

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAÍSO - CHILE



**OPTIMIZACIÓN CONJUNTA RAP-CBM BAJO MONITOREO CONTINUO Y
MANTENIMIENTO IMPERFECTOS EN SISTEMAS *k-out-of-n* PONDERADO CON
COMPONENTES HETEROGÉNEOS, REPARABLES Y MULTIESTADO**

SEBASTIÁN ELÍAS MIRANDA SAAVEDRA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA INDUSTRIAL

PROFESOR GUÍA : Dr. FREDY A. KRISTJANPOLLER RODRÍGUEZ.
PROFESOR CORREFERENTE INTERNO : Dr. PABLO A. VIVEROS GUNCKEL
PROFESOR CORREFERENTE EXTERNO : Dr. NICOLÁS A. JARA CARVALLO

Este trabajo ha sido financiado por ANID-Subdirección de Capital Humano/Magíster Nacional 2024–Folio 22242071

Septiembre 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título; Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: Optimización conjunta RAP-CBM bajo monitoreo continuo y mantenimiento imperfectos en sistemas k-out-of-n ponderado con componentes heterogéneos, reparables y multiestado

Nombre del candidato(a): Sebastián Elías Miranda Saavedra

Carrera / Grado: Magíster en Ciencias de la Ingeniería Industrial

Campus: Casa Central Valparaíso ; **Departamento:** Departamento de Industrias

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Fredy Kristjanpoller, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

6 meses; 12 meses; 2 años; 3 años; 5 años; 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 03/09/2025

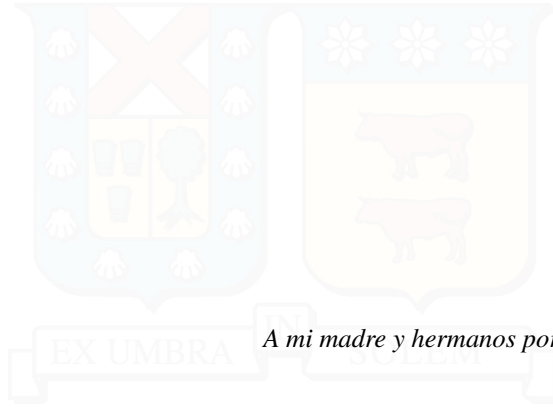
; Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 03/09/2025

; Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



A mi madre y hermanos por su permanente apoyo.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco enormemente a todas las personas que ayudaron a que mi paso por el programa sea más llevadero, directa o indirectamente, entregándome herramientas, conocimientos y distracciones, que hicieron de esta etapa una gran experiencia.

Expreso también profundos agradecimientos a mi madre Ingrid Saavedra por la crianza y educación otorgada, por creer en mí y apoyarme en mis decisiones. Sin ella nada de esto sería posible.

A mis hermanos Jaime y Camila por la compañía, risas y felicidad brindada en los momentos más tensos de mi vida. Sin ellos mi vida no sería lo mismo.

A mi profesor guía Fredy Kristjanpoller quien con su experiencia como académico ha sido el guía idóneo, brindándome sus tiempos y apoyos necesario durante el desarrollo de esta tesis.

A mis compañeros de cursos, aunque no tuvimos la oportunidad de conocernos en profundidad, agradezco sinceramente el apoyo que me brindaron, el haberme integrado desde el inicio y el ambiente de colaboración que compartimos a lo largo de este tiempo. Cada uno de ustedes, con su aporte único, hizo que esta experiencia fuera aún más enriquecedora.

A todos los profesores, quiero expresar mi más sincero agradecimiento por su dedicación y esfuerzo en formar no solo profesionales capacitados, sino también investigadores críticos y comprometidos. Su pasión por la enseñanza y su vocación de inspirar curiosidad y rigor académico han sido claves en mi desarrollo como ingeniero e investigador, guiándome a través de los desafíos y alentándome a ir más allá de lo convencional. Gracias por brindarme las herramientas necesarias para seguir creciendo en este camino.

Por último, quiero agradecer a ANID por la beca de Magíster Nacional 2024, la cual me ha permitido seguir formándome y acceder a nuevas oportunidades para profundizar en mi desarrollo académico.

RESUMEN EJECUTIVO

Este trabajo aborda un Problema de Asignación de Redundancia (RAP) en un sistema ponderado k -out-of- n con componentes no idénticos, reparables y multiestado. Se integra una política de Mantenimiento Basado en la Condición (CBM) utilizando umbrales de degradación para minimizar los costos totales mediante un análisis del Coste del Ciclo de Vida (LCC). El modelo incorpora factores del mundo real como errores de detección, tiempos de retardo entre alertas e intervenciones, y diferentes resultados del mantenimiento preventivo: perfectas, imperfectas o reparaciones menores. Cada componente se modela mediante un Proceso Semi-Markov (SMP), y la disponibilidad del sistema se evalúa utilizando el método de la Función Generadora Universal (UGF). Un modelo de optimización no lineal determina la asignación óptima de componentes y los umbrales de degradación, sujeto a restricciones de disponibilidad y límites en el número de componentes por tipo. El Algoritmo Genético (AG) adaptado, con codificación específica para cada cromosoma y un mecanismo de penalización a medida, identifica eficientemente soluciones factibles a pesar del amplio espacio de búsqueda y la compleja función objetivo. El método propuesto logró una precisión similar a la de la Simulación de Monte Carlo (MCS) (con una diferencia de disponibilidad $<0,1\%$) y una reducción del $99,2\%$ en el tiempo de computo. Del análisis comparativo se observa que ignorar los errores de detección puede conducir a soluciones subóptimas o no factibles, con un aumento del 18% en el LCC, mientras que la política CBM lo reduce en casi un 10% frente a una estrategia de ejecución hasta el fallo. El análisis de sensibilidad reveló que la demanda y la duración del mantenimiento correctivo influyen significativamente en las decisiones sobre costos y políticas, lo que las hace cruciales para el diseño de sistemas redundantes y políticas de mantenimiento eficaces.

Palabras claves: Sistemas multiestado, Problema de asignación de redundancia, Mantenimiento basado en condición, Monitoreo continuo, Mantenimiento imperfecto, Proceso semi-Markov, Algoritmo genético

ABSTRACT

This work addresses a Redundancy Allocation Problem (RAP) in a weighted k -out-of- n system with non-identical, repairable, multi-state components. A Condition-Based Maintenance (CBM) policy is integrated using degradation thresholds to minimize total costs through a Life Cycle Cost (LCC) analysis. The model incorporates real-world factors such as detection errors, delay times between alerts and interventions, and varying outcomes of preventive maintenance: perfect, imperfect, or minor repairs. Each component is modeled via a Semi-Markov Process (SMP), and system availability is evaluated using the Universal Generating Function (UGF) method. A nonlinear optimization model determines the optimal component allocation and degradation thresholds, subject to availability constraints and limits on the number of components per type. The adapted Genetic Algorithm (GA), featuring chromosome-specific coding and a tailored penalty mechanism, efficiently identifies feasible solutions despite the ample search space and the complex objective function. The proposed method achieved similar accuracy to Monte Carlo Simulation (MCS) ($< 0,1\%$ difference in availability) with a 99.2% reduction in computation time. The comparative analysis shows that ignoring detection errors can lead to suboptimal or infeasible solutions, with an 18% increase in LCC, while the CBM policy reduces it by nearly 10% compared to a run-to-failure strategy. Sensitivity analysis revealed that demand and corrective maintenance duration significantly impact cost and policy decisions, making them critical for designing redundant systems and effective maintenance policies.

Keywords: Multi-state systems, Redundancy allocation problem, Condition-based maintenance (CBM), Continuously monitored, Imperfect maintenance, Semi-Markov process, Genetic algorithm

Nomenclatura y acrónimos

W	Demanda requerida
i	índice del tipo de componentes
j, k	índice de estados
N	Número de diferentes tipos de componentes
N_T	Número de componentes en el sistema
$M^{(i)}$	Número total de estados posibles en componentes de tipo i
M_s	Número total de estados posibles del sistema
$g_j^{(i)}$	Capacidad de componentes de tipo i en el estado j
G_s	Rendimiento del sistema en el estado s
$S_{OP}^{(i)}$	Conjunto de estados operables para componentes de tipo i
$S_{PM}^{(i)}$	Conjunto de estados en mantenimiento preventivo para componentes de tipo i
$S_{CM}^{(i)}$	Conjunto de estados en mantenimiento correctivo para componentes de tipo i
$P_{correct}$	Probabilidad de que el sistema emita correctamente una alerta cuando el estado del componente alcance el umbral de intervención
P_{over}	Probabilidad de que el sistema sobreestime el nivel de degradación, emitiendo una alerta temprana
t_{delay}	Tiempo de retardo entre la emisión de la alerta y el inicio de la intervención
$y_j^{(i)}$	Variable binaria, 1 si el umbral de degradación se establece en el estado j en componentes de tipo i , 0 en caso contrario, $j \in S_{OP}^{(i)}$
$F_{j,k}^{(i)}$	Función de distribución acumulada libre para la transición del estado j al estado k en componentes de tipo i
$P_{j,k}^{(i)}$	Probabilidad de realizar un mantenimiento preventivo que lleve del estado j al estado k en componentes de tipo i
$\mathbf{Q}^{(i)}(t)$	Matriz kernel para componentes de tipo i
$\mathbf{P}^{(i)}$	Matriz de probabilidades de transición en un paso de la EMC de los componentes tipo i
$\bar{\tau}^{(i)}$	Vector de tiempos de permanencia medios para componentes de tipo i
$\bar{\nu}^{(i)}$	Vector de probabilidad de estado estacionario de la EMC para componentes de tipo i
$\bar{\pi}^{(i)}$	vector de probabilidad de estado estacionario del SMP para componentes de tipo i
$u^{(i)}$	u -function para componentes de tipo i
$U(z)$	Función generadora universal del rendimiento de la salida del sistema
Ω	Operador de composición utilizado para calcular el nivel de rendimiento de un grupo de componentes conectados de forma redundante
φ	Función de la estructura del sistema
A_{system}	Disponibilidad del sistema
I_{G_s}	Función indicadora, 1 si el rendimiento del sistema en el estado s es mayor o igual a la demanda requerida W , y 0 en caso contrario
I	Conjunto de diferentes tipos de componentes
$S^{(i)}$	Conjunto de estados de los componentes del tipo i
n_i	Número de componentes del tipo i utilizados en el sistema
C_{inef}	Costo de ineficiencia del sistema por hora
$C_{i,j}^{op}$	Costo operativo por hora de componentes del tipo i en el estado j

$c_{i,j}^{rep}$	Costo de reparación por hora de componentes del tipo i en el estado j
c_i^{adq}	Costo de adquisición de componentes del tipo i
f_{act}	Factor de actualización
H	Tiempo de funcionamiento planificado en horas
A_{req}	Disponibilidad mínima requerida
N_i	Número de componentes del tipo i disponibles
f	<i>Fitness function</i>
μ_m	Tasa de mutación
$P_{elitism}$	Porcentaje de los mejores individuos de la generación actual que pasan directamente a la siguiente generación
$\alpha_j^{(i)}$	Parámetro de escala de la distribución de Weibull que conduce al estado j en componentes de tipo i
$\beta_j^{(i)}$	Parámetro de forma de la distribución de Weibull que conduce al estado j en componentes de tipo i
$\mu_j^{(i)}$	Media de la distribución Lognormal que lleva al estado j en los componentes de tipo i
$\sigma_j^{(i)}$	Distribución estándar de la distribución lognormal que conduce al estado j en componentes de tipo i
PM	Mantenimiento preventivo
CM	Mantenimiento correctivo
CBM	Mantenimiento basado en condición
TBM	Mantenimiento basado en tiempo
SMP	Proceso Semi-Markov
UGF	Función generadora universal
RA	Algoritmo recursivo
GA	Algoritmo genético
PSO	Optimización de enjambre de partículas
ABC	Algoritmo de colonia de abejas artificial
MCS	Simulación de Monte Carlo
RAP	Problema de asignación de redundancia
RRAP	Problema de asignación de redundancia para confiabilidad
CTMC	Cadena de Markov de tiempo continuo
EMC	Cadena de Markov incrustada
MSS	Sistema multiestado
CDF	Función de distribución acumulada
LCC	Costo del ciclo de vida

Índice de Contenidos

1. Introducción	1
2. Problemática	3
2.1. Formulación del Problema	3
2.2. Supuestos	4
3. Objetivos	6
3.1. Objetivo General	6
3.2. Objetivos específicos	6
4. Marco teórico	7
4.1. Mantenimiento	7
4.1.1. Tipos de Mantenimiento	7
4.1.1.1. Mantenimiento Correctivo	7
4.1.1.2. Mantenimiento Preventivo	8
4.1.2. Mantenimiento imperfecto	8
4.2. Políticas de Mantenimiento Preventivo	8
4.2.1. Política de Mantenimiento Basado en Tiempo	8
4.2.2. Política de Mantenimiento Basado en Condición	9
4.3. Costo del ciclo de vida (LCC)	10
4.4. Sistemas multiestado	10
4.4.1. Redundancia	11
4.4.1.1. Paralelo-Serie y Serie-Paralelo	11
4.4.1.2. Sistemas k -out-of- n	12
4.4.2. Métodos de Modelación	12
4.4.2.1. Función generadora universal (UGF)	12
4.4.2.2. Procesos de Markov	13
4.4.2.3. Procesos Semi-Markov	16
4.4.2.4. Simulación Monte Carlo	17
4.5. Problema de asignación de redundancia (RAP)	18
4.5.1. Metaheurísticas	18
4.5.1.1. Algoritmo Genético (GA)	18
4.5.1.2. Optimización de enjambre de partículas (PSO)	18
4.5.1.3. Algoritmo de colonias de abejas artificiales (ABC)	18
4.5.2. Revisión de trabajos previos	19
4.6. Optimización de PM y CBM	19
4.6.1. Revisión de trabajos previos	20
4.7. Optimización conjunta RAP-CBM	21
4.8. Síntesis de avances y limitaciones en la literatura	21
5. Metodología	22

5.1. Modelación del sistema	22
5.1.1. Modelación componentes multiestado	24
5.1.1.1. Etapa 1: Probabilidades de EMC en estado estacionario	24
5.1.1.2. Etapa 2: Probabilidades de SMP en estado estacionario	25
5.1.2. Disponibilidad del sistema	26
5.1.2.1. Método UGF	26
5.2. Problema de optimización	27
5.2.1. Modelo de optimización	27
5.2.2. Técnica de optimización	29
5.2.2.1. Implementación de algoritmo genético	29
6. Aplicación Numérica.	34
6.1. Sistema considerado	34
6.2. Modelación de componentes	34
6.3. Parámetros del modelo	35
6.4. Modelación por procesos Semi-Markov y UGF	37
6.4.1. Etapa 1: Probabilidades de EMC en estado estacionario.	37
6.4.2. Etapa 2: Probabilidades de SMP en estado estacionario.	38
6.4.3. Disponibilidad del sistema.	38
6.5. Modelo de simulación de Monte carlo	39
6.6. Resultados Modelo de optimización	40
6.7. Impacto de un sistema de monitoreo continuo imperfecto	41
6.8. Comparación con política run to failure	41
6.9. Análisis de sensibilidad	42
6.9.1. Parámetros sensibilizados	42
6.9.2. Resultados	42
7. Conclusiones y trabajos futuros	44
Bibliografía	46
A. Modelado del Proceso Semi-Markov: Matrices y Vectores	50
A.1. Matriz de CDFs	50
A.2. Matriz de probabilidades de transición de un paso	51
A.3. Vector tiempos medios de permanencia	52
B. Modelo de Simulación Monte Carlo	53
B.1. Simulación Monte Carlo	53
B.2. Simulación Trayectoria aleatoria	54
B.3. Muestreo mediante función inversa	54

Índice de Tablas

5.1. Configuración de hiperparámetros para GA.	33
6.1. Datos sobre capacidad y costos de adquisición, de operación y mano de obra por tipo de generador. . .	36
6.2. Parámetros acciones de mantenimiento preventivo por tipo de generador y estado.	37
6.3. Comparación disponibilidad.	40
6.4. Resultados modelo de optimización.	40
6.5. Detalle costos.	40
6.6. Detalles de los resultados del análisis de sensibilidad.	43
A.1. Valores no nulos de la matriz CDFs de componentes tipo i	50
A.2. Valores no nulos de la matriz de probabilidades de un paso de componentes tipo i	51
A.3. Tiempo medio de permanencia de componentes tipo i	52

Índice de Figuras

2.1. Posición de la investigación actual sobre la literatura RAP con algunas modificaciones.	4
4.1. Curva de bañera.	9
4.2. Un sistema paralelo-serie.	11
4.3. Un sistema serie-paralelo.	11
4.4. Método de Transformada Inversa.	17
5.1. Ilustración sistema k -out-of- n ponderado con diferentes tipos de equipos asignados.	22
5.2. Diagrama de estados por componente.	24
5.4. Estructura cromosómica.	29
5.3. GA propuesto.	30
5.5. Comparación de factibilidad de soluciones GA por método de penalización.	31
5.6. Comparación de LCC de mejores soluciones GA por método de penalización.	31
5.7. Comparación de n°generaciones para determinar soluciones GA por método de penalización.	32
5.8. Operador de cruce de un solo punto.	32
5.9. Operador de Mutación.	33
6.1. Diagrama de estados por generador.	35
6.2. Funciones de densidad de probabilidad de falla, degradación y reparación correctiva por tipo de generador.	36
6.3. Mapa de calor de probabilidades de estado estacionario por proceso semi-Markoviano.	38
6.4. Disponibilidad en el largo plazo.	39
6.5. Convergencia del GA.	41
6.6. Distribución del LCC para soluciones factibles en política “run to failure”.	42
6.7. Variación porcentual del LCC por parámetro sensibilizado.	43

1 | Introducción

Los sistemas complejos en el mundo real tales como los sistemas de potencia [1], [2], sistemas de bombeo [3], sistema de transporte de carbón [4] y sistemas de producción a menudo comprenden componentes que tienen varios niveles de rendimientos y modos de fallas distintos con efectos en el rendimiento general del sistema [5]. Estos sistemas se denominan sistema multiestado, siendo especialmente relevantes en industrias donde la fiabilidad y el desempeño continuo son cruciales para la eficiencia operativa y la rentabilidad.

En este tipo de sistemas, la toma de decisiones estratégicas para mejorar su confiabilidad y disponibilidad se vuelve crítica. Estas decisiones abarcan desde la etapa de diseño hasta la gestión operativa, cubriendo todo el ciclo de vida del sistema. La confiabilidad está estrechamente vinculada al diseño estructural del sistema, la fiabilidad y la calidad intrínseca de sus componentes, mientras que la disponibilidad depende, además de estos factores, de la implementación de programas efectivos de mantenimiento. Dichos programas permiten monitorear el estado funcional de los equipos y anticipar fallas, lo que requiere definir parámetros clave como la frecuencia de intervención, criterios de reemplazo, capacidad del equipo de mantenimiento, niveles de inventario de repuestos, entre otros [6]. En este contexto, surgen dos enfoques que plantean desafíos relevantes desde la perspectiva de la optimización: la asignación de redundancia y la definición de políticas de mantenimiento.

El problema de Asignación de Redundancia (RAP) consiste en determinar de manera óptima los componentes redundantes que se asignarán al sistema. Las decisiones están impulsadas por objetivos y sujetas a restricciones, como fiabilidad, coste, volumen y peso. Esta estrategia resulta especialmente relevante en sistemas donde la falla de un componente crítico puede comprometer el funcionamiento global, donde múltiples activos deben operar de forma coordinada para cumplir con la demanda.

Complementariamente, una política de Mantenimiento Basado en Condición (CBM) permite efectuar intervenciones preventivas según el estado real de degradación de los componentes. A diferencia del mantenimiento preventivo tradicional, que se basa en intervenciones programadas independientemente del estado real de los componentes, el CBM se realiza únicamente cuando las condiciones operativas del sistema lo requieren, apoyándose en la monitorización continua del estado de los componentes. Este enfoque no solo mejora la disponibilidad del sistema, sino que también optimiza los costos operativos al evitar intervenciones innecesarias [7], [8].

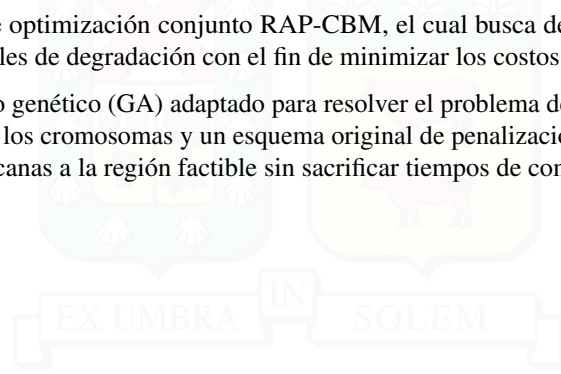
Sin embargo, en la práctica, los sistemas de monitoreo pueden presentar errores, lo que podría llevar a una detección incorrecta del nivel real de degradación de los activos [9]. Mientras que las intervenciones no siempre devuelven los equipos a un estado "*como nuevo*", sino que pueden conducir a un estado intermedio de funcionamiento [10]. Además, es importante considerar las duraciones de las intervenciones y los tiempos de respuesta una vez que se emite la alerta sobre el estado de los componentes, ya que estos procesos no son instantáneos y pueden afectar la eficacia del CBM.

En sistemas multiestado, donde los componentes operan a diferentes niveles de rendimiento y pueden experimentar múltiples modos de falla, la integración de estos dos problemas se vuelve aún más compleja. Las decisiones sobre la redundancia y el mantenimiento deben considerar no solo el estado de los componentes, sino también las interacciones entre ellos y el impacto de las intervenciones sobre el rendimiento general del sistema. La optimización conjunta de ambos problemas permite mejorar la disponibilidad del sistema mientras se gestionan de manera eficiente los costos operativos y el riesgo de fallos, un desafío crítico en sectores como la energía, la manufactura y el transporte.

En esta tesis se abordan ambos problemas en conjunto, RAP y definición de la política CBM, utilizando umbrales de degradación bajo un esquema de monitoreo continuo imperfecto y acciones de mantenimiento con diferentes efectos,

optimizando ambos problemas simultáneamente. Las principales contribuciones se resumen a continuación.

- Se propone un modelo que integra un MSS k -out-of- n ponderado con componentes no idénticos, reparables y distribuciones libres, donde cada tipo de componente sigue un proceso Semi-Markov.
- El modelo incorpora una política CBM bajo condiciones realistas, en la que las decisiones se basan en umbrales de degradación definidos por tipo de componente. Se consideran mantenimientos imperfectos, errores de detección en el monitoreo continuo y tiempos de retardo entre la alerta y la intervención.
- Se formula un modelo de optimización conjunto RAP-CBM, el cual busca determinar la mejor asignación de componentes y los umbrales de degradación con el fin de minimizar los costos del ciclo de vida (LCC).
- Se desarrolla un algoritmo genético (GA) adaptado para resolver el problema de optimización, incorporando una codificación específica de los cromosomas y un esquema original de penalización, lo que permite obtener buenas soluciones factibles o cercanas a la región factible sin sacrificar tiempos de computo.



2 | Problemática

Tradicionalmente, el diseño de redundancia del sistema y la definición de la política de mantenimiento se han abordado como problemas independientes. Mientras que el primero se centra en maximizar la confiabilidad estructural durante la etapa de diseño, considerando restricciones como costo y peso, el segundo se enfoca en la operación del sistema, buscando optimizar la disponibilidad o minimizar el costo total de mantenimiento. Sin embargo, ambas decisiones están estrechamente vinculadas: la configuración de redundancia condiciona las estrategias de mantenimiento posibles, y estas, a su vez, influyen en el rendimiento operativo y en el costo del ciclo de vida del sistema. En este contexto, una formulación conjunta que integre ambas dimensiones resulta fundamental para lograr soluciones verdaderamente óptimas desde una perspectiva integral de confiabilidad y costo [11].

En cuanto a los modelos de toma de decisiones, estos suelen basarse en supuestos idealizados que no reflejan con precisión las condiciones reales de operación. Por ejemplo, es común que se consideren sistemas conformados por componentes homogéneos, con dos estados operativos (funcionando y con falla) y tiempos de fallas con distribución exponencial, así como también políticas que no consideran la variabilidad en la efectividad de las acciones preventivas o simplemente asumen el reemplazo de los equipos como única alternativa. Estas simplificaciones pueden distorsionar la estimación de costos, tiempos de intervención y disponibilidad.

Además, los procesos de monitoreo continuo, fundamentales para el mantenimiento basado en condición, presentan limitaciones operativas que rara vez son consideradas en la modelación. Los errores en la detección del estado real de los componentes y demoras antes de ejecutar las intervenciones son factores que influyen directamente en la eficiencia del sistema. Ignorar estos elementos puede llevar a decisiones subóptimas o incluso inviábiles, afectando la capacidad de respuesta, el rendimiento esperado y la sostenibilidad económica de las estrategias implementadas.

En este sentido, la toma de decisiones respecto al diseño estructural del sistema y su gestión operativa debe incorporar una evaluación económica que contemple el ciclo de vida de los activos. Aspectos como los costos de adquisición, las ineficiencias como las interrupciones operativas, y los gastos asociados a la operación y mantenimiento, deben ser considerados de manera integrada. Esta perspectiva permite no solo estimar con mayor precisión el impacto económico de las estrategias adoptadas, sino también identificar oportunidades para mejorar la eficiencia global del sistema en el largo plazo [12].

2.1. Formulación del Problema

Se aborda la problemática de asignar equipos en un sistema redundante y definir una política de mantenimiento basada en condición (CBM), la cual integra monitoreo continuo y considera los posibles errores en la detección del estado de los componentes. En este enfoque, las intervenciones preventivas se basan en los estados detectados por el sistema de monitorización y se implementan a nivel de componente una vez que estos alcanzan un nivel de degradación determinado. Para modelar estos errores de detección, se asume que existe una probabilidad dada de que el sistema identifique el estado real de cada componente correcta o erróneamente, lo que puede dar lugar a una subestimación o sobreestimación de la degradación. Además, una vez generada la alerta, se introduce un tiempo de retardo, que representa el intervalo entre la recepción de la alerta y el inicio de la intervención. Durante este período, existe la posibilidad de que el componente falle o experimente una mayor degradación antes de ser intervenido. En caso de falla de algún componente, se ejecuta una acción correctiva mientras el resto de los componentes continúan operando.

De acuerdo con este planteamiento, los parámetros claves para definir la política de mantenimiento son los umbrales de degradación, que establecen el nivel máximo de degradación aceptable antes de ejecutar una intervención preventiva.

Además, las intervenciones preventivas pueden resultar en un mantenimiento perfecto, imperfecto y reparación menor. El primero restaura el componente a su condición "tan bueno como nuevo", restableciendo su rendimiento al máximo y minimizando las probabilidades de fallas futuras. En contraste, el segundo lo devuelve a un estado intermedio, donde el rendimiento es inferior al ideal y la tasa de fallas es mayor. Finalmente, el tercero mantiene el rendimiento del equipo en su estado actual, pero reinicia su ciclo de vida en ese punto, lo que reduce su longevidad desde una perspectiva probabilística. Se consideran duraciones y costos asociados a las tareas de mantenimiento.

El objetivo del RAP-CBM propuesto es determinar el número, tipo de componentes y umbrales de degradación óptimos (o casi óptimos) de un MSS k -out-of- n ponderado con equipos reparables, heterogéneos y distribuciones de falla, degradación y reparación libres, considerando diversos criterios de desempeño. Se asume que el tomador de decisiones está interesado en minimizar los costos basado en LCC, sujeto a restricciones de disponibilidad y limitaciones en la cantidad de componentes posible ha asignar por tipo. La Figura 2.1 muestra diferentes características del RAP y la posición de la tesis actual en la literatura sobre este tipo de problemas.

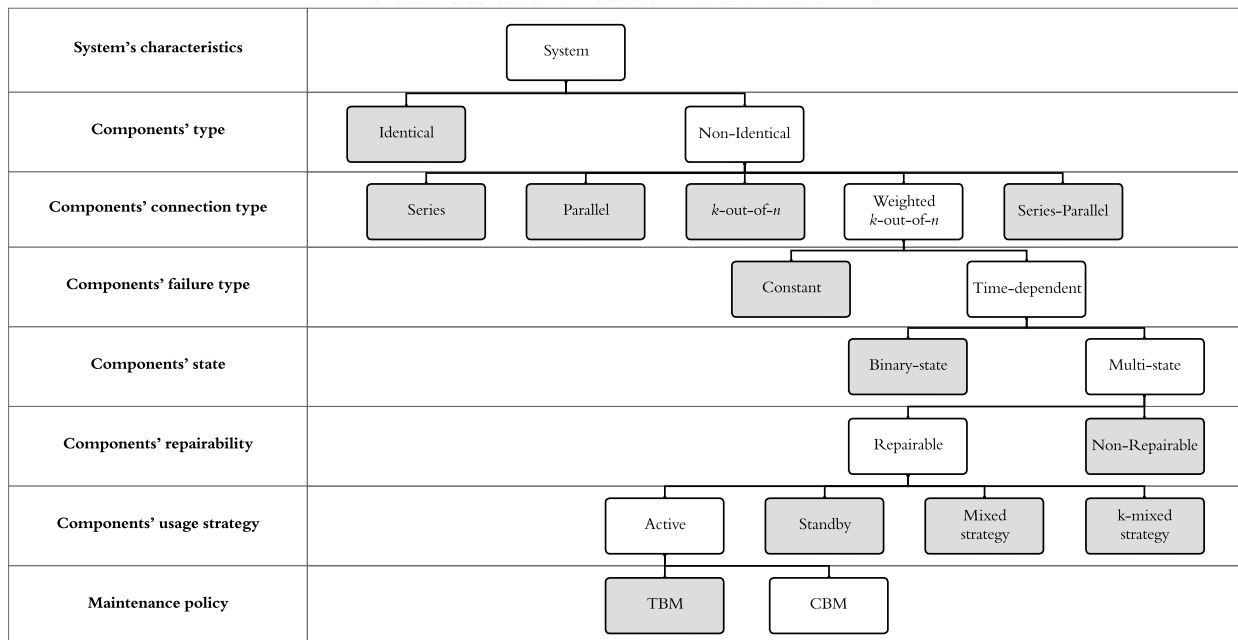


Figura 2.1: Posición de la investigación actual sobre la literatura RAP con algunas modificaciones.

(Fuente: Elaboración propia.)

2.2. Supuestos

Los supuestos asociados al sistema considerado y sus componentes son:

- Sistema k -out-of- n ponderado en donde el rendimiento del sistema es igual a la suma de los rendimientos individuales de sus componentes.
- Los componentes del sistema son independientes, multiestado y reparables.
- Cada componente es monitoreado continuamente.
- El sistema de monitoreo de condiciones no es perfecto, pudiendo subestimar o sobreestimar la gravedad de la degradación.

- Existe un tiempo de retardo entre la recepción de la alerta y el inicio de la intervención preventiva.
- Las acciones preventivas pueden resultar en mantenimientos perfectos, imperfectos o reparaciones menores según una probabilidad dada.
- Para intervenir un componente, este debe detener su funcionamiento, lo que implica que no puede degradarse ni fallar durante el proceso de intervención.
- Las transiciones ocurren solo cuando se efectúan acciones de mantenimiento, fallas o degradación.
- Distribución de tiempos de fallas, degradación y reparación son independientes y no necesariamente son exponenciales.
- Hay diferentes tipos de componentes disponibles para ser asignados, siendo posible asignar componentes de diferentes tipos.
- La estrategia de redundancia considerada es activa. Los componentes de respaldo funcionan simultáneamente con el sistema principal, permitiendo transiciones sin interrupciones.
- Los parámetros relacionados con costes y demanda requerida son constantes.

3 | Objetivos

3.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo integrado que optimice la asignación de redundancia y los umbrales de degradación en sistemas k -out-of- n ponderado con componentes no idénticos, reparables y multiestado, bajo un enfoque CBM con posibilidad de errores de detección y mantenimiento imperfecto, con el fin de minimizar el LCC sujeto a restricciones de disponibilidad.

3.2. Objetivos específicos

- Modelar el comportamiento de los componentes del MSS mediante procesos estocásticos, considerando fallos e intervenciones.
- Establecer la disponibilidad de un MSS k -out-of- n ponderado.
- Diseñar una política CBM que tenga en cuenta factores del mundo real como errores de detección, tiempos de retardo y mantenimientos imperfectos.
- Formular un modelo de optimización que permita determinar la asignación óptima de redundancia y los umbrales de degradación en un MSS de componentes no idénticos, con el objetivo de minimizar el LCC, cumpliendo con restricciones de disponibilidad requerida.
- Implementar una metaheurística que permita obtener soluciones óptimas o casi-óptimas, factibles y en tiempos de cómputo razonables, adaptándose a la complejidad del problema.
- Validar el modelo propuesto mediante simulaciones, evaluando su precisión en términos de disponibilidad y rendimiento computacional.
- Contrastar el impacto de considerar errores de detección en sistemas de monitoreo continuo no perfectos y el de la implementación de una política CBM frente a estrategias tradicionales.
- Determinar parámetros críticos que influyen en el diseño de sistemas redundantes y definición de políticas de mantenimiento.

4 | Marco teórico

En este capítulo se exploran conceptos claves sobre la gestión y optimización del mantenimiento. Se describen distintos tipos de mantenimiento, como el correctivo y el preventivo, y sus diversas políticas, ya sean basadas en tiempo (TBM) o en condición (CBM). También se abordan los sistemas multiestado, que son fundamentales para modelar y optimizar la asignación de recursos en sistemas complejos. Además, se profundiza en problemas para optimizar la asignación de redundancia (RAP) y las políticas de mantenimiento, así como también trabajos recientes en la temática.

4.1. Mantenimiento

El mantenimiento es un conjunto de actividades destinadas a preservar o restaurar la funcionalidad de un sistema o equipo, asegurando que opere según sus especificaciones y evitando fallos imprevistos [13]. Mientras que la gestión del mantenimiento comprende el conjunto de decisiones y acciones orientadas a establecer objetivos, definir estrategias y asignar responsabilidades dentro del área de mantenimiento, implementandolas a través de la planificación, control, supervisión y mejora continua. Su correcta implementación resulta esencial para garantizar la disponibilidad operativa de los activos [14].

Siguiendo el enfoque de Crespo-Márquez [14], a nivel estratégico, la gestión del mantenimiento busca traducir las prioridades del negocio en objetivos de mantenimiento, definiendo estrategias de mediano y largo plazo que permitan cerrar brechas en el desempeño de los equipos. Posteriormente, a nivel táctico, se asignan los recursos necesarios para cumplir con el plan de mantenimiento previamente obtenido, estableciendo políticas específicas y programas detallados. Por otro lado, el nivel operativo se enfoca en la ejecución eficiente de las tareas programadas, asegurando que se realicen con los procedimientos adecuados, en los tiempos establecidos y con el registro correspondiente en los sistemas de información.

4.1.1. Tipos de Mantenimiento

Las estrategias de mantenimiento pueden agruparse, de forma general, en dos categorías principales, cada una con enfoques y objetivos específicos.

4.1.1.1. Mantenimiento Correctivo

El mantenimiento correctivo (CM) consiste en llevar a cabo acciones de reparación una vez que el sistema ha fallado, con el objetivo de restablecerlo a una condición funcional determinada. Si bien este enfoque puede ser simple de aplicar, tiende a generar elevados tiempos de inactividad no planificada, pérdidas de producción y costos significativos relacionados con reparaciones o reemplazos, debido a la naturaleza inesperada de las fallas [14], [15].

4.1.1.2. Mantenimiento Preventivo

El mantenimiento preventivo (PM) se basa en la realización de intervenciones programadas mientras el sistema aún se encuentra en funcionamiento, aunque podría estar operando en condiciones subóptimas. Este tipo de mantenimiento se orienta a evitar fallos mediante inspecciones de las condiciones actuales de los equipos o sustituciones programadas en función del tiempo o del nivel de uso, con el fin de reducir el desgaste progresivo de los componentes y minimizar la probabilidad de fallas no anticipadas [15], [16].

4.1.2. Mantenimiento imperfecto

En el contexto de la fiabilidad, Pham y Wang [10] introdujeron por primera vez el concepto de mantenimiento imperfecto. Definieron mantenimiento perfecto como aquellas acciones de mantenimiento que restablecen las condiciones de funcionamiento del sistema a "*tan bueno como nuevo*", i.e., un sistema intervenido tendrá la misma distribución de vida útil y la misma función de tasa de fallos que uno nuevo. Por otro lado, un mantenimiento imperfecto hace que un sistema sea más "*joven*" posterior a una intervención, i.e., un estado intermedio entre "*tan bueno como nuevo*" y "*tan malo como viejo*". Mientras que una reparación mínima conduce al equipo a un estado "*tan malo como viejo*", por lo tanto, los parámetros asociados a la probabilidad de falla no varían respecto a la que tenía antes de ser intervenido.

4.2. Políticas de Mantenimiento Preventivo

Las políticas de PM se clasifican comúnmente en dos categorías principales: mantenimiento basado en el tiempo (*Time-Based Maintenance*, TBM) y mantenimiento basado en condición (*Condition-Based Maintenance*, CBM).

4.2.1. Política de Mantenimiento Basado en Tiempo

El mantenimiento basado en tiempo (TBM por sus siglas en inglés), también conocido como mantenimiento periódico, es una técnica de mantenimiento tradicional en donde las decisiones se determinan en función de análisis de tiempos de falla. Se asume que el comportamiento de las fallas es predecible, basándose en las tendencias de las tasas de fallas, representadas por las curvas en forma de bañera, como se muestra en la Figura 4.1. Estas curvas se dividen en tres fases: el período de prueba, donde las tasas de fallas son decrecientes; la vida útil, en la que la tasa de fallas se mantiene constante; y finalmente, la fase de desgaste, en la que la tasa de fallas crece. [7].

El proceso general del TBM inicia con el análisis de datos históricos de fallos, lo que permite caracterizar los activos mediante modelos probabilísticos de fallo. Esto incluye la estimación del tiempo medio hasta la falla (MTTF) y el análisis de la tendencia de la tasa de fallo del equipo, basada en la curva en forma de bañera, para luego tomar decisiones informadas a partir de esta información [7].

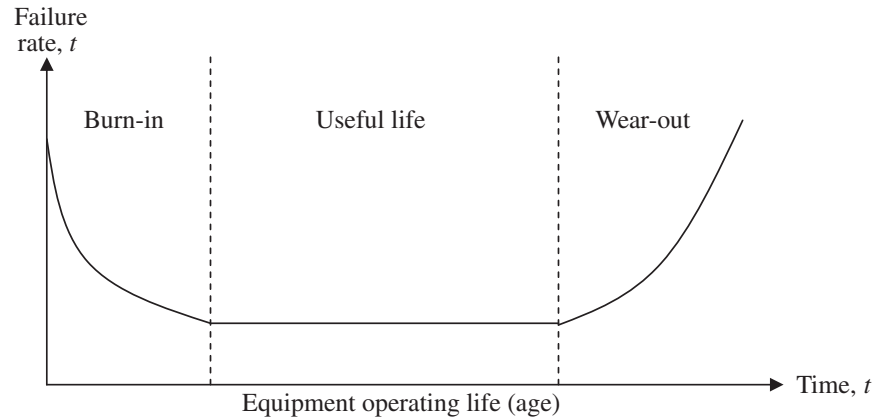


Figura 4.1: Curva de bañera.

(Fuente: [7])

Dentro del enfoque TBM, se destacan dos estrategias simples y ampliamente utilizadas: la política de Reemplazo por Edad (*Age Replacement*, AR) y la política de Reemplazo por Bloques (*Block Replacement*, BR). En la política AR, el mantenimiento se ejecuta cuando el sistema alcanza una edad específica o falla; en contraste, la política BR programa intervenciones a intervalos fijos de tiempo calendario, sin considerar si han ocurrido fallas entre intervenciones, es decir, las fallas no alteran el calendario de mantenimiento [7], [15].

A pesar de ser una técnica sencilla y fácil de implementar, no siempre es óptima en términos de costo y eficiencia operativa, ya que no tiene en cuenta el estado actual de los equipos. Esto puede ocasionar la ejecución de actividades de mantenimiento innecesarias o, en el peor de los casos, la no detección de fallas que se producen fuera de los intervalos programados [8].

4.2.2. Política de Mantenimiento Basado en Condición

El mantenimiento basado en condición (CBM, por sus siglas en inglés) se enfoca en realizar intervenciones de mantenimiento únicamente cuando sea necesario, apoyándose en el monitoreo continuo de los parámetros de rendimiento de los equipos y en las condiciones operativas reales. Este enfoque se basa en la información obtenida mediante técnicas de monitoreo en tiempo real, como el análisis de vibraciones, emisiones acústicas o propiedades del lubricante, lo que permite evaluar el estado de salud de los activos y anticipar el deterioro funcional [17].

El CBM puede implementarse a través de tres enfoques de inspección: continuo, periódico y no periódico. El monitoreo continuo se realiza de manera constante y automática, utilizando dispositivos especializados, como sensores de vibración y acústicos, que permiten la supervisión continua del sistema. Estos dispositivos emiten alertas cuando se detecta ciertos niveles de degradación, lo que permite realizar mantenimiento solo cuando es necesario, eliminando así actividades de inspección y mantenimiento innecesarias. Este enfoque es ideal para sistemas críticos, como plantas nucleares o componentes aeroespaciales, donde la seguridad es clave. Sin embargo, su principal inconveniente es el alto costo y el riesgo de ruido en los datos, lo que puede afectar la precisión del diagnóstico [7], [8], [17].

El monitoreo periódico, por otro lado, se realiza a intervalos predefinidos, utilizando equipos portátiles o inspecciones visuales. Este enfoque es más económico, pero puede resultar en la pérdida de información relevante sobre fallas que ocurren entre los intervalos de inspección. En sistemas donde el monitoreo continuo no es viable, como tuberías subterráneas o ciertos equipos industriales, el monitoreo periódico sigue siendo la opción más adecuada [8], [17].

Finalmente, el monitoreo no periódico ofrece una alternativa flexible, donde las inspecciones se realizan de acuerdo con el deterioro del sistema. En este enfoque, las inspecciones se realizan menos frecuentemente en las primeras etapas de vida del equipo y más a menudo a medida que el sistema envejece. Aunque puede generar ahorros de costos, requiere una mayor coordinación y puede aumentar el riesgo de errores humanos debido a la necesidad de reprogramar las inspecciones [17].

Cuando se implementa correctamente, un programa de CBM puede reducir significativamente los costos de mantenimiento al evitar intervenciones preventivas innecesarias. Esto no solo mejora la gestión de la salud de los equipos, sino que también contribuye a la reducción del costo total del ciclo de vida de los activos, previene fallas catastróficas y optimiza el uso de los recursos [7], [8].

4.3. Costo del ciclo de vida (LCC)

Para evaluar la rentabilidad de las diferentes estrategias de mantenimiento, se suele utilizar el enfoque costo del ciclo de vida (*Life Cycle Cost*, LCC), que se define como el coste total del sistema o producto en estudio a lo largo de su ciclo de vida completo o durante el período de estudio, el que sea más corto [18]. Este enfoque permite tomar decisiones informadas al considerar todos los costos involucrados, desde la adquisición hasta el desmantelamiento del activo.

Los costos en un análisis LCC se dividen en dos grandes categorías: los costos de capital (*CAPEX*), que incluyen el diseño, desarrollo, adquisición, instalación, capacitación, herramientas y repuestos; y los costos operativos (*OPEX*), que abarcan la mano de obra, mantenimiento planificado, almacenamiento, y los costos derivados de fallos o baja fiabilidad. Además, el análisis considera costos indirectos, como los asociados al soporte logístico, el mantenimiento correctivo, y la eliminación o reciclaje de componentes no reparables. Los principales componentes dentro del LCC incluyen los costos de investigación, diseño y desarrollo, producción y construcción del activo, los costos de operación y soporte durante su vida útil, y finalmente, los costos relacionados con la retirada o eliminación del activo al final de su ciclo de vida [14].

Un aspecto clave del análisis del LCC es su relación directa con la fiabilidad de los equipos. La fiabilidad de un sistema está estrechamente ligada a su capacidad para operar de manera continua y eficiente a lo largo de su vida útil. Un sistema se considera "*fiable*" cuando puede cumplir su función de forma segura y efectiva. Sin embargo, cuando la fiabilidad se ve afectada por fallos imprevistos, se generan costos adicionales significativos. Estos costos no solo incluyen aquellos asociados con la recuperación de la funcionalidad del equipo (mantenimiento correctivo), sino también con el impacto negativo en el proceso de producción, como pérdidas de oportunidad, interrupciones operativas, disminución de la calidad y afectaciones a la seguridad y al medio ambiente [14].

El LCC permite evaluar el impacto económico de estos fallos y, a través de una gestión adecuada de la fiabilidad, optimizar los recursos destinados al mantenimiento preventivo y correctivo, reduciendo así los costos operativos y maximizando la eficiencia del sistema durante su ciclo de vida. Además, facilita identificar áreas de mejora en los procesos de diseño y mantenimiento, sugiriendo decisiones que pueden reducir los costos operativos. La elección de materiales, el diseño del sistema y las políticas de mantenimiento preventivo son algunos de los factores que pueden influir significativamente en la reducción de costos durante el ciclo de vida de un sistema [12], [14].

En resumen, el LCC es una herramienta esencial para la gestión de activos, ya que proporciona un enfoque integral y de largo plazo para maximizar el valor y minimizar los costos a lo largo de la vida útil de los sistemas.

4.4. Sistemas multiestado

Algunos sistemas tienen la capacidad de operar con diferentes niveles de eficiencia, conocidos como tasas de rendimiento. Estos sistemas, que pueden presentar varios estados operativos, se denominan sistemas multiestado. Por definición, se dice que un sistema es multiestado (*Multi-state system*, MSS) si el sistema y sus componentes poseen diferentes tasas de rendimiento. En comparación con los sistemas con componentes binarios, los MSS permiten una representación más detallada de la operación de los sistemas, considerando distintos niveles de desempeño y fallos parciales, lo que facilita una gestión más precisa de los recursos y estrategias de mantenimiento [19].

4.4.1. Redundancia

La redundancia en un sistema implica la adición de componentes o unidades extras para incrementar su fiabilidad, superando el número mínimo necesario para su operación. En un sistema en serie no existe redundancia, dado que la falla de cualquier componente ocasiona la falla total del sistema. En cambio, en un sistema paralelo, al contar con múltiples componentes, la falla de uno o varios de ellos no necesariamente provoca la falla global del sistema, lo que introduce redundancia. Los sistemas de tipo k -out-of- n , paralelo-serie y serie-paralelo presentan redundancia, ya sea de manera explícita o implícita. En los sistemas paralelos, la fiabilidad mejora conforme se añaden más componentes, aunque en sistemas con más de dos estados, existe un número óptimo de componentes que maximiza la fiabilidad, lo que demuestra que aumentar simplemente el número de unidades no garantiza una mejora continua en el desempeño del sistema [6].

4.4.1.1. Paralelo-Serie y Serie-Paralelo

Las configuraciones paralelo-serie y serie-paralelo combinan elementos de los sistemas en serie y en paralelo para optimizar la fiabilidad global del sistema. En un sistema paralelo-serie, existen m caminos paralelos, cada uno de los cuales contiene n unidades conectadas en serie. La fiabilidad de cada camino paralelo depende de la fiabilidad de los componentes en serie dentro de él [6]. En la Figura 4.2 se ilustra un diagrama de este tipo de configuración.

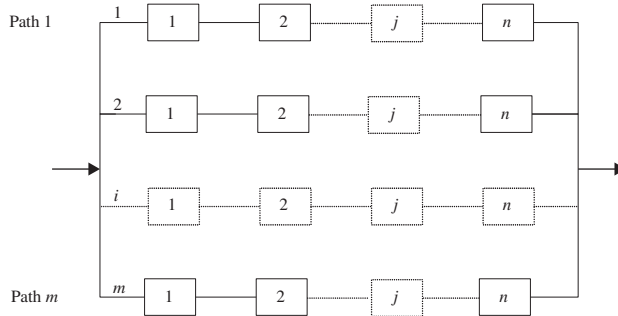


Figura 4.2: Un sistema paralelo-serie.

(Fuente: [6].)

Por otro lado, un sistema serie-paralelo está compuesto por n subsistemas dispuestos en serie, y dentro de cada subsistema, los componentes están organizados en paralelo, con m unidades en paralelo por subsistema. La fiabilidad de este sistema se calcula considerando primero la fiabilidad de los componentes dentro de cada subsistema paralelo y luego combinándola con la fiabilidad de los subsistemas dispuestos en serie [6]. La configuración descrita se representa gráficamente en la Figura 4.3.

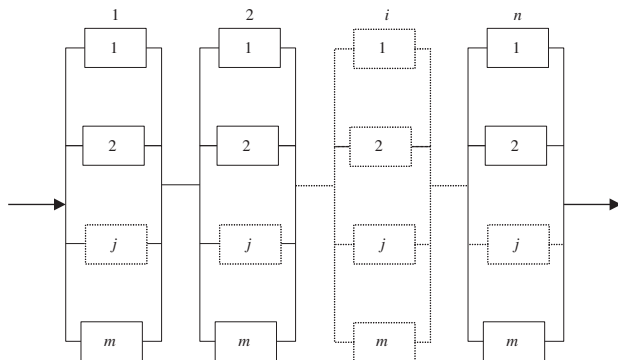


Figura 4.3: Un sistema serie-paralelo.

(Fuente: [6].)

Ambas configuraciones permiten una combinación de redundancia y fiabilidad, donde el fallo de algunos componentes puede no afectar al rendimiento del sistema completo, dependiendo de cómo estén dispuestos en paralelo y serie.

4.4.1.2. Sistemas k -out-of- n

Los sistemas del tipo k -out-of- n han sido objeto de amplio estudio debido a su relevancia en el modelado de arquitecturas redundantes. A partir de esta estructura, se han desarrollado principalmente dos enfoques generalizados. El primero corresponde a los modelos basados en componentes, en los que la disponibilidad del sistema se determina en función del número de componentes que se encuentran operativos, siendo k el umbral mínimo requerido para que el sistema funcione adecuadamente [20], [21].

El segundo enfoque comprende los modelos ponderados, en los cuales cada componente aporta un nivel específico de rendimiento en función de su estado operativo. En este caso, el desempeño global del sistema se evalúa mediante la suma de las contribuciones individuales de los componentes; si dicha suma supera el umbral definido por k , se considera que el sistema está disponible [3], [22].

4.4.2. Métodos de Modelación

Entre las metodologías más empleadas para la evaluación de la disponibilidad de MSS, destacan la técnica de la función generadora universal (UGF) y el algoritmo recursivo (RA). Ambas herramientas han demostrado ser eficaces en el análisis sistemas basados en pesos, en las que los componentes poseen capacidades o pesos asociados [23]-[26].

Otros enfoques ampliamente utilizados incluyen procesos estocásticos como los procesos de Markov [3], [27], procesos Semi-Markov [28] y procesos de renovación [29], así como otras variantes [30]. Además, las simulaciones de Monte Carlo [31] y las redes de Petri [9] también se emplean con frecuencia, e incluso se combinan con cadenas de Markov en diversos estudios [32], [33].

4.4.2.1. Función generadora universal (UGF)

La función generadora universal (*universal generating function*, UGF), introducida por Ushakov [34] en 1986 con el propósito de reducir la complejidad computacional del MSS, es una herramienta de operación para variables aleatorias discretas. Su aplicación se ha extendido ampliamente en estudios de confiabilidad y disponibilidad de MSS, dada su capacidad para facilitar el modelado matemático, acelerar los procesos de cálculo y simplificar la implementación numérica en entornos computacionales [35]-[37].

La UGF de un sistema es una función polinómica denotada por $U_s(z)$ que define la distribución del rendimiento de salida del sistema. Relaciona la probabilidad P_j del estado j con el rendimiento G_j del sistema en el estado j , de la siguiente forma:

$$U_s(z) = \sum_{j=1}^J P_j z^{G_j} \quad (4.1)$$

donde J es el estado máximo posible del sistema. El estado j del sistema corresponde a una determinada combinación de los estados de los componentes [38].

En la teoría de UGF, los operadores de composición Ω permiten combinar las *u-funciton* de n v.a. independientes para obtener la UGF de la salida de una función de estructura/propiedad arbitraria $\phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$. A diferencia del producto polinomial clásico, estos operadores definen reglas específicas que preservan las relaciones funcionales y probabilísticas entre los componentes. Así, los operadores de composición son esenciales para modelar el comportamiento agregado de sistemas complejos dentro de este enfoque [35].

4.4.2.2. Procesos de Markov

Un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias $Z = \{Z_t \mid t \in T\}$, definido en un espacio de probabilidad dado, indexado por t , donde t varía en un conjunto de índices T [39].

Un proceso de markov es un tipo especial de proceso estocástico, cuyo comportamiento probabilístico futuro está determinado únicamente por la condición actual del proceso. Por ello, se dice que estos procesos no tienen memoria. Denotando por $I = \{0, 1, 2, \dots\}$ el espacio de estados del proceso y $T = [0, \infty)$ su conjunto de indexación, un proceso estocástico $Z = \{Z_t \mid t \geq 0\}$ es una cadena de Markov en tiempo continuo (CTMC) si para todos los enteros (estados) n , y para cualquier secuencia $t_0, t_1, \dots, t_n, t_{n+1}$ tal que $t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1}$ se cumple:

$$\mathbb{P}(Z_{t_{n+1}} = z_{n+1} \mid Z_{t_n} = z_n, Z_{t_{n-1}} = z_{n-1}, \dots, Z_{t_0} = z_0) = \mathbb{P}(Z_{t_{n+1}} = z_{n+1} \mid Z_{t_n} = z_n) \quad (4.2)$$

El comportamiento del proceso es caracterizado por el vector de probabilidad de estado inicial dado por $\mathbb{P}(Z_0 = k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ y las probabilidades de transición:

$$p_{i,j}(v, t) = \mathbb{P}(Z_t = j \mid Z_v = i), \quad i, j = 0, 1, 2, \dots; 0 \leq v \leq t \quad (4.3)$$

con:

$$\sum_{j \in I} p_{i,j}(v, t) = 1 \quad \forall i \in I; 0 \leq v \leq t \quad (4.4)$$

La ecuación (4.3) representa la probabilidad estar en el estado j al tiempo t , dado que se comienza en el estado i al tiempo v [39].

Cuando una cadena de Markov es homogénea, dicha probabilidad depende únicamente de la diferencia de tiempo $t - v$. Así, la probabilidad condicional queda:

$$p_{i,j}(t) = \mathbb{P}(Z_{t+v} = j \mid Z_v = i) = \mathbb{P}(Z_t = j \mid Z_0 = i), \quad \text{para cualquier } v \geq 0 \quad (4.5)$$

Esto denota la probabilidad de estar en el estado j después de un intervalo de largo t , dado que el estado actual es i . Nótese que la expresión anterior solo depende del largo de t pero no del momento en específico v en que comienza este intervalo [39].

Si en la ecuación (4.3) se condiciona en que el proceso pasa por un estado k al tiempo u ($t < t + u$) y empleando la propiedad Markoviana (4.2), se obtiene la ecuación de Chapman-Kolmogorov:

$$p_{i,j}(v, t) = \sum_{k \in I} p_{i,k}(v, u) p_{k,j}(u, t), \quad \forall i, j \in I, 0 \leq v < u < t \quad (4.6)$$

Esta ecuación es difícil de utilizar directamente en términos prácticos. Por ello, se recurre a un enfoque alternativo que permite establecer un sistema de ecuaciones diferenciales capaz de describir la evolución de las probabilidades de transición entre estados.

Para avanzar en esta dirección, se define una v.a. T_i que describe el tiempo hasta que ocurre una transición fuera del estado i . Dado que el proceso es homogéneo en el tiempo y cumple la propiedad Markoviana (4.2), se puede analizar la probabilidad condicional $\mathbb{P}(T_i > v + t \mid Z_0 = i)$, con $v > 0, t > 0$. Al condicionar en el evento $T_i > v$, se obtiene:

$$\mathbb{P}(T_i > v + t \mid Z_0 = i) = \mathbb{P}(T_i > t \mid Z_0 = i) \mathbb{P}(T_i > v \mid Z_0 = i) \quad (4.7)$$

Es posible demostrar que esta ecuación se satisface si o solo si $\mathbb{P}(T_i > v + t | Z_0 = i) = e^{-\mu_i t}$ para algún parámetro $\mu_i > 0$ y $t > 0$. Por lo tanto, el tiempo de residencia en el estado i tiene una distribución exponencial, y con ello, cuenta con la propiedad "memoryless" [40].

Considerando $q_{i,j}$ como el parámetro de la distribución exponencial asociada a la transición desde el estado i al j , y $q_i = \sum_{j \neq i} q_{i,j}$ el parámetro de la distribución del tiempo de permanencia en el estado i . La probabilidad de que ocurra una transición fuera del estado i durante un intervalo Δt está dada por $\mathbb{P}(T_i \leq \Delta t | Z_0 = i) = 1 - e^{-q_i \Delta t}$. Mientras que la probabilidad de transitar hacia un estado j , una vez que se ha salido del estado i , durante Δt es $\mathbb{P}(Z_{\Delta t} = j | T_i \leq \Delta t, Z_0 = i) = \frac{q_{i,j}}{q_i}$. Entonces, la probabilidad de transitar del estado i a j en un intervalo infinitesimal Δt es:

$$\begin{aligned} p_{i,j}(\Delta t) &= \mathbb{P}(Z_{\Delta t} = j | Z_0 = i) \\ &= \mathbb{P}(Z_{\Delta t} = j | T_i \leq \Delta t, Z_0 = i) \mathbb{P}(T_i \leq \Delta t | Z_0 = i) \\ &= \frac{q_{i,j}}{q_i} (1 - e^{-q_i \Delta t}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Considerando que se está interesado en un tiempo $\Delta t \rightarrow 0$, empleando aproximación en series de Taylor:

$$\begin{aligned} e^{-q_i \Delta t} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-q_i \Delta t)^n}{n!} \\ &= 1 - q_i \Delta t + \frac{(-q_i \Delta t)^2}{2!} + \frac{(-q_i \Delta t)^3}{3!} + \dots \\ &= 1 - q_i \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned}$$

Con $o(\Delta t) = \frac{(-q_i \Delta t)^2}{2!} + \frac{(-q_i \Delta t)^3}{3!} + \dots$ una función de Δt que se acerca a cero más rápido que Δt , i.e., $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ [40]. Consecuentemente, de la ecuación (4.8):

$$\begin{aligned} p_{i,j}(\Delta t) &= \frac{q_{i,j}}{q_i} (1 - e^{-q_i \Delta t}) \leftrightarrow p_{i,j}(\Delta t) = \frac{q_{i,j}}{q_i} (1 - 1 + q_i \Delta t - o(\Delta t)) \\ &\leftrightarrow p_{i,j}(\Delta t) = q_{i,j} \Delta t - \frac{q_{i,j} o(\Delta t)}{q_i} \\ &\leftrightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{i,j}(\Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q_{i,j} \Delta t}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q_{i,j} o(\Delta t)}{\Delta t} = q_{i,j} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Además:

$$\begin{aligned} p_{j,j}(\Delta t) &= \mathbb{P}(T_j > \Delta t | Z_0 = j) = e^{-q_j \Delta t} \leftrightarrow p_{j,j}(\Delta t) = 1 - q_j \Delta t + o(\Delta t) \\ &\leftrightarrow 1 - p_{j,j}(\Delta t) = q_j \Delta t - o(\Delta t) \\ &\leftrightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - p_{j,j}(\Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q_j \Delta t}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = q_j \end{aligned} \quad (4.10)$$

Estos resultados formalizan la interpretación de $q_{i,j}$ como la tasa instantánea de transición desde el estado i al estado j , mientras que $q_i = \sum_{j \neq i} q_{i,j}$ corresponde a la tasa total con la que el proceso abandona el estado i . En efecto, los límites $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{i,j}(\Delta t)}{\Delta t}$ y $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - p_{j,j}(\Delta t)}{\Delta t}$ capturan el comportamiento local del proceso en tiempos infinitesimales, permitiendo cuantificar la rapidez con la que ocurren las transiciones entre estados.

A partir de las propiedades del proceso y de las tasas de transición previamente establecidas, se sigue con el procedimiento que conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales. Este enfoque permite describir la evolución

temporal de las probabilidades de transición, facilitando su análisis y cálculo en contextos concretos. Como punto de partida, para una CTMC homogénea es posible plantear la ecuación de Chapman-Kolmogorov (4.6) como:

$$\begin{aligned} p_{i,j}(t + \Delta t) &= \sum_{k \in I} p_{i,k}(t) p_{k,j}(\Delta t), \quad \text{for } t, \Delta t \geq 0 \\ &= \sum_{k \neq j} p_{i,k}(t) p_{k,j}(\Delta t) + p_{i,j}(t) p_{j,j}(\Delta t) \end{aligned}$$

Así:

$$\begin{aligned} \frac{p_{i,j}(t + \Delta t) - p_{i,j}(t)}{\Delta t} &= \sum_{k \neq j} p_{i,k}(t) \frac{p_{k,j}(\Delta t)}{\Delta t} + p_{i,j}(t) \frac{p_{j,j}(\Delta t)}{\Delta t} - \frac{p_{i,j}(t)}{\Delta t} \\ &= \sum_{k \neq j} p_{i,k}(t) \frac{p_{k,j}(\Delta t)}{\Delta t} + p_{i,j}(t) \left(\frac{p_{j,j}(\Delta t) - 1}{\Delta t} \right) \end{aligned}$$

Tomando límite $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\frac{\partial p_{i,j}(t)}{\partial t} = \sum_{k \neq j} p_{i,k}(t) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{k,j}(\Delta t)}{\Delta t} - p_{i,j}(t) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - p_{j,j}(\Delta t)}{\Delta t} \quad (4.11)$$

Reemplazando (4.9) y (4.10) en (4.11) se obtiene la ecuación directa de Kolmogorov:

$$\frac{\partial p_{i,j}(v, t)}{\partial t} = \left(\sum_{k \neq j} p_{i,k}(v, t) q_{k,j} \right) - p_{i,j}(v, t) q_j \quad (4.12)$$

Definiendo la matriz generadora infinitesimal $\mathbf{Q} = [q_{i,j}]$ cuyos elementos de la diagonal son $q_{i,i} = -q_i$. Cabe señalar que para el caso de una Cadena de Markov no-homogénea, las tasas $q_j(t)$ son dependientes del tiempo [39]. Así, la ecuación directa de Kolmogorov en términos matriciales es:

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{P}(t)\mathbf{Q} \quad (4.13)$$

La solución de este sistema permite calcular las probabilidades de transición entre estados en función del tiempo. A partir de estas probabilidades, es posible determinar la distribución de estados del sistema en un instante dado. Para ello, se define $\pi_j(t)$ como la probabilidad de que el sistema esté en el estado j en el tiempo t . i.e. $\pi_j(t) = \mathbb{P}(Z_t = j)$. Usando el teorema de probabilidad total, condicionando en la probabilidad inicial, entonces:

$$\pi_j(t) = \sum_{i \in I} p_{i,j}(0, t) \pi_i(0) \quad (4.14)$$

Esta expresión vincula directamente la evolución temporal de la distribución de estados con las probabilidades de transición obtenidas previamente. Diferenciando ambos lados de la ecuación (4.14) en t y empleando (4.12), se tiene:

$$\frac{d\pi_j(t)}{dt} = \sum_{i \neq j} \pi_i(t) q_{i,j} + \pi_j(t) q_j \quad (4.15)$$

En términos matriciales:

$$\frac{d\vec{\pi}(t)}{dt} = \vec{\pi}(t)\mathbf{Q}(t) \quad (4.16)$$

cuya solución, dada la condición inicial $\vec{\pi}(0)$ y empleando aproximación por serie de potencias, es:

$$\vec{\pi}(t) = \vec{\pi}(0)e^{\mathbf{Q}t} = \vec{\pi}(0) \left(\mathbf{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{Q}^n t^n}{n!} \right) \quad (4.17)$$

Esto permite realizar un análisis transitorio de la cadena, i.e., cómo varía la distribución de probabilidad a lo largo del tiempo.

Más allá del análisis transitorio, resulta de interés estudiar el comportamiento del sistema en el largo plazo. En particular, para una CTMC ergódica, existe un comportamiento estacionario de $\pi_j(t)$, $j \in I$, que es independiente del tiempo t :

$$\pi_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_j(t), \quad i, j \in I \quad (4.18)$$

En el límite $t \rightarrow \infty$, cuando la distribución de probabilidad deja de variar con el tiempo, i.e., cuando $\frac{d\vec{\pi}(t)}{dt} = 0$, se dice que la cadena ha alcanzado un estado estacionario [40]. En este caso, reemplazando en (4.16) es posible plantear el sistema de ecuaciones:

$$\vec{\pi}\mathbf{Q} = 0 \quad (4.19)$$

$$\sum_j \pi_j = 1 \quad (4.20)$$

en donde la condición (4.20) permite determinar una única solución. Si las probabilidades $\pi_j, j \in I$ de dicha solución son estrictamente positivas e independientes de la condición inicial, $\vec{\pi}$ se denomina distribución en estado estacionario o de equilibrio [39], [40].

4.4.2.3. Procesos Semi-Markov

Un proceso Semi-Markov (SMP) es una generalización de las cadenas de Markov de tiempo continuo y discreto que permite funciones de distribución del tiempo de permanencia arbitrarias, que pueden depender tanto del estado actual como del estado al que se va a visitar a continuación. Formalmente, es un proceso $Z = \{Z_t | t \geq 0\}$ definido por:

$$Z_t = J_{N(t)} = J_n, \quad \text{if } S_n \leq t < S_{n+1}, \quad t \geq 0 \quad (4.21)$$

donde $N(t), t \geq 0$ es el proceso de conteo de saltos definido como $N(t) = \sup\{n \geq 0 | S_n \leq t\}$, dando el número de saltos del proceso de renovación de Markov en el intervalo de tiempo $(0, t]$; S_n son los tiempos de salto y J_n son los estados visitados del proceso de Renovación de Markov incorporado de Z . Según la definición de SMP, el proceso solo cambia de estado en las épocas de regeneración de Markov S_n [41].

Para analizar el comportamiento en estado estacionario (o valores esperados) de un modelo SMP, existe un método simple llamado el método de dos etapas. Este describe un modelo SMP utilizando la matriz de probabilidad de transición en un paso para la Cadena de Markov incorporada (*Embedded Markov chain*, EMC) del modelo SMP $\mathbf{P} = [p_{i,j}]_{n \times n} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{Q}(t)$, y $H_i(t) = \sum_j Q_{i,j}(t)$ que es la distribución del tiempo de permanencia en el estado i [42].

Este método considera las transiciones del SMP como ocurrencias en dos etapas: en la primera etapa, el sistema permanece en el estado i por algún tiempo, el tiempo medio de permanencia en el estado i es $\tau_i = \int_0^{\infty} (1 - H_i(t))dt$. Luego, en la segunda etapa, el sistema se mueve al estado j con probabilidad $p_{i,j}$. Cuando este método se aplica al análisis en estado estable del SMP, primero se calcula el vector de probabilidad en estado estable del EMC usando la ecuación $\vec{v} = \vec{v}\mathbf{P}$. Dado el vector de tiempo medio de permanencia $\vec{\tau}$, el vector de probabilidad en estado estable del SMP $\vec{\pi}$ se puede escribir como:

$$\pi_j = \frac{v_j \tau_j}{\sum_{k=0}^n v_k \tau_k} \quad (4.22)$$

Lo cual es la proporción entre el tiempo pasado en el estado i sobre el tiempo total [42].

4.4.2.4. Simulación Monte Carlo

Los métodos de simulación, y en particular los basados en el enfoque de Monte Carlo, se han consolidado como herramientas clave para modelar sistemas complejos en los que los enfoques analíticos tradicionales pueden resultar inadecuados o de difícil aplicación. Estos métodos son ampliamente utilizados en el análisis de la fiabilidad de componentes técnicos y sistemas, donde se busca estimar el comportamiento bajo diversas condiciones inciertas, así como en la evaluación de riesgos y rendimiento de sistemas en ingeniería [31], [32], [43].

Las simulaciones Monte Carlo (MCS) se basan en la generación de muestras aleatorias provenientes de distribuciones de probabilidad específicas, permitiendo la evaluación de parámetros estadísticos relevantes de sistemas complejos a través de un proceso iterativo de simulación. Uno de los métodos más utilizados para generar dichas muestras es el método de la transformada inversa.

Para ilustrar este procedimiento, se considera una variable aleatoria X cuya función de distribución acumulada (CDF, por sus siglas en inglés) es F . El objetivo del muestreo consiste en generar valores que sigan la distribución definida por $F(x)$. Para ello, se emplean números aleatorios generados mediante $u \sim U(0, 1)$, i.e., extraídos de una distribución uniforme en el intervalo $[0, 1]$, y se aplica la transformada inversa de la CDF, obteniendo las muestras mediante la relación:

$$x = F^{-1}(u) \quad (4.23)$$

Este procedimiento garantiza que los valores generados sigan la distribución deseada. En la Figura 4.4 se ilustra el método [44].

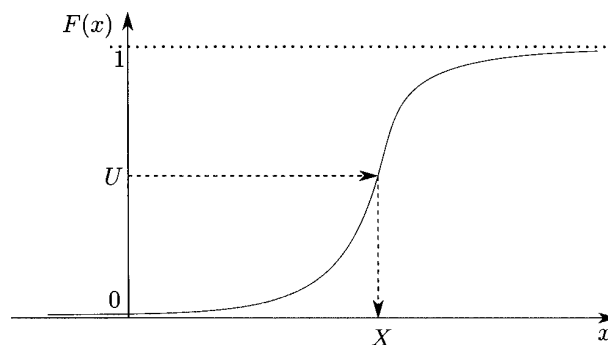


Figura 4.4: Método de Transformada Inversa.

(Fuente: [44].)

Las muestras generadas deben mostrar una distribución cuyo histograma se aproxime a la función de densidad de probabilidad $f(x)$, siendo $f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$. Además, es fundamental que las muestras generadas sean estadísticamente independientes, ya que la dependencia entre ellas puede introducir sesgos y comprometer la validez de los resultados. En

el caso de utilizar generadores pseudoaleatorios, cuya naturaleza implica secuencias periódicas, es igualmente crucial que el período sea suficientemente largo. Esto permite evitar la aparición de patrones o repeticiones tempranas que podrían afectar la representatividad de la simulación.

4.5. Problema de asignación de redundancia (RAP)

Fyffe et al. [45] introdujeron por primera vez el Problema de asignación de redundancia (*Redundancy Allocation Problem*, RAP) en 1968, con el objetivo de maximizar la confiabilidad del sistema mediante la asignación óptima de componentes a cada subsistema, bajo restricciones de costo y peso. Desde entonces, numerosos estudios han ampliado este enfoque incorporando una variedad de supuestos para reflejar condiciones más realistas. Estas extensiones han considerado factores como la estructura del sistema, las características y niveles de desempeño de los componentes, la dependencia temporal de las tasas de falla, y diversas estrategias de implementación de redundancia.

4.5.1. Metaheurísticas

Este tipo de problemas son de tiempo polinomial no determinista (NP-hard), lo que significa que el tiempo para examinar todas las posibles soluciones será extremadamente largo [46]. Esto ha llevado a los investigadores a recurrir a enfoques metaheurísticos para obtener soluciones en un plazo razonable. Dado el tiempo prohibitivo requerido para evaluar todas las soluciones posibles, los algoritmos metaheurísticos universales como GA [27], [47], Optimización de enjambre de partículas (PSO) [48], Algoritmo de colonias de abejas artificiales (ABC) [49], etc. [31], [50], se emplean comúnmente para explorar eficientemente el espacio de soluciones [51].

4.5.1.1. Algoritmo Genético (GA)

El Algoritmo Genético (GA) es un método de optimización inspirado en la teoría de la evolución natural. Adoptado por Holland [52] en su estudio sobre sistemas adaptativos y artificiales, este algoritmo resuelve problemas complejos utilizando conceptos de la biología evolutiva, como la selección natural, la recombinación genética y la mutación. En un GA, las soluciones se representan como cadenas de caracteres, y mediante operaciones de manipulación de estas cadenas, como el cruce, la mutación y la selección, se busca evolucionar una población de soluciones hacia una mejor respuesta. El proceso iterativo del algoritmo continúa hasta que se cumplen los criterios de detención previamente definidos, como un número máximo de iteraciones o una solución suficientemente buena [47].

4.5.1.2. Optimización de enjambre de partículas (PSO)

El Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas (*Particle Swarm Optimization*, PSO), desarrollado por Kennedy y Eberhart [53], se basa en el comportamiento colectivo de animales que evolucionan a través del intercambio de información dentro de un enjambre. Las soluciones potenciales se representan como partículas que se mueven a través del espacio de búsqueda, cada una de ellas influenciada tanto por su mejor posición alcanzada como por la mejor posición registrada a lo largo de la historia del enjambre. El movimiento de las partículas es determinado por dos componentes: uno determinista, relacionado con su posición anterior, y otro estocástico, que introduce aleatoriedad en el proceso de exploración.

4.5.1.3. Algoritmo de colonias de abejas artificiales (ABC)

El Algoritmo de Colonias de Abejas Artificiales (*Artificial Bee Colony algorithm*, ABC) es un algoritmo de optimización inspirado en el comportamiento colectivo de las abejas. En este modelo, la colonia se divide en tres tipos de abejas: las empleadas, que exploran fuentes de alimento conocidas; las observadoras, que eligen nuevas fuentes según la información de néctar compartida por las abejas empleadas; y las exploradoras, que realizan búsquedas aleatorias para encontrar nuevas fuentes. Cada fuente de néctar representa una posible solución, y su calidad se evalúa mediante la función de aptitud, que depende del valor de la función objetivo [49], [54].

La colonia se organiza en dos mitades: una de abejas empleadas, cuya cantidad es igual al número de fuentes de alimento, y otra de abejas observadoras. Durante cada ciclo de búsqueda, las abejas empleadas evalúan el néctar de las fuentes, las observadoras eligen fuentes en función de esa información, y las exploradoras reemplazan las fuentes abandonadas con nuevas fuentes aleatorias. Este equilibrio entre exploración y explotación permite al algoritmo ABC encontrar soluciones óptimas para problemas complejos de optimización [54].

4.5.2. Revisión de trabajos previos

En la última década, se han desarrollado metodologías avanzadas para abordar variantes del RAP con mayor realismo y flexibilidad. Attar et al. [31] introdujeron un procedimiento de optimización basado en simulación para la asignación conjunta de redundancia y disponibilidad multiobjetivo en MSS reparables y distribuciones libres, empleando un algoritmo genético de clasificación no dominado (NSGA-II) y algoritmo evolutivo de Pareto (SPEA2) personalizados para resolver el problema bi-objetivo, demostrando que el NSGA-II es superior al SPEA2. Por su parte, Li et al. [28] analizaron sistemas de misión por fases que integran redundancia mixta, con componentes activos y en reserva en frío, considerando distribuciones no exponenciales mediante SMP y aplicando un GA mejorado para su optimización.

Modelos más recientes como el de Kim [55] utilizan distribuciones generalizadas de tipo fase (PHD) para representar tiempos entre fallas con mayor precisión, y combinan algoritmos genéticos paralelos con estrategias para evitar convergencias prematuras, reduciendo los costos computacionales. Sharifi y Taghipour [47] extendieron el RAP para sistemas serie-paralelo con mezcla de componentes que exhiben niveles continuos de rendimiento, maximizando la disponibilidad mediante un enfoque basado en la función generadora universal.

En el ámbito de sistemas k -out-of- n , Oszczyńska et al. [32] propusieron un análisis probabilístico y de simulación bajo condiciones dinámicas de operación, utilizando CTMC y MCS para evaluar la disponibilidad y el rendimiento, aplicándolo a sistemas de transporte reales con modelos basados en datos empíricos y evaluando la sensibilidad ante cambios en parámetros.

Una variante del RAP es el problema de asignación de redundancia de confiabilidad (*Reliability Redundancy Assignment Problem*, RRAP) cuya principal diferencia es que estos también consideran la fiabilidad de los componentes como una variable de decisión. En este sentido, Chen et al. [3] desarrollaron un modelo multiestado que combina CTMC y UGF para la optimización conjunta de disponibilidad y costos, resuelto mediante algoritmos genéticos multiobjetivo. Por su parte, Li et al. [50] evaluaron la disponibilidad y optimizaron el diseño de MSS k -out-of- n :G con un umbral de peso aleatorio, considerando como variables de decisión las distribuciones de fiabilidad y peso de los componentes, resolviendo los modelos mediante GA. Se evidenció que el enfoque UGF personalizado es más versátil y eficiente que la técnica RA en escenarios con umbrales de peso estocásticos continuos.

Otros trabajos han ampliado la gama de estrategias y configuraciones consideradas: Peiravi et al. [27] emplearon CTMC y GA para resolver RAP en configuraciones serie-paralelo con estrategias mixtas y K -mixtas, donde el número mínimo de componentes necesarios puede ser más de uno y tomar cualquier valor, mientras Zhang et al. [56] consideraron modelos k -out-of- n con redundancia activa, en espera y mixta, resolviendo un RRAP con algoritmos genéticos pseudoparalelos (PPGA). Más recientemente, Gholinezhad [48] propuso un RAP donde los componentes asignados a cada subsistema pueden ser no idénticos y permite variadas estrategias de redundancia (incluso tanto los componentes activos como en *standby* pueden ser de diferentes tipos), empleando un GA adaptado para encontrar soluciones óptimas.

Estos avances reflejan un interés creciente por abordar RAP con mayor complejidad y realismo, considerando aspectos como la heterogeneidad de componentes, múltiples estados, estrategias mixtas de redundancia y disponibilidad dinámica, con métodos computacionales cada vez más sofisticados para la optimización.

4.6. Optimización de PM y CBM

La planificación óptima del mantenimiento preventivo (PM) representa un aspecto fundamental en la ingeniería de confiabilidad, ya que incide directamente en la disponibilidad operativa, la reducción de fallas no programadas y el costo total de mantenimiento.

4.6.1. Revisión de trabajos previos

En esta línea, Eryilmaz [57] propone una política óptima de PM para sistemas ponderados k -out-of- n , considerando criterios de costo promedio y disponibilidad. Su estrategia consiste en realizar mantenimiento preventivo a los componentes deteriorados y correctivo a los defectuosos, activado ya sea por un umbral en la carga de trabajo acumulada o por las horas de uso del sistema. De forma similar, Hamdan et al. [58] abordan un sistema k -out-of- n con múltiples tipos de componentes, cada uno con diferentes distribuciones de falla, y formulan problemas de optimización para determinar tanto la composición del sistema como el momento óptimo de reemplazo, integrando la heterogeneidad de los elementos.

En un enfoque comparativo, Azadeha et al. [33] proponen un modelo de simulación basado en Markov para comparar las políticas de mantenimiento CBM, CM y PM en un sistema de generación de energía. En su modelo, se consideran dos varianzas para los errores de pronóstico: una para la subestimación de la vida útil restante (que puede llevar a mantenimiento preventivo innecesario) y otra para la sobreestimación (que puede ocasionar fallos prematuros). Estos errores se combinan probabilísticamente, ajustando las decisiones de mantenimiento. Los resultados destacan que la precisión en los pronósticos es crucial para la efectividad de CBM, ya que los errores de pronóstico tienen un impacto significativo tanto en la fiabilidad como en los costos.

Por su parte, Andersen y Nielsen [30] analizan sistemas en serie con múltiples componentes sometidos a deterioro estocástico mediante procesos gamma. Comparan CBM y TBM bajo dependencias económicas y estocásticas, mostrando que CBM ofrece mejores resultados en términos de costo, especialmente en sistemas heterogéneos o con alta interdependencia. No obstante, su estudio se restringe a configuraciones en serie y no contempla el impacto de inactividad.

Complementariamente, Su et al. [59] desarrollan una estrategia híbrida TBM–CBM para el mantenimiento de generadores eólicos, donde el deterioro se modela mediante ecuaciones diferenciales estocásticas con movimiento browniano. El TBM estructura el calendario de mantenimiento, mientras que el CBM permite ajustes dinámicos según el estado real del equipo, logrando un balance entre eficiencia operativa y fiabilidad. Aunque prometedora, esta estrategia está limitada a sistemas con un componente.

Otros trabajos recientes han explorado políticas oportunistas y dependencias entre componentes. Castro et al. [60] analizan un sistema mixto con componentes monitoreados y no monitoreados, proponiendo una política que aprovecha acciones correctivas y just-in-time como oportunidades para intervenir preventivamente otros elementos que superen un umbral de degradación. Para facilitar la evaluación de esta política, desarrollan un enfoque computacional eficiente basado en técnicas semi-regenerativas.

Asimismo, Oakley et al. [61] también proponen una política CBM para sistemas multicomponentes con monitoreo continuo, incorporando explícitamente la dependencia estocástica entre componentes (por compartición de carga) y la dependencia económica (por costos de configuración). Su enfoque se basa en una función de penalización que equilibra ambos efectos, logrando una reducción en los costos del ciclo de vida frente a estrategias alternativas.

Por otro lado, Zhang et al. [62] introducen un modelo avanzado para sistemas multicomponente reparables (MCRS) bajo un horizonte de planificación finito. Su propuesta, una estrategia híbrida CBOM (mantenimiento oportunista basado en condición), se apoya en la división del espacio de estados de degradación (DSSD) para facilitar la toma de decisiones. El modelo considera de forma simultánea múltiples factores relevantes: la naturaleza multicomponente del sistema, la implementación de CBM, la reparabilidad, la dependencia económica y la planificación temporal. Aunque robusto, se reconoce la necesidad de extender el análisis a configuraciones más complejas, incluyendo componentes heterogéneos y dependencias estructurales o estocásticas.

En el contexto de procesos de monitoreo continuo imperfecto, Wu et al. [9] desarrollan un modelo de redes de Petri que abarca todo el ciclo de vida de las palas de aerogeneradores, integrando procesos de degradación, inspección, monitoreo y mantenimiento. Un aporte clave del estudio es el análisis del impacto de la fiabilidad del sistema de monitoreo sobre las decisiones de mantenimiento. El modelo permite identificar errores como subestimaciones y sobreestimaciones, así como la brecha temporal asociada, y sugiere líneas futuras de investigación centradas en la inclusión de costos de mantenimiento dentro del proceso de toma de decisiones.

4.7. Optimización conjunta RAP-CBM

Aunque tradicionalmente se han abordado por separado, la asignación de redundancia y las políticas de mantenimiento presentan una fuerte interdependencia operativa. Esta relación ha motivado el desarrollo de enfoques integrados orientados a optimizar el diseño y la gestión de sistemas complejos desde una perspectiva de costo y eficiencia operativa.

En esta línea, Liu et al. [29] proponen un enfoque de optimización conjunta que combina la asignación de redundancia con una estrategia de mantenimiento imperfecto en MSS. A diferencia de estudios previos que suponen reparaciones perfectas, los autores introducen un modelo generalizado que considera el deterioro acumulativo de los componentes tras sucesivas intervenciones. Además, incorporan una política de reemplazo basada en un número predefinido de fallas y una función que vincula el costo asignado a la eficiencia de reparación, lo que permite una gestión más flexible y económica desde la etapa de diseño.

Por su parte, Hao & Zhu [63] desarrollan un modelo conjunto para sistemas k -out-of- n con compartición de carga, integrando también incertidumbre ambiental mediante un enfoque de programación estocástica con aversión al riesgo. A diferencia de los enfoques secuenciales tradicionales, su modelo considera explícitamente cómo la redistribución de carga tras una falla afecta la tasa de degradación de los componentes sobrevivientes. El estudio revela que este efecto no siempre acelera la falla del sistema, salvo en casos donde la carga adicional tiene un impacto significativo. Ignorar esta interacción puede llevar a una sobrestimación de la confiabilidad y a decisiones subóptimas tanto en el diseño como en la planificación del mantenimiento. El enfoque propuesto permite obtener soluciones más robustas frente a la variabilidad e incertidumbre operacional.

4.8. Síntesis de avances y limitaciones en la literatura

Los estudios revisados abordan la optimización de disponibilidad y redundancia en sistemas complejos mediante diferentes enfoques, como simulación, procesos de Markov, UGF y GA. Se exploran problemas de asignación de redundancia y confiabilidad, con modelos que incluyen componentes reparables, multiestado y con distribuciones no exponenciales. Además, se emplean diferentes estrategias de redundancia para optimizar el diseño del sistema bajo criterios de costo y disponibilidad. También se han considerado factores adicionales como la heterogeneidad de componentes, las dependencias económicas, estocásticas y estructurales; y la existencia de horizontes temporales finitos. Estos métodos se aplican a sistemas serie-paralelo y k -out-of- n en diversos contextos operativos y dinámicos.

Otras investigaciones han abordado la optimización de políticas de PM, evaluando la frecuencia óptima de intervención bajo criterios de costo y disponibilidad. En este contexto, se han analizado tanto estrategias basadas en el tiempo (como políticas de reemplazo por edad o por bloques) como aquellas basadas en condición, fundamentadas en el monitoreo del estado de degradación. Más recientemente, algunos estudios han propuesto modelos integrados que consideran simultáneamente la asignación de redundancia y la planificación del mantenimiento preventivo, reconociendo la interdependencia entre ambas decisiones y su efecto conjunto en el rendimiento operativo del sistema.

Pese a los avances en la literatura, persisten brechas relevantes: los modelos suelen abordar por separado la asignación de redundancia y el mantenimiento, bajo supuestos idealizados que omiten la interacción entre diferentes tipos de intervención y sus efectos operativos. Además, aspectos prácticos como errores en el monitoreo, tiempos de respuesta y la falta de una evaluación económica integral siguen siendo poco explorados, lo que no solo limita la aplicabilidad de las soluciones propuestas en contextos reales, sino que también puede derivar en decisiones subóptimas o incluso inviables desde una perspectiva operativa.

5 | Metodología

Este capítulo presenta el marco metodológico desarrollado para abordar el problema de asignación de redundancia y establecer la política de mantenimiento en sistemas multiestado. La metodología propuesta se organiza en varias secciones claves: Modelación del sistema y sus componentes, la formulación del modelo de optimización, y la implementación de una metaheurística adecuada. A continuación, se detallan cada una de estas etapas.

5.1. Modelación del sistema

El sistema consta de N_T ($N_T \geq 2$) componentes multiestado de N tipos diferentes. Los estados del sistema y sus componentes se definen como estados discretos desde el funcionamiento perfecto hasta el fallo completo. Se denifen los estados del equipo tipo $i : S^{(i)} = \{0, 1, 2, \dots, M^{(i)}\}$ donde $M^{(i)}$ representa el peor estado de funcionamiento (menor rendimiento) y 0 el estado de falla completo. La cantidad total de estados posibles en los componentes tipo i es $M^{(i)} + 1$ mientras que el número total de estados operables es $M^{(i)}/2$. La capacidad del equipo tipo i en el estado operable j se denota como $g_j^{(i)}$, la cual va disminuyendo según se degrada el componente ($g_2^{(i)} > g_4^{(i)} > g_6^{(i)} > \dots$). Dado que en el estado 0 el equipo ha fallado, se tiene $g_0^{(i)} = 0$.

En un sistema k -out-of- n ponderado el rendimiento de este depende de la capacidad individual de cada componente. Las fallas, degradaciones ó intervenciones por mantenimiento provocan un cambio en su estado y con ello cambian la productividad del sistema. Definiendo como $s = 1, \dots, M_s$ los estados posibles del sistemas los cuales representan todas las combinaciones posibles que pueden realizarse considerando N equipos, cada uno con $M^{(i)}$ estados. Este tipo de sistema funciona si su rendimiento G_s en el estado s es mayor o igual una demanda dada W .

En la Figura 5.1 se muestra una ilustración del sistema considerado teniendo en cuenta diferentes tipos de equipos asignados.

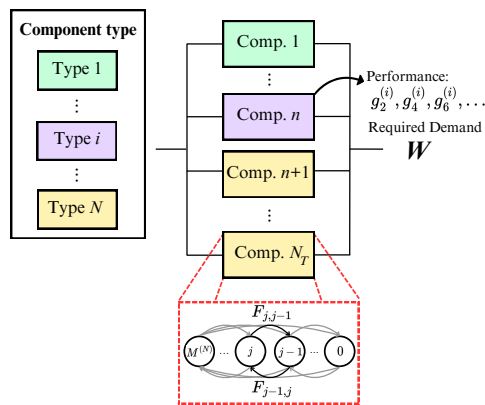


Figura 5.1: Ilustración sistema k -out-of- n ponderado con diferentes tipos de equipos asignados.

(Fuente: Elaboración propia.)

El espacio de estados de un componente de tipo i puede partitionarse en tres subconjuntos disjuntos que representan sus condiciones operativas: los estados operables $S_{OP}^{(i)} = \{2m | m = 1, \dots, M^{(i)}/2\}$, donde el componente se encuentra en funcionamiento; los estados de mantenimiento preventivo $S_{PM}^{(i)} = \{2m - 1 | m = 1, \dots, M^{(i)}/2\}$, en los que está detenido por una intervención programada; y los estados de mantenimiento correctivo $S_{CM}^{(i)} = \{0\}$, correspondientes a fallas que requieren reparación. Esta clasificación facilita el modelado del comportamiento dinámico del componente.

En cuanto a las acciones de mantenimiento, se consideran dos tipos, siendo estas correctivas y preventivas: Las intervenciones correctivas se aplican tras una falla y devuelven al componente a un estado equivalente al nuevo. En contraste, las acciones preventivas se ejecutan de forma programada antes de que ocurra una falla, y pueden clasificarse como perfectas, imperfectas o reparaciones menores. Las intervenciones preventivas perfectas conducen al estado completamente nuevo mientras que las imperfectas generan una mejora parcial en las condiciones del componente, pudiendo reducir su tasa de fallas sin restaurarlo completamente a su condición original.

Por otro lado, las acciones preventivas menores no modifican el estado del componente, es decir, el equipo permanece en el mismo nivel de desempeño. No obstante, tienen un efecto rejuvenecedor en términos probabilísticos, ya que reinician la evolución del deterioro dentro del mismo estado, disminuyendo temporalmente la probabilidad de falla.

El resultado de las acciones preventivas está sujeto a una probabilidad de ser perfecta, imperfecta o menor, siendo $\sum_{k \in S_k^{(i)}} P_{jk}^{(i)} = 1$ para cada estado $j \in S_{PM}^{(i)}$ del componente tipo i , donde $S_k^{(i)} \subseteq S_{OP}^{(i)}$ es el conjunto de estados operables que se pueden acceder desde el estado j . Así, para $k = 2$ la intervención es perfecta, $k < j$ es imperfecta y $k = j + 1$ entonces es una reparación menor.

En cuanto a la incertidumbre asociada al sistema de monitoreo continuo, se incorpora un esquema probabilístico que modela los errores de detección. En particular, cuando el estado real del componente coincide con el umbral de intervención, el sistema de monitoreo emite correctamente una alerta con una probabilidad de $P_{correct}$. Adicionalmente, existe una probabilidad de P_{over} de que el sistema sobreestime el nivel de degradación, identificando erróneamente un estado más deteriorado del real, lo que puede generar una alerta anticipada. En caso de que no se detecte la condición crítica cuando el componente alcanza el umbral, y este continúa degradándose más allá de dicho punto, se asume que el sistema emitirá la alerta con certeza, representando una subestimación del estado real.

Una vez que se genera una alerta, se define un tiempo de retardo, que es el intervalo entre la recepción de la alerta y el momento en que se inicia la intervención. Durante este período, existe la posibilidad de que el componente falle o sufra una mayor degradación antes de ser intervenido.

Respecto a las transiciones, se consideran funciones de distribuciones libres, mientras que para representar aquellas que ocurren cuando ha transcurrido un tiempo $t_{parameter}$ dado se emplean funciones escalón de Heaviside como distribuciones de probabilidad acumulada denotandolas por $D(t_{parameter})$.

$$D(t_{parameter}) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_{parameter} \\ 1 & \text{si } t \geq t_{parameter} \end{cases} \quad (5.1)$$

En la Figura 5.2 se presenta un diagrama de estados y sus transiciones para un equipo cualquiera. La notación de los parámetros por tipo de equipo i es:

- $y_j^{(i)}$: Variable binaria, 1 si se establece como umbral de degradación el estado j en componentes del tipo i , 0 en caso contrario, $j \in S_{OP}^{(i)}$.
- $F_{j,k}^{(i)}$: Función de distribución acumulada libre para transitar desde el estado j al estado k en los componentes tipo i .
- $P_{j,k}^{(i)}$: Probabilidad de realizar una mantención preventiva que conduzca del estado j al estado k en componentes tipo i .

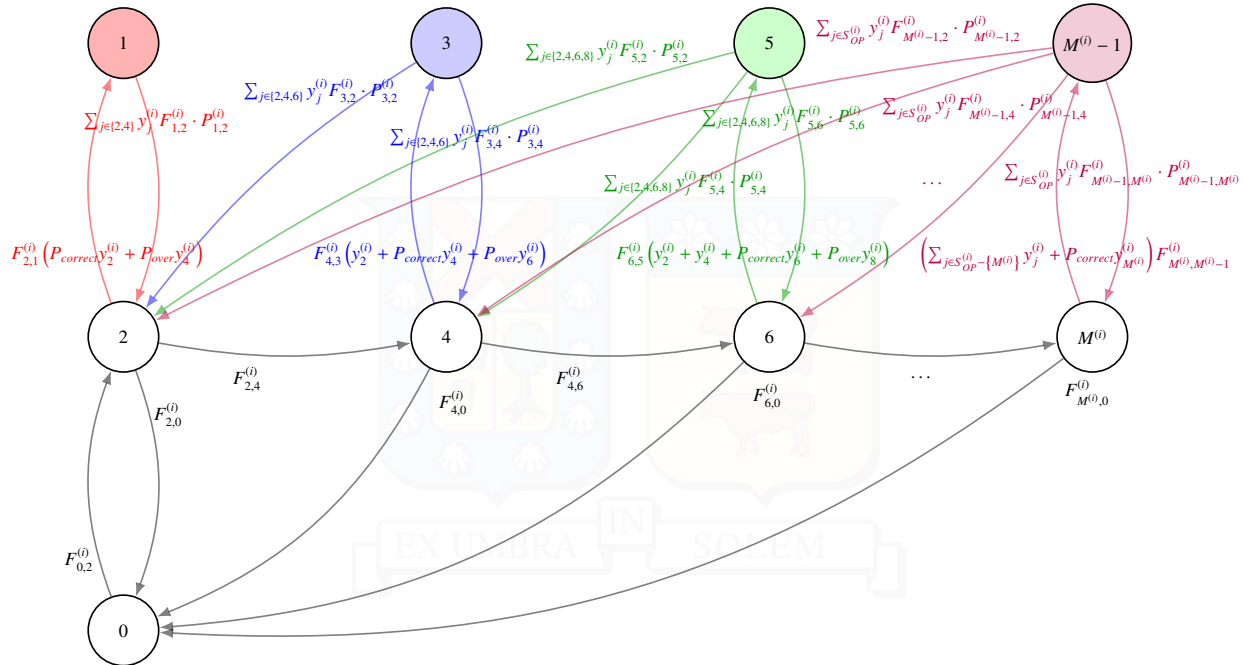


Figura 5.2: Diagrama de estados por componente.

(Fuente: Elaboración propia.)

5.1.1. Modelación componentes multiestado

Cada equipo es representado mediante un proceso Semi-Markov (SMP) el cual es una generalización de las Cadenas de Markov de tiempo continuo y discreto que permite funciones arbitrarias de distribución de tiempo de estancia, generalmente dependiendo tanto del estado actual como del estado que se visitará a continuación.

Basado en SMP, se analiza la disponibilidad en estado estacionario de un componente. Para obtener una solución numérica del modelo SMP se emplea una estrategia de dos etapas [42], siendo estas:

- Etapa 1: Se evalúa la matriz de probabilidad de transición de un paso de una Cadena de Markov incorporada (*Embedded Markov chain*, EMC) del modelo SMP, que se utiliza para obtener las probabilidades estado estacionario del EMC.
- Etapa 2: Se determina el tiempo de permanencia (*sojourn time*) en cada estado del modelo SMP y se obtienen las probabilidades de estado estacionario utilizando las probabilidades de estado estacionario del EMC y su tiempo de permanencia.

Antes de presentar el procedimiento para obtener la solución numérica del modelo SMP a largo plazo, se introducen los procesos estocásticos involucrados. Sean $(Z^{(i)}(t), t \in \mathbb{R}_+)$ procesos Semi-Markovianos con espacios de estados finito $S^{(i)}$, que representan la condición operativa de cada componente del tipo i . Asimismo, se definen los procesos de renovación de Markov $(J_n^{(i)}, S_n^{(i)}, n \geq 0)$, correspondientes a la cadena de Markov incrustada (EMC) en $Z^{(i)}$, donde $S_0 \leq S_1 \dots$ son los tiempos de salto y J_n los estados sucesivos visitados en $S^{(i)}$. Estos procesos satisfacen la propiedad de Markov [41].

5.1.1.1. Etapa 1: Probabilidades de EMC en estado estacionario

El modelo SMP se describe mediante su matriz Kernel $Q^{(i)}(t)$, dada como:

$$\mathbf{Q}^{(i)}(t) = \begin{pmatrix} Q_{0,0}^{(i)}(t) & Q_{0,1}^{(i)}(t) & \cdots & Q_{0,M^{(i)}}^{(i)}(t) \\ Q_{1,0}^{(i)}(t) & Q_{1,1}^{(i)}(t) & \cdots & Q_{1,M^{(i)}}^{(i)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M^{(i)},0}^{(i)}(t) & Q_{M^{(i)},1}^{(i)}(t) & \cdots & Q_{M^{(i)},M^{(i)}}^{(i)}(t) \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Cada elemento de la matriz de se define como:

$$Q_{j,k}^{(i)}(t) = \mathbb{P}\left(J_{n+1}^{(i)} = k, S_{n+1}^{(i)} - S_n^{(i)} \leq t \mid J_n^{(i)} = j\right), \quad j, k \in S^{(i)}, t \geq 0 \quad (5.3)$$

Según el número de transiciones posibles desde el estado j y su clasificación:

$$Q_{j,k}^{(i)}(t) = \begin{cases} 0 & \text{Cuando no hay transición posible desde el estado } j \text{ dentro del tiempo } t. \\ F_{j,k}^{(i)}(t) & \text{Cuando hay una sola transición posible del estado } j \text{ al estado } k \text{ dentro del tiempo } t. \\ \int_0^t \bar{F}_{j,b}^{(i)} \bar{F}_{j,m}^{(i)} dF_{j,k}^{(i)}(u) & \text{Cuando hay múltiples transiciones posibles del estado } j \text{ al estado } k, b \text{ y } m \text{ dentro del tiempo } t. \\ P_{j,k}^{(i)} \cdot F_{j,k}^{(i)}(t) & \text{Cuando } j \text{ es un estado en mantenimiento preventivo y es posible transitar al estado } k, j \in S_{PM}^{(i)} \end{cases} \quad (5.4)$$

Donde $F_{j,k}^{(i)}(t)$ es la CDF y $\bar{F}_{j,k}^{(i)}(t) = 1 - F_{j,k}^{(i)}(t)$ representa el complemento de la CDF asociada con la transición del estado j al k .

La matriz de probabilidades de transición de EMC es $\mathbf{P}^{(i)}$. Para cada fila de esta matriz debe cumplir $\sum_{k=1}^{M^{(i)}} p_{j,k}^{(i)} = 1, \forall j = 0, \dots, M^{(i)}$. La matriz de probabilidad de transición de un paso $\mathbf{P}^{(i)}$ es dada como:

$$\mathbf{P}^{(i)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{Q}^{(i)}(t) = \begin{pmatrix} p_{0,0}^{(i)} & p_{0,1}^{(i)} & \cdots & p_{0,M^{(i)}}^{(i)} \\ p_{1,0}^{(i)} & p_{1,1}^{(i)} & \cdots & p_{1,M^{(i)}}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M^{(i)},0}^{(i)} & p_{M^{(i)},1}^{(i)} & \cdots & p_{M^{(i)},M^{(i)}}^{(i)} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

Luego, el siguiente sistema de ecuaciones lineales se formula para encontrar las probabilidades de estado estacionario de la EMC:

$$\bar{v}^{(i)} = \bar{v}^{(i)} \mathbf{P}^{(i)}, \quad \sum_{j=1}^{M^{(i)}} v_j^{(i)} = 1, j \in S^{(i)} \quad (5.6)$$

Donde $\bar{v}^{(i)} = [v_0^{(i)}, v_1^{(i)}, \dots, v_{M^{(i)}}^{(i)}]$ es el vector de probabilidades de estado estacionario de la EMC.

5.1.1.2. Etapa 2: Probabilidades de SMP en estado estacionario

En esta etapa, se determina el tiempo medio de permanencia, i.e., el tiempo que el proceso pasa en cada estado, para luego obtener el vector de probabilidades de estado estacionario $\bar{\pi}^{(i)}$. El tiempo medio de permanencia se denotará por $\bar{\tau}^{(i)} = [\tau_0^{(i)}, \tau_1^{(i)}, \dots, \tau_{M^{(i)}}^{(i)}]^T$, en donde cada elemento viene dado por:

$$\tau_j^{(i)} = \begin{cases} 0 & \text{Cuando no hay transición posible desde el estado } j \text{ dentro del tiempo } t. \\ \int_0^\infty \bar{F}_{j,k}^{(i)}(t) dt & \text{Cuando hay una sola transición posible del estado } j \text{ al estado } k \text{ dentro} \\ & \text{del tiempo } t. \\ \int_0^\infty \bar{F}_{j,k}^{(i)} \bar{F}_{j,b}^{(i)} \bar{F}_{j,m}^{(i)} dt & \text{Cuando hay múltiples transiciones posibles del estado } j \text{ al estado } k, b \text{ y } m \\ & \text{dentro del tiempo } t. \\ \sum_k P_{j,k}^{(i)} \cdot \int_0^\infty \bar{F}_{j,k}^{(i)}(t) dt & \text{Cuando } j \text{ es un estado en mantenimiento preventivo y se puede transitar} \\ & \text{al menos a un estado } k, j \in S_{PM}^{(i)} \end{cases} \quad (5.7)$$

Empleando los valores de las probabilidades de estado estacionario de la EMC y los tiempos de permanencia en cada estado, la probabilidad de estado estacionario del estado j para el modelo SMP se obtiene como :

$$\pi_j^{(i)} = \frac{v_j^{(i)} \tau_j^{(i)}}{\sum_{k=0}^{M^{(i)}} v_k^{(i)} \tau_k^{(i)}}, j \in S^{(i)} \quad (5.8)$$

es decir, la relación entre el tiempo empleado en el estado i ($v_j^{(i)} \tau_j^{(i)}$) sobre el tiempo total empleado ($\sum_{k=0}^{M^{(i)}} v_k^{(i)} \tau_k^{(i)}$).

5.1.2. Disponibilidad del sistema

5.1.2.1. Método UGF

La *u-function* de un componente tipo i relaciona la probabilidad de cada estado con el respectivo nivel de rendimiento [34], quedando definida como:

$$u^{(i)}(z) = \sum_{j=0}^{M^{(i)}} \pi_j^{(i)} z^{g_j^{(i)}} \quad (5.9)$$

La función generadora universal UGF asociada con la distribución del rendimiento de la salida del MSS [38], es:

$$U(z) = \Omega(u^{(1)}(z), u^{(2)}(z), \dots, u^{(N)}(z)) = \sum_{j_1=0}^{M^{(1)}} \sum_{j_2=0}^{M^{(2)}} \dots \sum_{j_N=0}^{M^{(N)}} \left(\prod_{i=1}^N \pi_{j_i}^{(i)} z^{\varphi(g_{j_1}^{(1)}, g_{j_2}^{(2)}, \dots, g_{j_N}^{(N)})} \right) \quad (5.10)$$

Donde Ω es un operador de composición y φ es la función de estructura del sistema. Dado que el sistema considerado se encuentra en una configuración lógica de redundancia k -out-of- n ponderado, esta se determina como:

$$\varphi(g_{j_1}^{(1)}, g_{j_2}^{(2)}, \dots, g_{j_N}^{(N)}) = \sum_{i=1}^N g_{j_i}^{(i)} \quad (5.11)$$

En particular, dada la función de estructura del sistema considerada, entonces:

$$U(z) = \prod_{i \in I} (u^{(i)}(z))^{n_i} \quad (5.12)$$

Siendo n_i el número de componentes del tipo i empleados en el sistema.

En un sistema k -out-of- n ponderado, su disponibilidad se define como la probabilidad de que su nivel de rendimiento satisfaga la demanda requerida [19], y se expresa mediante la siguiente formulación:

$$A_{system} = P\left(\varphi\left(g_{j_1}^{(1)}, g_{j_2}^{(2)}, \dots, g_{j_N}^{(N)}\right) \geq W\right) = \sum_{s=0}^{M_s} \pi_s \cdot I_{G_s} \quad (5.13)$$

Donde W es la demanda requerida y I_{G_s} es una función indicadora definida como:

$$I_{G_s} = \begin{cases} 1 & G_s \geq W \\ 0 & G_s < W \end{cases}, \forall s = 1, \dots, M_s \quad (5.14)$$

5.2. Problema de optimización

Esta sección aborda la optimización de la asignación de redundancia y la definición de la política CBM para un MSS. Primero se formula el modelo de optimización, seguido de una descripción detallada de la metaheurística adaptada desarrollada para resolver el problema.

5.2.1. Modelo de optimización

Se formula el siguiente modelo de optimización conjunta de asignación de redundancia y mantenimiento basado en condiciones (RAP-CBM).

Conjuntos

- I : Conjunto de tipos de componentes diferentes. $I = \{1, \dots, N\}$.
- J_i : Conjunto de estados de los componentes del tipo i . $J_i = \{0, 1, \dots\} = S_{OP}^{(i)} \cup S_{PM}^{(i)} \cup S_{CM}^{(i)}$.
 - $j \in S_{CM}^{(i)}$: Componente se encuentra detenido por una reparación correctiva (CM).
 - $j \in S_{PM}^{(i)}$: Componente se encuentra detenido debido a una intervención preventiva (PM).

Variables de decisión

- n_i : N° de componentes del tipo i empleados en el sistema.
- $y_j^{(i)}$: Variable binaria, 1 si se establece como umbral de degradación el estado j en componentes del tipo i , 0 en caso contrario, $j \in S_{OP}^{(i)}$.
 - Si $\sum_{j \in S_{OP}^{(i)}} y_j^{(i)} = 0$: Política "run to failure".

Parámetros

- c_{inef} : Costo de ineficiencia del sistema por hora.
- $c_{i,j}^{op}$: Costo de operación por hora de componentes tipo i en el estado j , $\forall j \in S_{OP}^{(i)}$.
- $c_{i,j}^{rep}$: Costo de reparación por hora de componentes tipo i en el estado j , $\forall j \in S_{PM}^{(i)} \cup S_{CM}^{(i)}$.
- c_i^{adq} : Costo de adquisición de componentes tipo i .
- f_{act} : Factor de actualización.
- H : Tiempo operativo planificado en horas.
- A_{req} : Disponibilidad mínima requerida.
- N_i : N° de componentes del tipo i disponibles.

- $g_j^{(i)}$: Capacidad del componente del tipo i en el estado j , $\forall j \in S_{OP}^{(i)}$.
- $P_{j,k}^{(i)}$: Probabilidad de realizar una mantención preventiva que conduzca del estado j al estado k en componentes tipo i , $\forall j \in S_{PM}^{(i)}$.

Restricciones

- Disponibilidad mínima requerida:

$$A_{system} \geq A_{req} \quad (5.15)$$

- Definir solo un umbral de degradación en componentes tipo i :

$$\sum_{j \in S_{OP}^{(i)}} y_j^{(i)} \leq 1, \quad \forall i \in I \quad (5.16)$$

- Limite de equipos del tipo i :

$$n_i \leq N_i, \quad \forall i \in I \quad (5.17)$$

- Naturaleza de las variables:

$$n_i \geq 0, \text{ intergers}, \quad \forall i \in I \quad (5.18)$$

$$y_j^{(i)} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in S_{OP}^{(i)} \quad (5.19)$$

Función objetivo

$$\text{mín} \quad \{CT_{inef} + CT_{rep} + CT_{op} + CT_{adq}\} \quad (5.20)$$

donde los costos basados en LCC se desglosan en:

- Costos totales de ineficiencia:

$$CT_{inef} = c_{inef} \cdot (1 - A_{system}) \cdot H \cdot fact \quad (5.21)$$

- Costos totales de acciones de mantenimiento:

$$CT_{rep} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in S_{PM}^{(i)} \cup S_{CM}^{(i)}} c_{i,j}^{rep} \cdot \pi_j^{(i)}(\bar{y}^{(i)}) \cdot H \cdot fact \cdot n_i \quad (5.22)$$

- Costos totales de operación:

$$CT_{op} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in S_{OP}^{(i)}} c_{i,j}^{op} \cdot \pi_j^{(i)}(\bar{y}^{(i)}) \cdot H \cdot fact \cdot n_i \quad (5.23)$$

- Costos totales de inversión (adquisición de equipos):

$$CT_{adq} = \sum_{i \in I} c_i^{adq} \cdot n_i \quad (5.24)$$

- $\pi_j^{(i)}(\bar{y}^{(i)})$: Probabilidad/proporción del tiempo en que el componente i está en el estado j según SMP, $\forall i \in I, \forall j \in S_{OP}^{(i)}$.
- $\bar{y}^{(i)}$: Vector de variables $y_j^{(i)}$ del componente i , $\forall i \in I$.

Modelo

$$\begin{aligned}
 \text{mín} & \quad \{CT_{inef} + CT_{rep} + CT_{op} + CT_{adq}\} \\
 \text{s.t.} & \quad A_{system} \geq A_{req} \\
 & \quad \sum_{j \in S_{OP}^{(i)}} y_j^{(i)} \leq 1, \quad \forall i \in I \\
 & \quad n_i \leq N_i, \quad \forall i \in I \\
 & \quad n_i \geq 0, \text{ intergers}, \quad \forall i \in I \\
 & \quad y_j^{(i)} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in S_{OP}^{(i)}
 \end{aligned}$$

Donde la disponibilidad del sistema A_{system} se puede obtener mediante la ecuación (5.13).

5.2.2. Técnica de optimización

Considerando un sistema con N tipos de componentes diferentes y $M^{(i)}/2$ estados operables por cada tipo $i = 1, \dots, N$, entonces, se tiene que el espacio de soluciones es de $\prod_{i=1}^N N_i \cdot (M^{(i)}/2 + 1)$. Dado el amplio espacio de soluciones, se recurre a metaheurísticas para obtener soluciones en tiempos razonables.

5.2.2.1. Implementación de algoritmo genético

En este trabajo se decide emplear un GA el cual resuelve problemas complejos de optimización y se inspira en la genética biológica. Cada solución está codificada en una matriz, llamada "cromosoma". A través de la imitación del proceso evolutivo genético, un grupo de cromosomas de solución se reutiliza para una población biológica. A continuación, se optimiza el cromosoma mediante la aplicación de los procedimientos de cruzamiento, mutación y selección. Para mantener la mejor solución en cada generación, la estrategia de élite se introduce en el algoritmo estándar de GA. El algoritmo utilizado se presenta en la Figura 5.3, con los detalles de cada paso detallados a continuación.

■ Codificación de soluciones.

Puesto que es posible adquirir una combinación de diferentes tipos de componentes en el sistema, se emplea una matriz de dimensiones $N \times 2$ para codificar las soluciones, denominada cromosoma. Existe una fila en la matriz por cada tipo de componente. La primera columna indica el número de componentes del tipo i asignados al sistema, mientras que la segunda columna indica en qué estado j cada variable binaria $y_j^{(i)}$ toma valor 1. Cuando este número es 0, se tiene que todas las variables $y_j^{(i)}$ son 0 y por tanto se está ante una política "run to failure".

A modo de ejemplo, una estructura cromosómica con N tipos de componentes diferentes posibles de asignar a un sistema los cuales poseen cuatro estados operables sería:

$$\begin{array}{l}
 \text{Equipo tipo 1} \\
 \text{Equipo tipo 2} \\
 \vdots \\
 \text{Equipo tipo } N
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 n_i \quad j \text{ for } y_j^{(i)} \\
 \left[\begin{array}{l} n_1 \quad 4 \\ n_2 \quad 2 \\ \vdots \quad \vdots \\ n_N \quad 8 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Figura 5.4: Estructura cromosómica.

(Fuente: Elaboración propia.)

Donde n_i es la cantidad de veces que se empleará el componente i y los números de la columna 2 indican aquella variable $y_j^{(i)}$ cuyo valor es 1 y el resto es 0. En este ejemplo, para los equipos tipo 1 se tiene que $y_4^{(1)} = 1$. Esta estructura cromosómica permite una mayor precisión del algoritmo.

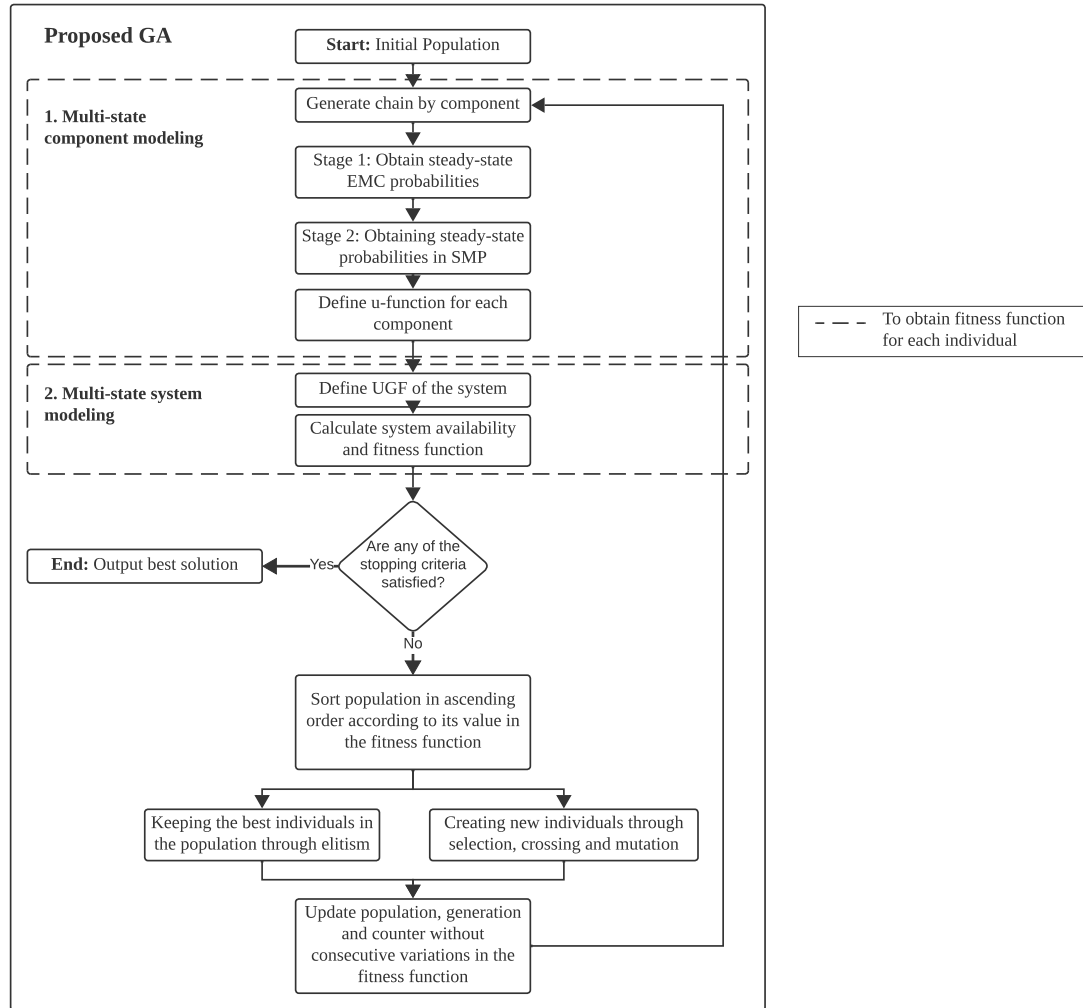


Figura 5.3: GA propuesto.

(Fuente: Elaboración propia.)

- **Población inicial.**

Dado que el número máximo de componentes del tipo i posibles de asignar en el sistema es n_i , el primer número de cada fila debe ser un valor entero entre $[0, n_i]$, mientras que los valores de la segunda columna deben pertenecer a $S_{OP}^{(i)} \cup \{0\}$.

- **Función Fitness.**

Dado que el modelo de optimización propuesto incluye una restricción sobre la disponibilidad del sistema, se incorpora una penalización en la función *fitness* f del GA adoptado. Para calcular el valor de f correspondiente a cada cromosoma, se estima tanto la disponibilidad del sistema como las probabilidades de que cada equipo se encuentre en sus distintos estados, utilizando los enfoques SMP y UGF propuestos. La función queda definida como:

$$f = (CT_{inf} + CT_{rep} + CT_{op} + CT_{adq}) \cdot Penalty \quad (5.25)$$

Para definir el término de penalización, se analizaron dos enfoques: uno propuesto en este trabajo y otro adaptado de [47]. Las formulaciones correspondientes son:

$$Penalty_1 = \left(1 + \left(\frac{1}{1 - A_{req}} \right) \cdot \max \{0, A_{req} - A_{system}\} \right) \tag{5.26}$$

$$Penalty_2 = \left(\frac{1}{1 - \max \{0, A_{req} - A_{system}\}} \right) \tag{5.27}$$

Utilizando los hiperparámetros listados en la Tabla 5.1 y los datos del ejemplo numérico de la Sección 6, se evaluaron distintos valores para la disponibilidad requerida A_{req} . Se analizó tanto la factibilidad de las soluciones obtenidas como su proximidad a la región factible. En las Figuras 5.5–5.7 se presentan los resultados comparativos, donde se observa que la penalización propuesta ($Penalty_1$) permite identificar soluciones factibles incluso bajo escenarios altamente exigentes en cuanto a requisitos disponibilidad mínima. Por esta razón, se optó por continuar utilizando esta forma de penalización. En todos los casos, el algoritmo se detuvo después de 30 iteraciones consecutivas sin mejoras en la solución, con un máximo de 100 iteraciones.

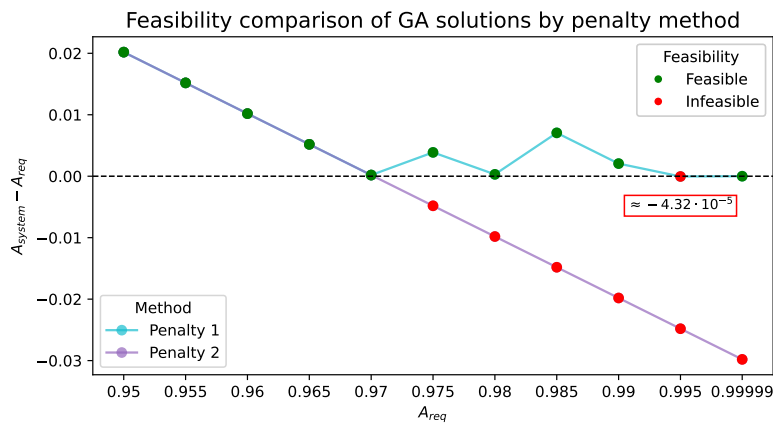


Figura 5.5: Comparación de factibilidad de soluciones GA por método de penalización. (Fuente: Elaboración propia.)

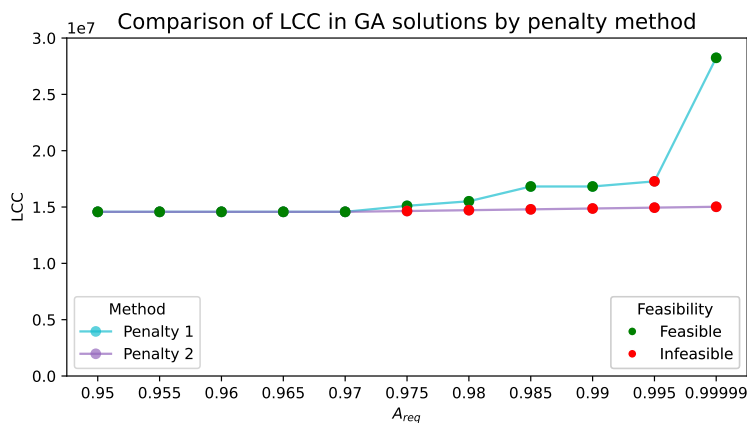


Figura 5.6: Comparación de LCC de mejores soluciones GA por método de penalización. (Fuente: Elaboración propia.)

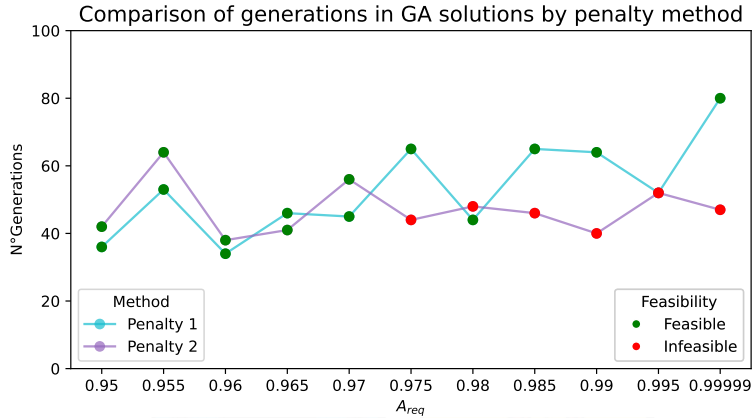


Figura 5.7: Comparación de n°generaciones para determinar soluciones GA por método de penalización.
(Fuente: Elaboración propia.)

■ **Selección de cromosomas.**

Para seleccionar los cromosomas necesarios en las operaciones de cruce y mutación, se muestrean aleatoriamente en grupos de 3 y se escoge aquel con menor valor de f .

■ **Operador de Cruce.**

En este trabajo se implementa un operador de cruce de un solo punto. Se escogen dos cromosomas usando el procedimiento de selección especificado anteriormente denominandolos *parents* y luego se define un punto de corte aleatorio mediante variables uniformes con soporte $[0, 2]$ para la columna y $[0, N]$ para la fila. La recombinación intercambia secciones de los *parents* antes y después del punto de corte, generando dos *offspring* con información combinada. Un ejemplo de este operador de cruce se ilustra en la Figura 5.8, en donde el punto de corte es (2, 1).

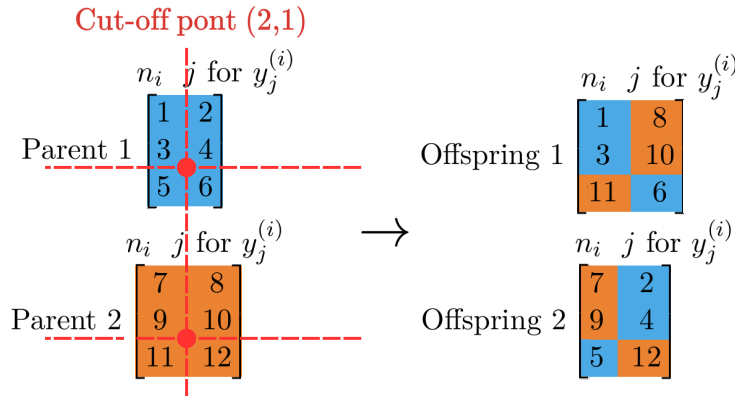
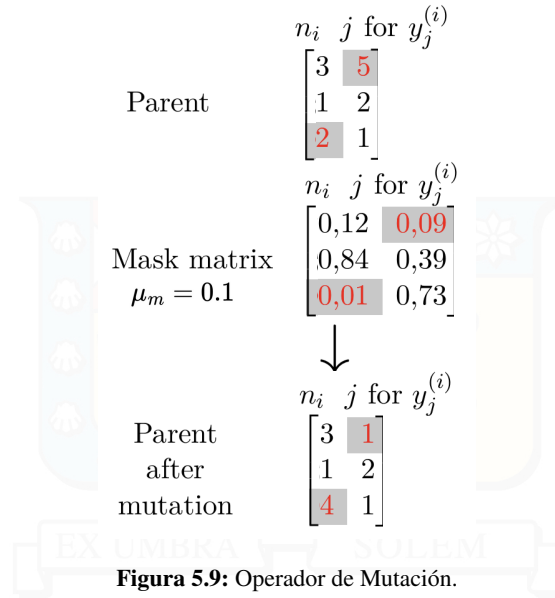


Figura 5.8: Operador de cruce de un solo punto.
(Fuente: Elaboración propia.)

■ **Operador de Mutación.**

Con el fin de evitar quedar atrapado en un óptimo local se emplenan operadores de mutación. Para la mutación, se utiliza una matriz con valores aleatorios entre $[0, 1]$ denominada Matriz de máscara. Cada genoma del cromosoma que tiene un valor correspondiente menor o igual que la tasa de mutación μ_m en la matriz de máscara muta generando nuevamente su valor. La figura 5.9 ilustra el operador de mutación.

**Figura 5.9:** Operador de Mutación.

(Fuente: Elaboración propia.)

■ Elitismo.

Con el propósito de garantizar que el valor de la función *fitness* no disminuya a medida que se avanza en el algoritmo, un conjunto de mejores soluciones pasa directamente a la siguiente generación. Para el operador de elitismo, la población se ordena de forma descendente de acuerdo a sus valores en f y el mejor percentil $P_{elitism}$ de esta pasa directamente a la siguiente generación.

■ Próxima generación.

La población de la siguiente generación se selecciona de la siguiente manera:

- El mejor percentil $P_{elitism}$ de la generación actual pasa directamente a la siguiente generación.
- El resto se generan utilizando operadores de cruce y mutación seleccionando para ello cromosomas de la población de la generación anterior.

■ Criterio de detención.

El único criterio de detención considerado es el número de iteraciones, ya sea por alcanzar el máximo o por no existir variaciones en la mejor solución encontrada durante una cantidad *Stall* determinada de generaciones consecutivas.

La especificación de los hiperparámetros del algoritmo genético se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Configuración de hiperparámetros para GA.

Configuración de GA	
Generaciones	100
Stall	30
Tamaño de la población	50
Tasa de mutación	0.4
Tasa de elitismo	0.1

(Fuente: Elaboración propia.)

6 | Aplicación Numérica.

En este capítulo se presenta un ejemplo numérico diseñado para ilustrar la aplicabilidad del modelo desarrollado. El objetivo principal es demostrar cómo el modelo optimiza la asignación de redundancia y las decisiones relacionadas con las políticas de mantenimiento, en un contexto realista.

En primer lugar, se presenta el sistema de generadores considerado, la modelación de los componentes y los parámetros asociados. A continuación, se compara la disponibilidad de un MSS k -out-of- n ponderado obtenida mediante el modelo SMP en conjunto con UGF propuestos respecto a simulaciones Monte Carlo. Posteriormente, se emplea el GA adaptado para obtener soluciones óptimas o casi óptimas del número, tipo de generador y umbrales de degradación. Finalmente, se lleva a cabo un análisis de sensibilidad unidimensional para evaluar cómo las variaciones en ciertos parámetros impactan en el LCC, la asignación de generadores y la política de mantenimiento.

6.1. Sistema considerado

Se considera un sistema de generadores de energía cuya capacidad total depende de la suma de las capacidades de los generadores que se encuentran en operación en un momento dado. Este sistema opera bajo diversas condiciones de funcionamiento que pueden verse alteradas por factores como el envejecimiento de los generadores, fallos imprevistos o intervenciones de mantenimiento. Estos cambios en el estado de los generadores impactan directamente en la capacidad global del sistema.

Con el propósito de apoyar la toma de decisiones en el establecimiento de una política de mantenimiento, se ha implementado un sistema de monitoreo continuo que evalúa el nivel de degradación de cada generador. No obstante, este sistema no es perfecto, ya que puede generar mediciones inexactas del rendimiento, ya sea subestimando o sobrestimando la capacidad real de los generadores. Dichas imprecisiones pueden influir en las decisiones operativas y de mantenimiento, comprometiendo la eficiencia general del sistema y potencialmente afectando su disponibilidad.

6.2. Modelación de componentes

A lo largo de este ejemplo, se analizan cuatro estados de funcionamiento posibles para los generadores, así como dos tipos de acciones de mantenimiento: correctivas y preventivas. En la Figura 6.1 se presenta un diagrama de estados y sus transiciones, seguido de una breve descripción de cada uno de los estados considerados.

- Estado 2: Equipo esta funcionando perfectamente (tan bueno como nuevo).
- Estado 4: Equipo se encuentra degradado, reduciendo su capacidad en un 10 %.
- Estado 6: Equipo se encuentra degradado, reduciendo su capacidad en un 20 %.
- Estado 8: Equipo se encuentra degradado, reduciendo su capacidad en un 30 %.
- Estados 1, 3, 5 y 7 : Equipo se encuentra detenido debido a una intervención PM.
- Estado 0: Equipo falló y se encuentra detenido por una intervención CM.

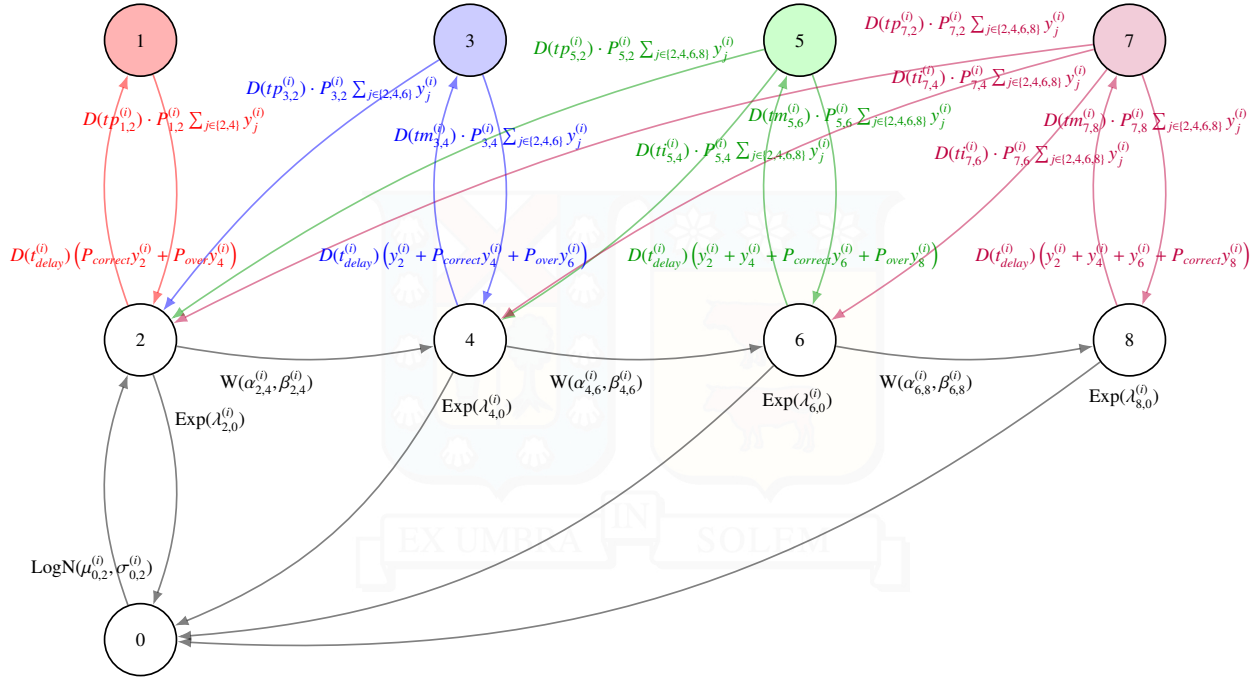


Figura 6.1: Diagrama de estados por generador.

(Fuente: Elaboración propia.)

Las transiciones de estado del componente se modelan utilizando distintas distribuciones de probabilidad, según el tipo de evento considerado. Para representar las fallas se emplean distribuciones exponenciales, mientras que las degradaciones se modela mediante distribuciones Weibull. En el caso de la falla en estados degradados, se asume que el tiempo medio entre fallas aumenta a medida que el componente se degrada.

Respecto a las acciones de mantenimiento, se considera que las tareas preventivas tienen una duración constante: $tp_{j,k}^{(i)}$ para intervenciones perfectas, $ti_{j,k}^{(i)}$ para intervenciones imperfectas, y $tm_{j,k}^{(i)}$ para intervenciones menores que van del estado j al estado k , reflejando una ejecución planificada y controlada. En contraste, las acciones correctivas, asociadas a eventos de falla, presentan una mayor variabilidad y se modelan mediante una distribución Lognormal $(\mu^{(i)}, \sigma^{(i)})$. Además, se consideran probabilidades $P_{j,k}^{(i)}$ de que la intervención preventiva sea perfecta, imperfecta o una reparación menor. Estas transiciones tienen probabilidades de ocurrencia fijas, es decir, son independientes de la función de distribución acumulada (CDF).

Finalmente, se considera que el sistema de monitoreo detecta correctamente el estado del componente con una probabilidad del $P_{correct}$. Existe además un P_{over} de probabilidad de que se sobrestime el nivel de degradación, provocando alertas anticipadas. En caso de que la condición crítica no sea detectada al alcanzar el umbral, es decir, si se subestima la degradación y el componente continúa deteriorándose, se asume que la alerta se emitirá con certeza posteriormente. Tras la emisión de la alerta, se establece un tiempo de retardo fijo t_{delay} antes de iniciar la intervención, período en el cual el componente puede degradarse aún más o fallar.

6.3. Parámetros del modelo

La capacidad y costos asociados a cada tipo de generador se muestran en la Tabla 6.1. La demanda y disponibilidad requeridas son $W = 50$ [MW] y 95 %, respectivamente. El costo de ineficiencia es de 1000 [\$/hora]. Se considera un horizonte de tiempo $H = 3$ años, operando 8 horas diarias y una tasa de descuento de 10 % anual. Cada tipo de generador se puede comprar un máximo de 4 veces.

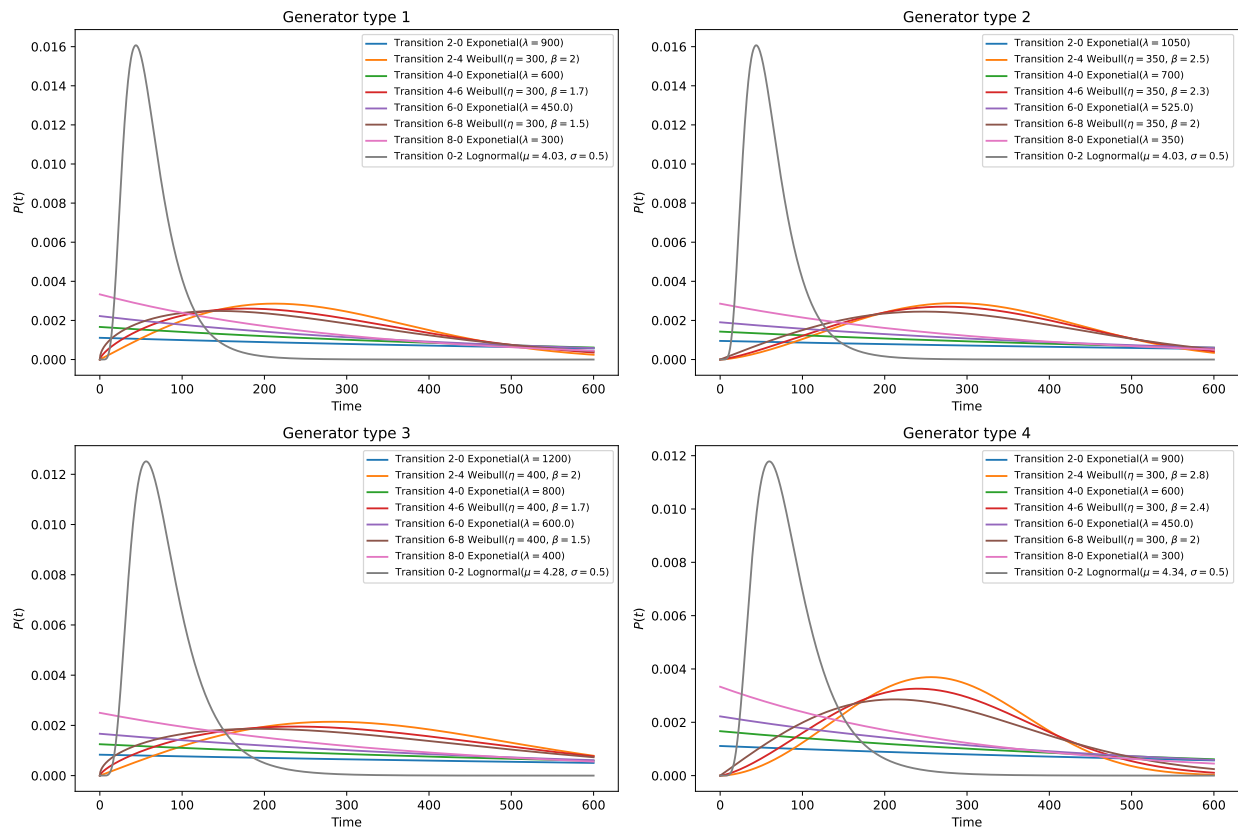
Tabla 6.1: Datos sobre capacidad y costos de adquisición, de operación y mano de obra por tipo de generador.

Tipo de Generador	Capacidad [MW]	Costo de Adquisición	Costo de Operación [\$/hora]	Costo de M.O. [\$/hora]
1	5	\$40.000	12.5	50
2	10	\$60.000	20	60
3	20	\$80.000	50	70
4	40	\$160.000	65	100

(Fuente: Elaboración propia.)

Las duraciones de cada acción de mantenimiento preventiva así como también sus probabilidades de efectuar una mantención perfecta, imperfecta o menor por tipo de componente y estado se exponen en la Tabla 6.2. Además, las probabilidades de sobreestimación y de detección correcta se establecen en $P_{over} = 10\%$ y $P_{correct} = 80\%$, respectivamente, mientras que el tiempo de retardo entre la recepción de una alerta y la intervención del componente es de $t_{delay} = 1$ [hora].

En la Figura 6.2 se presentan las curvas y parámetros para las transiciones de falla, degradación y reparación correctiva por tipo de componente, considerando una cadena como la expuesta en la Figura 6.1.

Probability density function of failure, degradation, and repair by component type**Figura 6.2:** Funciones de densidad de probabilidad de falla, degradación y reparación correctiva por tipo de generador.

(Fuente: Elaboración propia.)

Tabla 6.2: Parámetros acciones de mantenimiento preventivo por tipo de generador y estado.

Tipo de Generador	Estado	Tipo de Mantenimiento	Duración [horas]	Probabilidad	
1	1	Perfecto	4.4	1.0	
		3	Perfecto	6.6	0.9
	5	Menor	35.2	0.1	
		Perfecto	8.8	0.7	
		Imperfecto	22.0	0.2	
	7	Menor	44.0	0.1	
		Perfecto	11.0	0.4	
Imperfecto		22.0	0.3		
Imperfecto		26.4	0.2		
2	1	Perfecto	4.4	1.0	
		3	Perfecto	6.6	0.8
	5	Menor	35.2	0.1	
		Perfecto	8.8	0.7	
		Imperfecto	22.0	0.1	
	7	Menor	4.4	0.1	
		Perfecto	11.0	0.5	
		Imperfecto	22.0	0.2	
		Imperfecto	26.4	0.1	
	3	1	Perfecto	5.6	1.0
			3	Perfecto	8.4
		5	Menor	44.8	0.1
			Perfecto	11.2	0.7
Imperfecto			28.0	0.2	
7		Menor	56.0	0.1	
		Perfecto	14.0	0.4	
		Imperfecto	28.0	0.3	
		Imperfecto	33.6	0.2	
4	1	Perfecto	6.0	1.0	
		3	Perfecto	9.0	0.8
	5	Menor	48.0	0.1	
		Perfecto	12.0	0.8	
		Imperfecto	30.0	0.1	
	7	Menor	60.0	0.1	
		Perfecto	15.0	0.5	
		Imperfecto	30.0	0.2	
		Imperfecto	36.0	0.1	
		Menor	60.0	0.1	

(Fuente: Elaboración propia.)

6.4. Modelación por procesos Semi-Markov y UGF

En esta sección se aplica la estrategia planteada para obtener una solución analítica del modelo propuesto.

6.4.1. Etapa 1: Probabilidades de EMC en estado estacionario.

Mediante su matriz Kernel $Q^{(i)}(t)$ se expresa el modelo SMP. Cada elemento de dichas matrices se determinan empleando la ecuación (5.4), siendo los elementos no nulos de la matriz de CDF expuestos en el Anexo A.1. Luego, se plantean las matrices de probabilidades de transición de un paso $P^{(i)}$ de la EMC asociada, la cual se obtiene al evaluar $\lim_{t \rightarrow \infty} Q^{(i)}(t)$. Los elementos de esta matriz por tipo de componente se muestran en el Anexo A.2. Posteriormente se

formulan los sistemas de ecuaciones (5.6) y se determinan las probabilidades de estado estacionario $\bar{v}^{(i)}$ de la ECM en función de los umbrales de intervención.

6.4.2. Etapa 2: Probabilidades de SMP en estado estacionario.

Se determinan los vectores de tiempos medios de permanencia $\bar{\tau}^{(i)}$ mediante la ecuación (5.7), siendo estos expuestos en el Anexo A.3. Finalmente, se determinan las probabilidades de estado estacionario $\bar{\pi}^{(i)}$ para el modelo SMP mediante la ecuación (5.8), cuyos valores para cada combinación de tipo de componente y umbral de degradación se exponen en la Figura 6.3 mediante un mapa de calor.

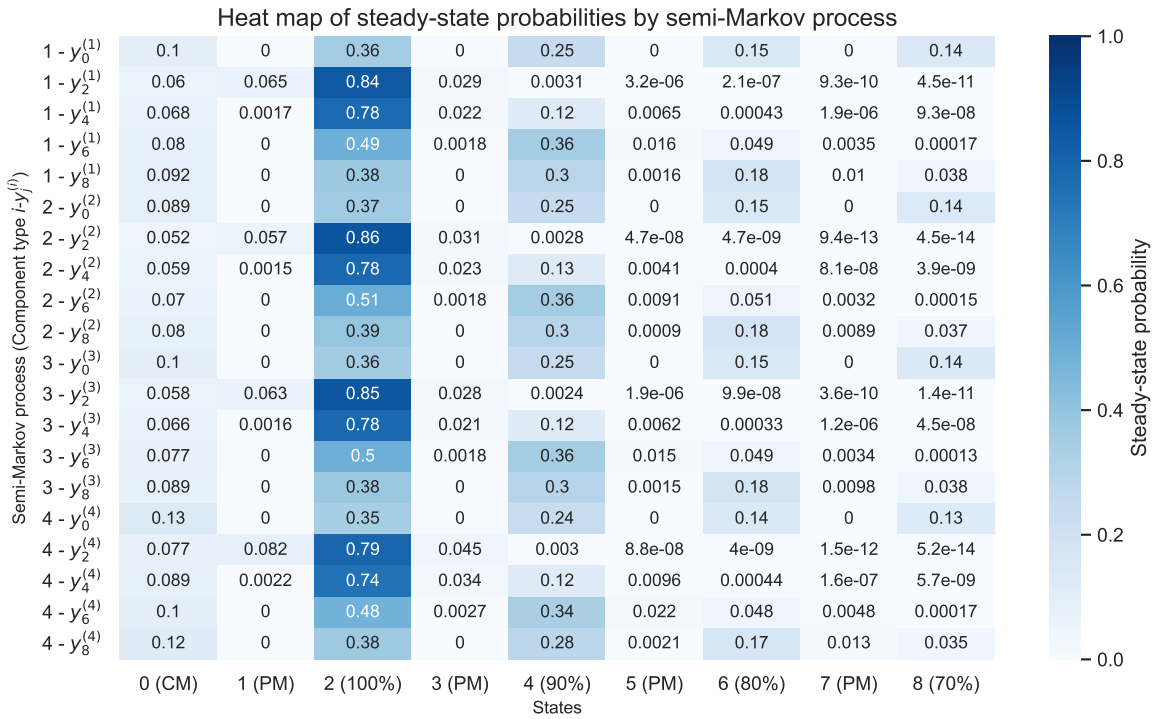


Figura 6.3: Mapa de calor de probabilidades de estado estacionario por proceso semi-Markoviano.

(Fuente: Elaboración propia.)

6.4.3. Disponibilidad del sistema.

Una vez que se obtienen los vectores $\bar{\pi}^{(i)}$ es posible plantear las *u-function* como en la ecuación (5.9). Finalmente, empleando la ecuaciones (5.12) y (5.13) se obtiene la disponibilidad del sistema en función de las variables de decisión.

A modo de ejemplo, empleando las probabilidades de estado estacionario de la Figura 6.3 es posible plantear las siguientes *u-functions*:

$$u_{y_0^{(1)}}^{(1)}(z) = 0,359283104663494z^5 + 0,246546981784244z^{4,5} + 0,148872275241201z^4 + 0,142317022014441z^{3,5} + 0,10298061629662$$

$$\begin{aligned}
 u_{y_6}^{(3)}(z) &= 0,496137208221022z^{20} + 0,357510847071455z^{18} + 0,0490568826747834z^{16} \\
 &\quad + 0,000128103486839695z^{14} + 0,0971669585459002 \\
 u_{y_4}^{(4)}(z) &= 0,743461314091344z^{40} + 0,120971575545124z^{36} + 0,000439519778994551z^{32} \\
 &\quad + 5,73029148814255 \cdot 10^{-9}z^{28} + 0,135127584854246
 \end{aligned}$$

Así, la UGF correspondiente a la distribución del rendimiento en la salida del MSS k -out-of- n ponderado, así como su disponibilidad, para el caso de un sistema conformado por un componente de los tipos 1 y 4, y dos componentes del tipo 3, se expresa como sigue:

$$U(z) = u_{y_0}^{(1)}(z) \cdot \left(u_{y_6}^{(3)}(z)\right)^2 \cdot u_{y_4}^{(4)}(z) \rightarrow A_{system} \approx 0,85671$$

6.5. Modelo de simulación de Monte carlo

Para comparar el enfoque propuesto con respecto a las MCS se elaboró un algoritmo que permita determinar la disponibilidad de un sistema bajo las consideraciones asumidas en este trabajo. El Anexo B describe el algoritmo implementado y proporciona la base para el análisis comparativo de los dos enfoques.

Considerando el caso en que el sistema está conformado por un generador del tipo 1 funcionando a la falla, 2 del tipo 3 con umbral de degradación 6 y uno del tipo 4 intervenido en el estado 4 ($\sum_{j \in S_{Op}^{(1)}} y_j^{(1)} = 0, y_6^{(3)} = 1, y_4^{(4)} = 1$), se determinó la probabilidad de estar en cada uno de los estado por generador y la disponibilidad del sistema k -out-of- n ponderado en diferentes horizontes de operación.

En la Figura 6.4 se muestran los resultados de ambos enfoques en donde se aprecia que se obtiene casi la misma disponibilidad del sistema, lo que da crédito al enfoque propuesto. Cabe mencionar que se consideraron 100.000 simulaciones para el modelo SMC, tardando aproximadamente 21 minutos para 1 año de operación (8.760 horas) y 93 minutos para 3 años de operación (26.280 horas). En la Tabla 6.3 se comparan los resultados para 3 años de operación en donde se aprecia una notable reducción en un 99.2 % en los tiempos de ejecución y una leve diferencia menor a 0.1 % en la disponibilidad del sistema.

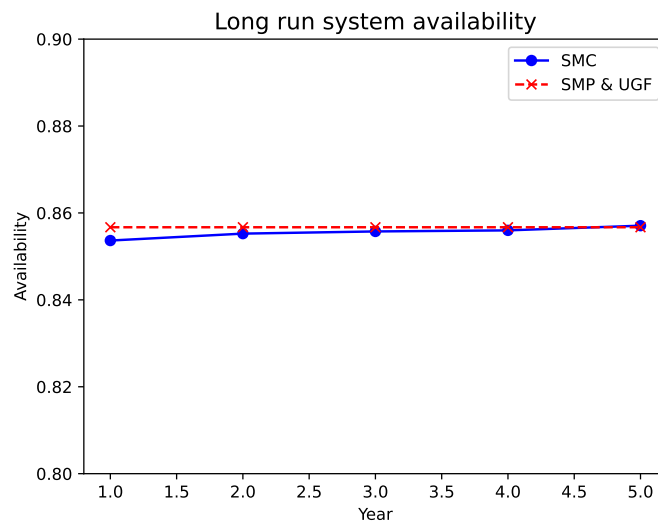


Figura 6.4: Disponibilidad en el largo plazo.

(Fuente: Elaboración propia.)

Tabla 6.3: Comparación disponibilidad.

Método	Disponibilidad del sistema	Tiempo de ejecución [segundos]
SMP y UGF	85.671 %	46.8
SMC (3 años de funcionamiento)	85.575 %	5605.1
Diferencia porcentual	0.096 %	-99.2 %

(Fuente: Elaboración propia.)

6.6. Resultados Modelo de optimización

Se proporcionan los resultados de la aplicación del algoritmo genético adaptado para resolver el problema de optimización planteado considerando los parámetros expuestos anteriormente. La mejor solución obtenida del algoritmo, cuando se decodifica, entrega el número de generadores que se deben asignar al sistema y los umbrales de degradación para cada estado, como se muestra en la Tabla 6.4.

Tabla 6.4: Resultados modelo de optimización.

Tipo de Generador	n_i	$y_2^{(i)}$	$y_4^{(i)}$	$y_6^{(i)}$	$y_8^{(i)}$
1	0	0	0	0	0
2	2	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0
4	2	0	1	0	0
LCC					\$14,574,537
Disponibilidad					97.02 %

(Fuente: Elaboración propia.)

Así, la mejor solución encontrada por el algoritmo genético consiste en adquirir dos generadores de los tipos 2 y 4. Ambos tipos de generadores deben ser intervenidos cuando el sistema de monitoreo continuo detecte que se encuentran trabajando a un 90 % de su capacidad (estado 4). El sistema posee una disponibilidad de 97.02 % y su LCC asciende a \$14,574,537. En la Tabla 6.5 se presenta el desglose de los costos asociados a cada ítem, donde se observa que el costo de operación representa el mayor porcentaje (66.78 %), seguido por los costos de mantención (16.83 %) e ineficiencia (13.37 %). En contraste, el costo de adquisición alcanza apenas un 3.02 %, lo que evidencia su baja incidencia relativa en el ciclo de vida del sistema.

Tabla 6.5: Detalle costos.

Costo	Valor	Porcentaje relativo
Ineficacia	1,948,386	13.37 %
Operación	9,733,351	66.78 %
Mantención	2,452,800	16.83 %
Adquisición	440,000	3.02 %
Total	\$ 14,574,537	100.00 %

(Fuente: Elaboración propia.)

El algoritmo tardó 8 minutos 32 segundos en encontrar dicha solución y se detuvo en la generación 51 debido a que la solución no cambió en 30 iteraciones consecutivas. En la Figura 6.5 se expone la convergencia del GA adoptado.

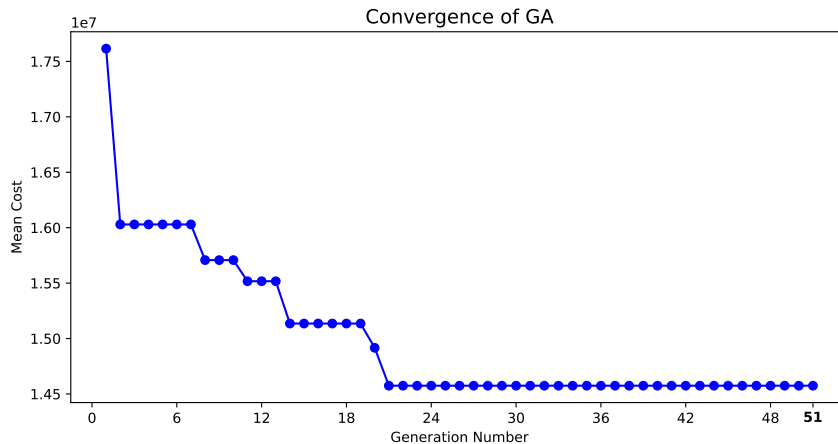


Figura 6.5: Convergencia del GA.

(Fuente: Elaboración propia.)

6.7. Impacto de un sistema de monitoreo continuo imperfecto

Al comparar los resultados obtenidos bajo un sistema de monitoreo continuo perfecto con aquellos que consideran errores de detección en el estado real de los equipos, se observa un impacto significativo. En el escenario realista, la mejor solución (expuesta en la Tabla 6.4) alcanza una disponibilidad del 97.02 % con un LCC de \$14,574,537. En cambio, al ignorar los errores de detección ($P_{correct} = 100\%$, $P_{over} = 0\%$), se obtiene una alternativa aparentemente más económica con un LCC de \$13,628,913 y disponibilidad de 96.02 %. Esta solución consiste en adquirir un generador del tipo 2 y dos del tipo 4, cuyos umbrales de degradación son fijados al 90 % de rendimiento.

Sin embargo, al evaluar esta última bajo condiciones reales con incertidumbre, el LCC asciende a \$17,204,609 y la disponibilidad cae a 90.55 %, incumpliendo la restricción mínima requerida de 95 %, y por ende es infactible. Esto evidencia que ignorar los errores de monitoreo conduce a decisiones subóptimas, generando un incremento real del 18.05 % en el LCC, a pesar de una aparente reducción del 6.49 %. Por tanto, incorporar los errores de detección en el modelo resulta fundamental para garantizar soluciones factibles que minimicen los costos.

6.8. Comparación con política run to failure

Con el objetivo de cuantificar el impacto de implementar políticas de mantenimiento preventivo frente a una estrategia de operación hasta la falla (“run to failure”), se aplicó un enfoque de enumeración completa para identificar la mejor configuración posible del sistema en términos de costos y disponibilidad. Este método consistió en evaluar exhaustivamente todas las combinaciones factibles de asignación de componentes, sin considerar acciones de mantenimiento preventivo, a fin de establecer una base comparativa.

Dado que el sistema contempla cuatro tipos de generadores, y que cada tipo puede ser asignado hasta un máximo de cuatro veces, el espacio total de soluciones comprende 256 combinaciones. Se determinó que la solución óptima bajo la política “run to failure” corresponde a la adquisición de tres generador tipo 2 y dos generadores tipo 4. Esta configuración tiene un LCC de \$16,442,446, con una disponibilidad asociada del 96.62 %. La Figura 6.6 muestra la distribución del LCC de las soluciones factibles bajo esta política. La diferencia de costos, cercana al doble entre extremos, evidencia el impacto económico de la elección de solución.

En comparación, la política de mantenimiento basada en condición (CBM), previamente desarrollada y evaluada en las secciones anteriores, resultó en una reducción del 11.36 % en el LCC, junto con un incremento del 0.42 % en la disponibilidad operativa. Estos resultados subrayan el valor de las estrategias de mantenimiento proactivo, que no solo

mejoran la confiabilidad del sistema, sino que también optimizan su desempeño económico. Además, es importante resaltar que el impacto de la implementación del CBM podría ser aún más significativo en escenarios donde los costos derivados de la ineficiencia operativa y las duraciones de las reparaciones correctivas se incrementan. En tales condiciones, la política CBM se presenta como una solución estratégica al mitigar estos costos adicionales.

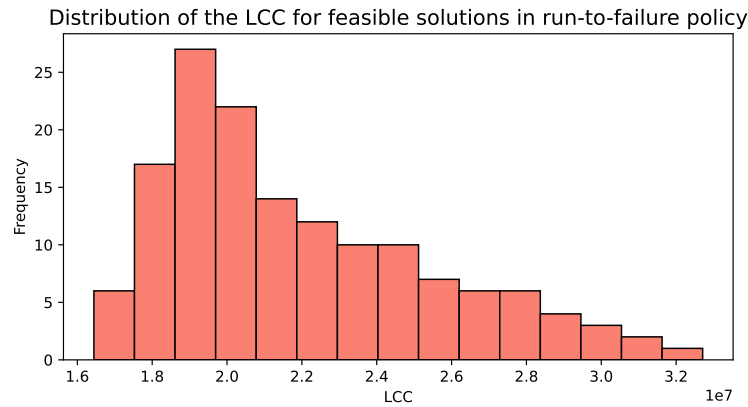


Figura 6.6: Distribución del LCC para soluciones factibles en política “*run to failure*”.
(Fuente: Elaboración propia.)

6.9. Análisis de sensibilidad

En esta sección se realiza un análisis de sensibilidad unidimensional del modelo propuesto con el objetivo de cuantificar el efecto que generan las variaciones de los parámetros de entrada en los resultados.

6.9.1. Parámetros sensibilizados

En este análisis se sensibilizaron los siguientes parámetros: Demanda requerida, Costo de ineficiencia del sistema, Número de componentes por tipo de componente, Disponibilidad mínima requerida, Duración media de CM. Los parámetros asociados a la demanda, el costo de ineficiencia y la duración de las mantenciones correctivas impactan directamente los costos totales, al influir en la respuesta del sistema ante condiciones operativas adversas. En particular, la demanda y la duración de intervenciones correctivas afectan la disponibilidad del sistema, repercutiendo en su desempeño económico.

Por otro lado, el número máximo de componentes por tipo de equipo y la disponibilidad mínima requerida corresponden al lado derecho de las restricciones (5.17) y (5.15), respectivamente. Modificar estos parámetros tiene un impacto directo sobre la región factible del modelo, alterando el conjunto de soluciones admisibles y, en consecuencia, pudiendo modificar la configuración óptima del sistema.

6.9.2. Resultados

En la Figura 6.7 se presentan las variaciones porcentuales del LCC asociado a las mejores soluciones encontradas bajo los diferentes escenarios, en comparación con el caso base, en donde se aprecia que el parámetro con mayor impacto es la duración media de las intervenciones correctivas, generando una disminución del 28,80 % al disminuir en un 50 % y un aumento del 147,77 % al aumentar un 50 % de su valor base. En el escenario con menor duración, la política óptima corresponde a “*run to failure*”, mientras que en los demás escenarios se mantiene el enfoque CBM. En todos los casos, la asignación de componentes difiere respecto al caso base.

Otro parámetro con impacto significativo es la demanda requerida, cuya reducción a 20 [MW] genera una disminución del 50,58 % en los costos esperados, mientras que su aumento a 80 [MW] incrementa dichos costos en un

42,61 %. Tanto la asignación de generadores como los umbrales de intervención se ajustan en respuesta a este parámetro en todos los escenarios analizados.

El costo por ineficiencia impacta el valor de la función objetivo sin alterar la solución óptima. Una disminución a 500 [\$/hora] reduce el LCC en 6,68 %, mientras que un aumento a 1500 [\$/hora] lo incrementa en 6,88 %. Cada variación de 1 [\$/hora] en este parámetro implica un cambio aproximado de \$1,948 en la función objetivo.

En contraparte, los parámetros relacionados con las restricciones del modelo, como la disponibilidad requerida y el límite máximo de componentes, solo generan variaciones en los resultados en escenarios extremos. Cuando la disponibilidad mínima se establece en un 99 %, se observa un aumento del 16,46 % en el LCC, junto con cambios en la solución. Del mismo modo, el límite de componentes solo afecta la solución cuando se reduce a 6 unidades, lo que genera una leve disminución del 0,61 % en los costos. En el resto de los escenarios analizados, estos parámetros no provocan cambios en la solución óptima.

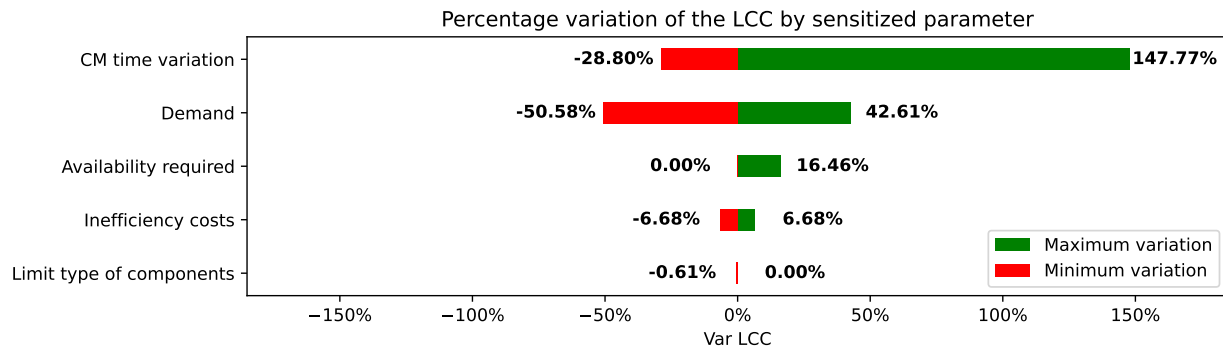


Figura 6.7: Variación porcentual del LCC por parámetro sensibilizado.

(Fuente: Elaboración propia.)

La Tabla 6.6 muestra el detalle de los cambios en la mejor solución del algoritmo según cada escenario de sensibilidad. Cabe destacar que en todos los escenarios se obtienen soluciones factibles.

Tabla 6.6: Detalles de los resultados del análisis de sensibilidad.

Parámetros	Valor del parámetro	Mejor solución								LCC	Variación LCC
		Generador tipo 1		Generador tipo 2		Generador tipo 3		Generador tipo 4			
		n_1	j for $y_j^{(1)}$	n_2	j for $y_j^{(2)}$	n_3	j for $y_j^{(3)}$	n_4	j for $y_j^{(4)}$		
Demanda requerida	20	0	0	4	4	0	0	0	2	7.202.648	-50,58 %
	35	0	0	0	0	0	4	2	4	10.635.365	-27,03 %
	50	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	65	0	0	0	0	0	0	3	6	17.395.710	19,36 %
	80	1	4	0	0	0	2	4	4	20.784.509	42,61 %
Costos de ineficiencia	500	0	0	2	4	0	0	2	4	13.600.344	-6,68 %
	750	0	0	2	4	0	0	2	4	14.087.440	-3,34 %
	1000	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	1250	0	0	2	4	0	0	2	4	15.061.633	3,34 %
	1500	0	0	2	4	0	0	2	4	15.548.729	6,68 %
Límite tipo de componentes	2	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	3	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	4	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	5	0	0	2	4	0	6	2	4	14.574.537	0,00 %
	6	3	4	6	4	0	0	0	4	14.485.449	-0,61 %
Disponibilidad requerida	91 %	0	0	2	4	0	2	2	4	14.574.537	0,00 %
	93 %	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	95 %	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	97 %	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	99 %	3	4	4	4	2	4	0	0	16.972.795	16,46 %
Variación del tiempo CM	-50 %	0	0	3	0	0	0	1	0	10.376.973	-28,80 %
	-25 %	1	4	1	4	0	0	2	4	12.782.660	-12,29 %
	0 %	0	0	2	4	0	0	2	4	14.574.537	0,00 %
	25 %	0	0	2	4	0	0	3	4	20.930.117	43,61 %
	50 %	0	0	3	2	4	2	2	4	36.111.130	147,77 %

(Fuente: Elaboración propia.)

7 | Conclusiones y trabajos futuros

En esta tesis se abordó un RAP en un sistema k -out-of- n ponderado con componentes reparables, no idénticos y con múltiples estados de degradación, integrando una política CBM definida mediante umbrales de intervención. El enfoque propuesto considera monitoreo continuo del estado de los componentes, incorporando errores de detección que pueden generar sobre o subestimaciones de su condición real. Además, se introduce un tiempo de retardo entre la emisión de la alerta y la ejecución de la intervención, durante el cual el componente puede seguir degradándose o incluso fallar. El modelo contempla tanto mantenimientos correctivos como preventivos, incluyendo en estas últimas distintos efectos posibles: perfectas, imperfectas o reparaciones menores, cada una con un impacto diferenciado en la condición futura del componente.

En primer lugar, se modela cada tipo de componente multiestado mediante un SMP. A continuación, mediante UGF se modela la distribución del rendimiento del MSS y con una función indicadora se logra establecer su disponibilidad. Luego, se plantea un modelo de optimización no lineal cuya función objetivo es minimizar los costos de ineficiencia, reparación, operación y adquisición, sujeto a restricciones de disponibilidad y límite de componentes. Las variables de decisión consideradas son la cantidad asignada y la definición de umbrales de degradación por tipo de componente. Finalmente, se aplica un GA adaptado para optimizar la asignación del sistema y la política de mantenimiento.

El modelo basado en SMP y UGF para modelar la disponibilidad del sistema permitió capturar las dinámicas multiestado de los componentes y las transiciones entre ellos. Los resultados obtenidos con este enfoque se contrastaron con los derivados mediante SMC, una técnica ampliamente utilizada pero demandante en términos computacionales. El análisis demostró que la diferencia en la disponibilidad calculada entre ambos métodos fue menor al 0.10 %, validando la precisión del modelo propuesto. Además, se obtuvo una mejora notable en la eficiencia computacional, ya que el tiempo de cálculo se redujo un 99.2 %, pasando de 5605 segundos en la simulación de Monte Carlo a tan solo 47 segundos con el modelo desarrollado. Estas ventajas refuerzan la utilidad del enfoque propuesto, especialmente en contextos donde se requiere evaluar varias posibles soluciones para determinar la mejor.

El GA propuesto mostró su aplicabilidad para resolver el problema en un tiempo razonable, considerando el gran conjunto de posibles soluciones. En este caso, el algoritmo tardó aproximadamente 9 minutos en encontrar una solución, lo cual es destacable dada la complejidad de la función objetivo y que el espacio de búsqueda contiene $(5 \cdot 5)^4 = 390,625$ posibles soluciones. El proceso se detuvo en la generación 51 debido a la ausencia de mejoras en las últimas 30 generaciones consecutivas, indicando una rápida convergencia hacia una buena solución. Esto resalta la capacidad del GA para explorar eficazmente un espacio de búsqueda de gran complejidad, proporcionando resultados satisfactorios en un tiempo aceptables.

Un aspecto clave que favoreció este desempeño fue el método de penalización propuesto, diseñado específicamente para manejar la restricción de disponibilidad mínima. A diferencia de enfoques adaptados de otros autores [47], el esquema propuesto permitió obtener soluciones factibles (o muy cercanas a la región factible) de manera consistente, incluso bajo exigentes niveles de disponibilidad requerida. Esto evidencia una capacidad del método para manejar restricciones sin comprometer la exploración del espacio de soluciones, favoreciendo tanto la calidad como la viabilidad de los resultados.

Para evaluar el impacto de considerar errores en la detección dentro del sistema de monitoreo continuo, se comparó con un escenario ideal sin fallos de diagnóstico, observándose un aumento cercano al 18 % del LCC., lo que resalta la importancia de incorporar la incertidumbre en la detección, ya que su omisión puede conducir a estrategias subóptimas e incluso inviables desde el punto de vista operativo.

Asimismo, se analizó el efecto de implementar una política CBM frente a una estrategia "*run to failure*", obteniéndose una reducción cercana al 10 % en los costos totales. Este resultado evidencia las ventajas de una política de mantenimiento proactiva, que permite anticiparse a las fallas y optimizar el desempeño económico y operativo del sistema en comparación con enfoques puramente reactivos.

Además, se realizó un análisis de sensibilidad para evaluar cómo las variaciones en los parámetros de entrada afectan los costos, la asignación de recursos y la política de mantenimiento. Estos cambios pueden deberse a factores como la disponibilidad de recursos, condiciones ambientales, capacidades técnicas o ajustes en la gestión. El modelo mostró alta sensibilidad a la demanda requerida y a la duración de las mantenciones correctivas, que impactaron significativamente tanto en los costos como en la solución obtenida. En cambio, el costo de ineficiencia solo afectó el valor de la función objetivo, sin alterar la política ni la asignación. La disponibilidad mínima y el límite de componentes solo tuvieron efecto bajo escenarios extremos. Estos resultados ayudan a identificar los parámetros más críticos para diseñar sistemas redundantes y políticas de mantenimiento efectivas.

Sobre la base de esta tesis, las investigaciones futuras podrían beneficiarse de la incorporación de suposiciones adicionales que permitan que el problema refleje con mayor fidelidad las condiciones reales. A continuación, se presentan algunas posibles áreas de investigación futura que podrían enriquecer y ampliar el alcance del enfoque propuesto, mejorando su aplicabilidad y robustez.

En primer lugar, sería útil incorporar estrategias de redundancia más avanzadas, como la redundancia pasiva y mixta, lo que permitiría evaluar su efectividad en diferentes escenarios operativos. Estas estrategias podrían ofrecer ventajas significativas en términos de resiliencia y eficiencia del sistema.

En segundo lugar, se podría desarrollar un modelo de optimización estocástica que permita la adaptación dinámica de la asignación y umbrales de degradación a las fluctuaciones de la demanda. Este enfoque haría que los resultados sean más robustos frente a incertidumbres y variaciones en los requerimientos operativos, mejorando la capacidad de planificación y respuesta del sistema.

Un tercer aspecto relevante a considerar es la incorporación de una política CBM que integre inspecciones periódicas o aperiódicas como mecanismo central para la toma de decisiones. Estas alternativas podrían ser más económicas, especialmente en contextos donde el monitoreo continuo implica altos costos de implementación y operación. Si bien el monitoreo continuo es preciso, su adopción no siempre es viable debido a limitaciones tecnológicas o presupuestarias.

Finalmente, otra dirección prometedora para futuras investigaciones podría centrarse en la técnica empleada para resolver el problema. Se podrían explorar e implementar metaheurísticas alternativas más avanzadas, que ofrezcan la posibilidad de identificar soluciones potencialmente superiores en menor tiempo.

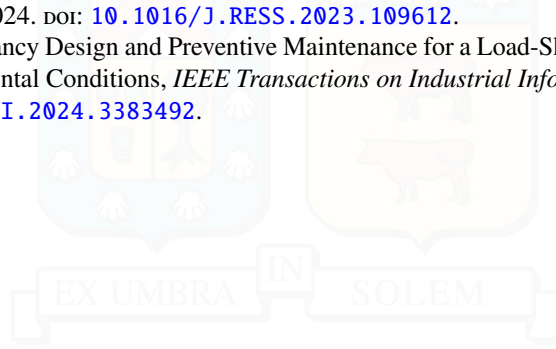
Bibliografía

- [1] S. Huang, B. Lei, K. Gao, Z. Wu y Z. Wang, Multi-State System Reliability Evaluation and Component Allocation Optimization Under Multi-Level Performance Sharing, *IEEE Access*, vol. 9, págs. 88 820-88 834, 2021. doi: [10.1109/ACCESS.2021.3090405](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3090405).
- [2] S. Eryilmaz, Reliability analysis of multi-state system with three-state components and its application to wind energy, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 172, págs. 58-63, 2018. doi: [10.1016/j.ress.2017.12.008](https://doi.org/10.1016/j.ress.2017.12.008).
- [3] Z. Chen, T. Zhao, J. Jiao y F. Ren, Availability Analysis and Optimal Design of Multistate Weighted k -Out-of-n Systems With Component Performance Requirements, *IEEE Access*, vol. 6, págs. 51 547-51 555, 2018. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2865933](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2865933).
- [4] Y. Chen, Y. Liu y T. Xiahou, A Deep Reinforcement Learning Approach to Dynamic Loading Strategy of Repairable Multistate Systems, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 71, págs. 484-499, 1 2022. doi: [10.1109/TR.2020.3044596](https://doi.org/10.1109/TR.2020.3044596).
- [5] G. Bai, Y. Chi, K. Gao y R. Peng, Reliability Evaluation of Multi-State Systems With Common Bus Performance Sharing Considering Performance Excess, *IEEE Access*, vol. 10, págs. 19 174-19 185, 2022. doi: [10.1109/ACCESS.2021.3127909](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3127909).
- [6] E. A. Elsayed, *Reliability Engineering*. Wiley, 2020, ISBN: 9781119665922. doi: [10.1002/9781119665946](https://doi.org/10.1002/9781119665946).
- [7] R. Ahmad y S. Kamaruddin, An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application, *Computers & Industrial Engineering*, vol. 63, págs. 135-149, 1 2012. doi: [10.1016/j.cie.2012.02.002](https://doi.org/10.1016/j.cie.2012.02.002).
- [8] A. K. Jardine, D. Lin y D. Banjevic, A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, págs. 1483-1510, 7 2006. doi: [10.1016/j.ymssp.2005.09.012](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.09.012).
- [9] W. Wu, D. Prescott, R. Remenyte-Prescott, A. Saleh y M. C. Ruano, An asset management modelling framework for wind turbine blades considering monitoring system reliability, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 252, pág. 110 478, 2024. doi: [10.1016/j.ress.2024.110478](https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110478).
- [10] H. Pham y H. Wang, Imperfect maintenance, *European Journal of Operational Research*, vol. 94, págs. 425-438, 3 1996. doi: [10.1016/S0377-2217\(96\)00099-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00099-9).
- [11] Z. Tian, G. Levitin y M. J. Zuo, A joint reliability–redundancy optimization approach for multi-state series–parallel systems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 94, págs. 1568-1576, 10 2009. doi: [10.1016/j.ress.2009.02.021](https://doi.org/10.1016/j.ress.2009.02.021).
- [12] F. Kristjanpoller, N. Cárdenas-Pantoja, P. Viveros y R. Pascual, Wind farm life cycle cost modelling based on oversizing capacity under load sharing configuration, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 236, pág. 109 307, 2023. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109307>.
- [13] R. K. Mobley, *An introduction to predictive maintenance*. Elsevier, 2002.
- [14] A. Crespo-Márquez, *The Maintenance Management Framework: Models and Methods for Complex Systems Maintenance*, 1.ª ed. Springer London, 2007, ISBN: 978-1-84628-820-3. doi: [10.1007/978-1-84628-821-0](https://doi.org/10.1007/978-1-84628-821-0).
- [15] N. Toshio, *Maintenance Theory of Reliability*. Springer-Verlag, 2005, ISBN: 1-85233-939-X. doi: [10.1007/1-84628-221-7](https://doi.org/10.1007/1-84628-221-7).
- [16] Z. Guiras, S. Turki, N. Rezg y A. Dolgui, Optimal maintenance plan for two-level assembly system and risk study of machine failure, *International Journal of Production Research*, vol. 57, págs. 2446-2463, 8 2019. doi: [10.1080/00207543.2018.1521017](https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1521017).

- [17] S. Alaswad e Y. Xiang, A review on condition-based maintenance optimization models for stochastically deteriorating system, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 157, págs. 54-63, 2017. doi: [10.1016/j.ress.2016.08.009](https://doi.org/10.1016/j.ress.2016.08.009).
- [18] G. Norman, Life cycle costing, *Property Management*, vol. 8, n.º 4, págs. 344-356, 1990. doi: [10.1108/EUM00000000003380](https://doi.org/10.1108/EUM00000000003380).
- [19] A. Lisnianski y G. Levitin, *Multi-state system reliability: assessment, optimization and applications*. World scientific, 2003.
- [20] Y. Mo, L. Xing, S. V. Amari y J. Bechta Dugan, Efficient analysis of multi-state k-out-of-n systems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 133, págs. 95-105, 2015. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2014.09.006>.
- [21] P. Pascual-Ortigosa y E. Sáenz-de-Cabezón, Algebraic Analysis of Variants of Multi-State k-out-of-n Systems, *Mathematics*, vol. 9, pág. 2042, 17 2021. doi: [10.3390/math9172042](https://doi.org/10.3390/math9172042).
- [22] M. Sharifi y S. Taghipour, Inspection interval optimization of a weighted-K-out-of-N system with identical multi-state load-sharing components, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 238, pág. 109412, 2023. doi: [10.1016/j.ress.2023.109412](https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109412).
- [23] V. Bisht y S. B. Singh, L_r -transform approach to evaluate reliability indices of multi-state repairable weighted K-out-of-n systems, *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 39, págs. 1043-1057, 3 2023. doi: [10.1002/qre.3279](https://doi.org/10.1002/qre.3279).
- [24] L. Gu, G. Wang, Y. Zhou y R. Peng, Reliability optimization of multi-state systems with two performance sharing groups, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 241, pág. 109580, 2024. doi: [10.1016/j.ress.2023.109580](https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109580).
- [25] Y. Hu, Y. Lin, Y. Ding, X. Chen y Z. Zeng, Screening of optimal structure among large-scale multi-state weighted k-out-of-n systems considering reliability evaluation, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 206, pág. 107268, 2021. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.107268>.
- [26] X. Wang, X. Zhao, C. Wu y S. Wang, Mixed shock model for multi-state weighted k-out-of-n: F systems with degraded resistance against shocks, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 217, pág. 108098, 2022. doi: [10.1016/j.ress.2021.108098](https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108098).
- [27] A. Peiravi, M. Noureifath y M. K. Zanjani, Redundancy strategies assessment and optimization of k-out-of-n systems based on Markov chains and genetic algorithms, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 221, pág. 108277, 2022. doi: [10.1016/j.ress.2021.108277](https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108277).
- [28] X. Y. Li, Y. F. Li y H. Z. Huang, Redundancy allocation problem of phased-mission system with non-exponential components and mixed redundancy strategy, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 199, pág. 106903, 2020. doi: [10.1016/j.ress.2020.106903](https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106903).
- [29] Y. Liu, H.-Z. Huang, Z. Wang, Y. Li e Y. Yang, A Joint Redundancy and Imperfect Maintenance Strategy Optimization for Multi-State Systems, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. 62, págs. 368-378, 2 2013. doi: [10.1109/TR.2013.2259193](https://doi.org/10.1109/TR.2013.2259193).
- [30] J. F. Andersen y B. F. Nielsen, A comparative study of time-based maintenance and condition-based maintenance for multi-component systems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 256, pág. 110759, 2025. doi: [10.1016/j.ress.2024.110759](https://doi.org/10.1016/j.ress.2024.110759).
- [31] A. Attar, S. Raissi y K. Khalili-Damghani, A simulation-based optimization approach for free distributed repairable multi-state availability-redundancy allocation problems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 157, págs. 177-191, 2017. doi: [10.1016/j.ress.2016.09.006](https://doi.org/10.1016/j.ress.2016.09.006).
- [32] M. Oszczypała, J. Konwerski, J. Ziółkowski y J. Małachowski, Reliability analysis and redundancy optimization of k-out-of-n systems with random variable k using continuous time Markov chain and Monte Carlo simulation, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 242, pág. 109780, 2024. doi: [10.1016/j.ress.2023.109780](https://doi.org/10.1016/j.ress.2023.109780).
- [33] A. Azadeh, S. M. Asadzadeh, N. Salehi y M. Firoozi, Condition-based maintenance effectiveness for series-parallel power generation system—A combined Markovian simulation model, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 142, págs. 357-368, 2015. doi: [10.1016/j.ress.2015.04.009](https://doi.org/10.1016/j.ress.2015.04.009).
- [34] I. A. Ushakov, A universal generating function, *Soviet J Comput Syst Sci*, vol. 24, pág. 37, 5 1986.
- [35] L. Gregory, *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization*. Springer-Verlag, 2005, ISBN: 1-85233-927-6. doi: [10.1007/1-84628-245-4](https://doi.org/10.1007/1-84628-245-4).
- [36] Y. F. Li y E. Zio, A multi-state model for the reliability assessment of a distributed generation system via universal generating function, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 106, págs. 28-36, 2012. doi: [10.1016/j.ress.2012.04.008](https://doi.org/10.1016/j.ress.2012.04.008).

- [37] A. Lisnianski, I. Frenkel e Y. Ding, *Multi-state System Reliability Analysis and Optimization for Engineers and Industrial Managers*. Springer London, 2010, ISBN: 978-1-84996-319-0. doi: [10.1007/978-1-84996-320-6](https://doi.org/10.1007/978-1-84996-320-6).
- [38] W. Li y M. J. Zuo, Reliability evaluation of multi-state weighted k-out-of-n systems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 93, págs. 160-167, 1 2008. doi: [10.1016/J.RESS.2006.11.009](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2006.11.009).
- [39] K. S. Trivedi, *Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications*. Wiley, 2016, ISBN: 9780471333418. doi: [10.1002/9781119285441](https://doi.org/10.1002/9781119285441).
- [40] W. J. Stewart, *Probability, Markov Chains, Queues, and Simulation*. Princeton University Press, 2009, ISBN: 9781400832811. doi: [10.2307/j.ctvc4m4gtc](https://doi.org/10.2307/j.ctvc4m4gtc).
- [41] N. Limnios, Reliability Measures of Semi-Markov Systems with General State Space, *Methodology and Computing in Applied Probability*, vol. 14, págs. 895-917, 4 2012. doi: [10.1007/s11009-011-9211-5](https://doi.org/10.1007/s11009-011-9211-5).
- [42] S. Distefano y K. S. Trivedi, Non-Markovian State-Space Models in Dependability Evaluation, *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 29, págs. 225-239, 2 2013. doi: [10.1002/qre.1305](https://doi.org/10.1002/qre.1305).
- [43] W. Li et al., *Reliability assessment of electric power systems using Monte Carlo methods*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [44] D. P. Kroese, T. Taimre y Z. I. Botev, *Handbook of Monte Carlo Methods*. Wiley, 2011, ISBN: 9780470177938. doi: [10.1002/9781118014967](https://doi.org/10.1002/9781118014967).
- [45] D. E. Fyffe, W. W. Hines y N. K. Lee, System Reliability Allocation and a Computational Algorithm, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. R-17, págs. 64-69, 2 1968. doi: [10.1109/TR.1968.5217517](https://doi.org/10.1109/TR.1968.5217517).
- [46] M. Chern, On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system, *Operations Research Letters*, vol. 11, n.º 5, págs. 309-315, 1992. doi: [https://doi.org/10.1016/0167-6377\(92\)90008-Q](https://doi.org/10.1016/0167-6377(92)90008-Q).
- [47] M. Sharifi y S. Taghipour, Redundancy allocation problem with a mix of components for a multi-state system and continuous performance level components, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 241, pág. 109 632, 2024. doi: [10.1016/J.RESS.2023.109632](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2023.109632).
- [48] H. Gholinezhad, A new model for reliability redundancy allocation problem with component mixing, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 242, pág. 109 815, 2024. doi: [10.1016/J.RESS.2023.109815](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2023.109815).
- [49] J. Zhang, L. Li y Z. Chen, Strength-redundancy allocation problem using artificial bee colony algorithm for multi-state systems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 209, pág. 107 494, 2021. doi: <https://doi.org/10.1016/j.res.2021.107494>.
- [50] J. Li, L. Xue, G. Wang y H. Zhou, Availability Evaluation and Design Optimization of Multi-State k-out-of-n:G Systems With Random Performance Requirements, *IEEE Access*, vol. 11, págs. 119 106-119 117, 2023. doi: [10.1109/ACCESS.2023.3327431](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3327431).
- [51] F. Kristjanpoller, K. Michell, W. Kristjanpoller y A. Crespo, Fleet optimization considering overcapacity and load sharing restrictions using genetic algorithms and ant colony optimization, *AI EDAM*, vol. 34, págs. 104-113, 1 2020. doi: [10.1017/S0890060419000428](https://doi.org/10.1017/S0890060419000428).
- [52] J. H. Holland, Genetic Algorithms, *Scientific American*, vol. 267, n.º 1, págs. 66-73, 1992. (visitado 26-08-2025).
- [53] J. Kennedy y R. Eberhart, Particle swarm optimization, en *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, vol. 4, 1995, 1942-1948 vol.4. doi: [10.1109/ICNN.1995.488968](https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968).
- [54] D. Karaboga y B. Basturk, A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm, *Journal of Global Optimization*, vol. 39, págs. 459-471, 3 2007. doi: [10.1007/s10898-007-9149-x](https://doi.org/10.1007/s10898-007-9149-x).
- [55] H. Kim, Markov-based reliability model for a mixed redundant system and parallel genetic algorithm with knowledge archives for a redundancy allocation problem, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 240, pág. 109 585, 2023. doi: [10.1016/J.RESS.2023.109585](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2023.109585).
- [56] J. Zhang, H. Lv y J. Hou, A novel general model for RAP and RRAP optimization of k-out-of-n:G systems with mixed redundancy strategy, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 229, pág. 108 843, 2023. doi: [10.1016/J.RESS.2022.108843](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2022.108843).
- [57] S. Eryilmaz, The number of failed components in a k-out-of-n system consisting of multiple types of components, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 175, págs. 246-250, 2018. doi: [10.1016/J.RESS.2018.03.027](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2018.03.027).
- [58] K. Hamdan, M. Tavangar y M. Asadi, Optimal preventive maintenance for repairable weighted k-out-of-n systems, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 205, pág. 107 267, 2021. doi: [10.1016/J.RESS.2020.107267](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2020.107267).
- [59] H. Su, Y. Zhao y X. Wang, Analysis of a State Degradation Model and Preventive Maintenance Strategies for Wind Turbine Generators Based on Stochastic Differential Equations, *Mathematics*, vol. 11, pág. 2608, 12 2023. doi: [10.3390/math11122608](https://doi.org/10.3390/math11122608).

- [60] I. T. Castro, R. J. Basten y G. J. van Houtum, Maintenance cost evaluation for heterogeneous complex systems under continuous monitoring, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 200, pág. 106 745, 2020. doi: [10.1016/J.RESS.2019.106745](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2019.106745).
- [61] J. L. Oakley, K. J. Wilson y P. Philipson, A condition-based maintenance policy for continuously monitored multi-component systems with economic and stochastic dependence, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 222, pág. 108 321, 2022. doi: [10.1016/J.RESS.2022.108321](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2022.108321).
- [62] W. Zhang, X. Zhang, S. He, X. Zhao y Z. He, Optimal condition-based maintenance policy for multi-component repairable systems with economic dependence in a finite-horizon, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 241, pág. 109 612, 2024. doi: [10.1016/J.RESS.2023.109612](https://doi.org/10.1016/J.RESS.2023.109612).
- [63] Y. Hao y X. Zhu, Redundancy Design and Preventive Maintenance for a Load-Sharing Multiasset System Considering Uncertain Environmental Conditions, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 20, págs. 9308-9319, 7 2024. doi: [10.1109/TII.2024.3383492](https://doi.org/10.1109/TII.2024.3383492).



A | Modelado del Proceso Semi-Markov: Matrices y Vectores

A.1. Matriz de CDFs

Tabla A.1: Valores no nulos de la matriz CDFs de componentes tipo i .

Elemento	Expresión
$D_{0,2}^{(i)}$	$0,5 \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(-\mu^{(i)} + \log(t))}{2\sigma^{(i)}} \right) + 0,5$
$D_{1,2}^{(i)}$	$P_{1,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)}) \theta (t - t_{P_{1,2}^{(i)}})$
$D_{2,0}^{(i)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a_{2,0}^{(i)}}}$
$D_{2,1}^{(i)}$	$(P_{correct} y_2^{(i)} + P_{over} y_4^{(i)}) \theta (t - t_{delay}^{(i)})$
$D_{2,4}^{(i)}$	$1 - e^{-\left(\frac{t}{a_{2,4}^{(i)}} \right)^{\beta_{2,4}^{(i)}}}$
$D_{3,2}^{(i)}$	$P_{3,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)}) \theta (t - t_{P_{3,2}^{(i)}})$
$D_{3,4}^{(i)}$	$P_{3,4}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)}) \theta (t - t_{m_{3,4}^{(i)}})$
$D_{4,0}^{(i)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a_{4,0}^{(i)}}}$
$D_{4,3}^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + P_{correct} y_4^{(i)} + P_{over} y_6^{(i)}) \theta (t - t_{delay}^{(i)})$
$D_{4,6}^{(i)}$	$1 - e^{-\left(\frac{t}{a_{4,6}^{(i)}} \right)^{\beta_{4,6}^{(i)}}}$
$D_{5,2}^{(i)}$	$P_{5,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{P_{5,2}^{(i)}})$
$D_{5,4}^{(i)}$	$P_{5,4}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{i_{5,4}^{(i)}})$
$D_{5,6}^{(i)}$	$P_{5,6}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{m_{5,6}^{(i)}})$
$D_{6,0}^{(i)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a_{6,0}^{(i)}}}$
$D_{6,5}^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + P_{correct} y_6^{(i)} + P_{over} y_8^{(i)}) \theta (t - t_{delay}^{(i)})$
$D_{6,8}^{(i)}$	$1 - e^{-\left(\frac{t}{a_{6,8}^{(i)}} \right)^{\beta_{6,8}^{(i)}}}$
$D_{7,2}^{(i)}$	$P_{7,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{P_{7,2}^{(i)}})$
$D_{7,4}^{(i)}$	$P_{7,4}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{i_{7,4}^{(i)}})$
$D_{7,6}^{(i)}$	$P_{7,6}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{i_{7,6}^{(i)}})$
$D_{7,8}^{(i)}$	$P_{7,8}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) \theta (t - t_{m_{7,8}^{(i)}})$
$D_{8,0}^{(i)}$	$1 - e^{-\frac{t}{a_{8,0}^{(i)}}}$
$D_{8,7}^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + P_{correct} y_8^{(i)}) \theta (t - t_{delay}^{(i)})$

A.2. Matriz de probabilidades de transición de un paso

Tabla A.2: Valores no nulos de la matriz de probabilidades de un paso de componentes tipo i .

Elemento	Expresión
$\mathbf{P}_{0,2}^{(i)}$	1,0
$\mathbf{P}_{1,2}^{(i)}$	$P_{1,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)})$
$\mathbf{P}_{2,0}^{(i)}$	$\frac{(P_{correct} y_2^{(i)} + P_{over} y_4^{(i)}) \int_{i^{(i)} delay}^{\infty} e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} t^{\beta_{2,4}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{2,0}^{(i)}}} dt}{\lambda_{2,0}^{(i)}} + \frac{\int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} t^{\beta_{2,4}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{2,0}^{(i)}}} dt}{\lambda_{2,0}^{(i)}}$
$\mathbf{P}_{2,1}^{(i)}$	$(P_{correct} y_2^{(i)} + P_{over} y_4^{(i)}) e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} (i^{(i)} delay)^{\beta_{2,4}^{(i)}} e^{-\frac{i^{(i)} delay}{\lambda_{2,0}^{(i)}}}$
$\mathbf{P}_{2,4}^{(i)}$	$-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} \beta_{2,4}^{(i)} (P_{correct} y_2^{(i)} + P_{over} y_4^{(i)}) \int_{i^{(i)} delay}^{\infty} \frac{\beta_{2,4}^{(i)} e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} t^{\beta_{2,4}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{2,0}^{(i)}}}}{t} dt + (\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} \beta_{2,4}^{(i)} \int_0^{\infty} \frac{\beta_{2,4}^{(i)} e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} t^{\beta_{2,4}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{2,0}^{(i)}}}}{t} dt$
$\mathbf{P}_{3,2}^{(i)}$	$P_{3,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)})$
$\mathbf{P}_{3,4}^{(i)}$	$P_{3,4}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)})$
$\mathbf{P}_{4,0}^{(i)}$	$\frac{(y_2^{(i)} + P_{correct} y_4^{(i)} + P_{over} y_6^{(i)}) \int_{i^{(i)} delay}^{\infty} e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} t^{\beta_{4,6}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{4,0}^{(i)}}} dt}{\lambda_{4,0}^{(i)}} + \frac{\int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} t^{\beta_{4,6}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{4,0}^{(i)}}} dt}{\lambda_{4,0}^{(i)}}$
$\mathbf{P}_{4,3}^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + P_{correct} y_4^{(i)} + P_{over} y_6^{(i)}) e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} (i^{(i)} delay)^{\beta_{4,6}^{(i)}} e^{-\frac{i^{(i)} delay}{\lambda_{4,0}^{(i)}}}$
$\mathbf{P}_{4,6}^{(i)}$	$-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} \beta_{4,6}^{(i)} (y_2^{(i)} + P_{correct} y_4^{(i)} + P_{over} y_6^{(i)}) \int_{i^{(i)} delay}^{\infty} \frac{\beta_{4,6}^{(i)} e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} t^{\beta_{4,6}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{4,0}^{(i)}}}}{t} dt + (\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} \beta_{4,6}^{(i)} \int_0^{\infty} \frac{\beta_{4,6}^{(i)} e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} t^{\beta_{4,6}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{4,0}^{(i)}}}}{t} dt$
$\mathbf{P}_{5,2}^{(i)}$	$P_{5,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{5,4}^{(i)}$	$P_{5,4}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{5,6}^{(i)}$	$P_{5,6}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{6,0}^{(i)}$	$\frac{(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + P_{correct} y_6^{(i)} + P_{over} y_8^{(i)}) \int_{i^{(i)} delay}^{\infty} e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} t^{\beta_{6,8}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{6,0}^{(i)}}} dt}{\lambda_{6,0}^{(i)}} + \frac{\int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} t^{\beta_{6,8}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{6,0}^{(i)}}} dt}{\lambda_{6,0}^{(i)}}$
$\mathbf{P}_{6,5}^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + P_{correct} y_6^{(i)} + P_{over} y_8^{(i)}) e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} (i^{(i)} delay)^{\beta_{6,8}^{(i)}} e^{-\frac{i^{(i)} delay}{\lambda_{6,0}^{(i)}}}$
$\mathbf{P}_{6,8}^{(i)}$	$-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} \beta_{6,8}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + P_{correct} y_6^{(i)} + P_{over} y_8^{(i)}) \int_{i^{(i)} delay}^{\infty} \frac{\beta_{6,8}^{(i)} e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} t^{\beta_{6,8}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{6,0}^{(i)}}}}{t} dt + (\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} \beta_{6,8}^{(i)} \int_0^{\infty} \frac{\beta_{6,8}^{(i)} e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} t^{\beta_{6,8}^{(i)}} e^{-\frac{t}{\lambda_{6,0}^{(i)}}}}{t} dt$
$\mathbf{P}_{7,2}^{(i)}$	$P_{7,2}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{7,4}^{(i)}$	$P_{7,4}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{7,6}^{(i)}$	$P_{7,6}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{7,8}^{(i)}$	$P_{7,8}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)})$
$\mathbf{P}_{8,0}^{(i)}$	$-(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + P_{correct} y_8^{(i)}) e^{-\frac{i^{(i)} delay}{\lambda_{8,0}^{(i)}}} + 1,0$
$\mathbf{P}_{8,7}^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + P_{correct} y_8^{(i)}) e^{-\frac{i^{(i)} delay}{\lambda_{8,0}^{(i)}}}$

A.3. Vector tiempos medios de permanencia

Tabla A.3: Tiempo medio de permanencia de componentes tipo i .

Elemento	Expresión
$\tau_0^{(i)}$	$0,5 \int_0^{\infty} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}\mu^{(i)}}{2\sigma^{(i)}} - \frac{\sqrt{2}\log(t)}{2\sigma^{(i)}} \right) + 1 \right) dt$
$\tau_1^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)}) t p_{1,2}^{(i)}$
$\tau_2^{(i)}$	$-(P_{correct} y_2^{(i)} + P_{over} y_4^{(i)}) \int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} t^{\beta_{2,4}^{(i)}}} e^{-\frac{t}{\lambda_{2,0}^{(i)}}} dt + \int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{2,4}^{(i)})^{-\beta_{2,4}^{(i)}} t^{\beta_{2,4}^{(i)}}} e^{-\frac{t}{\lambda_{2,0}^{(i)}}} dt$
$\tau_3^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)}) (P_{3,2}^{(i)} t p_{3,2}^{(i)} + P_{3,4}^{(i)} t m_{3,4}^{(i)})$
$\tau_4^{(i)}$	$-(y_2^{(i)} + P_{correct} y_4^{(i)} + P_{over} y_6^{(i)}) \int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} t^{\beta_{4,6}^{(i)}}} e^{-\frac{t}{\lambda_{4,0}^{(i)}}} dt + \int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{4,6}^{(i)})^{-\beta_{4,6}^{(i)}} t^{\beta_{4,6}^{(i)}}} e^{-\frac{t}{\lambda_{4,0}^{(i)}}} dt$
$\tau_5^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) (P_{5,2}^{(i)} t p_{5,2}^{(i)} + P_{5,4}^{(i)} t i_{5,4}^{(i)} + P_{5,6}^{(i)} t m_{5,6}^{(i)})$
$\tau_6^{(i)}$	$-(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + P_{correct} y_6^{(i)} + P_{over} y_8^{(i)}) \int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} t^{\beta_{6,8}^{(i)}}} e^{-\frac{t}{\lambda_{6,0}^{(i)}}} dt + \int_0^{\infty} e^{-(\alpha_{6,8}^{(i)})^{-\beta_{6,8}^{(i)}} t^{\beta_{6,8}^{(i)}}} e^{-\frac{t}{\lambda_{6,0}^{(i)}}} dt$
$\tau_7^{(i)}$	$(y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + y_8^{(i)}) (P_{7,2}^{(i)} t p_{7,2}^{(i)} + P_{7,4}^{(i)} t i_{7,4}^{(i)} + P_{7,6}^{(i)} t i_{7,6}^{(i)} + P_{7,8}^{(i)} t m_{7,8}^{(i)})$
$\tau_8^{(i)}$	$-\lambda_{8,0}^{(i)} (y_2^{(i)} + y_4^{(i)} + y_6^{(i)} + P_{correct} y_8^{(i)}) e^{-\frac{t_{delay}^{(i)}}{\lambda_{8,0}^{(i)}}} + \lambda_{8,0}^{(i)}$

B | Modelo de Simulación Monte Carlo

B.1. Simulación Monte Carlo

Algorithm 1 Monte Carlo simulation

Input: $t_{\text{operation}}, N_{\text{sim}}$

- 1: Set $trw = \{\}, srw = \{\}$
- 2: **for** $\text{Component}^{(i)}, i \in I$ **do** ▷ Initialize dictionaries to store information.
- 3: Set $trw[\text{Component}^{(i)}] = [], srw[\text{Component}^{(i)}] = []$ ▷ Initialize lists
- 4: **for** $\text{sim} = 1, \dots, N_{\text{sim}}$ **do**
- 5: Run Random Walk Simulation for $\text{Component}^{(i)}$ and $t_{\text{operation}}$
- 6: Store results in $trw[\text{Component}^{(i)}], srw[\text{Component}^{(i)}]$
- 7: Determine proportion of time in each state $P_j^{\text{Component}^{(i)}} = \frac{t_j}{t_{\text{operation}}}, \forall j \in J_i$
- 8: **end for**
- 9: Determine proportion of time expected in each state $E \left[P_j^{\text{Component}^{(i)}} \right], \forall j \in J_i$
- 10: **end for**
- 11: Set $A = []$
- 12: **for** $\text{sim} = 1, \dots, N_{\text{sim}}$ **do**
- 13: Determine the state s and performance G_s of the system at any given time trw_{system}
- 14: Set $UP_{\text{time}} = 0, \text{Total}_{\text{time}} = trw_{\text{system}}[-1] - trw_{\text{system}}[0]$
- 15: **for** $k = 0, \dots, \text{len}(trw_{\text{system}}) - 1$ **do**
- 16: Set $\Delta t = trw_{\text{system}}[k + 1] - trw_{\text{system}}[k]$ ▷ Time between two transitions
- 17: **if** $G_s \geq W$ **then**
- 18: Update $UP_{\text{time}} += \Delta t$
- 19: **end if**
- 20: **end for**
- 21: Append $\frac{UP_{\text{time}}}{\text{Total}_{\text{time}}}$ to A
- 22: **end for**
- 23: Determine expected availability $E[A] = \text{Average}(A)$

Output: $E[A], E \left[P_j^{\text{Component}^{(i)}} \right], \forall i \in I, j \in J_i$

B.2. Simulación Trayectoria aleatoria

Algorithm 2 Random Walk Simulation

Input: $t_{operation}$, transitions

- 1: Set $t = 0$, $trw = []$, $srw = []$ ▷ Initialize time and lists to store information
- 2: Set $State = State_{initial}$
- 3: Append t to trw , Append $State$ to srw
- 4: **while** True **do** ▷ Determine possible transitions
- 5: Set $pt_{names} = [trans.name \text{ for } (node, trans) \text{ in } transitions \text{ if } State = node]$
- 6: Set $pt_{times} = [trans.Sampling(CDF) \text{ for } (node, trans) \text{ in } transitions \text{ if } State = node]$
- 7: Set $pt_{dist} = [trans.dist \text{ for } (node, trans) \text{ in } transitions \text{ if } State = node]$
- 8: Set $pt_{prob} = [trans.prob \text{ if } trans.dist = \text{Deterministic} \text{ else } 1 \text{ for } (node, trans) \text{ in } transitions \text{ if } State = node]$
- 9: **if** $State \% 2 = 0$ **or** $State = 1$ **then**
- 10: Set $pt_{times-prob} = [pt_{times}[i] \text{ if } trans.dist[i] \neq \text{Deterministic} \text{ or } random() \leq pt_{prob}[i] \text{ else } \infty \text{ for } i \text{ in } len(pt_{dist})]$ ▷ Deterministic distributions are considered with a certain probability
- 11: Set $index = \text{Argmin}(pt_{times-prob})$
- 12: **else**
- 13: Set $index = pt_{names}.index(\text{Choices}(pt_{names}, [P_{perfect}, P_{minor}]))$ ▷ Perfect or minor maintenance in PM
- 14: **end if**
- 15: Set $t_{name} = pt_{names}[index][-1]$, $t_{time} = pt_{times}[index]$ ▷ Get node name and time of transition occurred
- 16: Update $t += t_{time}$
- 17: Append t to trw , Append t_{name} to srw
- 18: **if** $t \geq t_{operation}$ **then**
- 19: **break**
- 20: **end if**
- 21: Set $State = t_{name}$
- 22: **end while**
- 23: Set $index = \text{Min}(\text{where}(trw \geq t_{operation}))$
- 24: Truncate trw up to $index$, Append $t_{operation}$ to trw
- 25: Truncate srw up to $index$

Output: trw , srw

B.3. Muestreo mediante función inversa

Algorithm 3 Sampling

Input: CDF

- 1: Set $Rnd = U(0, 1)$ ▷ Random number by uniform distribution
- 2: **if** $CDF = \text{Weibull}$ **then**
- 3: Set $t_{inverse} = \alpha (-\ln(1 - Rnd))^{\frac{1}{\beta}}$
- 4: **else if** $CDF = \text{Exponential}$ **then**
- 5: Set $t_{inverse} = -\lambda \ln(1 - Rnd)$
- 6: **else if** $CDF = \text{Deterministic}$ **then**
- 7: Set $t_{inverse} = t_{parámetro}$
- 8: **else if** $CDF = \text{lognormal}$ **then**
- 9: Set $t_{inverse} = e^{\mu + \Phi^{-1}(p)\sigma}$
- 10: **end if**

Output: $t_{inverse}$
