracto de Figura 3.2.

El aire de proceso pasa, en primer lugar, por una válvula de aguja (V-003) para regular la presión de entrada a la columna (menor a la de aire de instrumentación) y posteriormente por un flujómetro másico (FIC-102) el cual determina el flujo de aire ingresado, en litros estándar por minuto. Se utiliza un flujómetro másico Aalborg GFMS-015611, el cual posee un rango de medición de 0 a 30 litros por minuto (Aalborg, 2019). El sensor se encuentra ubicado directamente en la alimentación y anterior a la válvula de control, lo cual asegura una correcta dosificación de aire a la columna de manera de alcanzar los indicadores de proceso esperados.

La válvula de control utilizada (FICV-1) es neumática de tipo globo, modelo Badger-Meter Type 859 utilizadas para aplicaciones demandantes y con alta resistencia a condiciones de temperatura y humedad (Badger Meter, 2019). Esta posee una entrada estándar de control en 3 a 15 psig (20 a 100 kPa), característica lineal y apertura estándar. Posterior a la válvula de control se encuentra una válvula tipo *check* (V-010) para evitar la circulación de pulpa a la línea de aire, de manera de proteger los ductos y los sensores del material sólido.

3.1.4. Sistema de Agua de Lavado

El agua de lavado se almacena en un estanque propio de 50 litros de capacidad, el tanque y sus instrumentos asociados se presentan en la Figura 3.5. Este cuenta con un sistema discreto para mantenerlo en un nivel operacional: existen dos flotadores, situados a una altura de 40 centímetros para el inferior (L-104) y 80 centímetros para el superior (L-103) medidos desde la base del estanque. En una condición normal de operación, el flotador inferior está levantado (existe agua) y el superior está desactivado (no hay agua). Si el nivel baja demasiado, el flotador inferior es desactivado y aquello acciona la válvula solenoide Danfoss EV220B (XIV-105) situada en la alimentación de agua de lavado. Cuando el nivel del agua levanta el flotador superior, la válvula solenoide se cierra hasta repetir el ciclo. Los flotadores son de plástico, su imagen referencial se presenta en la Figura 3.6.

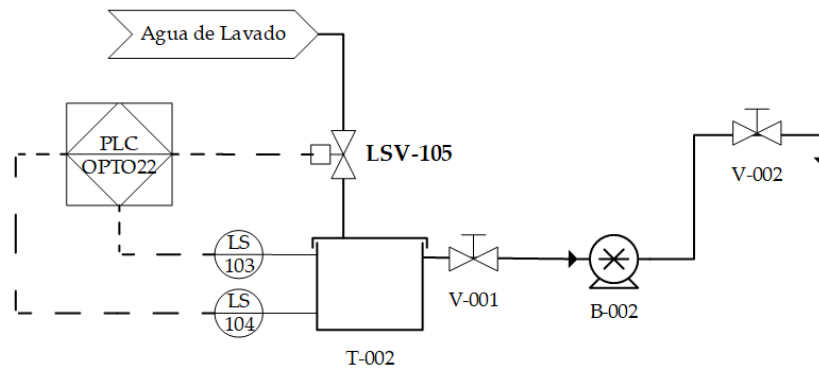


Figura 3.5. Sistema de alimentación de agua de lavado, extracto de Figura 3.2.



Figura 3.6. Flotador plástico 1/2 NPT estanque agua de alimentación. Imagen referencial.

El agua de lavado se impulsa por medio de una bomba MasterFlex #EW-7521-47 (Cole-Parmer, 2019), la cual posee un cabezal #EW-07516-12 (Cole-Parmer, 2019). Esta es una bomba de menor capacidad, pero ideal para la aplicación dado que puede controlar con precisión el flujo entrante, que por especificaciones de diseño es aproximadamente un quinto de la alimentación total. Se utilizan tuberías C-Flex L/S 24 (Cole-Parmer, 2019), capaces de un flujo máximo de 1,5 L/min.

3.1.5. Instrumentos y Lazos de Control Asociados

De manera de cumplir el objetivo de controlar de forma apropiada y útil para el proceso la profundidad de espuma y el holdup de aire, el sistema de control distribuido de la columna se apoya en instrumentos instalados en la estructura cilíndrica principal, los cuales entregan información oportuna para corrección de error por parte del sistema de control.

3.1.5.1. Lazo de Control de Profundidad de Espuma

Este lazo controla el nivel de interfaz acuosa-espuma, utilizando el sensor continuo de nivel, Instek LTM-2 instalado en la parte alta de la columna de flotación. En base a la señal entregada por el sensor, el controlador PID instruye un flujo determinado a la bomba de colas, de manera de regular la cantidad que sale por el fondo de la columna y modificar el nivel general.

3.1.5.2. Lazo de Control de Holdup de Aire

El porcentaje de retención de aire en la columna es calculado a partir de dos transmisores de presión, ubicados a 100 y 150 centímetros desde la base respectivamente, por los cuales se calcula la retención en la columna de acuerdo con la expresión matemática:

$$Holdup = 1 - \frac{(Presión Superior - Presión Inferior)}{(Densidad Pulpa * Gravedad)} \quad (Ec. 3-1)$$

Los sensores de presión utilizados corresponden a transmisores de diafragma rasante, los cuales son ideales para operación con sólidos al impedir que material particulado ingrese al sensor y afecte las mediciones. Este corresponde al transmisor BTU Controls C9000156, el cual posee un rango de operación desde -1 hasta 1 bar manométricos, lo cual es un rango satisfactorio para el funcionamiento normal de la columna.

Sin embargo, debido a la alta variabilidad de los sensores de presión en el medio, se procedió a realizar un cálculo alternativo del *Holdup*, utilizando la profundidad de espuma como variable según la siguiente expresión:

$$Holdup = 1 - \frac{Presión Inferior - Metros Columna Líquida Equivalentes}{Metros Columna Líquida Equivalentes} \quad (Ec. 3-2)$$

De esta forma, el *Holdup* es calculado por medio de la diferencia entre la presión medida por el sensor inferior y la equivalente que tendría si el fluido fuera solamente líquido. De esta forma, cualquier diferencia entre dicha presión y la medida corresponde al porcentaje de aire retenido en la columna.

A partir del cálculo del *Holdup*, se modifica la velocidad superficial de aire ingresada en la columna. Para esto, se compara la señal proveniente del sensor de flujo másico de aire (FIC-102) y en base a este valor, se actúa sobre la válvula de control (FICV-102) para lograr un flujo

apropiado que, finalmente, entregue el valor de holdup deseado por el sistema de control. Para controlar la posición de la válvula se utiliza un transductor I/P Control Air 500-AC (ControlAir, 2019), el cual recibe la señal de 4 a 20 miliamperios determinada desde el controlador en el PLC, y traduce a una señal neumática de 3 a 15 psig que acciona sobre la válvula de control y cambia la posición del actuador.

3.1.6. Sistema de Salida de Pulpa

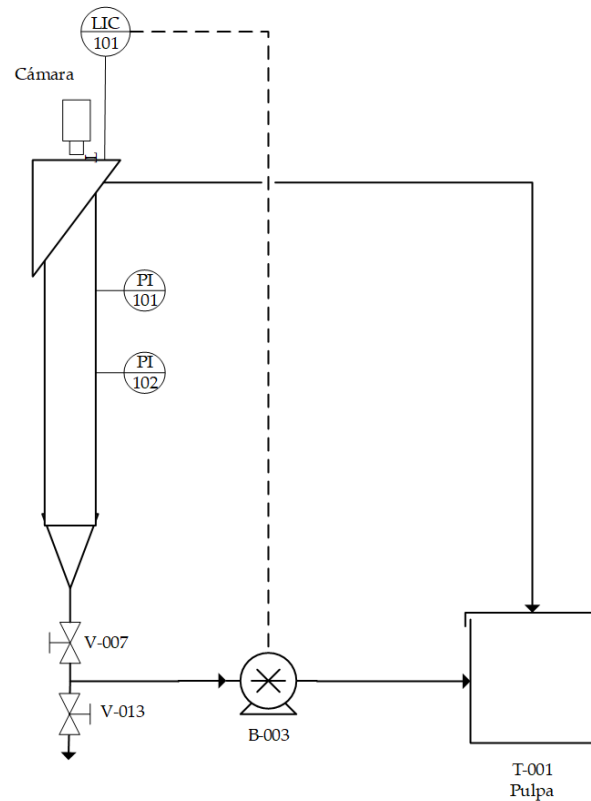


Figura 3.7. Sistema de salida de pulpa, extracto de Figura 3.2.

Como se puede apreciar en la Figura 3.7, la corriente de concentrado, proveniente desde la parte alta de la columna no posee instrumentación asociada puesto que el concentrado cae por efecto gravitacional, sin la necesidad de equipos auxiliares. La salida del producto de colas se realiza por una bomba peristáltica (FI-103 o LICV-101) de igual cabezal y manguera que el modelo de alimentación, utilizando una bomba MasterFlex modelo 7549-60 (solo el motor es diferente). Se eligió utilizar una bomba en lugar de una válvula de control dado que el equipo de bombeo puede ajustarse de la misma forma para obtener un flujo deseado, además de actuar como medidor de flujo sin la necesidad de equipos adicionales.

3.2. Características de la Alimentación

El material trabajado en la columna de flotación piloto corresponde a 12 kilogramos de concentrado de la fundición *El Teniente*, los cuales fueron mezclados con relave disponible de manera de generar 150 litros de alimentación al 10% en sólidos y 8% de ley de alimentación.

De acuerdo con lo anterior, se alimenta una mezcla de pulpa con sus reactivos en la dosificación entregada en la Tabla 3.2. La alimentación opera en circuito cerrado, es decir toda la mezcla de pulpa y reactivos obtenidos tanto por el tope como por el fondo se retorna al estanque de alimentación, dado el carácter experimental del equipo. La mezcla de pulpa fue trabajada con un porcentaje de sólidos de 10%, producto de la disponibilidad de recipientes para su manejo y materiales utilizados en su preparación.

Tabla 3.2. Reactivos utilizados en circuito y su dosificación.

Categoría	Nombre Reactivo	Dosificación	Unidad
Colector	Isopropil Xantato de Sodio	20	g/t
Espumante	Metil Isobutil-Cetona	15	μL/L

3.3. Monitoreo y Control de Proceso

3.3.1. Descripción General

El sistema de control de la columna de flotación se basa en 2 lazos tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) principales:

- I. La profundidad de espuma, controlada a partir del sensor continuo de nivel (LIC-101) y con actuador la bomba peristáltica de colas (LICV-101).
- II. El flujo de aire en la columna, para lo cual se verifica el valor indicado por el flujómetro másico de alimentación de aire (FIC-102), que tiene como actuador la válvula globo inmediatamente posterior al mismo (FICV-102).

El sistema fue implementado por medio de un controlador lógico programable OPTO22, el cual está asociado a una interfaz gráfica de usuario (HMI) de la cual se pueden enviar las ordenes remotamente y serán accionadas en los equipos de la columna, además de presentar información en tiempo real sobre el estado de operación y otras variables importantes.

3.3.2. Gabinete de Control

Para lograr el objetivo de sintonizar y controlar efectivamente los distintos instrumentos y componentes de la columna, se confeccionó un gabinete con todos los elementos necesarios para el funcionamiento de los instrumentos y energización de los distintos elementos del equipo (bomba, sensores, cámaras, etc.). El gabinete posee todos los elementos necesarios para la operación y automatización de la columna, incluido el controlador lógico-programable, todas las fuentes de alimentación para equipos e instrumentos, sistemas de ventilación interna, una terminal de control (computador) con pantalla táctil asociada para la operación del sistema, entre otros elementos.

3.3.3. Controlador Lógico-Programable (PLC) OPTO22

El controlador lógico programable corresponde al procesador SNAP-PAC-R1 montado sobre una base SNAP-PAC-RCK8, la cual tiene soporte hasta 8 módulos de distinta categoría con una resolución de 16 bits. Los módulos OPTO22 se destacan por su facilidad de programación, interfaz amigable y por venir integrados con software que permite realizar todas las operaciones de monitoreo, comunicación y almacenamiento de datos (contrario a otros PLC's donde se requieren intermediarios para lograr el sistema de control completo). El PLC utiliza 7 de los 8 módulos distribuidos según la Figura 3.8. El detalle de los módulos, modelo, canales y señales de entrada o salida se encuentra en Tabla 3.3.

I/O Unit: PLC		Type: SNAP-PAC-R1				
Modules and Points	Type	Features / Subty...	Units	Enabled	Ref Count	Description
[00] SNAP-AIMA-4	Analog Input					
0 FIC102		-20 - +20 mA	SLPM	Enabled	0	Flujometro Másico de Aire
1 LIC101		-20 - +20 mA	mA	Enabled	0	Profundidad de Espuma, en mA
2 PI101		-20 - +20 mA	barg	Enabled	0	Sensor de Presión Superior
3 PI102		-20 - +20 mA	barg	Enabled	0	Sensor de Presión Inferior
[01] SNAP-AIMA-4	Analog Input					
0 LI102		-20 - +20 mA	mA	Enabled	1	Sensor Ultrasónico Estanque Alimentación
1 Not Used						
2 Not Used						
3 Not Used						
[02] SNAP-AOA-23	Analog Output					
0 FICV102		4 - 20 mA	%Ap	Enabled	1	Válvula Globo Flujo de Aire
1 FIC101		4 - 20 mA	LPM	Enabled	0	Bomba Alimentación
[03] SNAP-AOA-23	Analog Output					
0 LICV101		4 - 20 mA	LPM	Enabled	2	Flujo Bomba Colas
1 FIC104		4 - 20 mA	LPM	Enabled	0	Bomba Agua de Lavado
[04] SNAP-IDC5D: 2.5 - 28 VDC	Digital Input					
0 LS103		None		Enabled	1	Flotador Agua de Lavado Superior
1 LS104		None		Enabled	1	Flotador Agua de Lavado Inferior
2 Not Used						
3 Not Used						
[05] SNAP-ODC54: 5 - 60 VDC Isolated	Digital Output					
0 FICS101		None		Enabled	0	Switch Encendido Bomba Alimentación
1 FIS103		None		Enabled	0	Switch Encendido Bomba de Colas
2 FICS104		None		Enabled	0	Switch Encendido Bomba Agua Lavado
3 XIS101		None		Enabled	0	Switch Encendido Agitador Alimentación
[06] SNAP-ODC54: 5 - 60 VDC Isolated	Digital Output					
0 LSV105		None		Enabled	3	Switch Válvula Solenoide
1 Not Used						
2 Not Used						
3 Not Used						

Figura 3.8. Distribución de módulos y espacios utilizados PLC OPTO22 SNAP-PAC-R1.

Tabla 3.3. Especificación módulos OPTO22.

Clasificación	Modelo	Número de Canales	Señal de Entrada/Salida
Analog Input	SNAP-AIMA-4	4	Input: -20 – 20 mA
Analog Output	SNAP-AOA-23	2	Output: 4 – 20 mA
Digital Input	SNAP-IDC5D	4	Input: 2,5 – 28 VDC
Digital Output	SNAP-ODC5-i	4	Ouput: 5 – 60 VDC

Los PLC OPTO22 se programan directamente con el software incluido propietario de la marca, *PAC Control Pro*. Este permite el establecimiento de las diversas lógicas de control, conexión de puntos de entrada y salida y definición de variables y cálculos operacionales. Se implementaron dos lógicas de control: la primera calcula de forma continua las distintas variables operacionales indirectas (velocidades superficiales, holdup, etc.) y la segunda permite el funcionamiento de la alimentación hacia el estanque de agua de lavado. El tiempo de conexión del PLC con los equipos es de 1 segundo, es decir, los valores son actualizados (más no guardados) de forma constante en cada segundo. La lógica asociada al proceso está en la Figura 3.9.

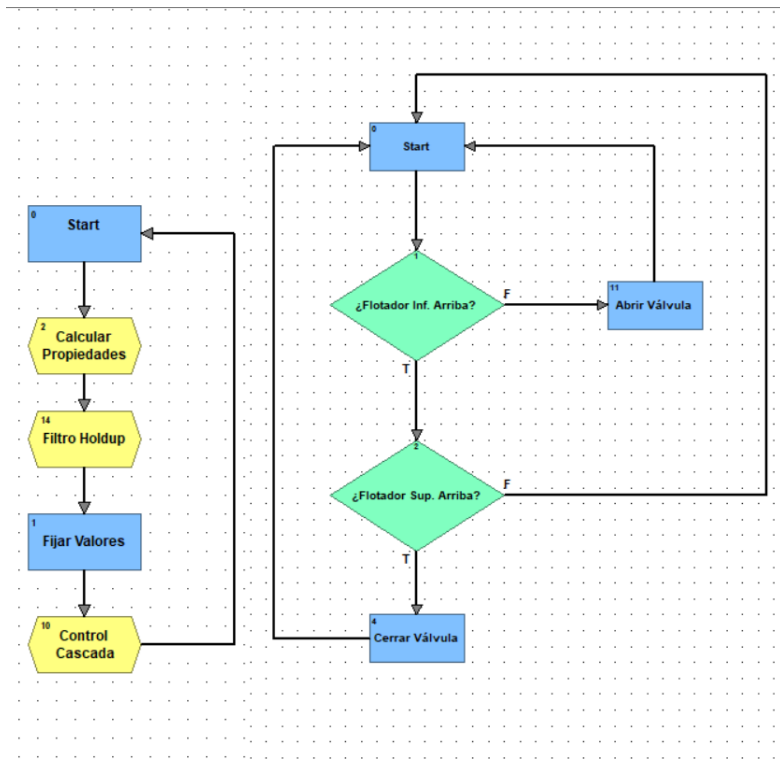


Figura 3.9. Lógicas de control implementadas en PAC Control Pro.

El listado completo de variables ingresadas al PLC se presenta en la Tabla 3.4. Cabe destacar que no todas las variables poseen una salida en los módulos del PLC, sino que son valores calculados a partir de las variables denominadas “reales”. Estas se denotan por una “V” en el tipo, refiriéndose a ellas como variables “virtuales”.

Tabla 3.4. Listado de variables asociadas a PLC OPTO22.

Tipo	Elemento	TAG	Conexión Física
AI	Flujómetro Másico de Aire	FIC-102	[0] CH-1A
AI	Sensor Continuo de Nivel	LIC-101	[0] CH-2A
AI	Sensor Presión Superior	PI-101	[0] CH-3A
AI	Sensor Presión Inferior	PI-102	[0] CH-4A
AI	Sensor Ultrasónico Alimentación	LI-102	[1] CH-1B
AO	Apertura Válvula Globo	FICV-102	[2] CH-1A
AO	Flujo Bomba Alimentación	FIC-101	[2] CH-2A
AO	Flujo Bomba Colas	FI-103 / LICV-101	[3] CH-1A
AO	Flujo Bomba Agua Lavado	FIC-104	[3] CH-2A
DI	Flotador Superior Estanque Agua de Lavado	LS-103	[4] CH-1
DI	Flotador Inferior Estanque Agua de Lavado	LS-104	[4] CH-2
DO	Switch Encendido Bomba de Alimentación	FICS-101	[5] CH-1A
DO	Switch Encendido Bomba de Colas	FIS-103	[5] CH-2A
DO	Switch Encendido Bomba de Agua Lavado	FICS-104	[5] CH-3A
DO	Switch Agitador	XS-101	[5] CH-4A
DO	Switch Válvula Solenoide	LSV-105	[6] CH-1B
V	Holdup Columna	CIC-101	-
V	Velocidad Superficial Aire	FIR-106	-
V	Velocidad Superficial Alimentación	FIR-107	-
V	Velocidad Superficial Agua de Lavado	FIR-108	-
V	Nivel de Interfase	LI-106	-

3.3.4. Terminal de Control SuperLogics

3.3.4.1. Especificaciones

El terminal de control (ordenador) corresponde a un ordenador SuperLogics Microbox PC (SuperLogics, 2019), equipado con un procesador Intel Celeron N2930 (1,83 GHz, Cuatro núcleos), 4 GB de Memoria RAM y un disco de estado sólido M.2 de capacidad 64 GB. Este terminal posee instalado todos los componentes de software OPTO22 necesarios para el funcionamiento del equipo, además de *MATLAB* para el procesamiento de imágenes adquiridas desde las distintas cámaras de la columna.

3.3.4.2. Software OPTO22 Utilizado

La *suite* de programas OPTO22 posee todos los softwares necesarios para el funcionamiento y comunicación de los distintos componentes. Se destacan los siguientes programas:

1. *PAC Control Pro*: Como se mencionó anteriormente, este software permite el establecimiento de las distintas lógicas y rutinas de control, junto con las conexiones necesarias y configuración de los módulos establecidos.
2. *PAC Display Configurator Pro*: software que permite el diseño de las distintas interfaces de control (HMI) y accionamientos asociados.
3. *PAC Display Runtime Pro*: permite la ejecución de las interfaces configuradas desde el programa anterior.
4. *Opto DataLink Pro*: establece una rutina de captura y almacenamiento de datos de forma continua a una base de datos establecida previamente.
5. *OptoOPCServer*: Permite el establecimiento de comunicaciones OPC (OLE For Process Control) para comunicar los datos obtenidos con *MATLAB* y otros softwares asociados.

3.3.5. Interfaz de Usuario

Como un elemento importante en el sistema de control, esta interfaz diseñada en *Pac Display Configurator Pro* permite el accionamiento remoto de los distintos mecanismos y sensores de la columna. Cuenta con varias ventanas en las cuales el operador puede seleccionar y modificar los parámetros de funcionamiento de la columna, como así mismo recibir información en tiempo real, modificar parámetros de control y obtener datos de las predicciones hechas. La HMI realizada cuenta con las siguientes interfaces de monitoreo: Interfaz Principal, Control PID, Detector de Estado Estacionario, Cámara IP Tope Columna y Sistema de Detección de Espuma.

3.3.5.1 Interfaz Principal

La interfaz principal muestra información general de la columna: todas las señales de entrada proveniente de los distintos sensores y la opción de configurar, de forma manual, las distintas posiciones de actuadores y flujos provenientes de las bombas peristálticas. Adicionalmente, se pueden modificar manualmente los *switches* asociados a los distintos equipos para su uso.

Adicionalmente, la ventana presenta los valores de las principales variables operacionales calculadas a partir de las señales recibidas, junto con indicar los estados de los flotadores y la válvula solenoide para el estanque de agua de lavado, y finalmente entregar un atajo rápido para las otras secciones de la interfaz. La Figura 3.10 presenta la ventana completa con sus elementos descritos.

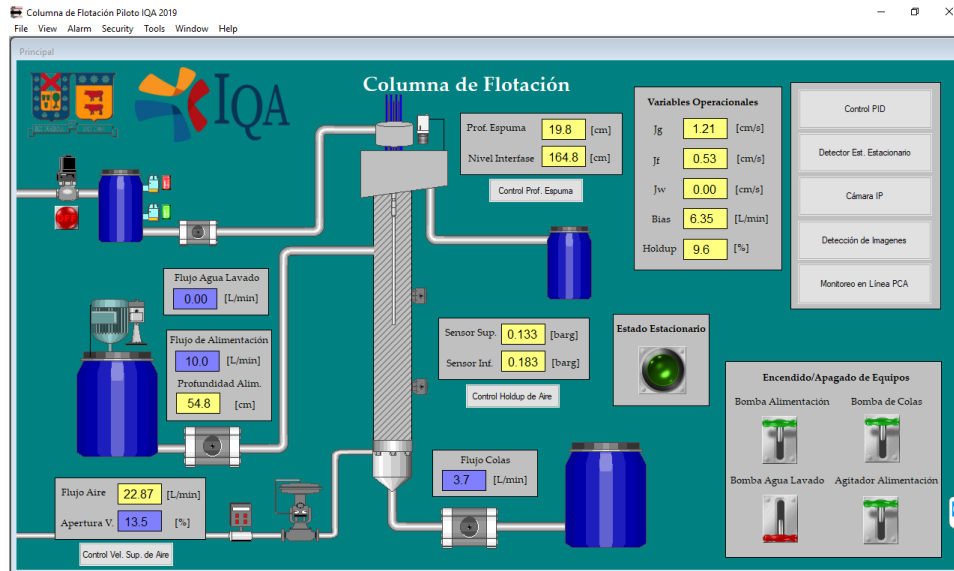


Figura 3.10. HMI, ventana interfaz principal.

3.3.5.2 Control PID

La ventana de control PID permite monitorear los lazos de control establecidos en la columna y mencionados en secciones anteriores: profundidad de espuma y holdup de aire. En esta ventana pueden activarse y desactivarse los controles manualmente, junto con modificar los sets *points* correspondientes y finalmente los parámetros proporcionales, integrales y derivativos de cada uno de ellos. Posee una ventana de acceso rápido a las otras secciones del HMI e indica los principales valores operacionales. Esta es presentada en la Figura 3.11.

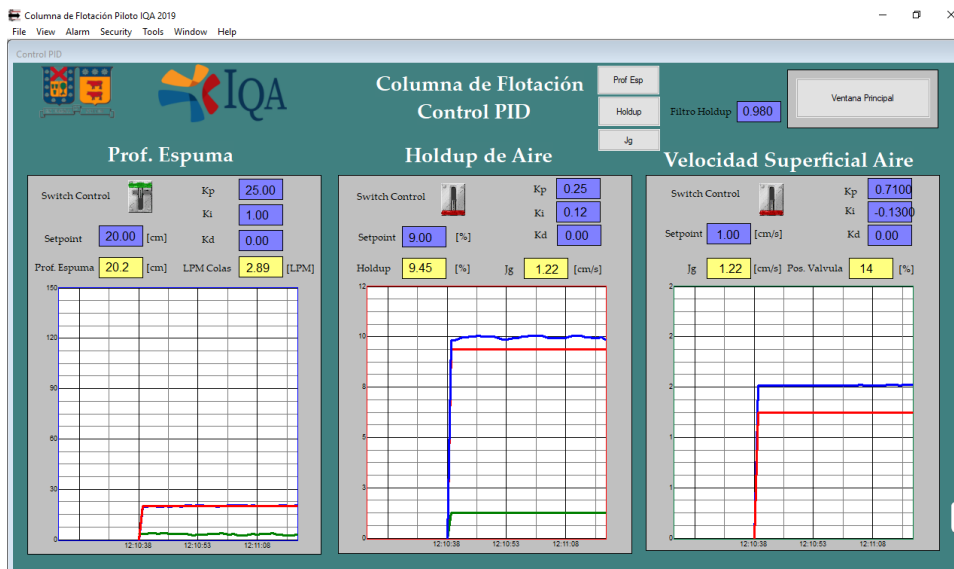


Figura 3.11. HMI, ventana control PID.

3.3.5.3 Cámara IP

La ventana de Cámara IP permite visualizar de forma rápida la imagen captada por el dispositivo en el punto más alto de la columna, de manera de obtener una vista rápida del estado de la espuma y concentrado obtenidos. Un ejemplo se presenta en la Figura 3.12. Cabe destacar que no existe un control de iluminación dentro de la columna, por lo tanto, propiedades que se ven fuertemente afectadas por la luz natural como el color no fueron consideradas dentro de los modelos obtenidos por medio de los datos.

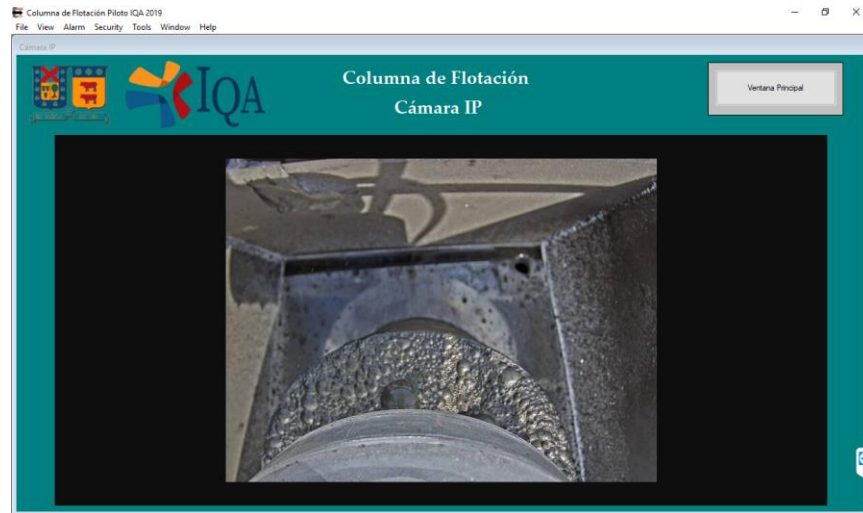


Figura 3.12. HMI, ventana cámara IP.

3.3.5.4 Detector Estado Estacionario

La ventana del detector de estado estacionario muestra la tendencia general de las variables inspeccionadas, además de indicar en qué momento se alcanzan los estados estacionarios para cada una de ellas además del estado estacionario global. La ventana se presenta en la Figura 3.13.

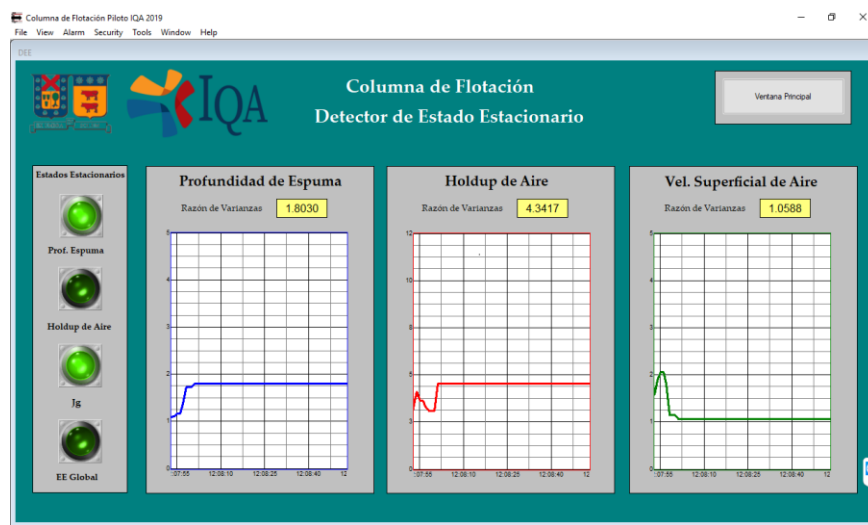


Figura 3.13. HMI, ventana detectora de estado estacionario.

3.3.5.5 Análisis de Imágenes

La ventana se presenta en la Figura 3.14. Esta muestra la última detección de burbujas junto con las propiedades extraídas. Es posible iniciar o detener la captura de propiedades de estas.

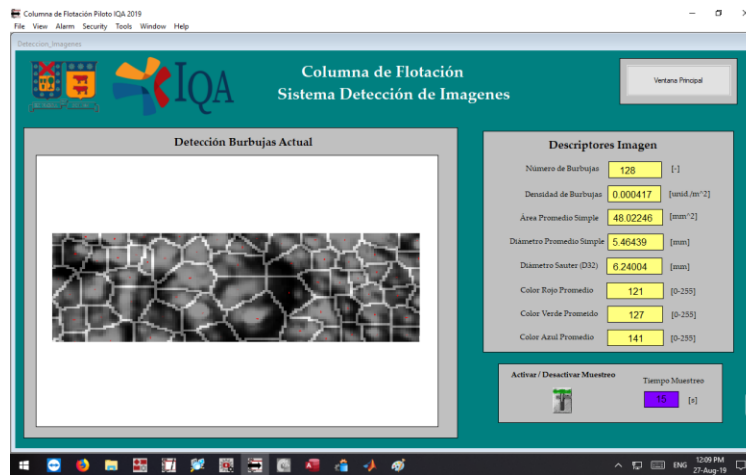


Figura 3.14. HMI, ventana análisis de imágenes.

3.4. Analizador de Rayos X *Bruker S1-Titan*

3.4.1. Descripción y Medidas de Seguridad

El equipo *S1 Titan* es un analizador de fluorescencia de Rayos X (*X-Ray Fluorescence*, o *XRF* por sus siglas en inglés) que permite determinar las leyes de elementos químicos presentes en muestras de mineral sólido. El equipo posee una calibración de fábrica que determina que elementos pueden analizarse, en el caso del equipo trabajado es posible analizar todos los elementos de la tabla periódica desde el potasio hasta el Uranio (Bruker, 2019).

Los rayos X son un tipo de radiación electromagnética con frecuencias muy altas, teniendo entre 10^{16} a 10^{20} Hertz. Estos suelen atravesar materiales sólidos, lo cual permite que longitudes de onda características sean captadas por un instrumento. La fluorescencia de rayos X se basa en la absorción de fotones por parte de los átomos, que son llevados a un estado mayor de energía y al volver a su estado basal liberan otros fotones de luz visible, de menor energía, que son captados por el equipo.

El analizador posee una forma de pistola, similar a pirómetros ópticos. De esta forma, puede operarse en terreno apuntando directamente al mineral de interés. En el caso de uso en laboratorio, se utiliza con una base montable con un compartimiento de plomo donde se colocan las muestras directamente, presentada en la Figura 3.15. Las muestras son sólidas, dispuestas en un receptáculo especial con papel transparente para una óptima medición.



Figura 3.15. Montaje de escritorio del S1 Titan. Fuente: (Cortés, 2016)

Dado que el equipo corresponde a una fuente de Rayos X, solo puede ser operado por personal capacitado en equipos que emiten radiación y/o posean fuentes radioactivas. Aun así, se deben considerar varios aspectos de seguridad para la operación (Cortés, 2016):

1. Tiempo: se debe operar únicamente para el número de mediciones necesarias, evitando los análisis en exceso.

2. Distancia: debe mantenerse lejos del cuerpo cuando se encuentra emitiendo los rayos X para análisis. Debe mantenerse una distancia prudente del equipo en todo momento.
3. Protección: En el caso del laboratorio debe utilizarse la base con tapa protectora para análisis de muestras pequeñas, para disminuir o eliminar posible radiación que escape producto del análisis.

3.4.2. Calibración Inicial

3.4.2.1. Descripción

El porcentaje de cobre determinado inicialmente por el equipo debe ser contrastado por otro método de manera de asegurar la fiabilidad de la calibración de fábrica, o bien, efectuar correcciones en caso de ser necesario. Para esto, se hizo una calibración inicial del equipo tratando 6 muestras de alimentación, colas y concentrado por un proceso de digestión ácida para luego ser leídas por espectrofotometría de absorción atómica (AA). Estas muestras corresponden a la misma operación realizada en dos días diferentes:

1. Flujo de Alimentación de 10 litros por minuto.
2. Velocidad superficial de aire de 1,6 centímetros por segundo.
3. Profundidad de espuma de 45 centímetros.
4. Sin agua de lavado en proceso.

El objetivo del proceso de digestión ácida es disolver de forma completa los analitos y producir la descomposición total de la muestra evitando la pérdida o contaminación de la sustancia de interés. Se utiliza generalmente para reducir interferencias y convertir los metales a una forma en que se puedan analizar, mediante técnicas analíticas posteriores, como la espectrofotometría de absorción atómica (AA). Para efectuar una digestión ácida es necesario el uso de ácidos de concentraciones variables. Uno de los más utilizados para determinación de cobre es el ácido nítrico, ya que es adecuado para la extracción de diversos metales, además de que los nitratos proporcionan una buena matriz para las determinaciones mediante AA, sin embargo algunas muestras necesitan de la adición de diferentes ácidos fuertes tales como el ácido perclórico, ácido sulfúrico o ácido clorhídrico para producir una digestión ácida lo suficientemente agresiva para lograr una digestión completa (Molina & Valdés, 2016).

Finalmente, la espectrofotometría de absorción atómica es un método instrumental utilizado para la cuantificación de analitos en solución. Se fundamenta en que los electrones de los átomos libres en estado fundamental pueden ser promovidos a orbitales más altos por un instante mediante la absorción de una cantidad de energía, en forma de luz. Esta cantidad de luz (longitud de onda), es específica para cada elemento, luego es posible captarla de manera de determinar concentraciones de cada uno de los elementos a analizar (Molina & Valdés, 2016).

3.4.2.2. Procedimiento Experimental

El procedimiento consistió en la toma de muestras de una operación con pulpa de la columna, basado en procedimientos analíticos ya establecidos (Harris, 2007). Dichas muestras fueron secadas a aproximadamente 100 °C por 12 horas, para luego obtener una muestra de 1 g aproximadamente para cada una. Se les adicionó 10 mL de ácido nítrico (HNO_3) y 5 mL de ácido perclórico (HClO_4). Fueron calentadas en plancha calefactora hasta alcanzar el estado siruposo (pastoso). El vaso precipitado se dejó enfriar para luego disolver las sales remanentes en 25 mL de agua destilada y 10 mL de ácido clorhídrico (HCl). Finalmente, las muestras fueron filtradas por medio de un embudo Buchner, matraz Kitasato y bomba de vacío para luego ser aforadas en matraces de 100 mL. Fueron entonces llevadas a un equipo de absorción atómica, donde personal capacitado operó el equipo para llegar a los resultados finales. En la Figura 3.16 se presentan las muestras finales ya digeridas para ser procesadas por AA, con un color verde característico.



Figura 3.16. Muestras finales digeridas para análisis por AA.

Los resultados de la absorción atómica comparadas con el análisis XRF se presentan en la Tabla 3.5. Los valores medidos fueron transformados en porcentaje de cobre total de las muestras para su fácil visualización. Las mediciones de XRF son el resultado de un análisis en triplicado. Posterior a los resultados, se realizó una curva de calibración comparando el resultado por XRF y AA, para ser aplicado a todos los resultados medidos con el S1 Titan. Los datos completos se encuentran en el Anexo C para su visualización, junto con la fórmula utilizada para la corrección de valores por XRF.

Como es posible notar, existe una variación en las mediciones realizadas con el equipo XRF (aproximadamente un 0.15% en promedio) las cuales entregan ciertas incertezas a la hora de determinar con precisión las leyes. Este comportamiento se repitió durante la etapa experimental y posterior medición de resultados, obteniendo aproximadamente un $\pm 0.75\%$ de varianza total a las mediciones de leyes realizadas. Este valor será discutido en mayor detalle en la Sección 6.1.2 Variaciones Producto de la Medición XRF.

Tabla 3.5. Comparación resultados XRF y AA. Determinación de la desviación de las mediciones del S1 Titan.

Muestra	Descripción	Valor Medido XRF	Valor Medido AA	Valor Corregido
A1	Alimentación Columna 10% Sólidos	6,609% $\pm$ 0,19%	13.958% $\pm$ 0.092%	11,424%
Q1	Producto Colas Columna	4,488% $\pm$ 0,25%	7,885% $\pm$ 0.047%	8,232%
Q2		5,257% $\pm$ 0,05%	7,665% $\pm$ 0.025%	9,389%
Z1	Concentrado Columna	17,396% $\pm$ 0,19%	25,788% $\pm$ 0.059%	27,662%
Z2		18,760% $\pm$ 0,25%	31,127% $\pm$ 0.020%	29,715%

3.4.3. Metodología de Medición

La medición de todas las muestras obtenidas se llevó a cabo en triplicado. En cada una de ellas, se secó completamente la muestra obtenida de la columna para posteriormente ser molida (de manera de no dejar sólidos aglomerados) y posteriormente depositada en los recipientes correspondientes sellados con plástico transparente. Cabe destacar que la masa del sólido no es relevante para la medición por XRF, basta que sea suficiente de manera de llenar completamente el recipiente mostrado en la Figura 3.17 lo cual es aproximadamente 5 gramos.

En cada una de las mediciones se agitó ligeramente el recipiente para asegurar captar la mayor cantidad de sólidos medidos directamente por los rayos X emitidos por el S1 Titan. Es importante destacar que la pistola tiene sus propias desviaciones en la operación, las cuales son variables de muestra a muestra.

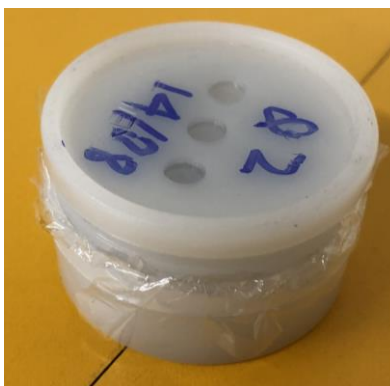


Figura 3.17. Recipiente para análisis por S1 Titan.

Capítulo 4: Sistema de Detección, Adquisición y Procesamiento de Imágenes

Los seres humanos obtienen la mayoría de información del medio de forma visual: se utilizan los ojos para entender y captar el mundo. De la misma forma que la humanidad ha utilizado constantemente la visión para obtener datos del mundo, el mismo concepto se aplica a sistemas de visión artificial, donde la computadora se encuentra constantemente capturando, evaluando y aplicando determinados algoritmos a sistemas predeterminados. El procesamiento de imágenes consiste en cambiar la naturaleza de la imagen para cumplir un objetivo determinado:

- I. Mejorar su información visual para interpretación humana.
- II. Hacerla más apropiada para percepción automática por parte de máquinas.

Algunos ejemplos de procesamiento se hacen siempre en la vida cotidiana: mejorar la gama de colores de una imagen para hacerla más brillante, remover “ruido” o partes borrosas para mejorar la calidad de imagen en general, entre otras. El sistema implementado en el presente trabajo tiene por objetivo capturar y obtener propiedades de forma automática de la apariencia de la espuma en la parte alta de la columna de flotación.

Particularmente, es de interés para el objetivo final de este trabajo (predicción de concentraciones) el obtener información con respecto a la espuma de flotación y sus burbujas (McAndrew, 2004) (Anson, 1999) para complementar los modelos PLS a establecer. Cada una de estas propiedades será descrita con precisión en las secciones siguientes y de cómo se extraerán de la imagen final, de manera de entregar una información constante al sistema de control y utilizar las propiedades para predicción de comportamientos.

4.1. Equipamiento y Especificaciones Sistema de Captura de Imágenes

Para la toma de imágenes, se dispone de cámaras IP modelo M1124, las cuales son alimentadas y están conectadas simultáneamente al gabinete de control, por medio de la tecnología *Power over Ethernet* (PoE). Estas poseen capacidad de grabar hasta en 720p HD, lo cual permite un apropiado ajuste y enfoque a las espumas a analizar. Una foto referencial de la cámara se presenta en la Figura 4.1 y sus características en la Tabla 4.1.



Figura 4.1. Cámara Axis M1124. Imagen Referencial.

Tabla 4.1. Especificaciones Cámara IP.

Parámetro	Valor	Unidad
Sensor de Imagen	CMOS RGB, Barrido 1/3''	-
Iluminación Mínima Color	0,1	lux
Iluminación Mínima Blanco y Negro	0,01	lux
Velocidad Obturación	1/28 a 2	s
Resolución	HDTV 720p, 30 FPS	-
Alimentación	8 – 28	VDC
Temperatura Funcionamiento	0 – 55	°C
Peso	630	g

El sistema está construido de manera de tener una captura permanente de imágenes con intervalos de 5 segundos, en los cuales las imágenes son capturadas y procesadas de manera de obtener la información más relevante para determinar las propiedades establecidas con anterioridad.

El equipo fue sometido a una calibración previa por medio de *MATLAB*, para eliminar cualquier irregularidad y efecto visual dentro de las imágenes y obtener marcadores digitales que permitieran representar fielmente las imágenes detectadas. Particularmente, se corrigieron efectos de lentes curvos resultantes de tomar las fotos a distancia cercana de la cámara. Los efectos del arreglo final de la imagen se pueden visualizar en la Figura 4.2, donde a la izquierda se visualiza la imagen original con distorsión y a la derecha la corregida, completamente plana.



Figura 4.2. Corrección de efecto de lente curvo en cámara IP.

4.2. Fundamentos del Procesamiento de Imágenes

Las imágenes, desde el punto de vista de una computadora, se representan por matrices de puntos denominadas píxeles, en la cual cada punto dentro de la imagen se representa por un valor numérico. De esta forma, existen tres tipos de imágenes que serán tratadas en la presente tesis (McAndrew, 2004):

- I. Binarias: las imágenes binarias son blancas o negras, sin colores intermedios. De esta forma, se representan como una matriz de dimensiones $m \times n$ (según la dimensión de la imagen) donde cada número toma un valor de 0 o 1. Las imágenes binarias son muy útiles desde el punto de vista computacional ya que permiten reconocer patrones sin interferencias y suelen ser el resultado de un preprocesamiento y posterior segmentación de la imagen original. La Figura 4.3 representa gráficamente como se conforma una matriz de una imagen binaria.

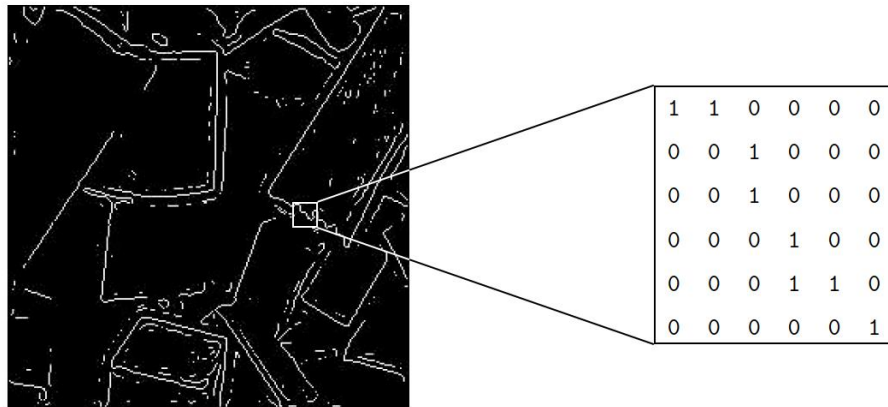


Figura 4.3. Representación imagen binaria como matriz de valores binarios. Fuente: (McAndrew, 2004).

- II. Escala de grises: representa una imagen en “blanco y negro” tradicional, con una escala de grises intermedia. Las imágenes se traducen en una matriz de dimensiones $m \times n$ (según la dimensión de la imagen) donde cada número toma un valor de 0 (totalmente negro) a 255 (totalmente blanco). Es posible utilizar otras escalas según la resolución de la imagen, pero por lo general son todas potencias de 2. En *MATLAB*, estas imágenes suelen ser representadas como un dato del tipo *double*, en la cual toman valores desde 0 (negro) a 1 (blanco) pero con todos los valores decimales posibles entre estos dos números. La Figura 4.4 representa gráficamente como se conforma una matriz de una imagen en escala de grises.



Figura 4.4. Representación imagen de escala de grises como matriz de números enteros. Fuente: (McAndrew, 2004).

- III. RGB: Las imágenes a color se representan como un vector de tres matrices, donde cada una indica la intensidad de un color: rojo, verde y azul (RGB por sus siglas en inglés). Luego cada píxel viene dado por 3 valores numéricos, donde 0 indica ausencia de color y 255 su máxima expresión. La mezcla de los 3 colores básicos entrega todas las posibles combinaciones en el espectro visible. En *MATLAB* también pueden ser trabajados como valores decimales entre 0 y 1. La Figura 4.5 representa gráficamente como se conforma un vector de matrices propio de una imagen RGB.

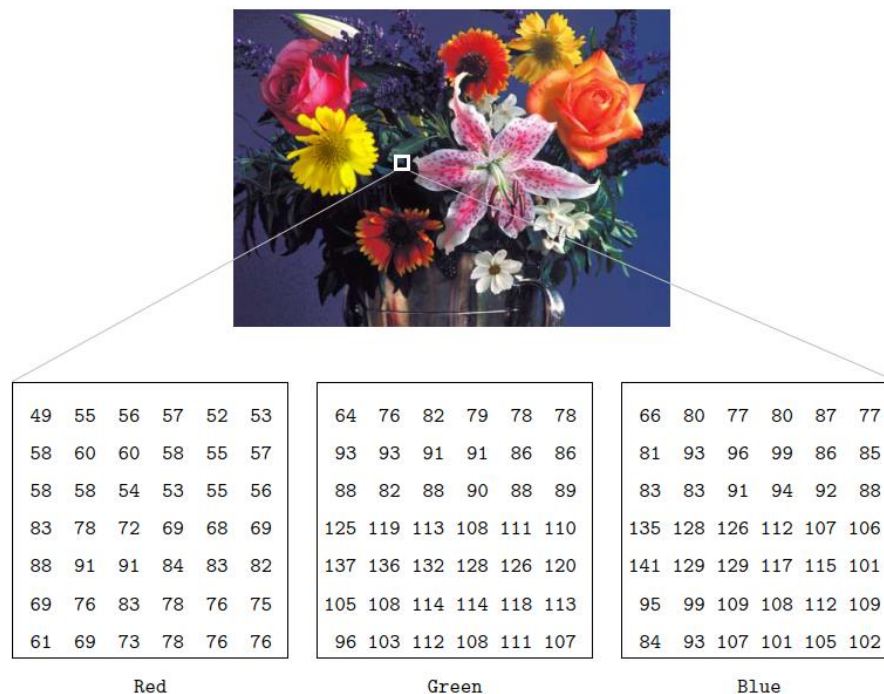


Figura 4.5. Representación imagen RGB como tres matrices, cada una indicando un color. Fuente: (McAndrew, 2004).

De las imágenes RGB, es posible trabajar con su intensidad en escala de grises, la cual viene dada como la suma de los 3 canales, escalada desde un valor de 0 a 255 según la siguiente expresión:

$$I = (Re + G + Bl) \cdot \frac{255}{\max(Re+G+Bl)} \quad (\text{Ec. 4-1})$$

Sin importar el tipo de imagen, la forma de representación de estas permite una aplicación directa de algoritmos de modificación de estas, al poder ser trabajadas de forma numérica. El resultado final será una imagen fácil de leer para el sistema computacional, sin interferencias producto del medio donde se capture.

4.3. Segmentación de Imágenes: Algoritmo *Watershed Transform*

Uno de los aspectos fundamentales para el análisis de imágenes consiste en la segmentación, es decir, la demarcación de ciertas características dentro de una imagen de manera de separarlas del resto. Es de suma importancia para el trabajo el efectuar una segmentación de acuerdo con las burbujas observadas en la espuma de flotación, pues solo así se podrán reconocer patrones (Sadr-Kazemi & Cilliers, 1997).

El algoritmo *Watershed* (cuenca en inglés) es una de las técnicas más utilizadas en segmentación de imágenes con respecto a la minería, basada en técnicas de morfología matemática. Este algoritmo tiene por objetivo demarcar ciertas áreas de la imagen que cumplen un criterio determinado, en este caso el de ser “cuencas” de la misma. Para esto, las imágenes del tipo blanco y negro (con valores por píxel determinando la ausencia o presencia de color), se tratan como si fueran campos topográficos, en la que cada valor de píxel representa una cierta elevación de terreno.

El principio de funcionamiento de esta transformación consiste en la simulación de una subida de agua de un set de marcadores predeterminados, según la Figura 4.6, que representa un perfil de intensidad de color en una imagen en blanco y negro. Los puntos *A*, *B* y *C* son mínimos de intensidad de imagen. Si se asume que la cuenca mostrada se está inundando desde el punto *A* y *C* (marcadores) una segmentación producto de la transformada *Watershed* ocurre cuando dos marcadores se conectan simultáneamente en un punto de inundación dado. En este caso, *D* corresponde a una cuenca (*watershed point*) en la cual se segmenta la imagen, pero no *E*, ya que al inundarse no conecta dos marcadores distintos. De esta forma, el método identifica máximos y mínimos regionales buscando tendencias en puntos de la imagen, por lo que no se ve afectado directamente por problemas de iluminación como en otros métodos que buscan separar por gradientes.

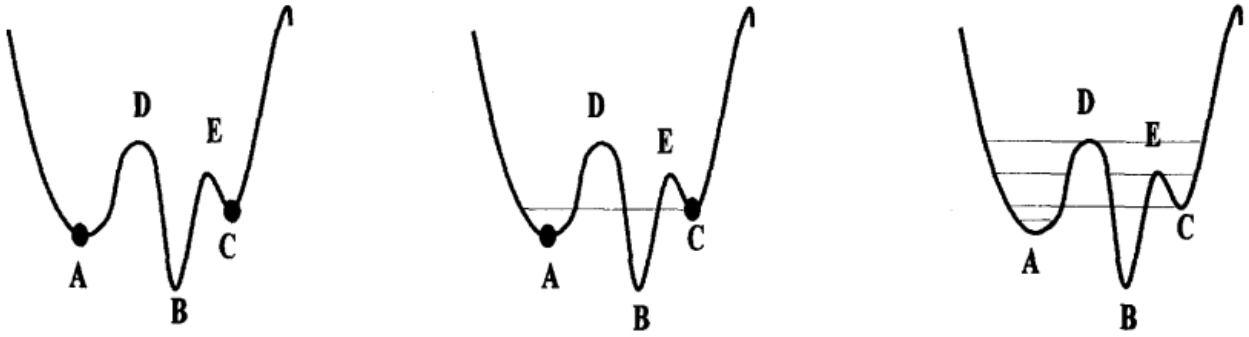


Figura 4.6. Representación de Funcionamiento Watershed Transform. Fuente: (Sadr-Kazemi & Cilliers, 1997).

La misma detección de cuencas es aplicable a imágenes de flotación, donde cada una de estas es el límite entre una burbuja y otra, de manera que es posible separar las mismas de forma directa para hacer un análisis con los marcadores que arroja el resultado final de este algoritmo matemático. Sin embargo, resulta crítico para el funcionamiento del método que la imagen sea apropiada para la segmentación: cuencas claramente delimitadas y sin interferencia de imagen, dado que cualquier punto fuera de lugar o no demarcado correctamente resulta en una segmentación inapropiada o sobre segmentación, en la cual la imagen se divide en secciones de burbujas inexistentes que afectan negativamente el resultado final. La Figura 4.7 muestra una imagen de espuma de flotación general, análoga a las que se obtendrán de forma experimental, después de haber convertido la imagen a escala de grises.

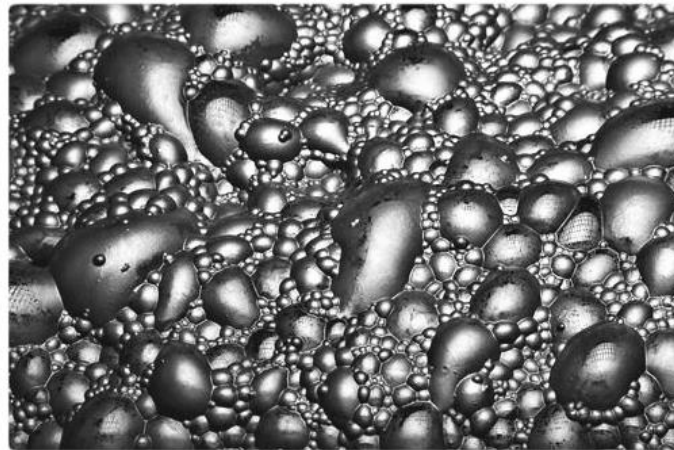


Figura 4.7. Espuma de flotación de cobre, Imagen referencial de uso libre.

Si se aplica la transformación directamente a la imagen anterior, sin efectuar ningún algoritmo previo, se obtiene una imagen sobre segmentada, como muestra la Figura 4.8. Esto se debe a que, al existir una gama de iluminación y colores sobre la imagen, el algoritmo detecta muchas cuencas que no están relacionadas con las burbujas y produce múltiples divisiones adicionales.

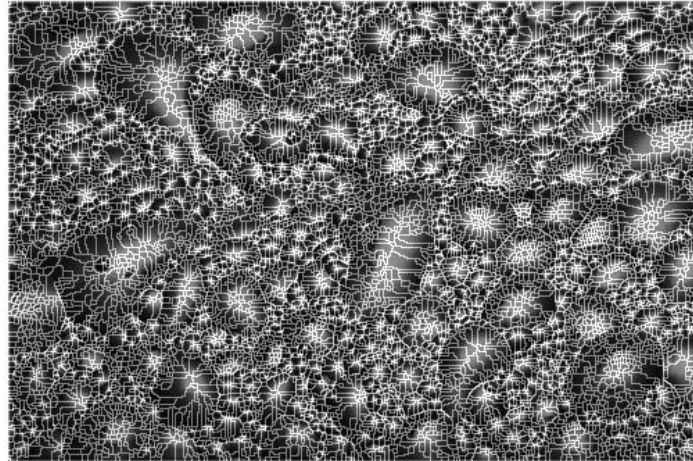


Figura 4.8. Espuma de flotación de cobre, resultado de aplicación directa de la transformada Watershed sobre la imagen sin preprocesamiento.

La imagen sobre segmentada resulta ser inaceptable desde el punto de vista de visión artificial, dado que no entregaría información fidedigna sobre la operación y generaría falsas predicciones de concentraciones en el futuro. Debido a esto, resulta clave realizar un preprocesamiento de la imagen de espuma antes de aplicar la transformación *Watershed*, de manera de detectar apropiadamente las cuencas basadas en las burbujas.

4.4. Rutina de Preprocesamiento de Imágenes

Como se mencionó anteriormente, el preprocesamiento tiene por objetivo mejorar la imagen del punto de vista de la detección automática, de manera de permitir el funcionamiento apropiado de la transformación *Watershed* para la detección de burbujas en espumas de flotación. En la siguiente sección, se explicarán los algoritmos de preprocesamiento empleados y posteriormente la rutina utilizada para la detección apropiada de burbujas (Anson, 1999) (Acuña, 2007).

4.4.1. Ecualización de Histograma

La iluminación en las imágenes juega un papel fundamental a la hora de detectar patrones, si el contraste de la foto es deficiente (es decir, no hay uniformidad de intensidad en lo que se captura), el resultado de segmentación estará favorecido a un lado de la imagen.

En escala de grises, si el contraste es deficiente los valores individuales de los píxeles tendrán una distribución sesgada: no habrá una correcta distribución de intensidad y esto repercutirá negativamente en algoritmos de segmentación. La ecualización de histograma busca distribuir adecuadamente los valores de intensidades de píxeles, manteniendo la tendencia, pero ajustando la intensidad global. Esto resulta en una imagen de características muy similares, pero con un contraste ampliamente mejorado. La Figura 4.9 el resultado de aplicación de la ecualización sobre la imagen original.

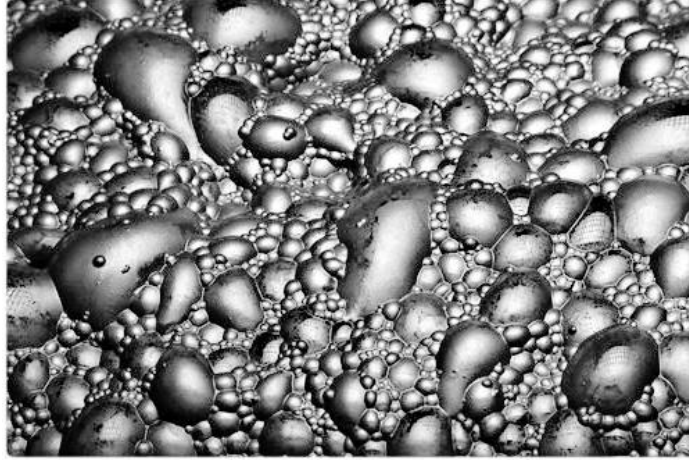


Figura 4.9. Espuma de flotación de cobre, posterior a ecualización de histograma.

Los efectos de la ecualización de histograma, si bien parecieran no tener mucha relevancia a simple vista, se aprecian mejor con el gráfico del mismo nombre. En el histograma de intensidades, cada marca de clase corresponde a una medida de intensidad en la escala de grises. Si se considera el histograma como una función de densidad de probabilidades, para pasar del histograma original A al ecualizado B , se aplica la siguiente función, donde el subíndice i corresponde al nivel de intensidad de grises:

$$Bl_i = \frac{G_{max}}{Bl \cdot G_{max}} \cdot \sum_{i=0}^j A_i \quad (\text{Ec. 4-2})$$

Dónde A es el histograma original, B es el histograma ecualizado, G_{max} es el máximo nivel de gris en la escala y $0 \leq j \leq G_{max}$. La Figura 4.10 muestra el efecto de la ecualización sobre un histograma de intensidades de la escala de grises por píxel, con la imagen original a la izquierda y la ajusta a la derecha. Como se puede notar, el algoritmo iguala la frecuencia de las distintas intensidades, produciendo una imagen sin sesgos, para ser procesada con mayor facilidad.

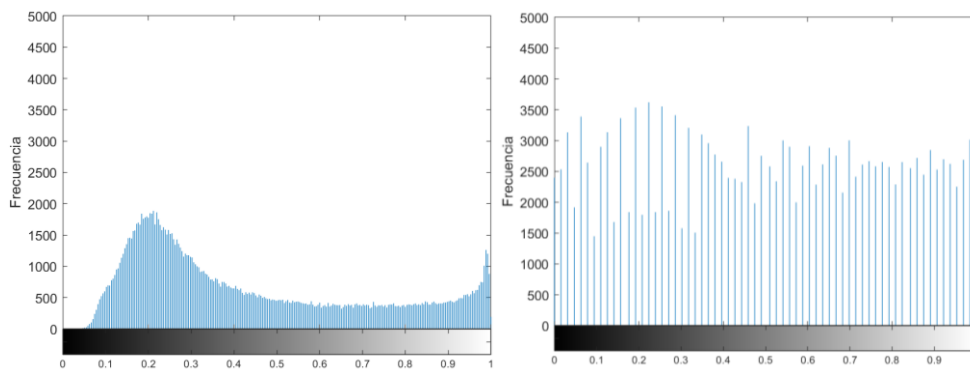


Figura 4.10. Histograma de intensidades en escala de grises, en la izquierda la imagen original, a la derecha la imagen posterior a la ecualización de histograma.

4.4.2. Difusión Anisotrópica

Un aspecto fundamental del tratamiento de imágenes es la eliminación del ruido producto de cambios repentinos en el gradiente de intensidad en escala de grises. La Figura 4.11 muestra un perfil de intensidad de píxeles (en escala 0 a 1) para una columna determinada. Notar que existen varias irregularidades (subidas y bajadas repentinas) dentro del perfil, esto dificulta de sobremanera la segmentación al formarse cuencas innecesarias que producen resultados poco precisos.

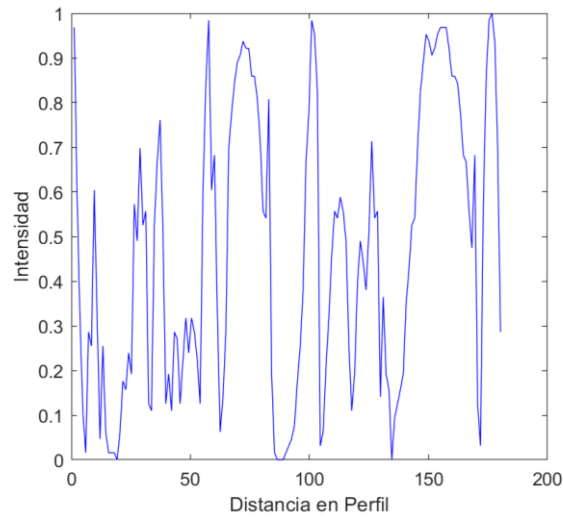


Figura 4.11. Perfil de intensidad de píxeles, columna 100, imagen original en blanco y negro.

Un método común de reducir ruido en las imágenes consiste en aplicar filtros de paso bajo, sin embargo, este método suele producir bordes de imagen borrosos que causa que la detección y localización de imágenes sea difícil. En el caso de flotación, bordes borrosos implican que las burbujas de los extremos no se puedan detectar con facilidad, lo que hace este tipo de filtros poco recomendados para aplicaciones de segmentación de burbujas.

Una de las técnicas empleadas para la eliminación de ruido consiste en la difusión anisotrópica, la cual resulta tener una eliminación de ruido considerable sin comprometer los bordes y otras secciones de la imagen. La difusión anisotrópica funciona bajo el concepto de *espacio escalado*, cuyo filtro involucra la extracción de características de una familia de imágenes que están a diferentes resoluciones (o escalas) de la imagen original que se está tratando. El resultado en el perfil de intensidad de píxeles, posterior a la aplicación del filtro, se puede revisar en la Figura 4.12, junto con la Figura 4.13 que muestra el efecto directo sobre la imagen.

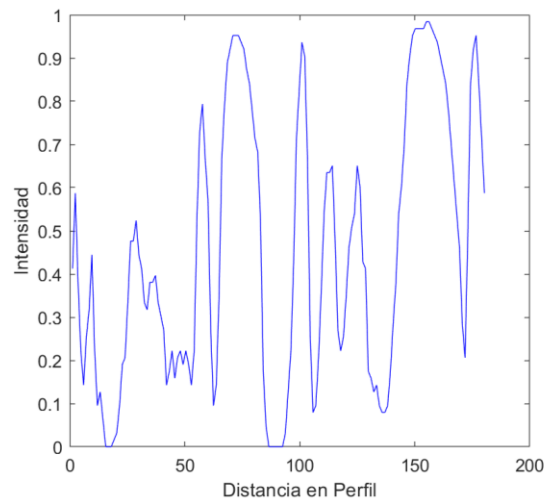


Figura 4.12. Perfil de intensidad de pixeles, columna 100, imagen después de tratamiento con difusión anisotrópica.

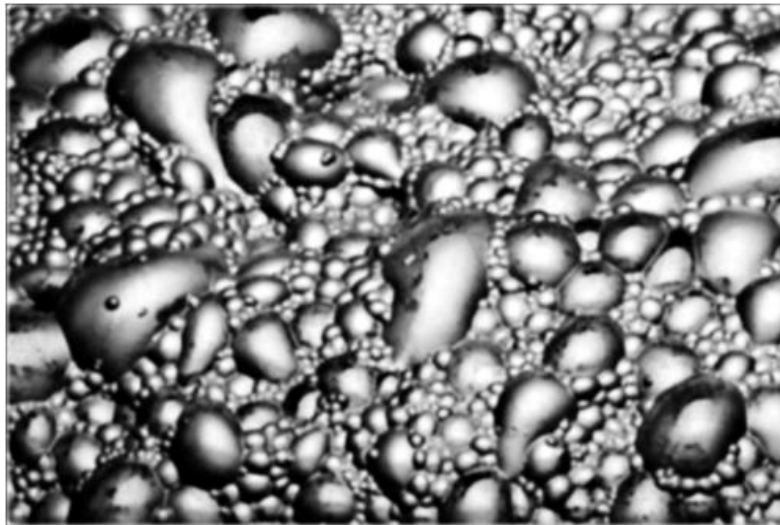


Figura 4.13. Espuma de flotación de cobre, posterior a difusión anisotrópica.

4.4.3. Dilatación de Imagen

Uno de los problemas más grandes en la segmentación de imágenes resulta ser las partes luminosas o puntos de luz excesiva en burbujas grandes. La solución es intentar combinar todas las distintas iluminaciones pequeñas en una más grande, lo cual puede ser complicado si las distintas iluminaciones pequeñas están distribuidas en un área muy grande. Para esto se ocupan métodos de dilatación morfológica, lo cual disminuye los valles de intensidad y acrecienta los máximos. La dilatación consiste en el uso de un *elemento estructurador* que, comparado con la intensidad de grises de la imagen, va agregando valor a los pixeles si existe una coincidencia de estructura, de manera que los pixeles de la imagen se van acrecentando en valor a medida se recorre la imagen completa, y “agranda” los espacios con gran valor de intensidad. Matemáticamente, este proceso se puede definir por:

$$D(x, y) = \max[I \cdot (x - i, y - j) + Be(i, j)] \quad (\text{Ec. 4-3})$$

Dónde I es la imagen original, B es el elemento estructurador y D es la dilatación resultante, con i, j las coordenadas en x y en y de la imagen.

La elección del elemento estructurador resulta ser clave para una dilatación, para esto se eligió un disco cilíndrico de 5 píxeles de radio, cuyos resultados de aplicar la dilatación se pueden revisar en la Figura 4.14. Como se puede apreciar, todas las burbujas tienen su centro más iluminado producto de la dilatación, luego, es posible detectar estos máximos luminosos de manera de delimitar los contornos de cada burbuja. Del punto de vista del procesamiento, una espuma ideal es aquella cuyas burbujas reflejan la luz en su punto más alto, haciéndolas fáciles de identificar por medio de este método.

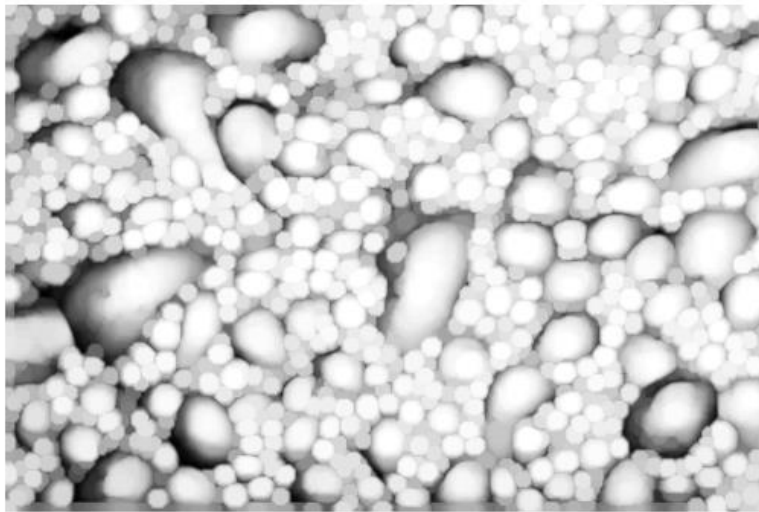


Figura 4.14. Espuma de flotación de cobre, posterior a dilatación de escala de grises.

4.4.4. Extracción de Marcadores basados en Máximos: Transformada Máxima Regional

Una vez se han acrecentado los máximos, se utiliza esta propiedad para generar marcadores que son utilizados por la transformación *Watershed* de manera de generar los contornos correspondientes. Los topos de las burbujas, ahora de gran intensidad en la escala de grises, pueden ser utilizados para su extracción por medio de máximos regionales, buscando regiones las cuales posean una intensidad de color mayor a un valor arbitrario H (en la escala de 0 a 1) que son marcados definitivamente como burbujas.

La definición formal para un máximo regional M , del punto de vista de procesamiento de imágenes, corresponde a una sección de píxeles adyacentes con un valor máximo H , de tal forma que cada píxel en la vecindad de M tiene un valor estrictamente menor. En una espuma ideal, cada superficie de burbuja es un máximo regional y puede ser extraída fácilmente por la metodología presentada. La transformación para extracción de máximos se define por:

$$M(I) = I - k(I - H) \quad (\text{Ec. 4-4})$$

Esta transformación extrae estructuras luminosas sin ningún tipo de criterio de tamaño o forma, solo la intensidad máxima permitida H . Esto se traduce en imagen binaria donde solo se conservan los máximos regionales en base al parámetro establecido, dejando en el mejor de los casos solo las superficies de burbujas relacionadas y produciendo marcadores para segmentar la imagen original por medio del algoritmo *Watershed*.

La elección del parámetro H resulta ser fundamental. Un valor de H pequeño favorece la detección de burbujas pequeñas, pero perjudicando las burbujas más grandes que se ven sobre segmentadas al no tener una iluminación del todo homogénea (lo cual es difícil de lograr en fotografías reales). Por otra parte, un parámetro H grande favorece la detección clara de burbujas grandes, pero muchas pequeñas se ven removidas de los marcadores finales al no alcanzar la iluminación necesaria. La Tabla 4.2 presenta un análisis de sensibilidad para los distintos valores de H en la imagen que pasó previamente por los algoritmos de preprocesamiento.

La imagen resultante se invierte y esto forma los *marcadores* utilizados en la transformación *Watershed*, que finalmente demarcarán el borde de las burbujas finales. Esta imagen es apta para aplicar la transformada directamente, ya que posee todas las características necesarias para evitar sobre segmentación, presentado en la Figura 4.15.

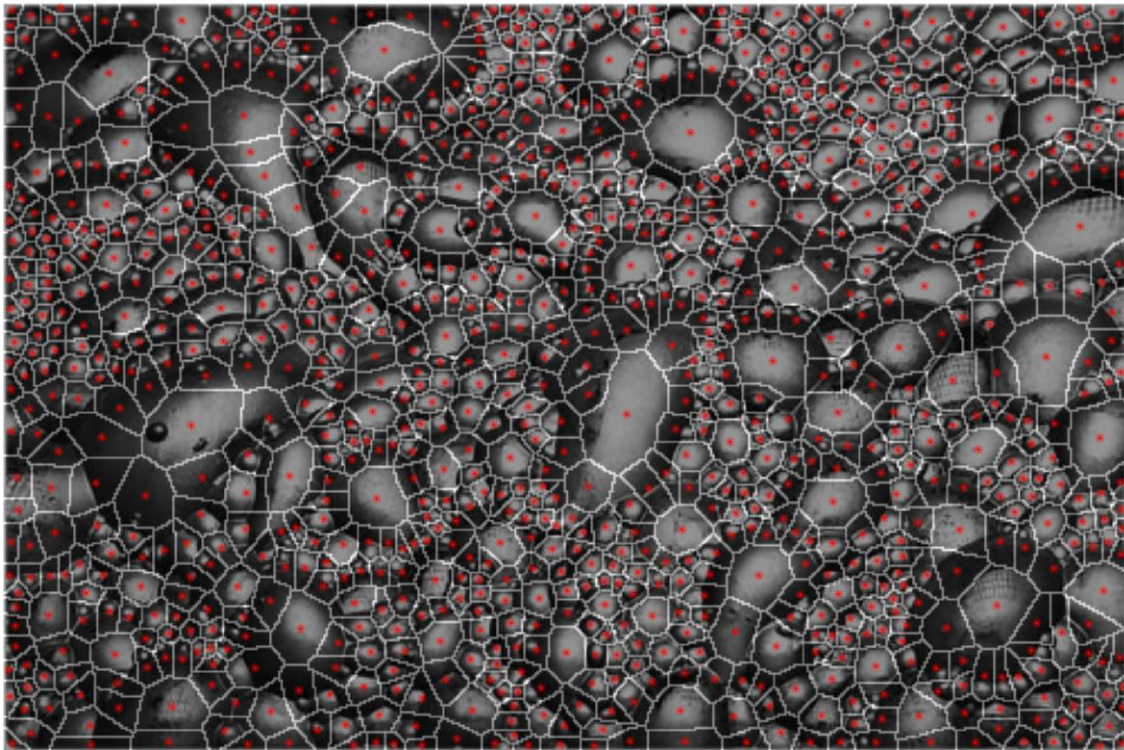
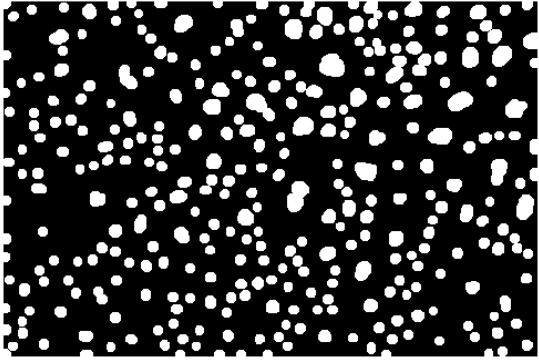
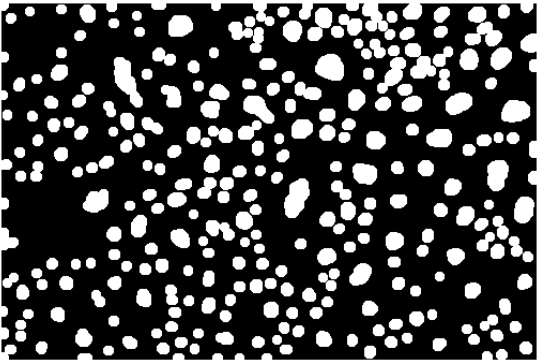
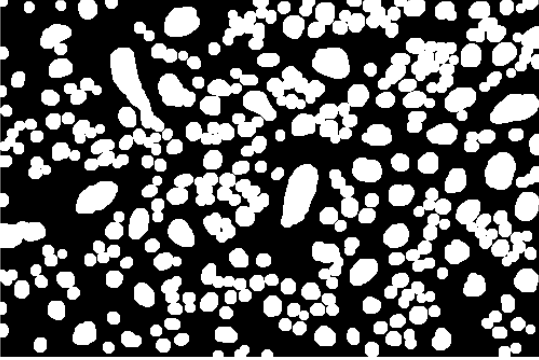
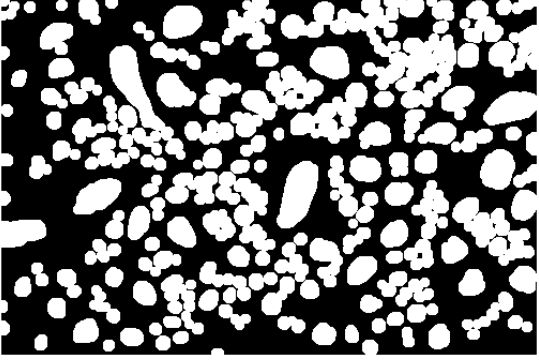
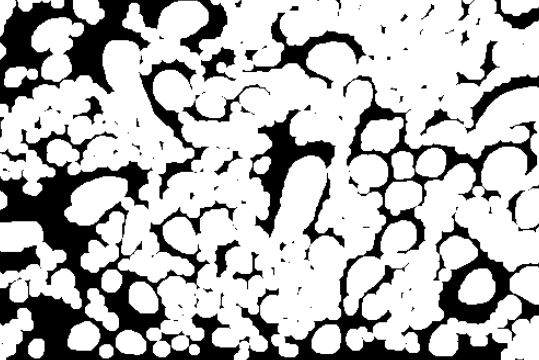
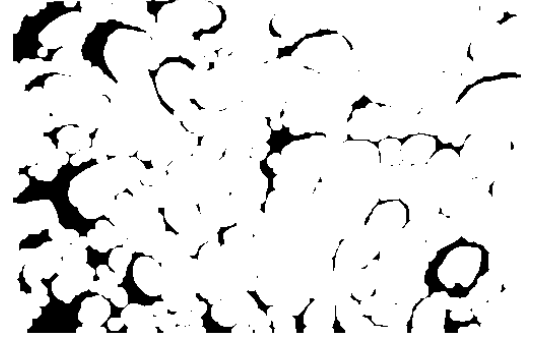


Figura 4.15. Imagen final segmentada. Se demarcan los perímetros y los centroides de cada burbuja.

Tabla 4.2. Análisis de sensibilidad parámetro H en extracción de máximos regionales.

Parámetro H de Intensidad de Píxel y Resultado	
0,01	0,025
	
0,05	0,1
	
0,25	0,5
	

4.5. Obtención de Propiedades desde Imagen Segmentada

Una vez obtenida la imagen segmentada, se procede a la extracción de características de esta. En esta sección, se describirán las principales características a extraer y sus principales resultados esperados.

4.5.1. *Perímetro de Burbuja*

El perímetro de burbuja (P) se define como la longitud de la segmentación realizada en la imagen. Se determina por la suma de píxeles del borde de la segmentación. Esta puede reportarse como un perímetro promedio o una distribución.

4.5.2. *Área de Burbuja*

El área de las burbujas se calcula determinando el total de píxeles inserto en una segmentación. Esto permite establecer un histograma y, por ende, una distribución del tamaño de las burbujas. Esta se presenta inicialmente en píxeles, pero puede ser escalada a valores físicos de acuerdo con la longitud física del tamaño de la fotografía. Matemáticamente, esto es:

$$A_{10b} = \sum_x^N \sum_y^N P(x, y) \quad (\text{Ec. 4-5})$$

La Figura 4.16 muestra la distribución de tamaño (áreas) de las burbujas de la imagen segmentada en la sección anterior. En el caso de poseer las dimensiones físicas en las cuales fue tomada la fotografía, puede obtenerse los valores en longitud (milímetros).

4.5.3. *Circularidad y Excentricidad*

Tanto la circularidad como la excentricidad permiten una aproximación rápida del comportamiento de la forma de las burbujas, permitiendo reconocer si tienen una forma más circular, elíptica entre otras, producto de las variaciones del proceso.

La circularidad se define como la cercanía de la burbuja a un círculo perfecto, desde un valor de $C = 1$ para un círculo puro y disminuyendo su valor mientras la forma sea menos circular.

$$C_B = \frac{P^2}{4 \cdot \pi \cdot A} \quad (\text{Ec. 4-6})$$

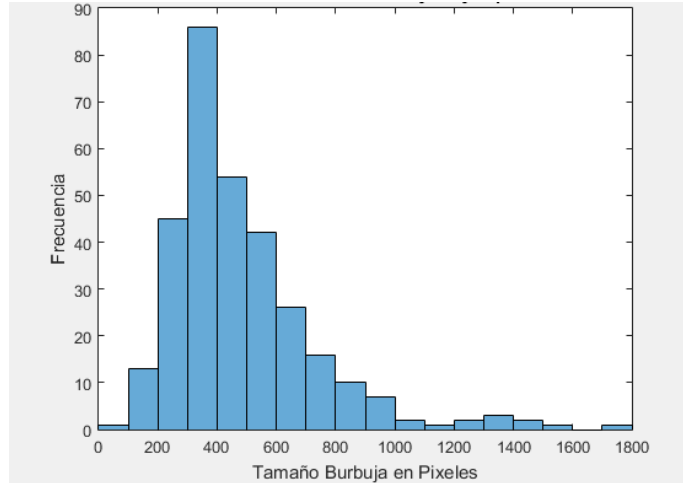


Figura 4.16. Distribución de Áreas de Burbujas en Imagen Segmentada.

Así mismo, la excentricidad permite describir la elongación de la burbuja. Esta hace referencia a la razón de los ejes principales de una elipse equivalente ajustada a la forma y es calculada a partir de los focos de la elipse y su longitud de eje principal. De forma matemática, la excentricidad es un número que mide el mayor o menor achatamiento de la elipse, igual al cociente entre su semi-distancia focal y su semieje mayor.

$$Ex_B = \frac{c}{a} \quad (\text{Ec. 4-7})$$

4.5.4. Densidad de Espuma

La densidad de espuma se puede calcular como el número de burbujas por unidad de área (vista por la cámara) física del sistema. Puede definirse por la razón:

$$\rho_b = \frac{N}{w \cdot h} \quad (\text{Ec. 4-8})$$

Dónde N corresponde al número de burbujas, w al largo de la imagen y h a su altura correspondiente. Nuevamente, al multiplicarse por un factor de escalamiento, puede obtenerse la densidad en dimensiones físicas (metros).

4.5.5. Color de Espuma

Como se menciona en el Anexo A, el color de la espuma está asociado directamente con el resultado del proceso de flotación y el mineral correspondiente. Si bien el algoritmo de preprocesamiento tiene como requisito una imagen en blanco y negro, las características de color pueden ser extraídas de forma paralela a las otras propiedades. Esto permite obtener un color promedio en las tres bandas de colores (rojo, verde y azul) y un color promedio para todo el conjunto de espuma, presentado de forma resumen en la Figura 4.17.

BandaColor	Valor	
'Rojo'	113	
'Verde'	113	
'Azul'	90	

Figura 4.17. Valores de color promedio para imagen segmentada y color resultante.

4.5.6. Diámetro Sauter

El diámetro de Sauter representa la razón volumen versus área para una población completa de burbujas, por lo que puede utilizarse para describir el flujo de estas. Para distribuciones de tamaño estrechas, el diámetro Sauter es similar al diámetro medio (promedio simple), por el contrario, si la distribución posee mucha varianza difiere en gran medida al diámetro medio (Zhang, 2009). Está definido según:

$$D_{32b} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^3}{\sum_{i=1}^n d_i^2} \quad (\text{Ec. 4-9})$$

Dónde d_i es el diámetro equivalente de la burbuja i –esima, sumando todas las muestras existentes.

4.6. Significancia Zona de Muestreo

Un aspecto importante por considerar en el sistema de medición en línea de imágenes es el hecho de que la espuma es un proceso dinámico, el cual se encuentra constantemente cambiando por las condiciones de proceso y variables de operación. Al realizar el muestreo de un área determinada, es importante mencionar que corresponde solo a un sector determinado de todo el proceso, dado que no se puede muestrear simultáneamente toda la espuma por razones de factibilidad, por ende, existe un error inherente a la medición de las espumas, destacada por la heterogeneidad de ésta en sí misma.

Los procesos de flotación están sujetos a muchas perturbaciones de proceso, causadas tanto por el mineral en sí mismo como por características de operación. Es claro que un sistema de visión artificial puede ayudar al control y la cuantificación de los aspectos operacionales de la planta, pero siempre teniendo en cuenta que solo son un valor referencial, insertos en la variabilidad propia del proceso (Aldrich, et al., 2010).

En la actualidad, algoritmos de detección de imagen buscan ser cada vez más precisos (Tao, et al., 2013) o emplear mecanismos de aprendizaje computacional (*machine learning*) para procesar mejor la información recibida (Fu & Aldrich, 2019). Sin embargo, es importante considerar siempre la variabilidad total del proceso, puesto que mejorar mucho en particular un solo aspecto de mediciones, no tendrá un efecto significativo contra la variabilidad total del proceso.

Otro aspecto importante del procesamiento de imágenes resulta ser la iluminación del ambiente. Este factor es muy relevante a la hora de realizar mediciones de color o cualquier otra variable que pueda ser afectada por la intensidad de luz del medio. En este trabajo no se controló la luz por medio de iluminación auxiliar, por lo tanto, el color de la espuma, si bien es extraíble de la información segmentada, no se aplicará dado las variaciones naturales de luz que ocurren durante el día.

4.7. Integración al Sistema de Control Distribuido

El sistema de captura y detección de imágenes está directamente integrado en el sistema de control distribuido. De acuerdo con lo indicado en la Sección 4.5, las propiedades a medir en la espuma son:

1. Área de Burbuja (Distribución de Tamaño)
2. Circularidad / Excentricidad
3. Color Promedio de Burbujas
4. Diámetro Sauter

El color no fue incluido en las mediciones producto a las variaciones de intensidad de luz no controladas y al hecho de, que, al operar en ciclo cerrado, no existe una variación significativa en el mineral que justifique el análisis en línea de colores.

Todas las propiedades descritas se miden de forma constante y son informadas al sistema de captura de datos. La interfaz para análisis de imagen es presentada en la Figura 3.14 donde es posible encender y apagar la extracción de propiedades desde las imágenes de manera de no utilizar poder de procesamiento en instantes en los cuales no existe una espuma apropiada para visualizar, especialmente en procedimientos de puesta en marcha, modificación de condiciones de operación y detención.

Capítulo 5: Operación y Diseño Experimental

Las experiencias realizadas en la columna tuvieron el propósito de, inicialmente, crear el set de datos con el cual se confeccionarían los modelos PLS y posteriormente la prueba y contrastación de más datos experimentales con las predicciones realizadas por el modelo. Dada la operación con pulpa de cobre en lazo cerrado, existieron varias limitaciones y aspectos operacionales importantes que serán discutidos en el presente capítulo.

5.1. Definición de Variables a Medir

Para construir los modelos se eligieron previamente un set de variables asociadas a la operación, caracterización de alimentación y resultados principales del análisis de imágenes, los cuales se detallan en la Tabla 5.1. Estas variables fueron medidas cada vez que el equipo alcanzaba el estado estacionario, midiendo un nuevo conjunto de variables que eran registrados a la base de datos del sistema. A partir de las 18 variables elegidas, estas se aplicarán en el modelo PLS de manera de ver cuáles son más relevantes para poder describir la ley de concentrado en operación con pulpa de cobre. Estas variables se denominan el vector $\vec{X}$, al ser las variables de entrada al modelo PLS que permiten describir de forma predictiva otras variables de salida.

Es importante destacar que estas variables son todas las medidas para efectos de la elaboración del modelo PLS, las cuales no necesariamente se repetirían en un entorno industrial. Esto es particularmente cierto para el caso de la Ley de Colas, las cuales fueron medidas de manera de completar el set de datos, pero no serían un objetivo de medir en un ambiente industrial. De todas formas, se evalúa uno de los modelos sin este dato para simular mejor el ambiente experimental.

La mayor parte de las variables indicadas en la Tabla 5.1 son medidas de forma automática por el sistema OPTO22, el resto siendo características de la alimentación que fueron muestreadas durante la operación y luego agregadas a la planilla. La variable de salida a predecir corresponde a la ley de cobre en el concentrado, la cual también es muestreada y medida de forma manual. No se considera la recuperación al ser una operación fija entre las leyes de alimentación, colas y concentrado, lo cual no agrega información al modelo y es más una consecuencia de las anteriores. La ley de concentrado se denomina como vector $\vec{Y}$, con nomenclatura presente en la Tabla 5.2.

Tabla 5.1. Variables medidas en operación columna de flotación.

Variable	Nomenclatura	Descripción
1	F_a	Flujo Alimentación
2	F_w	Flujo Agua de Lavado
3	L	Profundidad de Espuma
4	PS	Porcentaje de Sólidos Alimentación
5	F_g	Flujo de Aire
6	V_a	Apertura Válvula Aire
7	F_t	Flujo Colas
8	L_I	Nivel de Interfase
9	dP_i	Señal Presión Inferior
10	dP_s	Señal Presión Superior
11	H	Holdup de Aire
12	J_g	Velocidad Superficial Aire
13	A_{10b}	Área Promedio Burbujas
14	D_{10b}	Diámetro Promedio Burbujas
15	D_{32b}	Diámetro Sauter Burbujas
16	N_b	Número de Burbujas Detectadas
17	x_f	Ley de Cobre Alimentación
18	x_t	Ley de Cobre Colas

Tabla 5.2. Variables de salida a medir manualmente en operación columna de flotación.

Variable	Nomenclatura	Descripción
1	x_c	Ley de Cobre Concentrado

5.2. Operación del Equipo

5.2.1. Consideraciones de Seguridad

Dado que la operación de la columna fue realizada con pulpa de cobre, esto presentó desafíos asociados al manejo de ésta, mantención de equipos y medidas de seguridad necesarias para la operación y realización de los experimentos. Por lo mismo, es que se tomaron ciertas medidas para permitir una operación segura limitando algunas condiciones de operación que no pudieron alcanzar todos los valores posibles para el equipo.

Todas las medidas de seguridad básicas fueron incorporadas a la operación del equipo. Entre ellas se incluyen:

1. Utilización de EPP: Traje de cuerpo completo (overol), gafas de seguridad, casco, equipo de protección auditivo y mascarillas para polvo.
2. Revisión de sistemas eléctricos, agua, y aire de forma periódica.

3. Aislamiento de zonas de riesgo: materiales y cables totalmente aislados, líneas de pulpa aseguradas y estanques de emergencia para pulpa u otros líquidos disponibles.

Adicionalmente, por la característica abrasiva de la pulpa, se tomaron medidas adicionales para salvaguardar la integridad del personal de operación y equipos:

1. Procedimientos de inicio y detención específicos: la operación con sólidos requiere una elevada cantidad de preparativos para evitar daños al equipo y a las personas operando. Los procedimientos de puesta en marcha y detención se entregan en detalle en el Anexo D.
2. No detener los flujos de entrada o salida de pulpa en ningún momento. Como la pulpa posee sólidos, cualquier detención en los flujos podría provocar un estancamiento en las distintas corrientes lo cual incurriría en una falla generalizada que necesitaría una detención de emergencia y posteriores procedimientos de limpieza.
3. No detener el flujo de aire: el punto anterior se aplica con mayor razón a las corrientes de aire, dado que si se detiene el flujo es posible que los sólidos se depositen sobre el inyector causando que este se obstruya, disminuyendo la eficiencia de separación del equipo.
4. Limpieza general del equipo: la naturaleza abrasiva del mineral constantemente tapa las distintas cañerías y mangueras del equipo. Después de cada operación, el equipo se somete a un proceso de limpieza general por medio de mangueras para asegurar su correcta mantención para operaciones posteriores.

5.2.2. Estado de Activación del Mineral

Uno de los aspectos más importantes en la operación con mineral es la activación de este, es decir, la disponibilidad de sitios activos para la acción de reactivos como colectores. Si los sitios activos no están disponibles, los reactivos agregados no surtirán mayor efecto en la superficie del mineral. La activación se hace principalmente por medio de reactivos químicos específicos aplicados a minerales recién molidos, dado que la superficie mineral se encuentra “fresca” estos presentan una mayor tendencia a la interacción con reactivos como colectores para facilitar el proceso de flotación (Petrovskaya, 2019).

La activación es un estado que tiene una duración temporal producto de las características químicas y superficiales que posee el mineral. Si el mineral se deja en reposo, ocurre el proceso inverso denominado pasivación (Chandra & Gerson, 2009) que “inhibe” la superficie de este, impidiendo o dificultando la acción de los reactivos que se intentan añadir para favorecer el proceso y por consiguiente no permitiendo una correcta separación por medio de la flotación.

La forma común en la industria de lidiar con este problema es realizar el proceso de flotación inmediatamente después de la conminución del mineral, puesto que la superficie de éste se encuentra recientemente expuesta y de esta forma permite el contacto apropiado entre los reactivos

de flotación y el mineral en sí mismo, dada la zona superficial de contacto. Debido a la característica de tipo lazo cerrado de este proceso, no se posee la factibilidad de moler el mineral previamente a cada flotación, puesto que los volúmenes son muy grandes para manejar en el laboratorio (aproximadamente 200 litros de pulpa) en húmedo y para secarlo se requeriría un horno de grandes dimensiones el cual no permitiría más de una operación por semana de trabajo.

Una forma alternativa de activación es la agitación en alta velocidad (aproximadamente 1500 RPM) en tanques con los reactivos correctos (Xie, et al., 2016). Dadas las características del agitador utilizado, es posible alcanzar velocidades de agitación de aproximadamente 1000 RPM, las cuales se utilizarán como medio de activación del mineral previo a la flotación de este. En la Figura 5.1 se presenta una imagen del proceso de activación diaria del mineral por medio de agitación a alta velocidad, de manera de “limpiar” la superficie del mineral para la posterior adición de reactivos.



Figura 5.1. Agitación de la pulpa a alta velocidad para activación.

5.2.3. Preparación del Mineral y Pruebas Iniciales

Como se mencionó anteriormente, la pulpa fue trabajada con un porcentaje de sólidos del 10%. Esto se debe principalmente a los volúmenes necesarios para la operación: para llenar completamente la columna, se requieren aproximadamente 100 litros de pulpa, en los cuales se debe considerar un exceso de por lo menos 50% como margen operacional de manera de que las bombas continúen funcionando en todo momento sin agotar completamente la reserva en alimentación. Luego, proponiendo una preparación al 10% en sólidos, resultan ser aproximadamente 171 kilogramos de pulpa total, con un volumen total de 150 litros a una ley de alimentación aproximadamente de un 9%, que finalmente fue contrastada por absorción atómica según lo explicado en el Capítulo 3. La Tabla 5.3 detalla las proporciones utilizadas de mineral

junto con agua y las estimaciones de propiedades iniciales, las cuales fueron contrastadas por métodos alternativos,

El equipo fue sometido a 2 jornadas de pruebas preliminares antes de realizar el diseño de experimento de manera formal, esto para comprobar que todos los equipos y medidores funcionaran de forma adecuada junto con comprobar los rangos de operación de las distintas variables. El hecho de utilizar un porcentaje de sólidos más bajo de lo habitual en la industria (10% contra un 20-30% utilizado comúnmente (Wills & Finch, 2015), tuvo como consecuencia que no se pudieran alcanzar las profundidades de espuma deseadas para toda la columna, produciendo colchones estables de no más de 50 centímetros de profundidad, lo cual se tuvo que considerar como punto límite para el diseño de experimentos en distintas condiciones de operación. Las otras variables operacionales (flujo de aire, pulpa y agua de lavado) pudieron utilizarse en su totalidad.

Tabla 5.3. Preparación de alimentación a columna de flotación.

Variable	Medición	Unidad
Masa de Pulpa	17,1	kg
Volumen Final Requerido	150	L
Ley de Alimentación Estimada	9%	-
Porcentaje de Sólidos Estimado	10%	-
Densidad Estimada Pulpa	1,14	kg/m ³
Agua Necesaria	153,9	kg
Masa Total Pulpa	171	kg

La Figura 5.2 muestra la operación deseada: la columna se encuentra llena de pulpa y existe un rebalse constante de espuma en la canaleta. La Figura 5.3 es una fotografía directa a la espuma en medio de la operación de prueba. La operación no estuvo exenta de dificultades: muchas veces el concentrado que rebalsaba en el tope se atoraba y requería limpiezas frecuentes de forma intermitente. Las mangueras presentaban dificultades para la operación producto del contenido de sólidos de la pulpa y requerían ser ajustadas constantemente. Las mangueras de bomba peristáltica cedían de forma habitual y era necesario cambiarlas después de 3 o 4 días de operación consecutivos, entre otros contratiempos ocurrientes durante la operación. Era necesario lavar y limpiar la superficie de instrumentos y gabinetes debido a las salpicaduras de mineral que ocurrían ocasionalmente al lavar el tope de la columna.



Figura 5.2. Operación de la columna con rebalse en canaleta.



Figura 5.3. Espuma en tope de columna en operación con pulpa de cobre.

5.2.4. Metodología de Muestreo y Tratamiento

La estabilización desde el punto de vista de variables operacionales en la columna fue relativamente rápida: se requieren a lo más 2 minutos para los distintos componentes (profundidad de espuma, velocidad superficial de aire, flujos, etc.) para alcanzar el estado estacionario según el algoritmo explicado en el Anexo E. Dicho algoritmo fue implementado por medio de *MATLAB* para trabajar de forma paralela a la operación.

Sin embargo, es necesario diferenciar entre el estado estacionario operacional (alcanzado rápidamente) con el estado estacionario metalúrgico, que indica cuando existe un cambio en las condiciones del concentrado y las colas, es decir, cuando las condiciones de operación previamente establecidas impacten positiva o negativamente en las leyes de mineral y las recuperaciones

asociadas. Es por esto por lo que el muestreo de las distintas corrientes (alimentación, colas y concentrado) fue realizado posterior a esperar la estabilización metalúrgica del sistema.

Debido a la cantidad de oscilaciones presentes en el proceso, se eligió un criterio de tiempo de residencia el total de volumen efectivo en la columna (restando la profundidad de espuma) dividido el flujo de alimentación, de manera de poder calcular el tiempo aproximado completo para que una partícula de cobre recorra todo el volumen de la columna. Esto asume mezclamiento perfecto basado en antecedentes de experimentos de tiempo de residencia en columnas anteriores de geometría muy similar (Yianatos, et al., 2017).

$$\tau = \frac{V_{efectivo}}{F_a} \quad (\text{Ec. 5-1})$$

Como criterio adicional, se eligió esperar un total de 2 veces el tiempo de residencia total antes de realizar una toma de muestras. Las muestras fueron recolectadas en recipientes de aluminio según muestra la Figura 5.4 para ser llevadas a secado en horno convencional, en el cual eran dejadas para secar a aproximadamente 100 grados centígrados por un periodo de 12 horas, hasta asegurar la remoción completa de humedad en la muestra. Cabe destacar que la masa no es relevante para el análisis de XRF, solo se pesaron las muestras de alimentación para la determinación del porcentaje de sólidos a la entrada de la columna. Posterior a ser retiradas del horno, las muestras eran molidas en mortero para eliminar la forma “agrietada” en la cual se extrae posterior al secado. Este proceso era hecho de forma manual en el laboratorio con máscaras respiratorias. Una vez realizado la molienda manual, las muestras secadas eran traspasadas directamente a los recipientes plásticos mostrados en la Figura 5.5, selladas con plástico transiente y llevadas para ser leídas.

Resulta importante destacar que no se realizó una cinética de flotación para el mineral producto de que el funcionamiento en lazo cerrado era la principal limitante del proceso, por lo cual no existiría una real diferencia en la calidad de operación solo por muestrear en el momento más apropiado dado que existe otro factor predominante que agrega variabilidad al proceso.



Figura 5.4. Muestras tomadas a contenedores de aluminio, previo a secado.



Figura 5.5. Muestras tomadas secas, en contenedores para análisis por XRF.

5.3. Diseño de Experimentos

Las limitaciones producto de trabajar con un porcentaje de sólidos menor de manera de asegurar la correcta alimentación a la columna con los materiales disponibles exigieron que el diseño de experimentos fuera limitado principalmente en la profundidad de espuma, dado que el bajo contenido de sólidos no permitía generar espumas estables para la operación. El diseño experimental fue realizado en dos etapas, la primera de ellas, presentada en la Tabla 5.4, confeccionada después de las pruebas preliminares para determinar las condiciones de operación posibles de alcanzar. Se optó, inicialmente, por operar sin agua de lavado para favorecer la mantención de los balances de agua en el equipo y no diluir la alimentación, manejando los valores operacionales dentro de los rangos previamente establecidos. El diseño correspondió a un diseño factorial simple de 3 variables con dos niveles, todos los casos sin agua de lavado de manera de facilitar la operación y el balance de agua del sistema. Estos experimentos fueron tomados repetidas veces de manera de determinar variaciones diarias en la operación.

Tabla 5.4. Diseño de experimentos, primera etapa.

Variable	Estado	Valor	Unidad
Profundidad de Espuma	Alto	40	cm
	Bajo	20	
Flujo de Alimentación	Alto	10	L/min
	Bajo	8	
J_G	Alto	1.6	cm/s
	Bajo	1.2	
Porcentaje de sólidos Alimentación	Base	10	%
Flujo de Agua de Lavado	Base	0	L/min
Criterio EE Metalúrgico	2	Tiempos de Residencia	

Posterior a los primeros experimentos, se procedió a realizar un segundo diseño, esta vez manteniendo constante el flujo de alimentación, pero utilizando agua de lavado. El diseño experimental se presenta en la Tabla 5.5. La condición de espuma baja fue disminuida para contrastar diferencias de operación con la original. Los experimentos fueron repetidos para verificar estabilidad en operaciones.

Tabla 5.5. Diseño de experimentos, segunda etapa.

Variable	Estado	Valor	Unidad
Profundidad de Espuma	Alto	40	cm
	Bajo	10	
Flujo Agua de Lavado	Alto	0.5	L/min
	Bajo	0	
J_g	Alto	1.6	cm/s
	Bajo	1.2	
Porcentaje de sólidos Alimentación	Base	10	%
Flujo de Alimentación	Base	10	L/min
Criterio EE Metalúrgico	2	Tiempos de Residencia	

5.4. Algoritmo de Funcionamiento en Matlab

De manera de procesar los datos de forma paralela al algoritmo implementado en Opto22, se tiene un sistema implementado por medio de código en Matlab que permite la lectura y desarrollo de operaciones de mayor complejidad a la lógica de control. El funcionamiento general se explica a continuación, Los pasos explicados con anterioridad se presentan de forma visual, como diagrama de flujo, en la Figura 5.6.

- I. Conexión: se realizan las rutinas de conexión de Matlab con el PLC OPTO22 y las cámaras IP.
- II. Definición de Variables: Se definen todas las variables a utilizar y parámetros en el procesamiento de datos e imágenes.
A continuación, se inicia el funcionamiento cíclico del programa hasta que es detenido:
- III. Actualización de Variables: En cada iteración se realiza un procedimiento para tener todos los valores operacionales restaurados a sus valores actuales.
- IV. Detector de Estado Estacionario: En cada iteración se procesa la información obtenida en instantes anteriores con el fin de detectar, por medio de una metodología establecida (Rhinehart & Cao, 1995) y parámetros previos, si existe un estado estacionario (varianza mínima de factores operacionales) en el sistema. Si esto es así, se procede a la detección de imágenes y toma de datos para el modelo PLS. El algoritmo del detector de estado estacionario se detalla en el Anexo E. En caso contrario, se continúa iterando.

- V. **Análisis de Imagen:** Se emplea el procedimiento de análisis de imagen descrito en la Sección 4.4 en tiempo real, por medio de una fotografía desde la cámara IP.
- VI. **Exportación valores IA:** Los datos resultantes del algoritmo son almacenados y exportados para su uso en el modelo PLS. De manera de asegurar la calidad de la información, solo ocurre en caso de que exista un estado estacionario.
- VII. **Exportación y escritura valores operación:** Otros datos relacionados con la operación son exportados e integrados al PLC de manera de actualizar valores resultantes de cálculos y recargarlos para el siguiente ciclo de operación. Este paso ocurre se haya alcanzado o no el estado estacionario, ya que dichos cálculos son requeridos en la siguiente iteración.

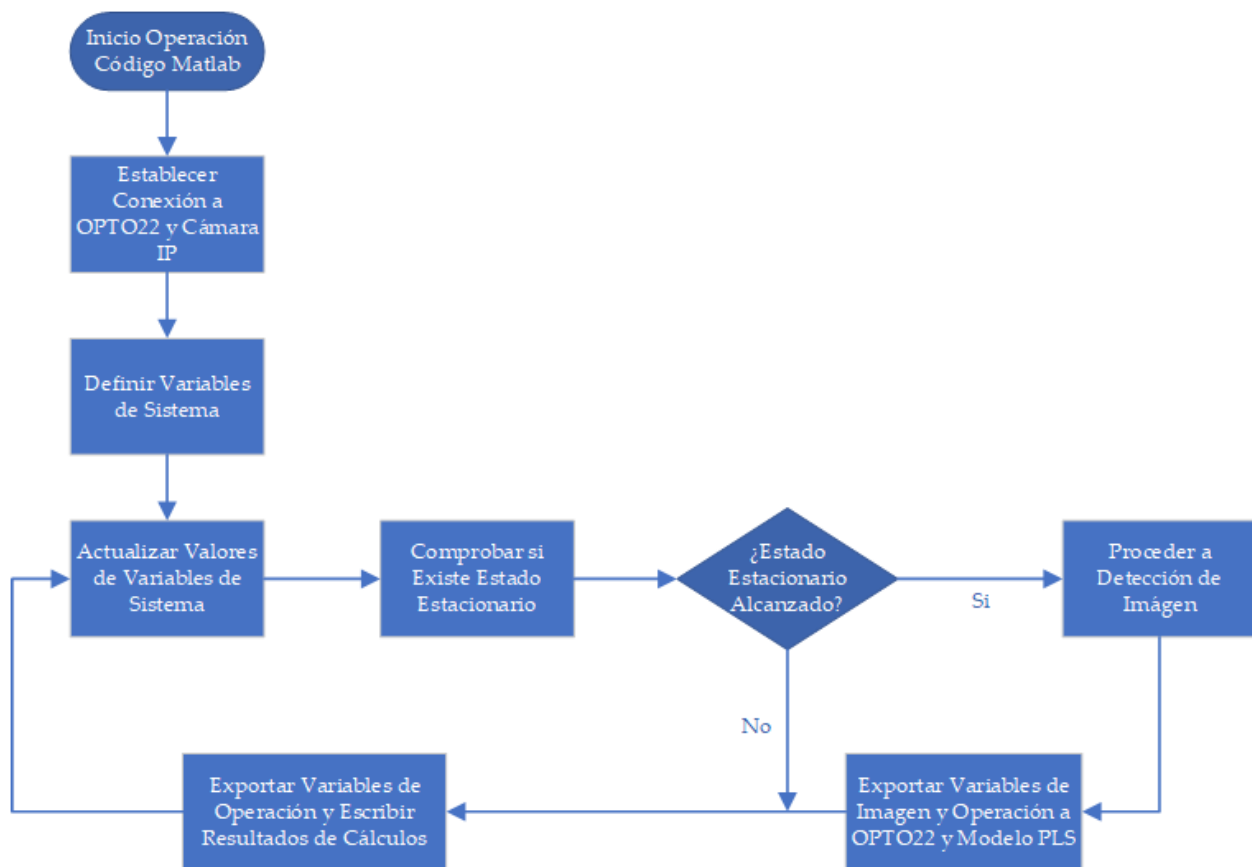


Figura 5.6. Funcionamiento código Matlab implementado en forma de diagrama de flujo.

Capítulo 6: Resultados y Discusión

Las operaciones fueron llevadas a cabo durante 6 días de experimentación no consecutivos (debido al tiempo que requirió procesar las muestras y llevar a cabo el proceso de digestión ácida) en los cuales el equipo fue operado aproximadamente 7 horas diarias para llevar a cabo todos los experimentos propuestos en el capítulo anterior. Cabe destacar que la puesta en marcha del equipo llevó aproximadamente 90 minutos, y los procedimientos de detención 45 minutos adicionales al tiempo de experimentación y espera para las mediciones en el equipo. La base de datos final corresponde a 4 días de operación, puesto que los otros días fueron utilizados para la calibración y puesta en marcha del equipo, y posteriormente para probar metodologías alternativas de operación.

Como resultado de la operación se obtuvo una base de datos en *Microsoft Access* de la cual se pudo recuperar todas las características de la operación que eran medidas automáticamente por el software *Opto DataLink*. La base de datos presenta información de la operación completa durante todos los días, que se pueden exportar para análisis posteriores.

6.1. Datos Recopilados y Análisis Preliminar

De todos los datos recopilados y almacenados en la base de datos, se tomaron promedios específicos de todas las condiciones de operación en estado estacionario de manera de obtener una serie de datos puntuales (72 en total) para ingresar al modelo PLS. Estos datos corresponden a 4 días de operación en un rango de dos semanas, producto de los análisis requeridos de las muestras para mantener homogéneas las condiciones de operación. En general, los datos utilizados se clasifican en 4 tipos:

1. Fijados por el usuario: Corresponden a todos los que son datos fijos, ya sea por ser flujos de bombas ingresadas (Alimentación, agua de lavado) o variables que se controlan por medio de retroalimentación PID y se mantienen constantes (profundidad de espuma, J_g , etc.).
2. Operacionales: Corresponden a todas las variables de operación consecuencia de las fijadas anteriormente. Estas presentaron variaciones en los distintos días de operación producto de la multiplicidad de factores que afectan la alimentación y estado de activación del mineral.
3. Alimentación: El estado del mineral resulta ser clave para los resultados del proceso metalúrgico. Se considera el porcentaje de sólidos y ley. Estos no pudieron ser medidos los primeros días de operación producto a limitaciones técnicas, por lo que fueron medidos en los días posteriores. En el caso del porcentaje de sólidos, al operar sin agua de lavado por la mayor parte del tiempo, se consideró constante al mantenerse el balance de materiales en el sistema.

4. Análisis de imagen: corresponde a todas las variables resultado del algoritmo explicado en el Capítulo 4. Las variaciones de estos corresponden principalmente a la combinación de variables de operación y estados del mineral.

6.1.1 Mediciones Operacionales

Todas las variables consideradas no fijadas por el usuario fueron medidas a medida avanzaban los días de operación y se presentan en el Anexo F.

En general, de los gráficos obtenidos, es posible notar que existen diferencias de operación a medida avanzaban los días. En el caso del holdup, se notaron resultados anormalmente altos en el día 4 asociados a la adicción de espumante para compensar un holdup menor obtenido al inicio del día, lo cual repercute en generar una condición diferente para las situaciones anteriores. El flujo de aire se mantuvo siempre dentro de las mismas condiciones al depender del compresor externo al sistema, el cual se mantuvo operando en las condiciones correspondientes y las líneas se mantuvieron en la presión correcta gracias al regulador de presión.

En el caso de la alimentación, se denota una disminución gradual de la ley a medida se opera. Esto se debe principalmente a dos factores: la remoción de concentrado por efecto del muestreo (el cual posteriormente era devuelto) y la acumulación de espuma concentrada en el tope de la columna, lo cual fue uno de los principales problemas que afectaban la continuidad de la medición. El comportamiento para los días 1 y 2, en los cuales no fue posible medir la ley de alimentación, fue extrapolado basándose en los resultados obtenidos en los otros días. Para el caso del porcentaje de sólidos, se consideró constante en los casos que no se usara el agua de lavado (ya que la cantidad de agua removida por muestreo era insignificante comparada con el volumen total del sistema) y se midieron los cambios el día 3, dónde se utilizó agua de lavado.

Para las variables de análisis de imagen, se notaron grandes cambios en ambas variables analizadas con respecto al primer día de operación, siendo los resultados de los días posteriores mucho más consistentes. Esto se atribuye principalmente al efecto de concentración de espumante que afecta la estabilidad y número de burbujas presentes, y en menor medida a efectos de los sólidos que producen coalescencia en las mismas burbujas.

6.1.2 Variaciones Producto de la Medición XRF

El procedimiento realizado para la medición de leyes de concentrado involucró el uso constante del dispositivo XRF, donde todas las muestras fueron medidas en triplicado. Esto se realizó de manera de cuantificar la varianza asociada al uso de la pistola, la cual resultó ser de un 0.75% para las mediciones de ley de concentrado. Al considerar como intervalo de confianza dos veces dicho rango, significa que cualquier medición realizada con la pistola tendrá una incerteza de 1.5% en ambos sentidos en cualquier medición.

Esto representa un punto importante a la hora de realizar los modelos asociados, ya que ninguno podrá tener menos incerteza que la que posee el equipo XRF por defecto, lo cual presenta un límite base para todas las mediciones y procesos realizados. El resumen de todas las varianzas experimentales de cada modelo, comparadas con la del equipo XRF, se presenta en la Tabla 6.8 y en la Figura 6.18 de forma gráfica.

6.2. Comparación de Resultados Operacionales

Uno de los aspectos más relevantes de la operación resulta ser la validación de la operación en días consecutivos, es decir, que las características de la operación, en las mismas condiciones, se mantengan iguales para asegurar que no existen cambios significativos por efecto del mineral o reactivos.

Una variable importante que no se pudo medir por falta de equipamiento adecuado fue el estado de activación del mineral. Esto suele hacerse por medio de medición constante de pH y potencial de óxido-reducción (ORP), lo cual entrega una idea del estado general y la necesidad de agregar colector para mejorar el proceso de flotación. Dada la operación en lazo cerrado, existe un fenómeno de concentración el cual no se pudo medir con exactitud y generó incógnitas en datos.

6.2.1. Comparación de Operaciones en Días Diferentes

El *holdup* de aire es una característica que resulta directamente de la combinación de distintos factores tales como el flujo de aire, dosificación de espumante, flujo de alimentación y profundidad de espuma, luego si este indicador se mantuviera relativamente constante entre operaciones de días diferentes indicaría que no existe un cambio significativo en dosificación de reactivo o condiciones de aire en el proceso.

La Figura 6.1 muestra las mediciones de *holdup* respecto a la velocidad de aire para dos días diferentes de operación. Si bien no se operó con las mismas condiciones en todos los instantes, resulta importante destacar que a pesar de las diferencias de orden el *holdup* de aire en niveles altos y bajos de velocidad superficial posee resultados muy similares dentro de los mismos rangos. Esto mostraría que no existe un cambio significativo en la mineralogía que afecte negativamente las condiciones de operación durante el trabajo en planta que pueda invalidar inmediatamente los resultados experimentales.

Otras comparaciones de días consecutivos arrojan resultados similares, donde los resultados de *holdup* de aire se mantienen relativamente constantes durante todas las mediciones. Para el caso de los flujos de alimentación, colas y aire estos se mantienen siempre constantes dado el uso de bombas peristálticas para la alimentación de material y la presión de ingreso siendo regulada de forma constante.

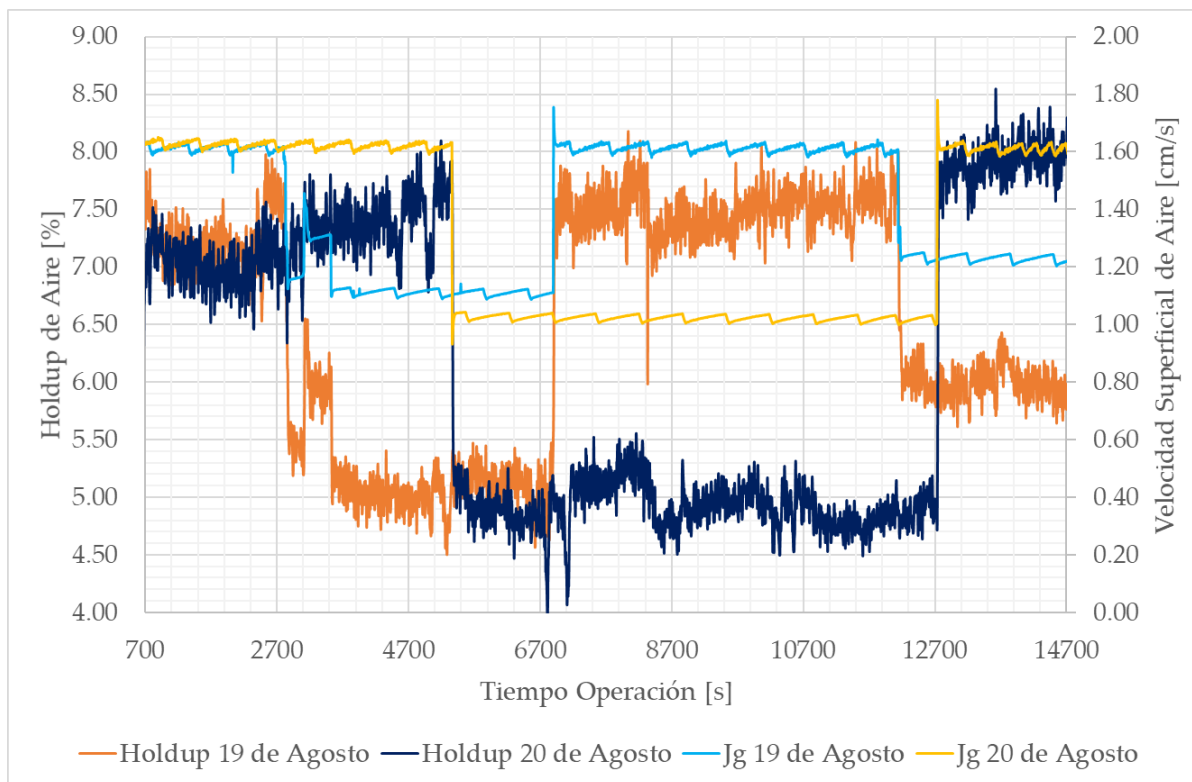


Figura 6.1. Comparación de Holdup en operaciones de dos días diferentes.

6.2.2. Contrastación Resultados Image Analysis con Variables Operacionales

Otro aspecto importante por considerar antes de comenzar con el análisis de resultados resulta ser que las variables utilizadas en el proceso de análisis de imágenes sean consistentes con las características de operación, esto para asegurar que los algoritmos utilizados son consistentes.

Para ejemplificar esto, se presentan los resultados de variables de operación y de imágenes en la Figura 6.2. En ella es posible comparar las distintas condiciones de operación con los resultados del análisis de imagen, que fueron filtrados para una mejor comprensión de los datos. De las cuatro regiones marcadas, es posible notar lo siguiente:

1. Esta zona corresponde a la base de análisis para los distintos resultados del análisis de imagen.
2. El flujo de aire disminuyó de forma considerable, lo que resultó inmediatamente en una baja en el número de burbujas detectadas y un aumento de diámetro.
3. Al disminuir la profundidad de espuma, el número de burbujas aumenta producto del menor colchón disponible junto con una disminución en el diámetro promedio.
4. Al incrementar nuevamente la velocidad superficial de aire en el número de burbujas vuelve a aumentar y el área disminuye ligeramente.

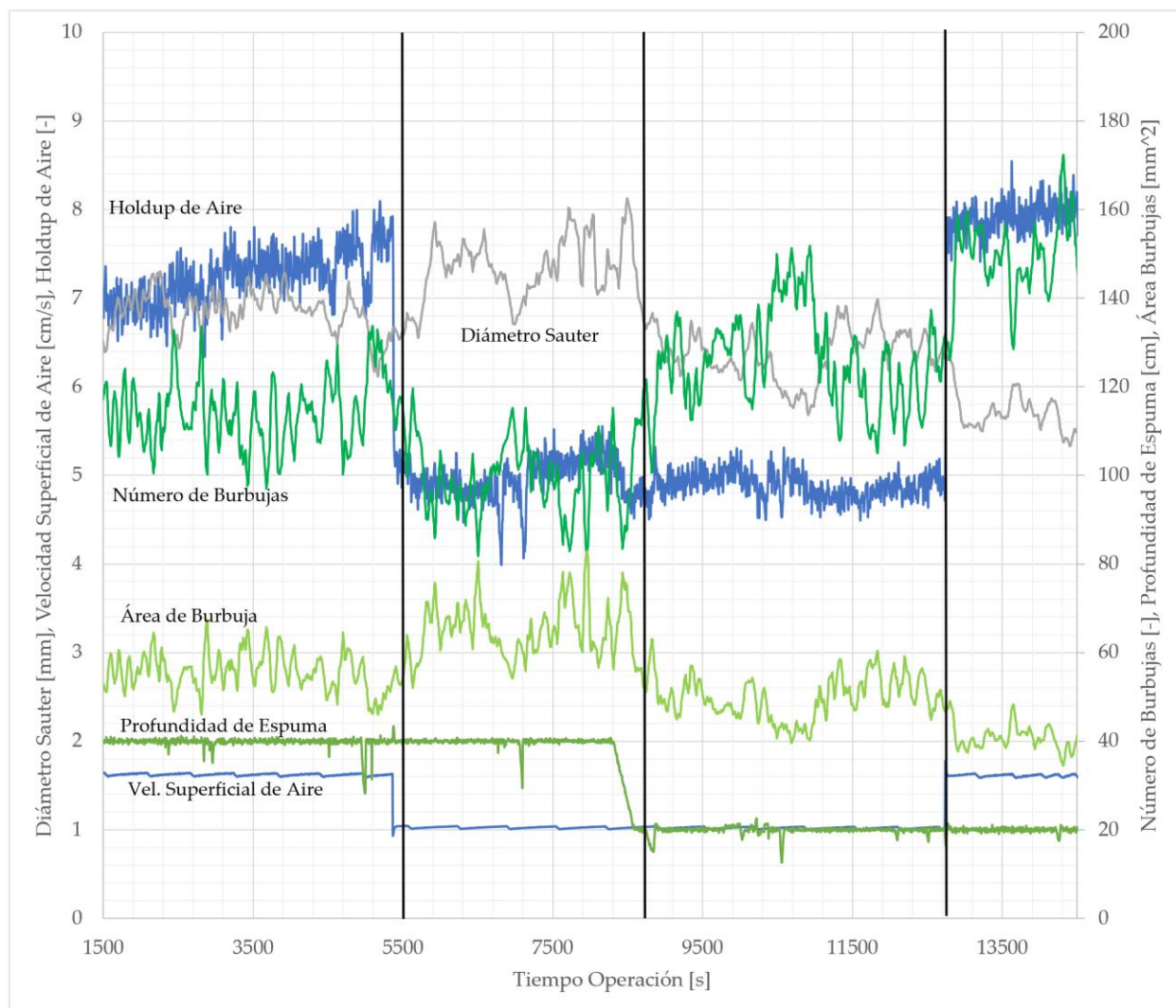


Figura 6.2. Contrastación de características de espuma medidas por IA con condiciones de operación.

Los resultados generales muestran que existe una consistencia entre los resultados y la bibliografía (Anson, 1999) por lo cual es factible el uso de los resultados de análisis de imagen en los modelos. En base a los antecedentes explicados con anterioridad, podría considerarse la espuma como viscosa, no siendo el modelo ideal en el proceso dadas las características del mineral trabajado.

6.3. Modelo PLS Establecido y Discusión

Como se mencionó en el Capítulo 3, los modelos establecidos fueron ajustados con el software *PLS Toolbox* (asociado al software MATLAB) de la empresa *Eigenvector Research* software comercial que permite el ajuste rápido de variables en los modelos junto con determinar los principales indicadores y generar gráficos de forma automatizada.

Los modelos fueron ajustados dividiendo el set de datos en calibración y validación, tomando el 70% de los datos para la primera categoría y el resto para la segunda (Eigenvector Research Inc., 2019). Al utilizar el software, una vez se generan las matrices $\vec{X}$ e $\vec{Y}$ a *PLS Toolbox*, se realiza un preprocesamiento de los datos, donde para este caso se utiliza la opción *Autoscale*, que centra los datos en cero y la escala de manera que su desviación estándar sea unitaria. Esto es esencial para la aplicación correcta de metodologías de proyección, para asegurar que las dimensiones de las medidas no repercutan en la calidad del modelo. Luego se crea un subconjunto con el 10% de los datos para realizar un proceso de validación cruzada (*Cross Validation*), mientras que con el 90% restante se construye un modelo para cada variable latente, lo que corresponde al número de variables que son consideradas (Ulloa, 2016).

Para el establecimiento de los distintos modelos PLS, se utilizaron criterios de selección de variables latentes basados en características propias de los modelos propuestos. Es importante destacar que, mientras mayor cantidad de variables latentes son seleccionadas, mayor varianza es capturada en ambos vectores $\vec{X}$ e $\vec{Y}$, pero se pierde capacidad de predicción producto de sobreajuste en las rectas.

No solo basta con obtener una varianza capturada específica, sino también que el modelo se ajuste adecuadamente a los datos por medio del error y no existan puntos por sobre los estadígrafos Q y T^2 . La Tabla 6.1 resume los indicadores utilizados para la selección del número de variables latentes de los modelos y sus valores deseados, que indicarían un mejor ajuste con respecto a la selección de una cantidad distinta de estas mismas variables.

De los modelos finales, se obtendrá finalmente la calidad de predicción (basado en leyes calculadas contra las leyes medidas), verificación de ajuste de estadígrafos y finalmente los puntajes VIP (*Variable Importance in Projection*, por sus siglas en inglés) de las variables. En este último aspecto, los puntajes VIP son una medición de la importancia de la variable en un modelo PLS. Representa la contribución que hace la variable al modelo, calculada como la suma ponderada de las correlaciones al cuadrado entre los componentes del modelo PLS y la variable original. Estas ponderaciones corresponden a la variación de porcentaje explicada por el componente dentro del modelo. (Tran, et al., 2014).

Resulta relevante destacar que el auto escalamiento en la etapa de preprocesamiento de datos ayuda de forma considerable a corregir errores de medición de variables (siempre y cuando la medición se encuentre sesgada de forma constante), dado la característica de centrar y dividir por las varianzas propias de las mediciones, lo que pudo corregir errores de los modelos establecidos. Dado lo expuesto anteriormente, se debe buscar un numero de variables latentes que pueda representar adecuadamente el conjunto de datos y a su vez dejar espacio para predicción cuando las mediciones futuras no sean exactamente las obtenidas en los distintos análisis.

Tabla 6.1. Indicadores seleccionados como criterios de modelo y sus valores deseados.

Indicador	Explicación	Rango/Valor Ideal
Varianza en $\vec{X}$ capturada	Porcentaje total de variables de entrada representadas adecuadamente en el modelo. Debe existir un buen ajuste por parte de la representación para asegurar que el modelo corresponda a las variables ajustadas.	> 80%
Varianza en $\vec{Y}$ capturada	Porcentaje total de leyes de concentrado representadas por el modelo. Dado el carácter experimental el criterio es más flexible.	> 50%
$RMSECV/C$	Este indicador corresponde a la división de dos raíces de errores cuadráticos medios (<i>Root mean squared error</i> o <i>RMSE</i> por sus siglas en inglés); el error de validación cruzada (<i>CV</i>) dividido el error de calibración (<i>C</i>). Indica el ajuste general del modelo con respecto a los errores experimentales, se espera que sea el menor número posible para evitar falta de ajuste en el modelo.	< 2
Estadígrafo Q	Medición de falta de ajuste dentro del modelo. Un valor superior al límite Q establecido indica un dato que no está cumpliendo las indicaciones del modelo.	< $1.5 \times Q_{lím}$
Estadígrafo T^2	Medición de la variación de la muestra dentro del modelo. Un estadígrafo fuera del valor límite indica un dato que está cumpliendo lo esperado en el modelo, pero está arrojando resultados anormales.	< $1.5 \times T^2_{lím}$

6.3.1. Modelo Completo y Variaciones por Día de Operación

El modelo completo involucró el uso de todas las variables adquiridas destacadas en la Tabla 5.1, integrando las medidas automáticamente con las muestreadas manualmente por los métodos previamente mencionados. El modelo fue ajustado a 7 variables latentes, con los estadígrafos y criterios resultantes presentados en la Tabla 6.2. A su vez, se dividieron los datos de acuerdo con el día que fueron tomados de manera de evidenciar cambios según las distintas operaciones para asegurar la calidad de los puntos medidos.

Del modelo establecido es posible apreciar en los estadígrafos reducidos (Figura 6.3) muestra un solo dato de calibración se sale un poco sobre el primer límite, lo cual no es motivo suficiente para eliminar el punto por falta de ajuste.

El ajuste presentado para la concentración de leyes presentado en la Figura 6.4 es adecuado para los alcances del modelo considerando las limitaciones experimentales. Es posible apreciar que existe una captura de más del 50% de los datos de concentración obtenidas, con las muestras individuales teniendo un error máximo del 10% con respecto a las mediciones reales, lo que indica un ajuste suficiente del punto de vista experimental.

Tabla 6.2. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS completo.

Criterio	Valor Obtenido
Número de variables latentes	7
Varianza en $\vec{X}$ capturada	96,17%
Varianza en $\vec{Y}$ capturada	50,35%
$RMSECV/C$	1,4489
Límite estadígrafo Q	1,8
Límite estadígrafo T^2	18,1

La varianza asociada al error resulta de aproximadamente un 1.4%, por lo que utilizando un criterio estadístico se deberían esperar errores de un 3% en ambos sentidos. Dado que la solución propuesta no requiere mayor inversión, resulta un punto de referencia interesante a considerar si no se poseen los métodos analíticos necesarios, al solo requerir instrumentación básica y una cámara para detección de imágenes.

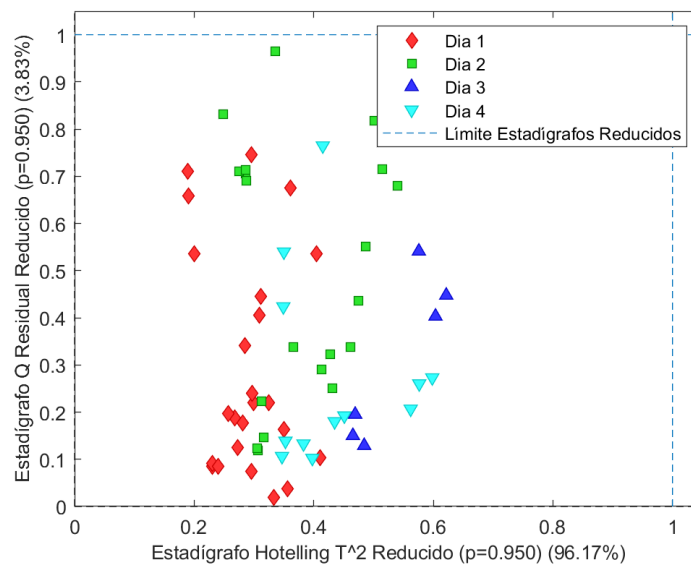


Figura 6.3. Resultados estadígrafos T^2 y Q modelo PLS completo.

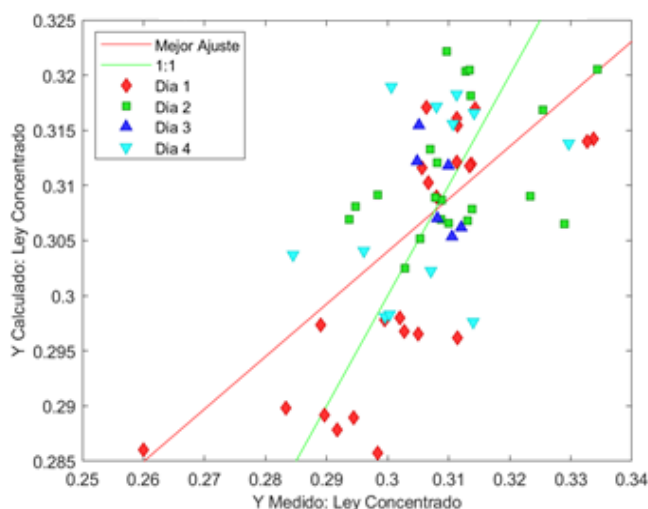


Figura 6.4. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS completo.

Los puntajes VIP obtenidos para las variables en la Figura 6.5 del modelo resultan ser consistentes con los esperados de forma teórica. Los flujos tienen una ponderación significativa, junto con las mediciones de los sensores, las leyes de mineral (alimentación y colas) y el número de burbujas. Otras propiedades como el holdup, importantes del punto de vista operacional, resultan tener menor significancia en el modelo producto de que suelen ser cálculos provenientes de otras variables, por lo cual no aportan información adicional al modelo con respecto a aquellas condiciones que proporcionan información que no viene de otras.

Así mismo, en las variables de análisis de imágenes es posible apreciar que solo el número de burbujas pareciera tener una importancia significativa, esto se debe a que las variables suelen estar correlacionadas entre ellas produciendo que una tenga la mayor ponderación en el modelo, en cambio las otras pasan a ser menos importantes.

Este primer modelo genera un acercamiento interesante a la predicción de propiedades por método de proyección, dado que existe un ajuste aceptable de las distintas variables de operación y las leyes de concentrado no sacrificando las distintas características del proceso. El modelo posee asociados incertezas producto de la operación en lazo cerrado: adición de reactivos (que no pueden controlarse a la perfección debido a que existe una disminución en la concentración de estos que no es posible medir), medición de pH en la pulpa, potencial de óxido-reducción entre otros. Todos estos aspectos operacionales no pudieron ser manejados dado que no se disponía de los equipos necesarios por la escala de la operación, pero que si pueden ser aplicados en un futuro trabajo en planta en lazo abierto.

Finalmente, el modelo queda descrito por su ecuación característica lineal (Ec. 1-13) de acuerdo con los coeficientes de la Tabla 6.3.

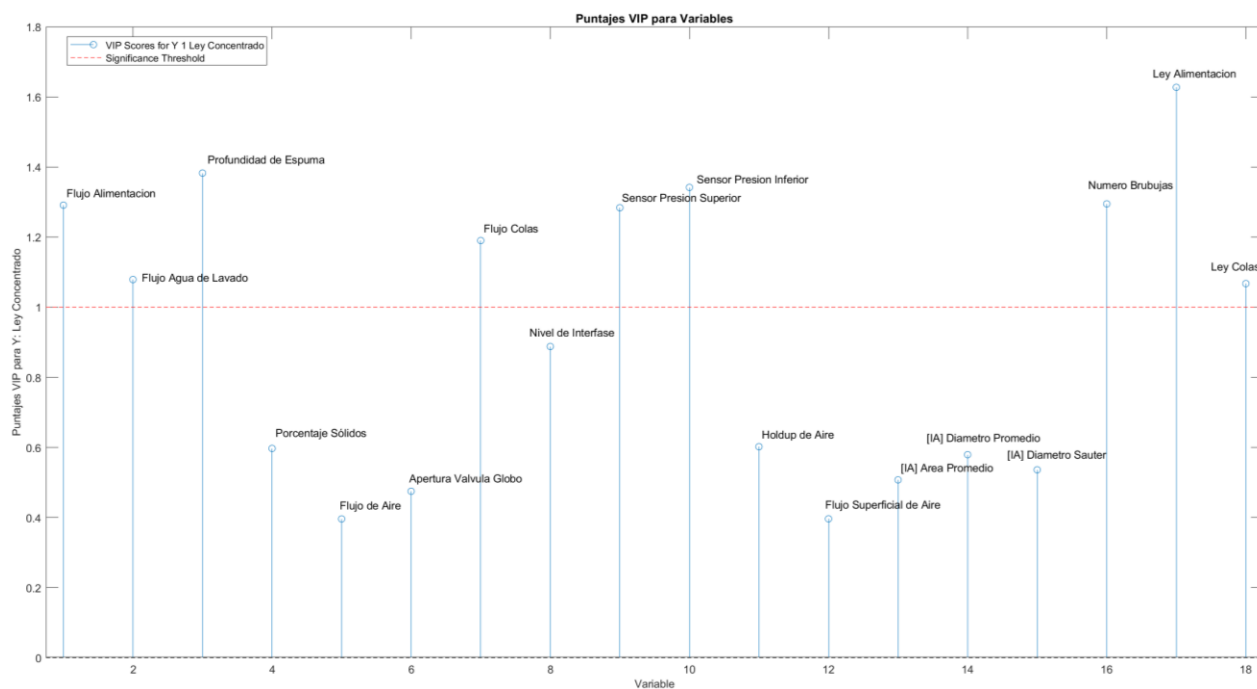


Figura 6.5. Resultados puntajes VIP modelo PLS completo.

Tabla 6.3. Coeficientes asociados a modelo PLS completo.

Variable	Coeficiente Asociado
Intercepto	2.72E-01
Flujo Alimentación	9.59E-04
Flujo Agua de Lavado	-4.22E-02
Profundidad de Espuma	7.08E-06
Porcentaje de Sólidos Alimentación	2.76E-03
Flujo de Aire	4.28E-04
Apertura Válvula Aire	2.72E-05
Flujo Colas	-1.61E-03
Nivel de Interfase	2.92E-03
Señal Presión Inferior	1.17E-01
Señal Presión Superior	-1.36E-01
Holdup de Aire	-6.51E-04
Velocidad Superficial Aire	8.08E-03
Área Promedio Burbujas	-1.09E-05
Diámetro Promedio Burbujas	-3.22E-03
Diámetro Sauter Burbujas	-4.87E-04
Número de Burbujas Detectadas	-3.94E-04
Ley de Cobre Alimentación	-5.66E-01
Ley de Cobre Colas	-6.63E-01

6.4. Modelos PLS Adicionales

Utilizando los mismos criterios establecidos en la Sección 6.3, se procede a realizar 4 modelos adicionales aludiendo a distintas condiciones de instrumentación en entornos industriales, y como la ausencia o presencia de ciertos datos influyen positiva o negativamente en los modelos ya establecidos.

6.4.1. Modelo PLS Sin Leyes de Colas

El presente modelo ajustado se adapta a una condición industrial bastante común: generalmente no se utilizan recursos en el análisis de los relaves por los grandes flujos de estos y la dificultad de muestreo. Es por esto por lo que se realizó un modelo ignorando las leyes de colas como variable de entrada. El modelo se ajustó igualmente a 6 variables latentes como punto de referencia del modelo anterior, con los resultados de la Tabla 6.4.

Los resultados de los estadígrafos Q y T^2 demuestran no existen puntos con mayores deficiencias, estando la mayoría dentro de los límites correspondientes, según lo presentado en la Figura 6.6. Existe un único punto de validación fuera del límite estadístico, sin embargo, dada la cercanía no es posible concluir que se trata de un outlier que deba eliminarse.

Tabla 6.4. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS sin leyes de colas.

Criterio	Valor Alcanzado
Número de variables latentes	6
Varianza en $\vec{X}$ capturada	97,27
Varianza en $\vec{Y}$ capturada	48,24
$RMSECV/C$	1,2594
Límite estadígrafo Q	1,42
Límite estadígrafo T^2	17,95

El modelo disminuye la varianza capturada en un 2% con respecto a la figura anterior, de acuerdo con la Figura 6.7. El resultado preliminar es que eliminar las leyes de colas de las mediciones no afecta significativamente el resultado final del modelo. Con un error máximo de 9,57% y una varianza de errores estimada en 0,93%, el modelo tiene menores errores al eliminar las leyes de colas del set de datos completo.

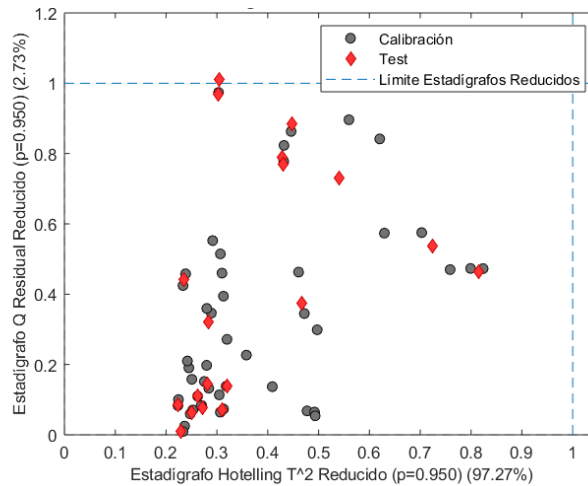


Figura 6.6. Resultados estadígrafos T2 y Q modelo PLS sin leyes de colas.

La menor varianza alcanzada en el modelo se debe en gran medida a que se realizan menos mediciones con el sistema de XRF, (considerando $\sigma_{XRF} = \pm 0.75\%$) por ende, la varianza propia de dicho método afecta menos en los resultados finales. De esta forma, el modelo sin leyes de colas posee una aplicación industrial mucho mayor que el modelo completo, al ser menos variable y no utilizar recursos en medir un subproducto de la flotación.

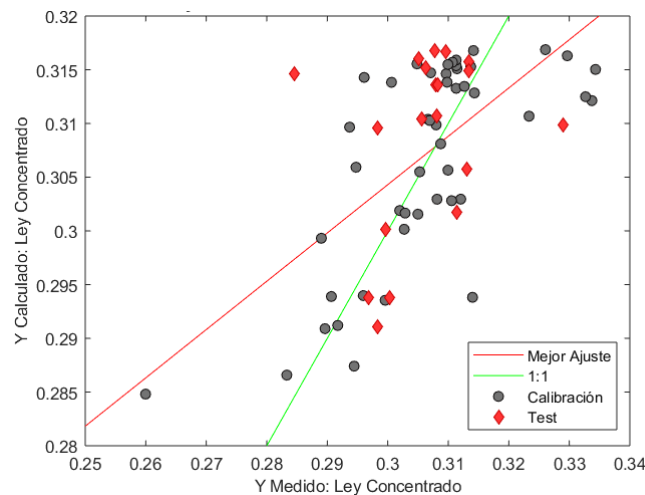


Figura 6.7. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS sin leyes de colas.

El análisis de puntajes VIP presentado en la Figura 6.8 resulta muy similar al modelo anterior, donde casi todas las variables retienen sus valores originales. La ley de alimentación gana mayor relevancia al no estar presente los datos de las colas, y se explicaría la disminución de la varianza capturada en la ley de concentración.

Los resultados aparentan que las leyes de colas, si bien disminuyen la varianza capturada en Y ligeramente, aumentan la varianza de predicción dada la variación natural del dispositivo XRF. Esto muestra que, en la presente metodología, sería incluso mejor no realizar esta medición, pudiendo favorecer el enfoque en otros aspectos operacionales. La ecuación final asociada a este modelo se encuentra en el Anexo G, Tabla G.1.

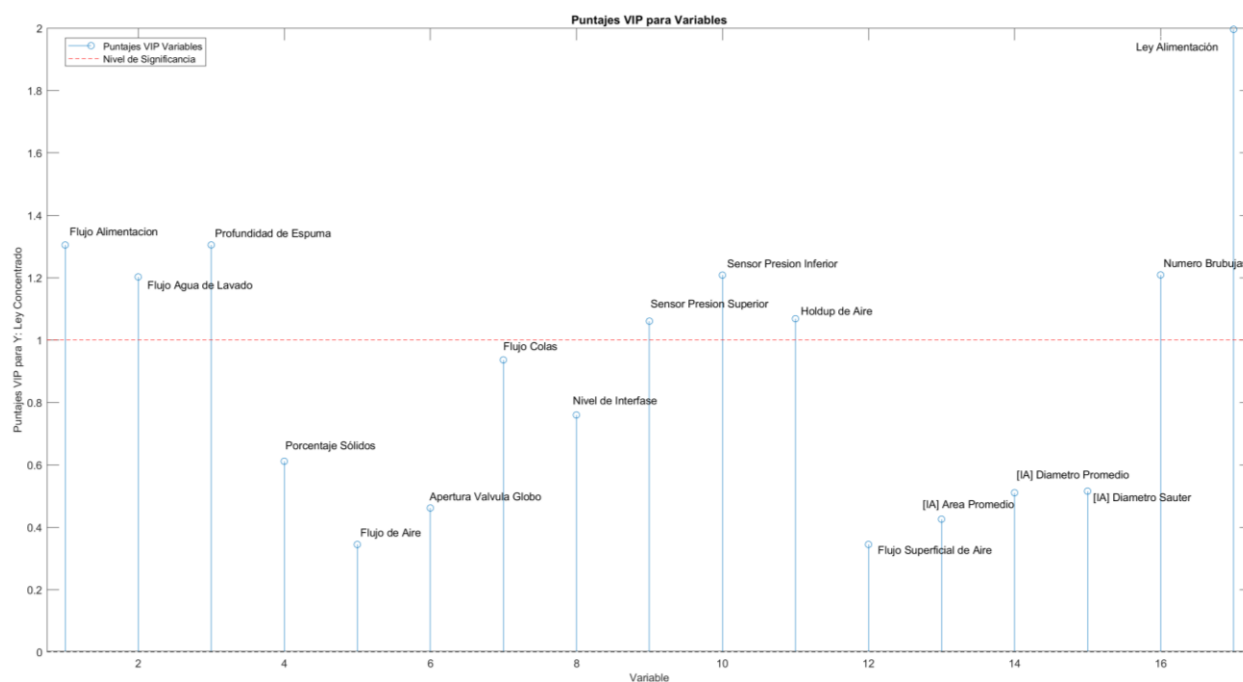


Figura 6.8. Resultados puntajes VIP modelo PLS sin leyes de colas.

6.4.2. Modelo PLS Instrumentos Mínimos

El modelo de instrumentos mínimos busca simular una situación industrial en la cual existe la mínima cantidad de información del proceso: solo los flujos de entrada, leyes de alimentación y profundidad de espuma. El modelo se encuentra mucho más limitado en variables que los anteriores, causando que se requieran menos variables latentes para describir adecuadamente la información según lo disponible. Se eligieron 4 variables latentes, con resultados detallados en la Tabla 6.5.

Los resultados de los estadígrafos muestran que no existe ningún punto fuera de los límites del modelo o resultados, por lo tanto, no es necesario excluir ningún punto de la resolución inicial, según indican los resultados en la Figura 6.9.

Tabla 6.5. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS instrumentos mínimos.

Criterio	Valor Alcanzado
Número de variables latentes	4
Varianza en $\vec{X}$ capturada	80,56%
Varianza en $\vec{Y}$ capturada	19,72%
$RMSECV/C$	1,15
Límite estadígrafo Q	4,02
Límite estadígrafo T^2	10,5

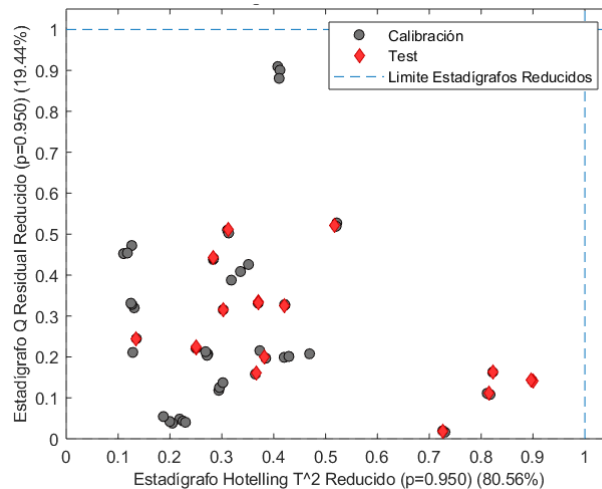


Figura 6.9. Resultados estadígrafos T^2 y Q modelo PLS instrumentos mínimos.

El ajuste de la varianza capturada en la ley de concentrado es considerablemente peor que en los casos anteriores, dada la falta de instrumentación en el proceso junto con la ausencia del mecanismo de análisis de imagen que entrega información útil para la predicción de concentraciones. Los errores de medición son considerablemente más grandes, llegando hasta el 14% para el peor de los casos según lo demostrado en la Figura 6.10 con una varianza de errores de un 1,26%.

El análisis de puntajes VIP de la Figura 6.11 le entrega importancia a la profundidad de espuma, siendo la variable más relevante para la predicción de las concentraciones en este caso. En segundo lugar, se encuentra el flujo de alimentación y posteriormente la ley adquiere una relevancia menor en este modelo, dada la falta de instrumentos para predecirla correctamente.

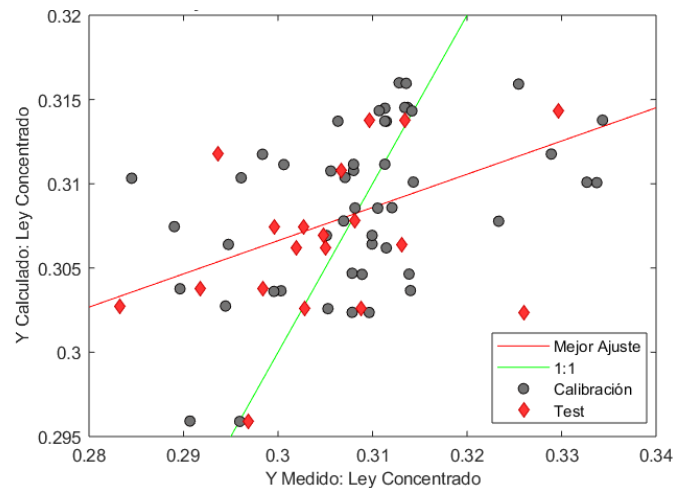


Figura 6.10. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS instrumentos mínimos.

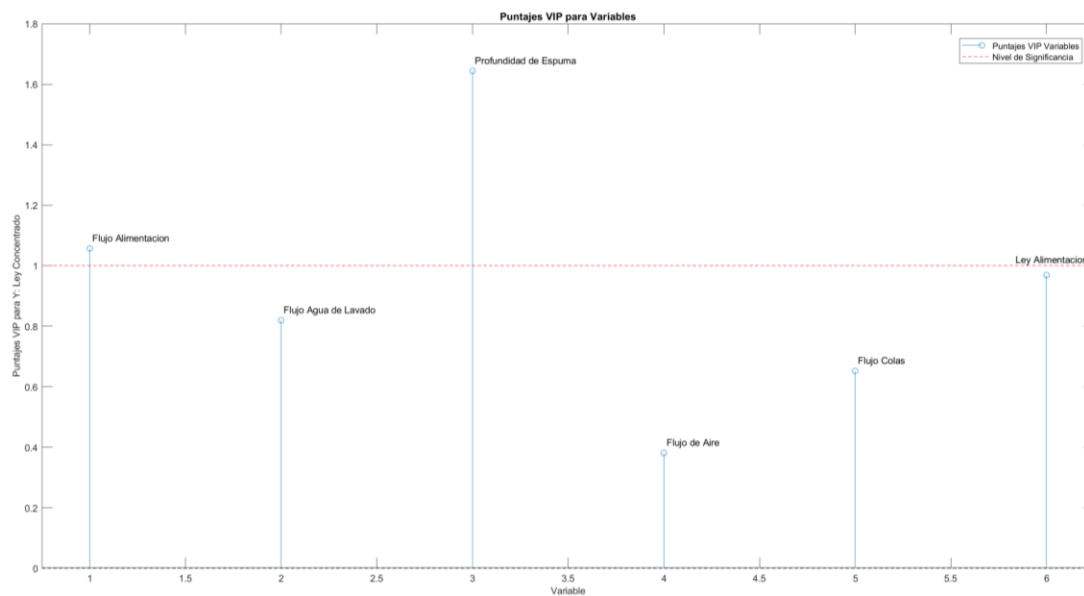


Figura 6.11. Resultados puntajes VIP modelo PLS instrumentos mínimos.

La conclusión general de este modelo es que la falta generalizada de información del proceso repercute de forma considerable en la calidad del modelo predictivo, bajando aproximadamente un 30% en la varianza capturada de la ley del concentrado y generando errores individuales mucho mayores. Resulta evidente que la metodología no tendrá buenos resultados si no se presentan las condiciones adecuadas para medición, específicamente instrumentos presentes y calibrados correctamente. La ecuación final asociada a este modelo se encuentra en el Anexo G, Tabla G.2.

6.4.3. Modelo de Instrumentos Mínimos con IA (Image Analysis)

Este modelo busca representar la situación anterior, con mínima instrumentación, pero apoyado con el uso de las variables resultantes del análisis de imagen. Esto es debido a que la solución de análisis de imagen es una forma económica de mejorar la calidad de la información obtenida, dado que solo se requiere una cámara configurada correctamente en cualquier situación, sin necesidad de instrumentos de otras compañías adicionales. Se eligieron 5 variables latentes finales, con resultados del ajuste presentados en la Tabla 6.6.

Tabla 6.6. Resultados estadísticos y criterios modelo PLS instrumentos mínimos con IA.

Criterio	Valor Alcanzado
Número de variables latentes	5
Varianza en $\vec{X}$ capturada	89,27%
Varianza en $\vec{Y}$ capturada	42,01%
$RMSECV/C$	1,16
Límite estadístico Q	3,5
Límite estadístico T^2	13,4

El análisis de estadísticos de la Figura 6.12 muestra que todos los datos de calibración y validación se encuentran dentro de los límites establecidos, por ende no hay puntos que excluir en la construcción de los modelos.

La predicción de leyes de concentrado mejora significativamente con respecto al modelo anterior de instrumentos mínimos sin análisis de imagen, aumentando la captura de varianza en las leyes aproximadamente un 22%, según la Figura 6.13. La inclusión de mecanismos de control y análisis económicos significó una mejora dentro de las predicciones del modelo, lo cual resulta adecuado para los alcances esperados. Los errores máximos individuales rondan el 10,4% con una varianza de 1,13%.

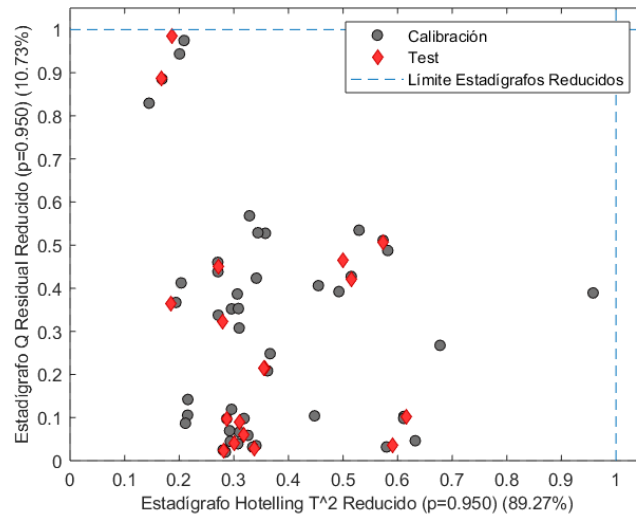


Figura 6.12. Resultados estadígrafos T² y Q modelo PLS instrumentos mínimos con IA.

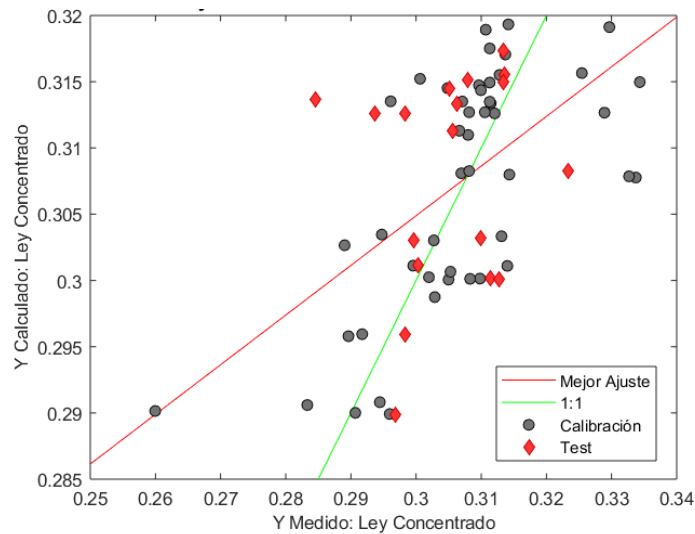


Figura 6.13. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS instrumentos mínimos con IA.

Los puntajes VIP para las variables del modelo de la Figura 6.14 siguen denotando importancia para la profundidad de espuma, seguido por la ley de alimentación y el flujo de colas. Las variables de imágenes se encuentran en niveles bajos pero su inclusión aun logra mejorar significativamente las predicciones de concentración.

Los resultados denotan una mejora de tan solo agregar variables de análisis de imagen, generando un antecedente positivo para la adición de tecnologías de detección económicas en procesos que mejoran considerablemente la calidad de la información obtenida y su aplicabilidad. La ecuación final asociada a este modelo se encuentra en el Anexo G, Tabla G.3.

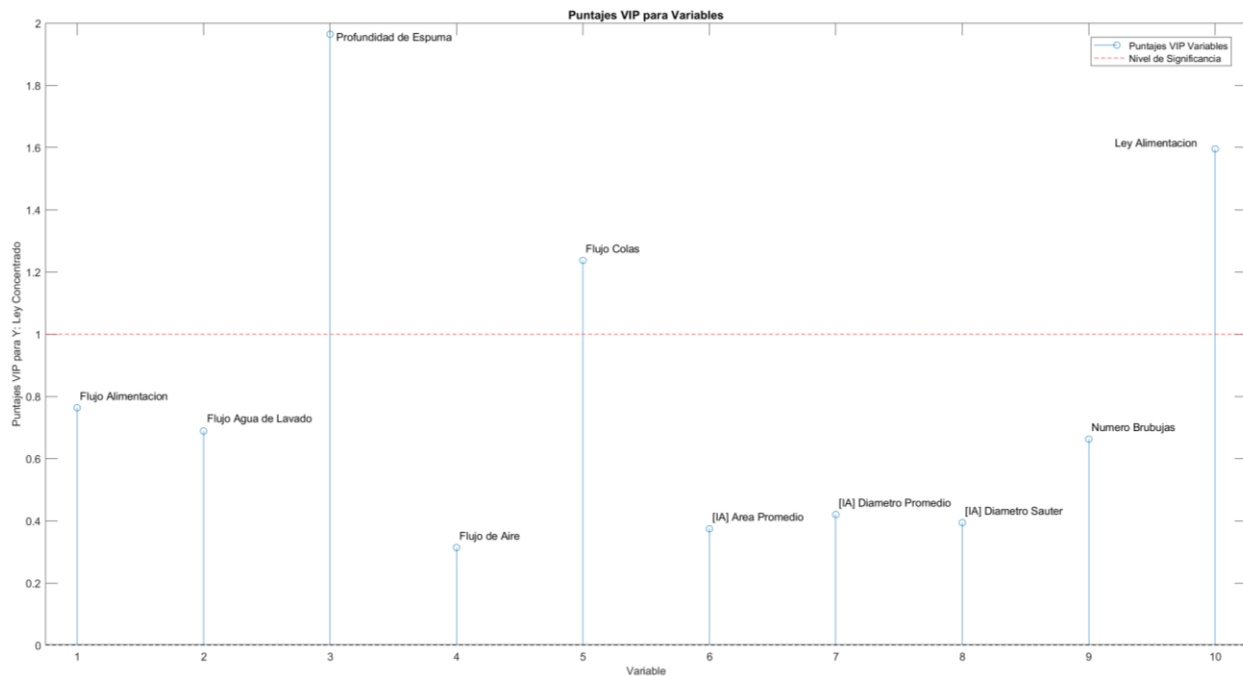


Figura 6.14. Resultados puntajes VIP modelo instrumentos mínimos con IA

6.4.4. Modelo con Únicamente IA (Image Analysis)

Este modelo está enfocado a determinar si las variables resultantes del análisis de imagen son suficientes para describir la operación completa junto con la espuma, eliminando todos los otros resultados de la operación. El ajuste final resulta ser extremadamente pobre, con solo 2 variables latentes elegidas producto del nulo cambio en la descripción de la ley de concentrado. Los detalles de la regresión se presentan en la Tabla 6.7.

El análisis de estadígrafos presenta algunos puntos ligeramente desviados en el estadígrafo Q (Figura 6.15), pero no considerablemente como para ser eliminados del modelo.

La predicción de las leyes en el modelo resulta ser extremadamente pobre, con apenas un 10% de la varianza capturada en la variable de interés de la Figura 6.16. Los resultados preliminares muestran que las variables de análisis de imagen por si solas no describen adecuadamente el proceso completo, y se requiere apoyo de variables operacionales para el correcto establecimiento de un modelo. El error máximo medido corresponde a un 12,7% y la varianza de errores alcanza su valor mas alto, en un 1,64%.

El análisis de puntajes VIP en la Figura 6.17 denota claramente que la única variable relevante es la ley de alimentación, por lo que el modelo resulta ser solo relevante en la ley de alimentación dejando de lado las otras variables de operación.

Tabla 6.7. Resultados estadígrafos y criterios modelo PLS únicamente IA.

Criterio	Valor Alcanzado
Número de variables latentes	2
Varianza en $\vec{X}$ capturada	99,5%
Varianza en $\vec{Y}$ capturada	10,53%
$RMSECV/C$	1,075
Límite estadígrafo Q	0,09
Límite estadígrafo T^2	6,5

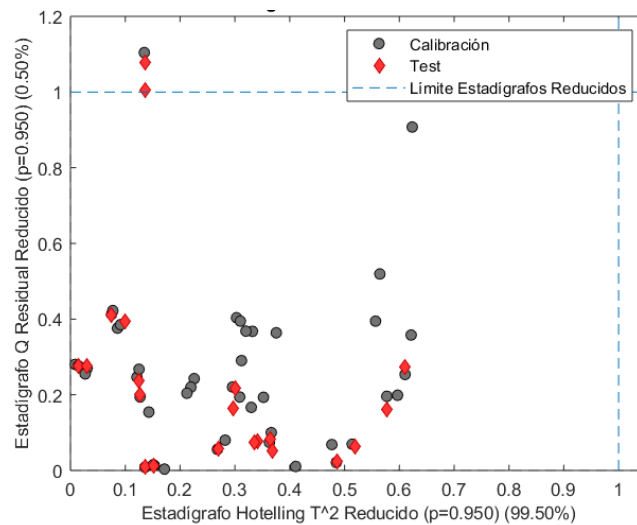


Figura 6.15. Resultados estadígrafos T^2 y Q modelo PLS únicamente IA.

Se puede concluir preliminarmente que únicamente las variables de imagen no son suficientes para describir el proceso completo, y se requiere trabajar en conjunto con la mayor cantidad de información disponible para asegurar la correcta predicción de las propiedades del proceso. Esto es posible debido a la falta de modelos teóricos y práctica que pueda relacionar imágenes con la ley directa del concentrado, pero permite una alta aplicabilidad en diagnóstico de operaciones. La ecuación final asociada a este modelo se encuentra en el Anexo G, Tabla G.4.

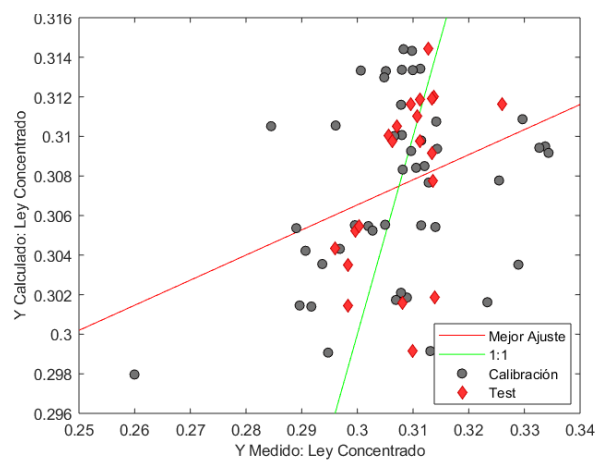


Figura 6.16. Resultados predicción leyes de concentrado modelo PLS únicamente IA.

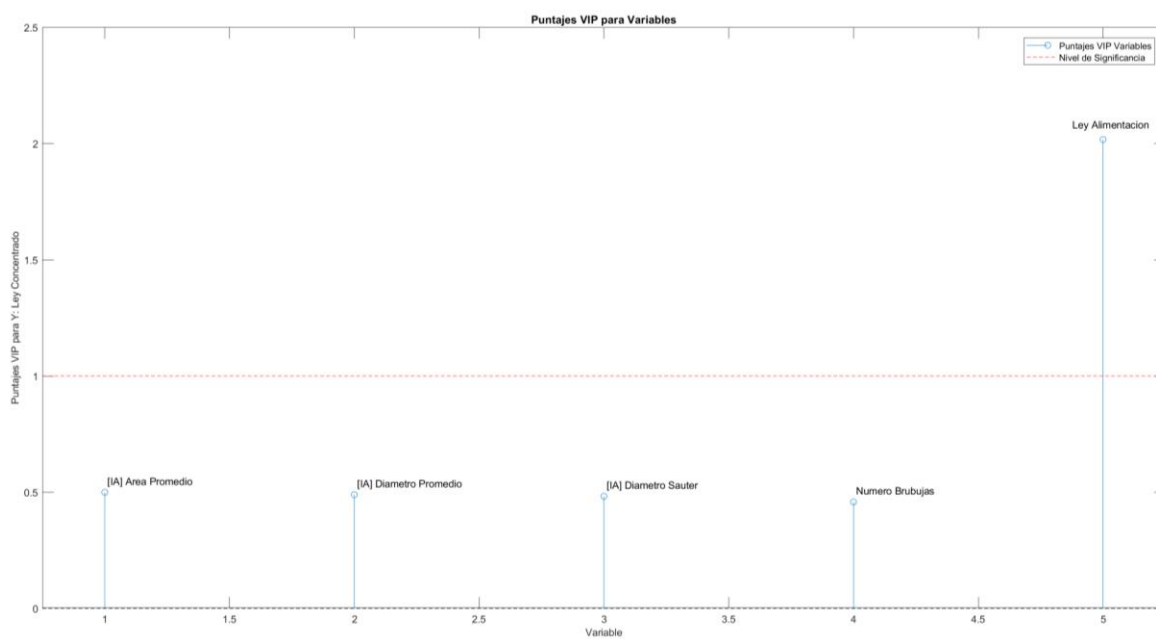


Figura 6.17. Resultados puntajes VIP modelo PLS únicamente IA.

6.5. Resumen Modelos Construidos

El resumen de las variables más importantes para los modelos asociados se presenta en la Tabla 6.8. De ella es importante destacar que el modelo con menor varianza y errores corresponde al de sin leyes de colas, esto es producto que al eliminar otras variables asociadas al proceso la metodología PLS se adapta mejor a los datos existentes y aquello disminuye el error, pero no necesariamente representa adecuadamente todo el set de datos existente y aquello limita la posibilidad de extenderse a otras situaciones. Considerando la varianza propia asociada a la medición por pistola XRF, resulta consistente que el modelo de leyes de colas tenga menor variabilidad al eliminar una medición completa con el equipo, lo que le entrega una mayor aplicabilidad a nivel industrial.

El modelo de instrumentos mínimos e IA sigue esta tendencia, pero con un error ligeramente mayor. Los modelos de instrumentos mínimos y solo IA presentan un error mayor y no son recomendados para estas aplicaciones, principalmente por la baja captura de la varianza en la variable Y que limita su aplicabilidad a situaciones y pruebas futuras.

Finalmente, se elige como modelo más representativo el modelo sin leyes de colas, ya que logra abarcar en mayor medida el set de datos entregados, eliminando una parte importante de variabilidad al no considerar las leyes de colas y por lo tanto presenta la mejor aplicabilidad en operaciones futuras comparada con los otros desarrollados.

Cabe destacar que todos los valores asociados a las regresiones, análisis de sensibilidad de variables latentes y coeficientes de regresión pueden revisarse con detalle en el Anexo G.

Tabla 6.8. Resumen modelos e indicadores importantes.

Modelo	Variables Latentes	Varianza Y Capturada	RMSE	Error Máximo Calculado	Varianza Error
Completo	7	50.35%	0.097	10.75%	1.30%
Sin Leyes de Colas	6	48.24%	0.081	9.57%	0.93%
Instrumentos Mínimos	4	19.72%	0.094	14.13%	1.26%
Instrumentos Mínimos + IA	5	42.01%	0.089	10.40%	1.13%
Solo IA	2	10.53%	0.091	12.75%	1.64%

Finalmente, la Figura 6.18 muestra el resumen visual de todos los modelos generados y los puntos tanto de calibración y muestreo que generaron cada modelo. La figura se realizó juntando todos los resultados obtenidos (de los gráficos de calculado versus medido) y desplegándolos simultáneamente, por lo que es posible visualizar cada uno de los mejores ajustes para cada caso y los puntos que los originan.

Es importante destacar que la sombra en el gráfico corresponde al rango de variación del instrumento utilizado para medir las leyes de concentrado ($\pm 0.75\%$), luego, es de esperar que cualquier punto de medido por dicha técnica se encuentre dentro de la zona sombreada, dado que los modelos no pueden disminuir la varianza más allá de la propia del instrumento utilizado.

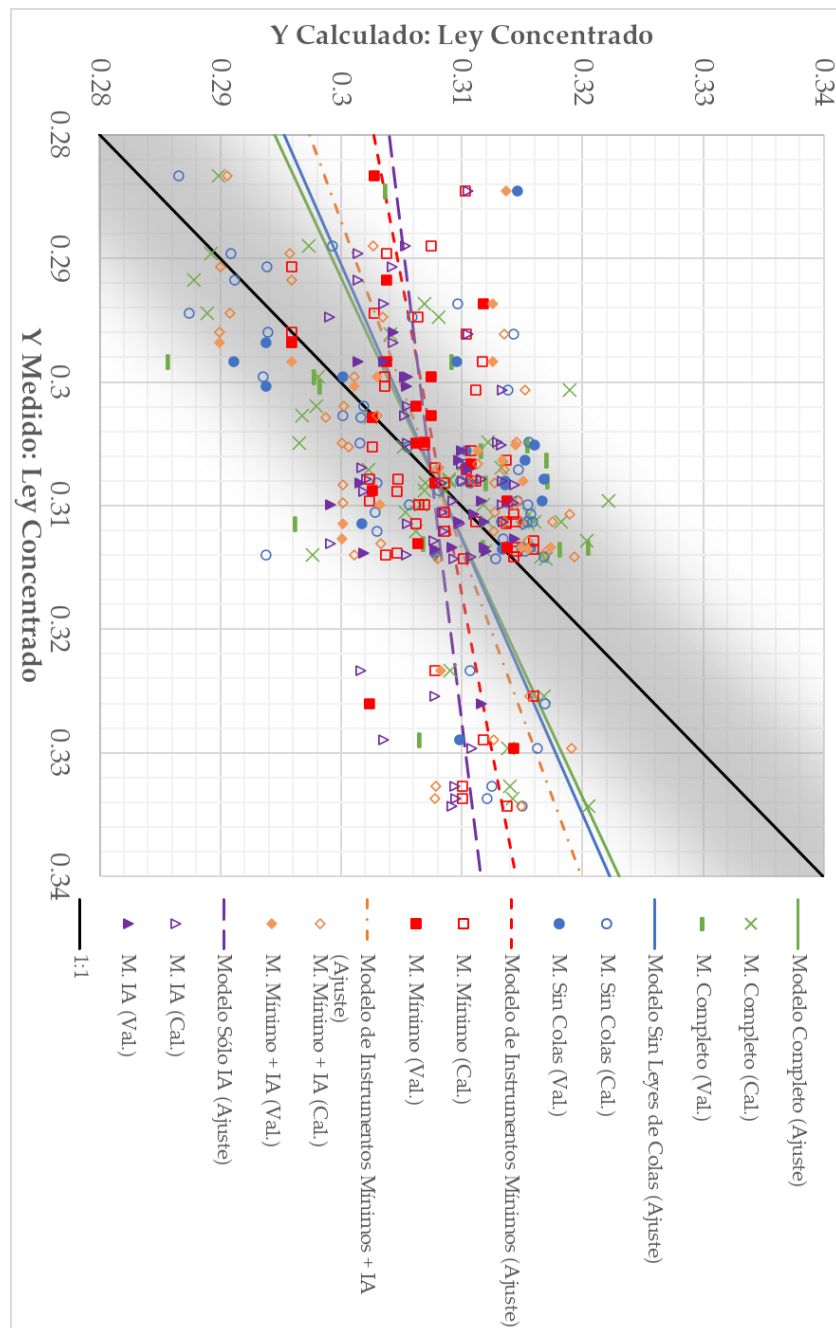


Figura 6.18. Comparación visual de modelos de predicción de leyes y los puntos asociados.

6.6. Diseño Experimental Futuro

Dado que se operó con condiciones distintas a las ideales, uno de los resultados más importantes para validar el método en un ambiente industrial es la propuesta de un nuevo diseño experimental basado en las observaciones de la operación ya realizada.

En primer lugar, la operación debe ser realizada a lazo abierto con un suministro constante de mineral. Esto es necesario dado que en la industria minera se opera de esta manera para mantener el mineral fresco y en activación constante, junto con una dosificación única de reactivos químicos para asegurar la eficiencia del proceso. Sin embargo, es posible optimizar aún más la operación en lazo cerrado, lo cual requiere modificaciones que tomarían un tiempo mayor de construcción por lo cual no se abarcaron en el presente trabajo.

Del punto de vista del equipo, es necesario hacer ligeros cambios a la cabeza de la columna de manera de aumentar la pendiente en la cual escurre el concentrado por el tope y además adicionar agua de limpieza del tope (*launder water*) para asegurar el correcto flujo de concentrado en la columna. El inyector debe abarcar mayor área de la columna para evitar deposiciones en el fondo, y utilizar mangueras más resistentes para evitar obstrucciones que puedan afectar los flujos del equipo. El punto de muestreo de alimentación debe ser cambiado posterior a la succión de la bomba para evitar problemas operacionales.

Adicionalmente, es posible mejorar la velocidad del algoritmo de procesamiento de imágenes por medio de *hardware* más robusto que permitiera aplicaciones de análisis de velocidad y estabilidad de espuma, por medio de la captura de muchos más fotogramas por segundo para permitir dichas aplicaciones.

Una vez realizadas las modificaciones correspondientes para la mejora y optimización de la operación, el diseño experimental debería considerar las siguientes propuestas para una futura operación en lazo cerrado:

1. Calidad de la alimentación: el resultado del proceso metalúrgico dependerá directamente de la materia prima. El equipo no presentó dificultades con porcentajes de sólidos en torno al 10 o 20%. En la Tabla 6.9 se presentan las principales variables asociadas a la operación de mineral en lazo cerrado y el control que se sugiere en cada una de ellas.
2. Operación de acuerdo con los manuales de puesta en marcha y detención destacados en el Anexo D. Esto es a su vez para asegurar la estabilidad experimental y evitar colapsos en líneas u otros puntos de la operación.
3. Recirculación: la operación en lazo cerrado requiere que el material que sale del equipo efectivamente retorne al estanque de alimentación en el menor tiempo posible. Se debe asegurar la correcta disposición de las mangueras, canaletas y equipos auxiliares asociados para este propósito, y asegurar que no haya estancamiento de las corrientes en ningún punto del equipo.

4. Muestreo repetitivo para un mismo punto de operación. Dado que la ley de concentrado es un resultado puntual, resulta conveniente obtener múltiples mediciones de la misma operación de manera de promediar los resultados, al menos unas 3 veces posterior a esperar los tiempos de residencia correspondientes. El resultado final de la operación debe ser promediado en base a las muestras obtenidas.
5. Mediciones repetidas para operación de pistola XRF y calibración: es importante realizar múltiples repeticiones de cada una de las muestras de mineral obtenidas, de manera de evitar posibles errores producto de diferencias de medición en el equipo de rayos X, sobre todo si los resultados para la misma muestra son demasiado variables. La calibración del equipo XRF debe hacerse con la mayor cantidad de muestras posibles en un rango amplio, de manera de verificar el tipo de tendencia que podría afectar de forma significativa los datos previamente obtenidos.
6. Operación de variables según la Tabla 6.10. Esta combinación fue obtenida mediante los ensayos realizados en columna y asumiendo que el mineral genera una espuma estable y constante. Las pruebas realizadas con anterioridad demostraron que es posible alcanzar 50 centímetros de profundidad de espuma con mineral recién activado, por lo que se propone un valor alto ligeramente superior.

Tabla 6.9. Variables relevantes alimentación y recomendaciones asociadas.

Variable	Recomendación
Porcentaje de Sólidos	Mantener dentro del 10-20%. Ajustar diariamente el nivel de agua para mantener un porcentaje constante al menos al inicio de operaciones. Pesar la medición de alimentación antes y posterior al secado para corregir constantemente el porcentaje de sólidos en las mediciones.
Ley de Alimentación	Mantener dentro del 5-10%. Realizar muestreos constantes para obtener porcentaje real. Evitar cualquier tipo de obstrucción que pueda retener material de interés que afecte negativamente este parámetro.
pH	Medir de forma constante y mantener en distintos días de operación. El pH de la alimentación debiese mantenerse constante en los distintos días para asegurar un proceso similar: cualquier modificación indica una alteración o pérdida de reactivos y debería ser corregido de forma apropiada para evitar una alteración importante en el estado estacionario metalúrgico alcanzado.
Dosificación de Reactivos	Seguir dosificaciones de acuerdo con la Tabla 3.2. Verificar constantemente hold-up y pH y adicionar nuevamente si los valores cambian de forma considerable.

Tabla 6.10. Diseño experimental futuro propuesto.

Variable	Estado	Valor	Unidad
Profundidad de Espuma	Alto	70	cm
	Medio	50	
	Bajo	25	
Flujo de Alimentación	Alto	10	L/min
	Medio	8	
	Bajo	5	
J_G	Alto	1,6	cm/s
	Medio	1,2	
	Bajo	0,8	
Flujo de Agua de Lavado	Alto	0,5	L/min
	Bajo	0	
Porcentaje de sólidos Alimentación	Alto	20	%
	Bajo	10	
Ley de Cobre Alimentación	Alto	8	%
	Bajo	5	
Criterio EE Metalúrgico	3	Tiempos de Residencia	

Capítulo 7: Conclusiones

El presente trabajo ha tenido como objetivo el diseño, puesta en marcha y operación de una columna de flotación piloto de manera de generar un modelo predictivo de leyes de concentrado, de manera de tener una solución de menor costo (solo requiriendo cámara y usando los equipos en terreno) para la toma de decisiones operacionales en la industria de concentración de minerales, la cual históricamente ha estado enfocada en el aspecto operacional y no en la optimización de procesos en el tiempo (Hodouin, 2010) (Rinne & Peltola, 2008).

Los estudios anteriores en columnas de flotación y aplicación de sistemas de control avanzados o modelos estadísticos (Bergh, 2012); (Acosta, 2007); (Ulloa, 2016); (Cortés, 2016) han habilitado la aplicación de estrategias de control estandarizadas aplicadas al equipo construido. Algoritmos de detección de imágenes (Anson, 1999) permitieron el establecimiento de sistemas computacionales en línea que a su vez facilitan la captura, almacenamiento y posterior procesamiento de todos los datos adquiridos.

La operación del equipo está determinada por el aspecto operacional del ciclo cerrado, el cual trae consecuencias que conducen al proceso de flotación a una situación no ideal: en la industria se trabaja con ciclo abierto, lo cual permite una alimentación de mineral fresco que se encuentra constantemente activado y con mayor posibilidad de flotar. En la operación en lazo cerrado, el mismo mineral es recirculado y flotado nuevamente, lo cual disminuye la efectividad del proceso (Finch & Dobby, 1990). Esto fue descrito por la diferencia en las operaciones en días consecutivos (Anexo F) donde es posible notar diferencias sustanciales en las variables de operación y alimentación.

Ya que los métodos de proyección se caracterizan por tener aplicabilidad específica en la situación que son entrenados, por ende, el modelo tiene validez para la operación en lazo cerrado asumiendo el criterio de los dos tiempos de residencia utilizados para el muestreo. Los datos recopilados resultaron ser descriptivos de la operación realizada en (más de un 50%) la ley de concentrado, con errores individuales máximos de un 10% y una varianza del error de 1,3%, de las cuales se destaca que la varianza propia del instrumento XRF utilizado es de 0.75%, lo cual genera una base importante en las incertezas de las mediciones realizadas. Es importante destacar, como se mencionó en el primer capítulo, que el método empleado no busca reemplazar los análisis químicos: busca la inmediatez de la información de manera de poder tomar decisiones operacionales para mejorar el proceso, y evitar disminuir la calidad de operación solo porque un instrumento o actuador se encuentra en malas condiciones. El modelo sin leyes de colas presenta la mejor aplicabilidad industrial, dado que reduce la varianza general a aproximadamente 1% reduciendo la captura de varianza en las leyes en un 2%.

En este sentido, los datos obtenidos son válidos del punto de vista de la operación realizada, y los resultados obtenidos indicarían que existe una oportunidad en probar la metodología en una escala industrial real, operando el equipo en lazo abierto conectado al circuito de la planta. En una nueva

condición industrial en lazo abierto, deben volver a construirse los modelos asociados probando condiciones de operación similares a las utilizadas (Höskuldsson, 1998) para generar las predicciones y ser aplicadas en la nueva situación, de esta forma, el diseño experimental propuesto como resultado de lo aprendido en operación a lazo cerrado genera un importante antecedente para estudios posteriores en la elaboración de sensores virtuales.

La metodología utilizada finalmente puede ser una herramienta valiosa del punto de vista operacional ya posee una implementación de bajo costo (asumiendo que los equipos mínimos asociados a las mediciones de una columna de flotación se encontrasen correctamente instrumentados y calibrados) entregando información en tiempo real para la toma de mediciones. El establecimiento de modelos eliminando ciertas variables (como el análisis de imagen) denota el aporte de estas a una correcta medición en línea de leyes de concentrado, ya que al eliminarlas en el modelo de instrumentos mínimos la captura de la varianza en leyes de concentrado disminuyó aproximadamente un 25%. Esto indica que mientras más información de origen independiente y buena calidad puedan adicionarse al proceso, mejor es el ajuste final del mismo, según los modelos más completos.

Es a su vez relevante para el trabajo destacar la importancia del análisis de imagen en el resultado del modelo: en situaciones de mínimos instrumentos logró mejorar en aproximadamente un 20% la captura de varianza en la ley del concentrado solo por el hecho de estar recopilando imágenes y analizando las propiedades de la espuma. Esto implica que, incluso en situaciones donde no se encuentre completamente instrumentado el proceso, la sola adicción de una cámara y algoritmos apropiados pueden mejorar la calidad de la información obtenida y la predicción de propiedades a partir de variables de proceso.

Finalmente, el modelo establecido con todas las variables logró representar adecuadamente las variables operacionales (con una varianza capturada superior al 90%) y generar predicciones de leyes de concentración con errores no superiores al 10% con una variabilidad promedio de 3%, siendo incluso menor para el modelo sin leyes de colas. El ajuste del modelo fue satisfactorio con bajos errores de ajuste de acuerdo a los criterios empleados. Se destaca a su vez la importancia de ciertas variables durante la operación que deben ser medidas con mayor precisión: flujos de entrada, profundidad de espuma, presión de sensores de operación y leyes de alimentación y concentrado, las que presentaron valores de importancias de proyección mayores a 1 en los modelos calculados.

En base a la información levantada y generada en este trabajo de magíster, y lo disponible en la literatura, se concluye que la hipótesis de este proyecto se corrobora.

Recomendaciones

Esta sección tiene como objetivo entregar un resumen de las sugerencias a realizar para futuras experimentaciones, en las cuales se recomiendan mejoras sustanciales al equipo. La mayoría de estas recomendaciones se hicieron en la Sección 6.5, pero se entregan de forma resumida en esta sección. Ellas corresponden a distintos procedimientos y operaciones que se hubieran deseado poder hacer, pero no pudieron ser concretadas debido a factores externos o falta de recursos.

La principal conclusión del trabajo genera la principal recomendación: es necesario operar este mismo esquema en una situación de lazo abierto, con alimentación fresca constante de mineral, para obtener un modelo completamente aplicable en la industria. Los resultados obtenidos validan esfuerzos para llevar a cabo estas pruebas en lazo abierto, por lo que el trabajo se encuentra en condiciones de ser continuado ahora que se ha terminado la construcción y puesta en marcha del equipo, probado en una situación con pulpa y sólidos.

Es necesario optimizar ciertos aspectos operacionales del equipo utilizado. La pendiente de la cabeza de la columna (tope) debe ser mayor y debe existir agua de limpieza en la parte superior (*launder water*) de manera de permitir que la espuma escurra de forma mejor y no existan atoramientos en el proceso. A su vez, el inyector poroso del fondo, si bien no presentó problemas durante la operación, necesita tener una mayor área radial de manera de evitar acumulaciones de mineral en el fondo de la columna, lo cual llevó a necesitar limpiezas periódicas para asegurar el correcto funcionamiento del equipo en operaciones posteriores. Adicionalmente, el sistema de muestreo para la alimentación debe ser cambiado posterior a la succión de la bomba, dado que producto del lugar actual no es posible obtener mediciones sin detener la operación y posiblemente segregar el mineral. La calibración del equipo XRF también requiere muestras adicionales para asegurar el tipo de tendencia que definirá las curvas asociadas.

Del punto de vista de operación con mineral, muchos aspectos no pudieron ser controlados y por ende hubiese sido ideal la medición: tamaño de partícula en el tiempo, pH, potencial de óxido-reducción (ORP), porcentaje de sólidos en todas las corrientes, entre otras. La adición de reactivos no se pudo controlar de forma exacta producto de que no existen suficientes certezas de como disminuyen estos en el tiempo en la operación en lazo cerrado, por ende, en un futuro trabajo de lazo abierto resulta importante medir de forma constante y agregar a los modelos esta información relacionada al mineral. Dentro del mismo aspecto, es importante realizar un estudio cinético del mismo al iniciar la operación, puesto que puede entregar con claridad los tiempos de muestreo necesarios para la operación eliminando la incertidumbre de si efectivamente el cambio en variables de operación se traduce en un resultado metalúrgico.

Si bien fue asumido un criterio de tiempo de residencia simple, dados los buenos antecedentes respecto a estas variables en columnas de flotación (Yianatos, et al., 2017), siempre resultará un aporte significativo realizar la función de distribución de tiempos de residencia con trazadores, pero debe estar hecha con el material real a trabajar de manera de representar de la forma más

precisa posible como se realiza el proceso de separación, ayudando al muestreo de las distintas condiciones para mejorar el proceso general.

El análisis de imagen también puede ser mejorado: es posible medir otras características de la espuma, tales como color, velocidad de descarga, estabilidad, etc. Dichas variables pueden adicionarse al algoritmo ya implementado y es muy factible que mejoren aún más las predicciones establecidas, siendo utilizadas en otros estudios y entregando resultados satisfactorios (Anson, 1999).

Respecto al uso del S1 Titan, es necesario realizar calibraciones adicionales en todos los rangos de leyes obtenidos por medio de muestras patrones hechas con anterioridad, esto para asegurar la calidad de la curva de calibración y posteriormente entregue resultados más cercanos a la realidad. En general el equipo cumplió con las expectativas del trabajo, pero se debe confirmar aún más la representatividad de las muestras para ser utilizada en un ambiente industrial propiamente tal.

Finalmente, el caso ideal siempre será comparar cada medición de forma analítica y por medio del analizador XRF para minimizar cualquier incertidumbre de concentración de cobre. El modelo final deberá ser aplicado en línea para contrastar diferencias y finalizar su implementación.

Referencias

- 911 Metallurgist - Process Equipment, 2018. *56 Element Handheld XRF Analyzer – 911MPEXRF700*. [Online]
Available at: <https://www.911metallurgist.com/equipment/handheld-xrf-analyzer/>
[Accessed 6 Febrero 2019].
- Aalborg, 2019. *GFMS-015611*. [Online]
Available at: <https://tinyurl.com/y6frc5me> [Accessed 29 Enero 2019].
- Acosta, S., 2007. *Monitoreo en Línea de la Operación de una Columna de Flotación a Escala Piloto utilizando Métodos de Proyección*, Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Acuña, C., 2007. *Measurement Techniques to Characterize Bubble Motion in Swarms*, Montreal: s.n.
- Anson, B., 1999. *The Development of a Vision-Based Flotation Froth Analysis System*, Cape Town: s.n.
- Badger Meter, 2019. *Type 859 Standard Fin Globe Control Valve*. [Online]
Available at: <https://tinyurl.com/yxdkgzq8> [Accessed 28 Enero 2019].
- Bergh, L., 2012. A Hybrid Approach to Empirically Test Process Monitoring, Diagnosis and Control Strategies. *Advanced Information Technology in Education*, Issue 126, pp. 215-222.
- Bergh, L. & Acosta, S., 2009. On-line Fault Detection on a Pilot Flotation Column Using Linear PCA Models. *Computer Aided Chemical Engineering*, Volume 27, pp. 1437-1442.
- Bergh, L., Jamsa-Jounela, S. & Hodouin, D., 2001. State of the art in copper hydrometallurgical processes control. *Control Engineering Practice*, Issue 9, pp. 1007-1012.
- Bergh, L. & Yianatos, J., 2002. Flotation Column Automation: State of The Art. *Control Engineering Practice*, Issue 11, pp. 67-72.
- Box, G. & Hunter, J., 2005. *Statistics for Experimenters*. Segunda ed. Hoboken: Wiley & Sons.
- Bruker, 2019. *S1 Titan, Analizador XRF Portátil*. [Online]
Available at: <https://www.bruker.com/es/products/x-ray-diffraction-and-elemental-analysis/handheld-xrf/s1-titan-series/overview.html>
[Accessed 24 Agosto 2019].
- BSG Institute, 2019. *Instrumentación y Sistemas de Control en Circuitos de Procesamiento de Minerales*. [Online] Available at: <https://bsginstitute.com/bs-campus/blog/Instrumentacin-y-Sistemas-de-Control-en-Circuitos-de-Procesamiento-de-Minerales-46>
[Accessed 17 Marzo 2019].
- Cayulef, E., 2017. *Determinación de costos para análisis de elementos de interés en muestras minerales*, Viña del Mar: Universidad Técnica Federico Santa María.

Chandra, A. & Gerson, A., 2009. A review of the fundamental studies of the copper activation mechanisms for selective flotation of the sulfide minerales, sphalerite and pyrite. *Advances in Colloid and Interface Science*, I(145), pp. 97-110.

Cole-Parmer, 2019. *Masterflex C-Flex ULTRA tubing, I/P 82, 25 ft.* [Online] Available at: <https://www.coleparmer.com/i/masterflex-c-flex-ultra-tubing-i-p-82-25-ft/0643482> [Accessed 28 Enero 2019].

Cole-Parmer, 2019. *Masterflex C-Flex ULTRA tubing, L/S 24, 25 ft.* [Online] Available at: <https://www.coleparmer.com/i/masterflex-c-flex-ultra-tubing-l-s-24-25-ft/0643424> [Accessed 28 Enero 2019].

Cole-Parmer, 2019. *Masterflex I/P Easy-Load® Pump Head for Precision Tubing, PPS with SS Rotor.* [Online] Available at: <https://tinyurl.com/y4zwh3k7> [Accessed 28 Enero 2019].

Cole-Parmer, 2019. *Masterflex I/P Precision Brushless Drive with Remote I/O, 33 to 650 rpm.* [Online] Available at: <https://tinyurl.com/yxue44e3> [Accessed 28 Enero 2019].

Cole-Parmer, 2019. *Masterflex L/S Easy-Load Head for High-Performance Tubing, PSF/SS.* [Online] Available at: <https://tinyurl.com/y4zckjry> [Accessed 28 Enero 2019].

Cole-Parmer, 2019. *Masterflex L/S variable-speed drive with 10-turn speed control and remote capabilities, 6-600 rpm, 230V.* [Online] Available at: <https://tinyurl.com/y5bd5r26> [Accessed 28 Enero 2019].

Consejo Minero, 2018. *Cifras Actualizadas de la Minería: Abril 2018.* [Online] Available at: <http://consejominero.cl/wp-content/uploads/2018/05/Cifras-actualizadas-de-la-miner%C3%ADa-Abril-2018.pdf> [Accessed 17 Marzo 2019].

ControlAir, 2019. *Type 500X Electropneumatic Transducer I/P.* [Online] Available at: https://www.controlair.com/images/downloads/500_spec.pdf [Accessed 29 Enero 2019].

Cortés, C., 2016. *Operación Híbrida de una Planta Piloto de Flotación RCS*, Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.

Cortés, L., 2016. *Análisis de Distribución de Tamaño de Partículas Minerales (Láser) y Composición Elemental (XRF) para Caracterizar Muestras de Flotación Industrial*, Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.

EchoTouch, 2019. *LU20 Series Manual.* [Online] Available at: https://flowline.com/_data_sheet_and_manuals/current/EchoTouch_LU20_Manual.pdf [Accessed 29 Enero 2019].

Eigenvector Research Inc., 2019. *PLS_Toolbox 8.2.1.* Manson, WA USA 98831: MATLAB Toolbox.

- Eigenvector Reserach, 2019. *PLS Toolbox Wiki*. [Online] Available at: <http://wiki.eigenvector.com/index.php?title=Pls> [Accessed 7 Septiembre 2019].
- Finch, J. & Dobby, G., 1990. *Column Flotation*. Primera ed. New York: Pergamon.
- FLSmith, 2018. *PX-100 Slurry X-ray Analysis*. [Online] Available at: <https://tinyurl.com/yyfjrxhm> [Accessed 23 Febrero 2018].
- Fu, Y. & Aldrich, C., 2019. Flotation froth image recognition with convolutional neural networks. *Minerals Engineering*, Volume 132, pp. 183-190.
- Harris, D., 2007. *Quantitative Chemical Analysis*. 7th ed. New York: W.H. Freeman and Company.
- Hodouin, D., 2010. Methods for automatic control, observation, and optimization in mineral processing plants. *Journal of Process Control*, Issue 21, pp. 211-225.
- Höskuldsson, A., 1998. PLS Regression Methods. *Journal of Chemometrics*, 2(3).
- Jolliffe, I., 2010. *Principal Component Analysis*. Segunda ed. New York: Springer.
- Kresta, J., Marlin, T. & MacGregor, J., 1994. Development of Inferential Process Models Using PLS. *Computers Chemical Engineering*, XVIII(7), pp. 597-611.
- MacGregor, J., 1994. Statistical Process Control of Multivariate Processes. *IFAC Proceedings Volumes*, May, XXVII(2), pp. 427-437.
- MacGregor, J., Nomikos, P. & Kourti, T., 1994. Multivariate Statistical Process Control of Batch Processes Using PCA and PLS. *IFAC Proceedings Volumes*, XXVII(2), pp. 523-528.
- McAndrew, A., 2004. *An Introduction to Digital Image Processing with MATLAB*, s.l.: s.n.
- Molina, C. & Valdés, C., 2016. *Validación del Método de Digestión Ácida, para la Determinación de Cobre en Muestras de Minerales mediante Espectrofotometría de Absorción Atómica*, Viña del Mar: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Moolman, D., Eksteen, J., Aldrich, C. & van Deventer, J., 1996. The significance of flotation froth appearance for machine vision control. *International Journal of Mineral Processing*, pp. 135-158.
- Motion Constrained, 2019. *Omega LV4111-24 Capacitance Continuous Level Measurement Probe 12-30VDC*. [Online] Available at: <https://tinyurl.com/y5xg2q8c> [Accessed 29 Enero 2019].
- Outotec, 2017. *Financial Report 2017*. [Online] Available at: <https://www.outotec.com/globalassets/company/investors/2017/outotec-financial-statements-2017.pdf> [Accessed 6 Febrero 2019].

Outotec, 2018. *Outotec Courier® 5X/6X SL analyzer*. [Online] Available at: <https://www.outotec.com/products/analyzers-and-automation/courier-5x6x-sl-analyzer/>

[Accessed 29 Enero 2019].

Petrovskaya, N., 2019. *Activadores*. [Online] Available at: <https://sites.google.com/site/mineriaservicio/practica-de-flotacion/reactivos-de-flotacin/activadores> [Accessed 1 Septiembre 2019].

Rhinehart, R. & Cao, S., 1995. An efficient method for on-line identification of steady state. *Journal of Process Control*, Diciembre, V(6), pp. 367-374.

Rinne, A. & Peltola, A., 2008. On lifetime costs of flotation operations. *Minerals Engineering*, Issue 21, pp. 846-850.

Sadr-Kazemi, N. & Cilliers, J., 1997. An Image Processing Algorithm For The Measurement of Flotation Froth Bubble Size and Shape Distribution. *Minerals Engineering*, X(10), pp. 1075-1080.

Shean, B. & Cilliers, J., 2011. A review of froth flotation control. *International Journal of Mineral Processing*, 100(3-4), pp. 57-71.

SMCPneumatics, 2019. *SMC AW40-04BDE-B filter regulator, AW MASS PRO*. [Online] Available at: <https://www.smc-pneumatics.com/AW40-04BDE-B.html> [Accessed 15 June 2019].

SuperLogics, 2019. *SL-EB-N2930-H-2LAN Microbox PC*. [Online] Available at: <https://www.superlogics.com/industrial-computers/desktop-office/sl-eb-n2930-h-2lan.html>

[Accessed 6 Febrero 2019].

Tao, P., Wei, C., Yi, H. & Yangge, L., 2013. A method based on minimum error thresholding for froth image classification. *ontrol and Decision Conference (CCDC)*.

ThermoFisher Scientific, 2018. *Analizador elemental de pulpas por XRF, MSA Mk5 Multi-Flujo*. [Online]

Available at: <https://www.thermofisher.com/order/catalog/product/19502> [Accessed 29 Enero 2019].

Tran, T., Afanador, N., Buydens, L. & Blanchet, L., 2014. Interpretation of variable importance in Partial Least Squares with Significance Multivariate Correlation (sMC). *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*.

Ulloa, A., 2016. *Control Supervisor de una Celda Jameson L-150 de Flotación Piloto*, Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.

Unzueta, R., 2016. *Sistema de Medición Basado en Visión Artificial Para Circuito Rougher Laboratorio*, Santiago: Universidad Técnica Federico Santa María.

Xie, X., Hou, K., Yang, B. & Tong, X., 2016. Activation of Sphalerite by Ammoniacal Copper Solution in Froth Flotation. *Journal of Chemistry*, pp. 1-6.

Xore, 2018. *Boxray 24*. [Online] Available at: <https://www.xore.se/boxray-24-onstream-analyzer/> [Accessed 6 Febrero 2019].

Yianatos, J. et al., 2017. Residence time distribution measurements and modelling in industrial flotation columns. *Minerals Engineering*, I(110), pp. 139-144.

Zhang, W., 2009. *Water Overflow Rate and Bubble Surface Area Flux in Flotation*, Montreal: s.n.

Zhou, F., Park, J. H. & Lui, Y., 2016. Differential feature based hierarchical PCA fault detection method for dynamic faults.. *Neurocomputing*, I(202), pp. 27 - 35.

Anexo A: Variables Relevantes en Flotación

A.1. Pulpa

La pulpa consiste en el mineral molido con el agua, y viene a constituir el elemento básico de la flotación ya que contiene todos los elementos que forman el mineral. Esta debe venir en ciertas condiciones, dadas por las etapas anteriores del proceso: mineral debidamente molido, tamaño de partícula apropiado, densidad y pH correcto, entre otros factores. Las pulpas en general poseen amplias diferencias dependiendo de las especies mineralógicas que contengan, pero comparten características en común.

Las pulpas en procesamiento de minerales se definen por varias características, entre las cuales se incluyen (Finch & Dobby, 1990):

1. Ley de mineral: corresponde al porcentaje en peso de la especie de interés, la cual está directamente relacionado con tanto el yacimiento de origen como el resultado final del proceso metalúrgico.
2. Densidad: La densidad de la pulpa está directamente relacionado con el porcentaje total de sólidos que contenga, esto haciendo referencia a cualquier material, independiente que sea o no el elemento de interés.
3. Granulometría: hace referencia a la distribución de tamaño que posean los distintos elementos sólidos que componen la pulpa. Generalmente es medida por procesos como tamizado de partículas y otros elementos presentes en la mezcla. Esta generalmente es reportada como una distribución de tamaños de partícula, que indica cual es la categoría de tamaño predominante en la mezcla.
4. Grado de liberación/activación: hace referencia a qué tan expuesta se encuentra la superficie del mineral de interés dentro de los sólidos que componen la pulpa. El grado de liberación es un factor determinante en procesos de flotación, puesto que se necesita un contacto lo más directo posible con el material de interés para aprovechar su característica hidrofóbica.

Si la pulpa es demasiado espesa (porcentaje de sólidos muy alto), indicará que la molienda fue muy gruesa, por lo cual flotará en cantidades muy reducidas, dado que los reactivos asociados y el aire no pueden levantar granos de mineral muy grandes aún se agreguen exceso de reactivos. La condición anterior puede generar otros problemas operacionales como obstrucción de tuberías y otros problemas operacionales si no fluye correctamente, junto con la pérdida de material de interés. Por otra parte, una pulpa con partículas muy finas (con un comportamiento similar al agua) indica que la recuperación de material valioso no será efectiva ya que no se podrían separar efectivamente minerales valiosos de la ganga, provocando una disminución de ley en los concentrados que salen del proceso (Cortés, 2016).

A.2. Reactivos

Con el objetivo de mejorar las recuperaciones globales de mineral valioso, se utilizan reactivos (sustancias químicas) que favorecen distintas etapas del proceso. Estos corresponden a los colectores, depresantes, espumantes y reguladores de pH (Finch & Dobby, 1990).

1. **Colectores:** Compuestos orgánicos que poseen una estructura de dos zonas: una polar y otra apolar. Funcionan al adsorber en su parte polar la superficie del mineral dejando la parte apolar expuesta hacia la fase acuosa, otorgándole el carácter hidrofóbico a las partículas de mineral de interés. El largo de la cadena de hidrocarburos determina la mayor o menor repelencia al agua, determinando la selectividad del proceso y la fuerza de adhesión final. El exceso de colector en procesos de flotación hace flotar en forma excesiva minerales indeseables junto con la formación de multicapas alrededor del mineral, mientras que la falta genera la obtención baja de los valiosos. Se utilizan usualmente Xantatos (colectores aniónicos) en formas de pellets, de manera que son solubles en agua. El Xantato Isopropílico de Sodio se utiliza ampliamente en procesos de flotación de cobre-zinc dado su bajo costo y elevado poder colector.
2. **Depresantes:** Compuestos cuya función es disminuir la flotabilidad de un mineral haciendo su superficie más hidrofílica o impidiendo la adsorción de estos. Estos actúan sobre los minerales de poco interés del proceso, manteniendo los minerales de interés en el proceso. En los procesos industriales se utilizan Cianuro de Sodio, Bisulfito de Sodio, Sulfato de Zinc entre otros.
3. **Espumantes:** Compuestos que buscan crear una espuma capaz de mantener las burbujas cargada de mineral hasta su extracción en la celda de flotación. Estas sustancias se denominan tensioactivos heteropolares, que pueden adsorberse en la superficie de separación agua-aire. Estos dan consistencia a la espuma, rodeando de una capa adsorbida a las pequeñas burbujas de aire evitando la coalescencia entre ellas y que no colapsen pronto una vez llegan a la superficie. El exceso de espumante genera un rebalse grande de los canales por una gran cantidad de espuma, lo que puede ensuciar los concentrados. Los reactivos utilizados son generalmente de origen comercial, pero un espumante común es el Metil Isobutil Carbinol (MIBC).
4. **Reguladores de pH:** Reactivos que controlan la acidez o alcalinidad de la pulpa. Un reactivo que cambia la concentración del ion hidrogeno ($[H_3O^+]$) tiene efecto directo sobre la adsorción del colector. Existe un pH óptimo para adsorción del colector dependiendo de cada mineral. Se suele trabajar con pulpa alcalina de manera de minimizar la corrosión y optimizar la recuperación total de mineral valioso. Como regulador se utiliza principalmente Cal Hidratada, al cual corresponde a una base fuerte.

A.3. Tasa de Inyección de Aire

El aire juega un papel fundamental ya que permite la formación de las burbujas que se encargan de transportar el mineral valioso hasta la superficie de la columna, generando adicionalmente agitación dentro de la columna. Si se utiliza mucho aire, las espumas rebalsan acompañadas de ganga o mineral poco valioso, además colapsando las burbujas superiores por efecto mecánico. Una baja inyección de aire es una de las causas por las cuales columnas de flotación no presenten una profundidad correcta y la cantidad de relaves retiradas son altas, y cargadas con mineral valioso (Bergh & Yianatos, 2002).

A.4. Calidad de Espuma

La apariencia de la espuma en la superficie de una columna de flotación tiene gran significancia, dado que describe la calidad de recuperación total. Es común en industrias realizar controles visuales a la espuma del tope de la columna (Anson, 1999). Dentro de las características de una espuma “aceptable”, se destacan:

- Una espuma aceptable consiste en pequeñas burbujas de aire mineralizadas que se rompen en la superficie sin aumentar su tamaño. La espuma debería ser móvil y no extremadamente viscosa.
- Un proceso de flotación eficiente resulta en burbujas entre 1 y 3 centímetros de tamaño en la superficie, cubiertas por una delgada capa del mineral de interés.
- Una espuma “seca” consiste en burbujas extremadamente grandes y de forma mineral que es muy estable e impide mayor concentración de mineral.
- Las características de la espuma están determinadas por diferentes propiedades físicas: espesor de burbuja, velocidad y método de remoción de la columna, cantidad de burbujas y partículas de mineral presentes.

Los tipos de espuma pueden clasificarse de manera de generar criterios objetivos y cuantitativos a la hora de definir sistemas de detección automática y visual de los tipos de espuma. Para esto, se sigue la clasificación de espuma en 3 clases fundamentales. Es importante destacar que los criterios utilizados para clasificar las espumas variarán de planta en planta, dado los distintos tipos de minerales que estas procesen, geometría de las celdas y/o columnas utilizadas, reactivos, etc.

1. Espumas ideales: representa el balance y/o punto medio entre una espuma muy líquida y viscosa. Se puede reconocer como una espuma compuesta de burbujas aglomeradas entre sí, con áreas claras en el tope de éstas.
2. Espuma líquida: se caracterizan y diferencian dado que la carga de minerales en la burbuja es demasiado baja, por lo que la espuma es muy poco viscosa y extremadamente móvil. Las burbujas son pequeñas e inestables.

3. Espuma viscosa: al contrario de la líquida, la mineralización en la superficie de las burbujas es demasiado alta, por lo que la espuma es extremadamente viscosa y la movilidad es baja. Las burbujas son grandes y elípticas, y la espuma demasiado estable.

Como se mencionó anteriormente, observaciones visuales de la espuma permiten detectar desviaciones al proceso de flotación dado que tienen efectos pronunciados sobre esta misma. El color de la espuma también juega un factor importante a la hora de determinar si el proceso se está llevando a cabo de forma correcta, el color ideal dependerá exclusivamente de la planta y el mineral procesado, pero es posible identificar desviaciones al color ideal. La Tabla A.1 indica las principales desviaciones al proceso de flotación y su efecto sobre la espuma, y la Tabla A.2 presenta las principales características resumidas de los tipos de espuma más comunes.

Tabla A.1. Desviaciones de proceso y sus efectos en la calidad de la espuma. Fuente: (Anson, 1999).

Desviación de Proceso	Efecto en Espuma
Adición excesiva de espumante.	Espuma muy estable, burbujas pequeñas.
Adición baja de espumante	Espuma inestable, grandes burbujas formadas por coalescencia.
Adición excesiva de depresante.	Espuma líquida, baja carga de minerales, burbujas pequeñas.
Adición baja de depresante.	Espuma viscosa, baja movilidad, burbujas grandes.
Alimentación alta de pulpa	Espuma líquida y de flujo rápido.
Alimentación baja de pulpa	Espuma viscosa y de baja movilidad.
Densidad de pulpa muy alta	Espuma viscosa y de baja movilidad.
Densidad de pulpa muy baja	Espuma líquida y de flujo rápido.
Tamaño de partícula muy grande	Espuma inestable, burbujas pequeñas.
Tamaño de partícula muy pequeño	Espuma estable y viscosa, burbujas grandes.
Tasa de aireación alta	Baja ley de mineral, espuma móvil, burbujas grandes.
Tasa de aireación baja	Baja recuperación, espuma lenta, burbujas pequeñas.

Tabla A.2. Principales tipos de espuma y sus características. Fuente: (Moolman, et al., 1996).

Tipo de Espuma	Tamaño Promedio de Burbuja	Movilidad	Estabilidad	Textura	Color Promedio
Ideal	Mediano	Media	Media	Poliédricas, burbujas cercanas con una clara iluminación clara en el tope	Indica alta mineralización. Color característico del proceso.
Líquida	Pequeña	Alta	Baja	Muy líquida, esférica, con baja densidad de burbujas.	Poco mineral. Color no característico.
Viscosa	Grande	Baja	Alta	Viscosa, elipsoidal, muy alta densidad de burbujas con alta carga de espumante.	Puede producir un color más claro de lo normal por la ganga.

Como existen desviaciones con efectos compartidos sobre la espuma, se puede destacar la naturaleza compleja del proceso y la necesidad de monitorear la apariencia de ésta como elemento fundamental del proceso.

A.5. Variables Clave en Flotación Columnar

Las siguientes variables son consideradas claves a la hora de operar procesos de flotación en columna, puesto que sus efectos e interacciones entre si entregan como resultados la recuperación total de mineral y la ley de éste (Finch & Dobby, 1990).

A.5.1. Ley de Alimentación

La ley de alimentación corresponde al porcentaje de mineral valioso que lleva la corriente de alimentación. Esto depende exclusivamente del tipo de mineral, en procesos de limpieza la entrada es generalmente en un 6 al 9% en cobre con variadas excepciones. El resultado del proceso dependerá en gran medida de la cantidad de mineral valioso de alimentación.

A.5.2. Granulometría del Mineral

La granulometría hace referencia al tamaño de la población de partículas que se alimenta como pulpa al proceso (diámetro de partículas). El tamaño optimo corresponde al mejor resultado del proceso (recuperación máxima), el cual dependerá de la mena y las características del mineral.

A.5.3. Velocidades Superficiales de Corrientes

Para cualquier corriente de fluido tanto de entrada como de salida se define la velocidad superficial como la división entre el flujo volumétrico y el área transversal de una sección de la columna. Esta permite “adimensionalizar” los flujos del tamaño propio del equipo y realizar operaciones de escalamiento. Estas se definen generalmente en centímetros por segundo. Las principales velocidades superficiales se definen en la Tabla A.3.

Tabla A.3. Principales velocidades superficiales utilizadas en flotación columnar.

Nomenclatura	Definición
J_f	Velocidad superficial de alimentación de pulpa.
J_g	Velocidad superficial de alimentación de aire.
J_t	Velocidad superficial de colas de salida.
J_w	Velocidad superficial de alimentación de agua de lavado.

A.5.4. Profundidad de Espuma

Corresponde a la altura del lecho espumoso, medida desde el inicio de la zona de colección hasta el rebalse (tope) de la columna. Es una variable operacional clave que incide sobre el resultado del proceso, una profundidad de espuma alta produce un mayor tiempo de residencia de las partículas metálicas unidas con burbujas de aire, por lo que favorece el drenaje de la ganga traduciéndose en una mayor ley final, con una menor recuperación global de mineral.

A.5.5. Holdup de Aire

Corresponde a la fracción o porcentaje volumétrico que ocupa el aire total que asciende por la zona de colección hacia el tope de la columna. La condición típica de operación de holdup yace en un 10 a un 25% de retención, pero es fuertemente afectada por otras variables del proceso, como las velocidades superficiales, diámetro de burbujas y características granulométricas. El holdup de aire hace referencia a la disponibilidad de burbujas de aire para capturar partículas de mineral valioso. Si el holdup es demasiado alto, tanto partículas valiosas como ganga son arrastradas al tope, favoreciendo la recuperación global de mineral, pero disminuyendo la calidad del concentrado, potencialmente contaminándolo.

Anexo B: Imágenes Referenciales y Especificaciones de Equipos e Instrumentos

Columna de Flotación Experimental

Tabla B.1. Parámetros geométricos columna experimental.

Parámetro	Valor	Unidad
Altura Total	3,14	m
Diámetro	0,203	m
Área Transversal	0.03243	m ²
Volumen Total	0,101	m ³
Material	Acrílico	-
Tipo de Burbujeador	Sintético Grafeno 0,1 um	-
Altura Alimentación (desde base)	2	m
Altura sensor de presión superior PI-101 (desde base)	1,5	m
Altura sensor de presión inferior PI-102 (desde base)	1	m

1. Sensor Ultrasónico Flowline LU20:



Figura B.1. Sensor de Nivel Ultrasónico Flowline LU20. Imagen referencial.

Tabla B.2. Especificaciones Sensor de Nivel Ultrasónico.

Parámetro	Valor	Unidad
Rango de Medición	15 – 540	cm
Precisión	+/-0.25%	-
Resolución Máxima	3	mm
Material	Acero Inoxidable	-
Temperatura de Operación	-40 - 60	°C
Señal de Salida	4-20	mA

2. Sistema de Bombeo Alimentación de Pulpa:



Figura B.2. Bomba peristáltica MasterFlex #HV-7441-00 con cabezal y tubería. Imagen referencial.

Tabla B.3. Especificaciones sistema bomba peristáltica alimentación y colas,

Parte	Parámetro	Valor	Unidad
Bomba Peristáltica	Frecuencia de Giro	33 – 650	rpm
	Potencia de Motor	250	W
	Alimentación	4.5	A
		220	V
	Material	Acero Inoxidable y Aluminio	
	Señal de Entrada	4 – 20	mA
Cabezal	Material	Sulfuro de Polipropileno Blanco (PPS)	-

	Altura de Succión	7.6	mca
Tubería	Diámetro de Tubería	12,7	mm
	Flujo Máximo	13	L/min
	Presión Máxima Absoluta	1.4	bar
	Temperatura de Operación	-50- 230	°C
	Altura de Succión	7	mca

3. Flujómetro Másico Aalborg GFMS-015611:



Figura B.3. Flujómetro másico Aalborg GFMS-015611. Imagen referencial.

Tabla B.4. Especificaciones Flujómetro Másico de Aire.

Parámetro	Valor	Unidad
Rango de Medición	0 – 30	L/min
Presión de Medición	1	bar
Temperatura de Medición	20	°C
Material	Acero Inoxidable	-
Señal de Salida	4-20	mA

4. Válvula de Aire Tipo Globo Badger Meter 859:



Figura B.4. Válvula de control tipo globo Badger Meter Type 859. Imagen referencial.

Tabla B.5. Especificaciones válvula de control globo.

Parámetro	Valor	Unidad
Tamaño	1	in
Rango de Flujo	0 – 6	cv
Característica	Lineal	-
Señal de Entrada	3 – 15	psig
Rango de Presión	0 – 5000	psi

5. Sistema Agua de Lavado

5.1 Válvula Solenoide:



Figura B.5. Válvula solenoide Danfoss EV220B. Imagen referencial.

Tabla B.6. Especificaciones válvula solenoide Danfoss EV220B agua de lavado.

Parámetro	Valor	Unidad
Funcionamiento	Normal Cerrado	-
Tamaño Conexiones	20	mm
Rango Temperatura	-30 – 150	°C
Material	Latón	-
Cv	4,6	gal/min

5.2 Sistema de Bombeo



Figura B.6. Bomba peristáltica MasterFlex #EW-7521-47 con cabezal y tubería. Imagen referencial.

Tabla B.7. Especificaciones sistema bomba peristáltica agua de lavado.

Parte	Parámetro	Valor	Unidad
Bomba Peristáltica	Frecuencia de Giro	10 – 200	rpm
	Potencia de Motor	75	W
	Alimentación	0.8	A
		220	V
	Material	Acero Inoxidable y Aluminio	
	Señal de Entrada	4 – 20	mA
Cabezal	Material	Acero Inoxidable	-
	Altura de Succión	8.8	mca
Tubería	Diámetro de Tubería	6.4	mm
	Flujo Máximo	1.8	L/min
	Presión Máxima Absoluta	2.7	bar
	Temperatura de Operación	-45- 135	°C
	Altura de Succión	8.8	mca

6. Sensor Continuo de Nivel Instek LTM-2

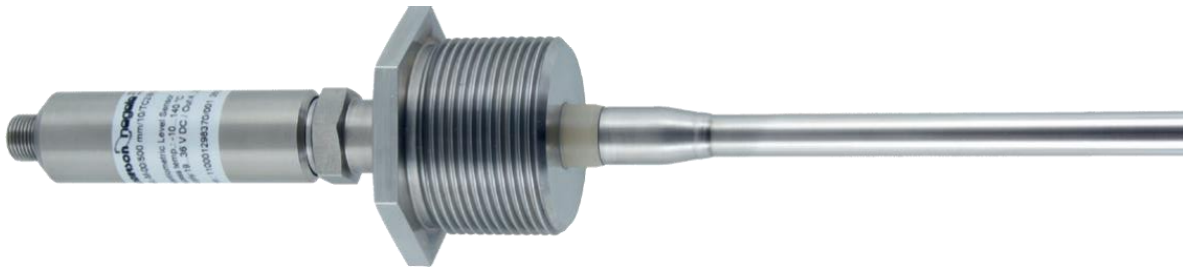


Figura B.7. Sensor Continuo de nivel Instek LTM-2. Imagen referencial.

Tabla B.8. Especificaciones sensor continuo de nivel.

Parámetro	Valor	Unidad
Longitud de Barra	3000	mm
Diámetro de Barra	10	mm
Presión Máxima	16	bar
Temperatura Operación	0 – 70	°C
Precisión	+/-1%	-
Voltaje de Operación	19 – 36	VDC
Señal de Salida	4 -20	mA

7. Sensor de Presión BTU Controls C9000156



Figura B.8. Transmisor de presión BTU Controls C9000156 diafragma rasante. Imagen referencial.

Tabla B.9. Especificaciones transmisor de presión.

Parámetro	Valor	Unidad
Rango de Operación	-1 a 1	barg
Precisión	+/-0.5%	-
Temperatura de Operación	-40 – 85	°C
Protección	I/P 65	-
Voltaje de Operación	12 – 30	VDC
Señal de Salida	4 -20	mA

8. Transductor I/P Control Air 500 AC



Figura B.9. Transductor I/P Control Air 500-AC. Imagen referencial.

Tabla B.10. Especificaciones transductor I/P.

Parámetro	Valor	Unidad
Presión de Entrada	3 – 100	psig
Precisión	+/-0.5%	-
Temperatura de Operación	-40 – 85	°C
Protección	I/P 65	-
Señal de Entrada	4 – 20	mA
Señal de Salida	3 – 15	psig

Anexo C: Datos de Calibración S-1 Titan y Curvas Asociadas

A continuación, se detallan los datos utilizados para la calibración y posterior corrección de las lecturas del dispositivo S1 Titan. Los datos obtenidos al analizar las muestras de calibración están presentes en la Tabla C.1, y la revisión general de datos se encuentra en la Tabla C.2. Los resultados por AA fueron entregados por el personal del laboratorio de análisis instrumental del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental de la UTFSM.

Finalmente, la comparación de ambas regresiones se presenta en la Figura C.1 y Figura C.2. Cabe destacar que se asumió una tendencia lineal para ambas curvas de calibración las cuales fueron confirmadas de acuerdo con su apariencia experimental y el coeficiente de correlación R^2 obtenido. Al ser un ajuste netamente lineal, los resultados solo permiten un mejor acercamiento a las condiciones reales, pero no afectan los análisis comparativos realizados en el resto del presente documento, ya que todos los datos poseerán el mismo escalamiento.

Tabla C.1. Datos XRF calibración S1 Titan.

% Cobre S1 TITAN				
Muestra	Original	Replica I	Replica II	Promedio
Z1	17.177	17.465	17.547	17.396
Z2	19.034	18.711	18.535	18.760
Q1	4.439	4.484	4.541	4.488
Q2	5.093	5.408	5.271	5.257
A1	6.321	6.624	6.882	6.609

Tabla C.2. Comparación datos XRF y AA calibración S1 Titan.

Muestra	S1 TITAN	AA	Recta de AA Corrección
Q1	4.488	7.885	8.232
Q2	5.257	7.665	9.389
A1	6.609	13.958	11.424
Z1	17.396	25.788	27.662
Z2	18.760	31.127	29.715

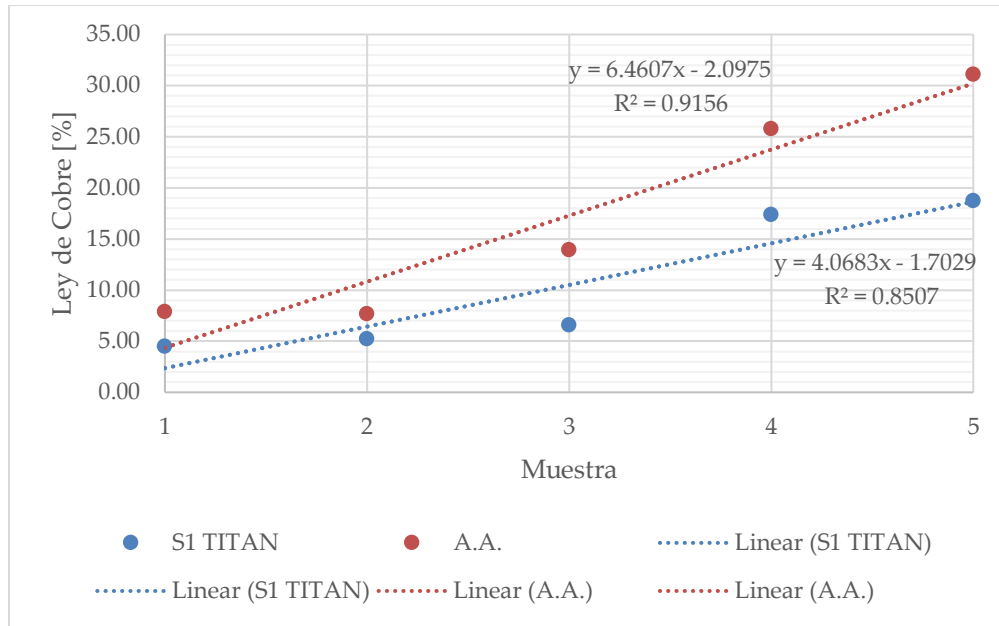


Figura C.1. Comparación regresiones lineales XRF y AA.

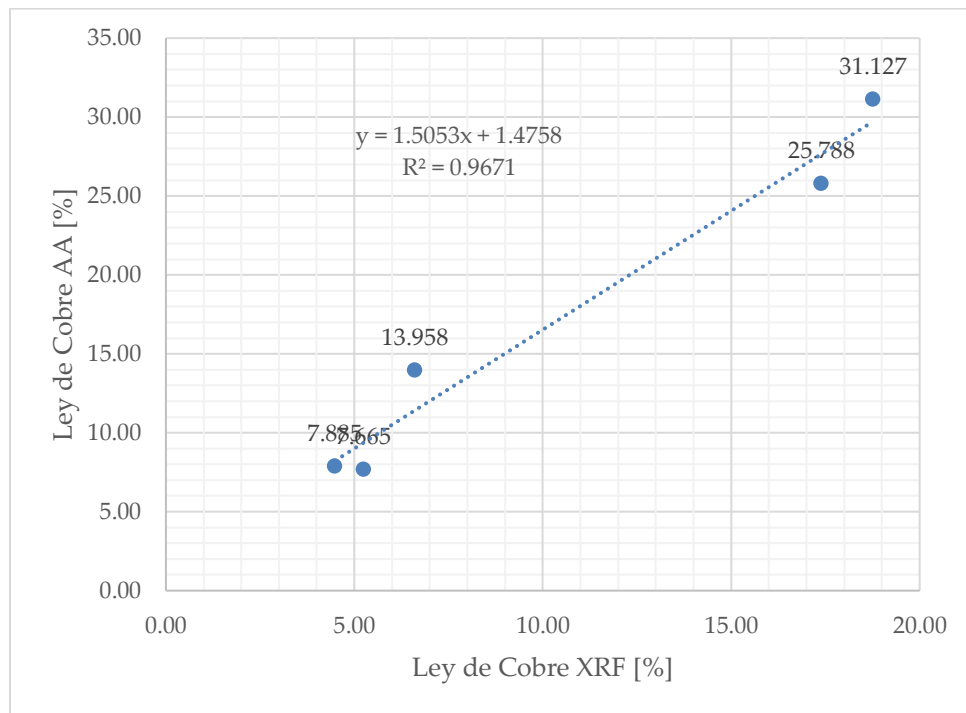


Figura C.2. Curva calibración y conversión AA-XRF.

Anexo D: Procedimientos de Puesta en Marcha y Detención

Los procedimientos descritos en este anexo están basados en el diagrama P&ID de la columna, presentada en el Capítulo 3, Figura 3.2.

D.1. Procedimiento Puesta en Marcha Columna

1. Preparativos previos:
 - a. No iniciar la agitación hasta que el nivel de agua en el estanque de pulpa sea adecuado. Eliminar líquido en exceso y vaciar sólidos decantados de estanques de operación anterior.
 - b. Activar mineral por medio de activación, al menos 30 minutos a alta velocidad (1000 RPM).
 - c. Pulpa debe estar acondicionada por al menos 30 minutos en velocidad baja (evitar formación de espuma en estanque de alimentación) con reactivos dosificados de acuerdo con las proporciones y cantidades a utilizar.
 - d. Revisar conexiones: todas las uniones americanas conectadas, mangueras de bombas peristálticas cargadas y manguera de colas dirigiéndose hacia estanque alimentación T-001.
 - e. Estado de válvulas:
 - i. Válvulas abiertas:
 1. Alimentación a columna V-004.
 2. Agua de lavado V-002.
 3. Salida colas V-007.
 4. Válvula de alimentación a bomba V-009.
 5. Válvula reposición agua de lavado V-014.
 - ii. Válvulas cerradas:
 1. Válvula de purga V-013.
 2. Válvula de alimentación agua de limpieza V-008.
 3. Válvula de muestreo V-015.
2. Abrir válvula de aire FICV-1 al 100% para evitar deposición de sólidos en inyector.
3. Iniciar la toma de datos por medio de *Opto DataLink*, creando una nueva base de datos con el día y mes (Ej.: 19Ago) en el documento *Access*, y posteriormente iniciar la captura cada 10 segundos.
4. Iniciar ejecución de códigos en Matlab. Revisar la captura de imágenes y activarla una vez haya nivel de espuma suficiente (para evitar datos inválidos por falta de colchón).
5. Iniciar alimentación de pulpa en bomba B-001 a 10 litros por minuto. Iniciar descarga de válvula de colas B-003 a 2 litros por minuto. Bombas deben funcionar en todo momento para impedir deposición de sólidos en mangueras internas.
6. Llenar la columna con pulpa hasta aproximadamente $\frac{3}{4}$ del volumen total.

7. Iniciar control de nivel con parámetros $K_p = 2.5$ unidades y $K_i = 1$ unidad hasta profundidad de espuma conveniente. Esperar estabilización.
8. Iniciar control de velocidad superficial de aire con parámetros $K_p = 0.0737$ y $K_i = -0.1355$.
9. Esperar aproximadamente 20 minutos para estabilización de condición inicial metalúrgica. Posteriormente, iniciar experimentación.

D.2. Procedimiento Detención Columna

1. Detener toma de datos en *Opto DataLink*.
2. Detener algoritmos de Matlab.
3. Apagar todos los controles PID en funcionamiento, procurando que flujo de colas y aire sean distintos de 0 al momento de desactivar los controles.
4. Fijar descarga de colas en 11 litros por minuto y alimentación en 2 litros por minuto, para facilitar el vaciado rápido del equipo y no detener las bombas.
5. Esperar el vaciado total de la columna.
6. Dirigir manguera de colas hacia estanque adicional vacío.
7. Abrir válvula V-008 e inmediatamente cerrar válvula V-009 para inyección de agua limpia.
8. Todos los flujos de alimentación y colas al máximo para inyección de agua limpia.
9. Repetir hasta que el agua que sale de la corriente de colas esté limpia.
10. Con manguera adicional, lavar parte superior de columna y descarga.
11. Una vez no haya pulpa en el interior de la columna, detener el flujo de aire.
12. Dejar sedimentar sólidos en estanques adicionales hasta la siguiente operación, por un mínimo de 12 horas.

Anexo E: Detector de Estado Estacionario

El algoritmo descrito a continuación fue originalmente establecido por Russell Rhinehart, en su publicación “*An efficient method for on-line identification of steady state*”. (Rhinehart & Cao, 1995) El procedimiento involucra filtro de datos mediante filtrado de pasa baja para contrarrestar el ruido presente en la medición, posteriormente se efectúa un análisis de varianza mediante 2 métodos distintos. Finalmente, mediante una comparación estadística, se calcula la razón entre ambas varianzas hasta que el modelo arroja que estas son “iguales” (no hay diferencias significativas).

El filtro de pasa baja fue elegido ya que es simple de implementar en código y además genera un control efectivo, con la desventaja de un proceso de sintonización lento de manera de encontrar los parámetros adecuados para fijar correctamente los estados estacionarios y transiente.

Sea x_i una variable de proceso en el tiempo i y λ un parámetro de filtración previamente definido. El filtro de primer orden empleado se escribe como:

$$x_{fi} = \lambda_1 * x_1 + (1 - \lambda_1) * x_{fi-1} \quad (\text{Ec. E-1})$$

Adicionalmente, la varianza filtrada se define como:

$$\hat{\sigma}_{dfi}^2 = \lambda_2 * (x_i - x_{fi-1})^2 + (1 - \lambda_2) \hat{\sigma}_{dfi-1}^2 \quad (\text{Ec. E-2})$$

Se estima la varianza por un primer método:

$$\hat{\sigma}_{xi}^2 = (2 - \lambda_1) * \frac{\hat{\sigma}_{dfi}^2}{2} \quad (\text{Ec. E-3})$$

Y se contrasta con la varianza calculada por un segundo método:

$$\hat{\rho}_{dfi}^2 = \lambda_3 * (x_i - x_{i-1})^2 + (1 - \lambda_3) \hat{\rho}_{dfi-1}^2 \quad (\text{Ec. E-4})$$

Notar que en el segundo método descrito se emplea la variable x del instante anterior, pero sin filtrar. Luego, la varianza es calculada como:

$$\hat{\sigma}_{xi}^2 = \frac{\hat{\rho}_{dfi}^2}{2} \quad (\text{Ec. E-5})$$

Finalmente, se genera el término r_i que denota la razón entre la varianza estimada mediante ambos métodos:

$$r_i = \frac{(2 - \lambda_1) * \hat{\sigma}_{dfi}^2}{\hat{\rho}_{dfi}^2} \quad (\text{Ec. E-6})$$

Para efectuar la comparación del término r_i , se utiliza un parámetro R . La comparación se traduce en que si se cumple la condición de $r_i < R$, se determina que el proceso está en estado estacionario, mientras que, en caso contrario, está en estado transiente.

La obtención de este valor R fue empírica y por separado en cada lazo. Por medio de experimentación, se muestrearon los valores de r_i para cada variable y finalmente se selecciona el valor adecuado para R a partir de lo detectado, mediante los gráficos del HMI, del estado estacionario. De esta manera, se obtienen parámetros $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ y R . Estos son obtenidos para cada lazo de control y se presentan en la Tabla E.1 y Tabla E.2.

Tabla E.1. Parámetros R en detección de estado estacionario.

Lazo de Control	Parámetro R
Profundidad de Espuma	3
Velocidad Superficial de Aire	2,5
Holdup de Aire	4

Tabla E.2. Lambdas para variable de operación controlada.

Lazo de Control	λ_1	λ_2	λ_3
Profundidad de Espuma	0,4	0,2	0,2
Velocidad Superficial de Aire	0,6	0,4	0,4
Holdup de Aire	0,2	0,1	0,1

Anexo F: Datos Históricos Operación Columna

A continuación, se presentan los comportamientos gráficos de los datos obtenidos según las condiciones de operación probadas. Los datos se encuentran ordenados de forma cronológica según el día obtenido, donde las barras negras representan un día diferente de muestreo

F.1. Variables de Operación

Las principales variables de operación se muestran en la Figura F.1 (Holdup) y Figura F.2 (Flujo de aire). Otras características como los flujos o profundidad de espuma eran asignados de forma arbitraria u controlados, por ende, no existen diferencias operacionales de un día a otro.

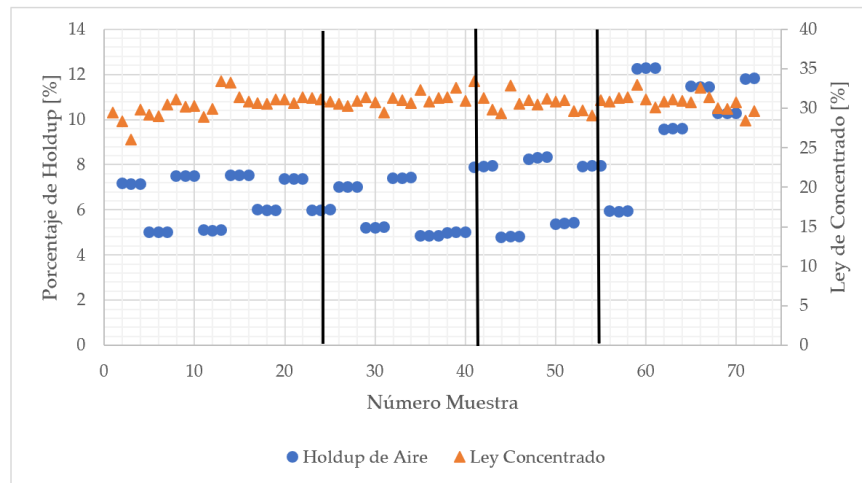


Figura F.1. Holdup de aire versus número de muestra. Comportamiento diario.

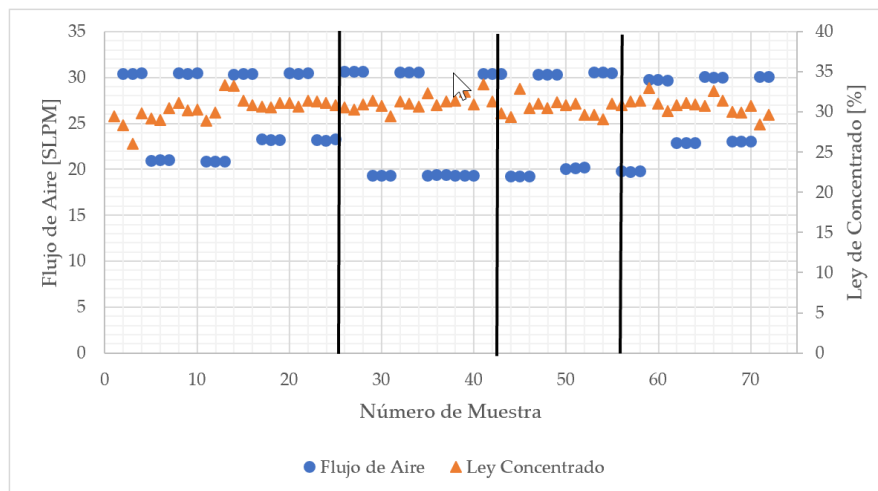


Figura F.2. Flujo de aire en columna versus número de muestra. Comportamiento diario.

F.2. Variables de Alimentación

Para el caso de las variables de alimentación, la Figura F.3 muestra el porcentaje de sólidos utilizado para cada medición. Al no usar agua de lavado los días 1,2 y 4 se asumió que no existe variación de este porcentaje. La ley de alimentación se presenta en la Figura F.4, donde fue medida directamente los días 3 y 4, y extrapolada de las mediciones para determinar su comportamiento los días 1 y 2.

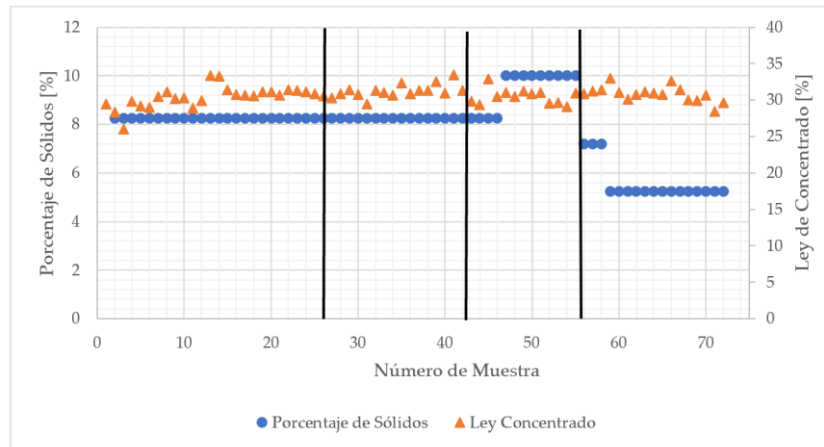


Figura F.3. Porcentaje de Sólidos versus número de muestra. Comportamiento diario. En los días 1,2 y 4 se operó sin agua de lavado por ende el nivel de agua en el sistema era constante junto con los sólidos, y cambia ligeramente en el día 3.

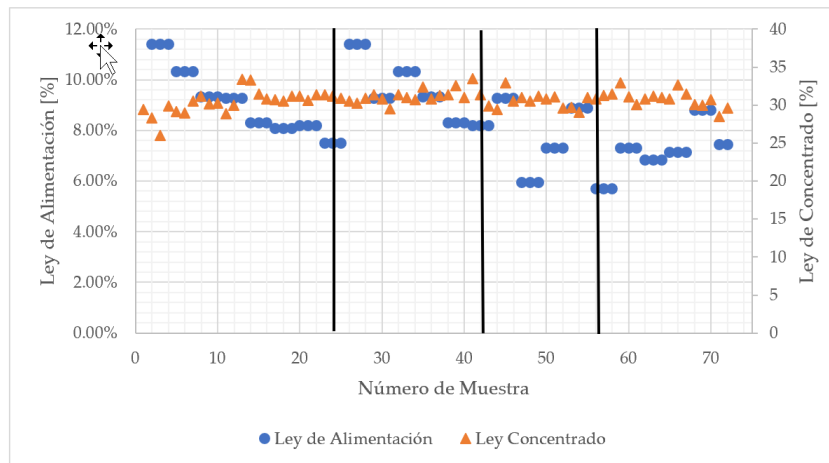


Figura F.4. Ley de alimentación versus número de muestra. Comportamiento diario. Las variaciones fueron extrapoladas para su cálculo en el día 1 y 2, donde no fueron medidas directamente.

F.3. Variables de Análisis de Imágenes

Finalmente, las variables relacionadas con el análisis de imagen están presentes en la Figura F.5 para el número de burbujas y la Figura F.6 para el diámetro Sauter. Es posible notar la diferencia en las condiciones de operación a medida pasan los días de trabajo producto de los cambios en la concentración de espumante, y en menor medida por cambios del sólido que producen coalescencia.

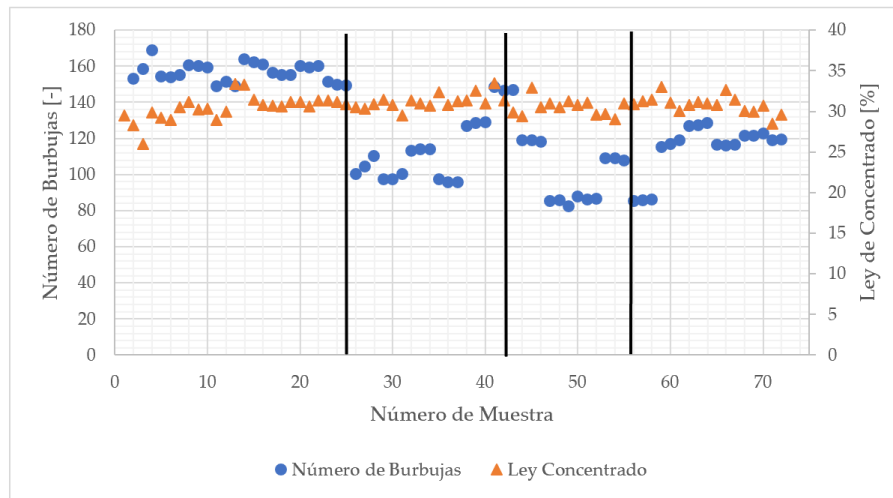


Figura F.5. Número de Burbujas versus número de muestra. Comportamiento diario.

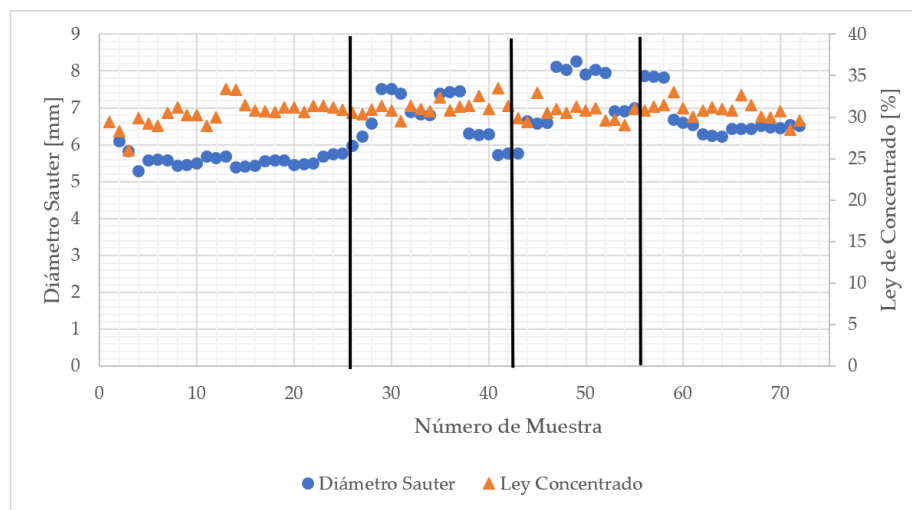


Figura F.6. Diámetro Sauter de burbujas versus número de muestra. Comportamiento diario.

Anexo G: Variables Adicionales Asociadas a Modelos PLS

La Figura G.1 muestra la interfaz general de *PLS Toolbox* y las herramientas utilizadas para generar los datos.

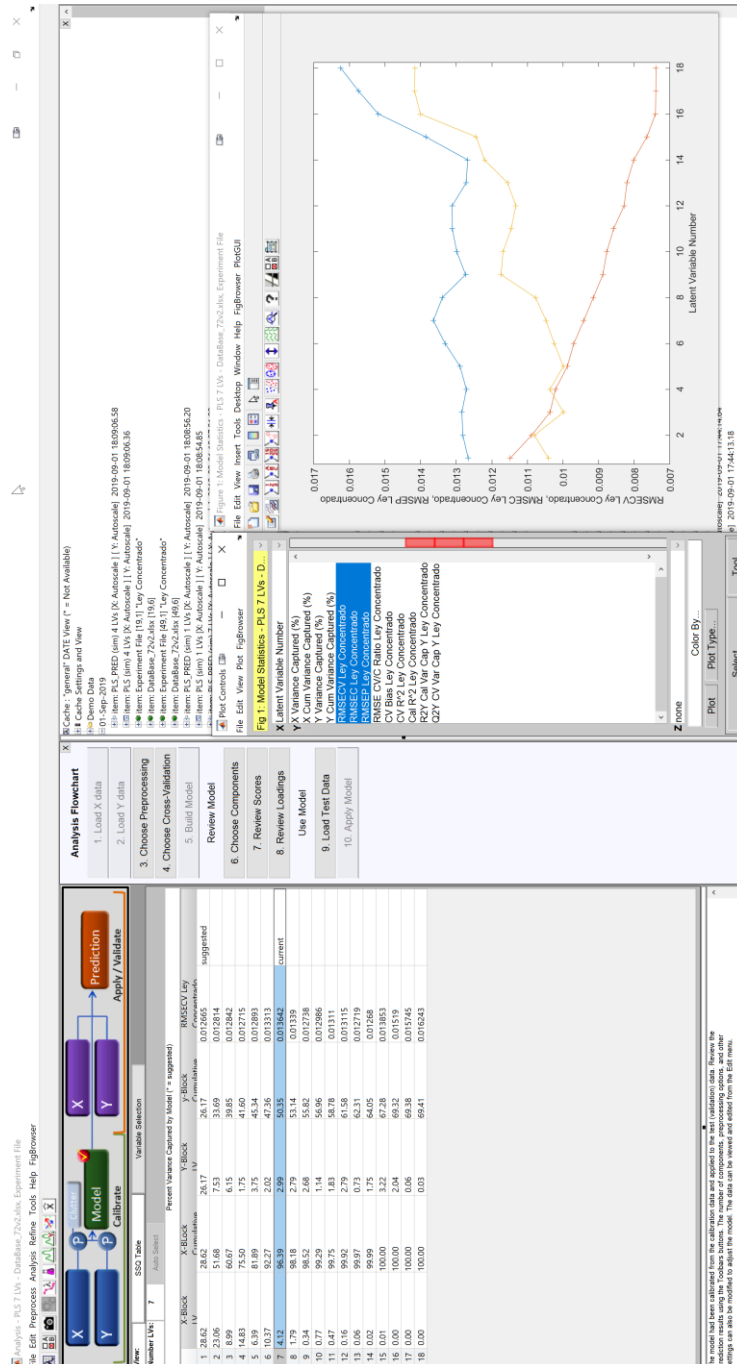


Figura G.1. Pantalla principal PLS Toolbox y obtención de gráficos.

Los siguientes gráficos muestran las distintas varianzas capturadas y errores *RMSE CV/C* de los modelos variando la cantidad de variables latentes utilizadas. En todos los modelos se realizó una remoción posterior de *outliers* de acuerdo con los estadígrafos Q y T^2 , por lo que los gráficos presentados a continuación consideran la remoción de ciertos puntos de la operación.

G.1 Modelo Completo

Para el caso del modelo completo, la Figura G.2 y Figura G.3 muestran las variaciones con respecto a las distintas variables latentes. El modelo es un ajuste perfecto en las mediciones de entrada desde las 10 variables latentes. Los residuos de la regresión de Ley de concentrado se presentan en la Figura G.4 en forma de histograma, la cual acusa una distribución aparentemente normal de los mismos.

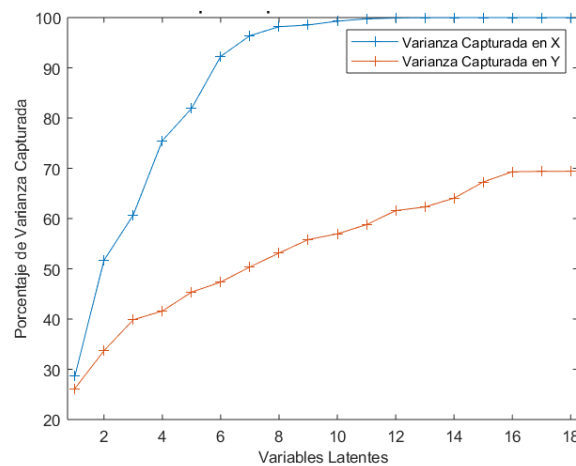


Figura G.2. Varianza capturada en X e Y versus número de variables latentes utilizadas, modelo completo.

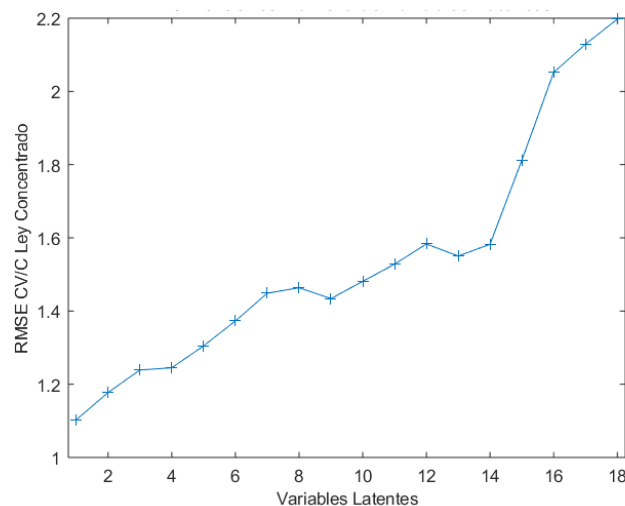


Figura G.3. Error *RMSE CV/C* versus número de variables latentes utilizadas, modelo completo.

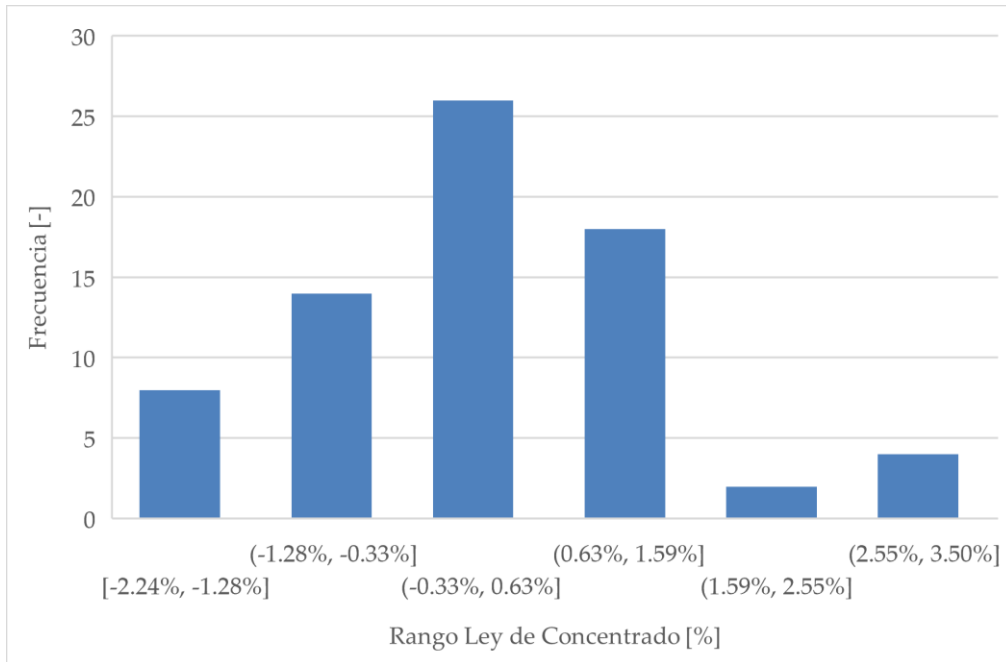


Figura G.4. Histograma de residuos, regresión ley de concentrado, modelo completo.

G.2. Modelo Sin Leyes de Colas

Para el modelo sin leyes de colas la varianza capturada y los errores están en la Figura G.5 y Figura G.6 respectivamente. De forma similar al anterior, en 11 variables latentes se captura completamente la varianza del vector de entrada, y existe un aumento gradual en las leyes de concentrado hasta alcanzar una captura ligeramente menor que el modelo completo. En la Figura G.7 se presentan los residuos de la regresión de la ley del concentrado. Los coeficientes asociados a la regresión PLS se encuentran en la Tabla G.1 como histograma normal.

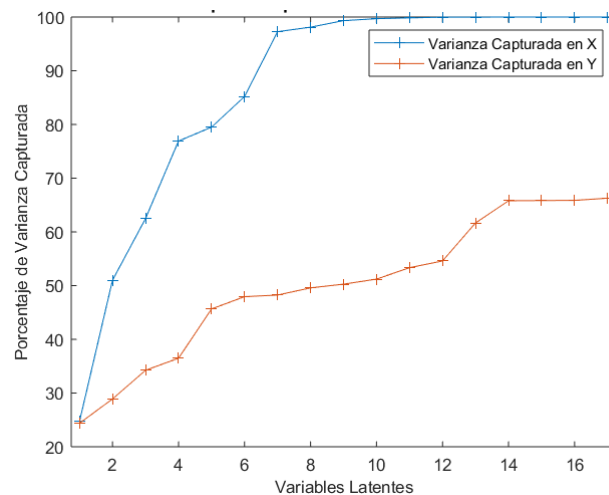


Figura G.5. Varianza capturada en X e Y versus número de variables latentes utilizadas, modelo sin leyes de colas.

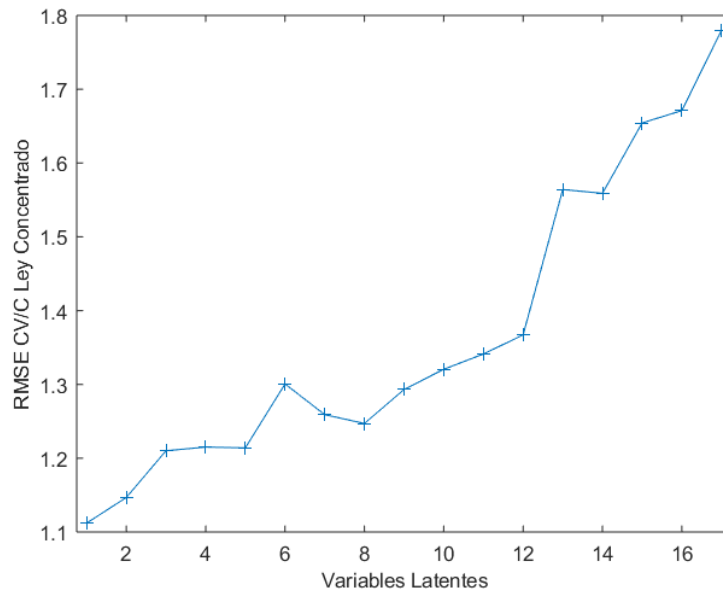


Figura G.6. Error RMSE CV/C versus número de variables latentes utilizadas, modelo sin leyes de colas.

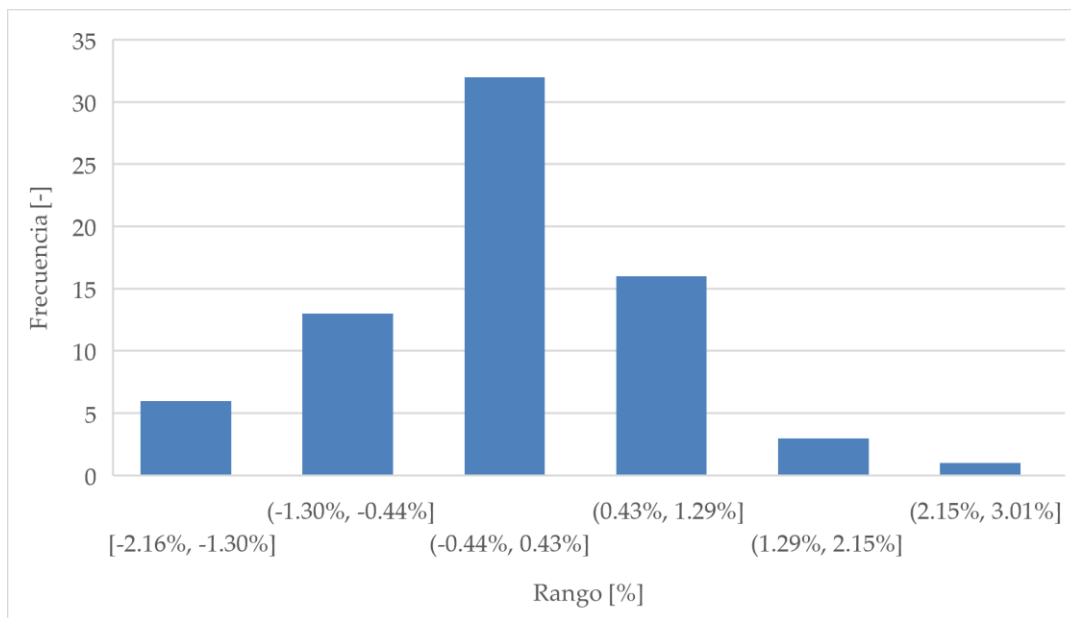


Figura G.7. Histograma de residuos, regresión ley de concentrado, modelo sin leyes de colas.

Tabla G.1. Coeficientes regresión PLS modelo sin leyes de colas.

Variable	Coeficiente Asociado
Intercepto	3.93E-01
Flujo Alimentación	-2.33E-05
Flujo Agua de Lavado	-5.31E-02
Profundidad de Espuma	-5.79E-05
Porcentaje de Sólidos Alimentación	-7.38E-04
Flujo de Aire	3.73E-04
Apertura Válvula Aire	7.42E-05
Flujo Colas	5.12E-04
Nivel de Interfase	6.41E-04
Señal Presión Inferior	2.74E-01
Señal Presión Superior	-1.69E-01
Holdup de Aire	-2.95E-03
Velocidad Superficial Aire	7.03E-03
Área Promedio Burbujas	2.72E-05
Diámetro Promedio Burbujas	-2.49E-03
Diámetro Sauter Burbujas	-2.52E-03
Número de Burbujas Detectadas	-3.75E-04
Ley de Cobre Alimentación	-7.68E-01

G.3. Modelo de Instrumentos Mínimos

En el modelo de instrumentos mínimos la varianza capturada se representa en la Figura G.8. La varianza en el vector de entrada aumenta de forma lineal con componente, pero no existe una real diferencia en las leyes de concentrado estimadas. El error asociado se presenta en la Figura G.9. Finalmente, los residuos asociados a la ley del concentrado se pueden visualizar en la Figura G.10. Los coeficientes asociados a la regresión PLS se encuentran en la Tabla G.2 en forma de histograma, el cual acusa una tendencia normal aproximada.

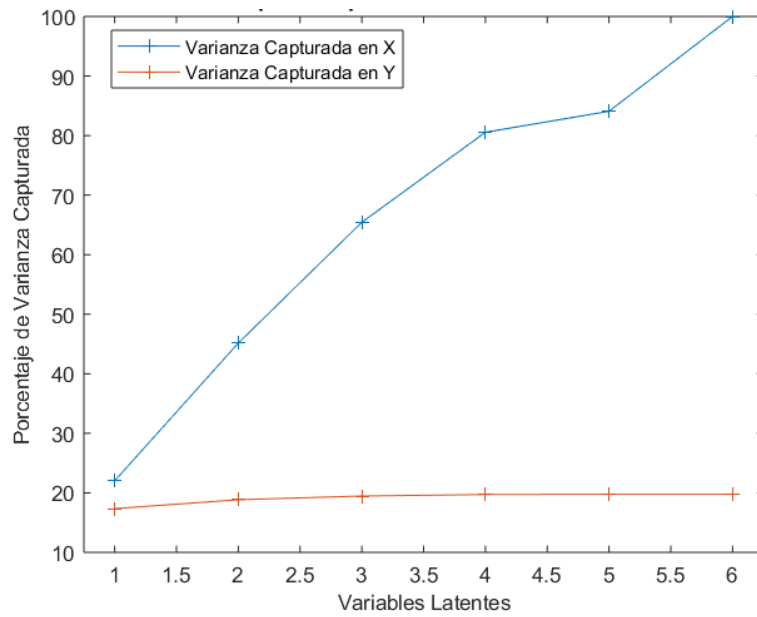


Figura G.8. Varianza capturada en X e Y versus número de variables latentes utilizadas, modelo instrumentos mínimos.

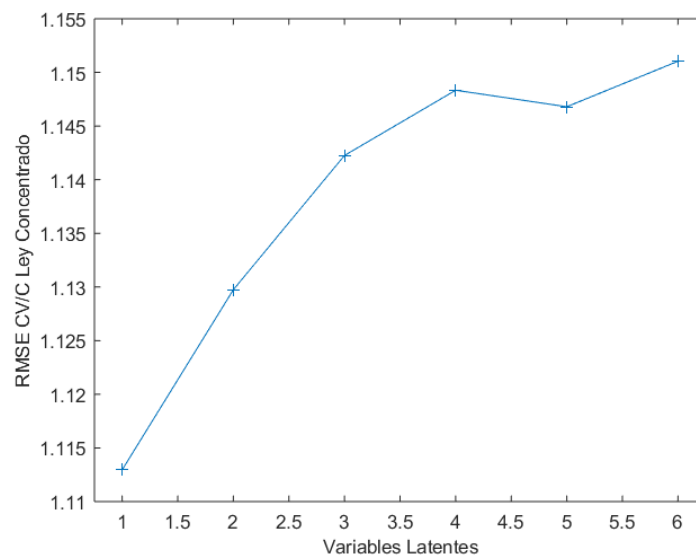


Figura G.9. Error RMSE CV/C versus número de variables latentes utilizadas, modelo instrumentos mínimos.

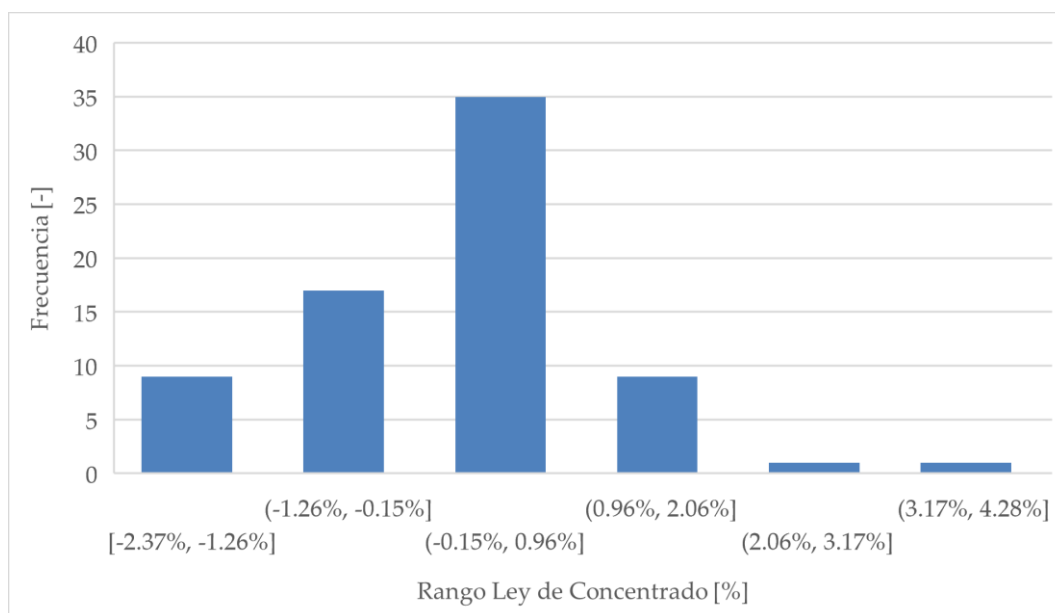


Figura G.10. Residuos de regresión ley de concentrado, modelo de instrumentos mínimos.

Tabla G.2. Coeficientes regresión PLS modelo de instrumentos mínimos.

Variable	Coeficiente Asociado
Intercepto	3.40E-01
Flujo Alimentación	-1.90E-03
Flujo Agua de Lavado	-1.23E-02
Profundidad de Espuma	-3.88E-04
Flujo de Aire	-1.36E-04
Ley de Cobre Alimentación	2.14E-02
Ley de Cobre Colas	-2.11E-04

G.4. Modelo de Instrumentos Mínimos apoyado con IA

Para el caso de este modelo, la varianza capturada y los errores se presentan en la Figura G.11 y Figura G.12 respectivamente. El modelo presenta un ajuste significativamente mejor que el anterior. Los residuos presentados en la Figura G.13 respecto a la regresión de la ley del concentrado siguen la misma tendencia. Los coeficientes asociados a la regresión PLS se encuentran en la Tabla G.3 como histograma, el cual aparenta tener una forma aproximada normal.

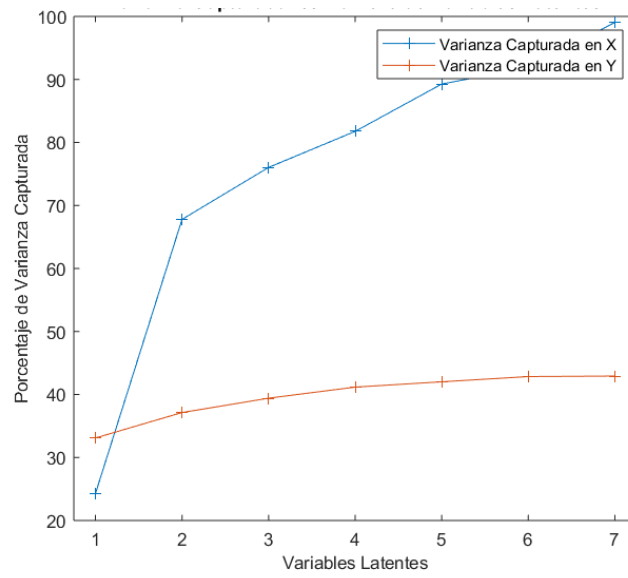


Figura G.11. Varianza capturada en X e Y versus número de variables latentes utilizadas, modelo instrumentos mínimos con IA.

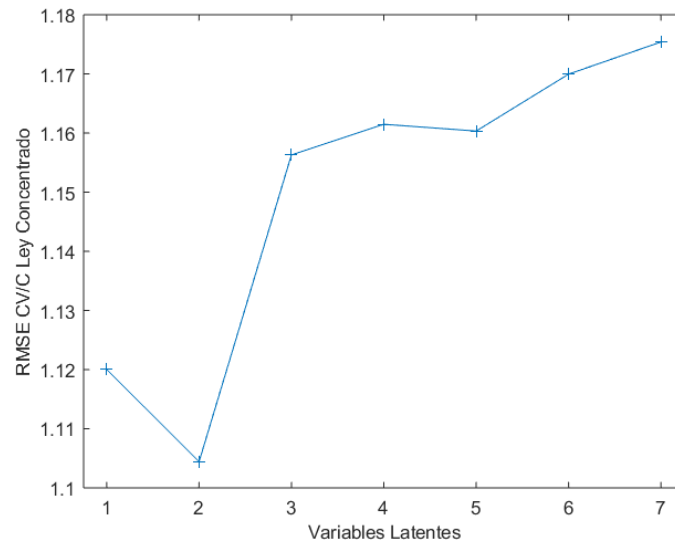


Figura G.12. Error RMSE CV/C versus número de variables latentes utilizadas, modelo instrumentos mínimos con IA.

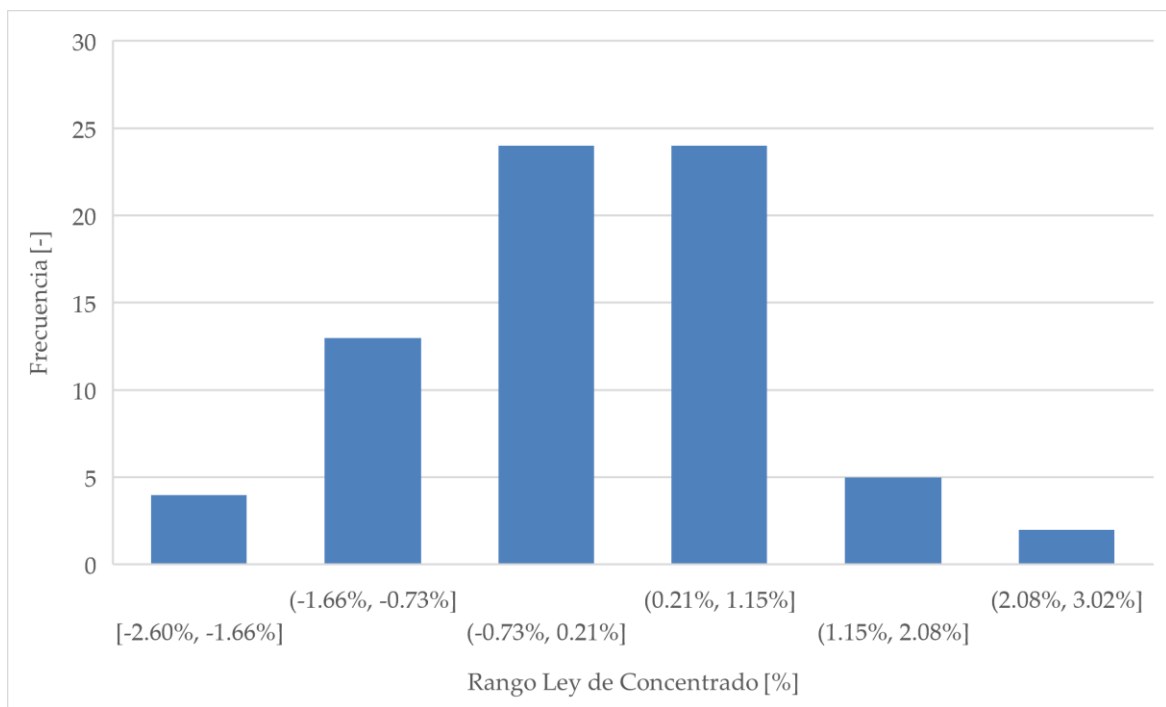


Figura G.13. Residuos de regresión ley de concentrado, modelo de instrumentos mínimos apoyado con IA.

Tabla G.3. Coeficientes regresión PLS modelo de instrumentos mínimos apoyado con IA.

Variable	Coeficiente Asociado
Intercepto	4.01E-01
Flujo Alimentación	-2.19E-03
Flujo Agua de Lavado	-2.78E-02
Profundidad de Espuma	-5.35E-04
Flujo de Aire	-1.18E-04
Flujo Colas	8.85E-04
Área Promedio Burbujas	-5.54E-05
Diámetro Promedio Burbujas	-1.54E-03
Diámetro Sauter Burbujas	-3.92E-04
Número de Burbujas Detectadas	-1.87E-04
Ley de Cobre Alimentación	-2.28E-01

G.5. Modelo con Únicamente IA

Para el modelo utilizando únicamente variables de análisis de imagen, la varianza capturada se presenta en la Figura G.14 y el error en la Figura G.15. Notar que ya en la segunda variable latente ya se captura el 100% de la varianza en el vector de entrada. Los residuos asociados a la regresión de la Figura G.16 (Ley de concentrado) siguen la misma tendencia que la anterior. Los coeficientes asociados a la regresión PLS se encuentran en la Tabla G.4, como un histograma que presenta una distribución aparentemente normal.

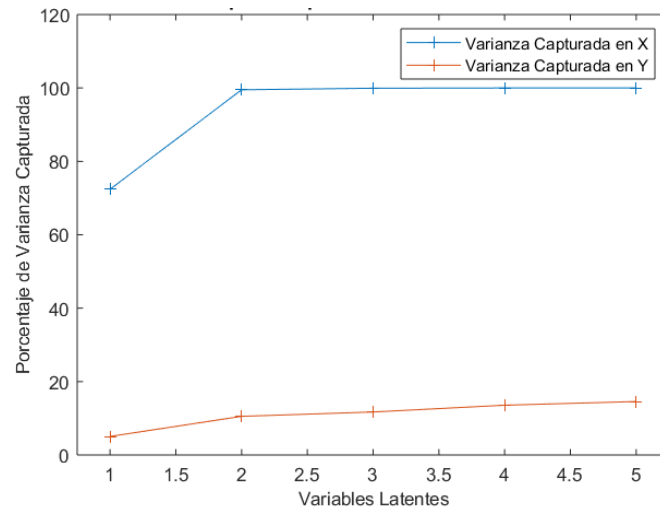


Figura G.14. Varianza capturada en X e Y versus número de variables latentes utilizadas, modelo solo IA.

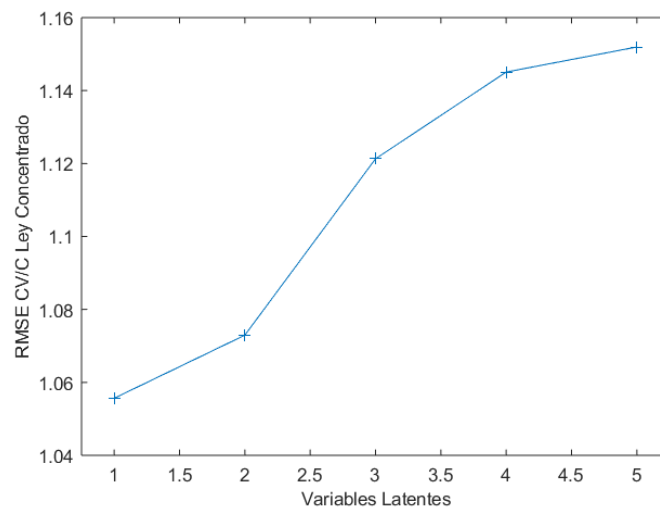


Figura G.15. Error RMSE CV/C versus número de variables latentes utilizadas, modelo solo IA.

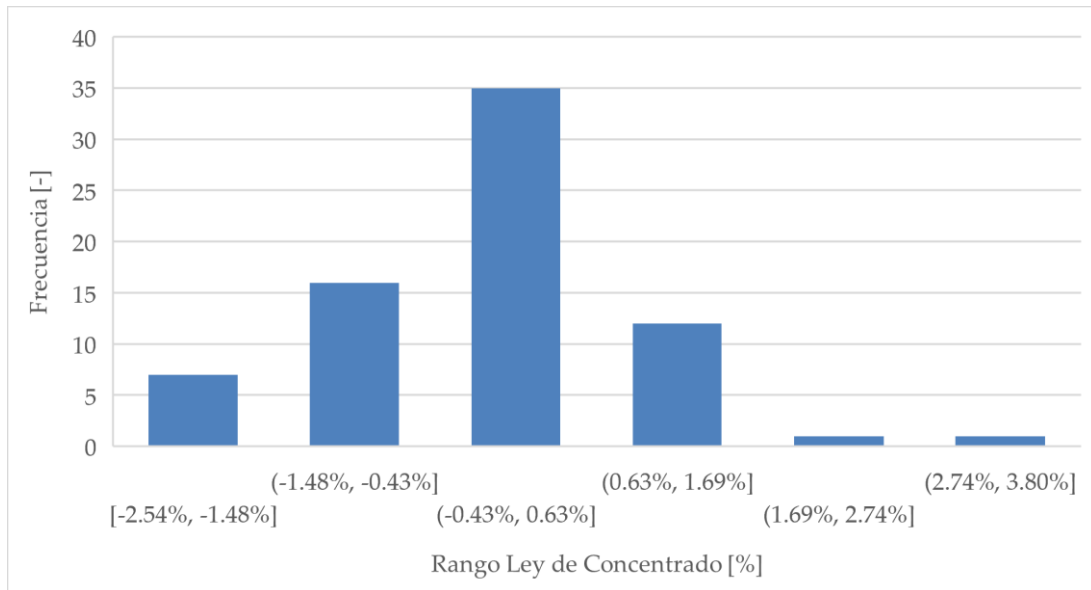


Figura G.16. Histograma residuos, regresión ley de concentrado, modelo solo IA.

Tabla G.4. Coeficientes regresión PLS modelo solo IA.

Variable	Coeficiente Asociado
Intercepto	3.47E-01
Área Promedio Burbujas	-3.90E-05
Diámetro Promedio Burbujas	-6.57E-04
Diámetro Sauter Burbujas	-5.27E-04
Número de Burbujas Detectadas	1.02E-05
Ley de Cobre Alimentación	3.79E-01