



# UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Tesis de Magíster

## Control Predictivo Basado En Modelo De La Máquina de Inducción De Devanado Abierto En Plataformas Embebidas

Tesis para optar título de  
**Ingeniero Civil Electrónico**  
y al grado de  
**Magíster en Ciencias de la Ingeniería Electrónica**

Alumno  
**Jaime Alberto Guzmán Rozas**

Profesor Guía  
**Dr. César Silva**  
Profesor Co-Guía  
**Dr. Gonzalo Carvajal**  
Examinador Interno  
**Dr. Christian Rojas**  
Examinador Externo  
**Dr. Rodrigo Carvajal**

28 de Marzo de 2024, Valparaíso, Chile



*To Isaac,  
my beloved*



---

---

# AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer a mi familia por el soporte brindado durante todos estos años, a mis padres por preocuparse que nunca me faltara nada, y a mis hermanos por el cariño incondicional que me han dado. Y a mi pareja, que fue una faro y motivación enorme para terminar este proceso.

También agradecer a todos los compañeros y amigos, de los cuales ha habido tantos que si los intento listar inevitablemente dejaré alguien afuera, pero destaco a Vicente, Gonzalo, Felipe, y Hector. Ustedes me han brindado apoyo y voces que han sido un soporte emocional irremplazable durante los años, y me han ayudado en épocas realmente difíciles.

Quiero dejar una sección a mis compañeros del PowerLab, en particular a Dave y Reinier. Juntos hacemos un gran equipo, fue un gusto pasar estos últimos años trabajando con ustedes y espero volver a hacerlo en el futuro.

Finalmente, agradezco el apoyo brindado por el proyecto Fondecyt Regular 1211676, encabezado por mi profesor guía César Silva, el cual advocó por mí una cantidad innumerable de ocasiones, y se transformó realmente en un mentor para mí. Igualmente, no puedo olvidar el apoyo dado por los profesores Gonzalo Carvajal y Juan Carlos Agüero, quienes me hicieron un mejor profesional.

---

---

# RESUMEN

En el siguiente trabajo, un esquema de control predictivo basado en modelo es propuesto para la máquina de inducción de devanado abierto, excitada por inversores alimentados por un DC-link común, enfocada en la supresión de corrientes de secuencia cero. Las corrientes de secuencia cero pueden generarse a partir de fenómenos como la modulación del inversor y las armónicas de la FEM de retorno. Se expone un modelo discreto del motor y una formulación del problema de control óptimo, incluyendo la formulación de restricciones para los voltajes y corrientes del sistema, sin hacer suposiciones sobre cómo se genera la corriente de secuencia cero.

Además, se presenta una implementación del controlador basada en el solver OSQP, el cual es estudiado para entregar guías de uso para futuras aplicaciones de MPC.

Los resultados obtenidos en simulación validan la funcionalidad del esquema de control propuesto. Más aún, las simulaciones de hardware-in-the-loop en la plataforma MicroLabBox de dSpace valida que los tiempos de ejecución alcanzados están dentro del intervalo de muestreo de aplicaciones reales.

---

---

# ABSTRACT

This work presents a Model Predictive Control approach for Open-End Winding Induction Motors with common DC-link fed inverters, focusing on suppressing zero-sequence current. Zero-sequence currents can be generated from phenomena like inverter modulation and back EMF harmonics. A discrete model of the motor and a formulation of the optimal control problem are laid out, including constraint formulation for the system voltages and currents, making no assumptions of how the zero-sequence current is generated.

Additionally, an implementation of the controller based on the OSQP solver is presented, which is studied to provide usage guidelines for future MPC applications.

The results obtained in simulation validate the functionality of the proposed control scheme. Moreover, the hardware-in-the-loop simulations using the dSpace MicroLabBox hardware platform validate that the execution times achieved is within the sampling interval of real applications.

---

---

# ÍNDICE

<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>I</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>II</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>III</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>VIII</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2.1. Hipótesis . . . . .	3
1.3. Alcance del trabajo . . . . .	4
1.4. Organización del documento . . . . .	5
1.5. Resultado de productividad científica . . . . .	5
<b>2. DISEÑO DEL LAZO DE CONTROL</b>	<b>6</b>
2.1. Máquina de inducción de devanado abierto . . . . .	6
2.1.1. Representación en sistemas coordinados complejos . . . . .	7
2.1.1.1. Transformada de Clarke . . . . .	7
2.1.1.2. Transformada de Park . . . . .	7
2.2. Modelo dinámico de la máquina de inducción . . . . .	8
2.3. Estimador de flujo . . . . .	9
2.4. Estimación de la frecuencia eléctrica . . . . .	10
2.5. Controladores lineales . . . . .	10
2.6. Modelo continuo en espacio estado . . . . .	10
2.7. Reducción del modelo . . . . .	11
2.7.1. Modelo discreto en espacio estado . . . . .	11
2.8. Esquema del lazo de control a utilizar . . . . .	14
<b>3. CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO DE CONJUNTO DE CONTROL CONTINUO</b>	<b>15</b>
3.1. Formulación del problema de optimización . . . . .	16
3.2. Seguimiento de referencia . . . . .	17

3.3.	Definición del problema para el sistema de interés . . . . .	18
3.3.1.	Restricciones politópicas . . . . .	19
3.3.1.1.	Restricción de corriente . . . . .	19
3.3.1.2.	Restricción de tensión . . . . .	19
3.4.	Ajuste de pesos del controlador MPC . . . . .	20
<b>4.</b>	<b>SELECCIÓN DE PARÁMETROS Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE OSQP</b>	<b>25</b>
4.1.	Introducción . . . . .	25
4.1.1.	Parámetros de OSQP . . . . .	26
4.2.	Estabilidad numérica . . . . .	27
4.2.1.	Estabilidad de matrices cuasidefinida . . . . .	28
4.3.	Selección de parámetros . . . . .	32
4.3.1.	Selección de $\sigma$ . . . . .	34
<b>5.</b>	<b>VALIDACIÓN DEL CONTROLADOR</b>	<b>36</b>
5.1.	Modelado del sistema . . . . .	36
5.1.1.	Modelado de la máquina en tiempo continuo . . . . .	37
5.1.2.	Modelado de la carga . . . . .	38
5.1.3.	Controladores del lazo externo . . . . .	38
5.1.3.1.	Controlador PI de flujo . . . . .	38
5.1.3.2.	Controlador PI de velocidad . . . . .	39
5.2.	Validación del controlador MPC con <i>quadprog</i> . . . . .	39
5.3.	Validación del controlador con OSQP . . . . .	42
5.4.	Límites de Control . . . . .	44
5.5.	Validación en plataforma objetivo . . . . .	45
5.5.1.	Simulación del sistema a controlar . . . . .	45
5.5.1.1.	Métodos de Runge-Kutta . . . . .	45
5.5.1.2.	Implementación para sistemas en espacio de estados . . . . .	46
5.5.2.	Plataforma Objetivo - MicroLabBox . . . . .	47
5.5.2.1.	Resultados de simulación en la plataforma . . . . .	48
5.5.2.2.	Medición de tiempos de ejecución . . . . .	51
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO</b>	<b>53</b>
6.1.	Resumen y Conclusiones . . . . .	53
6.2.	Trabajo Futuro . . . . .	54
<b>A.</b>	<b>ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE LA MÁQUINA A MODELAR</b>	<b>55</b>
<b>B.</b>	<b>DISCRETIZACIÓN DEL CONTROLADOR PI CON ANTI-WINDUP</b>	<b>57</b>
<b>C.</b>	<b>DEFINICIÓN DEL MÉTODO DE RUNGE-KUTTA</b>	<b>59</b>
C.0.1.	Tableau de Butcher . . . . .	60
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>		<b>62</b>

---



---

# Índice de figuras

2.1. Máquina de inducción de devanado abierto con enlace DC común . . . . .	6
2.2. Diagrama del estimador de flujo . . . . .	10
2.3. Resultados de las aproximaciones para $k_1$ y $k_2$ a distintas frecuencias de muestreo. . . . .	13
2.4. Diagrama de bloques del controlador . . . . .	14
3.1. Lugar geométrico de las restricciones de corriente en el plano $dq$ . . . . .	20
3.2. Prueba de seguimiento de referencia para las corrientes $i^d$ e $i^q$ con los pesos propuestos. . . . .	22
3.3. Prueba de seguimiento de referencia para las corrientes $i^d$ e $i^q$ con los pesos corregidos. . . . .	22
3.4. Respuesta dinámica de $i^z$ para distintos valores de máximo error admisible. . . . .	23
4.1. Ejemplo de $\kappa_2(\rho^{-1}I)$ para distintos valores de $\bar{\rho}$ con 15 restricciones de igualdad y 15 restricciones de desigualdad . . . . .	29
4.2. Tiempo de ejecución del algoritmo de control para el problema dado en la plataforma dSPACE . . . . .	30
4.3. Número de iteraciones requerido para una precisión arbitraria del algoritmo de control. . . . .	32
4.4. Número de iteraciones promedio requeridas durante una simulación dinámica bajo distintos valores de $\sigma$ . . . . .	34
4.5. Respuestas de corrientes de estator para distintos valores de $\sigma$ . . . . .	35
5.1. Respuesta del controlador de velocidad para los eventos planteados. . . . .	40
5.2. Respuesta del controlador MPC para las corrientes $i_d$ e $i_q$ . . . . .	40
5.3. Magnitud de las corrientes de estator contra la corriente máxima . . . . .	41
5.4. Respuesta de la corriente $i_0$ respecto a la respuesta sin compensar del sistema. Arriba: Respuesta de las corriente con y sin compensación. Abajo: Zoom de la respuesta compensada. . . . .	41
5.5. Respuesta del controlador de velocidad para los eventos planteados. . . . .	42
5.6. Respuesta del controlador MPC para las corrientes $i_d$ e $i_q$ . . . . .	42
5.7. Respuesta de la corriente $i_0$ respecto a la respuesta sin compensar del sistema. Arriba: Respuesta de las corriente con y sin compensación. Abajo: Zoom de la respuesta compensada. . . . .	43
5.8. Número de iteraciones requeridas por OSQP durante la simulación. . . . .	43

5.9. Tiempo de ejecución en de ambos <i>solvers</i> . . . . .	43
5.10. Amplitud máxima de la corriente de modo común para distintas tasas de muestreo. . . . .	45
5.11. Diagrama de arquitectura simplificado de la plataforma MICROLABBOX [27]	48
5.12. Interfaz Humano Máquina generada para realizar mediciones . . . . .	49
5.13. Respuesta del controlador de velocidad en la plataforma MICROLABBOX .	49
5.14. Respuesta del controlador de corrientes MPC en la plataforma MICROLABBOX	50
5.15. Magnitud de las corrientes de estator contra la corriente máxima. . . . .	50
5.16. Respuesta de corriente de secuencia cero en la plataforma MICROLABBOX Arriba: Respuesta de las corriente con y sin compensación. Abajo: Zoom de la respuesta compensada. . . . .	51
5.17. Tiempo de ejecución del algoritmo de control durante las simulaciones de las Figuras 5.13, 5.14, 5.16 . . . . .	52
5.18. Estado de la solución reportada por OSQP para la simulación propuesta .	52
A.1. Máquina de inducción seleccionada para el modelado con su placa. . . . .	55
B.1. Arquitectura de controlador discreto con anti-enrollamiento . . . . .	58
C.1. Diagrama ilustrativo de los componentes del método de Runge-Kutta 4 .	60

---

---

# Índice de tablas

3.1. Errores iniciales considerados para la selección de pesos en el controlador MPC	21
4.1. Razón de agotamiento de tiempo . . . . .	33
4.2. Razón de agotamiento de tiempo . . . . .	33
5.1. Parámetros de placa de la máquina . . . . .	37
5.2. Parámetros de simulación de la máquina . . . . .	37
5.3. Error porcentual absoluto medio de seguimiento de la corriente $i_d$ . . . .	44
C.1. Tableau de Butcher genérico para un método de Runge-Kutta explícito . . . .	60
C.2. Tableau de Butcher para el método de Runge-Kutta 4 . . . . .	61

# INTRODUCCIÓN

### 1.1. Motivación

La máquina de inducción es un elemento fundamental de la industria moderna desde su adopción masiva en el siglo XX, gracias a su robustez, facilidad de uso, y costo-efectividad. En ambientes industriales se utiliza ampliamente la máquina de inducción trifásica, donde se puede seleccionar las características de tensión y corriente en operación por medio de su tipo de conexión, ya sea delta o estrella, por décadas se operaron en conexión directa a la red eléctrica, limitando el rango de operación de la máquina a velocidades cercanas a su velocidad nominal. Con la llegada de la electrónica de potencia, se desarrollaron accionamientos eléctricos donde la máquina puede ser controlada para obtener velocidades de operación arbitraria, siendo el inversor fuente de voltaje de 2 niveles (*Voltage Source Inverter*, o VSI) trifásico la topología más simple y ampliamente utilizada.

Aun con estos avances, se siguieron usando las conexiones delta y estrella para alimentar las máquinas en variadores de frecuencia (*Variable Speed Drive*, o VSD). No obstante, alimentar los devanados de la máquina de manera individual permitiría liberar potencia mecánica adicional, manteniendo los límites de tensión y corriente de la máquina, a esta configuración se le da el nombre de máquina de inducción de devanado abierto (*Open-End Winding Induction Motor*, o OEWIM). Para lograr esta configuración, se debe conectar un inversor monofásico en cada terminal de cada devanado, efectivamente creando tres sistemas monofásicos independientes. Sin embargo, esta topología requiere ciertas consideraciones. Se puede optar por usar fuentes aisladas galvánicamente, lo cual requiere la introducción de un transformador adicional, el cual puede llegar a ser caro y voluminoso [1]. Por otro lado, utilizar una fuente de alimentación común para los inversores posibilita la circulación de corriente de modo común en la máquina [2], la cual tiene distintos efectos no deseados como pérdidas, sobrecalentamiento, y ondulaciones en el torque.

En la literatura, distintos autores han considerado estrategias para mitigar las corrientes de modo común producidas por inversores conectados a una fuente de alimentación común [3, 4, 5]. Sin embargo, la literatura muestra puntos de vista contradictorios respecto al origen

de estas corrientes de modo común. Ciertos autores consideran el origen de las corrientes de modo común solamente como un artefacto de la modulación del inversor [5]. En efecto, la inserción de tiempos muertos al método de modulación utilizado resulta en desviaciones en la corriente de modo común resultante respecto a la deseada. Por otro lado, en técnicas de modulación por vectores espaciales van a existir ciertos estados de conmutación que introducen tensiones de modo común en la carga, por lo que restringiendo estos estados se pueden generar tensiones moduladas carentes de un elemento de modo común [3, 4]. El problema que esto presenta como estrategia de control es que no tiene retroalimentación. Cualquier otra fuente de corriente de modo común no es considerada en estos esquemas. Por otra parte, otros autores si consideran que existen otras fuentes de modo común. En particular, la máquina es capaz de generar armónicos en la fuerza contraelectromotriz producto de la geometría de la máquina. Este efecto es especialmente notorio en máquinas sincrónicas con imanes permanentes [6, 7, 8], ya que la construcción del imán conduce a un flujo con un perfil cuadrado y, en tanto, con componente de tercer armónico significativo. No obstante, se han reportado en la literatura efectos similares con máquinas de inducción [9].

Una manera de mitigar estos armónicos de la fuerza contraelectromotriz consiste en la utilización de controladores lineales [6], en particular el uso de controladores resonantes sintonizados al triple de la frecuencia eléctrica [9], permitiendo lidiar con el problema en la zona lineal de actuación. Sin embargo, estas técnicas no consideran una capacidad de actuación limitada en el inversor, eliminando completamente la posibilidad de sobre-modular la máquina para alcanzar mayores velocidades.

La necesidad de obtener alto desempeño dinámico mientras se imponen restricciones de estado motiva el uso de herramientas de control moderno. En particular, se plantea utilizar control predictivo basado en modelo (*Model Predictive Control*, o MPC) para resolver el problema de control planteado, ya que naturalmente incorpora restricciones de estado en su planteamiento. MPC opera mediante la resolución de un problema de optimización que incorpora el modelo de la planta a controlar y las restricciones asociadas.

El uso de MPC ha sido de gran interés en la literatura en los últimos años. Para el problema en particular, se ha estudiado el uso de MPC de conjunto de control finito (*Finite Control Set MPC*, o FCS) para reducir la corriente de secuencia cero en máquinas de imanes permanentes [8]. Sin embargo, la implementación propuesta acoplaba los ejes de control de tal manera que no permitía imponer restricciones sobre las corrientes.

En este trabajo se opta, en cambio, por el uso de MPC de conjunto de control continuo (*Continuous Control Set*, o CCS) [10] para resolver el problema de supresión de corriente de secuencia cero en máquinas de inducción de devanado abierto. Ya que permite incorporar restricciones de actuación y estado en el problema, la salida de este controlador es una actuación continua que se modulada por PWM para obtener baja distorsión armónica [11].

## 1.2. Planteamiento del problema

Para utilizar CCS-MPC como esquema de control, se debe resolver un problema de optimización en cada instante de muestreo. El tipo de problema es un problema de minimización de un funcional de costo cuadrático sobre un conjunto de restricciones lineales. En investigación de operaciones, estos problemas se conocen como problema de programación

cuadrática (*Quadratic Programming*, o QP) y el área ha desarrollado distintos algoritmos para su resolución llamados *solvers*.

En general, los *solvers* de QP se clasifican en tres familias: métodos de conjunto activo, métodos de punto interior, y métodos de primer orden. La primera de estas familias busca la solución al problema QP mediante la búsqueda de las restricciones activas del problema dado, lo que implica un crecimiento exponencial en los tiempos de búsqueda en función de la cantidad de restricciones del problema y el horizonte de predicción [12]; La segunda familia, los métodos de punto interior, ha visto éxito en la industria química [13], donde han demostrado robustez ante sistemas de gran complejidad, pero su peso computacional los ha mantenido fuera del área de electrónica de potencia. Finalmente, en la tercera familia de métodos, los métodos de primer orden, algunos autores han mostrado resultados exitosos en control de convertidores y accionamientos eléctricos con método de gradiente [14]. Este es el método más simple, sin embargo, las aplicaciones encontradas solo presentan restricciones en las entradas del sistema [15]. Otro *solver* de primer orden que ha tomado notoriedad en el último tiempo es el método de dirección alterna de multiplicadores (ADMM) cuyo atractivo es el bajo costo por iteración y que incluye de manera nativa restricciones de estado [16].

En la literatura reciente, se encuentra [17] donde se presenta OSQP (*Operator Splitting Quadratic Program*), el cual es un paquete de optimización numérica para resolver problemas QP. OSQP utiliza un *solver* basado en ADMM, en conjunto con una variedad de distintos procedimientos opcionales para la resolución de problemas QP genéricos. La calidad y velocidad de obtención de los resultados obtenidos depende de la configuración del problema de optimización, y OSQP al ser agnóstico al tipo de problema y su contexto, depende del usuario para poder utilizarlo de la manera más adecuada a los requerimientos.

Para el desarrollo del controlador de la máquina utilizando OSQP, se deben encontrar los parámetros óptimos para minimizar el número de iteraciones requeridas por el algoritmo basado en ADMM que está incluido en OSQP, escalar el problema para que este numéricamente bien condicionado, y elegir qué procedimientos opcionales incluir para obtener una calidad de resultado adecuada para cerrar el lazo de control. ADMM es capaz de entregar resultados de mediana precisión en una cantidad baja de iteraciones, y en el contexto de control es esperable que cualquier perturbación pequeña sea rechazada mediante el cierre del lazo de control.

### 1.2.1. Hipótesis

Considerando lo anterior, se plantea la siguiente hipótesis:

*MPC permite plantear un esquema de control para la máquina de inducción de devanado abierto que suprime las corrientes de secuencia cero, considerando tanto limitaciones de actuación como de estado. Adicionalmente, OSQP permite obtener la solución del problema de control con un número lo suficientemente bajo de iteraciones, permitiendo su uso de manera online para resolver el problema de control durante cada periodo de muestreo en aplicaciones con PWM.*

La verificación de la hipótesis considera los siguientes objetivos:

**O1** Demostración en simulación de un esquema de control de corrientes MPC que muestre

la reducción de corrientes de secuencia cero existentes en el modelo.

- O2** Implementación de del esquema de control propuesto utilizando OSQP, validando su equivalencia funcional.
- O3** Implementación del controlador propuesto en la plataforma de control MICROLABBOX de dSPACE. Verificando la factibilidad de los tiempos de ejecución para el caso de control planteado.

### 1.3. Alcance del trabajo

Este documento se centrará principalmente en el estudio y uso de OSQP como *solver* de problemas CCS-MPC, con énfasis en la aplicación de máquinas. Lo cual considera los siguientes alcances:

- A1** Algoritmos basados en ADMM han sido exitosamente implementados por colegas del departamento. En particular, la tesis de Juan Escárate se enfocó en la implementación de la versión clásica de ADMM en FPGA. Lo que motivó a generar una serie de indicaciones para OSQP donde el paquete computacional es mucho más que solo el algoritmo basado en ADMM, también incluye procedimientos auxiliares con distintos niveles de importancia para la obtención del resultado. El estudio presentado en este documento entrega una estrategia de uso de OSQP para control que permite considerar solo las componentes principales de OSQP para implementar ADMM, evitando otros procedimientos que no contribuyen significativamente al problema, con esto se pretende optimizar el tiempo de ejecución.
- A2** La métrica de desempeño para la obtención de resultados de OSQP va a ser principalmente el número de iteraciones para obtener un nivel de convergencia apropiado en la solución. Esto se debe a que el tiempo de ejecución en sí mismo como calidad de métrica depende altamente de la plataforma donde se ejecuta el algoritmo. Por lo que el número de iteraciones entrega una métrica basada solo en el problema al momento de simular el controlador en un computador de escritorio, como es el caso al utilizar MATLAB.
- A3** Dicho lo anterior, medidas de tiempo si son útiles cuando se toman en la plataforma objetivo, ya que reflejan el tiempo que el algoritmo tomaría en la práctica. Es por esto que cuando sea pertinente, se utilizan medidas de tiempo tomadas en la plataforma MICROLABBOX de dSPACE.

Dado lo anterior, se identifica la siguiente contribución:

- C1** Se documentan una serie de procedimientos para el uso de OSQP como *solver* de problemas CCS-MPC en problemas de electrónica de potencia, con foco en la aplicación objetivo de supresión de corriente cero en máquinas de devanado abierto.
- C2** Se demuestra la utilidad del uso de MPC para el control de una máquina de inducción de devanado abierto.

Los resultados de este trabajo buscan presentar una serie de indicaciones a considerar en el uso de OSQP en otras aplicaciones de control embebidas. En particular, se plantea

como una alternativa viable para el control de recursos energéticos distribuidos ( *Distributed Energy Resources*, o DER) ya que el modelo dinámico es similar al de la máquina de inducción, y se pueden obtener aún mayores ganancias en tiempo debido a que la frecuencia de la red es relativamente fija y, por tanto, el modelo de la planta es fijo.

#### 1.4. Organización del documento

El documento se ordena se la siguiente manera:

- Capítulo 2: Se presentan los principios básicos de la máquina de devanado abierto, desarrollando el modelo y controladores a utilizar para materializar el lazo de control de la máquina.
- Capítulo 3: Se plantea los fundamentos de CCS-MPC, como generar el controlador de corriente basado en MPC, y la selección de sus parámetros.
- Capítulo 4: Se estudia el uso de OSQP, y la selección de parámetros del paquete de optimización y condiciones sobre las cuales el problema planteado está bien condicionado numéricamente.
- Capítulo 5: Se presentan resultados del esquema de control basado en MATLAB y de tiempos de ejecución medidos en la plataforma MICROLABBOX de dSPACE.
- Capítulo 6: Se presentan conclusiones del trabajo realizado e indicaciones para posible trabajo futuro.

#### 1.5. Resultado de productividad científica

Como parte de este trabajo, se generó la publicación “*Model Predictive Control for Suppression of Zero-Sequence Current in Open-End Winding Induction Motors*” [18], la cual fue presentada en el *IEEE International Future Energy Electronics Conference (IFEEC) 2023*, realizada en Sídney, Australia entre el 20 y el 23 de noviembre del 2023.

# DISEÑO DEL LAZO DE CONTROL

### 2.1. Máquina de inducción de devanado abierto

La máquina de inducción es el objeto de estudio de este trabajo debido a su amplio uso en aplicaciones cuya potencia requerida va en el rango de kilowatts a decenas de megawatts, haciéndola una máquina increíblemente versátil. En particular, para esta aplicación se utilizó como sujeto de estudio la máquina de inducción de devanado abierto, la cual abandona los esquemas de conexión trifásicos tradicionales de delta y estrella, y opta por excitar de manera independiente cada devanado de estator. Un ejemplo de cómo realizar esta conexión es mostrado en la siguiente figura.

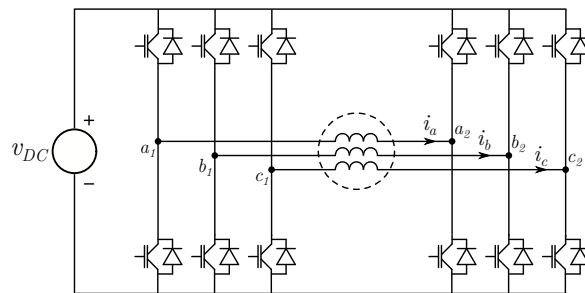


Figura 2.1: Máquina de inducción de devanado abierto con enlace DC común

La Figura 2.1 muestra la máquina de devanado abierto conectada a dos inversores fuentes de corriente (*Voltage Source Inverter*, o VSI) que comparten un enlace DC en común. Esta es la topología más simple para llevar a la realidad la conexión de devanado abierto, ya que no requiere de componentes adicionales, pero tiene el problema de permitir la circulación de corrientes de modo común en la máquina. Las corrientes de modo común, sin embargo, no participan de la producción de torque y en cambio conllevan al incremento en las pérdidas y

el sobrecalentamiento de la máquina, por lo que es necesario mitigarlas. Más aún, un control o modulación inadecuado podría resultar en una corriente de modo común de corto circuito, provocando eventuales daños en el inversor y/o la máquina.

### 2.1.1. Representación en sistemas coordinados complejos

En aplicaciones electrónica industrial la red eléctrica es típicamente trifásica, i.e., las tensiones y corrientes involucradas pueden ser representadas mediante mediciones en cada fase involucrada, usando la nomenclatura (a,b,c). Esto entrega un sistema coordinado sobre el cual plantear los modelos requeridos vectorialmente para realizar control. No obstante, este sistema coordinado puede no ser el más apto para ciertas estrategias de control, lo que motiva la búsqueda de representaciones alternativas y sus respectivas transformaciones.

Para generar representaciones alternativas al sistema coordinado (a,b,c), es deseable que el espacio de salida tenga componentes ortogonales entre ellos. En la literatura clásica, se analiza el uso de transformaciones que resultan en vectores en espacios complejos, cuyos ejes son naturalmente ortogonales, conocidas como las transformadas de Clarke y de Park. En sistemas trifásicos sin conexión de neutro, estas transformaciones además tienen el efecto de reducir la dimensionalidad del modelo de tres dimensiones a dos, ya que la componente de modo común es eliminada por medio de la conexión del sistema. No obstante, ambas transformadas están bien definidas para transformar entre los espacios de origen y destino sin pérdidas de información ( $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ) cuando está presente esta componente de modo común.

#### 2.1.1.1. Transformada de Clarke

También conocida como la transformada  $\alpha\beta$  (o  $\alpha\beta\gamma$  para ser estrictos), representa las cantidades trifásicas de manera tal que las componentes de modo diferencial se encuentran representadas en los ejes  $\alpha$  y  $\beta$ , mientras que la componente de modo común se concentra en el eje  $\gamma$ . La transformada de Clarke estándar (invariante a amplitud [19]), definida para convertir el espacio completo, se define como:

$$x^{\alpha\beta\gamma} = T_{abc}^{\alpha\beta\gamma} x^{abc} \quad (2.1)$$

$$T_{abc}^{\alpha\beta\gamma} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

La matriz de transformación  $T_{abc}^{\alpha\beta\gamma}$  es una matriz de 3x3 de rango completo, lo que significa que transforma de manera íntegra entre los espacios de origen y destino. Además, la transformada tiene coeficientes constantes, por lo que no modifica las componentes en frecuencia de las variables resultantes.

#### 2.1.1.2. Transformada de Park

Motivado por una manera de cambiar la información espectral de las variables a manipular, la transformada de Park define una transformación que permite desplazar el espectro

una señal para colocar una frecuencia arbitraria a continua [19]. Esta transformación se puede interpretar como una rotación del espacio definido por la transformación de Clarke.

$$x^{xyz} = R(\theta_k)x^{\alpha\beta\gamma} \quad (2.3)$$

$$R(\theta_k) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_k) & \sin(\theta_k) & 0 \\ -\sin(\theta_k) & \cos(\theta_k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\omega_k = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.5)$$

La transformada  $R(\theta)$  desplaza las componentes de frecuencia  $\omega_k$  de  $x^{\alpha\beta}$  a continua, dejando  $x^\gamma$  sin afectar.

Al combinar las transformadas de Clarke y la rotación de coordenadas, se construye la transformación  $dqz$ , la cual admite como entrada cantidades en coordenadas (a,b,c) y las lleva a un sistema coordenado de rotación arbitraria.

$$x^{dqz} = T_{abc}^{dqz}(\theta_k)x^{abc} \quad (2.6)$$

$$T_{abc}^{dqz}(\theta_k) = T^P(\theta_k)T_{abc}^{\alpha\beta\gamma} \quad (2.7)$$

$$\omega_k = \frac{d\theta_k}{dt} \quad (2.8)$$

En aplicaciones de electrónica industrial, una elección común para  $\omega_k$  es la frecuencia de la red eléctrica, denominada frecuencia de sincronismo o sincrónica. Esto simplifica el análisis de las variables de la red ya que permite observar las dinámicas resultantes en un espacio donde las componentes fundamentales de las variables eléctricas fundamentales son continuas. En el caso de máquinas eléctricas, esto se consigue orientando  $\theta$  con el flujo de rotor de la máquina, y es la elección de eje de referencia usado en este trabajo para el lazo de control externo.

## 2.2. Modelo dinámico de la máquina de inducción

En la literatura es ampliamente conocido el modelo dinámico de la máquina de inducción. Existen varias elecciones de variables de estado que entregan un sistema dinámico apropiado para control, en particular se escogió el planteamiento utilizando la corriente de estator y el flujo de rotor como variables de estado, basado en el modelo circuital dado por [20, Cap 3.2.1]. Esta representación del sistema dinámico en coordenadas  $dq\gamma$ , que rota a velocidad de rotación arbitraria  $\omega_k$ , está dada por:

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = \left(-\frac{1}{\tau_\sigma} - j\omega_k\right)\mathbf{i}_s + \frac{k_r}{\sigma L_s} \left(\frac{1}{\tau_r} - j\omega_r\right)\Psi_r + \frac{1}{\sigma L_s}\mathbf{V}_s \quad (2.9)$$

$$\frac{di_{sz}}{dt} = -\frac{R_s}{L_{ls}}i_{sz} + \frac{1}{L_{ls}}V_{sz} + e_z \quad (2.10)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r}\mathbf{i}_s - \left(\frac{1}{\tau_r} + j(\omega_k - \omega_r)\right)\Psi_r \quad (2.11)$$

donde  $\mathbf{i}_s$ ,  $\Psi_r$ , y  $\mathbf{V}_s$  corresponden a los vectores en  $dq$  de la corriente de estator, el flujo de rotor, y la tensión de estator, respectivamente;  $R_s$  y  $R_r$  son las resistencias de estator

y rotor;  $L_s$ ,  $L_r$ ,  $L_m$  son las inductancias de estator, rotor y magnetizante;  $L_{ls}$  es la inductancia de dispersión de estator y  $\omega_r$  es la velocidad eléctrica del rotor. Además, se define la constante de tiempo de rotor como  $\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$ . Y las otras constantes como  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s}$ ,  $k_r = \frac{L_m}{L_r}$ ,  $R_\sigma = R_s + k_r^2 R_r$  y  $\tau_\sigma = \frac{R_\sigma}{\sigma L_s}$ . Por otra parte, el eje de secuencia cero, que es ortogonal al plano  $dq$ , y la corriente de secuencia cero en este eje  $i_s^z$  se ve influenciado por la tensión de secuencia cero  $V_s^z$  y una perturbación  $e_z$  que será discutida más adelante.

El modelo descrito supone una distribución de campo perfectamente sinusoidal. Sin embargo, en la realidad existen armónicos en el flujo magnético dados por la geometría de la máquina, correspondientes a la tercera armónica y sus múltiplos, este fenómeno fue reportado por [9] para la configuración OEWM bajo estudio y esos resultados se utilizan como base para modelar la perturbación en la planta en el Capítulo 5. No obstante, el modelado de esta perturbación no es incluido en el controlador, esto permitirá observar el desempeño del controlador al rechazo de perturbaciones.

La elección de  $\omega_k$  permite elegir el marco de referencia que sea más conveniente para plantear los controladores de la máquina. En particular, se elige  $\omega_k = \omega_e$ , donde  $\omega_e$  corresponde a la velocidad angular del flujo de rotor, entregando las clásicas ecuaciones dinámicas de la máquina de inducción orientadas al flujo de rotor en coordenadas  $dq$ . Por otra parte, el modelo se expande con la ecuación dinámica del eje cero que, al ser ortogonal al plano  $dq$ , no se ve afectada por la elección del ángulo de orientación.

Para completar el modelo dinámico de la máquina, se debe incluir el modelo mecánico dado por:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - T_L) \quad (2.12)$$

$$T_e = \frac{3}{2}pk_r(\Psi_r \times i_s) \quad (2.13)$$

Donde  $\omega_m$  es la velocidad mecánica del rotor, relacionada con  $\omega_r$  mediante la expresión  $\omega_r = p\omega_m$ , donde  $p$  es el número de par de polos de la máquina.  $J$  representa el momento de inercia del rotor y la carga.  $T_e$  es el torque eléctrico producido por la máquina y  $T_L$  es el torque de carga mecánica aplicada al eje.

### 2.3. Estimador de flujo

Para implementar los controladores de velocidad y flujo en coordenadas de flujo de rotor, necesitamos una manera de orientar las mediciones de corriente y actuaciones de tensión respecto al flujo de rotor. Esto requiere del uso de un estimador de flujo de rotor en coordenadas de estator. En este trabajo se considera la velocidad mecánica del rotor como una variable medida, por lo que podemos usar el modelo de corriente de la ecuación (2.11) para obtener el flujo de rotor en las coordenadas de rotor. Considerando la ecuación (2.11) para  $\omega_k = \omega_r$  se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_s - \frac{1}{\tau_r} \Psi_r \quad (2.14)$$

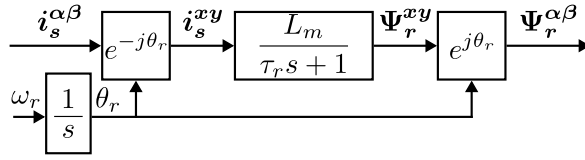


Figura 2.2: Diagrama del estimador de flujo

Lo que resulta en una implementación sencilla, donde solo se requiere cambiar el marco de referencia de las corrientes de estator, aplicar un filtro sobre ellas, y devolverlas al marco de referencia original para obtener el flujo en coordenadas estacionarias, tal como muestra la Figura 2.2. En la Figura 2.2 la rotación  $e^{-j\theta_r}$  a coordenadas de rotor corresponde a la siguiente matriz:

$$e^{-j\theta_r} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

## 2.4. Estimación de la frecuencia eléctrica

Cabe destacar que para la implementación del modelo predictivo que se discutirá en detalle en el Capítulo 3, se requiere de  $\omega_e$ , esto debido a que  $\omega_e$  aparece en el modelo dinámico de ecuación (2.17). Esta estimación se logra por medio de la relación de deslizamiento de la máquina, la cual es menos propensa a ruido. Esta relación es definida como:

$$\omega_e^* = \omega_m + \omega_{sl}^*, \quad \omega_{sl}^* = \frac{1}{\tau_r} \frac{i_{sq}^*}{i_{sd}^*} \quad (2.15)$$

Esta es una técnica clásica, típica de control vectorial indirecto [20, Cap 5.2.2]. El uso de la velocidad de deslizamiento tiene como propósito reducir el ruido asociado a derivar la velocidad eléctrica a partir del ángulo eléctrico, e imponer una velocidad eléctrica apropiada a la velocidad del rotor para mantener la fuerza electromotriz requerida.

## 2.5. Controladores lineales

La formulación de MPC a desarrollar en este trabajo resuelve el problema de control de corriente de la máquina, incluyendo la corriente  $i^z$ , el cual consiste en generar los niveles de tensión apropiados para generar una dinámica de corriente determinada. No obstante, se requiere la referencia para estas corrientes para completar el lazo de control. Para generar las referencias de corriente necesarias, se considera el uso de controladores PI, donde las plantas asociadas corresponden a las ecuaciones (2.11) para  $i^d$  junto con (2.12) y (2.13) para  $i^q$ . La sintonización de estos controladores se detalla en el Capítulo 5.

## 2.6. Modelo continuo en espacio estado

La formulación clásica del modelo de la máquina en orientado al flujo de rotor puede ser obtenida a partir de las ecuaciones (2.9), (2.10) y (2.11) fijando  $\theta_k = \theta_e \Rightarrow \omega_k = \omega_e$ , el cual se puede representar en variables de estado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= \begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \\ i_s^z \\ \Psi_r^d \end{bmatrix} & \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} v_s^d \\ v_s^q \\ v_s^z \end{bmatrix} & \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \\ i_s^z \end{bmatrix} \\
A &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_\sigma} & \omega_e & 0 & \frac{k_r}{\sigma L_s \tau_r} \\ -\omega_e & -\frac{1}{\tau_\sigma} & 0 & -\omega_r \frac{k_r}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_{ls}} & 0 \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \\
C &= [\mathbb{I}_3 \quad \mathbf{0}_{3 \times 1}]
\end{aligned}$$

Esta representación de la máquina considera como estados las corrientes de estator  $i_s$  y el flujo de rotor  $\Psi_r$ , como este esquema se orienta con  $\Psi_r$  la única componente del flujo que es parte del modelo es  $\Psi_r^d$ . Este modelo es variante en el tiempo, pues las frecuencias  $\omega_r$  y  $\omega_e$  dependen de la velocidad de la máquina, las cuales deben ser conocidas para tener un modelo válido.

## 2.7. Reducción del modelo

El modelo presentado en las ecuaciones (2.9), (2.10) y (2.11) considera como variables de estado la corriente de estator  $i_s^{dqz}$  y el flujo de rotor  $\Psi_r$ . Sin embargo, para implementar el control de corriente se propone reducir el modelo a implementar, considerando el flujo de rotor como una perturbación medible en la planta, lo cual aproxima el modelo en espacio estado a uno con los parámetros:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \\ i_s^z \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_s^d \\ v_s^q \\ v_s^z \end{bmatrix} \quad d = \Psi_r \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} i_s^d \\ i_s^q \\ i_s^z \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_\sigma} & \omega_e & 0 \\ -\omega_e & -\frac{1}{\tau_\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_{ls}} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} \frac{k_r}{\sigma L_s \tau_r} \\ -\omega_r \frac{k_r}{\sigma L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$C = \mathbb{I}_3 \quad D = \mathbf{0} \quad (2.18)$$

Donde es notable la ausencia de  $e_z$  debido a que esta perturbación no es modelada. Este hecho va a ser utilizado más adelante para probar el desempeño del controlador a entradas no modeladas.

### 2.7.1. Modelo discreto en espacio estado

Para la implementación del controlador MPC, es necesario discretizar el modelo en espacio estado en tiempo continuo obtenido, lo cual involucra calcular las matrices de estado y entradas correspondientes utilizando el procedimiento:

$$A_d = e^{AT_s} \quad (2.19)$$

$$B_d = A^{-1}(A_d - \mathbb{I})B, \quad \det A \neq 0 \quad (2.20)$$

Donde  $T_s$  es el tiempo de muestreo de la discretización. El cálculo de  $A_d$  involucra el cálculo de la exponencial de una matriz la cual, para una matriz diagonalizable  $M$ , puede ser obtenida de manera cerrada como  $e^M = Pe^D P^{-1}$ , dado  $P^{-1}MP = D$  donde  $D$  es diagonal. Para  $A$  esto entrega una matriz  $A_d$  de la forma:

$$e^{AT_s} = Pe^{DT_s}P^{-1}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & j & 0 \\ j & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_\sigma} + j\omega_k & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_\sigma} - j\omega_k & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\Rightarrow e^{AT_s} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \cos(T_s \omega_e)} & \frac{T_s}{e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \sin(T_s \omega_e)} & 0 \\ -e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \cos(T_s \omega_e) & -e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \sin(T_s \omega_e) & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{R_s}{\sigma L_s} T_s} \end{bmatrix} = A_d \quad (2.22)$$

Los valores de  $D$  en (2.21) muestra que la matriz  $A$  es invertible, por lo que se puede calcular por medio de una expresión cerrada  $B_d$  según lo que indica (2.20).

$$B_d = A^{-1}(A_d - \mathbb{I})B \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow B_d = KB, \quad K = A^{-1}(A_d - \mathbb{I}) \quad (2.24)$$

$$\Rightarrow K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ -k_2 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$k_1 = \tau_\sigma \left( \frac{1}{1 + \omega_e^2 \tau_\sigma^2} - e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \frac{\cos(T_s \omega_e + \arctan(\omega_e \tau_\sigma))}{\sqrt{1 + \omega_e^2 \tau_\sigma^2}} \right) \quad (2.26)$$

$$k_2 = \frac{\omega_e \tau_\sigma^2}{1 + \omega_e^2 \tau_\sigma^2} - e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \tau_\sigma \frac{\sin(T_s \omega_e + \arctan(\omega_e \tau_\sigma))}{\sqrt{1 + \omega_e^2 \tau_\sigma^2}} \quad (2.27)$$

$$k_3 = \frac{L_s (1 - e^{-\frac{R_s T_s}{L_s}})}{R_s} \quad (2.28)$$

Las expresiones de  $k_1$  y  $k_2$  se consideran complejas de manejar, por lo que motivó la exploración de métodos para su simplificación. Para esto, se consideró el siguiente método de aproximación:

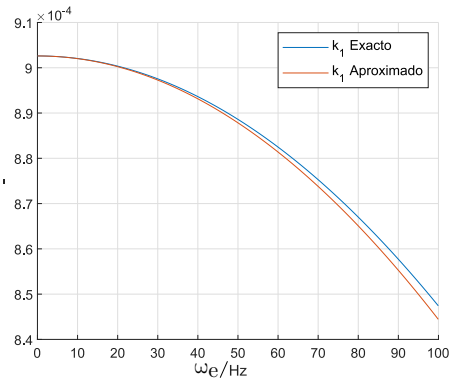
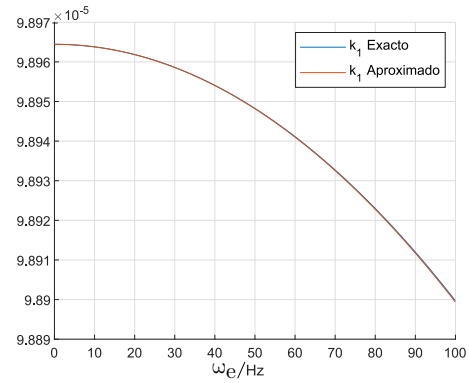
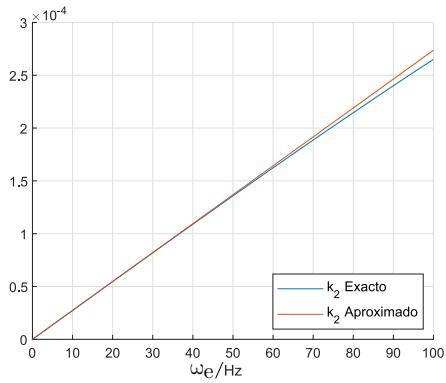
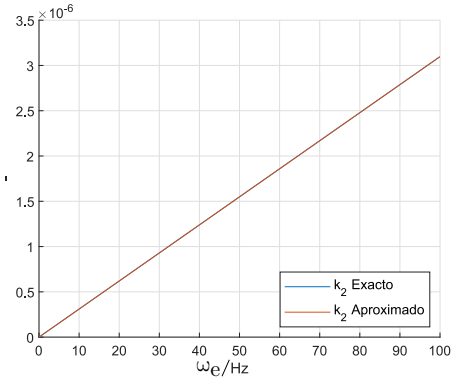
(a)  $k_1$  para una frecuencia de muestreo de 1 kHz(b)  $k_1$  para una frecuencia de muestreo de 10 kHz(c)  $k_2$  para una frecuencia de muestreo de 1 kHz(d)  $k_2$  para una frecuencia de muestreo de 10 kHz

Figura 2.3: Resultados de las aproximaciones para  $k_1$  y  $k_2$  a distintas frecuencias de muestreo.

**Observación.** Dada  $f(x)$  y  $g(x)$  donde

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$$

entonces  $\alpha g(x) \approx f(x)$  alrededor de  $x_0$ .

Este resultado se utiliza frecuentemente física, por ejemplo,  $\sin(x) \approx x$  para valores pequeños de  $x$ . El caso donde  $g(x)$  es un polinomio tal que  $k = 1$  corresponde a la aproximación de Taylor de  $f(x)$ . Aplicando la aproximación sobre  $k_1$  y  $k_2$  utilizando las funciones  $\text{Sinc}(T_s \omega_e)$  y  $\omega_e$ , respectivamente, se obtiene una aproximación alrededor del punto de operación  $\omega_e = 0$ , resultando en la expresión:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = k \quad (2.29)$$

$$\Rightarrow \lim_{\omega_e \rightarrow 0} \frac{k_1}{\text{Sinc}(T_s \omega_e)} = \tau_\sigma \left(1 - e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}}\right) \quad (2.30)$$

$$\Rightarrow k_1 \approx \underbrace{\tau_\sigma \left(1 - e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}}\right)}_{\alpha_1} \text{sinc}(T_s \omega_e) \quad (2.31)$$

$$\Rightarrow \lim_{\omega_e \rightarrow 0} \frac{k_2}{\omega_e} = e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \left(\tau_\sigma \left(e^{T_s/\tau_\sigma} - 1\right) - T_s\right) \tau_\sigma \quad (2.32)$$

$$\Rightarrow k_2 \approx \underbrace{e^{-\frac{T_s}{\tau_\sigma}} \left(\tau_\sigma \left(e^{T_s/\tau_\sigma} - 1\right) - T_s\right) \tau_\sigma}_{\alpha_2} \omega_e \quad (2.33)$$

Para demostrar la calidad de la aproximación, se adelanta el uso de los parámetros de la máquina a utilizar. Obteniendo los resultados de la Figura 2.3, donde se compara el resultado de la aproximación contra el valor real sobre un rango de frecuencias eléctricas hasta un décimo de la frecuencia de muestreo usada, se ve que la aproximación sigue de manera cercana a la función original, lo que refleja la buena calidad de la aproximación. Esto permite simplificar el trato de las funciones  $k_1$  y  $k_2$  a las expresiones  $\alpha_1 \text{sinc}(T_s \omega_e)$  y  $\alpha_2 \omega_e$ , donde  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son constantes del modelo.

## 2.8. Esquema del lazo de control a utilizar

Con todos los elementos definidos, el lazo de control del accionamiento propuesto puede ser representado por la Figura 2.4. En cual tiene la estructura usual para el control de flujo y velocidad dada por controladores lineales. Este esquema combina elementos del control orientado a flujo directo e indirecto, ya que se utiliza un observador de flujo para orientar las variables eléctricas del problema, pero incorpora un estimador de deslizamiento para fijar la velocidad eléctrica a controlar. Lo más notable, es que donde usualmente se encuentra el lazo de control de corriente existe en cambio el controlador MPC, controla y pone límites de manera simultánea sobre las corrientes y tensiones de la máquina.

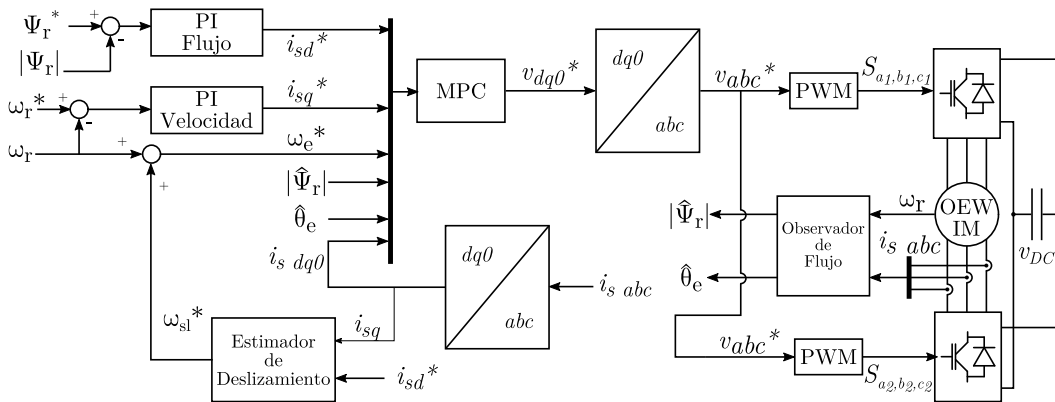


Figura 2.4: Diagrama de bloques del controlador

# CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELO DE CONJUNTO DE CONTROL CONTINUO

Control predictivo basado en modelo (*Model Predictive Control*, o MPC) es una técnica de control óptimo que plantea el controlador como un problema de optimización que incorpora información como el modelo de la planta a controlar y las restricciones asociadas al sistema.

Generalmente, el planteamiento del problema considera el uso del modelo de la planta y el estado medido para pronosticar la evolución de la planta sobre un horizonte finito. La solución a este problema optimiza este pronóstico y entrega la entrada óptima de la planta. Este proceso se repite en el siguiente instante de muestreo de la planta con nuevas mediciones, considerando un desplazamiento en el horizonte de predicción, esto le entrega el nombre de Control con Horizonte en Retroceso (*Receding Horizon Control*, o RHC).

Existen distintas maneras de clasificar las técnicas de MPC dependiendo de la formulación del problema utilizada. Una de estas clasificaciones depende de la naturaleza del conjunto de control utilizado en el sistema. En MPC de conjunto de control finito (*Finite Control Set MPC*, o FCS), se tiene un número acotado de configuraciones posibles de entrada al sistema como, por ejemplo, los estados de conmutación de los semiconductores de un convertidor. Mientras que en MPC de conjunto de control continuo (*Continuous Control Set*, o CCS), la entrada al sistema tiene un rango continuo de valores posibles. Considerando nuevamente el ejemplo de un convertidor, la entrada determinada por el controlador de variable continua debe ser modulada para entregar los estados de conmutación de cada semiconductor.

Este trabajo considera la síntesis de un controlador CCS-MPC basado en el modelo discreto en espacio estado del Capítulo 2, de la forma:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (3.1)$$

$$y_k = Cx_k, \quad (3.2)$$

donde  $x_k \in \mathbb{R}^n$ ,  $u_k \in \mathbb{R}^m$  y  $y_k \in \mathbb{R}^p$  corresponden al vector de estados, entradas y mediciones del sistema, respectivamente, en un instante  $k$ . Mientras que  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  y  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  corresponden a las matrices de estado, entrada y salida del sistema.

### 3.1. Formulación del problema de optimización

Un problema de optimización consiste en dos partes. Una función objetivo con la cual optimizar un conjunto de variables, y un conjunto de restricciones que limiten estas variables. En MPC la función objetivo corresponde a una función de costo la cual se desea minimizar, la cual se deriva a partir del error de seguimiento de referencia definido por:

$$e_k = r_k - y_k, \quad (3.3)$$

donde  $e_k \in \mathbb{R}^p$ ,  $r_k \in \mathbb{R}^p$  y  $y_k \in \mathbb{R}^p$  son el error de seguimiento de referencia, la referencia y la salida del sistema, respectivamente. Se puede considerar, sin pérdida de generalidad, que  $r_k = 0$  (i.e., referencia en el origen). Esto implica que el error de seguimiento se reduce a  $e_k = -y_k$ , permitiendo definir una función de costo como:

$$J_k = y_k^T \mathcal{U} y_k, \quad (3.4)$$

donde  $J_k$  es una función de costo cuadrática de la desviación del estado medido respecto al punto de equilibrio, y  $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  es una matriz diagonal del peso relativo de cada componente del vector de salida en el costo. Sustituyendo la salida por la expresión (3.2) en la función de costo se tiene:

$$J_k = x_k^T \underbrace{C^T \mathcal{U} C}_{\Omega} x_k. \quad (3.5)$$

La matriz  $\Omega \in \mathbb{R}^{n \times n}$  define los pesos ahora en términos del vector de estados. Análogamente, actuar sobre una planta también puede tener un costo asociado, donde acciones de control más grandes incurren en un costo mayor. Por lo que se incluye un término que penaliza de manera similar la entrada al sistema, entregando:

$$J_k = x_k^T \Omega x_k + u_k^T \Gamma u_k, \quad (3.6)$$

donde  $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es una matriz del peso relativo de cada componente del vector de entrada en el costo. Esto define la función de costo  $J_k$  para un único instante de muestreo  $k$ . Sin embargo, se desea considerar el costo asociado al horizonte de predicción, por lo que se consideran los costos durante cada instante hasta un instante final  $N$ , llegando a:

$$J(x_0, \dots, x_N, u_0, \dots, u_{N-1}) = \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^T \Omega x_k + u_k^T \Gamma u_k) + x_N^T \Omega_N x_N \quad (3.7)$$

La matriz  $\Omega_N \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es el costo asociado al estado final del horizonte de predicción, y para esta aplicación se selecciona como la solución de la ecuación de Riccati [21], la cual entrega el costo óptimo para una versión del problema, la cual no tiene restricciones y considera un horizonte de predicción infinito. De esta manera, se puede considerar el problema de optimización en su forma más genérica como:

$$\begin{aligned} \min_{\zeta} \quad & J(\zeta) = \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^T \Omega x_k + u_k^T \Gamma u_k) + x_N^T \Omega_N x_N \\ \text{s.t.} \quad & x_0 = \bar{x} \\ & x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, \quad k = 0, \dots, N-1 \\ & x_{\min} \leq x_k \leq x_{\max}, \quad k = 1, \dots, N \\ & u_{\min} \leq u_k \leq u_{\max}, \quad k = 0, \dots, N-1 \\ & \zeta = [x_0, \dots, x_N, u_0, \dots, u_{N-1}] \end{aligned} \quad (3.8)$$

El problema (3.8) es un problema de programación cuadrática, donde el modelo de la planta se trata como una restricción de igualdad, las restricciones sobre el estado y la actuación, y la medición del estado actual de la planta. El resultado del problema corresponde al vector  $\zeta$  que contiene los valores óptimos calculados para el estado y la entrada sobre el horizonte de predicción. De este resultado, solo se utiliza la primera acción de control  $u_0$ , descartando el resto de la información obtenida.

## 3.2. Seguimiento de referencia

Para introducir seguimiento a una referencia constante arbitraria al problema, se plantea el problema como una transformación de coordenadas [21, Ch 1.5.1]. Donde se define el conjunto de ecuaciones que se obtiene al aplicar la condición de estacionalidad al modelo dinámico del sistema:

$$\begin{bmatrix} I - A & -B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\infty} \\ u_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Esto permite definir las variables de desviación:

$$\tilde{x}_k = x_k - x_{\infty} \quad (3.10)$$

$$\tilde{u}_k = u_k - u_{\infty}, \quad (3.11)$$

que satisface el modelo dinámico:

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - x_{\infty} \quad (3.12)$$

$$= Ax_k + Bu_k - (Ax_{\infty} + Bu_{\infty}) \quad (3.13)$$

$$\tilde{x}_{k+1} = A\tilde{x}_k + B\tilde{u}_k, \quad (3.14)$$

lo que implica que el modelo dinámico es el mismo en el nuevo sistema coordinado, i.e., llevar  $\tilde{x}$  a 0 es equivalente a llevar  $x$  a  $x_\infty$ . Reescribir (3.8) en términos de las nuevas variables solo implica reemplazar  $\varsigma$  por  $\tilde{\varsigma} = [\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_N, \tilde{u}_0, \dots, \tilde{u}_{N-1}]$  y definir:

$$\tilde{x} = -(\bar{x} - x_\infty) \quad (3.15)$$

$$\tilde{x}_{\min} = x_{\min} - x_\infty \quad (3.16)$$

$$\tilde{x}_{\max} = x_{\max} - x_\infty \quad (3.17)$$

$$\tilde{u}_{\min} = x_{\min} - u_\infty \quad (3.18)$$

$$\tilde{u}_{\max} = x_{\max} - u_\infty \quad (3.19)$$

No obstante, para implementar el seguimiento a referencia constante para el modelo mostrado en la ecuación (2.17) se debe considerar el efecto del flujo como una perturbación en el sistema. Esto fue planteado para el controlador propuesto a partir del modelo discretizado de (2.17) como:

$$\begin{bmatrix} I - A & -B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\infty \\ u_\infty \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_d d \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Es importante notar que el sistema propuesto tiene una menor cantidad de perturbaciones que variables medidas, lo que implica que existe una manera de compensar las perturbaciones en estado estacionario. Para evitar problemas en el control de la corriente  $i^d$  que controla el flujo de la máquina, se implementó la siguiente estrategia para el cálculo de  $v_{s\infty}^d$ :

$$v_{s\infty}^d = R_\sigma i^d - \omega_e L_\sigma i^q - \frac{k_r}{\tau_r} (L_m i^{d*}), \quad (3.21)$$

donde  $i^d$  e  $i^q$  son las corrientes medidas de la máquina, y  $i^{d*}$  es la referencia. Esta ecuación corresponde a la componente  $d$  de (2.9) en estado estacionario y pretende reconciliar las discrepancias entre el flujo en estado estacionario respecto al actual.

### 3.3. Definición del problema para el sistema de interés

Dada la formulación general del problema en (3.8), se puede definir el problema de control en función del modelo dinámico deducido en el Capítulo 2. Entregando el siguiente problema:

$$\min_{\varsigma} \mathbf{i}_N^{dqzT} \Omega_N \mathbf{i}_N^{dqz} + \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{i}_k^{dqzT} \Omega_k \mathbf{i}_k^{dqz} + \mathbf{v}_k^{dqzT} \Gamma \mathbf{v}_k^{dqz} \quad (3.22)$$

s.t.

$$\mathbf{i}_0^{dqz} = \bar{\mathbf{i}}^{dqz} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{i}_{k+1}^{dqz} = A_d(\omega_e) \mathbf{i}_k^{dqz} + B_d(\omega_e) \mathbf{v}_k^{dqz}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.24)$$

$$\mathbf{i}_N^z = 0 \quad (3.25)$$

$$\mathbf{i}_k^{dqz} \in \mathcal{X}, \quad k = 1, \dots, N \quad (3.26)$$

$$\mathbf{v}_k^{dqz} \in \mathcal{V}(\omega_e, \theta_e), \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.27)$$

$$\varsigma = [\mathbf{i}_0^T, \dots, \mathbf{i}_N^T, \mathbf{v}_0^T, \dots, \mathbf{v}_{N-1}^T]^T, \quad (3.28)$$

donde  $i_k^{dqz}$ ,  $v_k^{dqz}$  y  $\bar{i}^{dqz}$  son la corriente de estator, la tensión de estator, y la medición actual de la corriente de estator en el eje  $dqz$ , respectivamente.  $\Omega$  y  $\Gamma$  son los pesos asociados al costo de la desviación de corriente y tensión en el problema y  $\Omega_N$  el costo final.  $A_d(\omega_e)$  y  $B_d(\omega_e)$  son las matrices del sistema en espacio estado.  $\mathcal{X}$  y  $\mathcal{V}(\omega_e, \theta_e)$  corresponden a los politopos que definen las regiones factibles para la corriente y la tensión.

Note que  $A_d(\omega_e)$ ,  $B_d(\omega_e)$  y  $\mathcal{V}(\omega_e, \theta_e)$  dependen de la velocidad y el ángulo eléctricos. Por lo que es necesario actualizar el problema en cada instante de muestreo con los valores actuales de cada variable. No obstante, la velocidad eléctrica es considerada constante durante el horizonte de predicción para mantener la linealidad en el planteamiento del problema.

### 3.3.1. Restricciones politópicas

Las restricciones definidas por (3.26) y (3.27) son análogas a las restricciones de desigualdad del problema (3.8), donde primero se aplica una transformación lineal a los vectores del problema ( $i_k^{dqz}$  y  $v_k^{dqz}$ ) antes de aplicar la saturación dada por los valores máximos y mínimos permitidos.

Este planteamiento presenta un problema, si bien permite generar fácilmente politopos, como es el caso en las restricciones de tensión en coordenadas  $abc$ , no puede generar otras figuras, lo cual es necesario para plantear la restricción de corriente, definida por un círculo en el plano  $dq$ .

#### 3.3.1.1. Restricción de corriente

Como alternativa al planteamiento de un círculo como región factible para la corriente en el plano  $dq$ , se plantea definir una caja limitada por la capacidad de torque disponible en la máquina dado el flujo requerido para lograrla. Es decir, se prioriza la necesidad de establecer el flujo de rotor para lograr el torque deseado, lo cual toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} -\sqrt{\max(0, i_{\max}^2 - (\bar{i}^q)^2)} &\leq i_k^d \leq \sqrt{\max(0, i_{\max}^2 - (\bar{i}^q)^2)} \\ -\sqrt{\max(0, i_{\max}^2 - (i_s^d)^2)} &\leq i_k^q \leq \sqrt{\max(0, i_{\max}^2 - (i_s^d)^2)} \\ -i_{\max}^z &\leq i_k^z \leq i_{\max}^z \end{aligned} \quad (3.29)$$

Este planteamiento utiliza el hecho de que las corrientes en la máquina son continuas, por lo que no se esperan grandes variaciones durante el horizonte de predicción. En la Figura 3.1 se muestra el lugar geométrico para la corriente máxima y para el caso de la activación de la restricción de la corriente  $i^q$  en el plano  $dq$ . El lugar geométrico que define la corriente máxima soportada por la máquina corresponde al círculo, mientras que el rectángulo punteado corresponde a los límites descritos en (3.29). En general, los límites de la restricción propuesta están acotados superiormente por el círculo y al actuar la saturación el rectángulo inscribe al círculo. Lo que permite mantener el control de corriente es que, al entrar en estado de saturación, la prioridad en la corriente  $i^d$  va a contraer verticalmente los márgenes del rectángulo, disminuyendo la corriente  $i^q$  y permitiendo que la corriente  $i^d$  llegue la referencia.

#### 3.3.1.2. Restricción de tensión

Para plantear las restricciones de tensión, se considera que el enlace DC provisto por los inversores imponen una limitación natural en el sistema de coordenadas  $abc$ , lo que motiva

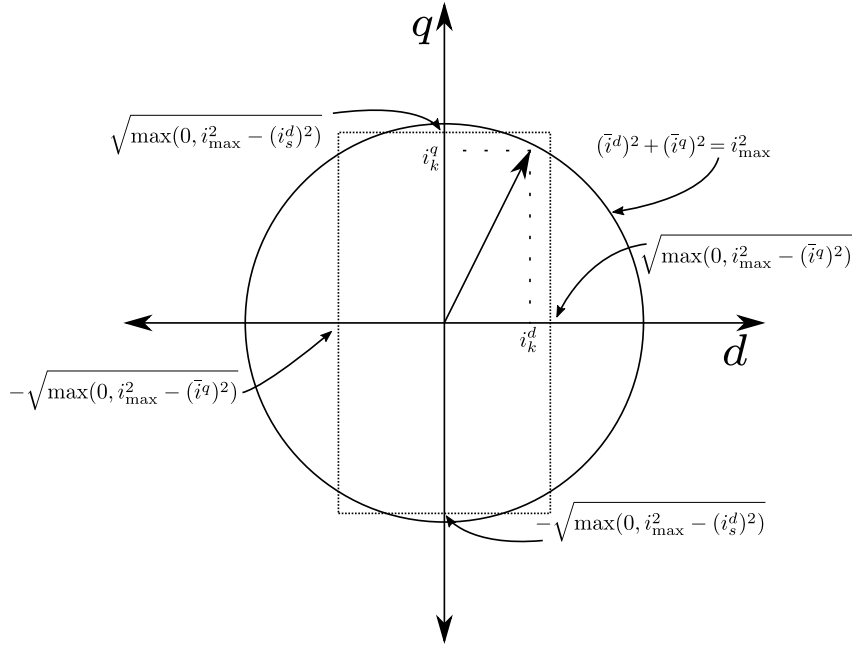


Figura 3.1: Lugar geométrico de las restricciones de corriente en el plano  $dq$ .

a transformar el vector de tensión entre sistemas coordenados. Esto se logra mediante la transformada inversa de Park, la cual depende del ángulo eléctrico en ese instante de tiempo. Esto impone que la transformación lineal sea reformulada en cada instante de muestreo con el valor estimado del ángulo.

Adicionalmente, como el ángulo eléctrico va a divergir conforme se pronostican variables a lo largo del horizonte de predicción, se utiliza la velocidad eléctrica para disminuir esta discrepancia.

Esto entrega un planteamiento para la restricción de tensión dada por:

$$-v_{\max}^{abc} \leq \underset{dqz \rightarrow abc}{T} v_k^{dqz} \leq v_{\max}^{abc} \quad (3.30)$$

$$\underset{dqz \rightarrow abc}{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e + k\omega_e T_s) & \sin(\theta_e + k\omega_e T_s) & 1 \\ \cos(\theta_e + k\omega_e T_s - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_e + k\omega_e T_s - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_e + k\omega_e T_s + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_e + k\omega_e T_s + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

### 3.4. Ajuste de pesos del controlador MPC

El desempeño del controlador MPC es gobernado por los pesos  $\Omega$ ,  $\Omega_N$  y  $\Gamma$  de la función de costo definida en (3.7). El valor de cada uno de estos parámetros afecta características del lazo como el error de seguimiento de la referencia en estado estacionario, agresividad en las entradas de la planta, y tiempo de respuesta para cambios de referencia. El proceso de selección de pesos típicamente involucra el uso de distintas reglas generales donde el diseñador debe supervisar la calidad de la respuesta obtenida para realizar los ajustes pertinentes.

Una de estas reglas generales es la regla de Bryson, la cual sugiere elegir los pesos de la

función de costo bajo el siguiente criterio.

$$\Omega_{ii} = \frac{1}{\text{m\u00e1ximo error aceptable para } x_i^2} \quad (3.32)$$

$$\Gamma_{ii} = \frac{1}{\text{m\u00e1ximo error aceptable para } u_i^2} \quad (3.33)$$

No obstante, la Regla de Bryson solo es considerada un punto de partida para el procedimiento de selecci\u00f3n de pesos del controlador.

Para seleccionar los costos a utilizar, se adelantaron utilizaron los par\u00e1metros de la m\u00e1quina presentados en el Ap\u00e9ndice A, los cuales son requeridos para plantear el controlador y dimensionar valores apropiados para los errores aceptables en los estados y la actuaci\u00f3n. Adicionalmente, se utiliza una simulaci\u00f3n din\u00e1mica del sistema propuesto en MATLAB, la cual resuelve el problema de programaci\u00f3n cuadr\u00e1tica por medio del *solver quadprog()*.

Tabla 3.1: Errores iniciales considerados para la selecci\u00f3n de pesos en el controlador MPC

	$i^d/A$	$i^q/A$	$i^z/A$	$v^a/V$	$v^b/V$	$v^c/V$
Magnitud	4,678	5,6	2	$\pm 311$	$\pm 311$	$\pm 311$
Error aceptable inicial	0,1	0,1	0,1	1	1	1

En la Tabla 3.1 se muestran las magnitudes m\u00e1ximas consideradas para cada variable en el problema, junto con los errores a utilizar en el criterio definido en (3.32) y (3.33). En primera instancia se enfatiza el an\u00e1lisis de la respuesta del controlador al seguimiento de los estados  $i^d$  e  $i^q$ , difiriendo la sintonizaci\u00f3n de la respuesta de  $i^z$  al correcto seguimiento de  $i^d$  e  $i^q$ . Utilizando los valores de la Tabla 3.1, se utilizan los pesos:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 100 & & \\ & 100 & \\ & & 100 \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Mientras que  $\Omega_N$  se calcula por medio del comando *idare()* incluido en MATLAB, el cual calcula la soluci\u00f3n a la ecuaci\u00f3n de Riccati en tiempo discreto.

Con los valores de  $\Omega$ ,  $\Omega_N$  y  $\Gamma$  definidos, se obtienen los siguientes resultados para el controlador MPC planteado:

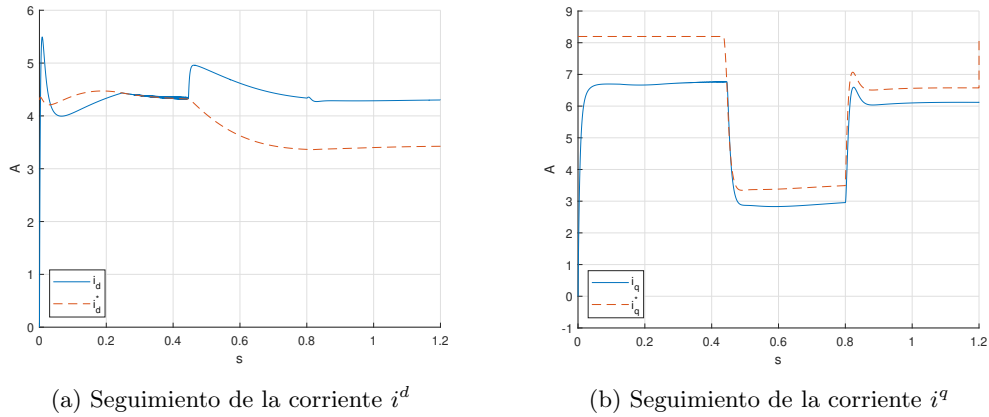


Figura 3.2: Prueba de seguimiento de referencia para las corrientes  $i^d$  e  $i^q$  con los pesos propuestos.

La Figura 3.2 muestra errores de seguimiento significativos en las corrientes  $i^d$  e  $i^q$ . Esto indica que los pesos para estos estados deben ser aumentados. Para corregir el error de seguimiento de ambos estados, se disminuye a un error admisible de 0,005 A para  $i^d$  y de 0,025 A para  $i^q$ , lo que implica un nuevo valor de  $\Omega$  de:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 40000 & & \\ & 1600 & \\ & & 100 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Al realizar la misma prueba de la Figura 3.2, se obtienen los resultados de la Figura 3.3, la cual muestra un seguimiento aceptable de las referencias de corriente  $i^d$  e  $i^q$ , por lo que se seleccionan los pesos propuestos para esos estados. Lo que deja solo la sintonización del peso para  $i^z$  para finalizar el planteamiento del problema.

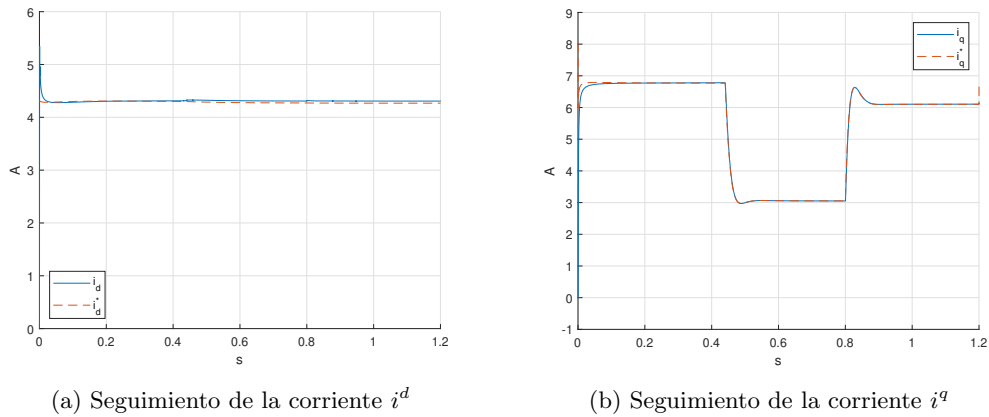


Figura 3.3: Prueba de seguimiento de referencia para las corrientes  $i^d$  e  $i^q$  con los pesos corregidos.

Se desea que la corriente de secuencia cero  $i^z$  sea cero, por lo que la calidad de los resultados obtenidos va a estar determinada por la magnitud de  $i^z$  obtenida durante la prueba. Se muestra en la Figura 3.4 la respuesta obtenida en  $i^z$  para distintos valores de error admisible.

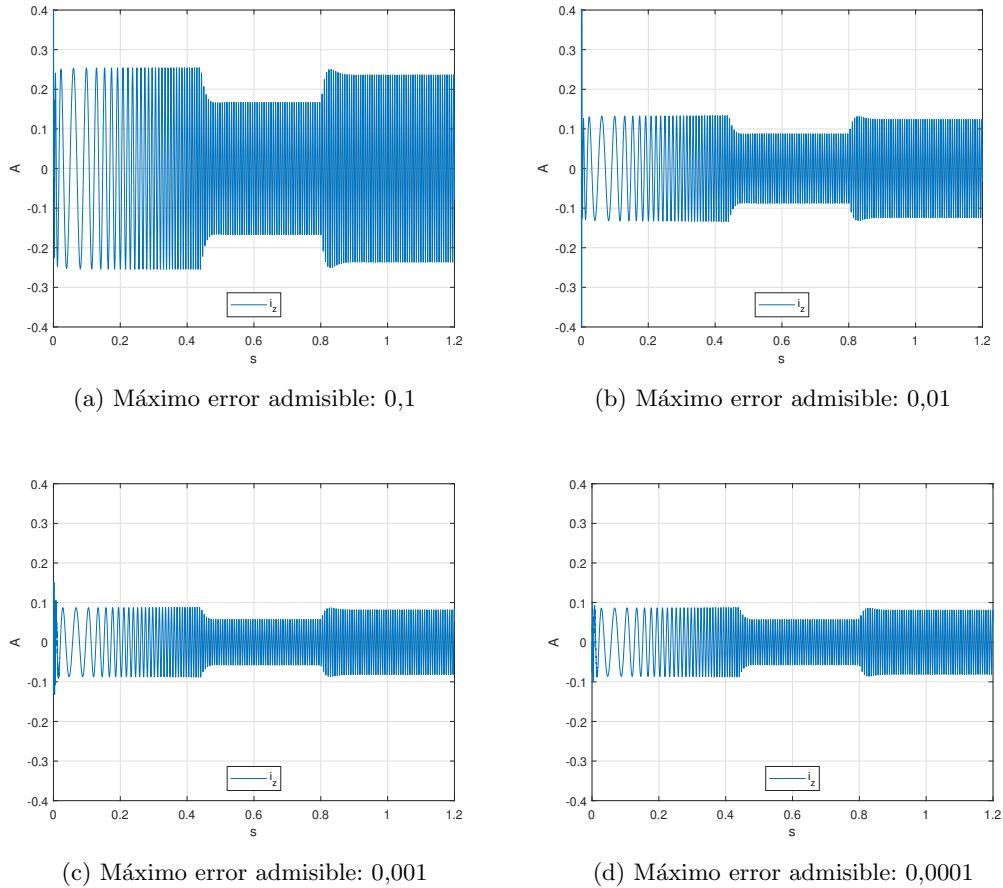


Figura 3.4: Respuesta dinámica de  $i^z$  para distintos valores de máximo error admisible.

La Figura 3.4 muestra que la calidad del control de la corriente de secuencia cero mejora conforme se disminuye el error admisible, i.e., se aumenta el valor del peso  $\Omega$  asociado a ese estado. No obstante, este aumento tiene un límite donde se deja tener una mejora apreciable en la disminución de la corriente  $i^z$ , ilustrado en las Figuras 3.4c y 3.4d.

Esto nos deja con la selección final para los pesos de la función de costo del controlador MPC con los valores:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 40000 & & \\ & 1600 & \\ & & 1000000 \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Con esto concluye la sintonización del controlador MPC para la máquina de inducción

de devanado abierto. En el Capítulo 5 se presentan resultados de pruebas ilustrativas de esta estrategia de control.

# SELECCIÓN DE PARÁMETROS Y ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE OSQP

### 4.1. Introducción

Para materializar el controlador de MPC planteado, es necesario contar con una manera de obtener la ley de control dictada por el problema de programación cuadrática en cada instante de muestreo. Con este fin, se propone un sistema de MPC implícito, donde se resuelve el problema QP de manera numérica en cada instante de muestreo.

Para resolver el problema QP se escogió el *solver* Operator Splitting Quadratic Program (OSQP), un *solver* de primer orden basado en el método de dirección alterna de multiplicadores (ADMM) que hereda sus propiedades de bajo costo computacional y *warm start*. Esta última es la cual es la capacidad de entregar al *solver* valores iniciales cercanos al óptimo para disminuir el número de iteraciones requeridas. Este abordaje es apto para problemas de control donde se puede presumir que la solución anterior es lo suficientemente cercana a la requerida en el instante actual.

El Algoritmo 1 resume el procedimiento numérico utilizado por OSQP, donde  $P$  es la matriz que define el funcional de costo cuadrático del problema QP, y  $A$  contiene las restricciones asociadas al problema QP. Estas matrices conforman la matriz de KKT del sistema, la cual es definida como:

$$K = \begin{bmatrix} P + \sigma I & A^T \\ A & -\rho^{-1}I \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

En este capítulo se estudiará cómo condicionar la matriz de KKT y seleccionar los parámetros de OSQP para reducir el número de iteraciones requeridas por la librería para

utilizarla en aplicaciones de MPC.

---

**Algoritmo 1** Algoritmo ADMM de OSQP
 

---

**Entrada:** Dado  $x^0, y^0, z^0$  y  $\rho > 0, \sigma > 0, \alpha \in (0, 2)$

1: **Repetir**

2: Resolver 
$$\begin{bmatrix} P + \sigma I & A^T \\ A & -\rho^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{k+1} \\ \nu^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma x^k - q \\ z^k - \rho^{-1}y^k \end{bmatrix}$$

3:  $\tilde{z}^{k+1} \leftarrow z^k + \rho^{-1}(\nu^{k+1} - y^k)$

4:  $x^{k+1} \leftarrow \alpha \tilde{x}^{k+1} + (1 - \alpha)x^k$

5:  $z^{k+1} \leftarrow \Pi(\alpha \tilde{z}^{k+1} + (1 - \alpha)z^k + \rho^{-1}y^k)$

6:  $y^{k+1} \leftarrow y^k + \rho(\alpha \tilde{z}^{k+1} + (1 - \alpha)z^k - z^{k+1})$

7: **Hasta** Criterio de parada.

---

### 4.1.1. Parámetros de OSQP

OSQP es un paquete de optimización numérica con una lista de parámetros. Los cuales pueden ser clasificados como:

- Parámetros del algoritmo numérico: Estos son propios del planteamiento numérico del Algoritmo 1. Estos corresponden a:
  - $\sigma$ : Corresponde a un término de regularización utilizado por OSQP cuando la matriz de costos  $P$  no es lo suficientemente definida positiva. Incrementar su valor introduce una desviación del problema original que aumenta la magnitud de los valores propios de  $P$  y vuelve el problema mejor condicionado. Más adelante se mostrará cómo aumentar el valor de  $\sigma$  no afecta la convergencia de una manera significativa hasta que la desviación es considerable respecto a los valores originales de  $P$ .
  - $\alpha$ : Es un factor de aceleración utilizado en métodos numéricos para acelerar la convergencia de un algoritmo. El mismo método es utilizado en estudios de flujo de potencia donde métodos numéricos como Gauss-Seidel convergen muy lentamente comparados con otros métodos. En ambos casos la recomendación típica es un valor de  $\alpha$  entre 1.5 y 1.8, con el valor por defecto fijo en 1.6. En las siguientes secciones se mostrará cómo este valor puede ser mejorado para el problema en cuestión.
  - $\rho$ : Es el paso de avance del algoritmo. Es el parámetro más importante y el cálculo de su valor óptimo, así como el de los parámetros anteriores, sigue siendo un problema abierto para el cual se han propuesto varias heurísticas, ver por ejemplo [22]. Para encontrar el valor de  $\rho$  adecuado para el problema dado, se procedió a realizar una búsqueda de fuerza bruta explorada en detalle en la sección 4.3. Es importante mencionar que en la matriz de KKT,  $\rho$  no corresponde a un valor escalar, sino que a una matriz diagonal, donde cada elemento en la diagonal está asociado a una restricción. No obstante, el parámetro de  $\rho$  requerido por OSQP es un escalar, el cual es ponderado internamente dependiendo del tipo de restricción definida en el problema. En adelante se utiliza  $\bar{\rho}$  para indicar el parámetro escalar entregado al programa y  $\rho$  la matriz encontrada en la matriz de KKT.

- Criterios de término: Corresponden a parámetros que fijan la condiciones bajo las cuales OSQP deja de realizar iteraciones. Como el número máximo de iteraciones, las tolerancias del problema y con qué frecuencia verificar el estado de la solución. Estos se eligieron obviar ya que ADMM tiene la propiedad de que el resultado de una iteración dada es más convergente que el de la iteración anterior si no se cambia el problema (en particular, si se deja el valor de  $\bar{\rho}$  fijo).
- Configuraciones de cálculo: Esto cubre tres aspectos de OSQP. Primero, la capacidad de proveer una librería de álgebra lineal para resolver el sistema lineal del Algoritmo 1. Sin embargo, en este trabajo se usó la librería QDLDL, incluida en OSQP. Por otra parte, la configuración también incluye la opción de usar *warm start* y la opción de usar el procedimiento de escalado de datos. Más adelante en el capítulo se estudia el uso de *warm start* y el procedimiento de escalado del problema.
- Configuraciones de precisión y convergencia: OSQP tiene un procedimiento para pulir la solución obtenida, mediante la inferencia de las restricciones activas dada la solución de media precisión obtenida [17]. Además, también tiene un procedimiento para ajustar el valor de  $\bar{\rho}$  si detecta que la solución no está convergiendo de manera apropiada con el valor actual. Este procedimiento requiere volver a factorizar la matriz de KKT del Algoritmo 1, lo cual puede no ser deseable o incluso factible para aplicaciones de control en tiempo real. Más aún, si se plantea un problema donde la matriz de KKT es de coeficientes constantes, la factorización podría a ser hecha fuera de línea con la con la consecuente aceleración del cómputo asociado. En la aplicación considerada en este trabajo, este requerimiento no se satisface, existiendo cambios en la matriz A, y la factorización de la matriz de KKT se realiza en cada instante de muestreo. Sin embargo, no se consideran cambios en  $\bar{\rho}$ .
- Criterios misceláneos: Se encapsulan aquí la capacidad de OSQP de reportar información de su funcionamiento y establecer un límite de tiempo, cuya funcionalidad debe ser desarrollada en caso de no estar disponible en la plataforma objetivo. Esta característica de OSQP no se utilizó en la implementación embebida propuesta.

## 4.2. Estabilidad numérica

Una consideración importante al momento de implementar *solvers* para MPC, es que frecuentemente se utilizan métodos que no presentan una solución algebraica al problema de optimización, es decir, métodos numéricos. Esto amerita una discusión de análisis numérico para acondicionar el algoritmo y garantizar una solución válida. Para el interés de este trabajo, se consideran dos aspectos de OSQP que afectan la convergencia y tiempo del algoritmo:

- La estabilidad de la descomposición de la matriz de KKT para la resolución del sistema

$$\begin{bmatrix} P + \sigma I & A^T \\ A & -\rho^{-1}I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{k+1} \\ \nu^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma x^k - q \\ z^k - \rho^{-1}y^k \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

presentado en el Algoritmo 1

- La selección de los parámetros óptimos para  $\bar{\rho}$ ,  $\sigma$  y  $\alpha$

### 4.2.1. Estabilidad de matrices cuasidefinida

Para resolver el sistema  $Ax = b$  de la ecuación (4.2) se busca encontrar una descomposición triangular de la forma  $LDL^T$  [23, Cap. 4.2.7] donde  $L$  es una matriz triangular inferior y  $D$  es una matriz diagonal. De esta forma el sistema puede ser resuelto por sustitución (*forward and back substitution* [23, Cap. 3.1]) de las matrices generadas, pero la estabilidad de los resultados generados por este método está sujeta a condiciones dadas por la matriz de entrada.

En primera instancia se considera la estructura de la matriz, si bien la descomposición  $LDL^T$  (y Cholesky) existe para cualquier matriz definida positiva. La matriz de KKT dada por (4.1) tiene una estructura dada por:

$$K = \begin{bmatrix} H & A^T \\ A & -G \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Donde  $K$  corresponde a una matriz simétrica cuasidefinida (*Symmetric Quasi-Definite*, o SQD), si y solo si,  $H$  y  $G$  son matrices simétricas definidas positiva.

Esta estructura confiere un par de propiedades al problema. Primero, de [24] se sabe que la descomposición  $\Pi K \Pi^T = LDL^T$  existe para cualquier permutación simétrica  $\Pi$ , esta garantía es de interés ya que además introduce el concepto de permutación, una operación para reordenar las filas y columnas de una matriz que se suele hacer con uno de dos fines, ya sea aumentar la estabilidad numérica de la factorización o preservar el factor de dispersión de la matriz (*sparsity*) del problema. Es de nuestro interés obtener la segunda propiedad para así realizar menos operaciones.

La otra propiedad, observada por [25] es una métrica para determinar la estabilidad numérica de la descomposición, ya que la métrica usual del número de condición espectral  $\kappa_2(K) = \|K\|_2 \|K^{-1}\|_2$  no es suficiente para caracterizar la estabilidad de una descomposición  $LDL^T$ . En [25] se muestra que la factorización  $\Pi K \Pi^T = LDL^T$  es estable para toda permutación  $\Pi$  si  $\theta(K)$  no es muy grande, donde:

$$\theta(K) := \left( \frac{\|A\|_2}{\max\{\|G\|_2, \|H\|_2\}} \right)^2 \max\{\kappa_2(G), \kappa_2(H)\} \quad (4.4)$$

Dicho de otra forma:

- $\|A\|_2$  no sea muy grande relativo a  $\|G\|_2$  y  $\|H\|_2$
- $G$  y  $H$  no deben ser matrices muy mal condicionadas ( $\kappa_2(G)$  y  $\kappa_2(H)$  pequeños)

Este resultado nos permite estudiar la convergencia de (4.2) en función de los bloques que componen la matriz de KKT. Para un sistema bien condicionado (i.e.,  $\|A\|_2, \|H\|_2, \|H\|_2^{-1}$  cercanos a 1) el factor limitante va a ser las condiciones impuestas por el término  $G$  de (4.3), que según la definición de (4.2) corresponde al término  $-\rho^{-1}I$ . Esto implica que, dadas una matriz de costo  $P$  y una matriz de restricciones  $A$  bien condicionadas, el factor limitante en la convergencia a la solución del sistema lineal (4.2) está dado por la selección de  $\bar{\rho}$ , ya que distintos valores de  $\bar{\rho}$  van a alterar el número de condición  $\kappa_2(-\rho^{-1}I)$ .

Para ilustrar cómo el valor de  $\bar{\rho}$  altera el número de condición de la componente  $G$  de (4.3) se generó la Figura 4.1. En esta figura se muestra el número de condición correspondiente a  $\rho^{-1}I$ , el cual fue generado de la misma manera que OSQP documenta.

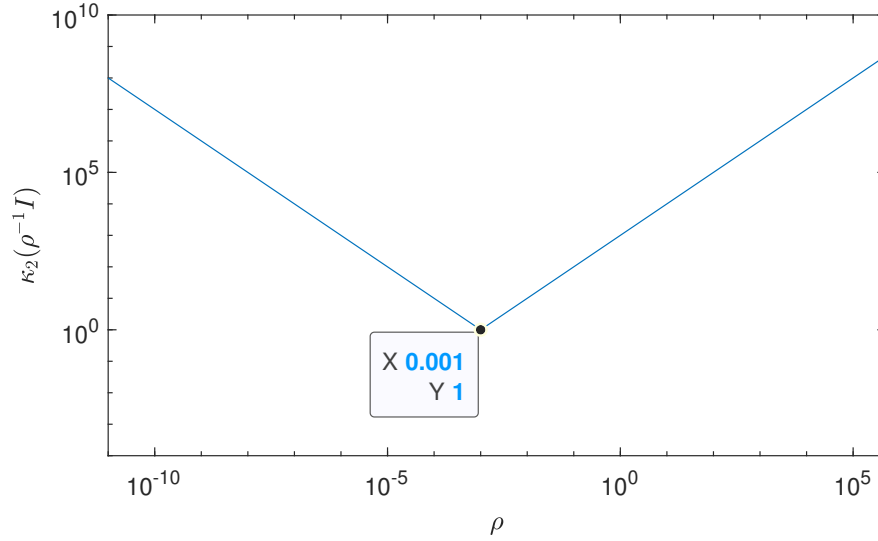


Figura 4.1: Ejemplo de  $\kappa_2(\rho^{-1}I)$  para distintos valores de  $\bar{\rho}$  con 15 restricciones de igualdad y 15 restricciones de desigualdad

En la Figura 4.1 se observa un valor de  $\bar{\rho}$  donde el número de condición es mínimo, y que el número de condición de  $\rho^{-1}I$  empeora al alejarse de este valor crítico. El mínimo mostrado en la figura indica que existe un rango de  $\bar{\rho}$  para el cual la matriz de KKT está bien condicionada, fuera del cual existirán problemas numéricos.

La ubicación del mínimo para  $\kappa_2(-\rho^{-1}I)$  en  $\bar{\rho} = 0,001$  se debe a como fue definido  $\rho$  en OSQP. En el contexto del Algoritmo 1, el parámetro  $\rho$  corresponde al paso de avance del algoritmo asociado a cada restricción. Los autores de OSQP [17] plantean que si se supieran las restricciones activas del problema QP, este podría ser resuelto directamente de manera algebraica, lo que equivaldría a fijar  $\rho_i = \infty$  para restricciones activas y  $\rho_i = 0$  para restricciones inactivas. Como no se sabe a priori cuáles restricciones van a estar activas o no, OSQP definió la siguiente heurística:

$$\rho = \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_m), \quad \rho_i = \begin{cases} \bar{\rho} & \text{para restricciones de desigualdad} \\ 10^3 \bar{\rho} & \text{para restricciones de igualdad} \end{cases} \quad (4.5)$$

Dada la definición en (4.5), el aumentar  $\bar{\rho}$  en un factor de  $10^3$  para las restricciones de igualdad desplazó el mínimo del número de condición de  $\rho^{-1}I$ , y si bien la Figura 4.1 se realizó con una cantidad arbitraria de restricciones de igualdad y desigualdad, esto no afecta el resultado mostrado.

Tener en cuenta la información de la Figura 4.1 es útil al momento de buscar valores de  $\bar{\rho}$ , y sirve como punto de referencia para el número de condición deseado del problema. No obstante, esta información no es prescriptiva, ya que debe ser considerada en referencia al error numérico dado por la representación usada y al comportamiento de  $\bar{\rho}$  en la convergencia del Algoritmo 1 en su totalidad.

Esto nos deja con el problema de garantizar un sistema bien condicionado, lo que corresponde a plantear los datos del problema de manera que  $\|A\|_2$ ,  $\|P\|_2$ ,  $\|P\|_2^{-1}$  sean cercanos a

1. Problemas de MPC en particular son sensibles a plantear problemas mal condicionados, debido a que la matriz de costo  $P$  puede contener valores muy grandes que empeoran su número de condición. Para el siguiente análisis, es conveniente definir la siguiente matriz con los datos del problema:

$$M = \begin{bmatrix} P & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Para lidiar con problemas mal escalados, OSQP utiliza como base un procedimiento de escalado simétrico llamado equilibración de Ruiz [26], que tiene como objetivo igualar las norma  $\ell_p$  de la matriz de  $M$ . En problemas QP que consideran un término de costo lineal, OSQP pondera sus efectos en el escalado. No obstante, el problema bajo estudio en este trabajo considera solo el caso donde el problema QP no tiene un costo lineal asociado, como es usualmente el caso en problemas MPC.

En contextos donde la capacidad de cómputo es limitada, el uso de este procedimiento puede resultar demasiado costoso. En la Figura 4.2 se muestra el tiempo de ejecución de OSQP en la plataforma MICROLABBOX de dSPACE para el problema QP bajo estudio, considerando un horizonte de predicción  $N = 3$ . Para determinar el efecto del equilibrado de Ruiz en el costo computacional, se fijó el número de iteraciones de ADMM, y se varió el número de rondas de equilibrado. Lo que se obtiene es una relación casi lineal entre el tiempo de ejecución y el número de rondas de equilibrado, donde cada ronda incurre en un costo de aproximadamente  $14.7 \mu s$ .

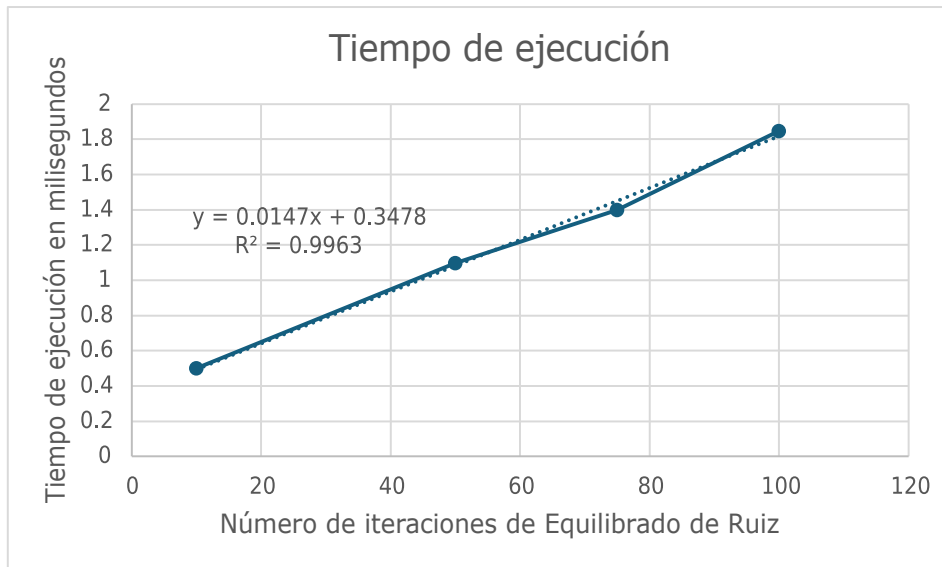


Figura 4.2: Tiempo de ejecución del algoritmo de control para el problema dado en la plataforma dSPACE

El tiempo utilizado en el equilibrado se puede convertir en una fracción significativa del tiempo de ejecución del proceso de optimización. Es por este motivo que OSQP elige un valor conservador de solo 10 rondas para realizar el equilibrado de la matriz del problema.

No obstante, 10 rondas de equilibrado en esta plataforma de control corresponden a  $147 \mu s$ , lo que limita severamente la tasa de muestreo efectiva del sistema. Por ejemplo, una tasa de muestreo de  $100 \mu s$ , correspondiente a una frecuencia de 10 kHz, no sería alcanzable.

Para lidiar con los problemas de estabilidad numérica, es deseable hacerlo en una manera que no desperdicie recursos computacionales de manera innecesaria. Considere la manera en la que el proceso de escalado se integra durante el uso de OSQP, la cual consiste en los siguientes pasos:

1. Considere el problema

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} x^T P x + q^T x \\ \text{s.a.} \quad & l \leq A x \leq u \end{aligned}$$

2. Utilice una matriz  $S$  diagonal tal que  $S$  minimice el número de condición del producto  $SMS$ , definidas como

$$S = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} P & A^T \\ A & 0 \end{bmatrix}$$

3. Entregue a OSQP el siguiente problema

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \bar{x}^T \bar{P} \bar{x} + \bar{q}^T \bar{x} \\ \text{s.a.} \quad & \bar{l} \leq \bar{A} \bar{x} \leq \bar{u} \end{aligned}$$

donde  $\bar{x} = D^{-1}x$ ,  $\bar{P} = cDPD$ ,  $\bar{q} = cDq$ ,  $\bar{A} = EAD$ ,  $\bar{l} = El$ ,  $\bar{u} = Eu$ , y la variable dual  $\bar{y} = cE^{-1}y$ .

4. Después de obtener una solución del problema escalado, revertir el escalado de las variables  $x = D\bar{x}$  e  $y = \frac{1}{c}E\bar{y}$

OSQP realiza estos pasos de manera automática, utilizando la equilibración de Ruiz para obtener la matriz  $S$  en el paso 2. Para evitar el costo del proceso de equilibrado, es deseable conocer a priori una matriz  $S$  que escale adecuadamente el problema. Dada una matriz  $S$ , se pueden escalar manualmente los datos del problema como indica el paso 3. Realizar el escalado de datos de manera externa también involucra escalar las variables del proceso de *warm start* si es que se va a utilizar, y revertir el escalado de las variables una vez que se tenga la solución al problema de optimización equivalente.

Esto solo deja la selección de la matriz diagonal  $S$ , y en consecuencia de sus componentes  $D$  y  $E$  como problema a resolver. Por medio de inspección de las soluciones dadas por el proceso de equilibrado de Ruiz y verificando los criterios dados en (4.4), en este trabajo se propone utilizar matrices fijas adaptadas a la formulación del problema MPC de interés que funcionan de manera adecuada para fines de control sin la necesidad de realizar un proceso iterativo. Estas matrices fueron definidas como:

$$D = \text{diag} \left( \overbrace{\frac{1}{\sqrt{c * \Omega}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{c * \Omega}}}^N, \frac{1}{\sqrt{c * \Omega_N}}, \overbrace{\frac{1}{\sqrt{\Gamma}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{\Gamma}}}^N \right)$$

$$E = \text{diag} \left( \overbrace{\sqrt{c * \Omega}, \dots, \sqrt{c * \Omega}}^{N+1}, \sqrt{c * \Omega_{Nz}}, \overbrace{\sqrt{c * \Omega}, \dots, \sqrt{c * \Omega}}^{N-1}, \right.$$

$$\left. \overbrace{\sqrt{c * \Omega_{Ndq}}, \sqrt{\Gamma}, \dots, \sqrt{\Gamma}}^N \right)$$

Note que como  $D$  y  $E$  sólo dependen de los pesos del MPC, estos son conocidos durante la ejecución del algoritmo. El orden de los términos de la matriz  $E$  depende del orden de las restricciones. El parámetro  $c$  existe para regular el peso de las variables de actuación respecto a las de estado. Se comparó el número de iteraciones del método incluido en OSQP contra el propuesto para fijar un valor de  $c$  que aproxima los resultados obtenidos con la equilibración de Ruiz, obteniendo así el siguiente gráfico para un valor de  $c = 0,25$ .

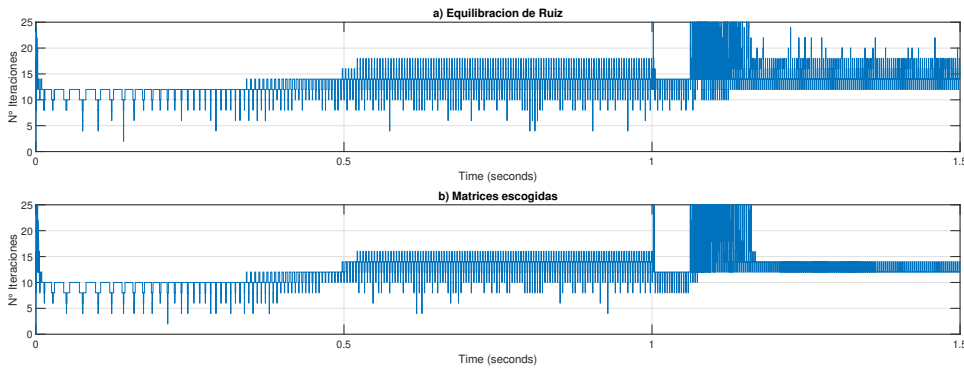


Figura 4.3: Número de iteraciones requerido para una precisión arbitraria del algoritmo de control.

La Figura 4.3 muestra que se obtienen desempeños similares en ambos casos con la equilibración de Ruiz y el método heurístico propuesto, con la excepción notable del periodo después de 1.1 segundos, donde se obtiene una mayor consistencia en el número de iteraciones requeridas para alcanzar la misma precisión de resultado con el método propuesto. En ambas pruebas se utilizó un límite en el número de iteraciones de ADMM de 25, determinado heurísticamente.

### 4.3. Selección de parámetros

Para encontrar los parámetros de  $\alpha$  y  $\bar{\rho}$  apropiados para el problema, se realizó una búsqueda multiparamétrica, donde el sistema a controlar fue simulado utilizando OSQP con distintos valores de  $\alpha$  y  $\bar{\rho}$ , basado en el planteamiento de MPC del Capítulo 3, el ajuste de *warm start* se encuentra activado, se fija el límite de iteraciones en 25, y se asignan 100 rondas de equilibrado de datos. La simulación dinámica considera distintos regímenes de operación, donde hay distintos tipos de restricciones activas, como lo sería en la realidad.

Como métrica de desempeño para este par de parámetros, se utiliza la razón entre la cantidad de veces que OSQP agotó las 25 iteraciones asignadas para resolver el problema respecto al total de invocaciones. Un valor de 0 significa que, durante el transcurso de la simulación, OSQP nunca requirió utilizar el máximo de iteraciones para lograr la precisión deseada, mientras que un valor de 1 significa que siempre agotó la cantidad de iteraciones disponibles para resolver el problema, llegando a una solución subóptima e imprecisa.

Tabla 4.1: Razón de agotamiento de tiempo

$\bar{\rho}$	N° de agotamientos / Invocaciones				
$1 \times 10^{-4}$	0.7593	0.7455	0.7358	0.7276	0.9877
$2 \times 10^{-4}$	0.6988	0.6759	0.6522	0.6158	0.9185
$5 \times 10^{-4}$	0.5344	0.4985	0.4894	0.4808	0.8588
$1 \times 10^{-3}$	0.4752	0.4655	0.4578	0.4570	0.9022
$2 \times 10^{-3}$	0.4382	0.4348	0.4327	0.4398	0.9545
$5 \times 10^{-3}$	0.4181	0.4043	0.3773	0.3784	0.9793
$1 \times 10^{-2}$	0.3280	0.3114	0.3018	0.3357	0.9893
$2 \times 10^{-2}$	0.2857	0.2750	0.2504	0.3072	0.9943
$5 \times 10^{-2}$	0.0605	0.0427	0.0416	0.3803	0.9982
$1 \times 10^{-1}$	0.0383	0.0363	0.0342	0.5543	0.9987
$2 \times 10^{-1}$	0.0283	0.0261	0.0240	0.7226	0.9995
$5 \times 10^{-1}$	0.0145	0.0107	0.0110	0.9064	0.9996
$1 \times 10^0$	0.0473	0.0294	0.0175	0.9553	0.9999
$2 \times 10^0$	0.3536	0.2179	0.0814	0.9780	0.9999
$5 \times 10^0$	0.6107	0.5096	0.2093	0.9920	0.9999
	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9

De la Tabla 4.1 se obtiene que para el valor de  $\bar{\rho} = 5 \cdot 10^{-1}$  y  $\alpha = 1,3$ , OSQP tiene la menor incidencia de veces en las cuales agotó el número de iteraciones máximas de ADMM que tenía asignado para el cálculo del valor óptimo del problema. Sin embargo, se puede inspeccionar de manera fina en la zona de interés donde existe un mejor desempeño, obteniendo la Tabla 4.2 donde los valores de  $\bar{\rho} = 0,6$  y  $\alpha = 1,4$  entregan el mejor resultado, y son los valores que se utilizarán en adelante.

Tabla 4.2: Razón de agotamiento de tiempo

$\bar{\rho}$	N° de agotamientos / Invocaciones								
$2 \times 10^{-1}$	0.0312	0.0307	0.0283	0.0273	0.0261	0.0248	0.0240	0.0519	0.7226
$3 \times 10^{-1}$	0.0264	0.0240	0.0223	0.0203	0.0194	0.0179	0.0161	0.0697	0.8083
$4 \times 10^{-1}$	0.0229	0.0201	0.0176	0.0155	0.0142	0.0120	0.0125	0.0975	0.8781
$5 \times 10^{-1}$	0.0211	0.0175	0.0145	0.0122	0.0107	0.0103	0.0110	0.1203	0.9064
$6 \times 10^{-1}$	0.0223	0.0172	0.0144	0.0117	0.0103	0.0091	0.0104	0.1449	0.9227
$7 \times 10^{-1}$	0.0386	0.0231	0.0153	0.0121	0.0102	0.0098	0.0112	0.1686	0.9356
$8 \times 10^{-1}$	0.0506	0.0366	0.0247	0.0156	0.0127	0.0107	0.0129	0.1909	0.9439
$9 \times 10^{-1}$	0.0621	0.0465	0.0372	0.0271	0.0166	0.0129	0.0143	0.2121	0.9504
$1 \times 10^0$	0.1055	0.0632	0.0473	0.0420	0.0294	0.0185	0.0175	0.2326	0.9553
	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7

### 4.3.1. Selección de $\sigma$

Como se estudió en la sección anterior, la existencia y calidad de la factorización del sistema lineal del Algoritmo 1 depende que la matriz tenga la estructura de matriz cuasidefinida, para ello es necesario que la matriz dada por la expresión  $P + \sigma I$  sea definida positiva. En la práctica, es posible que  $P$  sea una matriz semidefinida positiva, por lo que  $\sigma$  existe para reforzar los elementos de la diagonal y forzar a que la suma resulte definida-positiva. Esto efectivamente introduce un cambio respecto al problema planteado originalmente, por lo que al aumentar  $\sigma$  se podría generar una pérdida en el desempeño del *solver*.

La Figura 4.4 muestra el número de iteraciones promedio requerido durante la simulación utilizada anteriormente para encontrar  $\bar{\rho}$  y  $\alpha$ , esta figura es ilustrativa de cómo distintos valores de  $\sigma$  afectan la capacidad de convergencia de OSQP para el problema bajo estudio. En la Figura 4.4 se muestra como valores bajos de  $\sigma$  no tienen mayor impacto en la tasa de convergencia del algoritmo. Sin embargo, cuando  $\sigma$  crece a un valor crítico empieza a subir el número de iteraciones requeridas durante la simulación. Además, se ve afectada la calidad del control, como muestra la Figura 4.5, la cual adelanta resultados de corriente ante una maniobra específica y que se discutirán mejor en capítulos siguientes, pero se incluyen para ilustrar el poco efecto de  $\sigma$ .

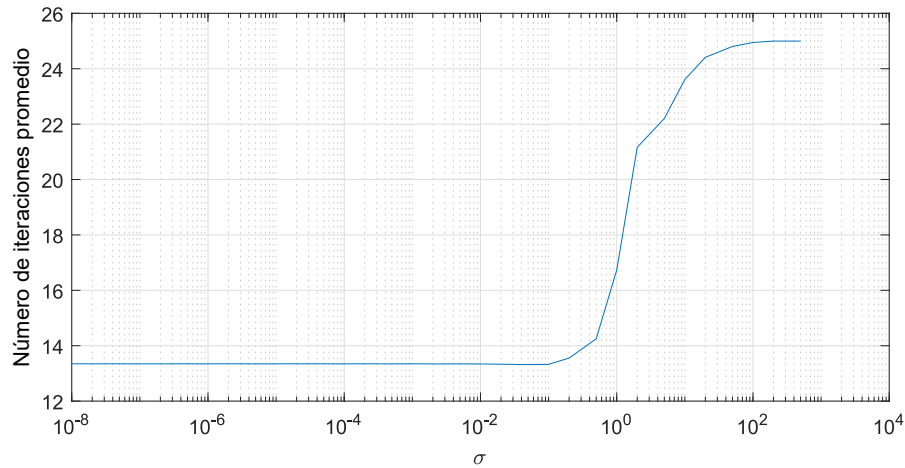


Figura 4.4: Número de iteraciones promedio requeridas durante una simulación dinámica bajo distintos valores de  $\sigma$

Se puede observar en la Figura 4.5 b) la presencia de oscilaciones en las corrientes  $i_d$  e  $i_q$  que no están presentes en la Figura 4.5 a). Este comportamiento coincide con el aumento en el número de iteraciones mostrado en la Figura 4.4 para  $\sigma = 0,2$ , y empeora para valores mayores de  $\sigma$ .

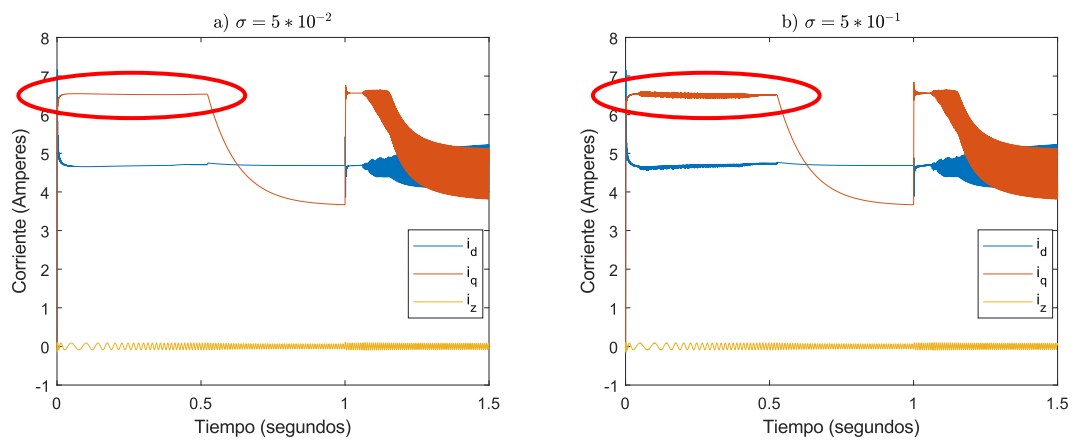


Figura 4.5: Respuestas de corrientes de estator para distintos valores de  $\sigma$ .

Por este motivo, el ajuste de  $\sigma$  solo debe ser utilizado en matrices de costo que estén cercanas a ser (o sean) semidefinidas positivas para forzar problemas definidos positivos. En caso contrario, cuando la matriz de costo  $P$  es suficientemente definida positiva, es deseable disminuir  $\sigma$  a un valor lo suficientemente bajo para no influir negativamente en la calidad de los resultados.

# VALIDACIÓN DEL CONTROLADOR

Para validar el esquema de control propuesto, se plantea el controlador con parámetros reales de una máquina de inducción existente y se implementa el controlador junto con un modelo dinámico de la máquina en SIMULINK/MATLAB. Para las pruebas se considera un horizonte de predicción de  $N = 3$  y una tasa de muestreo de 10 kHz, estos parámetros corresponden a los utilizados en la publicación asociada a este trabajo [18].

En primera instancia, se utiliza *quadprog* como *solver* del problema MPC, esto permite verificar los fundamentos del controlador y que la sintonización de parámetros escogida es capaz de obtener un desempeño dinámico adecuado para el control de las corrientes.

Con el controlador validado, se verifica que el sistema opera de manera similar al reemplazar el *solver* utilizado a OSQP. También se comparan tiempos de ejecución de ambos *solvers* en MATLAB y se muestran el número de iteraciones requeridas por OSQP durante la simulación.

Con el objetivo de generar un controlador realizable en la práctica, se estudia la respuesta de dinámica obtenida por el sistema al restringir los parámetros de control asociados al horizonte de predicción y la tasa de muestreo.

Finalmente, se implementa el controlador con parámetros reducidos en la plataforma de control de tiempo real MICROLABBOX de dSpace. Para validar la equivalencia del controlador realizado en la plataforma respecto a la implementación de referencia, se simula la máquina en la plataforma de control, obteniendo resultados dinámicos del controlador, y tiempos de ejecución para el algoritmo propuesto en la plataforma objetivo.

### 5.1. Modelado del sistema

Se definen los elementos asociados al diagrama de bloques del controlador de la Figura 2.4, los cuales están determinados por la máquina a utilizar. Las simulaciones consideran una máquina de inducción de 3 HP como modelo experimental de la planta a utilizar, cuyos datos de placa están indicados en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Parámetros de placa de la máquina

Parámetro	Símbolo	Valor
Potencia	$P_{nom}$	2.2kW
Eficiencia a 50 Hz	$\eta$	81 %
Cos( $\phi$ ) a 50 Hz	$\cos \phi$	0.80
Velocidad	$n_{nom}$	1410 rpm
Tensión en $\Delta$	$V_{\Delta}$	220 V
Corriente en $\Delta$	$I_{\Delta}$	8.91 A
Tensión en Y	$V_Y$	380 V
Corriente en Y	$I_Y$	5.16 A

De la Tabla 5.1 se derivan los valores de saturación para las variables eléctricas. Se considera la tensión máxima como la tensión en delta de 220V y la corriente máxima la corriente en estrella de 5.16A. Para propósitos de control, se añade un margen de 10 % al límite de corriente utilizado en el controlador MPC.

En la Tabla 5.2 se muestran los parámetros de la máquina a utilizar en el modelo de simulación.

Tabla 5.2: Parámetros de simulación de la máquina

Parámetro	Símbolo	Valor
Resistencia Estator	$R_s$	2.847 $\Omega$
Inductancia de dispersión de Estator	$L_{ls}$	9.120 mH
Resistencia de Rotor	$R'_r$	1.969 $\Omega$
Inductancia de dispersión de Rotor	$L_{lr}$	13.68 mH
Inductancia magnetizante	$L_m$	201.8 mH
Número de pares de polos	p	2
Inercia del eje	$J$	0.007 Nms <sup>2</sup>
Fricción del eje	$F$	0.00364 Nms

Los datos de la Tabla 5.2 fueron obtenidos experimentalmente mediante pruebas detalladas en el Apéndice A.

### 5.1.1. Modelado de la máquina en tiempo continuo

Para la validación del controlador propuesto, se plantea un modelo de la máquina de inducción basado en las ecuaciones (2.9), (2.10), (2.11), (2.12) y (2.13) bajo un marco de referencia estacionario, i.e.,  $\omega_k = 0$ . El cual fue planteado en SIMULINK mediante un diagrama de bloques.

Para modelar la perturbación de tercera armónica en el eje de secuencia cero de la máquina, se añade al modelo una perturbación de tensión definida como:

$$e_z = \|i_{\alpha\beta}\| \sin(3\theta_e) \quad (5.1)$$

$$\theta_e = \arctan\left(\frac{\Psi_\beta}{\Psi_\alpha}\right) \quad (5.2)$$

### 5.1.2. Modelado de la carga

Durante las pruebas a realizar, se considera que el eje mecánico de la máquina tiene una carga proporcional a la velocidad y una componente exógena que permite inyectar escalones de carga. La expresión correspondiente a este modelo es:

$$T_{\text{shaft}} = B\omega_r + T_L \quad (5.3)$$

$$B = 0,5 \frac{P_{\text{nom}}}{\omega_{\text{nom}}^2} \quad (5.4)$$

Se escoge  $B$  para que el eje esté cargado con el 50 % del torque nominal cuando este gira a velocidad nominal.  $T_L$  es un escalón de torque inyectado en un tiempo arbitrario para cargar la máquina con 50 % del torque nominal adicional. Durante la operación en velocidad nominal, el efecto de  $B$  y  $T_L$  cargan la máquina con torque nominal de 14.9 Nm.

### 5.1.3. Controladores del lazo externo

El lazo de control externo se encarga de entregar las referencias de corriente al controlador MPC, el cual realiza el control de corriente. Las referencias para las corrientes  $i^d$  e  $i^q$  están gobernadas por los comandos de flujo y velocidad impuestos por el usuario. Para lograr seguimiento del flujo y velocidad demandados se utilizan controladores PI, los cuales son implementados digitalmente con un esquema anti-enrollamiento detallado en el Apéndice B.

#### 5.1.3.1. Controlador PI de flujo

La planta que dicta el flujo de rotor, en el marco de referencia orientado con el flujo de rotor, puede ser expresado por la siguiente función de transferencia.

$$G_{0d}(s) = \frac{\Psi_r^d}{i_s^d} = \frac{L_m}{\tau_r s + 1} \quad (5.5)$$

$G_{0d}$  es una planta estable y libre de perturbaciones que solo depende de  $i_s^d$ , para la cual se plantea el controlador PI de la siguiente forma:

$$C_\Psi(s) = \underbrace{\frac{1}{L_m}}_{K_p} + \underbrace{\frac{1}{L_m \tau_r}}_{K_i} \frac{1}{s} \quad (5.6)$$

$C_\Psi$  mantiene la respuesta de corriente asociada al controlador proporcional dado por  $K_p$ , pero agrega integración por medio de la cancelación del polo en  $G_{0d}$  para eliminar el error en estado estacionario introducido por el controlador MPC, el cual carece de integración. De esta manera, la función de transferencia entre la referencia de flujo y la salida toma la forma:

$$T_o(s) = \frac{1}{\tau_r s + 1} \quad (5.7)$$

Lo que produce una ganancia unitaria en valor de flujo estacionario, y una transiente con la constante de tiempo propia del rotor.

### 5.1.3.2. Controlador PI de velocidad

La relación entre la corriente  $i^q$  y la velocidad de la máquina está dada por el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$T_e = \underbrace{\frac{3}{2} p \frac{L_m}{L_r} \Psi_r^d}_{K_T} i_s^q \quad (5.8)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} (T_e - T_L) \quad (5.9)$$

$$\Rightarrow \omega_m = \frac{1}{J_S} T_e - \frac{1}{J_S} T_L \quad (5.10)$$

$$G_{0q}(s) = \frac{1}{J_S} \quad (5.11)$$

$G_{0q}$  considera solo la parte de la ecuación (5.10) que depende del torque eléctrico, dejando el torque mecánico como una perturbación no medida. Se sintoniza el controlador para el lazo de velocidad con un ancho de banda de 20 Hz y un factor de amortiguamiento  $\zeta = 0,707$ .

## 5.2. Validación del controlador MPC con *quadprog*

Para validar el desempeño del controlador propuesto, se plantea una batería de eventos donde el controlador deba imponer distintos tipos de restricciones sobre la máquina. El controlador debe mantener el control de corrientes dictado por los controladores externos, excepto si esto requiera romper una restricción. Durante todos los regímenes de operación, el controlador debe suprimir la componente de secuencia cero de las corrientes de estator. Con estas consideraciones, se plantean los siguientes eventos:

- $t = 0$  s: Se fija la referencia de velocidad a velocidad nominal  $\omega_r = 147,6549$  rad/s
- $t = 0,8$  s: Se inyecta un escalón de torque llevando el torque de carga total al torque nominal de  $T_L = 14,9$  Nm
- $t = 1,2$  s: Se aumenta la referencia de velocidad en 10 rad/s.

En el primer evento, la máquina debe respetar el límite en las corrientes durante la maniobra de aceleración, retomando el seguimiento de corrientes cuando sea permitido. Durante el segundo evento la máquina opera sin restricciones, esto permite observar el comportamiento dinámico sin restricciones. En el tercer evento, el aumento en velocidad va a llevar la máquina a operar en régimen de sobremodulación, lo que permite evaluar la capacidad de mantener las restricciones de corriente cuando los límites de tensión están activos. En particular, se busca que el controlador mantenga la supresión de corriente de secuencia cero con una capacidad de actuación limitada.

En la Figura 5.1 se muestra la respuesta del controlador externo de velocidad, donde se observa que la máquina alcanza la velocidad nominal por primera vez en  $t = 0,46$  s, también se ve el efecto del impacto de carga en  $t = 0,8$  s, y el del escalón de referencia en  $t = 1,2$  s donde la velocidad cruza la referencia en  $t = 1,56$  s. Esta figura informa los comandos de corriente  $i_q$  a imponer sobre la máquina e indica los momentos donde la máquina está acelerando y es requerido que el controlador MPC imponga restricciones en las corrientes.

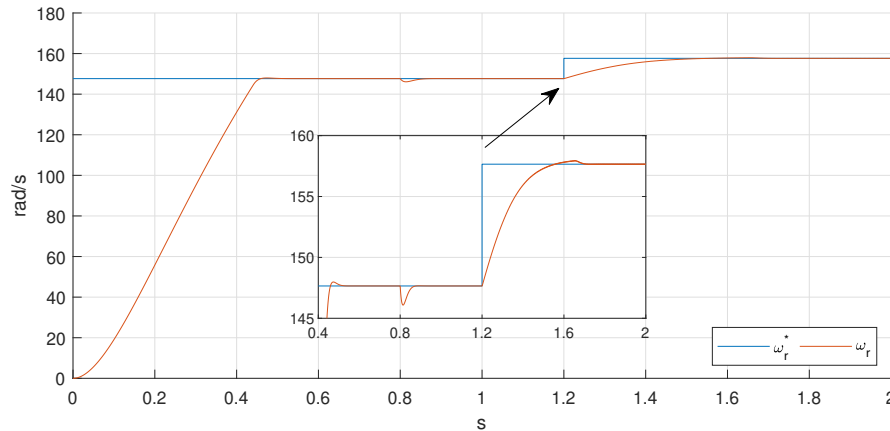


Figura 5.1: Respuesta del controlador de velocidad para los eventos planteados.

En la Figura 5.2 se muestra la respuesta del controlador MPC de corriente para las corrientes  $i_d$  e  $i_q$ , donde se dejó intencionalmente una capacidad de actuación del controlador que entrega la referencia  $i_q^*$  mayor a la que permite los límites de corriente, esto permite evaluar que el esquema propuesto imponga correctamente la saturación en el estado. Entre  $t = 0$  s y  $t = 0,44$  s el controlador MPC limita la corriente  $i_q$  a 6.78 A para cumplir con la restricción de corriente, e inmediatamente responde con la corriente  $i_q$  deseada cuando las condiciones lo permiten. En la operación de zona lineal entre  $t = 0,44$  s y  $t = 1,2$  s el controlador responde de manera inmediata a los comandos de corriente. La corriente  $i_d$  presenta un ligero error de seguimiento dado por el error de modelado del punto estacionario de la corriente  $i_d$  que no afecta la calidad del control. En  $t = 1,2$  s se observan oscilaciones en la corriente  $i_q$  dadas por la condición de sobremodulación en la que se encuentra la máquina, ya que distintas restricciones para las tensiones  $V_a$ ,  $V_b$ , y  $V_c$  van a estar activas durante un ciclo eléctrico. No obstante, se sigue manteniendo el límite de corriente en cuando los límites de tensión están activos.

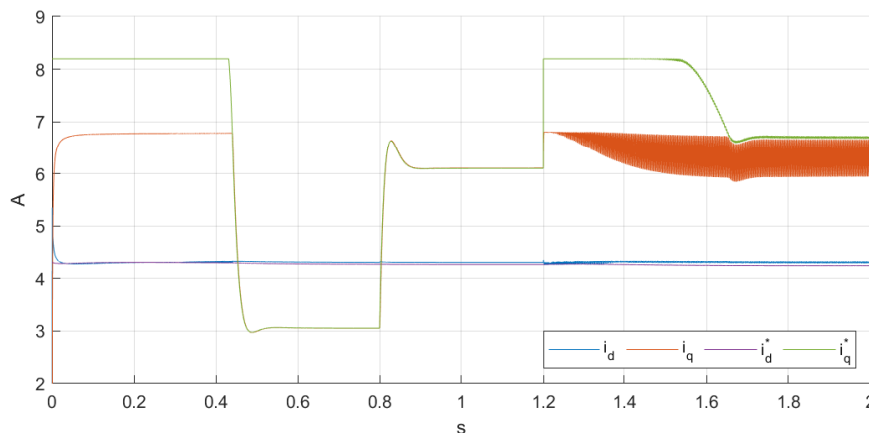


Figura 5.2: Respuesta del controlador MPC para las corrientes  $i_d$  e  $i_q$

En la Figura 5.3 se detalla el desempeño del controlador para mantener las restricciones de corriente, en el gráfico superior se muestra la corriente  $i_d$  respecto a su referencia, mientras que en el gráfico inferior se muestra la magnitud de las corrientes de estator contra el límite de corriente impuesto. Se observa en el gráfico inferior que la corriente total supera ligeramente el límite considerado, lo cual coincide con la desviación de la corriente  $i_d$  respecto a la referencia. No obstante, el impacto de esta perturbación no es significativo en el desempeño del controlador para la tasa de muestreo dada y se puede considerar que el límite de corriente opera apropiadamente.

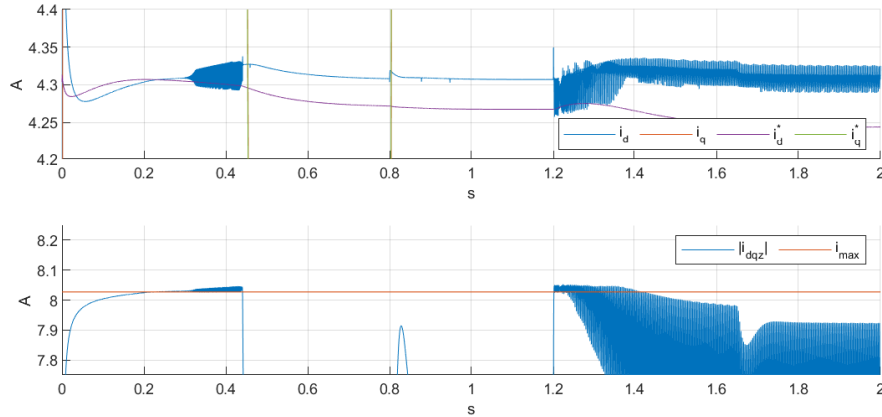


Figura 5.3: Magnitud de las corrientes de estator contra la corriente máxima

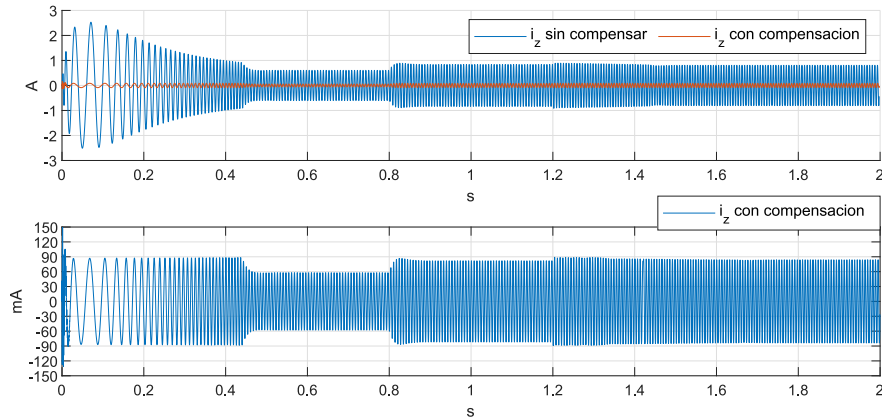


Figura 5.4: Respuesta de la corriente  $i_0$  respecto a la respuesta sin compensar del sistema.  
Arriba: Respuesta de las corrientes con y sin compensación.  
Abajo: Zoom de la respuesta compensada.

En la Figura 5.4 se observa la corriente de secuencia cero  $i_0$  bajo el esquema de control propuesto respecto al mismo sistema sin compensar (i.e., removiendo la medición de  $i_0$  del controlador). Se puede observar una notable supresión de la perturbación presente en la componente de secuencia cero, donde la calidad de la supresión no está sujeta a que

las restricciones se encuentren activas. Esto valida la propuesta de utilizar exitosamente la topología de devanado abierto con DC-link común sin problemas de corriente de modo común y MPC para su control.

### 5.3. Validación del controlador con OSQP

Considerando el desempeño de control MPC obtenido con *quadprog*, se procede a reemplazar el *solver* de MPC a OSQP. Se verifica que la respuesta obtenida es equivalente a la obtenida utilizando *quadprog*, y se muestran resultados asociados al desempeño computacional del *solver*. La configuración de OSQP utilizada en estas pruebas es la que fue discutida anteriormente, donde se utiliza un límite de 25 iteraciones,  $\bar{\rho} = 0,6$ ,  $\alpha = 1,4$ ,  $\sigma$  por defecto, *warm start* activo. Se verifica si el *solver* llegó a la solución cada 2 iteraciones, y se utiliza el procedimiento de escalado propuesto.

Las Figuras 5.5, 5.6 y 5.7 corresponden a la respuesta del sistema al reemplazar el *solver* del problema MPC de *quadprog* a OSQP. La respuesta obtenida no es apreciablemente distinta a la obtenida en las Figuras 5.1, 5.2 y 5.4. Lo que valida el funcionamiento de OSQP.

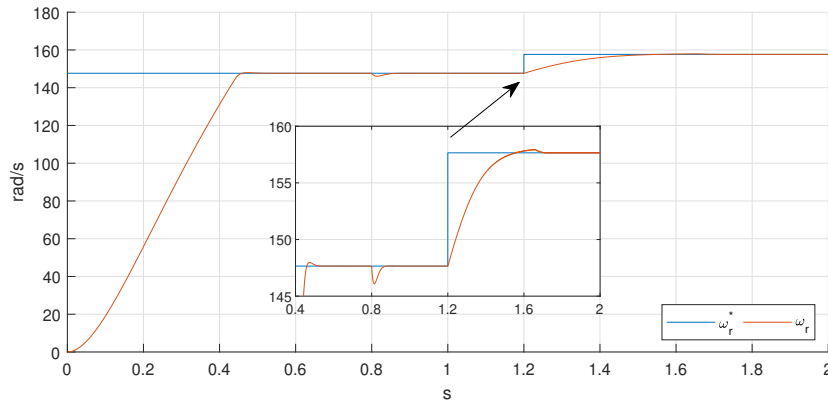


Figura 5.5: Respuesta del controlador de velocidad para los eventos planteados.

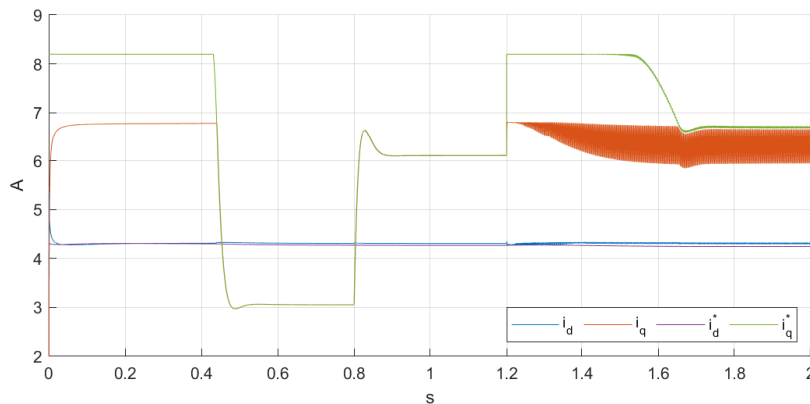


Figura 5.6: Respuesta del controlador MPC para las corrientes  $i_d$  e  $i_q$

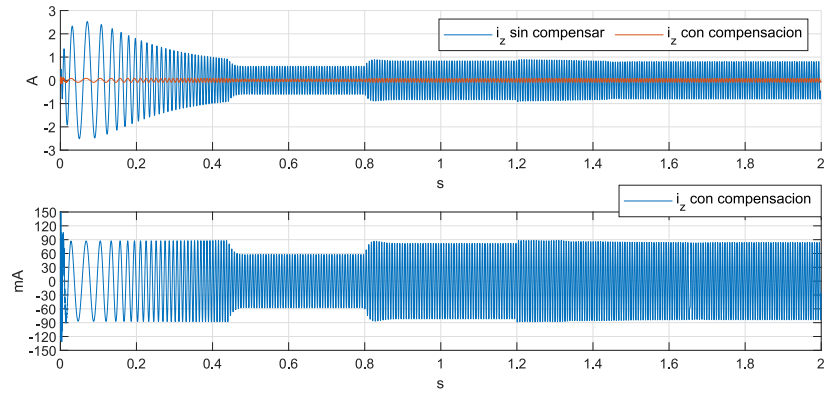


Figura 5.7: Respuesta de la corriente  $i_0$  respecto a la respuesta sin compensar del sistema.  
 Arriba: Respuesta de las corriente con y sin compensación.  
 Abajo: Zoom de la respuesta compensada.

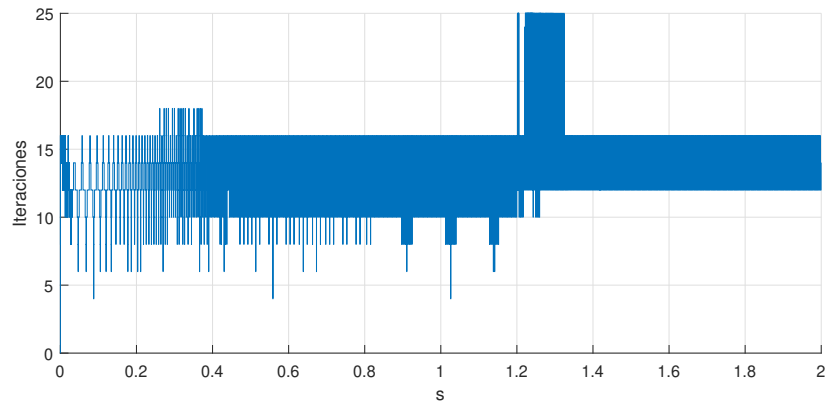


Figura 5.8: Número de iteraciones requeridas por OSQP durante la simulación.

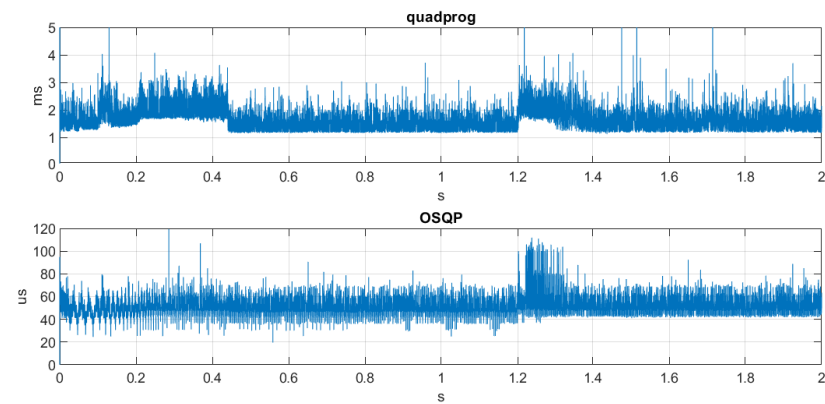


Figura 5.9: Tiempo de ejecución en de ambos *solvers*.

En la Figura 5.8 se observa el número de iteraciones requeridas por OSQP para obtener el comando de tensión durante la simulación. Se observa que el número de iteraciones requeridas permanece uniforme en un valor máximo de 16 durante la mayor parte de la simulación. Existiendo un cambio significativo en  $t = 1,2$  s, asociado a la activación simultánea de las restricciones de tensión y corriente. En el intervalo entre  $t = 1,2$  s y  $t = 1,3$  s se llega de manera intermitente al límite de iteraciones impuesto, no obstante, esto no afecta la calidad del control.

La Figura 5.9 muestra el tiempo de ejecución de *quadprog* y OSQP para la simulación planteada, realizada bajo una misma plataforma de hardware. Para la figura, se obviaron valores extremos que escapan de la escala mostrada. Estos tiempos son ilustrativos del costo computacional de ambos *solvers*, en particular se nota que la escala del tiempo de ejecución para *quadprog* está en milisegundos y OSQP en microsegundos, en total se tiene una reducción de aproximadamente 30 veces en el tiempo de ejecución. No obstante, estos resultados son indicadores y no van a reflejar necesariamente los costos de tiempo en otras plataformas, lo cual está sujeto a una implementación de ambos *solvers* para realizar una comparativa válida.

## 5.4. Límites de Control

Como base de este trabajo considera las condiciones fijadas en un artículo de conferencia del mismo autor [18], en este se fijó arbitrariamente una tasa de muestreo de 10 kHz y un horizonte de predicción  $N = 3$ , para efectos de obtener resultados solo de simulación. Con el fin de una eventual implementación física del algoritmo, se plantea verificar cuales de estas variables se pueden reducir y así mantener un desempeño de control aceptable, a menor costo computacional.

Para realizar este análisis se propone una heurística basada en resultados de simulación del control de la máquina. Como criterio para discernir si los resultados dados por un controlador son aceptables o no, se utiliza como métrica el error porcentual absoluto medio de la corriente  $i_d$  respecto al comando de referencia  $i_d^*$  entregado al controlador. Como se observó en la Figura 5.3, desviaciones en esta corriente inducen cambios en los márgenes de control y un aumento en el error de seguimiento empeora la calidad del controlador y su capacidad para mantener restricciones de estado.

La Tabla 5.3 muestra los valores del error porcentual absoluto medio de seguimiento de la corriente  $i_d$  para distintas tasas de muestreo, obtenido bajo las condiciones dinámicas de la sección anterior durante las operación en zona lineal ( $t = 0$  s y  $t = 1,2$  s), utilizando OSQP como *solver* del problema MPC. La tabla muestra que aumentar el periodo de muestreo del sistema deteriora el control de la corriente  $i_d$ , superando el 10% de error para un periodo de muestreo de  $450\mu s$ . También se observa que el horizonte de predicción no afecta significativamente el error obtenido. Con la información obtenida, se considera aceptable un error menor al de 3% en el seguimiento de  $i_d$ , lo que conduce a un valor de  $200\mu s$  para el periodo de muestreo y un horizonte de predicción de  $N = 2$ .

Tabla 5.3: Error porcentual absoluto medio de seguimiento de la corriente  $i_d$

$N = 2$	0.7734	1.3815	2.2296	3.2913	4.6271	6.2905	8.2862	10.7589	13.7244
$N = 3$	0.7734	1.3815	2.2290	3.2910	4.6283	6.2943	8.2863	10.7567	13.7261
$T_s/\mu s$	100	150	200	250	300	350	400	450	500

Otra consideración importante en la evaluación de las tasas de muestreo admisibles por el sistema es el efecto que estas tienen en la corriente de modo común. En la Figura 5.10 se muestra la relación entre la tasa de muestreo y la amplitud máxima de corriente de secuencia cero obtenida por el controlador, se observa una relación lineal entre ambas variables, lo que indica que la calidad del control propuesto se ve degradada al disminuir la frecuencia de muestreo del sistema y puede generar problemas en la realización de la topología de devanado abierto con DC-link común.

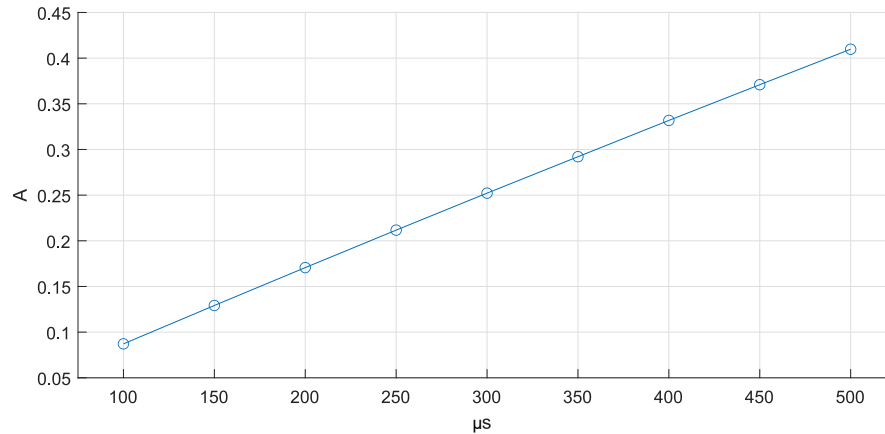


Figura 5.10: Amplitud máxima de la corriente de modo común para distintas tasas de muestreo.

## 5.5. Validación en plataforma objetivo

### 5.5.1. Simulación del sistema a controlar

Una limitación fundamental al momento de evaluar algoritmos de control en plataformas de tiempo real es que el tiempo de cómputo requerido por el algoritmo debe ser menor a la tasa de muestreo a utilizar.

Idealmente, se desearía disponer de un método para evaluar el costo computacional de un algoritmo de control de una manera que refleje el uso que este tendrá en el contexto del sistema completo.

Esta necesidad motivó a la implementación de un método para simular la planta bajo estudio. En particular, se implementó un algoritmo de resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden, el cual se adapta bien a la simulación de sistemas lineales en espacio de estados, basado en el método de Runge-Kutta.

#### 5.5.1.1. Métodos de Runge-Kutta

Los métodos de Runge-Kutta son una familia de métodos iterativos para resolver problemas de valor inicial de la forma:

$$\dot{y} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

El problema considera conocidos la función  $f(t, y)$  y un punto inicial  $(t_0, y_0)$ , y desea obtener  $y(t)$ . La solución analítica al problema corresponde a una expresión que defina la función  $y(t)$  de forma cerrada, mientras que la solución numérica aproxima a  $y(t)$ . En particular para Runge-Kutta, la solución se obtiene de manera iterativa, i.e., el método entrega una secuencia que aproxima de manera puntual  $y(t)$  con un nivel de precisión arbitrario.

De manera formal, el método de Runge-Kutta 4 se define por medio de los pasos que se discuten en el Apéndice C.

### 5.5.1.2. Implementación para sistemas en espacio de estados

Si bien los métodos de Runge-Kutta admiten un problema de valor inicial con una función  $f$  arbitraria, para el caso de sistemas lineales en espacio de estados, el problema toma la forma de:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0$$

Una característica conveniente que surge al aplicar el método a esta representación es que deja de haber una dependencia sobre la variable libre  $t$ . En efecto, el planteamiento de Runge-Kutta 4 aplicado a un sistema lineal en espacio estado corresponde a:

$$\text{Dado: } \dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0, \quad u(t_0 < t < t_0 + h) = u_0 \text{ y } h > 0 \quad (5.12)$$

$$\text{Calcule: } k_1 = Ax_n + Bu_n \quad (5.13)$$

$$k_2 = A \left( x_n + h \frac{k_1}{2} \right) + Bu_n \quad (5.14)$$

$$k_3 = A \left( x_n + h \frac{k_2}{2} \right) + Bu_n \quad (5.15)$$

$$k_4 = A ( x_n + hk_3 ) + Bu_n \quad (5.16)$$

$$\Rightarrow x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (5.17)$$

$$t_{n+1} = t_n + h \quad (5.18)$$

Siguiendo la estructura asociada al Tableau de Butcher, se plantea el siguiente código en C que resuelve para el valor de  $x_{n+1}$

```

1 // Get each slope k_s
2 for(int s=0; s < (int)stages; s++) { //For each SLOPE k_i
3 //Build the intermediate x_n
4 for(UInt32 j=0; j < dimX; j++) {
5     aux_x[j] = x[j];
6     for(int i=0; i < s; i++)
7         aux_x[j] += DeltaT*a[s-1][i]*k[i][j];
8     }
9 //Get k_s
10 for(UInt32 i=0; i < dimX; i++) {
11     k[s][i] = 0.0;
12     // Apply intermediate x_n to state matrix
13     for(UInt32 j=0; j < dimX; j++)
14         k[s][i] += A[i][j]*aux_x[j];
15     // ZOH means inputs remain constant during integration
16     for(UInt32 j=0; j < dimU; j++)
17         k[s][i] += B[i][j]*u[j];
18 }
19 }
20
21 // weight each slope and take a step
22 for(UInt32 s=0; s < stages; s++)
23     for(UInt32 i=0; i < dimX; i++)
24         x[i] += DeltaT*b[s]*k[s][i];

```

Aquí se usa `aux_x` para almacenar el resultado intermedio de  $x_n + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_{nj}$ . Note que las pendientes  $k$  tienen una dimensión adicional, esto sigue de que  $x$  tiene largo  $n$  correspondiente al número de estados, por lo que cada pendiente  $k$  es un vector de largo  $n$ .

### 5.5.2. Plataforma Objetivo - MicroLabBox

El equipo MicroLabBox de dSPACE es una plataforma de control, prueba, y medida diseñada para el prototipado de algoritmos de control, la cual cuenta con una variedad de entradas y salidas, tanto análogas como digitales, para generar interfaces con distintos sistemas dinámicos.

La arquitectura básica de la plataforma consiste en un procesador de tiempo real de doble núcleo de arquitectura *PowerPC e5500* operando a 2 GHz fabricado por NXP, el cual tiene como periférico una FPGA Kintex-7 XC7K325T de Xilinx, el cual implementa toda la funcionalidad de entrada y salida.

La plataforma admite dos métodos para programar los algoritmos a probar: En primera instancia es posible utilizar MATLAB/SIMULINK para generar un diagrama de bloques o código de MATLAB para generar un ejecutable que corra en el procesador de la plataforma; Por otro lado, es posible programar la totalidad del código en C y cargar el resultado a la plataforma. Independiente de la ruta utilizada, también es posible reprogramar el *firmware* a cargar a la FPGA, lo cual puede ser útil en casos donde se necesiten generar algoritmos especializados para obtener mejor desempeño, menor latencia, o simplemente generar un esquema de entrada/salida que no se encuentre por defecto en la librería de tiempo real del procesador.

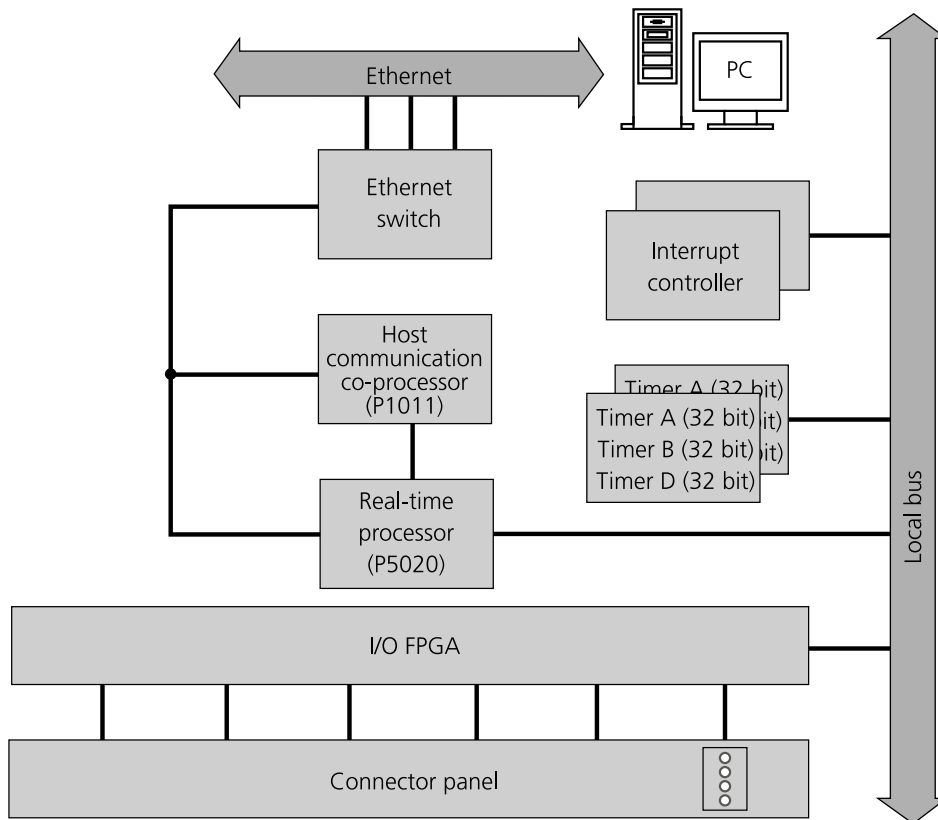


Figura 5.11: Diagrama de arquitectura simplificado de la plataforma MICROLABBOX [27]

Para poder interactuar con los algoritmos implementados durante tiempo de ejecución, también se dispone del componente de software *ControlDesk*. El cual presenta una interfaz humano máquina configurable entre el algoritmo programado y el usuario, es a través de esta interfaz que se obtienen las mediciones relacionadas al algoritmo programado y es posible entregar comandos de control durante su ejecución.

### 5.5.2.1. Resultados de simulación en la plataforma

Basado en el diseño del controlador, las pruebas dinámicas planteadas en el capítulo anterior, y el simulador de sistemas lineales en espacio estado, se desarrolló un controlador y simulador escrito en C para replicar completamente la funcionalidad de las simulaciones dinámicas demostradas con anterioridad, todo contenido completamente en el procesador de la MicroLabBox.

En la Figura 5.12 se muestra la interfaz humano máquina (*Human-Machine Interface*, o HMI) utilizada para la captura de datos, como el sistema no está conectado a una planta en el mundo físico, la única entrada que es requerida es una manera de iniciar y detener la simulación en el procesador de la MicroLabBox, lo cual se realiza mediante un *checkbox* en la HMI, lo que gatilla el inicio de una simulación de 2 segundos del controlador en la MicroLabBox, la cual se detiene automáticamente al finalizar el tiempo de simulación.

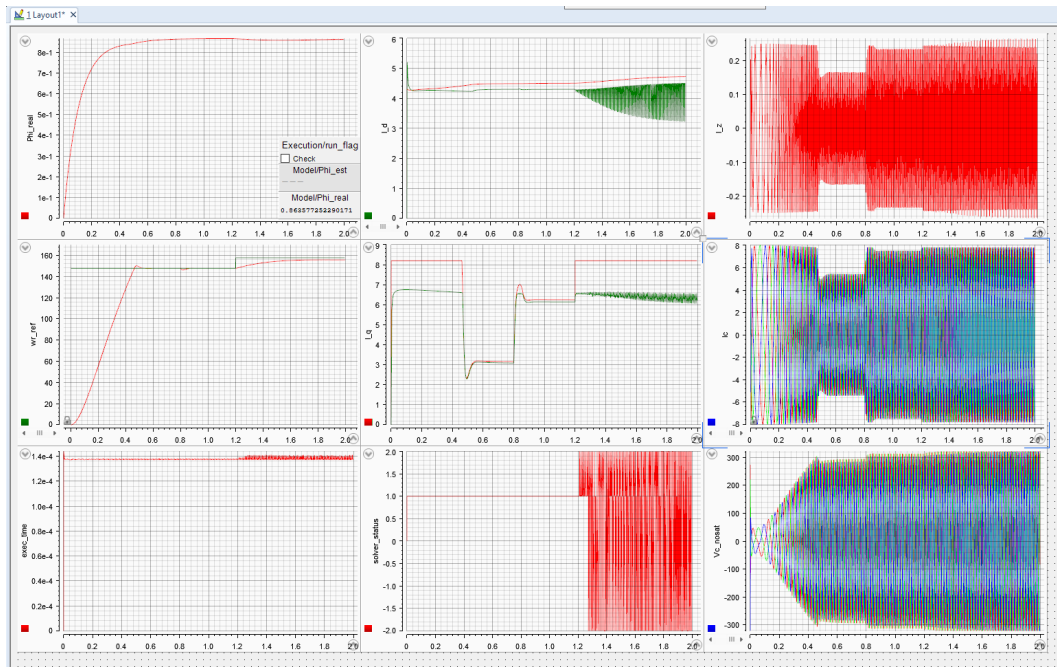


Figura 5.12: Interfaz Humano Máquina generada para realizar mediciones

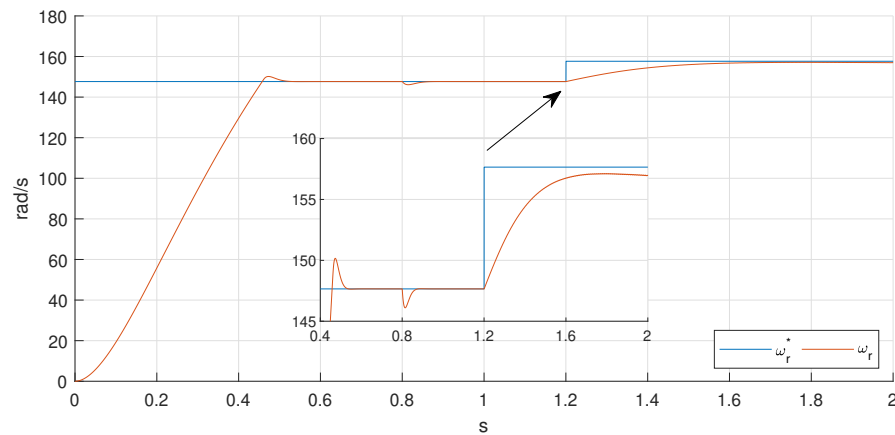


Figura 5.13: Respuesta del controlador de velocidad en la plataforma MICROLABBOX

Al realizar las pruebas dinámicas en la MicroLabBox, se obtuvieron los resultados mostrados en las Figuras 5.13, 5.14, 5.15 y 5.16. La Figura 5.13 muestra la respuesta del controlador de velocidad, se observa que los eventos mostrados equivalen a los utilizados en las simulaciones en MATLAB y las respuestas son cualitativamente similares, logrando un desempeño equivalente en el rango de operación nominal de la máquina (entre  $t = 0$  s y  $t = 1,2$  s), las diferencias observadas se deben a los cambios en el tiempo de muestreo y

posiblemente al cambio en la simulación de la planta. En particular, para el aumento de velocidad en  $t = 1,2$  s se observa que la planta no alcanza la referencia debido a la discrepancia en la corriente  $i_d$ .

En la Figura 5.14 se muestra la respuesta del controlador de corrientes MPC. Se observa el efecto que tiene la tasa de muestreo en la desviación de la corriente  $i_d$  e  $i_q$ , las cuales presentan un *offset* en estado estacionario. Esto disminuye los márgenes de control ya que los límites impuestos están en función de las corrientes de referencia. No obstante, el comportamiento dinámico obtenido es suficientemente al sistema de referencia en condiciones nominales, ya que el aumento de velocidad y carga asociados al evento en  $t = 1,2$  s no forman parte de la operación normal de una máquina, son ilustrativos del comportamiento del controlador ante restricciones, pero el aumento de velocidad debería realizarse en operación de campo debilitado.

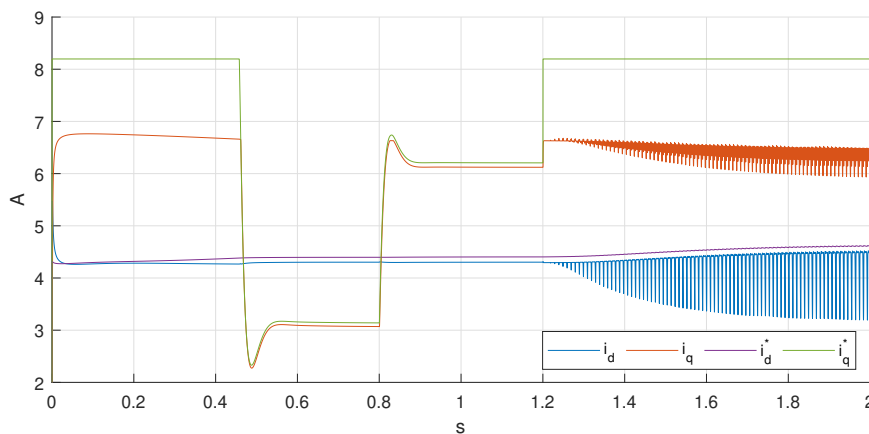


Figura 5.14: Respuesta del controlador de corrientes MPC en la plataforma MICROLABBOX

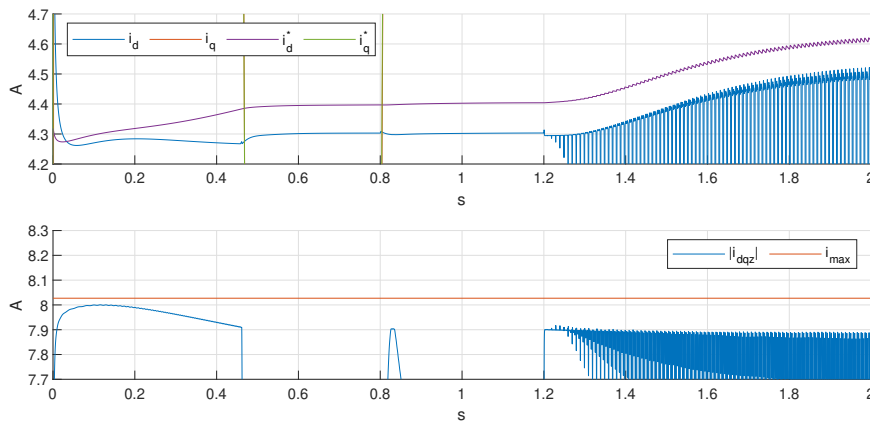


Figura 5.15: Magnitud de las corrientes de estator contra la corriente máxima.

La Figura 5.15 detalla lo observado en la Figura 5.14, donde divergencia entre la corriente  $i_d$  y su referencia se ven reflejadas en una disminución de la corriente máxima alcanzable por

el controlador. No obstante, la disminución del límite de corriente corresponde a aproximadamente un 1,6 % del límite establecido, lo que indica un nivel aceptable en las restricciones de corriente.

La Figura 5.15 muestra la corriente de secuencia cero  $i_0$  para la perturbación modelada. Se observa que el controlador es capaz de suprimir exitosamente la perturbación de tercera armónica en la componente de secuencia cero de la máquina, aun ante la presencia de perturbaciones en las corrientes  $i_d$  e  $i_q$ . Esto valida que el control permite realizar la topología de devanado abierto con DC-link común.

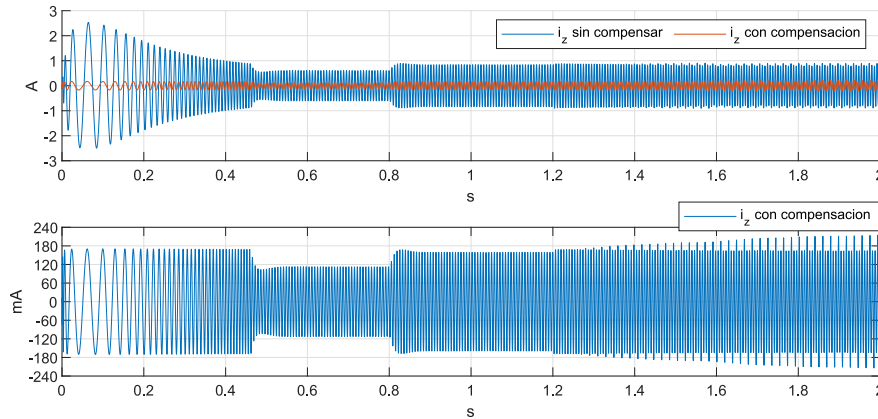


Figura 5.16: Respuesta de corriente de secuencia cero en la plataforma MICROLABBOX  
Arriba: Respuesta de las corriente con y sin compensación.  
Abajo: Zoom de la respuesta compensada.

### 5.5.2.2. Medición de tiempos de ejecución

Una característica de utilizar el simulador implementado para probar el algoritmo de control en la plataforma es que el tiempo real y el tiempo de simulador están efectivamente desacoplados. Esto permite medir el tiempo de ejecución del algoritmo para verificar la factibilidad de implementar el algoritmo en una planta real.

La Figura 5.17 muestra los tiempos de ejecución del controlador propuesto en la plataforma MICROLABBOX para la simulación planteada. El tiempo promedio de ejecución obtenido es de  $137,26 \mu s$  con variaciones de  $\pm 0,58 \mu s$  excluyendo los valores atípicos. Lo que indica que la implementación del algoritmo a 5 kHz es factible, potencialmente permitiendo la implementación a 6.6 kHz. También se observa en la figura un comportamiento uniforme en el tiempo de ejecución del controlador, similar a lo indicado por el gráfico del número de iteraciones de la Figura 5.8, donde también se observa que el tiempo de ejecución incrementa durante el periodo inicial de activación de las restricciones de tensión. Además, se observa que el tiempo de ejecución de la primera invocación del controlador es significativamente mayor respecto al resto de las invocaciones, indicando que hay procedimientos hechos por OSQP en su primera invocación que requieren más tiempo, esto sugiere que esta llamada del controlador debe ser hecha antes de comenzar el control real del sistema.

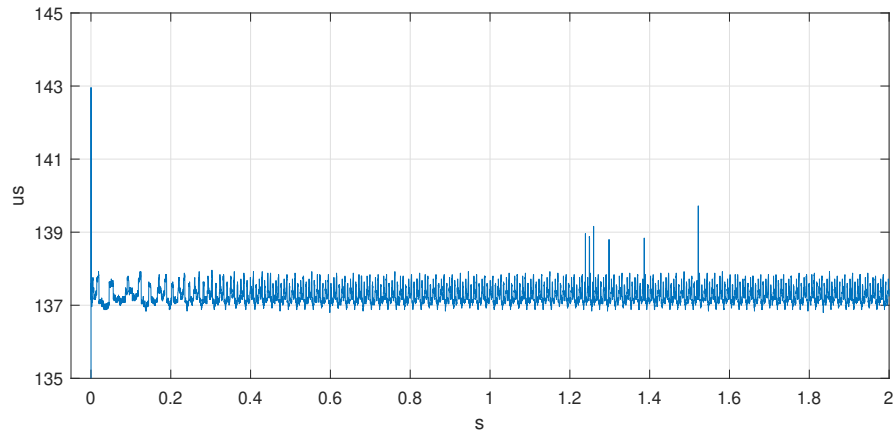


Figura 5.17: Tiempo de ejecución del algoritmo de control durante las simulaciones de las Figuras 5.13, 5.14, 5.16

En la Figura 5.18 se muestra el estado reportado por OSQP al finalizar el cálculo de la solución al problema, el cual requiere que OSQP verifique la calidad de la solución obtenida. Se observa que antes de  $t = 1,2$  s el *solver* entrega soluciones exactas (i.e., cumplen la tolerancia dada para la solución), y después de  $t = 1,2$  s el *solver* ocasionalmente entrega soluciones inexactas, lo que se ve reflejado en el tiempo de cálculo adicional requerido para verificar si la solución efectivamente es inexacta o simplemente se agotó el número de iteraciones disponible. Este resultado también refleja que el controlador es capaz de compensar soluciones inexactas dadas por el *solver* de manera puntual.

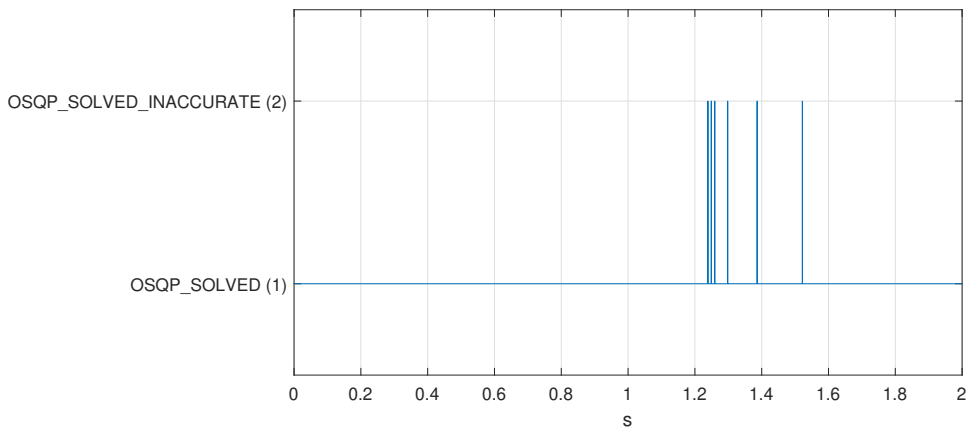


Figura 5.18: Estado de la solución reportada por OSQP para la simulación propuesta

# CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

### 6.1. Resumen y Conclusiones

En este trabajo se plantea un controlador de corriente basado en CCS-MPC para controlar la máquina de inducción de devanado abierto, formulando un controlador que impone restricciones de estado y actuación, con la supresión de la corriente de secuencia cero como objetivo de control. Para resolver el problema de control se utiliza OSQP, un *solver* de problemas QP basado en el algoritmo de ADMM. Se estudia el funcionamiento de OSQP y se entrega un conjunto de guías y recomendaciones para su uso. El esquema propuesto es verificado en MATLAB por medio de simulaciones utilizando *quadprog* como *solver* de referencia, y se verifica la equivalencia funcional del esquema de control al cambiar el *solver* a OSQP. Con la implementación de referencia, se implementa en el lenguaje C el esquema de control utilizando OSQP para resolver el problema QP. Se verifica el funcionamiento de la implementación creada en la plataforma de hardware MICROLABBOX de dSpace, realizando mediciones de tiempo y verificando la factibilidad de la implementación dada la tasa de muestreo escogida para el modelo de control.

El trabajo presentado muestra que es posible suprimir las corrientes de secuencia cero presentes en la máquina de devanado abierto por medio de la manipulación de variables eléctricas. En particular, el esquema MPC presentado suprime exitosamente las corrientes de secuencia cero, considerando restricciones en las otras variables eléctricas de la máquina y que la calidad de este resultado no depende de las condiciones dinámicas de operación de la máquina, en cambio, lo que se observa es que la calidad de la supresión de la secuencia cero depende de la tasa de muestreo utilizada en el control. Esto motiva el uso de mayores frecuencias de conmutación para reducir la corriente resultante.

Por otra parte, la selección de parámetros y análisis de estabilidad presentado para el algoritmo de OSQP condujo a una implementación que resulta en tiempos de cómputo factibles para realizar el control a una frecuencia de muestreo de 5 kHz. Se espera que la metodología mostrada sea utilizada en futuros trabajos para utilizar OSQP en otras aplicaciones de MPC. En particular, el escalado del problema basado en los costos del controlador

MPC es una idea que puede ser implementada para otros controladores y plantas.

Los resultados revelan cómo la tasa de muestreo influye en la calidad del controlador propuesto, ya que la suposición en el modelo de considerar el flujo como una perturbación constante es correcto para el controlador de corriente, pero no para el cálculo del punto de equilibrio necesario para lograr seguimiento. Este efecto es poco significativo a una tasa de muestreo de  $100 \mu s$ , pero al aumentar la tasa de muestreo se observan errores apreciables en el seguimiento de las corrientes resultantes. Asimismo, se observa un efecto perjudicial en la corriente de modo común al reducir la tasa de muestreo y se concluye que este esquema de control es apto para operar a frecuencias de muestreo altas.

En conclusión, el esquema de control entrega un desempeño adecuado para una implementación de 5 kHz, y la implementación presentada es factible en términos computacionales en la plataforma de control escogida.

## 6.2. Trabajo Futuro

Se reconocen los siguientes puntos para mejorar el trabajo presentado:

- **Verificación experimental:** La estrategia de control presentada en este trabajo fue validada utilizando simulaciones en la plataforma de control objetivo, esto indicó la factibilidad de la implementación. Sin embargo, se requiere de una implementación experimental para validar el desempeño en la práctica del esquema de control propuesto.
- **Implementación en lógica programable:** Los tiempos medidos demuestran la posibilidad de implementar el sistema propuesto a una tasa de muestreo de 5 kHz. Sin embargo, para lograr frecuencias más altas es necesario acelerar el cómputo del problema QP, lo que motiva el uso de plataformas de hardware programable FPGA para lograr un mejor desempeño en el cómputo de lo que permite una implementación en procesador.
- **Error de seguimiento cero:** La implementación mostrada utilizó una simplificación del modelo utilizado para obtener las variables estacionarias requeridas para lograr seguimiento de referencia, una futura implementación puede cambiar el modelo para introducir perturbaciones integradoras en el sistema y lograr un error de seguimiento de cero.
- **Implementación *sensorless*:** El control presentado requiere una medición de la velocidad de la máquina, lo que motiva a aumentar el controlador para introducir una manera de estimar la velocidad, obviando la necesidad del sensado.
- **Extensión del orden del controlador MPC:** El trabajo actual considera sólo las corrientes de la máquina como variables de estado para control, una extensión natural del esquema propuesto puede considerar el flujo de rotor como variable de estado, o incluso la velocidad del rotor en una única ley de control MPC con restricciones.

## Apéndice A

# ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE LA MÁQUINA A MODELAR

La máquina seleccionada para el modelado del sistema son máquinas de 2,2 kW de marca SIEMENS, cuyos datos fueron tabulados en la Tabla 5.1.

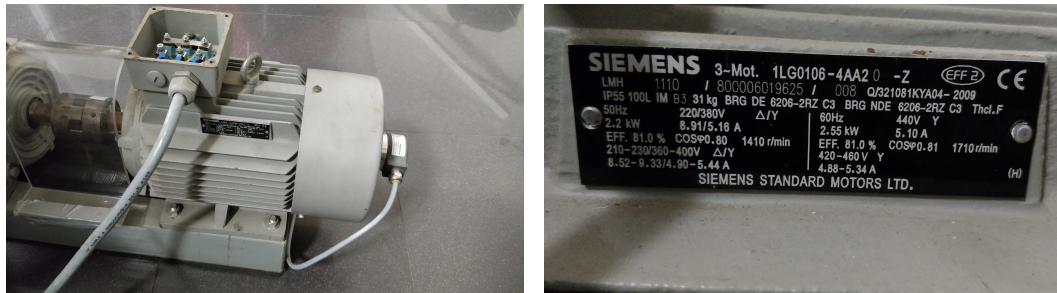


Figura A.1: Máquina de inducción seleccionada para el modelado con su placa.

Para la medición de parámetros se realizaron pruebas de rotor bloqueado, pruebas de rotor en vacío, y medición de resistencia de los terminales de la máquina. Estos resultados se muestran en las siguientes tablas:

Resistencia Estator a Corriente Nominal DC				
	U	V	W	Promedio
V/V	14.79	14.69	14.56	<b>14.68</b>
I/A	5.161	5.157	5.153	<b>5.157</b>
Rs/ $\Omega$	2.8657	2.84855	2.82553	<b>2.84660</b>

Prueba Rotor Bloqueado				
	A(U)	B(V)	C(W)	Promedio
Vph/V	26.9	26.67	26.84	<b>26.80</b>
I/A	5.078	5.041	5.104	<b>5.074</b>
P/W	125	122	125	<b>124</b>
Q/VAR	55	56	55	<b>55.33</b>
S/VA	137	135	137	<b>136.33</b>
PF	0.9145	0.9105	0.9156	<b>0.9135</b>

Prueba en Vacío				
	A(U)	B(V)	C(W)	Promedio
Vph	220.21	220.08	220.21	<b>220.17</b>
I	3.34	3.293	3.426	<b>3.353</b>
P	90	89	113	<b>97.33</b>
Q	730	719	746	<b>731.67</b>
S	736	725	754	<b>738.33</b>
PF	0.122	0.1229	0.1494	<b>0.1314</b>

Para la prueba de rotor bloqueado, se utilizó una frecuencia de excitación para la máquina de 15 Hz. Por otra parte, para la prueba en vacío se realizó a condiciones eléctricas nominales, obteniendo una velocidad de giro del eje de 1498 RPM.

Para obtener la resistencia de rotor, se considera que en la prueba de rotor bloqueado la mayor parte de las pérdidas corresponden a la resistencia de rotor y estator. Por lo que se tiene:

$$R_r = \frac{P_{\text{rot bloq}}}{I_{\text{rot bloq}}^2} - R_s R_r = 1,9691\Omega$$

Si se considera además que la potencia reactiva considera solo las dispersiones de la máquina en esta prueba, se puede obtener:

$$X_{\sigma s} + X_{\sigma r} = \frac{Q_{\text{rot bloq}}}{I_{\text{rot bloq}}^2} \approx 2,149\Omega$$

$$\frac{X_{\sigma s}}{X_{\sigma s}} = 0,66 \Rightarrow L_{lr} = 13,68mH, L_{ls} = 9,12mH$$

La prueba en vacío calcula la inductancia magnetizante como:

$$L_m = \frac{\frac{V_{\text{vacío}}}{2\pi f_{\text{nom}}} - X_{\sigma s}}{2\pi f_{\text{nom}}} L_m = 201,7mH$$

# DISCRETIZACIÓN DEL CONTROLADOR PI CON ANTI-WINDUP

Para llegar a una implementación realizable del controlador PI en una plataforma digital, la función de transferencia continua debe ser discretizada. Además, es deseable agregar un esquema anti-enrollamiento, ya que el controlador de velocidad está sujeto a limitaciones del comando de torque dadas por los límites de corrientes de la máquina.

Para obtener la función de transferencia del controlador en el plano  $z$ , se utiliza un retentor de orden cero, obteniendo la siguiente expresión:

$$C(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} \quad (\text{B.1})$$

$$\Rightarrow C[z] = K_p + K_i \frac{T_s}{1 - z^{-1}} \quad (\text{B.2})$$

$$= \frac{(K_p + T_s K_i) + (-K_p) z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (\text{B.3})$$

$$= \frac{KN0 + KN1z^{-1}}{1 - z^{-1}}, \quad KN0 = K_p + T_s K_i, \quad KN1 = -K_p \quad (\text{B.4})$$

La formulación del controlador PI en tiempo discreto, con tasa de muestreo  $T_s$ , dada por (B.4) resulta en una función de transferencia bipropia, este tipo de controladores admite la estructura anti-enrollamiento de la Figura B.1.

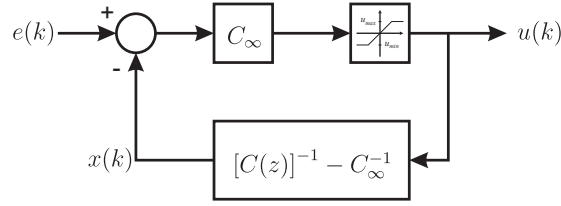


Figura B.1: Arquitectura de controlador discreto con anti-enrollamiento

La arquitectura de control de la Figura B.1 admite tanto un controlador  $C(s)$  en tiempo continuo, como un controlador  $C[z]$  en tiempo discreto, mientras el controlador sea bipropio. Dado este requisito, también se puede definir la ganancia del controlador a frecuencia infinita como  $C_\infty$ , obtenida considerando  $s \rightarrow \infty$  en tiempo continuo, o  $z \rightarrow \infty$  en tiempo discreto.

La arquitectura de la Figura B.1 define una función de transferencia entre las variables  $u[k]$  y  $x[k]$ , la cual puede ser planteada en términos de (B.4) como:

$$C_\infty = KN0 = K_p \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{x[k]}{u[k]} = [C[z]]^{-1} - C_\infty^{-1} \quad (\text{B.6})$$

$$= \frac{-(KN1 + KN0)z^{-1}}{1 + \frac{KN1}{KN0}z^{-1}} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{PIAWU\_N1z^{-1}}{1 - PIAWU\_D1z^{-1}} \quad (\text{B.8})$$

$$\Rightarrow PIAWU\_N1 = \frac{-(KN1 + KN0)}{KN0^2} \quad (\text{B.9})$$

$$PIAWU\_D1 = -\frac{KN1}{KN0} \quad (\text{B.10})$$

Utilizando las constantes definidas, se puede plantear el siguiente algoritmo que implementa la arquitectura en la Figura B.1

$$\begin{aligned} u[k] &= KN0(e[k] - x[k]) \\ u[k] &= \min(\max(u_{\min}, u[k]), u_{\max}) \\ x[k] &= PIAWU\_N1u[k] + PIAWU\_D1x[k] \end{aligned}$$

# DEFINICIÓN DEL MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

De manera formal, el método de Runge-Kutta 4 se define por medio de los siguientes pasos:

$$\text{Dado: } \dot{y} = f(t, y), y(t_0) = y_0 \text{ y } h > 0 \quad (\text{C.1})$$

$$\text{Calcule: } k_1 = f(t_n, y_n) \quad (\text{C.2})$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + h\frac{k_1}{2}\right) \quad (\text{C.3})$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + h\frac{k_2}{2}\right) \quad (\text{C.4})$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) \quad (\text{C.5})$$

$$\Rightarrow y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{C.6})$$

$$t_{n+1} = t_n + h \quad (\text{C.7})$$

La esencia del método de Runge-Kutta consiste en calcular una aproximación para  $y(t_n + h) \approx y_{n+1}$ , donde  $h$  es el paso de por iteración, mediante la combinación de distintos candidatos para  $\dot{y}$  correspondientes a cada  $k_i$ . Cada  $k_i$  puede utilizar los valores de calculados previamente de otros  $k_i$  para realizar una proyección lineal de  $y$  sobre una fracción de  $h$  y obtener la pendiente  $\dot{y} = k_i$  en ese punto. Finalmente, se ponderan todas las pendientes para obtener la dirección sobre la cual realizar el paso real de la iteración.

Cada elemento del algoritmo puede ser mostrado de manera gráfica mediante la Figura C.1

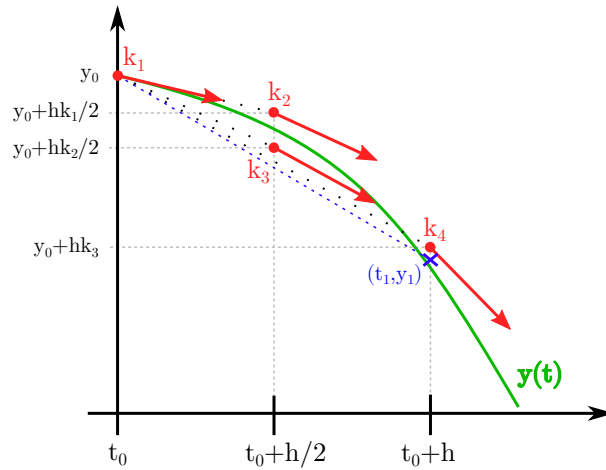


Figura C.1: Diagrama ilustrativo de los componentes del método de Runge-Kutta 4

La Figura C.1 muestra que el método converge de manera más cercana a la curva real comparado con el método de Euler (correspondiente a la proyección sobre  $k_1$ ). Esto se debe a que el orden del error para el método de Euler es  $O(h)$  mientras que para el método de Runge-Kutta 4 es de  $O(h^4)$ .

### C.0.1. Tableau de Butcher

Si bien se mostró la efectividad del método de Runge-Kutta 4, el cual tiene valores específicos para los coeficientes asociados al método, nos gustaría poder seleccionar otros métodos de la familia de Runge-Kutta. Esto motiva tener una representación que admita distintos métodos.

Con este fin, se considera el método general de Runge-Kutta explícito planteado como:

$$k_{ni} = f \left( t_n + h c_i, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} k_{nj} \right) \quad (\text{C.8})$$

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_{ni} \quad (\text{C.9})$$

El cual puede ser representado por la siguiente estructura

0					
$c_2$		$a_{21}$			
$c_3$		$a_{31}$	$a_{32}$		
$\vdots$		$\vdots$	$\ddots$		
$c_s$		$a_{s1}$	$a_{s2}$	$\dots$	$a_{s,s-1}$
		$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_{s-1}$
					$b_s$

Tabla C.1: Tableau de Butcher genérico para un método de Runge-Kutta explícito

La estructura dada por la Tabla C.1 permite expresar de manera sucinta un método Runge-Kutta en particular, por ejemplo, el método de Runge-Kutta 4 puede ser escrito como:

0					
1/2		1/2			
1/2		0	1/2		
1		0	0	1	
-----		1/6	1/3	1/3	1/6

Tabla C.2: Tableau de Butcher para el método de Runge-Kutta 4

---

---

# Bibliografía

- [1] Albino Amerise, Michele Mengoni, Gabriele Rizzoli, Luca Zarri, Angelo Tani, and Giovanni Serra. Open-end winding induction motor drive with a floating capacitor bridge and overmodulation of the primary inverter. In *2018 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 2394–2400, 2018.
- [2] Y. Wang, T. A. Lipo, and D. Pan. Robust operation of double-output ac machine drive. In *8th International Conference on Power Electronics - ECCE Asia*, pages 140–144, May 2011.
- [3] Javier Riedemann, Jon C. Clare, Pat W. Wheeler, Ramón Blasco-Gimenez, Marco Rivera, and Rubén Peña. Open-end winding induction machine fed by a dual-output indirect matrix converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(7):4118–4128, 2016.
- [4] B. Zhu, U. R. Prasanna, K. Rajashekara, and H. Kubo. Comparative study of pwm strategies for three-phase open-end winding induction motor drives. In *2014 International Power Electronics Conference (IPEC-Hiroshima 2014 - ECCE ASIA)*, pages 395–402, 2014.
- [5] Florian Senicar, Christian Junge, Sebastian Gruber, and Stefan Soter. Zero sequence current elimination for dual-inverter fed machines with open-end windings. In *IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 853–856, 2010.
- [6] Zhanfeng Song, Xiaohui Ma, and Yun Yu. Design of zero-sequence current controller for open-end winding pmsms considering current measurement errors. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 35(6):6127–6139, 2020.
- [7] Xiaoguang Zhang and Chenguang Zhang. Model predictive control for open winding pmsm considering dead-zone effect. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 11(1):874–885, 2023.
- [8] Abdur Rahman, Dan Xiao, Guoyu Chu, Rukmi Dutta, and Muhammed Fazlur Rahman. Performance analysis of mpc-based zero sequence current controllers in an open-winding pmsm. In *2022 IEEE 7th Southern Power Electronics Conference (SPEC)*, pages 1–6, 2022.
- [9] Hajime Kubo, Yasuhiro Yamamoto, Takeshi Kondo, Kaushik Rajashekara, and Bohang Zhu. Zero-sequence current suppression for open-end winding induction motor drive

- with resonant controller. In *2016 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pages 2788–2793, 2016.
- [10] Matthias Preindl and Silverio Bolognani. Comparison of direct and pwm model predictive control for power electronic and drive systems. In *2013 Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pages 2526–2533, 2013.
- [11] Zhenbin Zhang, Oluleke Babayomi, Tomislav Dragicevic, Rasool Heydari, Cristian Garcia, Jose Rodriguez, and Ralph Kennel. Advances and opportunities in the model predictive control of microgrids: Part i—primary layer. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 134:107411, 2022.
- [12] Carlos Bordons and Carlos Montero. Basic principles of mpc for power converters: Bridging the gap between theory and practice. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 9(3):31–43, 2015.
- [13] A. Senthil Kumar and Zainal Ahmad. Model predictive control (mpc) and its current issues in chemical engineering. *Chemical Engineering Communications*, 199(4):472–511, 2012.
- [14] Stefan Richter, Sébastien Mariéthoz, and Manfred Morari. High-speed online mpc based on a fast gradient method applied to power converter control. In *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, pages 4737–4743, 2010.
- [15] Juan L. Jerez, Paul J. Goulart, Stefan Richter, George A. Constantinides, Eric C. Kerrigan, and Manfred Morari. Embedded online optimization for model predictive control at megahertz rates. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 59(12):3238–3251, 2014.
- [16] Ian McInerney, George A. Constantinides, and Eric C. Kerrigan. A survey of the implementation of linear model predictive control on fpgas. *IFAC-PapersOnLine*, 51(20):381–387, 2018. 6th IFAC Conference on Nonlinear Model Predictive Control NMPC 2018.
- [17] B. Stellato, G. Banjac, P. Goulart, A. Bemporad, and S. Boyd. OSQP: an operator splitting solver for quadratic programs. *Mathematical Programming Computation*, 12(4):637–672, 2020.
- [18] Jaime Guzmán, César A. Silva, Gonzalo Carvajal, and Juan C. Agüero. Model predictive control for suppression of zero-sequence current in open-end winding induction motors. In *2023 IEEE International Future Energy Electronics Conference (IFEEEC)*, pages 251–256, 2023.
- [19] Colm J. O’Rourke, Mohammad M. Qasim, Matthew R. Overlin, and James L. Kirtley. A geometric interpretation of reference frames and transformations: dq0, clarke, and park. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 34(4):2070–2083, 2019.
- [20] Seung-Ki Sul. *Control of Electric Machine Drive Systems*. John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
- [21] James Rawlings, David Mayne, and Moritz Diehl. *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. Nob Hill Publishing, LLC, 2020.

- 
- [22] Thuy V. Dang, K.V. Ling, and J.M. Maciejowski. Embedded admm-based qp solver for mpc with polytopic constraints. In *2015 European Control Conference (ECC)*, pages 3446–3451, 2015.
- [23] Gene H. Golub and Charles F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 4 edition, 2013.
- [24] Robert J. Vanderbei. Symmetric quasidefinite matrices. *SIAM Journal on Optimization*, 5(1):100–113, 1995.
- [25] Philip E. Gill, Michael A. Saunders, and Joseph R. Shinnerl. On the stability of cholesky factorization for symmetric quasidefinite systems. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 17(1):35–46, 1996.
- [26] D. Ruiz. A scaling algorithm to equilibrate both rows and columns norms in matrices. Technical Report RAL-TR-2001-034, Rutherford Appleton Laboratory, 2001.
- [27] dSpace. MicroLabBox Product Brochure. Brochure, 2020.