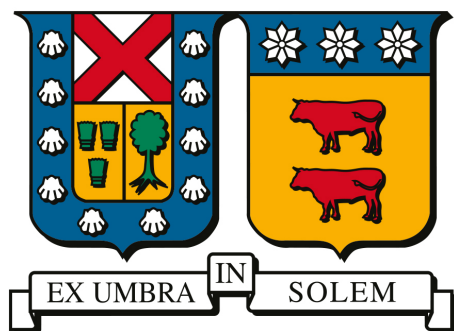


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA METÁLURGICA, MINERÍA Y
MATERIALES

SANTIAGO-CHILE



INCORPORACIÓN DE INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA EN
DEFINICIÓN
DE LÍMITES DE MINERAL/ESTERIL EN MINERÍA
A CIELO ABIERTO

Constanza Andrea Aguilera Álvarez

TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERA CIVIL DE MINAS

CON EL GRADO DE
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MINAS

PROFESOR GUÍA
Gonzalo Nelis Suazo

JUNIO 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☐ Memoria o trabajo de título ☒ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Incorporación de incertidumbre geológica en definición de límites mineral/estéril en minería a cielo abierto

Nombre del candidato(a): Constanza Andrea Aguilera Álvarez

Carrera / Grado: Magister en Ciencias de la Ingeniería Metalúrgica y de Minas

Campus: San Joaquín Departamento: Departamento de Ingeniería de Minas, Metalurgia y Materiales

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Gonzalo Nelis Suazo, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente

DEJO CONSTANCIA que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

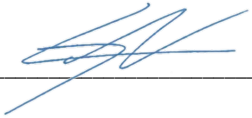
☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 27/07/2026 Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 27/07/2026 Firma: 

INCORPORACIÓN DE INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA EN LÍMITES DE MINERAL/ESTÉRIL EN MINERÍA A CIELO ABIERTO

Constanza Aguilera Álvarez¹, Gonzalo Nelis Suazo¹

¹ Departamento de Ingeniería de Minas, Metalurgia y Materiales, Universidad Técnica Federico Santa María

RESUMEN

En la minería a cielo abierto, uno de los principales desafíos corresponde a la definición de los límites entre mineral y estéril, ya que esta decisión determina el destino del material e influye directamente en la rentabilidad y eficiencia de la operación. Esta problemática se ve intensificada por la incertidumbre geológica inherente al yacimiento, asociada a la variabilidad en la ley del mineral y su distribución espacial, lo que genera discrepancias entre lo planificado y lo realmente obtenido durante la explotación. Estas discrepancias adquieren mayor relevancia en la planificación de corto plazo, donde las decisiones se adoptan en horizontes reducidos y afectan directamente el cumplimiento de las metas de producción y procesamiento.

Este trabajo propone una metodología que integra explícitamente la incertidumbre geológica y las restricciones operacionales, tradicionalmente abordadas de manera independiente. Para ello, se desarrolla un modelo de optimización bajo el enfoque de minimización de desviaciones que incorpora múltiples escenarios geológicos y restricciones críticas, tales como capacidad, *blending* y selectividad, con el objetivo de obtener límites mineral/estéril más consistentes con el comportamiento del yacimiento y mejorar la coherencia entre planificación y ejecución.

Los resultados muestran que el modelo estocástico privilegia soluciones con menor variabilidad entre escenarios geológicos, lo que se traduce en una mayor estabilidad de las leyes obtenidas y bajo restricciones individuales, en mejoras económicas de hasta un 7.56 % respecto al enfoque determinista. Asimismo, el análisis de sensibilidad muestra que el desempeño del modelo está condicionado por las restricciones y las penalizaciones consideradas. En conjunto, los resultados evidencian que la incorporación explícita de la incertidumbre geológica permite obtener límites mineral/estéril más consistentes frente a la variabilidad del yacimiento, favoreciendo una mejor adaptación de las decisiones operacionales a las condiciones reales de explotación.

Palabras Claves: incertidumbre geológica; capacidad; *blending*; estocástico.

INCORPORATING GEOLOGICAL UNCERTAINTY INTO THE DEFINITION OF MINERAL/WASTE BOUNDARIES IN OPEN-PIT MINING

Constanza Aguilera Álvarez¹, Gonzalo Nelis Suazo¹

¹ Departamento de Ingeniería de Minas, Metalurgia y Materiales, Universidad
Técnica Federico Santa María

ABSTRACT

In open-pit mining, one of the main challenges is defining ore-waste boundaries, as this decision determines material destination and directly influences the economic performance and operational efficiency of the operation. This challenge is further exacerbated by the inherent geological uncertainty of the deposit, associated with grade variability and its spatial distribution, which often leads to discrepancies between planned and actual production outcomes. These discrepancies become particularly critical in short-term mine planning, where decisions are made over short time horizons and directly affect the achievement of production and processing targets.

This work proposes a methodology that explicitly integrates geological uncertainty and operational constraints, which have traditionally been addressed separately. To this end, an optimization model based on a deviation minimization approach is developed, incorporating multiple geological scenarios and key operational constraints, including capacity, blending, and selectivity. The objective is to generate ore-waste boundaries that are more consistent with deposit variability and better aligned with operational requirements.

The results show that the stochastic model tends to select solutions with lower variability across geological scenarios, resulting in greater grade stability and, under individual constraints, economic improvements of up to 7.56 % compared with the deterministic approach. The sensitivity analysis further shows that model performance is strongly influenced by the constraints and penalty costs considered. Overall, the results demonstrate that the explicit incorporation of geological uncertainty leads to more robust ore-waste boundaries under deposit variability, facilitating operational decisions that are better adapted to actual mining conditions.

Keywords: geological uncertainty; capacity; blending; stochastic optimization.

*Sin locura no hay grandeza, los
locos son los que mueven el mundo.*

AGRADECIMIENTOS

Detrás de cada logro hay personas que con su apoyo y compañía, hacen posible recorrer el camino hasta el final.

A mi familia, por todo lo que siempre han dado por mí y su apoyo incondicional. A mi padre, José, por acompañarme todas las mañanas en el desayuno, por irme a dejar y a buscar todos los días al bus, por no dejarme sola jamás y fascinarse con mi carrera al igual que yo lo estuve siempre. A mi madre, Viviana, por ayudarme con todo lo que estaba en sus manos, por esperarme todas las noches con comida y heredarme parte su personalidad tan peculiar para desenvolverme de una manera increíble. A mi hermano Kevin, por siempre estar pendiente de mí, por despertarme cuando mis ojos no daban más y solo quería dormir, por sacarme los lentes y apagarme la luz cada vez que el cansancio me vencía. A los tres, por recordarme una y otra vez que era más capaz de lo que yo misma creía, por soportarme con estrés, cansancio y sueño, por quererme y apoyarme como nadie más podría.

A mis mascotas, que ya no se encuentran en este mundo, a mi gatita Laky, por acompañarme todas esas noches de estudio, por estar ahí, aunque fuera durmiendo pero siempre a mi lado. A mi monita, mi perrita Dulcinea, por esperarme todas las noches y ser la más feliz cada vez que llegaba a la casa.

A mi persona favorita en el mundo, a mi amiga de infancia, a la mejor compañera que pude escoger para recorrer la vida, a mi mejor amiga Camila, por alentarme, apoyarme y celebrar mis logros como si fueran suyos, por estar siempre cuando la necesité, por escucharme cada día y por no abandonarme nunca, llenándome de mensajes de apoyo a diario.

A mi pareja, Gabriel, que llegó en los últimos años de esta larga travesía, por acompañarme y darme tranquilidad cada día, por decirme siempre que podía con todo y que era seca en lo mío, por enseñarme cuando no sabía, corregirme cuando me equivocaba y ayudarme a crecer constantemente, por darme alas para seguir mi vuelo sin dejar que cayera y ofrecerme su hogar junto con sus cálidos brazos para poder descansar.

A toda mi familia que estuvo a la distancia, a mis abuelos, tíos, tías, primas y primos, por darme ánimo y confianza, por demostrarme el orgullo que sentían al verme llegar cada vez más lejos y por cada palabra de aliento, por cada conversación que me llenó de sabiduría y me recordó de dónde vengo.

A esos amigos que conocí en la Universidad, a todos los que estuvieron a mi lado a lo largo de este recorrido, a los que siguen aquí hasta hoy en día, a los que ya no caminan conmigo pero me acompañaron en algún momento. Gracias por darme ánimos cuando casi no me quedaban, por decirme que sí a todo, por acercarse con un café, una energética o simplemente una sonrisa acompañada de una grata conversación para seguir adelante.

A mi profesor guía, Gonzalo, por siempre escucharme, enseñarme, guiarme y aconsejarme, por recibirme casi todas las semanas en su oficina con una enorme sonrisa, por darme tantas oportunidades y llenarme de conocimiento en el área que me maravilla, por ser como es, por mostrarme que aún había profesores que tenían una vocación tan linda dentro de la universidad, porque no conocí a ninguno como él.

A todos ustedes, por soportar todas mis quejas interminables y creer en mí cuando yo nunca lo hice, les digo de todo corazón

¡Muchas gracias!

Este trabajo fue financiado por el proyecto Fondecyt de Iniciación N° 11230022.

Índice de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Novedad Científica	2
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo general	2
1.2.2. Objetivos específicos	3
2. Marco Teórico	4
2.1. Planificación Minera Tradicional	4
2.2. Planificación Minera Considerando Incertidumbre Geológica	6
2.3. Planificación Minera Considerando Límites de Excavación	13
3. Metodología	27
3.1. Implementación y validación de ecuaciones	28
3.2. Validación de resultados de la implementación	28
3.3. Análisis de la incorporación de incertidumbre en un caso real	28
3.4. Análisis computacional	29
4. Modelos Matemáticos	30
4.1. Modelo de Optimización Determinista	30
4.1.1. Variable de Decisión	31
4.1.2. Función Objetivo	31
4.1.3. Restricciones	31

4.2. Minimización de Desviaciones	33
4.2.1. Variable de decisión	33
4.2.2. Función objetivo	34
4.2.3. Restricciones	34
5. Resultados y Análisis	36
5.1. Caso base	38
5.2. Sensibilidad al costo de desviación	49
5.2.1. Caso con restricción de capacidad	49
5.2.2. Caso con restricción de <i>blending</i>	52
5.2.3. Caso con restricciones de capacidad y <i>blending</i>	54
5.3. Sensibilidad al <i>target</i>	56
5.3.1. Caso restricción capacidad	57
5.3.2. Caso restricción <i>blending</i>	58
5.3.3. Caso restricción capacidad y <i>blending</i>	60
5.4. Performance Computacional	62
6. Discusión	64
7. Conclusión	66
8. Bibliografía	68
9. Anexos	72

Índice de figuras

1.1.	Destinos individuales de los bloques v/s límites operativos de excavación.	1
2.1.	Vista en planta de los (a) datos de perforación, (d) estimación mediante <i>kri- ging</i> , (b) y (c) distintos escenarios geológicos de un yacimiento de cobre. <i>Fuente:</i> <i>Modificado de Nelis, G., Morales, N., & Jelvez, E. (2023).</i>	7
2.2.	Comparación de flujos de caja descontados acumulados para diseños determinista y estocástico. <i>Fuente: Goodfellow y Dimitrakopoulos, (2016)</i>	12
2.3.	Convergencia del Valor Actual Neto esperado en función del número de simula- ciones consideradas. <i>Fuente: Dimitrakopoulos y Lamghari (2022)</i>	13
2.4.	Límites de excavación sin restricciones de equipo, restricciones de equipo mode- radas y restricciones estrictas de equipo utilizando datos de ganancias. <i>Fuente:</i> <i>Norrena y Deutsch, (2001)</i>	16
2.5.	Ejemplo en donde los cinco bloques se extraerán juntos y se enviarán al botadero, pilas de lixiviación o planta. El destino correcto es el que minimiza los dólares perdidos debido a la clasificación errónea de los tipos de mineral, maximizando así los ingresos netos. <i>Fuente: Issaks et al., (2014)</i>	17
2.6.	Se compara un conjunto de líneas de excavación diseñadas manualmente (a la izquierda) con un conjunto de líneas de excavación óptimas generadas por compu- tadora (a la derecha). La escala de grises y además las etiquetas indican el tipo de mineral inicial por ley de bloque; el negro es SuM ; el gris oscuro es TrM; el gris medio es OxM; el gris claro es OxL; y el blanco es un desperdicio. <i>Fuente:</i> <i>Issaks et al., (2014)</i>	18
2.7.	Esta figura muestra 4 conjuntos de líneas de excavación limitadas por MMW de 10 m, 12 m, 15 m y 18 m. <i>Fuente: Issaks et al., (2014)</i>	19
2.8.	Límites de excavación GA peores (a), mediana (b) y mejores (c) de 25 ejecuciones. <i>Fuente: Ruisecho et al., (2016)</i>	20

2.9. Límites de excavación dibujados a mano <i>Fuente: Ruiseco et al., (2016)</i>	21
2.10. Posibles <i>frames</i> a los que puede pertenecer una SMU con límites de excavación de 4 x 4. <i>Fuente: Sari y Kumral (2018)</i>	22
2.11. Se ilustran todos los marcos posibles a los que puede pertenecer la SMU en el medio, donde las dimensiones del marco son 2×2 . <i>Fuente: Sari y Kumral (2018)</i>	23
2.12. Distribución de leyes, discriminación de mineral y estéril luego de aplicar la ley de corte, discriminación de mineral y diseños después de la optimización de límites de excavación. <i>Fuente: Sari y Kumral (2018)</i>	23
2.13. Límites de excavación manuales y óptimos en un sector. El diseño manual arrojó un valor de \$341,640, mientras que el diseño óptimo arrojó \$365,190. (a) límite, (b) diseño manual, (c) diseño óptimo. <i>Fuente: Sari y Kumral (2018)</i>	24
2.14. Efecto del <i>blending</i> y capacidad (300) en límites de excavación (<i>frame</i> 3x3) <i>Fuente: Vivar (2023)</i>	25
5.1. Ejemplo escenarios de ley de cobre generados mediante simulación gaussiana secuencial.	36
5.2. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y un costo de desviación de 4 USD/t.	38
5.3. Cambios de asignación de destino entre las soluciones determinista y estocástica para restricción de capacidad.	39
5.4. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual para <i>target</i> = 30,000 t de Cu fino y costo de desviación = 4 USD/t	41
5.5. Distribución de desviaciones económicas bajo distintas políticas de planificación para <i>target</i> 30,000 t de Cu fino y costo de desviación 4 USD/t.	42
5.6. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 0.4 % y un costo de desviación de 0.4 USD.	43
5.7. Cambios de asignación de destino entre las soluciones determinista y estocástica para restricción de <i>blending</i>	44
5.8. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual para <i>target</i> = 0.4 % y Costo de desviación = 0.4 USD. . . .	45
5.9. Distribución de desviaciones económicas bajo distintas políticas de planificación para <i>target</i> 0.4 % y costo de desviación 0.4 USD.	46

5.10. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y <i>blending</i> 0.4 % en conjunto con un costo de desviación de 4 USD/t y 0.4 USD respectivamente.	47
5.11. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un <i>target</i> de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 4 USD/t y 0.4 USD respectivamente.	48
5.12. Distribución de tonelaje por destino en función del costo de desviación para las soluciones determinista (a) y estocástica (b), bajo restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino.	50
5.13. Distribución de las desviaciones respecto al <i>target</i> de capacidad para distintos costos de penalización unitaria.	51
5.14. Distribución de tonelaje por destino en función del costo de desviación para las soluciones determinista (a) y estocástica (b), bajo restricción de <i>blending</i> igual a 0.4 %.	52
5.15. Distribución de las desviaciones respecto al <i>target</i> de <i>blending</i> para distintos costos de penalización unitaria.	53
5.16. Distribución de tonelaje por destino en función del costo de desviación para las soluciones determinista (a) y estocástica (b), bajo restricciones de capacidad de 30,000 t de Cu fino y <i>blending</i> de 0.4 %.	54
5.17. Cambios de asignación de destino entre las soluciones determinista y estocástica para evaluación con restricciones simultáneas de capacidad y <i>blending</i>	55
5.18. Comparación de VAN por escenario para las distintas políticas considerando restricciones de capacidad variables y costo fijo de 4 USD/t.	57
5.19. Comparación de VAN por escenario para las distintas políticas considerando restricciones de <i>blending</i> variables y costo fijo de 0.4 USD.	59
5.20. Comparación de VAN por escenario para las distintas políticas considerando restricciones de capacidad y <i>blending</i> variables con costo fijo de 4 USD/t y 0.4 USD respectivamente.	61
9.1. Comparación de los límites de excavación obtenidos mediante las soluciones determinista y estocástica para penalizaciones de capacidad. Cada bloque se representa utilizando su ley promedio y la desviación estándar calculadas a partir de los 100 escenarios geológicos considerados.	72

9.2. Comparación de los límites de excavación obtenidos mediante las soluciones determinista y estocástica para penalizaciones <i>blending</i> . Cada bloque se representa utilizando su ley promedio y la desviación estándar calculadas a partir de los 100 escenarios geológicos considerados.	73
9.3. Comparación de los límites de excavación obtenidos mediante las soluciones determinista y estocástica para penalizaciones de capacidad y <i>blending</i> simultáneas. Cada bloque se representa utilizando su ley promedio y la desviación estándar calculadas a partir de los 100 escenarios geológicos considerados.	74
9.4. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 2 USD/t.	77
9.5. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 6 USD/t.	77
9.6. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 8 USD/t.	77
9.7. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 10 USD/t.	78
9.8. Asignación espacial de destinos con restricción de <i>blengind</i> igual a 0.4 % t de Cu fino con un costo de desviación de 0.2 USD.	78
9.9. Asignación espacial de destinos con restricción de <i>blengind</i> igual a 0.4 % t de Cu fino con un costo de desviación de 0.6 USD.	78
9.10. Asignación espacial de destinos con restricción de <i>blengind</i> igual a 0.4 % t de Cu fino con un costo de desviación de 0.8 USD.	79
9.11. Asignación espacial de destinos con restricción de <i>blengind</i> igual a 0.4 % t de Cu fino con un costo de desviación de 1 USD.	79
9.12. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y <i>blengind</i> de 0.4 % en conjunto de un costo de desviación igual 2 USD/t y 0.2 USD respectivamente.	79
9.13. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y <i>blengind</i> de 0.4 % en conjunto de un costo de desviación igual 6 USD/t y 0.6 USD respectivamente.	80
9.14. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y <i>blengind</i> de 0.4 % en conjunto de un costo de desviación igual 8 USD/t y 0.8 USD respectivamente.	80

9.15. Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y <i>blengind</i> de 0.4 % en conjunto de un costo de desviación igual 10 USD/t y 1 USD respectivamente.	80
9.16. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 2 USD/t.	81
9.17. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 6 USD/t.	81
9.18. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 8 USD/t.	81
9.19. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 10 USD/t.	82
9.20. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de <i>blending</i> igual a 0.4 % y Costo de desviación = 0.2 USD.	82
9.21. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de <i>blending</i> igual a 0.4 % y Costo de desviación = 0.6 USD.	82
9.22. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de <i>blending</i> igual a 0.4 % y Costo de desviación = 0.2 USD.	83
9.23. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de <i>blending</i> igual a 0.4 % y Costo de desviación = 1 USD.	83
9.24. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un <i>target</i> de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 2 USD/t y 0.2 USD respectivamente.	83
9.25. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un <i>target</i> de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 6 USD/t y 0.6 USD respectivamente.	84

9.26. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un <i>target</i> de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 8 USD/t y 0.8 USD respectivamente.	84
9.27. Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un <i>target</i> de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 10 USD/t y 1 USD respectivamente.	84
9.28. Desviaciones para distintos <i>targets</i> de capacidad con un costo fijo de desviación de 4 USD/t.	85
9.29. Desviaciones para distintos <i>targets</i> de con un costo fijo de desviación de 0.4 USD.	85

Índice de Tablas

2.1. Resultados de bloques con beneficio o penalizaciones por bloques.	15
2.2. Análisis de rentabilidad de cuatro modelos de límites de excavación	21
2.3. Beneficio para casos con restricciones de <i>blending</i> y restricciones de capacidad .	25
5.1. Parámetros económicos utilizados para cada destino.	37
5.2. Parámetros económicos fijos	37
5.3. Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y costo de desviación de 4 USD/t	40
5.4. Beneficio medio y costos de desviación por definición – Caso capacidad <i>target</i> 30,000 t Cu fino y costo de desviación de 4 USD/t.	41
5.5. Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino con restricción de <i>blending</i> igual a 0.4 % y costo de desviación de 0.4 USD.	44
5.6. Beneficio medio y costos de desviación por definición – Caso <i>blending target</i> 0.4 % y costo de desviación 0.4 USD	46
5.7. Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para conjunta de capacidad (<i>target</i> 30,000 t de Cu fino y costo 4 USD/t) y <i>blending</i> (<i>target</i> 0.4 % y costo 0.4 USD).	48
5.8. Beneficio medio y costos de desviación por definición – Caso capacidad y <i>blending</i> con <i>target</i> 30,000 t de Cu fino y 0.4 % en conjunto con un costo de desviación de 4 USD/t 0.4 USD.	49
5.9. Resultados del análisis estadístico entre las soluciones determinista v/s estocástica para distintos niveles de costo de desviación - Caso 1.	51
5.10. Resultados del análisis estadístico entre las soluciones determinista v/s estocástica para distintos niveles de costo de desviación - Caso 2.	54

5.11. Resultados del análisis estadístico entre las soluciones determinista v/s estocástica para distintos niveles de costo de desviación - Caso 3.	56
5.12. Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para distintos <i>targets</i> en t de Cu fino de capacidad de planta con costo de desviación igual a 4 USD/t.	58
5.13. Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para distintos <i>targets</i> asociados a la restricción de <i>blending</i> con costo de desviación igual a 0.4 USD.	59
5.14. Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para distintos <i>targets</i> asociados a la restricción simultánea de capacidad y <i>blending</i> con costos fijos de desviación.	62
5.15. Tiempos de cómputo por política para las distintas evaluaciones considerando una capacidad objetivo de 30 kt de Cu fino, un <i>target</i> de <i>blending</i> de 0.4% y la aplicación simultánea de ambas restricciones.	62
9.1. Ley promedio y desviación promedio por destino para distintas penalizaciones de capacidad.	75
9.2. Comparación del VAN promedio y costo de desviación para evaluación con restricción de capacidad.	75
9.3. Ley promedio y desviación promedio por destino para distintas penalizaciones de <i>blending</i>	75
9.4. Comparación del VAN promedio y costo de desviación para evaluación con restricción de <i>blending</i>	76
9.5. Ley promedio y desviación promedio por destino para distintas penalizaciones de capacidad y <i>blending</i> simultáneas.	76
9.6. Comparación del VAN promedio y costo de desviación para evaluación con restricciones de capacidad y <i>blending</i> simultáneas.	76

1 | Introducción

La industria minera en Chile desempeña un papel crucial como uno de los pilares fundamentales de su economía, contribuyendo significativamente al Producto Interno Bruto con un 11.6 % en el año 2025 (Cochilco, 2026). Chile se destaca mundialmente liderando la producción anual de cobre, capturando el 24 % del mercado global y generando un impacto positivo en el empleo, otorgando trabajo directamente a 328 mil personas, su importancia va más allá de la mera extracción de minerales (Consejo Minero, 2026). Ha sido un motor fundamental para el desarrollo de otras actividades económicas clave, como la construcción, el transporte y la logística.

Es crucial que la industria minera optimice continuamente sus procesos y reduzca costos, adaptándose a los planes productivos a corto, mediano y largo plazo. Sin embargo, uno de los principales desafíos en todas estas etapas es la discrepancia entre la producción real y la planificada, causada por diversos factores como la variabilidad geológica, las condiciones operativas y los cambios en los mercados.

Entre estos factores, destaca la incertidumbre geológica, un aspecto subestimado y fundamental que será analizado en esta investigación junto con la selectividad. Este último fenómeno se ilustra en la Figura 1.1. En ella se observa cómo, si bien un modelo de bloques puede asignar destinos de procesamiento distintos a cada bloque de manera individual, en la práctica estos deben extraerse en conjunto debido a las dimensiones operativas de los equipos de carga y excavación. Esta restricción obliga a definir límites de extracción operativos, distintos de los teóricos, para representar con mayor realismo las condiciones del proceso minero.

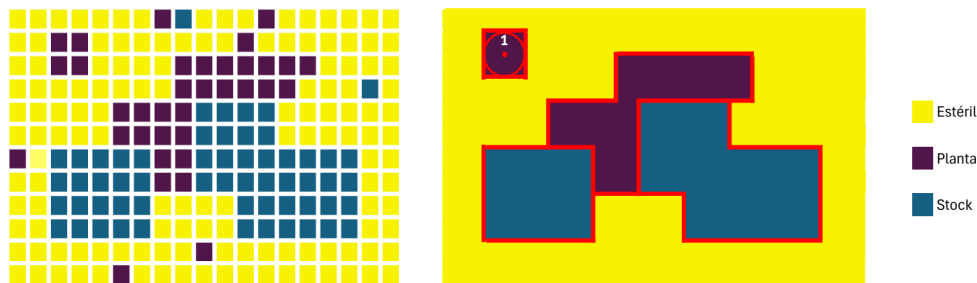


Figura 1.1: Destinos individuales de los bloques v/s límites operativos de excavación.

Los métodos actuales de estimación del yacimiento se basan en interpolaciones continuas de datos de pozos de tronadura, sin considerar la variabilidad de las leyes a lo largo del yacimiento,

lo que limita la precisión de la planificación y la capacidad de adaptación frente a la heterogeneidad geológica. Asimismo, la planificación tradicional suele omitir la influencia del tamaño de los equipos en la definición de los límites de extracción, lo que genera discrepancias entre el diseño teórico y la factibilidad operacional.

En la minería de superficie, una delimitación adecuada entre mineral y estéril es esencial para optimizar el beneficio económico y evitar el envío de mineral al botadero o de estéril a planta. Para ello, los modelos de planificación deben incorporar tanto la incertidumbre geológica como las condiciones operativas reales. Sin embargo, en la literatura son escasos los estudios que integran ambos factores simultáneamente. Los modelos estocásticos de minimización de desviaciones y los de dos etapas destacan como enfoques relevantes para abordar esta problemática. Por el contrario, los métodos manuales tradicionales, basados en la delimitación a partir de tipos de roca y leyes de pozos, presentan un carácter altamente subjetivo y propenso a errores.

1.1. Novedad Científica

Esta investigación propone un enfoque innovador para la definición de límites mineral/estéril en minería a cielo abierto, incorporando explícitamente la incertidumbre asociada a las leyes del mineral dentro de un contexto de planificación a corto plazo. A diferencia de las metodologías tradicionales basadas en supuestos deterministas, este estudio integra un modelo de minimización de desviaciones que penaliza los incumplimientos respecto a metas operacionales, considerando además la incertidumbre geológica y las restricciones geométricas y operativas asociadas al tamaño de los equipos de carguío.

La formulación matemática desarrollada busca mejorar la definición de límites mineral/estéril, permitiendo generar límites de excavación más consistentes con las condiciones reales de operación, evaluando simultáneamente el impacto de la variabilidad geológica y de las exigencias operacionales sobre la asignación de material a los distintos destinos dentro de un mismo marco de optimización.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Evaluar la incorporación de incertidumbre geológica en definición de límites de mineral/estéril en bancos de minería a cielo abierto en un plan de corto plazo mediante un modelo de optimización estocástica.

1.2.2. Objetivos específicos

- Analizar el efecto de la incertidumbre geológica en la definición de límites de excavación y en la asignación de destinos del material bajo distintas condiciones operacionales.
- Comparar el desempeño económico y las decisiones de asignación de material obtenidas mediante los enfoques manual, determinista, estocástico y de información perfecta, identificando las principales ventajas del enfoque estocástico.
- Evaluar la influencia de las penalizaciones por desviación y de las metas productivas sobre la definición de límites de excavación bajo incertidumbre geológica.

2 | Marco Teórico

2.1. Planificación Minera Tradicional

La planificación minera constituye una de las áreas fundamentales de la Ingeniería de Minas, orientada a definir la mejor estrategia de extracción de un yacimiento en función de los objetivos estratégicos de la empresa. Para ello, se deben considerar simultáneamente múltiples restricciones de naturaleza geológica, técnica, económica y operativa, a lo largo de un horizonte temporal determinado (Nelis, 2021).

Este proceso permite establecer de manera sistemática una secuencia óptima de extracción de bloques del yacimiento, contribuyendo a una operación minera eficiente, rentable y segura. La formulación clásica de esta planificación se basa en la construcción de un modelo matemático, cuya función objetivo generalmente busca maximizar el VAN bajo ciertas condiciones impuestas por la realidad minera. Dentro de las restricciones típicamente consideradas se encuentran:

- Restricciones geotécnicas: están asociadas a los ángulos de talud requeridos para mantener la estabilidad del rajo durante su explotación. Su definición depende de las características geomecánicas de las unidades litológicas y de las condiciones estructurales presentes en el macizo rocoso.
- Restricciones de capacidad de planta: establecen un rango mínimo y máximo de tonelaje de mineral que puede ser procesado en cada período, asegurando una operación continua y eficiente de la planta concentradora.
- Restricciones de capacidad de mina: limitan la cantidad total de material (mineral y estéril) que puede ser extraído, en función de la flota disponible y los ciclos de carguío y transporte.
- Restricciones de mezcla o *blending*: buscan controlar las características del mineral que se envía a planta, como la ley media, presencia de elementos penalizados (como arsénico), humedad o porcentaje de finos, con el fin de cumplir con las especificaciones técnicas del proceso de beneficio.
- Restricciones de precedencia: aseguran que un bloque solo pueda ser extraído si todos los bloques que lo sobreyacen han sido removidos previamente, garantizando la viabilidad física del plan minero.

- Restricciones operativas adicionales: como los límites de tonelaje por turno, disponibilidad de equipos, turnos de trabajo o ventanas de mantenimiento programadas.

Además, la planificación minera se divide en tres etapas paralelas, cada una abarcando actividades de explotación para diferentes períodos de tiempo: corto, mediano y largo plazo ([Vásquez, 2009](#)). A continuación, se detallan estas etapas:

- Largo Plazo: La planificación a largo plazo define una envolvente económica basada en los recursos minerales disponibles, sobre la cual se elaborará un plan minero anual. Este plan establece el tamaño de la mina, el método de explotación, la capacidad de producción, la secuencia de explotación y el perfil de leyes de corte. Dada la magnitud del problema y el nivel estratégico de las decisiones involucradas, se trabaja generalmente con parámetros promedio y una representación simplificada de las condiciones operacionales.
- Mediano Plazo: La planificación a mediano plazo generalmente abarca un horizonte de tiempo trianual y anual, produciendo planes de producción orientados a cumplir las metas establecidas en la planificación a largo plazo. Esta fase permite asegurar el presupuesto de operaciones y retroalimentar la planificación a largo plazo, ajustando las estrategias según los resultados y necesidades a corto plazo.
- Corto Plazo: El marco temporal de esta planificación abarca períodos diarios, semanales, mensuales y trimestrales. En esta etapa, se analizan los recursos utilizados en la operación de la mina y se recopila la información operacional para retroalimentar la planificación de mediano plazo. El objetivo principal es asegurar que se cumplan las metas de producción definidas en los planes de largo y mediano plazo. Asimismo, se optimiza la ejecución de las actividades utilizando los recursos operacionales disponibles, garantizando que los objetivos se alcancen dentro de los plazos establecidos. ([Ávila, 2018](#)) ([Vivar, 2023](#)).

Es relevante destacar que la evaluación económica tradicional de proyectos mineros se basa en un enfoque determinista, el cual opera bajo la premisa de que los parámetros clave del modelo —como los precios de los *commodities*, los tonelajes, las leyes del mineral, las recuperaciones metalúrgicas y la disponibilidad de equipos— son fijos y perfectamente conocidos. Esta suposición permite simplificar el análisis financiero, facilitando la estimación de indicadores como el Valor Actual Neto (VAN). Sin embargo, en contextos reales, dichas variables están expuestas a variaciones que no pueden preverse con exactitud. Al mantenerlas constantes, este enfoque pierde capacidad para representar el comportamiento dinámico del sistema minero, lo que puede dar lugar a discrepancias significativas entre las proyecciones y los resultados obtenidos durante la operación.

En minería, se identifican tres fuentes principales de incertidumbre que impactan la toma de decisiones: la incertidumbre geológica, operacional y de mercado. ([Oyarzún, 2019](#)).

- **Geológica:** Proviene de la variabilidad en las leyes del metal de interés, tipos de roca y calidad del macizo rocoso. La incertidumbre geológica surge principalmente de la falta de información sobre el fenómeno geológico observado, lo cual depende fuertemente del tipo de yacimiento y su impacto en la continuidad espacial de las leyes. Esta incertidumbre se puede mitigar aumentando la cantidad de datos disponibles para las estimaciones; sin embargo, invertir en más sondajes reduce las ganancias del proyecto. Asimismo, utilizar un soporte de mayor tamaño puede disminuir la incertidumbre, pero influirá en la etapa posterior de diseño minero.
- **Operacional:** La incertidumbre operacional se refiere a las fallas imprevistas de equipos, la interferencia durante las operaciones y la variabilidad en la productividad de los equipos. Estos factores pueden ocasionar desviaciones significativas en los planes de producción y generar impactos negativos en la eficiencia operativa y los costos del proyecto minero.
- **Mercado:** La incertidumbre del mercado abarca la variabilidad en los precios de *commodities*, los costos fluctuantes de insumos como combustible, agua y electricidad, y las variaciones en tasas de cambio. Estos factores externos pueden impactar la rentabilidad y viabilidad económica de los proyectos mineros, afectando los ingresos esperados, márgenes de beneficio y presupuestos operativos.

La planificación tradicional no considera explícitamente las incertidumbres presentes en el entorno minero, y suele limitarse a extrapolar datos para generar resultados ([Dimitrakoupoulos, 2011](#)). No obstante, la literatura ha propuesto diversas metodologías orientadas a abordar estas limitaciones, con el objetivo de representar de manera más realista la variabilidad del sistema y, al mismo tiempo, maximizar el beneficio económico. En este contexto, han surgido enfoques que abarcan desde modelos de optimización matemática hasta métodos heurísticos y meta-heurísticos, desarrollados para abordar problemas con múltiples restricciones e incertidumbres. Todos estos enfoques comparten un propósito común: encontrar soluciones óptimas o, al menos, factibles, que sean robustas frente a las condiciones cambiantes del negocio minero. Dentro de estas aplicaciones, un área de especial interés corresponde a la definición de límites mineral/estéril, donde la incertidumbre geológica y las restricciones de selectividad desempeñan un rol fundamental en la asignación del material y en el desempeño económico de la operación.

2.2. Planificación Minera Considerando Incertidumbre Geológica

La incertidumbre geológica constituye uno de los principales desafíos en la planificación minera a corto plazo, ya que influye directamente en el cumplimiento de las metas de producción y

en el desempeño económico del proyecto (Rahmanpour y Osanloo, 2016). Esta incertidumbre surge, principalmente, del conocimiento incompleto sobre la distribución espacial, continuidad, variabilidad y concentración de los minerales contenidos en el yacimiento. En la práctica, aun con campañas extensivas de sondajes existe un nivel de desconocimiento respecto al comportamiento real del mineral bajo tierra, lo que introduce riesgo en la toma de decisiones extractivas.

Para abordar esta problemática, durante las últimas décadas se ha promovido el uso de herramientas geoestadísticas avanzadas, en particular las simulaciones condicionales, que permiten representar el yacimiento mediante múltiples realizaciones equiprobables y estadísticamente coherentes con los datos de perforación (Soto, 2024). A diferencia de las estimaciones tradicionales como el *kriging*, que generan modelos suavizados y deterministas, las simulaciones condicionales conservan la variabilidad espacial inherente del depósito y con ello, ofrecen una caracterización más realista de la incertidumbre.

La Figura 2.1 ilustra esta diferencia mediante la comparación entre los datos de perforación, un modelo estimado mediante *kriging* y dos realizaciones obtenidas a partir de simulación condicional para un yacimiento de cobre. A nivel visual, se observa el efecto de suavizado característico del *kriging*, en contraste con los modelos simulados, que reproducen estructuras locales, zonas de enriquecimiento y patrones de variabilidad espacial. Estas diferencias resultan relevantes para la planificación minera, particularmente en el corto plazo, donde la variabilidad local del yacimiento influye directamente en la toma de decisiones operacionales.

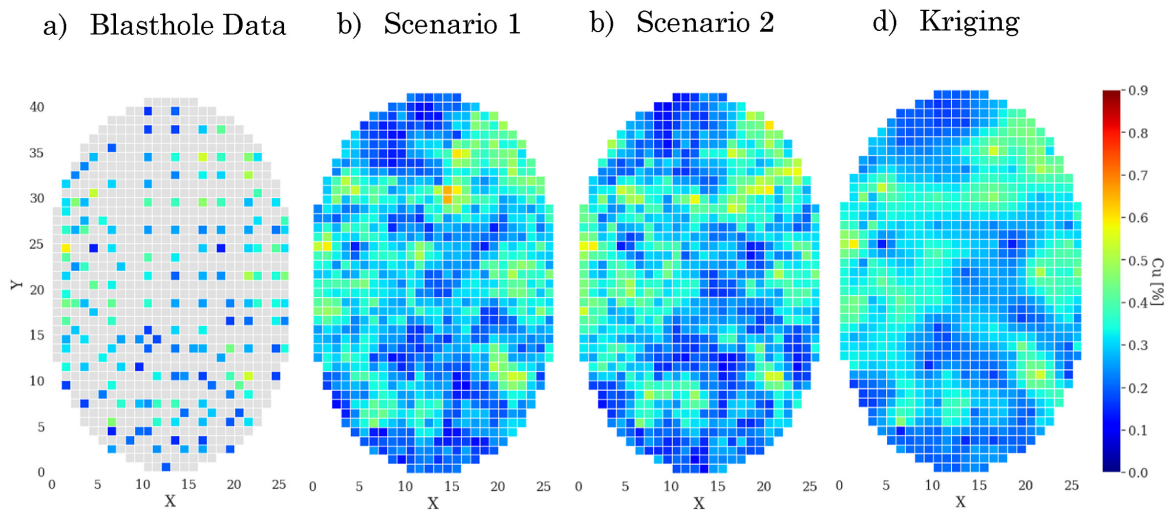


Figura 2.1: Vista en planta de los (a) datos de perforación, (d) estimación mediante *kriging*, (b) y (c) distintos escenarios geológicos de un yacimiento de cobre. Fuente: Modificado de Nelis, G., Morales, N., & Jelvez, E. (2023).

Una vez generados múltiples escenarios geológicos, resulta posible cuantificar la variabilidad en el desempeño del plan minero mediante el análisis de desviaciones, definidas como la diferencia entre lo planificado y lo obtenido realmente. Por ejemplo, si el plan proyecta enviar 100.000

toneladas de mineral a planta en un periodo, y un escenario entrega solo 92.000 toneladas, la desviación es de -8.000 toneladas, lo que implica un incumplimiento del 8 %. Estas desviaciones pueden calcularse para variables críticas como toneladas enviadas a planta, leyes promedio, contenido metálico, recuperación o cumplimiento de restricciones de capacidad. Su representación mediante histogramas, boxplots o gráficos de dispersión facilita identificar tendencias, escenarios extremos y métricas de riesgo operacional.

Cabe destacar que cada escenario es equiprobable y corresponde a una configuración espacial alternativa del yacimiento. Por ello, evaluar un plan bajo múltiples simulaciones permite determinar no solo el valor esperado del desempeño, sino también su robustez y sensibilidad, aspectos claves en la mitigación del riesgo de incumplimiento. En esta línea, diversos estudios han propuesto complementar el análisis incorporando un costo asociado a las desviaciones, lo que permite integrar la incertidumbre geológica directamente en indicadores económicos del proyecto, como el Valor Actual Neto (VAN). De esta manera, las desviaciones no solo constituyen una herramienta descriptiva o de diagnóstico, sino que pueden actuar como penalizaciones dentro de modelos de optimización estocástica, orientando la solución hacia planes que reduzcan la variabilidad y favorezcan resultados estables y financieramente sostenibles.

En la literatura, entre 1992 y 2007, predominaron los métodos heurísticos, los cuales no garantizaban alcanzar una solución óptima. Su utilización se justificaba principalmente por la magnitud de los problemas reales de planificación minera, que suelen involucrar millones de variables, múltiples destinos operacionales y restricciones altamente interdependientes. Ante esta complejidad, las heurísticas surgieron como una estrategia efectiva para reducir la dimensionalidad del problema, simplificar su estructura lógica y acelerar los tiempos de cómputo. Sin embargo, su principal limitación radica no solo en la falta de garantía de optimalidad, sino también en su incapacidad para representar adecuadamente la incertidumbre geológica, particularmente en contextos donde se requiere evaluar decisiones bajo múltiples escenarios, lo que ha motivado el desarrollo de enfoques estocásticos y multietapa en la planificación minera (Jélvez, 2017).

A comienzos de la década del 2000, Ramazan (2001) planteó de manera explícita la necesidad de incorporar la incertidumbre geológica en los modelos de planificación minera, identificando como principal dificultad el crecimiento inabordable del problema al trabajar a nivel de bloque. El autor evidenció que si bien esta escala permite una representación más fiel del yacimiento, también incrementa significativamente el número de variables y restricciones, comprometiendo la viabilidad computacional de los enfoques tradicionales. Este diagnóstico marcó un punto de quiebre en la disciplina, al evidenciar la necesidad de desarrollar metodologías capaces de incorporar la incertidumbre geológica sin comprometer la factibilidad computacional de los modelos de planificación.

En este contexto, surgió la programación entera estocástica (*Stochastic Integer Programming*,

SIP) como una extensión natural de la programación entera mixta (*Mixed Integer Programming, MIP*). Mientras que en los modelos MIP tradicionales todos los parámetros se consideran deterministas —asumiendo que leyes, costos y capacidades son conocidos con certeza—, la programación estocástica permite que parte de estos parámetros sea incierta y se represente mediante múltiples escenarios. Así, algunos coeficientes de la función objetivo y/o de las restricciones pasan a depender del escenario geológico considerado (Ramazan, 2001), habilitando el desarrollo de modelos más realistas, capaces de integrar explícitamente la incertidumbre en el proceso de optimización y de generar planes más robustos frente a las variaciones del yacimiento.

A partir de este cambio de paradigma, la literatura contemporánea distingue dos grandes enfoques estocásticos que han orientado el desarrollo de la planificación minera bajo incertidumbre: (i) el enfoque de minimización de desviaciones, centrado en la estabilidad operacional del plan frente a múltiples escenarios geológicos, y (ii) el enfoque de programación estocástica de dos etapas, que organiza las decisiones entre aquellas que deben definirse anticipadamente y aquellas que pueden ajustarse una vez que se manifiesta la variabilidad geológica. Ambos marcos constituyen hoy las principales líneas metodológicas para incorporar formalmente la incertidumbre en la planificación minera.

El enfoque de minimización de desviaciones surge como una de las primeras formulaciones estocásticas ampliamente adoptadas, especialmente en horizontes de corto y mediano plazo. Esta metodología introduce penalizaciones asociadas a las diferencias entre los valores planificados y los resultados obtenidos bajo distintos escenarios geológicos, con el objetivo de privilegiar planes estables y con menor riesgo operacional. A diferencia de los modelos deterministas tradicionales, reconoce explícitamente que el yacimiento puede manifestarse bajo múltiples configuraciones posibles, afectando variables clave y en consecuencia, el desempeño económico del plan. En este sentido, la planificación no se orienta únicamente a la maximización del beneficio esperado, sino que incorpora la confiabilidad operacional como criterio central frente a la variabilidad del depósito.

En esta línea, Ramazan y Dimitrakopoulos, (2004) desarrollan uno de los primeros marcos formales que incorporan múltiples escenarios geoestadísticos en la planificación minera, integrando la maximización del VAN con la estabilidad operacional del plan mediante penalizaciones por desviaciones. Estas desviaciones se definen sobre variables clave, como la ley, el tonelaje, la recuperación y el contenido metálico, permitiendo evaluar el desempeño del plan frente a distintos escenarios geológicos y privilegiando soluciones más estables en el tiempo. No obstante, en esta formulación las penalizaciones se incorporan como términos genéricos dentro de la función objetivo, sin una vinculación explícita con magnitudes físicas u operacionales del sistema. De esta forma, la incertidumbre es considerada de manera indirecta y no participa explícitamente en el proceso de optimización.

Sobre esta base, Dimitrakopoulos y Ramazan (2008) proponen un modelo que maximiza el VAN

esperado incorporando costos de desviación asociados al incumplimiento de metas de producción, permitiendo considerar el riesgo geológico dentro del proceso de optimización y reportando mejoras de entre 10 % y 25 % en el VAN respecto de cronogramas generados mediante enfoques convencionales. Esta formulación consolida la minimización de desviaciones como un componente central de la planificación estocástica al integrar las penalizaciones por incumplimiento de metas dentro de la evaluación económica del proyecto. Sin embargo, el modelo continúa centrado en el control de metas productivas agregadas, sin establecer una relación explícita entre dichas desviaciones y sus efectos operacionales concretos.

Posteriormente, [Koushavand et al. \(2014\)](#) proponen un modelo de programación lineal entera mixta que incorpora un stockpile y cuantifica explícitamente el costo de la incertidumbre geológica. La formulación busca equilibrar la maximización del VAN con la minimización del riesgo asociado a la variabilidad de leyes, mostrando que una mayor flexibilidad operacional puede contribuir a reducir el costo económico de dicha incertidumbre.

Paralelamente al desarrollo de los modelos de minimización de desviaciones, surge con fuerza la programación estocástica de dos etapas, la cual aborda la incertidumbre geológica mediante la separación de decisiones según el momento en que la información es revelada. En este esquema, las decisiones estratégicas se definen antes de conocer la realización del depósito, mientras que una segunda etapa permite ajustar decisiones operacionales una vez observado el escenario geológico. A diferencia de la minimización de desviaciones, cuyo enfoque se centra en gestionar el incumplimiento de metas productivas mediante penalizaciones, la programación de dos etapas busca maximizar el valor esperado del proyecto considerando explícitamente la capacidad de adaptación frente a distintos escenarios.

Bajo esta lógica, [Boland et al., \(2008\)](#) proponen uno de los primeros modelos de programación estocástica multietapa aplicados a la planificación de producción en minería a cielo abierto bajo incertidumbre geológica. Para ello, formulan restricciones de no anticipatividad que impiden utilizar información aún no revelada y permiten representar de manera consistente el aprendizaje progresivo durante la explotación, demostrando además la factibilidad computacional y sus beneficios sobre la planificación. Los resultados muestran que este enfoque proporciona una mayor flexibilidad en las decisiones de extracción y procesamiento, permitiendo ajustarlas conforme se dispone de nueva información geológica, controlar las tasas de producción bajo distintos escenarios y maximizar el valor actual neto esperado.

Un enfoque similar fue propuesto por [Moreno et al., \(2017\)](#), quienes desarrollan un modelo estocástico de dos etapas aplicado a la planificación en minería a rajo abierto, formalizando una lógica adaptativa frente a la incertidumbre geológica. En su planteamiento, la primera etapa define las decisiones de extracción por período, mientras que la segunda etapa determina el destino de cada bloque en función del escenario geológico, permitiendo ajustar las decisiones de procesamiento en el corto plazo a partir de la información proveniente de los barrenos.

La resolución del modelo se aborda mediante una versión modificada del algoritmo de [Biens-tock–Zuckerberg \(2016\)](#), apoyada por una heurística de ordenamiento que acelera la obtención de soluciones factibles, lo que contribuye a su viabilidad computacional en problemas de escala real.

De manera complementaria a todo lo anterior y con el objetivo de comparar los enfoques de minimización de desviaciones y multietapa [Nelis et al., \(2019\)](#) desarrollan una investigación bajo igualdad de condiciones para evaluar las ventajas de cada metodología y establecer recomendaciones respecto a su aplicabilidad en problemas de planificación minera bajo incertidumbre geológica. Los resultados muestran que ambos enfoques estocásticos obtienen valores de VAN similares, aunque mediante estrategias de extracción distintas. Mientras el modelo de minimización de desviaciones prioriza un mayor procesamiento para reducir las desviaciones respecto a las metas de producción, el modelo multietapa orienta sus decisiones principalmente hacia la maximización del VAN esperado. Ambos casos superan al enfoque determinista, evidenciando las ventajas de incorporar incertidumbre geológica en la planificación minera, aunque las diferencias observadas en este caso fueron pequeñas.

A medida que las formulaciones estocásticas comenzaron a extenderse hacia sistemas de mayor complejidad, surgieron formulaciones capaces de incorporar simultáneamente diferentes componentes del sistema minero dentro de un mismo marco de optimización.

En este contexto, [Goodfellow y Dimitrakopoulos \(2016\)](#) desarrollan una formulación estocástica de dos etapas para la optimización global de complejos mineros bajo incertidumbre geológica. El modelo integra simultáneamente decisiones de extracción, asignación de destinos y utilización de corrientes de procesamiento, incorporando además el manejo de material mediante stockpiles dentro de una misma formulación. Su objetivo es maximizar el beneficio esperado generado a lo largo de la cadena de valor minera, considerando simultáneamente el riesgo asociado al incumplimiento de restricciones operacionales como capacidades de producción, requerimientos de *blending* y condiciones de explotabilidad. Debido a la complejidad y naturaleza no lineal del problema, los autores proponen un enfoque de resolución basado en metaheurísticas, permitiendo abordar problemas de gran escala mediante técnicas de optimización avanzadas.

Los resultados obtenidos en un complejo minero que produce oro y cobre muestran que la incorporación explícita de la incertidumbre geológica permite mejorar el desempeño económico respecto a enfoques convencionales de planificación. En particular, el VAN obtenido mediante el enfoque estocástico superó en un 6.6 % al diseño determinista equivalente y en un 22.6 % al generado mediante software tradicional de planificación minera. Como se observa en la Figura 2.2, estos beneficios se reflejan en mayores valores de flujo de caja descontado acumulado para distintos percentiles en comparación con el enfoque determinista.

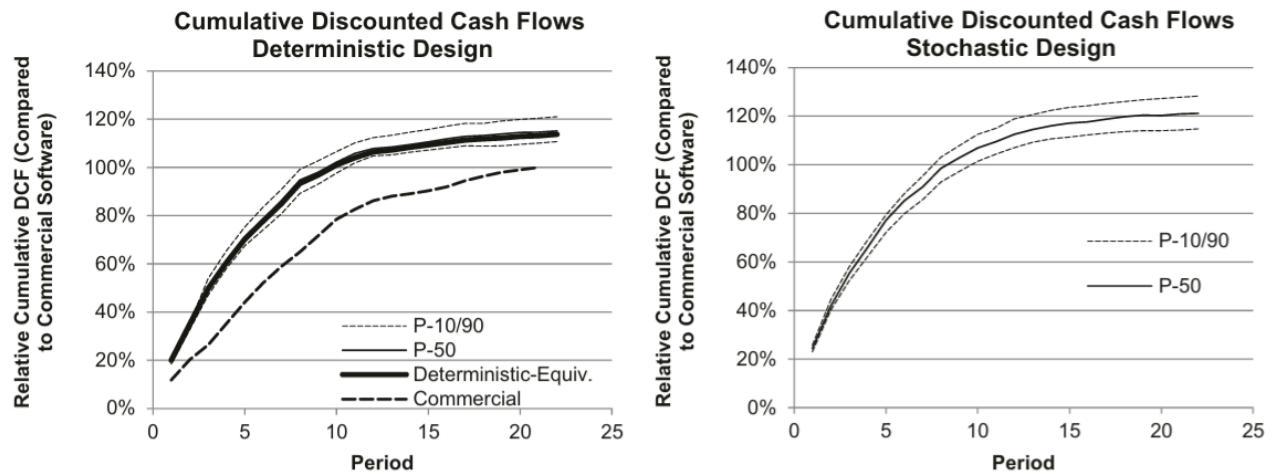


Figura 2.2: Comparación de flujos de caja descontados acumulados para diseños determinista y estocástico. *Fuente: Goodfellow y Dimitrakopoulos, (2016)*

En base a este trabajo, posteriormente [LaRoche-Boisvert y Dimitrakopoulos \(2021\)](#) presentan una aplicación de la optimización estocástica simultánea en un complejo minero de oro compuesto por tres minas a cielo abierto, stockpiles para distintos tipos de material, un botadero y una planta de procesamiento. El modelo integra simultáneamente la planificación de la extracción, la gestión de stockpiles y las restricciones de procesamiento, incorporando además la incertidumbre geológica mediante simulaciones geoestadísticas para optimizar de forma conjunta las decisiones a lo largo de la cadena de valor. Su aplicación permitió generar planes de producción para una vida útil de 18 años y analizar la interacción entre los distintos componentes del complejo minero, demostrando la capacidad del enfoque para coordinar de manera eficiente el flujo de materiales entre minas, instalaciones de almacenamiento y procesos de tratamiento dentro de un mismo marco de optimización.

Los avances alcanzados mediante este tipo de aplicaciones fueron posteriormente sintetizados por [Dimitrakopoulos y Lamghari \(2022\)](#), quienes presentan una revisión de los principales desarrollos asociados a la optimización estocástica simultánea de complejos mineros y cadenas de valor mineral. Los autores destacan que estos enfoques permiten mejorar el cumplimiento de metas productivas, aumentar la confiabilidad de los resultados operacionales y obtener mayores valores de VAN en comparación con los métodos convencionales de planificación. Asimismo, resaltan la importancia de utilizar múltiples escenarios geológicos para representar adecuadamente la incertidumbre del yacimiento, observando que las estimaciones del valor esperado del proyecto tienden a estabilizarse a medida que aumenta el número de simulaciones consideradas, como se muestra en la Figura 2.3.

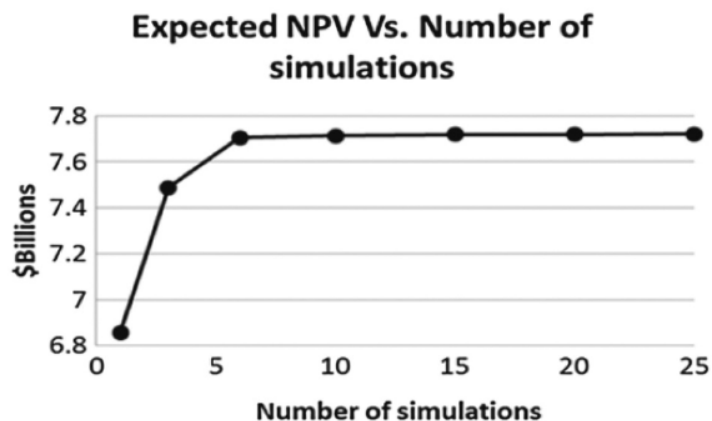


Figura 2.3: Convergencia del Valor Actual Neto esperado en función del número de simulaciones consideradas. *Fuente: Dimitrakopoulos y Lamghari (2022)*

En conjunto, estos desarrollos muestran una evolución desde modelos centrados principalmente en la programación de la producción hacia formulaciones capaces de integrar simultáneamente incertidumbre geológica, múltiples destinos, stockpiles y restricciones operacionales dentro de un mismo marco de optimización.

2.3. Planificación Minera Considerando Límites de Excavación

La planificación minera a corto plazo se enfoca en gestionar el rendimiento diario de la operación, buscando maximizar la eficiencia mediante la asignación adecuada de los materiales extraídos a sus respectivos destinos, como planta, botadero o stock. En este proceso, la selectividad —entendida como la capacidad de diferenciar con precisión entre mineral y estéril durante la extracción— resulta fundamental para minimizar pérdidas y dilución. No obstante, su efectividad está fuertemente condicionada por los límites de excavación, los cuales dependen directamente de las dimensiones y capacidades del equipo de carguío utilizado en terreno.

En la optimización de límites de excavación para operaciones a cielo abierto, el objetivo es definir las zonas de mineral y estéril dentro de un sector del banco, estableciendo límites operacionales entre ambos tipos de material (Neufeld et al., (2003), Sari y Kumral, (2018)). Dado que los pozos de tronadura suelen ser densos, es posible definir unidades de minería selectiva (*Selective Mining Unit*, SMU), las cuales corresponden a pequeños volúmenes de material sobre los que se realiza la clasificación entre mineral y estéril durante la explotación. Estas unidades suelen presentar dimensiones reducidas respecto a los equipos de carguío utilizados en operación. Estas pequeñas dimensiones de las SMU genera un desafío, ya que equipos como las

excavadoras poseen brazos de mayor alcance que las dimensiones de estas unidades, impidiendo una selección precisa de mineral y estéril a esa escala. No es realista suponer que cada bloque pueda extraerse independientemente de sus vecinos. Hay que lograr el equilibrio óptimo entre “aceptar la dilución” y “desperdiciar el mineral” para maximizar el beneficio en función de las limitaciones del equipo.

El método manual para definir los límites de excavación ha sido el enfoque más comúnmente utilizado en la industria minera durante años. Este método consiste en delinear manualmente los límites entre mineral y estéril considerando el ancho mínimo de los equipos mineros y restricciones operacionales como la capacidad, determinando qué sectores del yacimiento serán enviados a planta, botadero u otros destinos. Esta definición se basa principalmente en la interpretación geológica y litológica del modelo de bloques obtenido a partir del estudio geoestadístico del depósito. Generalmente, este proceso es realizado por un geólogo y se fundamenta en la observación, experiencia y conocimiento del yacimiento. Sin embargo, este enfoque depende en gran medida del criterio y subjetividad del profesional encargado de trazar los límites, lo que puede generar distintas interpretaciones y decisiones inconsistentes según quién realice la evaluación. Como consecuencia, pueden producirse asignaciones subóptimas de bloques de mineral y estéril, afectando negativamente la eficiencia operativa y el beneficio del proyecto. (Deutsch et al., (2000), Ruiseco y Kumral, (2016))

La primera progresión más allá del recuento manual consiste en considerar herramientas geoestadísticas para cuantificar la variabilidad y la incertidumbre de las leyes a lo largo del yacimiento.

Varios geoestadísticos han desarrollado variantes de esquemas de clasificación óptima que integran modelos geoestadísticos y análisis de decisiones para la clasificación de mineral y estéril durante el control de leyes (Verly, 2005). Estos enfoques generalmente consideran la selección libre de bloques de mineral/estéril con un tamaño fijo. Sin embargo, este procedimiento resulta inadecuado, ya que los equipos de minería pueden excavar hasta límites que no coinciden con los bordes arbitrarios de los bloques, y a la vez no es posible seleccionar libremente un bloque individual de mineral entre el estéril o viceversa (Norrena et al., (2001)). Esto se debe a que la selección del material durante la explotación se realiza sobre la base de unidades de minería selectiva (SMU), y no mediante la extracción independiente de bloques individuales (Assibey-Bonsu y Krige, (1999)). La suposición de una selección bloque por bloque representa la principal limitación de los actuales procedimientos de control de la ley.

Por esto Norrena et al., (2001) abordaron la determinación de los límites de excavación como un problema de optimización y propusieron una solución basada en la técnica del recocido simulado, dando el siguiente paso a partir de la modelización geoestadística de las leyes y toma de decisiones bloque por bloque. Esta técnica ofrece la ventaja única de combinar múltiples restricciones no lineales en una única función objetivo, considerando simultáneamente la rentabilidad económica y la “excavabilidad” minera también llamada *digability*. Esta última, mide

la facilidad con la que se puede extraer un límite de excavación, ya sea de mineral o estéril. Un polígono grande con bordes poco definidos tendría una alta *digability*, mientras que un polígono pequeño y de forma irregular presentaría una baja. Esta medida depende tanto de la geometría del área como del equipo de minería utilizado. El mismo polígono puede tener diferentes niveles de *digability* según se emplee una gran pala de cable o una pequeña cargadora hidráulica.

Una metáfora común para entender el algoritmo de recocido simulado, metaheurística con la que trabajan estos autores, consiste en imaginar que se comienza con un recorrido inicial conectando todas las ciudades. A partir de ese punto, se introducen cambios aleatorios en la ruta, conocidos como perturbaciones. Si un cambio reduce la longitud del recorrido, se acepta. Sin embargo, también hay ocasiones en que se aceptan cambios que aumentan la longitud del recorrido. Esto puede parecer contradictorio, pero es fundamental para la técnica, debido a que permite al algoritmo escapar de mínimos locales, es decir, soluciones que parecen óptimas en un área pequeña, pero no lo son en el contexto global. El proceso de perturbar la trayectoria continúa hasta que ya no se logra reducir la longitud del recorrido. Esta estrategia de aceptación condicional es clave para encontrar la solución global más corta posible.

Los autores crearon DIGLIM, un programa para diseñar de forma automática los límites de excavación, este se implementó en un caso real utilizando datos de una mina de cobre ubicada en Chile. El área estudiada corresponde a un banco minero con una cuadrícula de 20 x 20 bloques, cada uno de 10 m x 10 m, donde se clasificaron directamente los bloques como mineral o estéril, sin utilizar leyes de corte para diferenciar entre aquellos con valor económico.

Se propusieron distintos límites de excavación bajo tres escenarios: sin restricciones de equipo, con restricciones moderadas y con restricciones estrictas. Estas propuestas se evaluaron tanto considerando solo el beneficio económico como también la clasificación entre mineral o estéril. La longitud de los segmentos en los límites de excavación se mantuvo constante para todas las propuestas, modificándose únicamente el peso de la función de penalización. La Figura 2.4 y la Tabla 2.1 es un resumen los resultados obtenidos, utilizando indicadores basados únicamente en la clasificación de mineral/ estéril para definir los límites de excavación.

Tabla 2.1: Resultados de bloques con beneficio o penalizaciones por bloques.

	Beneficio	Penalización
Sin Penalización	1,516	2,704
Penalización Moderada	1,496	229
Estricta Penalización	1,494	190

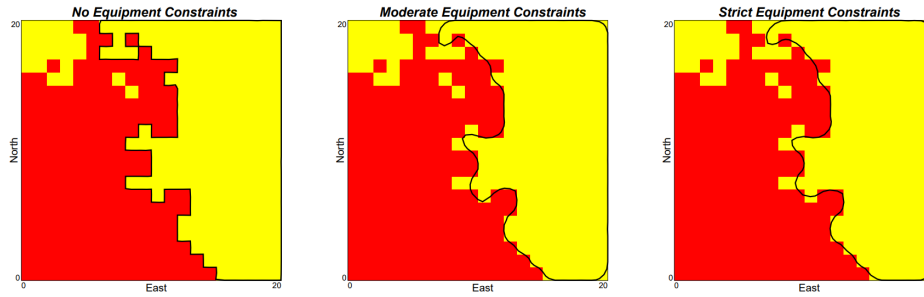


Figura 2.4: Límites de excavación sin restricciones de equipo, restricciones de equipo moderadas y restricciones estrictas de equipo utilizando datos de ganancias. *Fuente: Norrena y Deutsch, (2001)*

A medida que se incrementan las restricciones asociadas a los equipos, se observa una disminución tanto del beneficio económico como de las penalizaciones globales del sistema. En este contexto, los bloques con baja rentabilidad tienden a quedar parcial o totalmente excluidos de los límites de excavación, mientras que aquellos con mayores ganancias suelen incorporarse casi por completo. En escenarios con restricciones intermedias, algunos bloques de estéril pueden quedar completamente incluidos dentro del límite de excavación.

Los resultados obtenidos a partir de la aplicación de DIGLIM en casos reales muestran que el método es lo suficientemente flexible como para ajustarse a distintas curvas de penalización, representativas de diferentes tipos de equipos mineros. En este sentido, el algoritmo logra definir límites de excavación coherentes con las restricciones operacionales de cada equipo, alcanzando resultados cercanos al óptimo cuando se comparan con límites definidos de forma manual. No obstante, como es propio de los métodos basados en recocido simulado, la solución obtenida no garantiza la identificación del óptimo global.

Otra de las investigaciones relacionadas con la metaheurística del recocido simulado fue la realizada por [Issaks et al., \(2014\)](#). Hasta ese momento, no existían referencias que describieran métodos específicos para el diseño de líneas de excavación a cielo abierto con restricciones relativas al ancho mínimo de extracción, que era el foco de estos investigadores. Por lo que desarrollaron un algoritmo junto con un software denominado *Digger*, con el objetivo de que el diseño de las líneas de excavación cumpliera con el ancho mínimo de extracción (*Minimum Mining Width, MMW*), evaluando las clasificaciones incorrectas a través de funciones de pérdida, maximizando los ingresos y minimizando la pérdida de dólares ocasionada por clasificaciones erróneas de las líneas de excavación. El problema general se ilustra en la Figura 2.5.

El algoritmo *Digger* aborda el problema del “destino correcto” aplicando funciones de pérdida a los bloques dentro del MMW. Para cada bloque de OCM (*ore control block model*), se calculan los ingresos potenciales en función de los diferentes tipos de mineral, evaluando las funciones

de pérdida asociadas a cada posible destino. El destino correcto se determina como aquel que minimiza la pérdida total en dólares para los cinco bloques considerados.

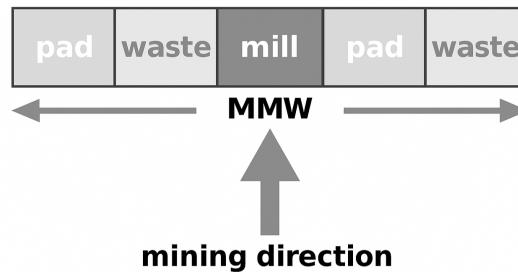


Figura 2.5: Ejemplo en donde los cinco bloques se extraerán juntos y se enviarán al botadero, pilas de lixiviación o planta. El destino correcto es el que minimiza los dólares perdidos debido a la clasificación errónea de los tipos de mineral, maximizando así los ingresos netos. *Fuente: Issaks et al., (2014)*

Inicialmente, *Digger* genera un mosaico de líneas de excavación sobre las unidades discretas que conforman el modelo de la mina. A partir de este esquema inicial, el algoritmo emplea recocido simulado para iterar repetidamente sobre el OCM, evaluando distintas configuraciones posibles de las líneas de excavación. Cuando se identifica una nueva ubicación que reduce las pérdidas económicas y satisface las restricciones impuestas por el MMW, la línea es reposicionada en dicha ubicación, actualizando progresivamente el diseño del frente de extracción. De este modo, el método explora el espacio de soluciones hasta converger hacia una configuración coherente con los criterios económicos y operacionales del sistema.

La eficacia de este estudio se evaluó comparando los ingresos potenciales del algoritmo generados por las líneas de excavación diseñadas manualmente por un geólogo con los diseños óptimos según *Digger*. El estudio considera datos de una pequeña mina de oro a cielo abierto donde existen tipos de minerales de óxido, transición y sulfuro. Los destinos considerados para el material corresponden al botadero, las pilas de lixiviación y la planta. Esto se ve reflejado en la Figura 2.6.

Aunque el MMW es de 12 m, o 6 bloques, en ambos conjuntos de líneas de excavación, las “X” blancas en el conjunto manual indican incumplimientos de este requisito. Los pequeños cuadrados en cada mapa representan el modelo original de bloques de control de mineral, y los diferentes tipos de mineral están identificados mediante una escala de grises.

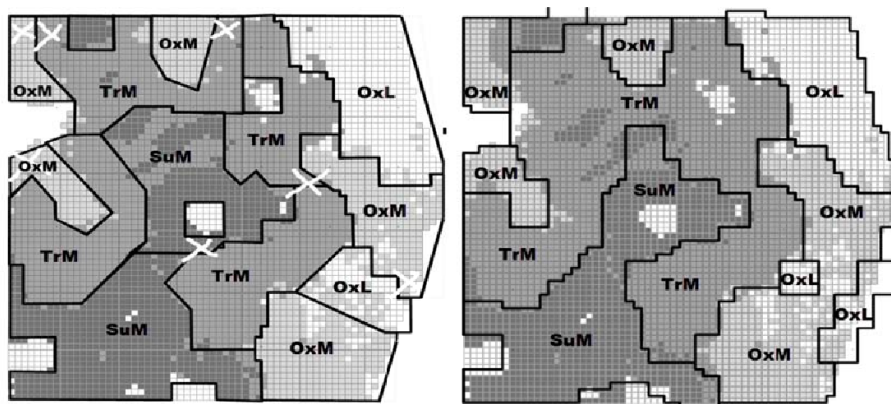


Figura 2.6: Se compara un conjunto de líneas de excavación diseñadas manualmente (a la izquierda) con un conjunto de líneas de excavación óptimas generadas por computadora (a la derecha). La escala de grises y además las etiquetas indican el tipo de mineral inicial por ley de bloque; el negro es SuM ; el gris oscuro es TrM; el gris medio es OxM; el gris claro es OxL; y el blanco es un desperdicio.

Fuente: Issaks et al., (2014)

El diseño computarizado de líneas de excavación óptimas pudo incrementar los ingresos netos en un 2,8 % en comparación con las líneas establecidas manualmente. Aunque la cantidad de onzas recuperables de oro y plata es similar entre ambos métodos, las líneas manuales incluyen un 116 % más de tonelaje de mineral de baja ley (SuM), cuyo procesamiento es significativamente más costoso. Esto sugiere que la clasificación incorrecta del material en las líneas manuales contribuye a pérdidas financieras.

El estudio también analiza el impacto de variar el ancho mínimo de minería (MMW), comparando las recuperaciones de las líneas de excavación para cuatro MMW distintos: 10 m, 12 m, 15 m y 18 m. Todas las líneas fueron generadas por *Digger*, utilizando funciones para minimizar las pérdidas económicas derivadas de la clasificación errónea bajo las restricciones del MMW. La Figura 2.7 muestra los cuatro conjuntos de líneas de excavación, donde se observan claramente las clasificaciones incorrectas. Por ejemplo, en el centro del mapa MMW-12, se identifican bloques de estéril (blancos) incluidos dentro del límite de excavación de mineral de baja ley (SuM), lo que sugiere que estos bloques podrían ser enviados erróneamente a la planta de procesamiento. Por otro lado, aunque el MMW de 10 m muestra una mayor selectividad, con menos dilución y pérdida de mineral, la simplicidad relativa del MMW de 18 m probablemente contribuye a reducir la dilución y la pérdida de mineral debido a errores durante la extracción.

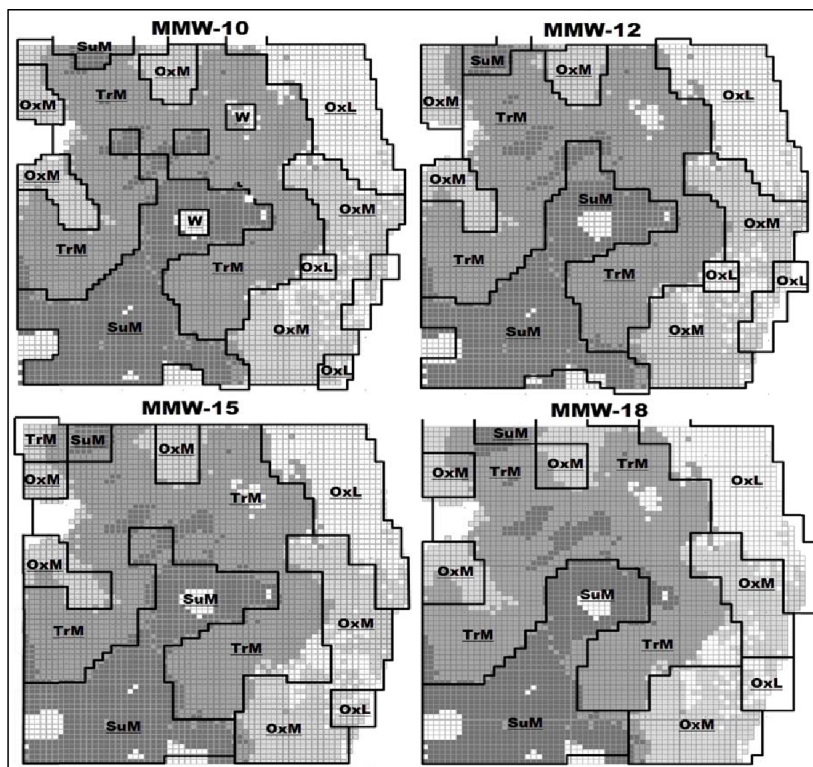


Figura 2.7: Esta figura muestra 4 conjuntos de líneas de excavación limitadas por MMW de 10 m, 12 m, 15 m y 18 m. Fuente: *Issaks et al., (2014)*

Los autores concluyeron que el diseño computarizado de líneas de excavación óptimas limitadas por un MMW es una herramienta innovadora y subutilizada en la minería, con un alto potencial de retorno. Este enfoque maximiza los ingresos netos al evitar pérdidas significativas asociadas con el envío incorrecto de material, lo que puede representar miles de dólares por bloque a lo largo de un año. Además, permite evaluar rápidamente distintas opciones de diseño en función de los objetivos a corto plazo y los cambios en la continuidad del mineral, algo imposible de lograr manualmente. Por último, mejora la precisión en la evaluación de riesgos y la planificación mediante simulaciones más realistas de recuperaciones de toneladas y leyes, considerando distintas configuraciones de MMW.

Otro de los trabajos realizados para generar los límites de excavación teniendo en cuenta la selectividad fue el de [Ruiseco et al., \(2016\)](#). Los autores proponen el Algoritmo Genético (AG) para resolver este problema maximizando la rentabilidad y asegurando que la reproducibilidad de los resultados sea mejor que los dibujados a mano. El modelo de optimización busca maximizar las ganancias, considerando la restricción de que las SMU ubicadas dentro del radio de búsqueda direccional generado por la maquinaria deben ser enviadas al mismo destino. Esta formulación específica del AG incorpora un multiplicador de Lagrange para penalizar las desviaciones en el agrupamiento.

El AG es una metaheurística que aplica los principios de la evolución biológica para resolver problemas de optimización, siendo especialmente apta para abordar problemas complejos, no lineales y con múltiples objetivos (Holland, 1975). Comienza con un conjunto de soluciones iniciales, ya sean predeterminadas o aleatorias, que se evalúan según su “aptitud”, definida en este caso como el beneficio económico de un límite de excavación factible menos un término de penalización asociado a la excavabilidad.

Para demostrar el rendimiento de la optimización del límite de excavación propuesto por Ruiseco se utilizó un banco de níquel con dos destinos posibles: planta de procesamiento o botadero con costos asociados según corresponda. El algoritmo se ejecutó en un conjunto de datos de 3,150 SMU con una ley calculada de 22.51 lb/t en donde para explorar más a fondo la variabilidad entre los límites de excavación, se visualizaron las peores, medianas y mejores soluciones en la Figura 2.8. Las diferencias entre estas soluciones parecen estar en dos zonas, que se han identificado con los números 2 y 3. La mejor solución sigue de cerca la solución mediana para las zonas 2 y 3, pero difiere en la zona 1.

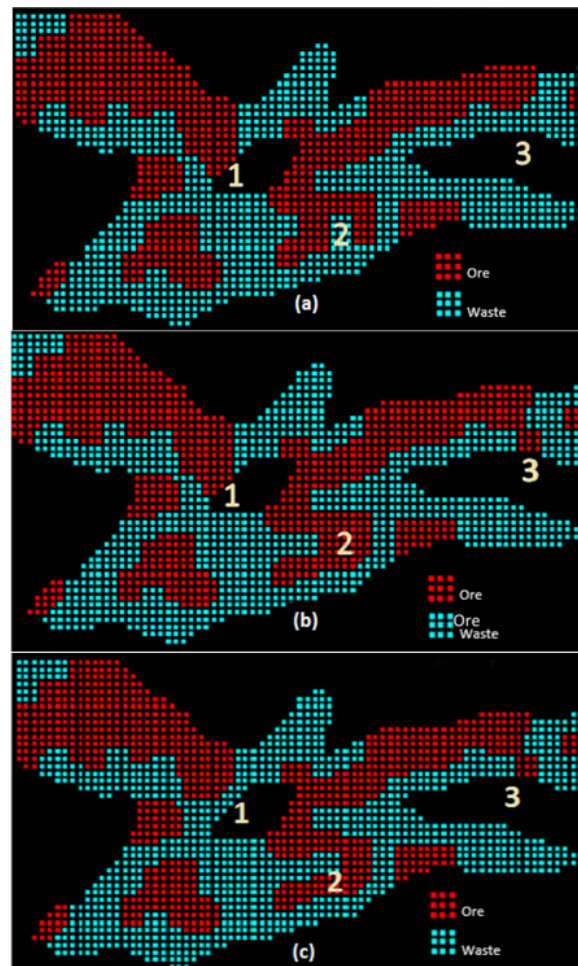


Figura 2.8: Límites de excavación GA peores (a), mediana (b) y mejores (c) de 25 ejecuciones.

Fuente: Ruiseco et al., (2016)

Además, se creó un límite de excavación utilizando métodos manuales para compararlo con los generados por el algoritmo genético. La Tabla 2.2 presenta una comparación de los puntos de referencia de los mejores, peores y medianos límites de excavación del GA frente a los límites manuales que se presentan en la Figura 2.8. Los resultados muestran que los límites generados por el GA superan a los dibujados a mano. Es importante destacar que la creación del límite manual se enfocó en optimizar la clasificación correcta de cada SMU resultando en un mayor número de SMU enviadas a la ubicación correcta. Sin embargo, al analizar la rentabilidad y la idoneidad, se observa que el GA logra generar ganancias similares y al mismo tiempo producir límites de excavación más prácticos.

El límite óptimo generado por el GA (Fig. 2.8c) se distingue del dibujado manualmente (Figura 2.9) por su suavidad y menor número de desviaciones en el agrupamiento. Esta mejora es especialmente evidente en el perímetro del banco, donde el GA minimizó la desviación, mientras que el método manual se centró en los límites internos.

Tabla 2.2: Análisis de rentabilidad de cuatro modelos de límites de excavación

Resultados	Método manual	GA peor caso	GA mediana	GA mejor caso
Aptitud	6,832	7,518	7,568	7,575
Beneficio	7,832	7,853	7,825	7,832
SMUs mal clasificadas como desperdicio	65	80	87	89
SMUs mal clasificadas como mineral	65	66	71	69
Número de SMUs de mineral	798	774	772	768
Ley del mineral (%)	29.87	30.12	30.11	30.16



Figura 2.9: Límites de excavación dibujados a mano *Fuente: Ruiseco et al., (2016)*

Los autores concluyeron que, el algoritmo genético permite generar límites de excavación operacionales considerando simultáneamente la rentabilidad y las restricciones de selectividad de los equipos, obteniendo soluciones más consistentes y reproducibles que los límites definidos manualmente. A partir de este trabajo, [Ruiseco y Kumral \(2017\)](#) profundizan el análisis incorporando explícitamente la relación entre el tamaño de los equipos y la selectividad de los límites

de excavación. Concluyendo que si bien el aumento del tamaño y capacidad de los equipos reduce los costos operacionales, también disminuye la selectividad. Los resultados muestran que existe un tamaño de cluster de 70 m que permite maximizar la rentabilidad, ya que hasta ese punto las reducciones de costos compensan las pérdidas asociadas a errores de clasificación y dilución.

A pesar de los buenos resultados obtenidos mediante métodos heurísticos y metaheurísticos, estos no permiten garantizar la obtención de una solución óptima lo que motivó el desarrollo de nuevas formulaciones. En este contexto, [Sari y Kumral \(2018\)](#) proponen un modelo de optimización que permite definir los grupos de mineral y estéril de manera que se considere el movimiento y tamaño de los equipos, utilizando programación lineal entera mixta (MILP) para resolver este problema. El modelo emplea "*frames*" que consideran el tamaño de los equipos, lo que permite diferenciar entre áreas de mineral y estéril en la explotación minera. Estos *frames* corresponden a rectángulos de dimensiones específicas, definidos como múltiplos del tamaño de las SMUs. Para cada SMU se evalúan todos los posibles *frames* asociados, con el objetivo de identificar la ubicación que maximice el valor económico de la extracción del banco.

Como se muestra en la Figura 2.10, durante la optimización un *frame* se desplaza a lo largo de un sector del banco, evaluando distintas configuraciones posibles. Todas las unidades de extracción dentro del *frame* reciben la misma clasificación como mineral o estéril. Los círculos rojos indican el radio máximo alcanzable por el brazo de una excavadora ubicada en el centro del círculo, y este radio se extiende para abarcar la forma adecuada.

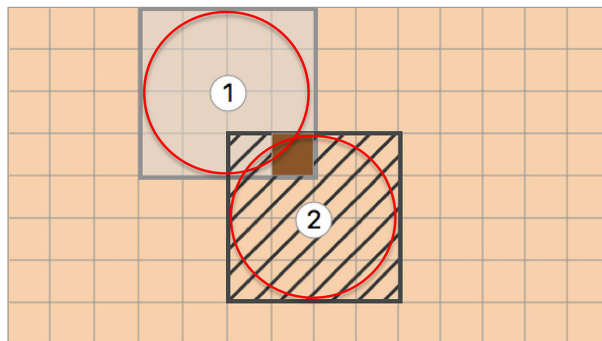


Figura 2.10: Posibles *frames* a los que puede pertenecer una SMU con límites de excavación de 4 x 4. Fuente: Sari y Kumral (2018)

Si el tamaño del equipo no fuera un factor limitante, la estrategia ideal sería enviar las SMUs con leyes superiores a la ley de corte al procesamiento de mineral y aquellas con leyes inferiores al botadero. Sin embargo, es necesario extraer y manejar varias SMUs consecutivas de forma conjunta por el tamaño de los equipos. Esto implica que $n \times n$ SMUs adyacentes, que corresponden a las dimensiones del equipo, deben ser clasificadas como mineral o estéril según corresponda.

Un *frame* se considera válido si todas las SMUs que lo conforman son clasificadas como mineral o estéril, o sea tienen el mismo destino. En este contexto, una SMU puede pertenecer a más de un *frame*, pero debe estar incluida en al menos un *frame* válido.

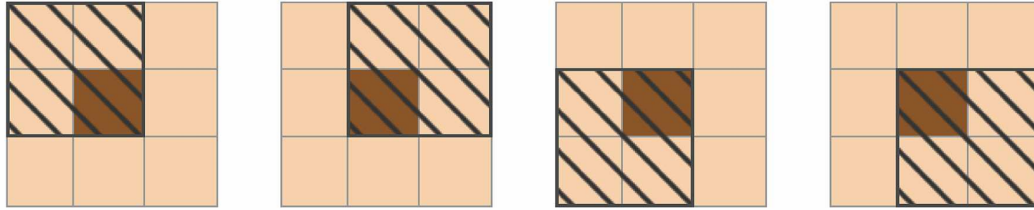


Figura 2.11: Se ilustran todos los marcos posibles a los que puede pertenecer la SMU en el medio, donde las dimensiones del marco son 2×2 . Fuente: Sari y Kumral (2018)

El enfoque de estos autores considera la dilución y asume una recuperación del 100 %. Para evaluar el rendimiento del método propuesto, se llevó a cabo un estudio de caso durante una semana de producción, abarcando siete sectores de un banco en un yacimiento de oro.

Como parte de los resultados la Figura 2.12 presenta la distribución de leyes del banco en el gráfico (a). A partir de esta información, en el gráfico (b) se realiza la discriminación entre mineral y estéril, representados en color negro y blanco respectivamente. Luego se aplica el modelo computacional propuesto, el cual busca la mejor relación cumpliendo una serie de restricciones para generar los *frames* óptimos, los cuales como resultado final se muestran en el gráfico (c). A partir de estos resultados, quedan establecidos los límites con los que la excavadora debe proceder a la extracción del material.

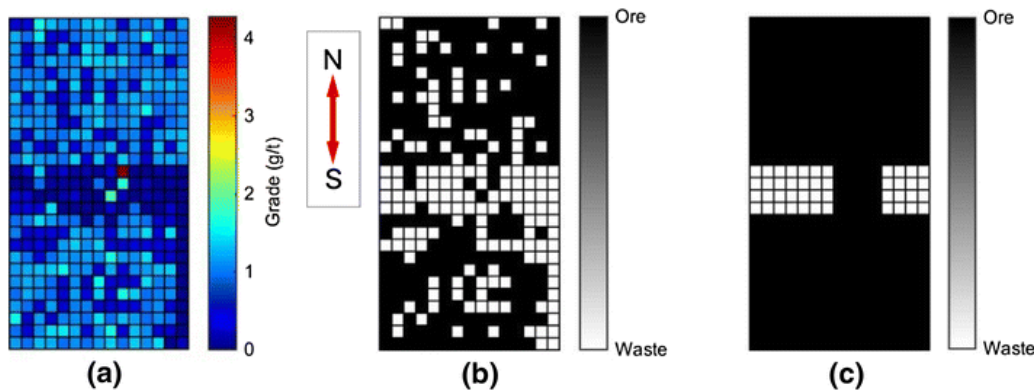


Figura 2.12: Distribución de leyes, discriminación de mineral y estéril luego de aplicar la ley de corte, discriminación de mineral y diseños después de la optimización de límites de excavación.

Fuente: Sari y Kumral (2018).

Además, otros resultados mostraron diferencias notables entre el enfoque manual y el modelo optimizado, demostrando un potencial significativo para mejorar la planificación. Esto se refleja

en la comparación de la Figura 2.13: aunque los límites manuales realizados por un ingeniero basándose en las leyes de corte y las categorías de cada SMU capturaron los patrones principales, no lograron alcanzar la solución óptima, ya que el modelo optimizado obtuvo un valor de \$365,190, mientras que el diseño manual alcanzó \$341,640, lo que representa un 6.5% por debajo del valor óptimo.

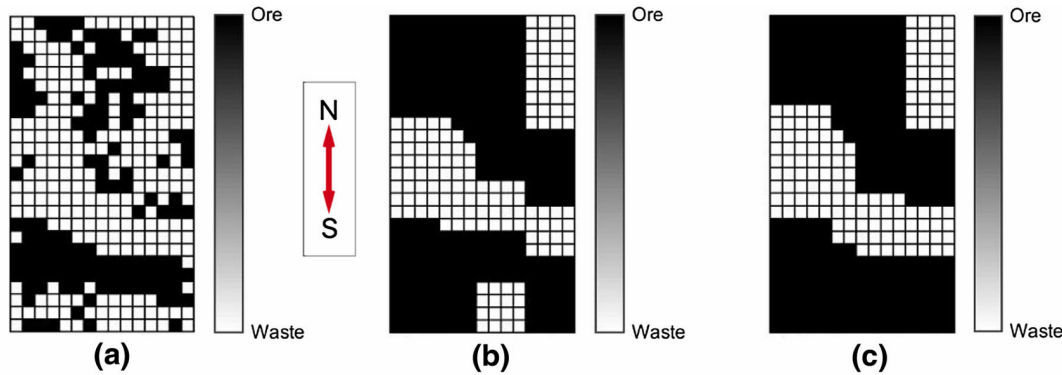


Figura 2.13: Límites de excavación manuales y óptimos en un sector. El diseño manual arrojó un valor de \$341,640, mientras que el diseño óptimo arrojó \$365,190. (a) límite, (b) diseño manual, (c) diseño óptimo. *Fuente: Sari y Kumral (2018)*

En resumen, factores como la ley de corte, la distribución de mineral y estéril dentro del sector, y el rango de ley influyen en la eficiencia del proceso de optimización. Además, debido a la dilución y las pérdidas, es necesario considerar no solo la SMU en cuestión, sino también las SMU circundantes. El enfoque propuesto es especialmente beneficioso para operaciones mineras con una distribución de ley altamente heterogénea y donde la dilución es un factor significativo.

Los planes a corto plazo generados mediante este método son óptimos y superan a los elaborados manualmente. Si bien un profesional puede crear planes eficientes, el uso de este enfoque computarizado sigue siendo valioso al reducir el tiempo de planificación.

El último estudio relacionado al problema de los límites de excavación fue desarrollado por [Vivar \(2023\)](#), quien además de considerar los *frames* de manera similar a Sari incorpora múltiples destinos, restricción de capacidad y *blending*, ajuste de forma y tamaño diferencial respecto al destino señalado, consideraciones que no se habían incorporado en la literatura hasta ese momento.

El *blending* o mezcla es el proceso de combinar materiales con distintas calidades o características para obtener una composición final que cumpla con ciertos requerimientos. Su principal objetivo es controlar la variabilidad en la calidad del mineral extraído, reduciendo las fluctuaciones en las propiedades del material que llega a la planta de procesamiento. Esto ayuda a optimizar la eficiencia de los procesos de concentración, disminuir los costos operativos y maximizar los ingresos.

Con el objetivo de evaluar técnica y económicamente los resultados de un modelo para la definición de límites de excavación en la planificación de corto plazo en minería a cielo abierto, el autor desarrolló un modelo de optimización. El modelo fue validado y posteriormente analizado para múltiples destinos con restricciones de capacidad y *blending* utilizando un modelo de bloques basado en un caso real, compuesto por 806 bloques de 10 m x 10 m, cada uno con leyes de cobre. Los resultados muestran que distintas configuraciones de *blending* generan cambios relevantes en la distribución espacial de los destinos, tal como se observa en la Figura 2.14. No obstante, dichas diferencias producen beneficios similares, evidenciando que existen múltiples configuraciones operacionales capaces de alcanzar desempeños económicos equivalentes. Este comportamiento también puede observarse en la Tabla 2.3, donde se presentan resultados para distintas capacidades y tamaños de *frame*.

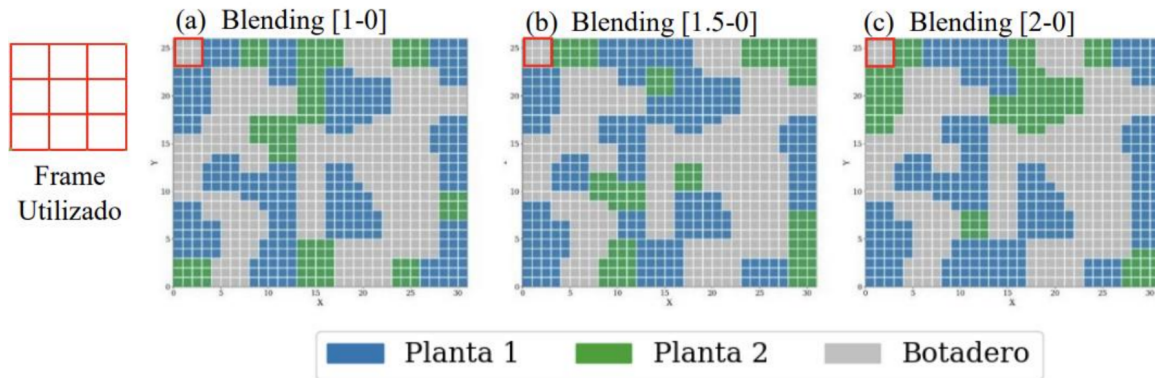


Figura 2.14: Efecto del *blending* y capacidad (300) en límites de excavación (*frame* 3x3) Fuente: Vivar (2023)

Tabla 2.3: Beneficio para casos con restricciones de *blending* y restricciones de capacidad

		2 x 2			3 x 3			4 x 4		
Límites/Capacidad		200	300	400	200	300	400	200	300	400
Superior	Inferior	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)	Valor (\$)
1	0	4,676	4,783	4,877	4,206	4,314	4,422	3,893	4,000	4,108
1.5	0	4,676	4,783	4,883	4,207	4,314	4,422	3,893	4,000	4,108
2	0	4,676	4,783	4,877	4,206	4,314	4,422	3,893	4,000	4,108
5	0.8	4,658	4,659	4,653	4,130	4,130	4,130	3,789	3,789	3,789
5	1	4,560	4,560	4,560	4,049	4,049	4,049	3,699	3,699	3,699

Basado en todos los casos estudiados por este autor, se evidenció que el modelo para la obtención de límites de excavación funciona de manera efectiva. Los resultados obtenidos fueron eficientes y reproducibles, mostrando mejoras significativas tanto en términos económicos como en la precisión de la clasificación respecto de las soluciones manuales. En particular, el modelo logró

incrementar el beneficio entre un 5 % y un 9 %. (Vivar, 2023), además se observó que el aumento del tamaño del *frame* produce una disminución del beneficio económico, debido al incremento de la dilución.

Posteriormente, Nelis et al. (2025) profundizan la evaluación de esta formulación mediante tres casos de estudio. El primero analiza la influencia de la selectividad operacional a través de distintos tamaños de *frame*, extendiendo el análisis mediante la incorporación de configuraciones de hasta 5×5 y evaluando su efecto sobre el beneficio económico y la dilución. El segundo incorpora múltiples destinos junto con restricciones de capacidad y *blending*, permitiendo estudiar el impacto de estas restricciones en la definición de los límites de excavación. Finalmente, el tercer caso extiende la aplicación del modelo a un escenario de mayor escala considerando varios bancos y 10 destinos, incorporando además un análisis detallado del desempeño computacional y comparaciones con formulaciones previas. Para evaluar el desempeño de la formulación, los resultados son contrastados con una política manual y una política de *free selection*, la cual representa la asignación económicamente óptima de cada bloque sin considerar restricciones operacionales y actúa como una referencia teórica para cuantificar las pérdidas asociadas a la selectividad. Los resultados obtenidos evidenciaron mejoras promedio de 7.3 % respecto de los límites definidos manualmente, demostrando la aplicabilidad de la formulación en problemas de gran tamaño y con múltiples restricciones operacionales.

A pesar de los avances alcanzados en la definición de límites de excavación, las formulaciones desarrolladas hasta la fecha se han basado principalmente en modelos deterministas, utilizando una única estimación de leyes para representar el yacimiento, por lo que la incertidumbre geológica asociada a la variabilidad espacial del depósito continúa sin ser incorporada explícitamente en el proceso de optimización de los límites de excavación. Es por ello que en este estudio se plantea evaluar el efecto de dicha incertidumbre mediante la consideración de múltiples escenarios geológicos dentro de un modelo de minimización de desviaciones que incorpora restricciones de selectividad operacional, con el objetivo de analizar su impacto en la asignación de destinos y en el desempeño económico de la solución obtenida, buscando reducir la brecha existente entre los resultados planificados y aquellos efectivamente alcanzados durante la operación minera.

3 | Metodología

La metodología de este trabajo de investigación se basa en el desarrollo de un modelo de optimización junto con un enfoque de minimización de desviaciones para incorporar la incertidumbre geológica en la planificación de la producción en el corto plazo de una mina a rajo abierto. Este enfoque permite no solo maximizar el valor económico del sistema, sino también controlar el cumplimiento de objetivos operacionales relevantes, tales como la capacidad de procesamiento y la ley de alimentación a planta. Para ello, se consideran múltiples escenarios geológicos generados mediante simulación condicional, los cuales representan la variabilidad espacial de las leyes del mineral.

Este trabajo sigue una metodología específica de aplicación, en donde se enfatizan cuatro puntos claves, los cuales se detallan a continuación. Adicionalmente, con el objetivo de evaluar el impacto de la incertidumbre geológica en la toma de decisiones, se consideran distintas políticas de optimización, las cuales se diferencian en la forma en que incorporan la información disponible:

- **Política determinista:** Considera un único escenario representativo del yacimiento, obtenido a partir de estimaciones mediante *kriging* ordinario, el cual corresponde a una representación suavizada de la distribución de leyes. Bajo este enfoque, las decisiones se toman en base a valores promedio, sin incorporar explícitamente la incertidumbre geológica ni la variabilidad espacial del yacimiento. Como consecuencia, el modelo tiende a simplificar la realidad del depósito, pudiendo subestimar zonas de alta o baja ley.
- **Política estocástica:** El modelo incorpora múltiples escenarios geológicos equiprobables generados mediante simulación condicional, permitiendo representar explícitamente la variabilidad de las leyes del yacimiento. En particular, para la resolución del problema se consideran 100 escenarios, obteniendo las decisiones mediante la maximización del valor esperado e incorporando penalizaciones por desviaciones respecto de distintos objetivos operacionales.
- **Política manual:** Corresponde a una asignación de destinos definida manualmente, basada en criterios operacionales y reglas simples de decisión, considerando una estimación de la ley obtenida mediante *kriging* ordinario. En este enfoque, los bloques son clasificados de manera independiente según su ley estimada, respetando los límites de excavación previamente definidos, pero sin el uso de un modelo de optimización. No se incorpora

explícitamente la incertidumbre geológica ni la interacción entre bloques o restricciones globales del sistema. Esta política se utiliza como referencia práctica, representando una estrategia más conservadora en términos de captura de valor económico.

- **Política de información perfecta:** Resuelve el problema de manera independiente para cada escenario, asumiendo conocimiento completo de la realización futura. Si bien esta información es inalcanzable en la práctica, esta política representa un caso ideal y permite establecer una cota superior del desempeño del sistema.

3.1. Implementación y validación de ecuaciones

Para comenzar, se realiza un análisis con el fin de verificar la correcta implementación de la formulación matemática. Este proceso consiste en la revisión, comprensión y validación de cada una de las ecuaciones necesarias para la posterior implementación del modelo de optimización en Python, junto con el modelo de minimización de desviaciones. Asimismo, se busca contrastar el comportamiento del modelo desarrollado con aquellos reportados en la literatura, con el propósito de evidenciar sus principales diferencias.

3.2. Validación de resultados de la implementación

En un caso de estudio controlado con 36 bloques (1 x 1), se valida que el modelo entregue resultados coherentes con el conjunto de restricciones definidas. Esto permite verificar de manera clara el cumplimiento de restricciones operacionales, tales como capacidad, condiciones de mezcla (*blending*), tamaños de *frames*, entre otras. Las pruebas realizadas sobre este modelo de pequeña escala permiten asegurar que, una vez obtenidos resultados consistentes, la formulación puede ser validada y posteriormente aplicada a un caso real de mayor escala.

3.3. Análisis de la incorporación de incertidumbre en un caso real

Se evalúa el efecto de incorporar penalizaciones por desviaciones en un caso de estudio real, considerando un conjunto de 100 escenarios geológicos generados mediante simulación condicional, los cuales representan la incertidumbre en las leyes del mineral. El análisis se realiza bajo distintos valores objetivo (*targets*), diferentes configuraciones de restricciones y diversos costos asociados a las desviaciones. Los resultados obtenidos bajo este enfoque estocástico son comparados con aquellos provenientes de una metodología determinística, así como con una po-

lítica de información perfecta, en términos de valor económico esperado y desviaciones respecto a objetivos operacionales. Para ello, se construyen gráficos y tablas comparativas que permiten evidenciar las diferencias tanto económicas como en la asignación de bloques a los distintos destinos.

3.4. Análisis computacional

Se evalúa el desempeño computacional del modelo, enfocándose en los tiempos de cómputo requeridos para su resolución bajo distintas configuraciones. En particular, se analiza el impacto de los costos de desviación, los *targets* y las restricciones operacionales, considerando las distintas políticas de decisión.

4 | Modelos Matemáticos

En este capítulo se presentan y desarrollan los modelos matemáticos utilizados para incorporar la incertidumbre geológica en la definición de límites de mineral y estéril. En particular, se formula un modelo de optimización determinista (Nelis et al. (2025)) basado en la asignación de bloques a múltiples destinos, junto con una extensión que incorpora un enfoque estocástico mediante la minimización de desviaciones respecto a *targets* operacionales (Nelis et al. (2026)). Estos modelos permiten evaluar el impacto de la variabilidad geológica en la toma de decisiones, proporcionando soluciones más robustas en el contexto de la planificación minera.

4.1. Modelo de Optimización Determinista

Sea B el conjunto de bloque o SMUs del banco y D el conjunto de destinos disponibles en la operación minera. Para cada destino $d \in D$, se define F_d el conjunto de *frames* asociados a dicho destino que satisfacen los requerimientos de selectividad correspondientes. El valor económico de asignar el bloque $b \in B$ al destino $d \in D$ está dado por ν_{bd} el cual representa el beneficio neto asociado al procesamiento de dicho bloque en el destino considerado.

Cada *frame* $f \in F_d$ cubre un subconjunto de bloques $B_f \subset B$, cuyo tamaño está dado por el número de bloques que lo componen, denotado como k_f . Un bloque $b \in B$ pertenece a un *frame* f si $b \in B_f$. Dado que un mismo bloque puede estar contenido en múltiples *frames*, se define F_d^b como el conjunto de todos los *frames* $f \in F_d$ tales que $b \in B_f$.

La asignación de destinos está limitada por un conjunto de recursos aditivos, tonelaje, metal, horas de chancado, entre otros, los cuales se agrupan en el conjunto C . Se define w_{cbd} como la utilización del recurso $c \in C$ por el bloque $b \in B$ si es asignado al destino $d \in D$. Para cada recurso y destino se consideran límites superiores e inferiores, denotados como W_{cd}^u y W_{cd}^l respectivamente para el recurso $c \in C$ en el destino $d \in D$.

De manera equivalente, se define Q como el conjunto de elementos de interés del depósito, donde g_{qb} representa la ley del elemento $q \in Q$ en el bloque $b \in B$. Asimismo, G_{qd}^u y G_{qd}^l representan los límites superiores (u) e inferiores (l) para la ley promedio permitida del elemento $q \in Q$ en el destino $d \in D$.

4.1.1. Variable de Decisión

El modelo está descrito por las siguientes variables decisión:

$$x_{bd} = \begin{cases} 1, & \text{si el bloque } b \in B \text{ es asignado al destino } d \in D. \\ 0, & \text{si no.} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\nu_{fd} = \begin{cases} 1, & \text{si todos los bloques } b \in B_f \text{ son asignados al destino } d \in D. \\ 0, & \text{si no.} \end{cases} \quad (4.2)$$

La Ecuación 4.1 clasifica los bloques asignandoles un valor de 1 si están destinados a un destino D específico, o 0 si no lo están. Por otro lado, la Ecuación 4.2 clasifica los bloques dentro de un *frame*, estableciendo con valor 1 si todos los bloques dentro de este son dirigidos al mismo destino, o 0 si ocurre lo contrario.

4.1.2. Función Objetivo

La función objetivo, representada por la ecuación 4.3, busca maximizar el beneficio económico total asociado a la asignación de bloques entre los distintos destinos disponibles. Este beneficio se calcula a partir del valor económico al procesar cada bloque en un destino específico, permitiendo identificar la configuración que maximiza el retorno.

$$\max \sum_{b \in B} \sum_{d \in D} x_{bd} \nu_{bd} \quad (4.3)$$

donde x_{bd} es una variable binaria que indica la asignación del bloque b al destino d , mientras que ν_{bd} representa el valor económico asociado a dicha asignación.

4.1.3. Restricciones

La ecuación 4.4 asegura que un *frame* sólo puede ser considerado válido si todos los bloques que lo componen son asignados al mismo destino.

$$\nu_{fd} \leq \frac{1}{k_f} \sum_{b \in B_f} x_{bd} \quad \forall d \in D, f \in F_d \quad (4.4)$$

Junto con esto, la ecuación 4.5 garantiza que cada bloque esté contenido en al menos un *frame*

válido, asegurando la coherencia espacial de la solución.

$$\sum_{d \in D} \sum_{f \in F_d^b} v_{fd} \geq 1 \quad \forall b \in B \quad (4.5)$$

Además, la ecuación 4.6 considera que un bloque debe estar asignado a un solo destino perteneciente al conjunto D :

$$\sum_{d \in D} x_{bd} = 1 \quad \forall b \in B \quad (4.6)$$

Por otra parte, las ecuaciones 4.7 y 4.8 corresponden a restricciones de capacidad que establecen límites inferiores y superiores sobre la cantidad de material asignado a cada destino.

$$W_{cd}^l \leq \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} \quad \forall d \in D, c \in C \quad (4.7)$$

$$W_{cd}^u \geq \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} \quad \forall d \in D, c \in C \quad (4.8)$$

Por otro lado, las ecuaciones 4.9 y 4.10 representan las restricciones de mezcla (*blending*), las cuales imponen límites sobre la ley promedio del material enviado a cada destino, asegurando el cumplimiento de los requerimientos de calidad.

$$G_{qd}^l \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} \leq \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} g_{qb} \quad \forall d \in D, c \in C, q \in Q \quad (4.9)$$

$$G_{qd}^u \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} \geq \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} g_{qb} \quad \forall d \in D, c \in C, q \in Q \quad (4.10)$$

Finalmente, se presentan las ecuaciones 4.11 y 4.12, las cuales indican que las variables x_{bd} y v_{fd} pueden tomar únicamente valores binarios, ya sea 0 o 1.

$$x_{bd} \in \{0, 1\} \quad \forall b \in B, d \in D \quad (4.11)$$

$$v_{fd} \in \{0, 1\} \quad \forall f \in F_d, d \in D \quad (4.12)$$

4.2. Minimización de Desviaciones

Sea S el conjunto de escenarios geológicos. Sea v_{bds} el valor económico de asignar el bloque $b \in B$ al destino $d \in D$ bajo el escenario $s \in S$. El valor esperado de dicha asignación se define como:

$$\bar{v}_{bd} = \frac{1}{|S|} \sum_{s \in S} v_{bds}.$$

La asignación de bloques a destinos debe satisfacer un conjunto de *targets* asociados a distintos recursos operacionales, tales como tonelaje, contenido metálico, recursos aditivos y horas de procesamiento, los cuales se agrupan en el conjunto C . Sea w_{cbs} la utilización del recurso $c \in C$ por el bloque $b \in B$ al ser asignado al destino $d \in D$ bajo el escenario $s \in S$.

Los parámetros $\hat{W}_{cd}^u$ y $\hat{W}_{cd}^l$ representan los límites superior (u) e inferior (l), respectivamente, del *target* asociado al recurso $c \in C$ en el destino $d \in D$.

De forma equivalente, Q es el conjunto de elementos de interés del depósito, donde g_{qbs} representa la ley del elemento $q \in Q$ en el bloque $b \in B$ para el escenario $s \in S$. Los parámetros $\hat{G}_{qd}^u$ y $\hat{G}_{qd}^l$ representan los límites superior (u) e inferior (l) para la ley promedio permitida del elemento $q \in Q$ en el destino $d \in D$.

Cabe destacar que, en el contexto de una formulación estocástica, los *targets* no se modelan como restricciones estrictas, sino que permiten desviaciones en función del escenario considerado. En este sentido, se incorporan penalizaciones asociadas al incumplimiento de dichos *targets*, las cuales se reflejan mediante costos unitarios.

Para atributos aditivos, se define $cost_{cd}^{u/l}$ como el costo unitario asociado a desviaciones por sobrepaso (u) o incumplimiento (l) del *target* $\hat{W}_{cd}^{u/l}$. De manera equivalente, para leyes, se define $cost_{qd}^{u/l}$ como el costo unitario asociado a desviaciones respecto del *target* $\hat{G}_{qd}^{u/l}$.

4.2.1. Variable de decisión

El modelo está descrito por las siguientes variables de decisión, manteniendo las antiguas del modelo de optimización:

- $dev_{cds}^{u/l}$: desviación superior (u) o inferior (l) para el atributo c en el destino d para el escenario s .

- $dev_{qds}^{u/l}$: desviación superior (u) o inferior (l) para la ley promedio q en el destino d para el escenario s .

4.2.2. Función objetivo

La función objetivo, representada por la ecuación 4.13, se compone de tres términos principales. El primero corresponde a la maximización del beneficio económico esperado asociado a la asignación de bloques a los distintos destinos. El segundo y tercer término representan penalizaciones por desviaciones respecto a los *targets* operacionales definidos, considerando tanto los recursos de capacidad como las restricciones de *blending*. En particular, se penalizan desviaciones por sobrepaso o incumplimiento de los niveles de producción, así como desviaciones en la ley promedio del material enviado a cada destino.

$$\text{máx} \sum_{b \in B} \sum_{d \in D} x_{bd} v_{bd} - \sum_{c \in C} \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} dev_{cds}^{u/l} cost_{cd}^{u/l} - \sum_{q \in Q} \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} dev_{qds}^{u/l} cost_{qd}^{u/l} \quad (4.13)$$

4.2.3. Restricciones

Las ecuaciones 4.14 y 4.15 representan las restricciones de capacidad del sistema, formuladas mediante variables de desviación que permiten ajustar el cumplimiento de los niveles de producción requeridos en cada destino. En este contexto, la variable $dev_{cds}^{u/l}$ captura las desviaciones positivas respecto a los límites superior e inferior, respectivamente, permitiendo compensar excesos o déficits en el uso del recurso $c \in C$ asociado al destino $d \in D$ bajo el escenario $s \in S$ para cumplir con el *target* asociado $\hat{W}_{cd}^{u/l}$.

$$\sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} + dev_{cds}^u \geq \hat{W}_{cd}^u \quad \forall d \in D, c \in C \quad (4.14)$$

$$\sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} - dev_{cds}^l \leq \hat{W}_{cd}^l \quad \forall d \in D, c \in C \quad (4.15)$$

Las ecuaciones 4.16 y 4.17 son restricciones relacionadas al *blending*, donde la desviación considera tanto exceder como no alcanzar la ley requerida. Esta desviación representa la diferencia entre la producción actual y la meta deseada, asegurando que se cumpla el *target* asociado al *blending* $\hat{G}_{qd}^{u/l}$.

$$\sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} g_{qb} + dev_{qds}^u \geq G_{qd}^u \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} \quad \forall d \in D, c \in C, q \in Q, s \in S \quad (4.16)$$

$$\sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} g_{qb} - dev_{qds}^l \leq G_{qd}^l \sum_{b \in B} x_{bd} w_{cbd} \quad \forall d \in D, c \in C, q \in Q, s \in S \quad (4.17)$$

Finalmente, las ecuaciones 4.18 y 4.19 indican que las variables $dev_{cds}^{u/l}$ y $dev_{qds}^{u/l}$ deben pertenecer al conjunto de los números reales.

$$dev_{cds}^{u/l} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall d \in D, c \in C, s \in S \quad (4.18)$$

$$dev_{qds}^{u/l} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall d \in D, q \in Q, s \in S \quad (4.19)$$

5 | Resultados y Análisis

Para evaluar el desempeño del modelo de optimización propuesto, se utilizó un caso de estudio basado en información real obtenida a partir de barrenos de un yacimiento de sulfuros de cobre de baja ley. El tamaño mínimo de selectividad para los destinos de planta y stockpile se definió como 2×2 bloques, mientras que para el botadero 3×3 bloques. Cada bloque posee dimensiones de $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ y una altura de banco de 16 m, dimensiones utilizadas como base para el procesamiento del modelo de bloques, considerando una densidad promedio de 2.7 t/m^3 .

La base de información corresponde a un banco ubicado en la zona inferior de una fase de explotación, complementado con muestras provenientes de los tres bancos superiores. Este conjunto de datos fue utilizado como condicionante en un Algoritmo Gaussiano Secuencial (Deutsch y Journel, 1998), a partir del cual se generaron 100 escenarios de ley con el objetivo de representar explícitamente la incertidumbre geológica del depósito.

Cada uno de los modelos generados está compuesto por un total de 882 bloques, cuyas leyes varían entre 0.07 % y 0.82 % de cobre, con una ley promedio de 0.30 % y una desviación estándar de 0.09 % considerando el conjunto completo. Esta variabilidad refleja la naturaleza heterogénea del yacimiento y permite analizar el impacto de la incertidumbre geológica en la toma de decisiones asociadas a la asignación de destinos del material.

A modo ilustrativo, la Figura 5.1 presenta dos de los escenarios generados y uno promedio asociado al *kriging*, permitiendo visualizar las diferencias espaciales en la distribución de leyes.

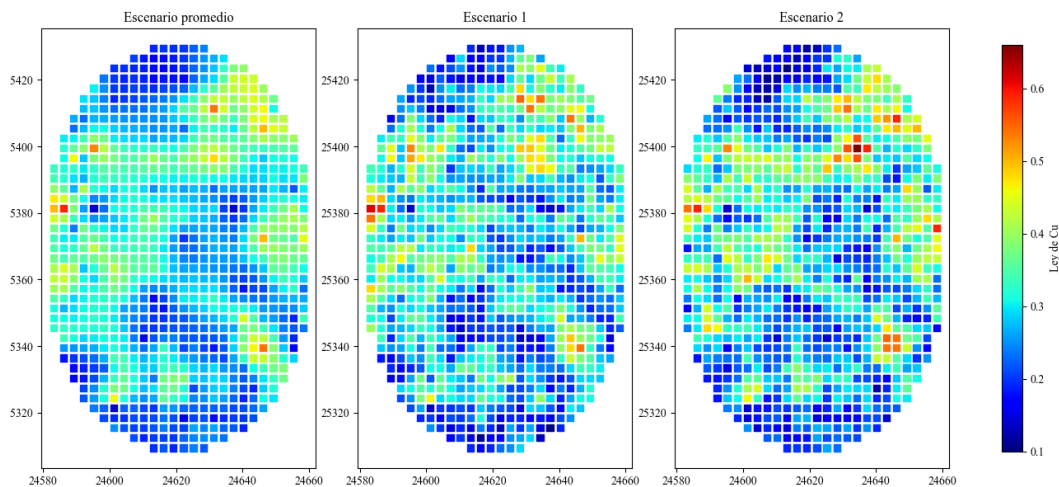


Figura 5.1: Ejemplo escenarios de ley de cobre generados mediante simulación gaussiana secuencial.

En conjunto, estos escenarios proporcionan una representación adecuada de la variabilidad geológica y constituyen la base para evaluar el comportamiento del modelo de optimización bajo distintos niveles de incertidumbre.

En la práctica, las decisiones de asignación de material se encuentran sujetas a diversas restricciones operacionales. En particular, las plantas de procesamiento operan bajo capacidades limitadas, lo que restringe la cantidad de material que puede ser tratado en un periodo determinado. Para representar esta condición, se incorporó en el modelo una restricción de capacidad, estableciendo un límite máximo de 77,760 t de material enviado a planta. El material excedente puede ser destinado a stock para su posterior procesamiento o bien ser descartado si su contenido metálico se encuentra por debajo de la ley de corte, siendo enviado al botadero.

Bajo este contexto, y con el objetivo de evaluar económicamente las decisiones de asignación de material, es necesario definir los parámetros económicos asociados a la valorización del modelo de bloques. Estos parámetros se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Parámetros económicos utilizados para cada destino.

Destino	Costo mina (USD/t)	Costo Proceso (USD/t)	Recuperación
Planta	1.0	11.0	0.9
Stock	1.5	11.5	0.9
Botadero	1.0	0.0	0.0

En particular, se observa que el material enviado a stock presenta un mayor costo de procesamiento y mina respecto al material enviado directamente a planta, debido a las operaciones adicionales asociadas a su manejo y posterior reprocesamiento. Por su parte, el material destinado a botadero no incurre en costos de procesamiento ni presenta recuperación metalúrgica. Asimismo, se asume una recuperación del 90 % para el material procesado en planta y stock.

Finalmente, para la valorización económica del material, se consideran parámetros económicos fijos asociados al precio del metal y a los costos de refinación. Estos valores se presentan en la Tabla 5.2 y se utilizan para estimar el valor económico del cobre recuperado durante el procesamiento.

Tabla 5.2: Parámetros económicos fijos

Parámetros	Valor	Unidad
Precio Cu	2.50	USD/lb
Costo de refinación	0.32	USD/t

Estos parámetros permiten estimar el valor económico asociado a cada bloque del modelo y así evaluar el impacto de la incertidumbre geológica en las decisiones de asignación de destino.

5.1. Caso base

Con el objetivo de ilustrar el comportamiento general del modelo de optimización, se define un caso base estructurado en tres secciones. En una primera etapa, se evalúa el modelo considerando únicamente restricciones de capacidad. Posteriormente, se analiza el caso incorporando exclusivamente restricciones de ley, y finalmente se estudia la combinación de ambas restricciones de manera simultánea. Para los dos primeros casos, se comparan las soluciones determinista, estocástica, manual y de información perfecta; mientras que en el último, no se considera la solución manual. Este análisis permite evaluar las diferencias entre enfoques y el impacto de la incertidumbre geológica en la asignación de destinos.

En primer lugar, se analiza el modelo considerando únicamente restricciones de capacidad, con el objetivo de representar el cumplimiento de metas operacionales asociadas a los distintos destinos: planta, stock y botadero. Estas restricciones se formulan en función de un nivel objetivo de procesamiento de 30,000 toneladas de Cu fino, incorporando un costo de penalización de 4 USD/t tanto para desviaciones por sobre como por bajo dicho *target*. En este contexto, la Figura 5.2 presenta la distribución espacial del material para las soluciones determinista, estocástica y manual, permitiendo comparar el efecto de incorporar la variabilidad geológica en la asignación de bloques.

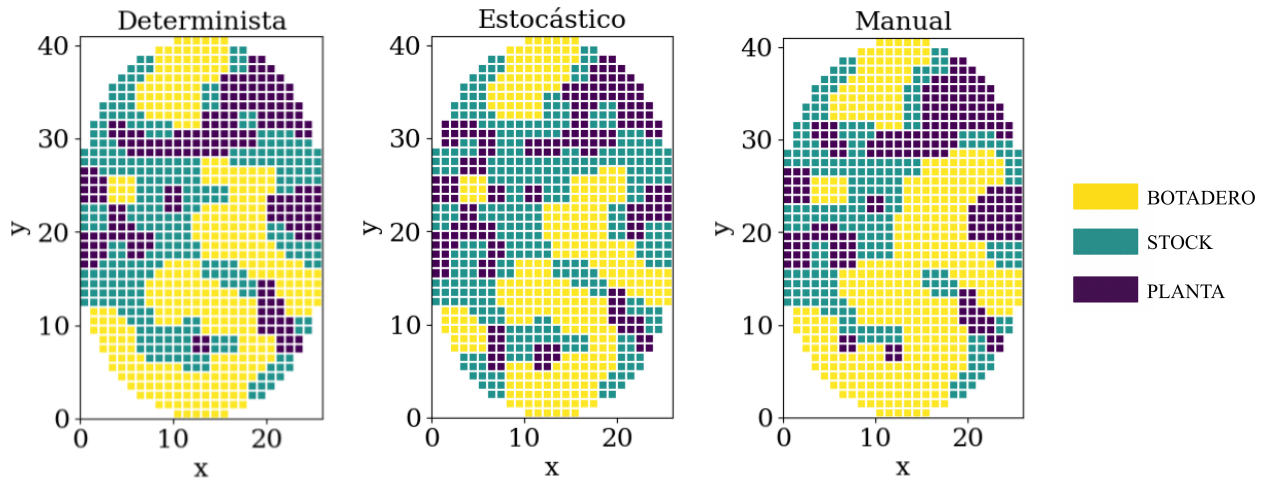


Figura 5.2: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y un costo de desviación de 4 USD/t.

Ahora bien, aunque a simple vista las diferencias entre la solución estocástica y la determinista no parecen ser tan significativas como en el caso de la solución manual, un análisis más detallado permite identificar patrones relevantes en la distribución espacial de los destinos. En particular, la solución estocástica presenta una asignación más selectiva del material, generando una distribución más dispersa, en la que ciertos bloques aparecen aislados respecto a sus vecinos.

Para profundizar de mejor manera en estos cambios, la Figura 5.3 presenta de base la solución determinista y se resaltan en recuadros de distintos colores los bloques que cambian su destino en la solución estocástica.

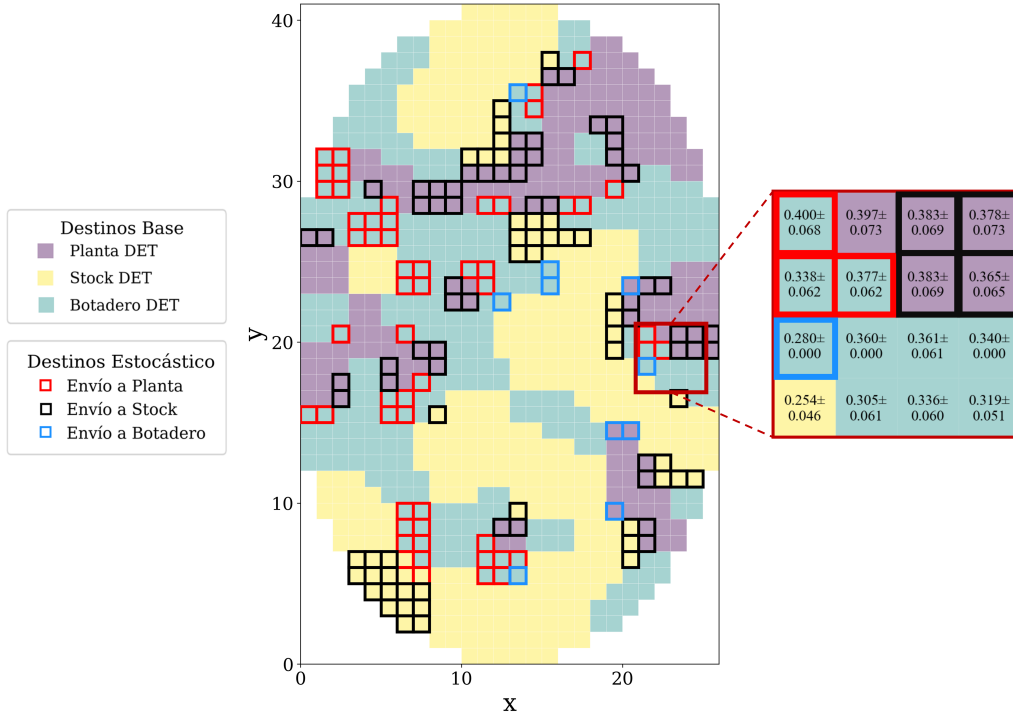


Figura 5.3: Cambios de asignación de destino entre las soluciones determinista y estocástica para restricción de capacidad.

Es importante destacar que el modelo define los destinos considerando el ancho mínimo operacional de la maquinaria, por lo que la asignación no depende únicamente del comportamiento individual de cada bloque, sino también del comportamiento conjunto asociado a la formación de cada *frame*. Sin embargo, el análisis unitario de los bloques permite identificar con mayor claridad algunos de los criterios que influyen en las diferencias entre las soluciones determinista y estocástica.

En este contexto, uno de los aspectos más relevantes corresponde a la variabilidad, la cual fue evaluada mediante la desviación de leyes de cada bloque considerando todos los escenarios simulados. Este comportamiento puede observarse detalladamente en el zoom presentado en la Figura 5.3, donde se identifican bloques con leyes entre 0.338 % y 0.400 % que pasan de stock a planta (recuadro rojo), presentando desviaciones entre 0.062 % y 0.068 %. En contraste, los bloques que originalmente eran enviados a planta y posteriormente cambian a stock (recuadro negro) presentan leyes entre 0.365 % y 0.383 %, pero con desviaciones mayores, entre 0.065 % y 0.073 %. Esto evidencia que los bloques enviados a planta por la solución estocástica no necesariamente presentan una mayor ley que aquellos seleccionados en la solución determinista,

pero poseen una menor variabilidad dando la prioridad a un comportamiento más estable entre escenarios.

Esta observación local es consistente con los resultados generales de la Tabla 5.3 donde los bloques enviados a planta en la solución estocástica presentan menores desviaciones y una ley promedio ligeramente inferior respecto a la solución determinista. De forma similar, en los bloques enviados a botadero el modelo selecciona material con un comportamiento más estable entre escenarios y con menor ley, asegurando así material no rentable. En consecuencia, una mayor variabilidad es aceptada en el destino stock, asociado a material que mantiene un valor económico dentro del modelo. Esta lógica también se observa en la solución manual; sin embargo, en este caso la mayor variabilidad aceptada se encuentra asociada a leyes más altas en el material enviado a planta.

En términos globales, aproximadamente un 18.6 % de los bloques modifica su destino al comparar la solución determinista con la estocástica, aumentando a un 21.5 % en la comparación entre la solución manual y la estocástica. En ambos casos, las modificaciones se concentran principalmente en material proveniente de stock que es reasignado a planta. En la comparación determinista–estocástica, esta transición alcanza cerca de un 6 % de los bloques, junto con aproximadamente un 5 % de reasignaciones desde botadero hacia stock. Por su parte, en la comparación manual–estocástica, la transición desde stock hacia planta aumenta hasta cerca de un 8 % del total. Estas diferencias se evidencian en la Tabla 5.3, donde se resume la distribución de bloques y tonelaje por destino.

Tabla 5.3: Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y costo de desviación de 4 USD/t

Política	Planta			Stock			Botadero		
	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)
Estocástico	200	77.8	0.385±0.052	362	140.8	0.302±0.048	320	124.4	0.234±0.042
Determinista	200	77.8	0.386±0.057	323	125.6	0.307±0.051	359	139.6	0.237±0.043
Perfecto	200±1	77.7 ±0.2	0.385±0.051	292±30	113.5±11.6	0.321±0.049	390±30	151.7±11.7	0.231±0.044
Manual	200	77.8	0.389±0.059	262	101.9	0.313±0.046	420	163.3	0.242±0.039

Dado que la planta opera en todos los casos a su capacidad máxima, las diferencias entre las políticas no se reflejan en el tonelaje procesado, sino en la distribución del material restante entre stock y botadero.

Estos resultados evidencian que el modelo estocástico reduce la clasificación de material incierto como estéril, favoreciendo su envío a planta y stock en lugar de botadero. Este efecto se acentúa al comparar con la solución manual, que concentra una mayor proporción de bloques en botadero, mientras que la solución estocástica muestra una mejor discriminación del material y un uso más eficiente de la información geológica.

Otro de los aspectos clave de este análisis corresponde a la distribución del VAN bajo las dis-

tintas políticas de decisión, presentada en la Figura 5.4, la cual permite comparar el desempeño de las soluciones. El VAN considera los ingresos, costos y penalizaciones asociadas a desviaciones respecto a los *targets*, permitiendo evaluar el comportamiento económico esperado de cada política bajo incertidumbre geológica.

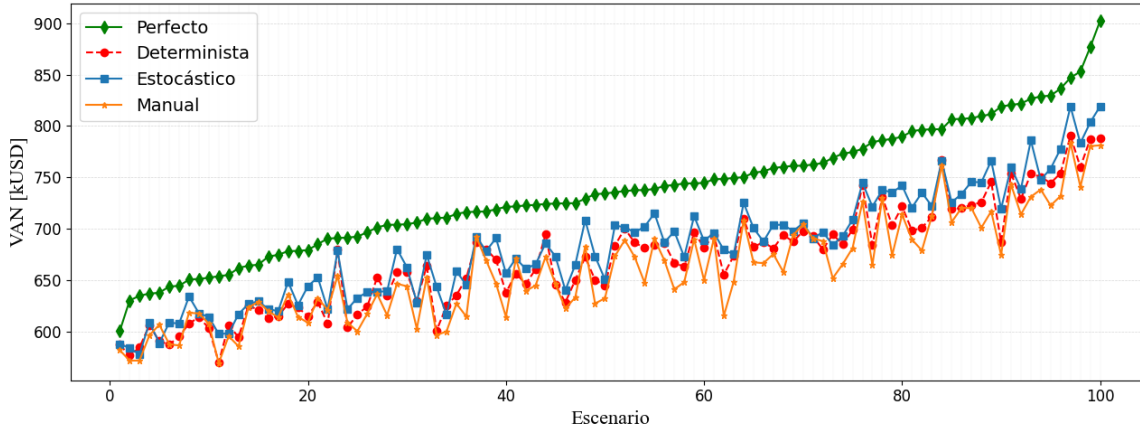


Figura 5.4: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual para $target = 30,000$ t de Cu fino y costo de desviación = 4 USD/t

Como es de esperar, la política de información perfecta presenta los mayores valores de VAN en todos los escenarios, al asumir conocimiento perfecto de las leyes de los bloques en cada escenario geológico y permitir una asignación óptima de destinos. En comparación, las soluciones estocástica, determinista y manual presentan resultados cercanos en términos de beneficio, pero estas diferencias son estadísticamente significativas. Puntualmente, la solución estocástica muestra un desempeño superior al de las soluciones determinista y manual, con mejoras relativas de un 1.77 % y un 4.08 %, respectivamente ($p\text{-value} = 3.35e-16$ y $2.37e-36$). Este comportamiento se refleja en los resultados económicos obtenidos por cada política. La Tabla 5.4 resume los valores promedio de beneficio y los costos de desviación asociados.

Tabla 5.4: Beneficio medio y costos de desviación por definición – Caso capacidad $target$ 30,000 t Cu fino y costo de desviación de 4 USD/t.

Definición	VAN Promedio (kUSD)	Costo de Desviación Promedio (kUSD)
Estocástico	681.7 ± 54.8	24.0 ± 1.8
Determinista	669.8 ± 52.0	23.9 ± 2.4
Perfecto	736.4 ± 60.3	0.0 ± 0.0
Manual	655.0 ± 49.8	23.0 ± 2.4

Para reforzar el análisis de costos presentado anteriormente, la Figura 5.5 presenta la distribución de los costos totales de desviación para las soluciones determinista, estocástica y manual, permitiendo comparar tanto su magnitud como su dispersión entre escenarios.

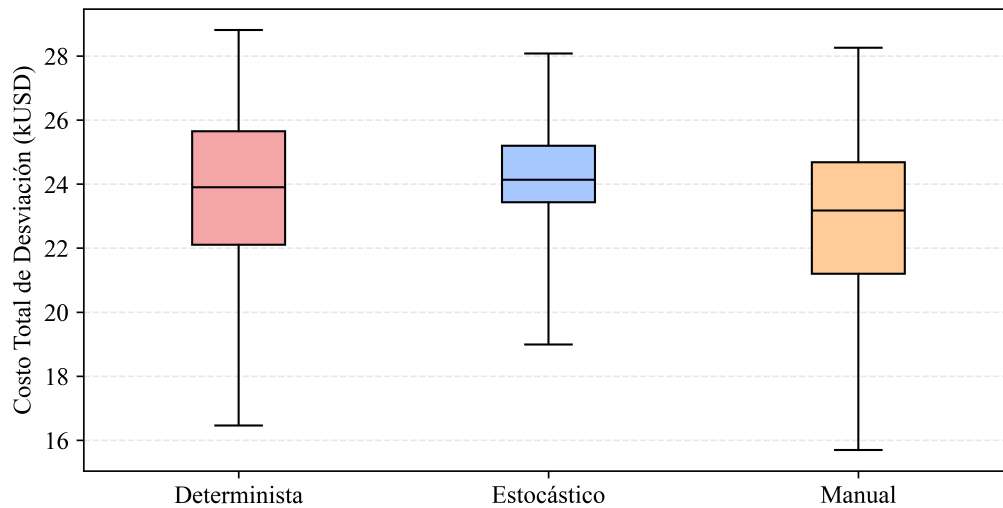


Figura 5.5: Distribución de desviaciones económicas bajo distintas políticas de planificación para *target* 30,000 t de Cu fino y costo de desviación 4 USD/t.

En términos generales, la solución estocástica presenta una distribución más concentrada y una menor dispersión en comparación con las soluciones determinista y manual. Si bien las tres políticas exhiben medianas relativamente cercanas, la solución estocástica presenta un rango intercuartílico y una amplitud de bigotes menores, evidenciando una menor variabilidad de los resultados económicos entre escenarios y un mejor control de las desviaciones respecto de los *targets* definidos. Por el contrario, las soluciones determinista y manual presentan una mayor dispersión y un rango más amplio de resultados. Este comportamiento es consistente con el hecho de que la solución determinista define los destinos considerando únicamente la ley promedio de los bloques, mientras que la solución estocástica incorpora el comportamiento de las leyes en todos los escenarios simulados para definir el destino más conveniente.

Posteriormente, se analiza una segunda evaluación en la cual solo se integran restricciones de *blending*. A diferencia del caso anterior, donde el análisis se centró en el cumplimiento de metas de producción, en este caso el modelo busca controlar la calidad del material enviado a planta mediante un objetivo asociado a la ley del material procesado y manteniendo además la restricción estricta de aceptar como máximo 77,760 toneladas en el destino planta.

En particular, se define un *target* de ley de 0.4% para el material enviado a planta. Con el fin de evaluar el cumplimiento de este objetivo, el modelo incorpora penalizaciones económicas asociadas a desviaciones iguales a 0.4 USD tanto por sobre como por bajo el *target*. En este caso, el valor de penalización utilizado es significativamente menor que el considerado para las restricciones de capacidad. Esto se debe a que el control de *blending* es más sensible a pequeñas variaciones en la ley del material, las cuales pueden surgir naturalmente a partir de la variabilidad geológica del yacimiento y de la combinación de bloques durante el proceso de

alimentación a planta. Por esta razón, se adopta una penalización más moderada, permitiendo que el modelo capture desviaciones razonables en la calidad del material procesado sin imponer restricciones excesivamente estrictas que limiten la flexibilidad operativa del sistema.

La Figura 5.6 muestra la distribución de destinos obtenida al incorporar restricciones de *blending*. En este caso se observa claramente que el modelo estocástico asigna una mayor cantidad de tonelaje al destino planta, predominando notoriamente los bloques morados en comparación con el modelo determinista y manual, además de presentar una selección más localizada de los bloques que cumplen con los requerimientos de calidad al igual que el caso de restricciones de capacidad.

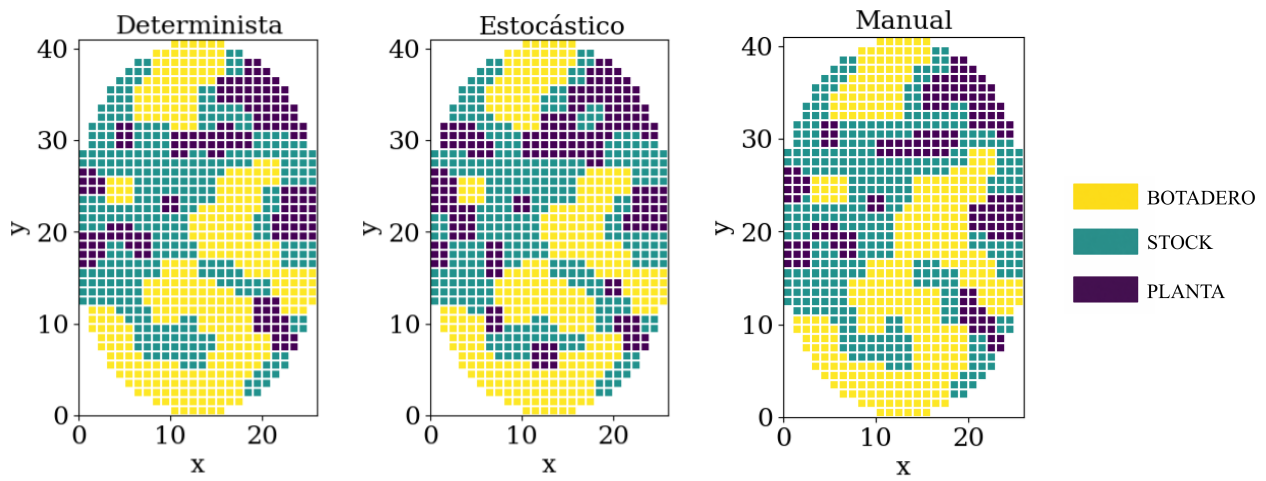


Figura 5.6: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 0.4 % y un costo de desviación de 0.4 USD.

Con el fin de analizar con mayor detalle estos cambios considerando únicamente restricciones de *blending*, la Figura 5.7 presenta la solución determinista como referencia y resalta mediante recuadros de distintos colores los bloques que modifican su destino en la solución estocástica. A nivel local, el zoom permite observar cuatro bloques que son reasignados desde planta hacia stock (recuadro negro), presentando leyes entre 0.365 % y 0.389 % y desviaciones entre 0.064 % y 0.074 %. En contraste, tres bloques son reasignados desde stock a planta (recuadro rojo), con leyes entre 0.345 % y 0.370 % y desviaciones menores a 0.066 %. Evidenciando que los bloques incorporados a planta por la solución estocástica no presentan leyes superiores, sino una menor variabilidad entre escenarios.

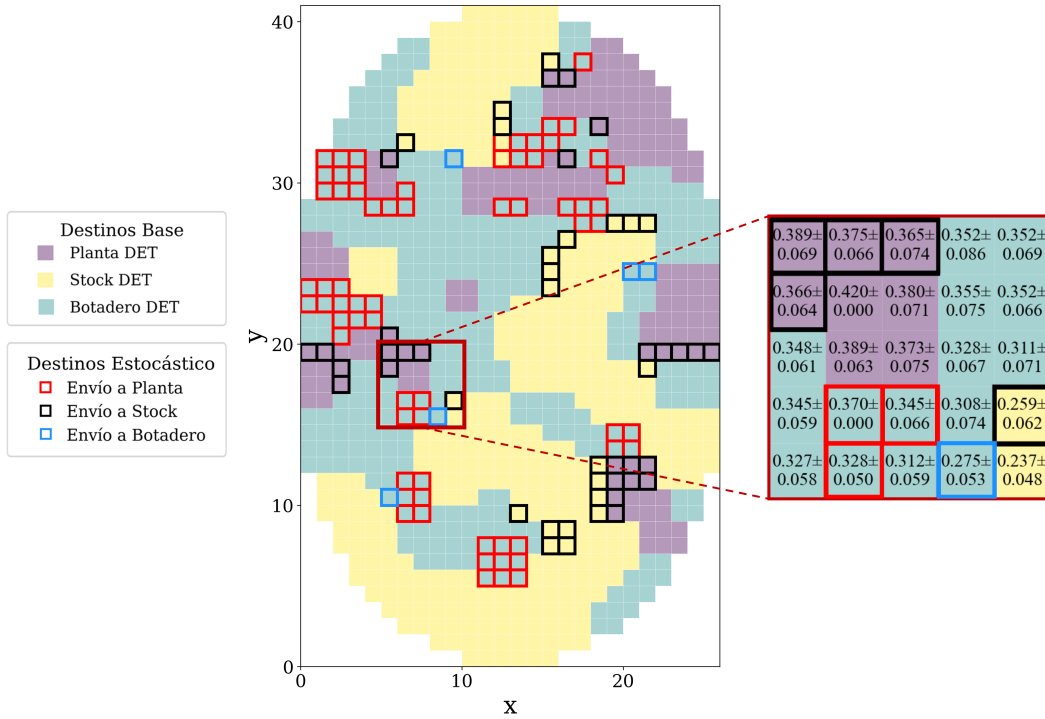


Figura 5.7: Cambios de asignación de destino entre las soluciones determinista y estocástica para restricción de *blending*.

Esta misma tendencia se refleja a nivel general en la Tabla 5.5, donde la ley promedio del material enviado a planta y su desviación son menor en la política estocástica respecto la determinista. En paralelo, los bloques enviados a botadero presentan menores leyes y menor variabilidad, asegurando una mejor identificación del material no rentable.

Tabla 5.5: Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino con restricción de *blending* igual a 0.4 % y costo de desviación de 0.4 USD.

Política	Planta			Stock			Botadero		
	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)
Estocástico	200	77.8	0.380±0.053	344	133.7	0.308±0.051	338	131.4	0.235±0.042
Determinista	160	62.2	0.395±0.057	365	141.9	0.311±0.050	357	138.8	0.237±0.043
Perfecto	200±1	77.7±0.3	0.383±0.054	293±29	113.7±11.3	0.324±0.053	390±29	151.5±11.4	0.232±0.043
Manual	153	59.5	0.401±0.059	377	146.6	0.309±0.046	352	136.9	0.237±0.040

Ahora, en términos cuantitativos, al comparar las soluciones determinista y manual con la estocástica, se observa que aproximadamente un 13.7 % y un 19.5 % de los bloques, respectivamente, cambian de destino. En ambos casos, los cambios se concentran principalmente en material originalmente asignado a stock que pasa a ser enviado a planta, alcanzando cerca de un 7.4 % en la comparación determinista–estocástica y un 8 % en la manual–estocástica. Adicionalmente, en esta última se observa un 5 % de bloques que transitan desde botadero hacia stock. Este

comportamiento también se explica por la baja ley del yacimiento analizado, ya que dificulta alcanzar la capacidad máxima de procesamiento de planta cumpliendo simultáneamente el objetivo de ley establecido, favoreciendo que una fracción importante del material sea derivada a stock o botadero.

Dado que este análisis considera únicamente restricciones asociadas a leyes, podría esperarse que el modelo estocástico otorgara una mayor importancia a la ley de los bloques por sobre su variabilidad, especialmente en comparación con el caso anterior. Sin embargo, los resultados muestran un comportamiento distinto, ya que la solución estocástica continúa privilegiando bloques con menor variabilidad entre escenarios, aun cuando ello implique procesar material de ley ligeramente inferior respecto de la solución determinista. Además, aunque presenta una ley promedio menor, logra destinar una mayor cantidad de material a planta, acercándose en este aspecto al comportamiento observado en la política de información perfecta.

Ahora bien, es importante notar que la cantidad de bloques asignados por el modelo determinista es menor que en la solución estocástica en el destino planta por 40 bloques, equivalentes a 15.6 kt. Esta diferencia se relaciona principalmente con la sensibilidad del modelo frente a restricciones de *blending*. Bajo este tipo de restricción, la incorporación de bloques adicionales no contribuye a conformar *frames* que permitan mantener el cumplimiento del *target* definido de 0.4 %, sino que se alejan más de él. En este caso, el modelo determinista busca mantenerse lo más cercano posible a dicho valor, alcanzando una ley promedio de alimentación de aproximadamente 0.395 %. Como consecuencia, incorporar bloques adicionales puede generar desviaciones que impliquen un mayor costo económico, favoreciendo su asignación hacia otros destinos. Este comportamiento también se observa en la política manual, donde se prioriza el cumplimiento del *target* de ley por sobre una utilización máxima de la capacidad de planta, derivando en una mayor asignación de material a stock y botadero. La Figura 5.8 muestra el impacto de este comportamiento en el beneficio económico bajo las distintas políticas evaluadas.

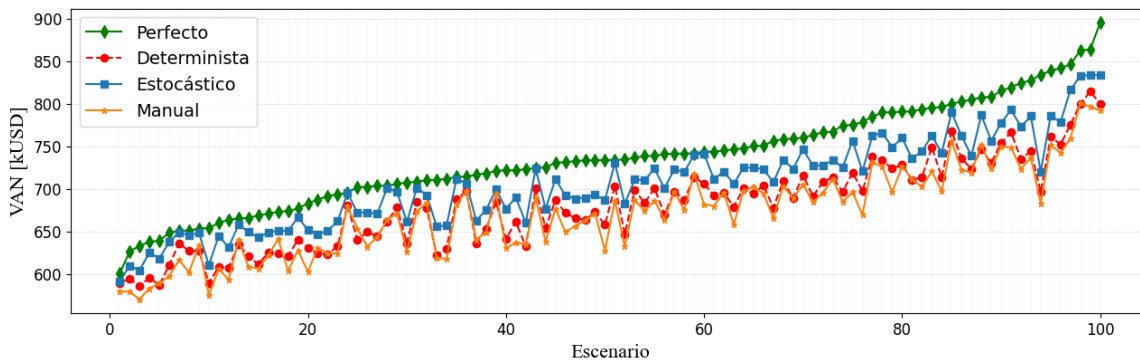


Figura 5.8: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual para $\text{target} = 0.4\%$ y Costo de desviación = 0.4 USD.

A nivel general, el modelo estocástico presenta un desempeño superior al determinista a lo largo

de todos los escenarios, manteniéndose más cercano a la solución de información perfecta. Por otro lado, las soluciones determinista y manual muestran un comportamiento más variable y un desempeño promedio inferior, reflejando una menor capacidad para gestionar la incertidumbre en la asignación de material. Estas observaciones se respaldan mediante el análisis estadístico, donde el modelo estocástico supera al determinista con una mejora relativa del 3.8 % (p-value = $4.38e-59$) y a la política manual con un 5.1 % (p-value = $1.50e-47$), siendo ambas diferencias estadísticamente significativas. Adicionalmente, aunque a nivel visual los resultados del modelo determinista pueden parecer similares a los de la política manual, el análisis estadístico confirma que estas soluciones no son equivalentes (p-value = $1.29e-11$).

En este caso, las desviaciones asociadas al cumplimiento del *blending* son considerablemente menores que las observadas en el análisis de capacidad, lo que se explica por los menores costos de penalización utilizados. En consecuencia, su impacto sobre el VAN es más acotado. La Tabla 5.6 presenta los valores promedio de VAN junto con sus respectivos costos de desviación.

Tabla 5.6: Beneficio medio y costos de desviación por definición – Caso *blending target* 0.4 % y costo de desviación 0.4 USD

Definición	VAN Promedio (kUSD)	Costo de Desviación Promedio (kUSD)
Estocástico	705.7 ± 53.2	0.6 ± 0.2
Determinista	680.0 ± 51.7	0.2 ± 0.2
Perfecto	736.6 ± 59.3	0.0 ± 0.0
Manual	671.5 ± 51.2	0.2 ± 0.1

Las desviaciones económicas asociadas al cumplimiento del *blending* difieren entre las políticas evaluadas, lo cual se puede observar en la Figura 5.9.

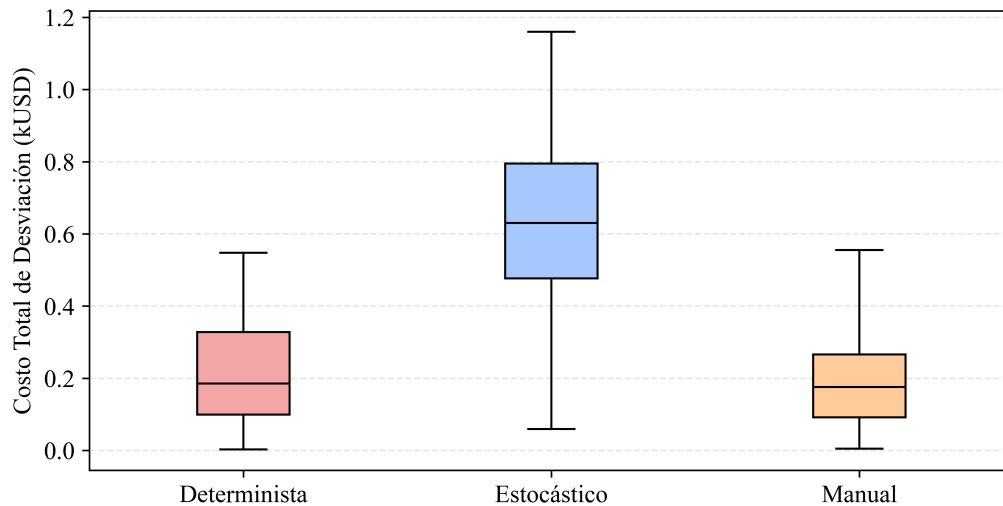


Figura 5.9: Distribución de desviaciones económicas bajo distintas políticas de planificación para *target* 0.4 % y costo de desviación 0.4 USD.

Se observa que el modelo estocástico exhibe mayores magnitudes de desviación y una mayor dispersión, reflejada en valores más altos de la mediana y un rango intercuartílico más amplio. Este resultado es consistente con observaciones previas, ya que la política estocástica incorpora una mayor cantidad de bloques al destino planta en comparación con las soluciones determinista y manual, aceptando mayores desviaciones económicas en favor de una mayor utilización del material disponible y un mayor beneficio económico. En contraste, las soluciones determinista y manual presentan desviaciones más acotadas y concentradas en valores bajos, siendo la política manual la que alcanza los menores niveles de desviación, aunque asociado a un menor beneficio económico. Aún así, dado que en este caso los costos de desviación son bajos, el impacto económico asociado no resulta significativo sobre el VAN.

Finalmente, dado que el modelo permite incorporar múltiples restricciones de manera simultánea, resulta relevante analizar el comportamiento del sistema cuando las restricciones de capacidad y de *blending* actúan de forma conjunta. Para este caso se mantiene un *target* de producción de 30,000 toneladas de Cu fino asociado a la restricción de capacidad, con un costo de penalización de 4 USD/t por desviación, así como un *target* de ley de 0.4 % para la restricción de *blending*, con un costo de penalización de 0.4 USD por unidad de desviación, datos iguales a las evaluaciones anteriores, pero aplicados de manera conjunta.

En la Figura 5.10 se observa que la asignación espacial de destinos es similar entre ambas políticas. No obstante, la diferencia más evidente radica en el patrón de distribución: la solución determinista presenta una mayor aglomeración de bloques asignados a un mismo destino, generando zonas más continuas y homogéneas. En contraste, la solución estocástica exhibe una distribución más dispersa, con una mayor fragmentación en la asignación de los destinos.

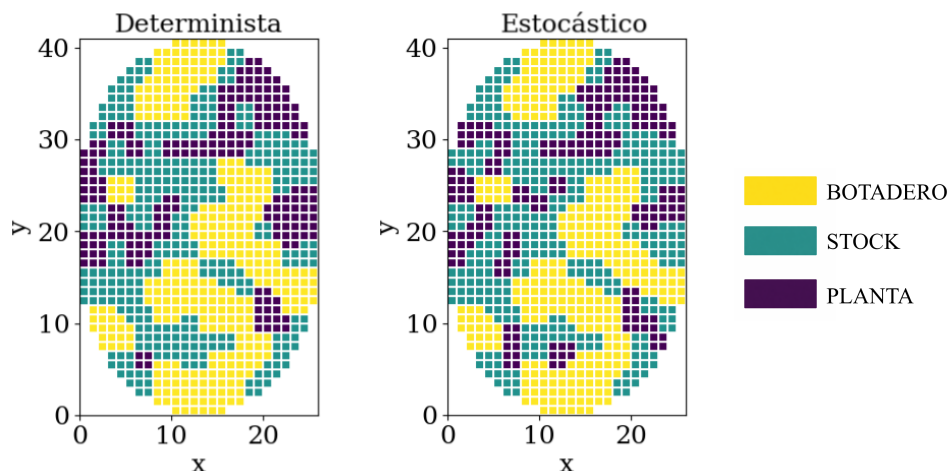


Figura 5.10: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y *blending* 0.4 % en conjunto con un costo de desviación de 4 USD/t y 0.4 USD respectivamente.

Para complementar este análisis, se considera la información presentada en la Tabla 5.7, donde

se observa que las diferencias entre las soluciones determinista y estocástica son acotadas en términos de cantidad de bloques y tonelaje por destino. Ambas políticas presentan distribuciones similares, destacando una leve mayor asignación a planta y un ligero incremento del material enviado a stock en la solución estocástica respecto a la determinista. Asimismo, la solución estocástica mantiene una mayor selectividad hacia bloques con menor variabilidad entre escenarios, aun cuando presenten leyes ligeramente inferiores, lo que se refleja nuevamente en menores leyes promedio del material enviado a planta respecto a las demás políticas.

Tabla 5.7: Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para conjunta de capacidad (*target* 30,000 t de Cu fino y costo 4 USD/t) y *blending* (*target* 0.4% y costo 0.4 USD).

Política	Planta			Stock			Botadero		
	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)
Estocástico	200	77.8	0.385 ± 0.053	359	139.6	0.302 ± 0.050	323	125.6	0.234 ± 0.042
Determinista	198	77.0	0.390 ± 0.056	354	137.6	0.301 ± 0.049	330	128.3	0.235 ± 0.043
Perfecto	200 ± 1	77.7 ± 0.1	0.386 ± 0.054	291 ± 30	113 ± 12	0.321 ± 0.051	391 ± 30	152 ± 12	0.232 ± 0.042

En cuanto a los cambios de asignación, la principal diferencia se asocia a bloques que transitan desde stock hacia planta, representando aproximadamente un 4.7% del total, efecto parcialmente compensado por un 4.4% de bloques que siguen la dirección opuesta. Adicionalmente, se observa una menor proporción de bloques que pasan desde botadero hacia stock, equivalente a un 1.8%. En conjunto, estos resultados muestran cambios limitados en la reasignación de material entre destinos y sugieren que la incorporación simultánea de múltiples restricciones genera soluciones más equilibradas. En este contexto, el modelo estocástico presenta un comportamiento más conservador, produciendo una asignación de destinos similar a la del modelo determinista, efecto que también se refleja en los resultados económicos de la Figura 5.11.

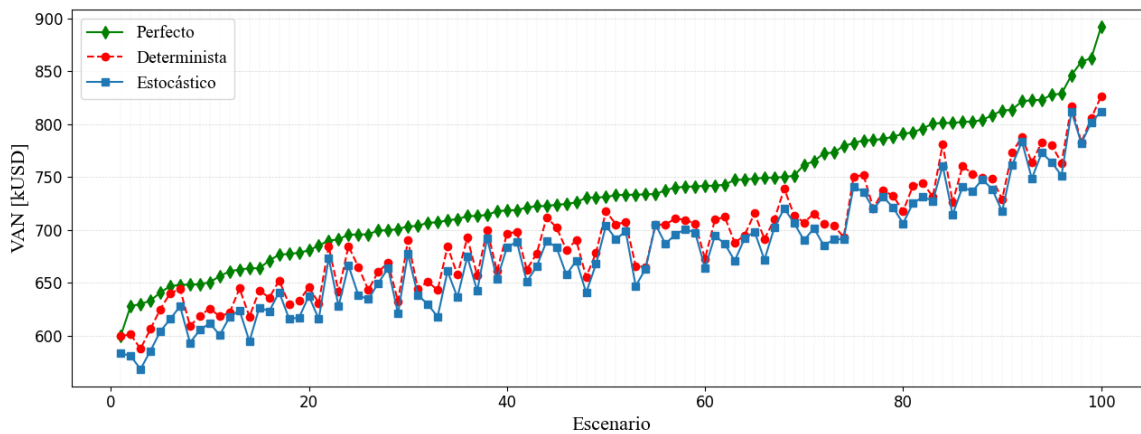


Figura 5.11: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un *target* de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4%, con costos de desviación de 4 USD/t y 0.4 USD respectivamente.

En todos los escenarios evaluados la solución determinista obtiene valores de beneficio superiores a los alcanzados por la solución estocástica y aunque parecen relativamente cercanos tienen una diferencia estadísticamente significativa ($p\text{-value} = 3.13\text{e-}39$).

Este resultado puede explicarse porque cada restricción adicional incorpora costos asociados a su incumplimiento, los que afectan directamente la evaluación económica del modelo y reducen el valor final del VAN, tal como se observa en la Tabla 5.8.

Tabla 5.8: Beneficio medio y costos de desviación por definición – Caso capacidad y *blending* con *target* 30,000 t de Cu fino y 0.4 % en conjunto con un costo de desviación de 4 USD/t 0.4 USD.

Definición	VAN Promedio (kUSD)	Costo de Desviación Promedio (kUSD)
Estocástico	678.6 ± 53.3	24.6 ± 2.0
Determinista	692.4 ± 52.5	10.0 ± 0.1
Perfecto	734.7 ± 59.3	0.0 ± 0.0

A partir de los resultados obtenidos bajo esta restricción, se observa que la política determinista tiende a minimizar las desviaciones y a generar soluciones más cercanas a los *targets* definidos. En cambio, la solución estocástica acepta mayores desviaciones, lo que incrementa los costos asociados y afecta directamente su evaluación económica. Al mismo tiempo, la incorporación simultánea de restricciones de capacidad y *blending* reduce la flexibilidad del modelo, llevando a la solución estocástica a realizar asignaciones muy similares a las de la política determinista. En conjunto, estos efectos explican que en este caso, el enfoque estocástico no logre las ventajas observadas bajo restricciones individuales y obtenga un VAN 1,9 % inferior al de la solución determinista.

5.2. Sensibilidad al costo de desviación

Con el objetivo de evaluar la respuesta del modelo frente a variaciones en los parámetros económicos, se analiza la sensibilidad de los resultados respecto a los costos de desviación, manteniendo fijo el *target*. En particular, se examina su impacto en la asignación de material y en el desempeño económico del sistema bajo escenarios con restricción de capacidad, *blending* y considerando la evaluación simultánea de ambas condiciones.

5.2.1. Caso con restricción de capacidad

En primer lugar, se analiza la sensibilidad del modelo al costo de desviación bajo la restricción de capacidad, considerando un *target* de 30,000 t de Cu fino. La Figura 5.12 presenta el comportamiento de la asignación de tonelaje por destino ante distintos niveles de costo de desviación (2 a 10 USD/t), para las soluciones determinista y estocástica.

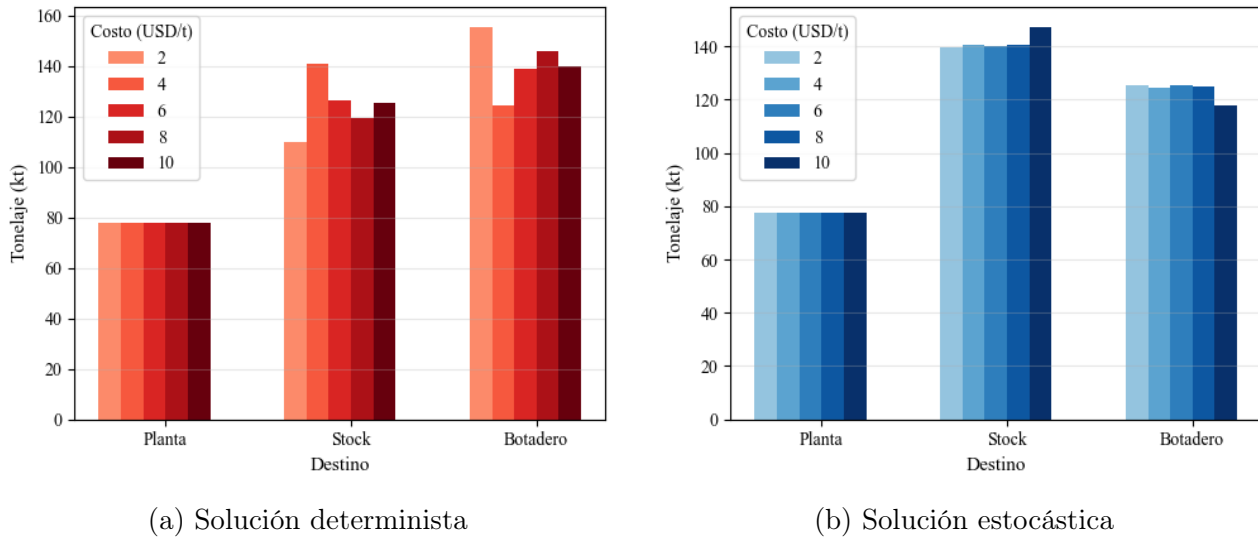


Figura 5.12: Distribución de tonelaje por destino en función del costo de desviación para las soluciones determinista (a) y estocástica (b), bajo restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino.

En la solución determinista no se observa una tendencia clara en la asignación de material entre destinos frente al aumento de los costos de desviación. El tonelaje enviado a planta se mantiene constante, alcanzando en todos los casos su capacidad máxima, lo que indica que la restricción de capacidad de planta actúa como el principal límite de la solución, mientras que el *target* no resulta lo suficientemente exigente. En consecuencia, los ajustes se concentran en cambios entre stock y botadero.

En contraste, la solución estocástica presenta un comportamiento más estable. Aunque el destino planta también opera a su capacidad máxima en todos los casos, para un costo de desviación de 10 USD/t se observa una disminución notoria del material enviado a botadero y un aumento del material destinado a stock. Este comportamiento resulta consistente con el propósito del stock, por lo que al aumentar los costos de desviación, el modelo tiende a privilegiar la asignación de bloques al destino stock por sobre su envío a botadero, preservando material con valor económico.

Por otro lado, la Figura 5.13 muestra las desviaciones respecto al *target* de capacidad para los distintos costos de penalización evaluados. Se observa un comportamiento muy similar en todos los casos, sin una tendencia clara asociada al aumento del costo de desviación. Esto se debe a que la meta productiva definida resulta difícil de alcanzar, por lo que el modelo toma decisiones muy parecidas para todos los costos evaluados y busca aproximarse lo más posible al *target*, aunque en ninguno de los escenarios analizados se logra cumplir esta meta.

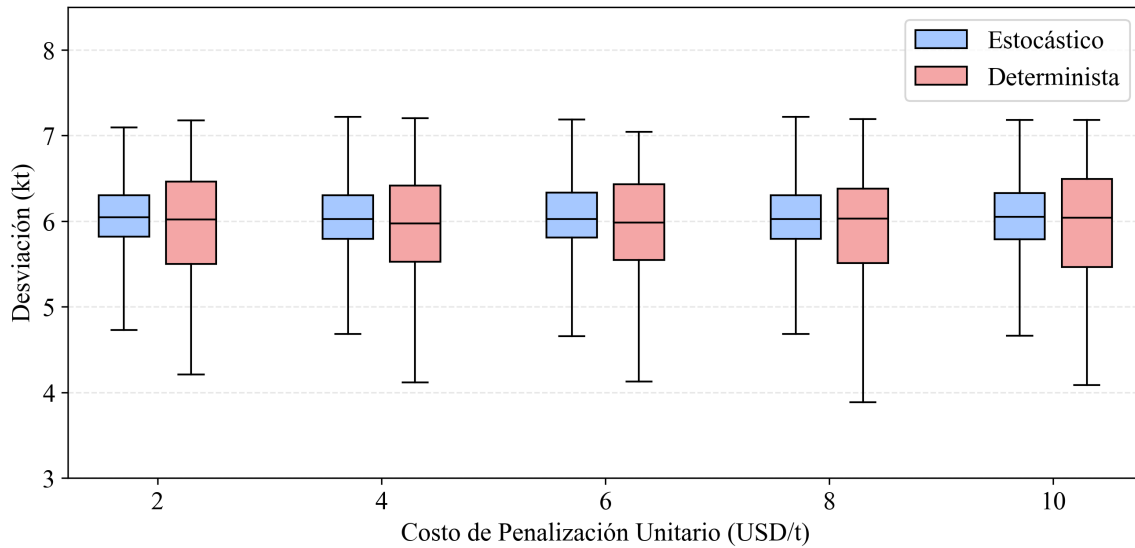


Figura 5.13: Distribución de las desviaciones respecto al *target* de capacidad para distintos costos de penalización unitaria.

Ahora bien, aunque en términos de desviación y asignación de destinos no se observan cambios significativos, el beneficio económico disminuye a medida que aumentan los costos de desviación. Esto se debe a que las desviaciones se mantienen relativamente constantes entre los distintos casos, por lo que el incremento en los costos unitarios actúa directamente sobre ellas, aumentando los costos de penalización y reduciendo el VAN obtenido por el modelo, lo que se puede observar en la Tabla 9.1 de Anexos.

Para complementar este análisis la Tabla 5.9 resume los resultados estadístico entre las soluciones determinista y estocástica para los distintos niveles de costo de desviación. Los p-values obtenidos confirman que las diferencias entre ambas políticas son estadísticamente significativas en todos los casos, permitiendo rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias.

Tabla 5.9: Resultados del análisis estadístico entre las soluciones determinista v/s estocástica para distintos niveles de costo de desviación - Caso 1.

Costo USD/t	2	4	6	8	10
p-value	1.19e-52	3.35e-16	5.23e-12	9.62e-43	6.40e-30
Diferencia relativa (%)	7.56	1.77	1.35	5.00	3.30

En términos económicos, el modelo estocástico supera consistentemente al determinista, con mejoras entre 1.35 % y 7.56 %, alcanzando su mayor valor cuando el costo de desviación es de 2 USD/t. A medida que este costo aumenta, la diferencia relativa entre ambas soluciones tiende inicialmente a disminuir; sin embargo, para mayores costos de desviación este comportamiento deja de mantenerse, por lo que no se observa una tendencia lineal.

5.2.2. Caso con restricción de *blending*

En segundo lugar, se analiza la sensibilidad del modelo al costo de desviación bajo la restricción de *blending*. En este contexto, la Figura 5.14 presenta la asignación de tonelaje por destino para distintos niveles de costo de desviación (0.2 a 1 USD), considerando las soluciones determinista y estocástica.

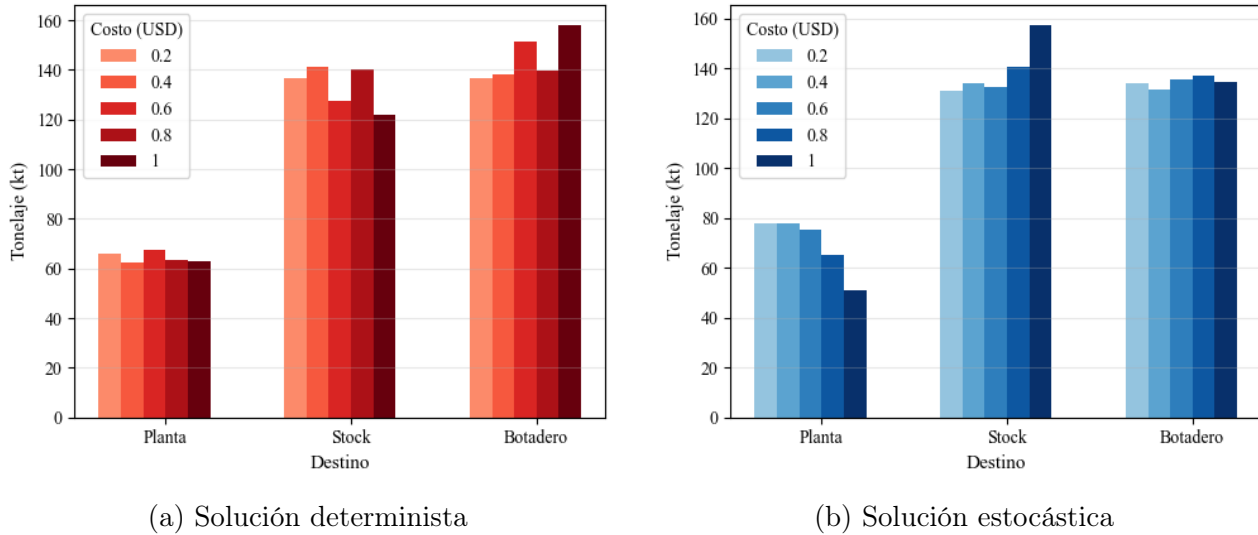


Figura 5.14: Distribución de tonelaje por destino en función del costo de desviación para las soluciones determinista (a) y estocástica (b), bajo restricción de *blending* igual a 0.4 %.

En la solución determinista, al igual que en el caso anterior con restricción de capacidad, no se observa una tendencia clara en la asignación de material frente a variaciones en los costos de desviación. Sin embargo, a diferencia de dicho caso, aquí sí se producen cambios en el tonelaje enviado a planta a medida que aumentan los costos. Aun así, las variaciones en la distribución del material entre planta, stock y botadero no muestran un patrón claro.

Por el contrario, la solución estocástica muestra una respuesta más definida frente al aumento de los costos de desviación. A medida que estos se incrementan, se observa una disminución progresiva del material enviado a planta y un aumento en la asignación a stock, mientras que el botadero se mantiene relativamente estable. Este comportamiento refleja una estrategia más adaptativa, donde el modelo ajusta la asignación para reducir el impacto de las penalizaciones privilegiando el almacenamiento de material potencialmente rentable.

Para complementar este análisis, la Figura 5.15 muestra las desviaciones de ley respecto del *target* de 0.4 %, evidenciando una disminución progresiva en la solución estocástica a medida que aumentan los costos de penalización. Este resultado es consistente con el comportamiento observado anteriormente, ya que el modelo reduce el material enviado a planta y aumenta la asignación a stock con el objetivo de acercarse al *target* y disminuir el impacto económico aso-

ciado a las desviaciones. Por otro lado, la solución determinista mantiene desviaciones menores, pero relativamente constantes frente al aumento de los costos de penalización reflejando una menor capacidad de ajuste respecto a este parámetro.

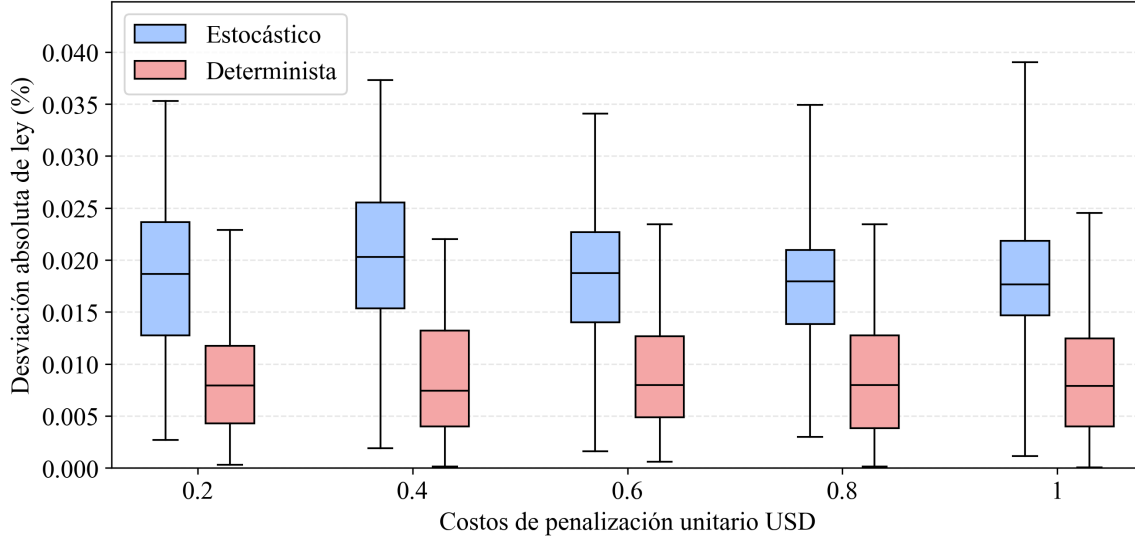


Figura 5.15: Distribución de las desviaciones respecto al *target* de *blending* para distintos costos de penalización unitaria.

Con este comportamiento, sería razonable esperar que el aumento de los costos de penalización condujera a un mejor cumplimiento de la ley objetivo. Sin embargo, este no es el caso, el efecto más relevante de este aumento se observa en la disminución de la variabilidad de la ley entre los distintos escenarios geológicos, favoreciendo soluciones más estables frente a la incertidumbre geológica en costos elevados. Este comportamiento puede observarse con mayor detalle en la Tabla 9.3.

En conjunto, estos resultados refuerzan que incluso para bajos costos de desviación, el modelo estocástico presenta una mayor capacidad de adaptación y estabilidad, mientras que la solución determinista no evidencia una respuesta clara ante cambios en las condiciones económicas. Esto puede atribuirse a que la estimación del yacimiento mediante promedio o *kriging* no entrega suficiente información para minimizar las desviaciones de manera consistente en todos los escenarios, especialmente en un yacimiento de baja ley como el analizado, donde la variabilidad geológica adquiere una mayor relevancia. En este contexto, la Tabla 5.10 presenta los resultados del análisis estadístico para los distintos niveles de costo de desviación considerados en este caso.

Los valores de p-value obtenidos son extremadamente bajos en todos los escenarios, lo que indica que las diferencias entre las soluciones determinista y estocástica son estadísticamente significativas en todo el rango analizado. Esto confirma que ambos enfoques generan resultados

distintos incluso ante variaciones acotadas en los costos de desviación.

Tabla 5.10: Resultados del análisis estadístico entre las soluciones determinista v/s estocástica para distintos niveles de costo de desviación - Caso 2.

Costo USD	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
p-value	1.24e-47	4.38e-59	2.48e-58	8.57e-08	1.91e-49
Diferencia relativa (%)	2.55	3.79	6.13	0.58	5.67

En términos de desempeño económico, la mejora relativa del modelo estocástico se mantiene positiva en todos los casos, con valores entre 0.58 % y 6.13 %. Si bien en los primeros niveles de costo de desviación la diferencia relativa tiende a aumentar a medida que incrementan las penalizaciones, este comportamiento no se mantiene para valores superiores, por lo que no se observa una tendencia lineal.

5.2.3. Caso con restricciones de capacidad y *blending*

Finalmente, se analiza la sensibilidad del modelo al costo de desviación considerando simultáneamente las restricciones de capacidad y *blending*. En la Figura 5.16 se presenta la asignación de tonelaje por destino bajo esta aplicación simultánea de restricciones, para distintos niveles de costo de desviación.

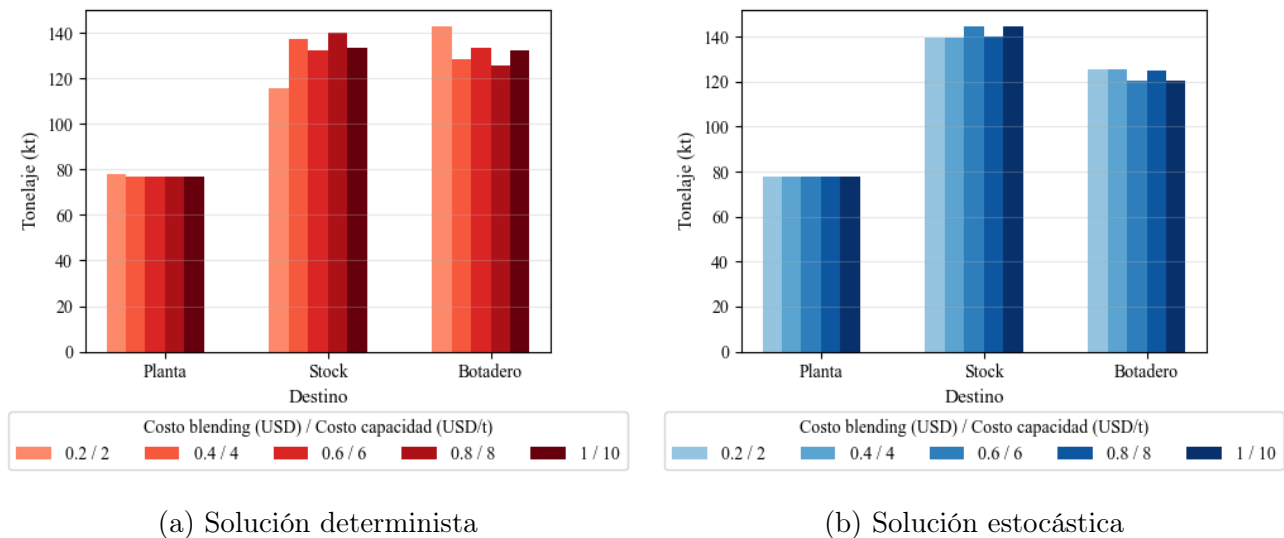


Figura 5.16: Distribución de tonelaje por destino en función del costo de desviación para las soluciones determinista (a) y estocástica (b), bajo restricciones de capacidad de 30,000 t de Cu fino y *blending* de 0.4 %.

En la solución determinista, la distribución de material entre planta, stock y botadero no evidencia un patrón claro frente a la variación conjunta de los costos de desviación, manteniéndose

el tonelaje enviado a planta cercano a su capacidad y alcanzando su valor máximo para los menores costos evaluados (2 USD/t y 0.2 USD), lo que en conjunto refleja una limitada capacidad de adaptación del modelo.

Por otro lado, la solución estocástica presenta un patrón claro de redistribución del material, en el que para todos los niveles de costo evaluados, el tonelaje asignado a stock supera consistentemente al enviado a botadero. Esto evidencia una estrategia más estructurada, donde el modelo privilegia el uso del stock como destino intermedio para manejar la incertidumbre y facilitar el cumplimiento simultáneo de las restricciones.

Para complementar este análisis, la Figura 5.17 presenta las desviaciones respecto al *target* para los distintos costos de penalización evaluados, observándose que en ambas políticas las desviaciones disminuyen a medida que aumentan los costos, reflejando el esfuerzo de los modelos por acercarse a la meta establecida. Asimismo, el aumento de las penalizaciones reduce la dispersión de las desviaciones en ambas políticas, aunque la solución determinista mantiene valores inferiores en todos los casos. De este modo, a medida que los costos aumentan, las diferencias entre ambas políticas se reducen progresivamente, alcanzando valores similares en los casos casos más penalizados.

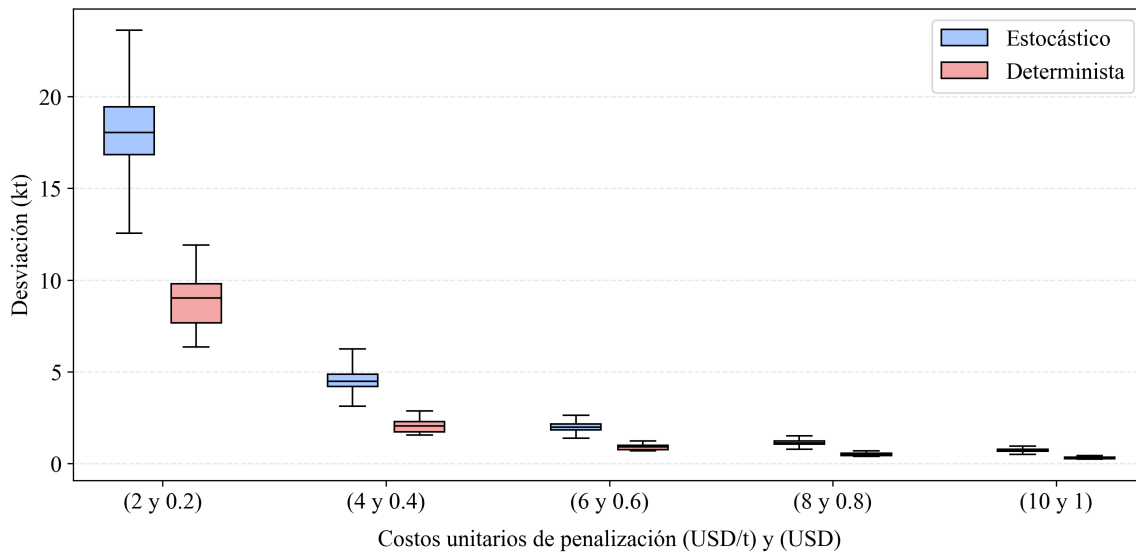


Figura 5.17: Cambios de asignación de destino entre las soluciones determinista y estocástica para evaluación con restricciones simultáneas de capacidad y *blending*.

A modo de complemento, la Tabla 5.11 presenta los resultados del análisis estadístico para el caso que considera simultáneamente costos de desviación en capacidad y *blending*. Nuevamente, los valores de p-value indican que las diferencias entre las soluciones determinista y estocástica son estadísticamente significativas en todos los casos, confirmando que ambos enfoques generan resultados distintos incluso bajo condiciones más restrictivas.

Tabla 5.11: Resultados del análisis estadístico entre las soluciones determinista v/s estocástica para distintos niveles de costo de desviación - Caso 3.

Costo USD/t	2 y 0.2	4 y 0.4	6 y 0.6	8 y 0.8	10 y 1
p-value	1.19e-33	3.13e-39	1.26e-16	2.74e-64	4.04e-50
Diferencia relativa (%)	3.86	-1.94	-1.71	-4.29	-5.13

Sin embargo, la diferencia relativa del modelo estocástico no es siempre positiva. Para el menor nivel de costos (2 y 0.2 USD/t) se observa una mejora del 3.86 %, mientras que, a medida que aumentan esta diferencia se vuelve negativa, alcanzando valores de hasta -5.13 % mostrando que la solución determinista supera a la estocástica bajo penalizaciones más elevadas.

Este comportamiento puede explicarse por la interacción entre ambas restricciones. En el caso de la restricción única de *blending*, el modelo estocástico lograba obtener una ventaja económica reduciendo el tonelaje enviado a planta a medida que los costos aumentaban. Sin embargo, al incorporar simultáneamente la restricción de capacidad, esa estrategia deja de ser posible, ya que el tonelaje enviado a planta se mantiene prácticamente igual al de la política determinista, limitando su capacidad para adaptar las decisiones y capturar un mayor valor económico. Además, el hecho de privilegiar bloques con menor variabilidad de ley podría afectar en mayor medida su desempeño bajo restricciones conjuntas, ya que el modelo busca cumplir mejores valores de ley para satisfacer la restricción de *blending*, pero sin contar con la flexibilidad de reducir el tonelaje enviado a planta para facilitar el cumplimiento de la restricción de capacidad.

En conjunto, estos resultados evidencian que el desempeño del enfoque estocástico depende no solo de la incorporación de la incertidumbre geológica, sino también de la interacción entre las restricciones consideradas. En particular, en este caso ambas restricciones están directamente relacionadas con la ley del mineral, por lo que las decisiones adoptadas para favorecer el cumplimiento de una pueden afectar simultáneamente el desempeño de la otra, aumentando la sensibilidad del problema y modificando las tendencias observadas cuando cada restricción se analiza por separado. Esto evidencia la importancia de evaluar distintas combinaciones de restricciones operacionales al analizar el desempeño con múltiples restricciones.

5.3. Sensibilidad al *target*

En esta sección se evalúa la sensibilidad del valor objetivo (*target*) sobre el comportamiento del modelo, manteniendo constantes los costos de desviación en 4 USD/t para capacidad y 0.4 USD para *blending*, permitiendo identificar la sensibilidad del modelo frente a cambios en las metas operacionales, sin la interferencia de variaciones en los parámetros económicos.

5.3.1. Caso restricción capacidad

En primer lugar, se evalúa el efecto de distintos valores de *target* sobre el desempeño del modelo bajo una restricción de capacidad, considerando incrementos de 500 t de Cu fino. Los resultados se presentan en la Figura 5.18, donde se compara el VAN obtenido por las soluciones determinista, estocástica y perfecta para cada escenario.

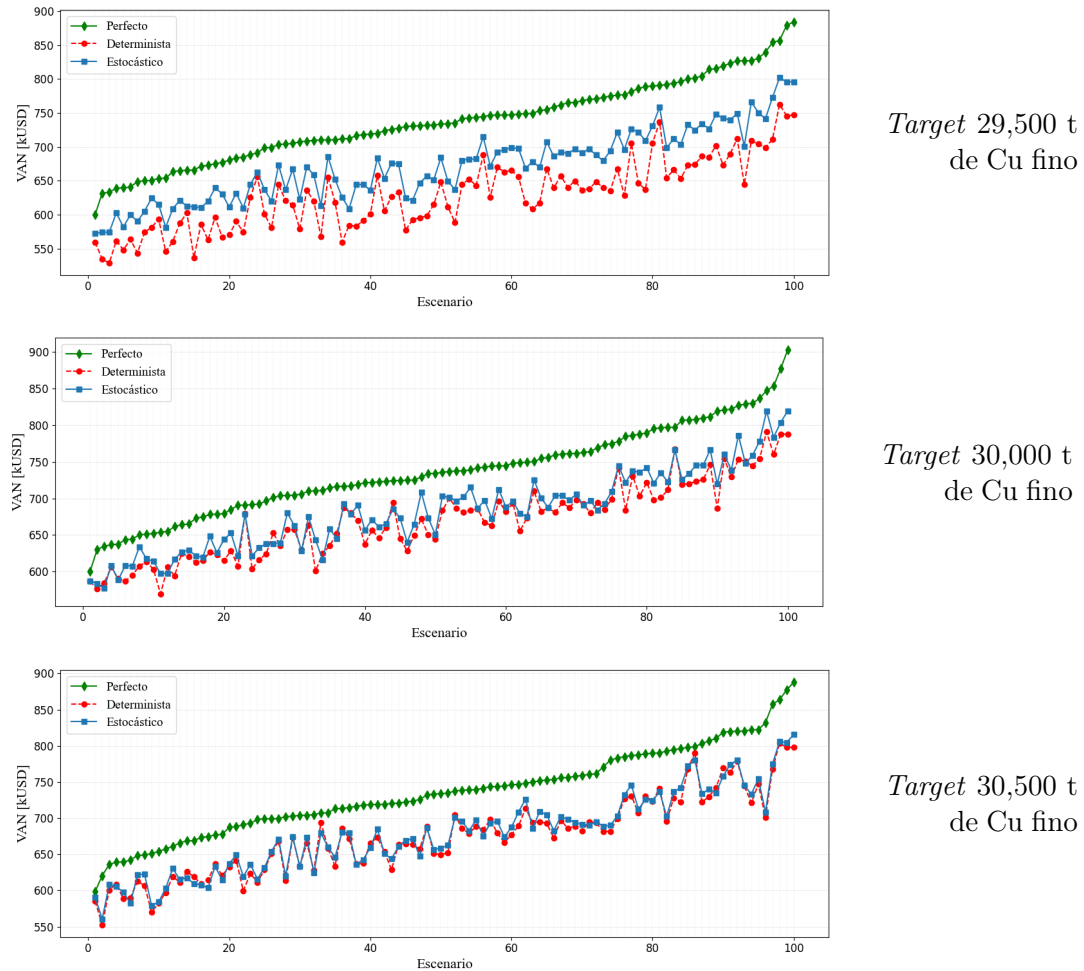


Figura 5.18: Comparación de VAN por escenario para las distintas políticas considerando restricciones de capacidad variables y costo fijo de 4 USD/t.

Los resultados muestran que a medida que aumenta el *target* de producción, las desviaciones asociadas a la restricción de capacidad aumentan levemente para ambas políticas, observándose además un alza en su dispersión (Figura 9.29 en Anexos). Este comportamiento se explica porque a medida que aumenta el *target*, resulta más difícil cumplir la meta de producción debido a la combinación de una restricción dura de capacidad y las bajas leyes características del yacimiento, que limitan la posibilidad de incrementar la producción de cobre fino, por lo que ambas soluciones deben aprovechar de mejor manera los bloques de alta ley, lo que se refleja en

un aumento de la ley promedio enviada a planta (Tabla 5.12), aunque aceptando desviaciones cada vez mayores. Sin embargo, la limitada disponibilidad de este tipo de material restringe la capacidad de satisfacer metas más exigentes, mientras que la solución estocástica mantiene sistemáticamente leyes ligeramente inferiores a las de la solución determinista, evidenciando la preferencia por bloques con menor variabilidad geológica, al igual que en casos anteriores.

Tabla 5.12: Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para distintos *targets* en t de Cu fino de capacidad de planta con costo de desviación igual a 4 USD/t.

Target (kt)	Política	Planta			Stock			Botadero		
		Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)
29.500	Estocástico	200	77.8	0.379±0.051	340	132.2	0.308±0.052	342	133.0	0.236±0.043
	Determinista	199	77.4	0.381±0.055	275	106.9	0.314±0.051	408	158.6	0.243±0.043
30.000	Estocástico	200	77.8	0.385±0.052	362	140.7	0.302±0.051	320	124.4	0.234±0.042
	Determinista	200	77.8	0.386±0.057	323	125.6	0.307±0.049	359	139.6	0.237±0.043
30.500	Estocástico	200	77.8	0.389±0.054	367	142.7	0.298±0.050	315	122.5	0.235±0.042
	Determinista	200	77.8	0.391±0.056	370	143.9	0.296±0.048	312	121.3	0.235±0.043

En paralelo, para menores valores de *target*, la solución estocástica envía una mayor cantidad de material a stock y una menor cantidad a botadero respecto de la solución determinista. Considerando que el material asignado a stock mantiene un valor económico asociado, mientras que el material enviado a botadero no, una mayor asignación de material hacia stock contribuye a explicar en parte la ventaja económica observada para la solución estocástica en la Figura 5.18. Sin embargo, a medida que aumenta el *target*, las diferencias en esta asignación de material entre ambas políticas tienden a reducirse e incluso a invertirse parcialmente, disminuyendo también la ventaja económica obtenida por este enfoque. Esto se refleja en términos cuantitativos en una tendencia decreciente de la diferencia promedio de VAN entre ambas políticas, con valores aproximados de 6.8 %, 1.9 % y 0.6 % respectivamente, evidenciando que el beneficio relativo del enfoque estocástico aumenta a medida que el problema se vuelve más exigente.

5.3.2. Caso restricción *blending*

En segundo lugar, se evalúa el efecto del *target* considerando únicamente la restricción de *blending*, modificando la ley objetivo en incrementos de 0.05 %. Para ello, la Figura 5.19 muestra que la solución estocástica mantiene un desempeño superior a la determinista para todos los valores de *target*, aunque la diferencia entre ambas se reduce a medida que la restricción se vuelve más exigente. En particular, la mejora relativa de VAN disminuye desde aproximadamente un 8.2 % a un 3.8 % y luego a un 3.0 %.

Este comportamiento se explica por las condiciones de calidad impuestas por la restricción de *blending*, las cuales, en conjunto con la baja ley promedio del yacimiento ($\approx 0.3\%$), limitan la flexibilidad del modelo para mantener altos niveles de alimentación a planta a medida que aumenta el *target* de ley.

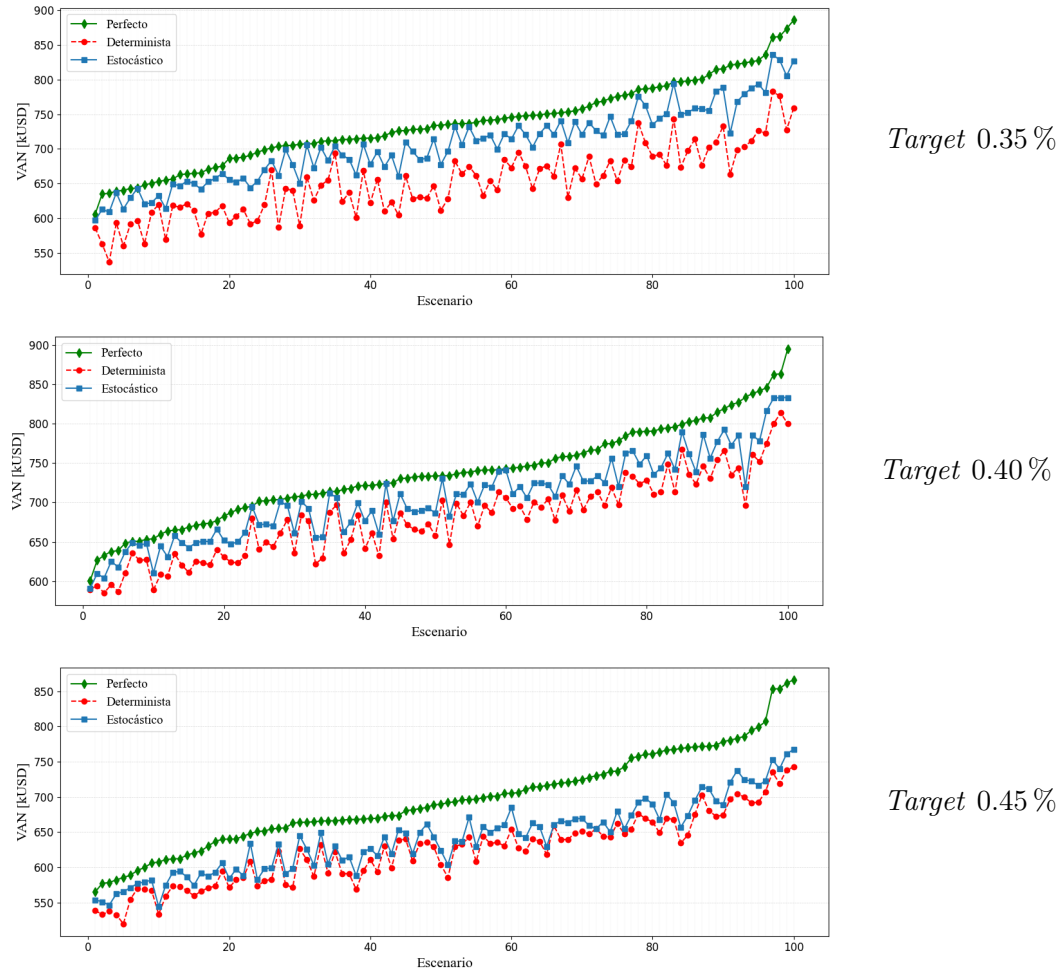


Figura 5.19: Comparación de VAN por escenario para las distintas políticas considerando restricciones de *blending* variables y costo fijo de 0.4 USD.

Como se observa en la Tabla 5.13, la solución estocástica responde principalmente desplazando material desde planta hacia stock, mientras mantiene relativamente estable el material enviado a botadero.

Tabla 5.13: Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para distintos *targets* asociados a la restricción de *blending* con costo de desviación igual a 0.4 USD.

Target (%)	Política	Planta			Stock			Botadero		
		Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)
0.35	Estocástico	200	77.8	0.335±0.046	340	132.2	0.336±0.055	342	133.0	0.235±0.043
	Determinista	200	77.8	0.342±0.050	272	105.8	0.343±0.054	410	159.4	0.243±0.043
0.40	Estocástico	200	77.8	0.380±0.053	344	133.7	0.308±0.051	338	131.4	0.235±0.042
	Determinista	160	62.2	0.395±0.057	365	141.9	0.311±0.050	357	138.8	0.237±0.043
0.45	Estocástico	41	15.9	0.432±0.056	498	193.6	0.327±0.051	343	133.4	0.235±0.043
	Determinista	32	12.4	0.445±0.058	488	189.7	0.330±0.051	362	140.7	0.238±0.043

En cambio, la solución determinista reduce antes la alimentación a planta y redistribuye una

mayor proporción del material hacia stock, pero manteniendo leyes promedio más elevadas en planta. Esto indica que el enfoque determinista es más selectivo respecto de la ley del material procesado, mientras que el estocástico busca sostener una mayor alimentación a planta aceptando leyes ligeramente menores pero con mayor estabilidad entre escenarios.

Esta diferencia se evidencia particularmente para un *target* de 0,40 %, donde la solución determinista disminuye los bloques enviados a planta a 160, mientras que la solución estocástica mantiene los 200 bloques procesados. Este resultado refleja la capacidad del enfoque estocástico para sostener la alimentación a planta bajo restricciones más exigentes, mientras que el determinista opta por reducir el procesamiento con el fin de privilegiar bloques de mayor ley.

No obstante, cuando el *target* alcanza 0.45 %, la propia naturaleza del yacimiento se convierte en la principal limitante. Dado que su ley promedio es cercana a 0.3 %, la disponibilidad de bloques capaces de satisfacer una exigencia de 0.45 % es muy reducida, provocando una disminución significativa de la alimentación a planta en ambos enfoques. En consecuencia, el comportamiento observado en la asignación de material se refleja directamente en el desempeño económico, donde la ventaja de la solución estocástica disminuye a medida que el *target* se vuelve más exigente, aunque continúa obteniendo un VAN superior al de la solución determinista.

5.3.3. Caso restricción capacidad y *blending*

Finalmente, se analiza el caso en que las restricciones de capacidad y *blending* se consideran de manera simultánea. Como muestra la Figura 5.18, no se observa una tendencia clara en el desempeño relativo de las políticas frente a cambios en el *target*. Sin embargo, en los tres casos evaluados la solución determinista obtiene un VAN superior al de la estocástica, con diferencias de 2.3 %, 1.9 % y 2.9 %.

Los resultados obtenidos son inferiores a los observados en los casos con restricciones individuales, lo que resulta esperable al incorporar simultáneamente restricciones de capacidad y *blending*, ya que la menor flexibilidad en la asignación de material y el aumento de los costos de desviación asociados a la incorporación de múltiples restricciones limitan las alternativas disponibles para maximizar el VAN.

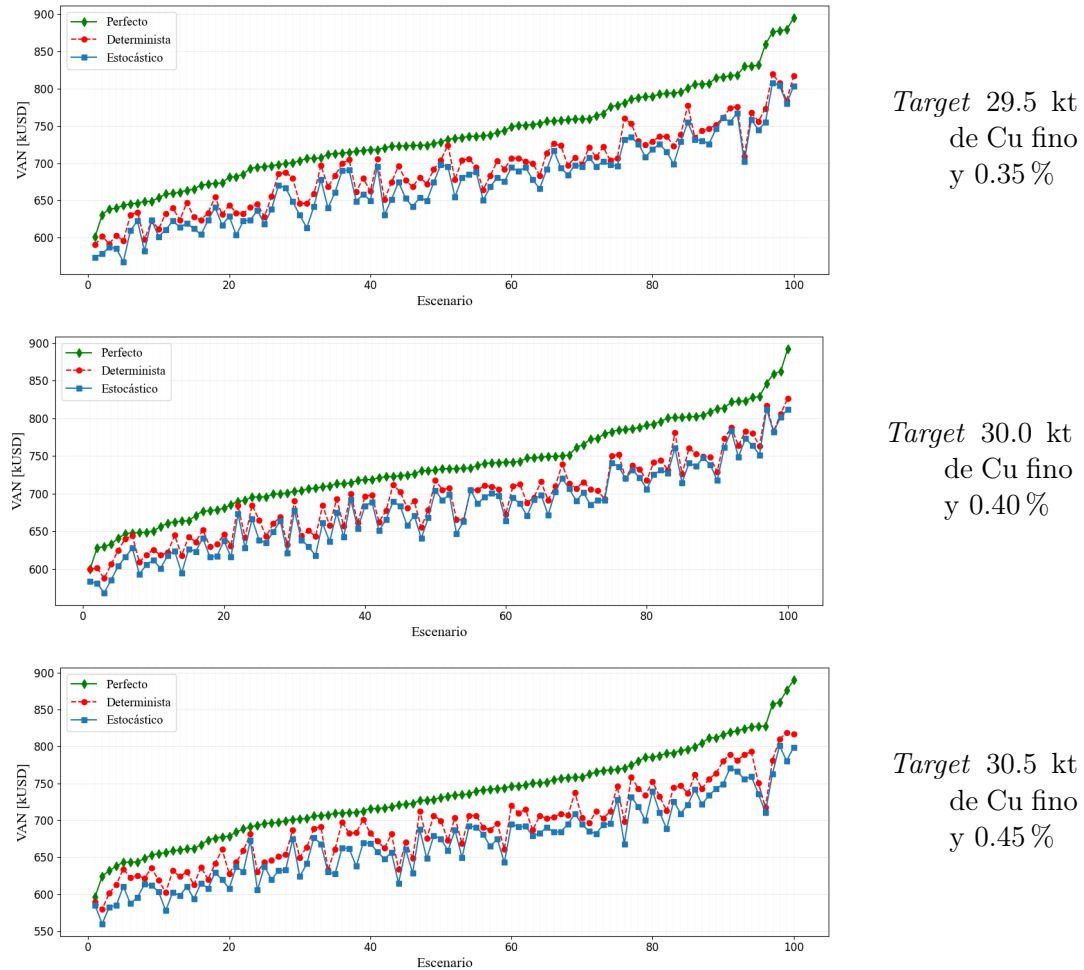


Figura 5.20: Comparación de VAN por escenario para las distintas políticas considerando restricciones de capacidad y *blending* variables con costo fijo de 4 USD/t y 0.4 USD respectivamente.

Como se observa en la Tabla 5.14, esta menor flexibilidad se traduce en asignaciones muy similares entre las soluciones determinista y estocástica. Aun así, se observan diferencias en las leyes asignadas a los distintos destinos, ya que la solución estocástica continúa privilegiando bloques con menor variabilidad entre escenarios por sobre bloques de mayor ley, decisión que contribuye a explicar el menor VAN obtenido respecto de la política determinista, así como también las leves diferencias observadas en la asignación de material entre stock y botadero.

Tabla 5.14: Asignación de bloques, tonelaje y ley promedio por destino para distintos *targets* asociados a la restricción simultánea de capacidad y *blending* con costos fijos de desviación.

Target	Política	Planta			Stock			Botadero		
		Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)	Bloques	Tonelaje (kt)	Ley (%)
29.5kt y 0.35 %	Estocástico	200	77.8	0.379±0.051	342	133.0	0.308±0.052	340	132.2	0.236±0.043
	Determinista	200	77.8	0.379±0.058	332	129.1	0.310±0.049	350	136.1	0.236±0.042
30.0kt y 0.40 %	Estocástico	200	77.8	0.385±0.053	360	140.0	0.302±0.050	322	125.2	0.234±0.042
	Determinista	198	77.0	0.390±0.056	354	137.6	0.301±0.049	330	128.3	0.235±0.043
30.5kt y 0.45 %	Estocástico	200	77.8	0.389±0.055	355	138.0	0.299±0.049	327	127.1	0.236±0.043
	Determinista	200	77.8	0.391±0.056	380	147.7	0.295±0.049	302	117.4	0.234±0.042

5.4. Performance Computacional

Para la resolución de los modelos se utilizó el solver *Gurobi Optimizer* mediante su interfaz en Python, implementado en el entorno de desarrollo Visual Studio. Cada simulación presenta distintos tiempos de cómputo (mm:ss:ms), estos se reportan en la Tabla 5.15.

Tabla 5.15: Tiempos de cómputo por política para las distintas evaluaciones considerando una capacidad objetivo de 30 kt de Cu fino, un *target* de *blending* de 0.4 % y la aplicación simultánea de ambas restricciones.

Política	Capacidad		Blending		Capacidad y blending	
	Costo USD/t	Tiempo	Costo USD	Tiempo	Costo USD/t y USD	Tiempo
Estocástico	2	0:11:5	0.2	0:06:9	2 y 0.2	7:27:0
Determinista	2	0:02:7	0.2	0:01:3	2 y 0.2	0:01:6
Perfecto	2	16:50:3	0.2	15:01:4	2 y 0.2	18:40:2
Estocástico	4	0:58:0	0.4	0:07:5	4 y 0.4	1:21:6
Determinista	4	0:03:2	0.4	0:01:2	4 y 0.4	0:01:8
Perfecto	4	18:23:0	0.4	15:59:0	4 y 0.4	20:22:0
Estocástico	6	1:05:2	0.6	0:07:3	6 y 0.6	1:58:0
Determinista	6	0:03:2	0.6	0:01:6	6 y 0.6	0:01:9
Perfecto	6	22:54:0	0.6	27:07:0	6 y 0.6	19:23:0
Estocástico	8	0:50:8	0.8	0:10:3	8 y 0.8	1:49:0
Determinista	8	0:03:6	0.8	0:01:3	8 y 0.8	0:02:6
Perfecto	8	16:41:0	0.8	29:36:0	8 y 0.8	19:24:0
Estocástico	10	1:01:0	1	0:16:2	10 y 1	1:48:0
Determinista	10	0:03:9	1	0:01:7	10 y 1	0:04:4
Perfecto	10	16:45:0	1	15:24:0	10 y 1	22:08:0

Las simulaciones fueron ejecutadas en un computador personal con sistema operativo Windows 11, equipado con un procesador 13th Gen Intel Core i7-13620H y 16.0 GB de memoria RAM. Para todos los casos se adoptó un criterio de convergencia basado en un *MIP gap* de 5 %, con el objetivo de obtener soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo razonables, lo cual

resulta adecuado en el contexto de la planificación minera de corto plazo, donde los tiempos de respuesta deben ser acotados para apoyar la toma de decisiones operacionales.

En términos generales, los resultados muestran que los tiempos de cómputo están principalmente asociados a la cantidad de información que debe evaluar el modelo, más que a los parámetros económicos vinculados a las desviaciones. Esto se refleja tanto en la solución de información perfecta, donde el modelo debe resolverse de manera independiente para cada escenario considerado, como en el caso estocástico, donde deben evaluarse simultáneamente los 100 escenarios analizados. En contraste, el modelo determinista solo utiliza un escenario promedio, por lo que presenta los menores tiempos de cómputo entre las políticas evaluadas. Asimismo, la incorporación de múltiples restricciones incrementa el esfuerzo computacional, lo que se refleja en mayores tiempos de resolución en el caso combinado de capacidad y *blending*.

Si bien este aumento en los tiempos de resolución es esperable dada la mayor complejidad del problema, los tiempos obtenidos siguen siendo compatibles con aplicaciones de planificación minera de corto plazo.

6 | Discusión

Los resultados obtenidos demuestran que la incorporación explícita de la incertidumbre geológica en la definición de límites mineral/estéril influye directamente tanto en la asignación de material como en el desempeño económico de la operación. En términos generales, la solución estocástica generó decisiones distintas a las obtenidas mediante los enfoques manual y determinista, mostrando una preferencia por bloques con menor variabilidad geológica, aun cuando ello implique sacrificar bloques de mayor ley. En los casos evaluados con una única restricción, esta característica permitió una gestión más flexible de la asignación del material entre los distintos destinos disponibles, traduciéndose en mejoras del VAN de hasta un 7.56 % respecto de la solución determinista.

Este hallazgo es consistente con investigaciones que muestran que la incorporación explícita de la incertidumbre geológica en modelos de optimización estocástica puede generar mejoras económicas respecto de enfoques deterministas ([Maleki et al., \(2020\)](#); [Nelis et al., \(2019\)](#)). Asimismo, trabajos como los de [Dimitrakopoulos y Ramazan, \(2008\)](#) y [Moreno et al., \(2017\)](#) evidencian que representar el yacimiento mediante múltiples escenarios geológicos modifica las decisiones de planificación y asignación del material al incorporar explícitamente la incertidumbre asociada a las leyes de los bloques dentro del proceso de optimización.

De igual manera, las tendencias observadas coinciden con investigaciones sobre definición de límites mineral/estéril que destacan la importancia de incorporar criterios de selectividad para obtener delimitaciones más representativas de las condiciones reales de operación ([Norrena y Deutsch, \(2001\)](#); [Verly, \(2005\)](#)). En la misma línea, estudios recientes han mostrado que el uso de modelos de optimización mejora la definición de los límites de excavación respecto de procedimientos manuales, comportamiento que también se observa en el presente estudio ([Sari y Kumral, \(2018\)](#); [Vivar, \(2023\)](#); [Nelis et al. \(2025\)](#)).

Aunque la literatura ha abordado la incorporación de incertidumbre geológica y los criterios de selectividad operacional en la definición de límites de excavación de forma independiente, hasta donde alcanza la revisión bibliográfica realizada no se identificaron trabajos que combinen ambos elementos dentro de un mismo modelo de optimización basado en la minimización de desviaciones. En este sentido, el principal aporte de la presente investigación consiste en integrar simultáneamente ambos criterios dentro de una única formulación y evaluar su efecto conjunto sobre las decisiones de asignación de material.

Así, los resultados muestran que el beneficio de utilizar un enfoque estocástico depende de las

restricciones consideradas en el problema. Mientras que en los casos con una única restricción se obtuvieron mejores resultados económicos que con los enfoques manual y determinista, al incorporar simultáneamente restricciones de capacidad y *blending* esta ventaja se revirtió debido a una menor flexibilidad en la gestión del material disponible y a la persistencia en privilegiar bloques con menor variabilidad geológica por sobre bloques de mayor ley, factores que en conjunto se tradujeron en un menor valor económico.

Por otra parte, una de las principales limitaciones de este trabajo está asociada a la sensibilidad del modelo frente a los parámetros utilizados en la formulación, particularmente los *targets* y los costos de desviación. En el caso de la restricción de *blending*, costos de desviación superiores a 1 USD dificultan la obtención de soluciones factibles. En cuanto a la restricción de capacidad, valores de *target* superiores a 30,500 kt e inferiores a 29,500 kt de Cu fino incrementan considerablemente la complejidad del problema en términos de cómputo, impidiendo encontrar soluciones óptimas en tiempos compatibles con la planificación minera de corto plazo.

Es posible que este comportamiento esté influenciado por las características del yacimiento considerado en este estudio, el cual corresponde a un yacimiento de baja ley. Por ello, resulta relevante evaluar la metodología en yacimientos con distintas características geológicas para determinar si las tendencias observadas se mantienen bajo otros escenarios. Además, los resultados muestran una alta sensibilidad al considerar restricciones conjuntas estrechamente relacionadas con la ley del mineral, por lo que resulta de interés evaluar otras combinaciones de restricciones operacionales para analizar cómo varía el comportamiento del modelo estocástico bajo distintos escenarios. Por otro lado, dado que la selección de los costos de desviación continúa dependiendo de una calibración del usuario, desarrollar criterios más objetivos para su definición constituye una línea de investigación futura que podría fortalecer la aplicabilidad del modelo.

Finalmente, considerando que el modelo propuesto es neutral al riesgo y asigna la misma importancia a todos los escenarios geológicos, resulta de interés incorporar criterios de aversión al riesgo dentro del proceso de optimización, permitiendo reducir el impacto de escenarios geológicos desfavorables sobre el desempeño económico del plan.

7 | Conclusión

Este estudio aborda la definición de límites mineral/estéril en minería a cielo abierto, incorporando explícitamente la incertidumbre geológica en la planificación minera de corto plazo mediante un modelo de optimización bajo el enfoque de minimización de desviaciones. La formulación integra múltiples escenarios geológicos, restricciones de capacidad y *blending*, así como criterios de selectividad asociados a la operación minera, permitiendo evaluar técnica y económicamente el impacto de estas consideraciones sobre la definición de los límites de excavación y la asignación de material a los distintos destinos.

Desde un punto de vista técnico, los resultados muestran que la incorporación de incertidumbre geológica modificó la clasificación de hasta un 18.3 % de los bloques respecto de la solución determinista y de un 21.5 % respecto de la política manual. Además, en todos los casos evaluados, el modelo estocástico privilegió bloques con menor variabilidad entre escenarios, aun cuando ello implicara sacrificar parcialmente la ley promedio procesada.

Desde el punto de vista económico, el desempeño del modelo depende de las restricciones operacionales, las penalizaciones por desviación y las metas productivas consideradas. Bajo restricciones individuales, el enfoque estocástico alcanzó mejoras de VAN de hasta un 7.56 % respecto de la solución determinista. Sin embargo, al incorporar simultáneamente restricciones de capacidad y *blending*, estas ventajas se revierten, registrándose pérdidas de hasta un 5.13 %, lo que evidencia la sensibilidad del modelo a la interacción entre restricciones.

Además, el análisis de sensibilidad mostró que el aumento de los costos de desviación llevan al modelo a reducir las desviaciones para ajustarse mejor a los *targets* definidos. En cuanto a la sensibilidad del *target*, los resultados muestran que su efecto depende de las restricciones consideradas, ya que en los casos con una única restricción, metas más exigentes llevan a las soluciones determinista y estocástica a adoptar estrategias de asignación cada vez más similares, reduciendo la ventaja económica del enfoque estocástico. Sin embargo, este comportamiento, no se observa cuando se incorporan simultáneamente restricciones de capacidad y *blending*.

En conjunto, los resultados demuestran que incorporar explícitamente la incertidumbre geológica y criterios de selectividad en la definición de límites mineral/estéril modifica las decisiones de asignación de material y permite obtener límites de excavación más representativos de las condiciones reales de operación. Estos resultados abren diversas líneas de investigación futura, entre ellas evaluar la metodología en yacimientos con distintas características geológicas para determinar si las tendencias observadas en este estudio se mantienen bajo otras condiciones.

Además, resulta de interés incorporar nuevas fuentes de incertidumbre, como los efectos de la perforación y tronadura, la variabilidad geometalúrgica y las recuperaciones metalúrgicas, así como desarrollar criterios más objetivos para definir los costos de desviación e integrar criterios de aversión al riesgo para reducir el impacto de escenarios geológicos desfavorables sobre el desempeño económico del plan.

8 | Bibliografía

- [1] Assibey-Bonsu, W., & Krige, D. G. (1999). Use of direct and indirect distributions of selective mining units for estimation of recoverable resource/reserves for new mining projects. En Proceedings of the APCOM'99 Symposium. Colorado School of Mines.
- [2] Ávila Fuentes, P. A. (2018). Metodología de gestión de información en el proceso de planificación minera de Codelco.
- [3] Boland, N., Dumitrescu, I. & Froyland, G. (2008). A multistage stochastic programming approach to open pit mine production scheduling with uncertain geology. Optimization online, (pág. 1–33).
- [4] Comisión Chilena del Cobre (Cochilco). (2026). Boletín mensual electrónico. Producto Interno Bruto por clase de actividad económica (Tabla 13.1). <https://www.cochilco.cl/web/boletin-mensual-electronico/>
- [5] Consejo Minero. (2026). Cifras actualizadas de la minería. <https://consejominero.cl/mineria-en-chile/cifras-actualizadas-de-la-mineria/>
- [6] Deutsch, C.V., & Journel, A.G. (1998). GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide (2nd ed.). Oxford University Press.
- [7] Deutsch, C., Magri, E., Norrena, K., 2000. Optimal grade control using geostatistics and economics: methodology and examples. SME Transactions 308, 43–52.
- [8] Dimitrakopoulos, R. & Ramazan, S.: Stochastic integer programming for optimising long term production schedules of open pit mines - methods, application and value of stochastic solutions. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy Section A: Mining Technology, Vol. 117, 4 (2008) 155-160.
- [9] Dimitrakopoulos, R. (2011). Stochastic optimization for strategic mine planning: a decade of developments. Journal of Mining Science, 47(2), 138-150.
- [10] Dimitrakopoulos, R. y Lamghari, (2022). Simultaneous stochastic optimization of mining complexes/mineral value chains: an overview of concepts, examples and comparisons. International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 36(6), 443–460
- [11] Goodfellow, R. C., & Dimitrakopoulos, R. (2016). Global optimization of open pit mining complexes with uncertainty. Applied Soft Computing, 40, 292-304. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.11.038>.

-
- [12] Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press.
- [13] Isaaks, E., Treloar, I., & Elenbaas, T. (2014). Optimum dig lines for open pit grade control. In 9th International mining geology conference, Adelaide, South Australia.
- [14] Jélvez Montenegro E. (2017). Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazo en minas a rajo abierto bajo incertidumbre geológica. Tesis doctoral, Universidad de Chile. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/145983>
- [15] Koushavand, B., Askari-Nasab, H., & Deutsch, C. V. (2014). A linear programming model for long-term mine planning in the presence of grade uncertainty and a stockpile. *International Journal of Mining Science and Technology*, 24, 451–459.
- [16] Rahmanpour, M. & Osanloo, M. Resilient Decision Making in Open Pit Short-term Production Planning in Presence of Geologic Uncertainty, *International Journal of Engineering - Transactions A: Basics*, Vol. 29, No. 7, (2016), 1022–1028.
- [17] LaRoche-Boisvert, M., Dimitrakopoulos, R., An Application of Simultaneous Stochastic Optimization at a Large Open-Pit Gold Mining Complex under Supply Uncertainty, *Minerals* 11 (2021) 172. <https://doi.org/10.3390/min11020172>.
- [18] Maleki, M., Jélvez, E., Emery, X., Morales, N. (2020). Stochastic Open-Pit Mine Production Scheduling: A Case Study of an Iron Deposit. *Minerals*. <https://doi.org/10.3390/min10070585>.
- [19] Moreno, E., Emery, X., Goycoolea, M., Morales, N., & Nelis, G. (2017, August). A two-stage stochastic model for open pit mine planning under geological uncertainty. In *Proceedings of the 38th International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM)* (pp. 13-27).
- [20] Muñoz, G., Espinoza, D., Goycoolea, M. et al. A study of the Bienstock–Zuckerberg algorithm: applications in mining and resource constrained project scheduling. *Comput Optim Appl* 69, 501–534 (2018). <https://doi.org/10.1007/s10589-017-9946-1>.
- [21] Neufeld, C. T., Norrena, K. P., & Deutsch, C. V. (2003). Semi-automatic dig limit generation. In *Proceedings of the 5th CCG Annual Conference*.
- [22] Nelis, G., Morales, N., & Widzyk-Capehart, E. (2019). Comparison of different approaches to strategic open-pit mine planning under geological uncertainty. En E. Widzyk-Capehart, A. Hekmat, & R. Singhal (Eds.), *Proceedings of the 27th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection (MPES 2018)* (pp. 95–105). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99220-4_8
- [23] Nelis Suazo, G. I. (2021). Metodología de agendamiento de la producción considerando creación de polígonos y restricciones geometalúrgicas. Tesis doctoral, Universidad de Chile.
-

-
- [24] Nelis, G., Morales, N., Estay, R., Manríquez, F., Vivar, P., & Morales, C. (2025). A novel optimization model for the dig-limit definition problem in open pit mines with multiple destinations. *Resources Policy*, 102, 105510. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2025.105510>
- [25] Nelis, G., Aguilera, C., Campos, A., Manríquez, F., Estay, R., Jelvez, E., & Muñoz, F. (2026). A Stochastic Formulation for the Dig-Limit Definition Problem in Short-Term Mine Planning Under Grade Uncertainty. *Mathematics*, 14(1), 141. <https://doi.org/10.3390/math14010141>
- [26] Norrena, K., & Deutsch, C. (2001). Automatic determination of dig limits subject to geostatistical, economical and equipment constraints. Center for Computational Geostatistics (CCG), University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada.
- [27] Oyarzún, J. I. P. (2019). Planificación minera bajo incertidumbre geológica en minas a cielo abierto. Memoria de título, Universidad Andrés Bello.
- [28] Ramazan, Salih (2001). Open pit mine scheduling based on fundamental tree algorithm. 2000-2009- Mines Theses & Dissertations.
- [29] Ramazan, S., & Dimitrakopoulos, R. (2004). Traditional and new MIP models for production scheduling with in-situ grade variability. *International Journal of Surface Mining*, 18(2), 85-98.
- [30] Ruiseco, J. R., Williams, J., & Kumral, M. (2016). Optimizing ore–waste dig-limits as part of operational mine planning through genetic algorithms. *Natural Resources Research*, 25, 473-485.
- [31] Ruiseco, J.R., Kumral, M. A Practical Approach to Mine Equipment Sizing in Relation to Dig-Limit Optimization in Complex Orebodies: Multi-Rock Type, Multi-Process, and Multi-Metal Case. *Nat Resour Res* 26, 23–35 (2017). <https://doi.org/10.1007/s11053-016-9301-8>
- [32] Sari, Y. A., & Kumral, M. (2018). Dig-limits optimization through mixed-integer linear programming in open-pit mines. *Journal of the Operational Research Society*, 69(2), 171–182. <https://doi.org/10.1057/s41274-017-0201-z>
- [33] Soto Moreno, N. A. (2024). Impacto de la incertidumbre geológica en los diseños de minería a cielo abierto. Memoria de título, Universidad Técnica Federico Santa María.
- [34] Vásquez, A., Galdámez, B. & Le-Feaux, R. (2009). Apunte preliminar de Diseño y Operaciones de Minas a Cielo Abierto, Universidad de Chile, Santiago.
- [35] Verly, G. Grade Control Classification of Ore and Waste: A Critical Review of Estimation and Simulation Based Procedures. *Math Geol* 37, 451–475 (2005). <https://doi.org/10.1007/s11004-005-6660-9>
-

-
- [36] Vivar Barrera, P. I. (2023) Aplicación de programación matemática para el problema de selectividad en planificación de corto plazo en minería a cielo abierto. Memoria de título, Universidad Técnica Federico Santa María.

9 Anexos

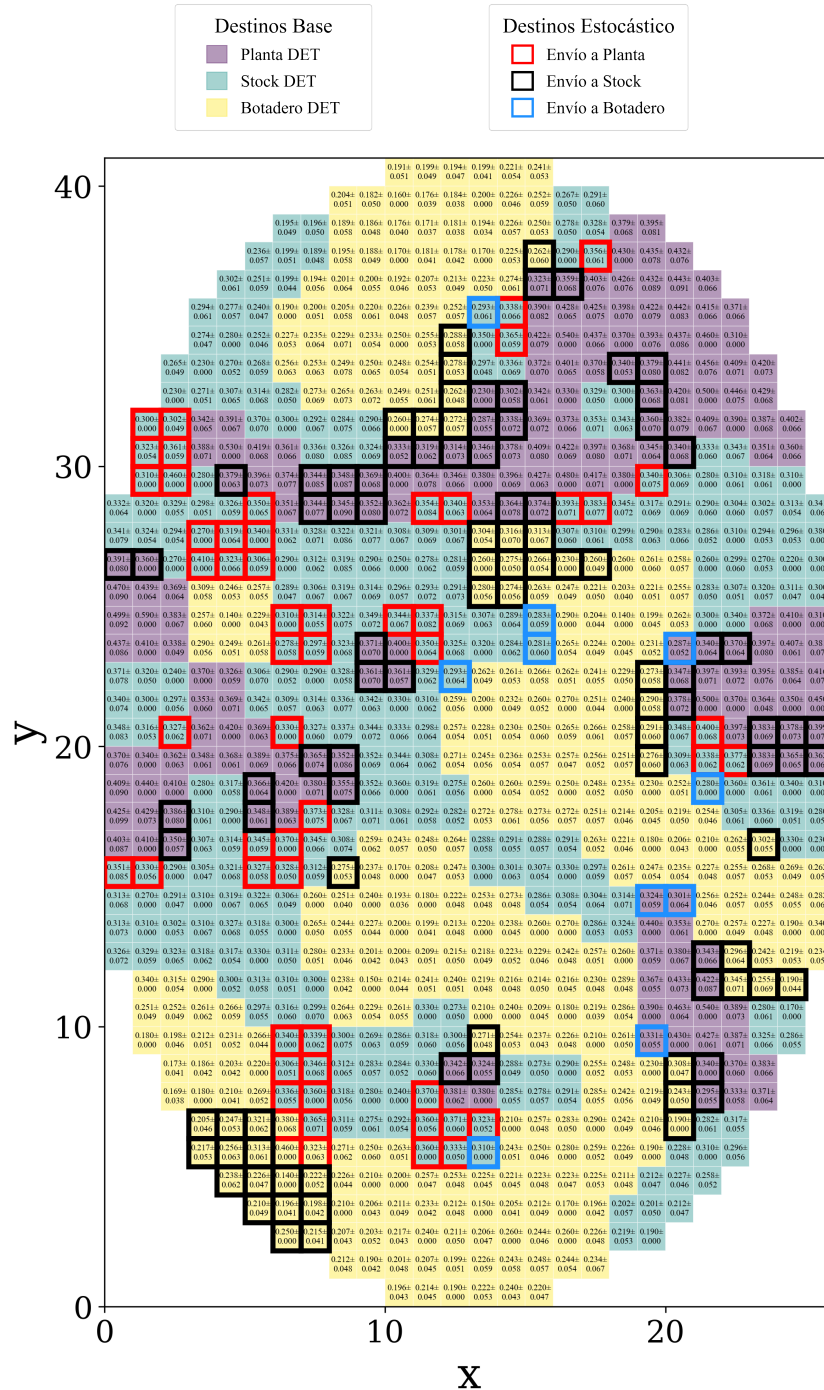


Figura 9.1: Comparación de los límites de excavación obtenidos mediante las soluciones determinista y estocástica para penalizaciones de capacidad. Cada bloque se representa utilizando su ley promedio y la desviación estándar calculadas a partir de los 100 escenarios geológicos considerados.

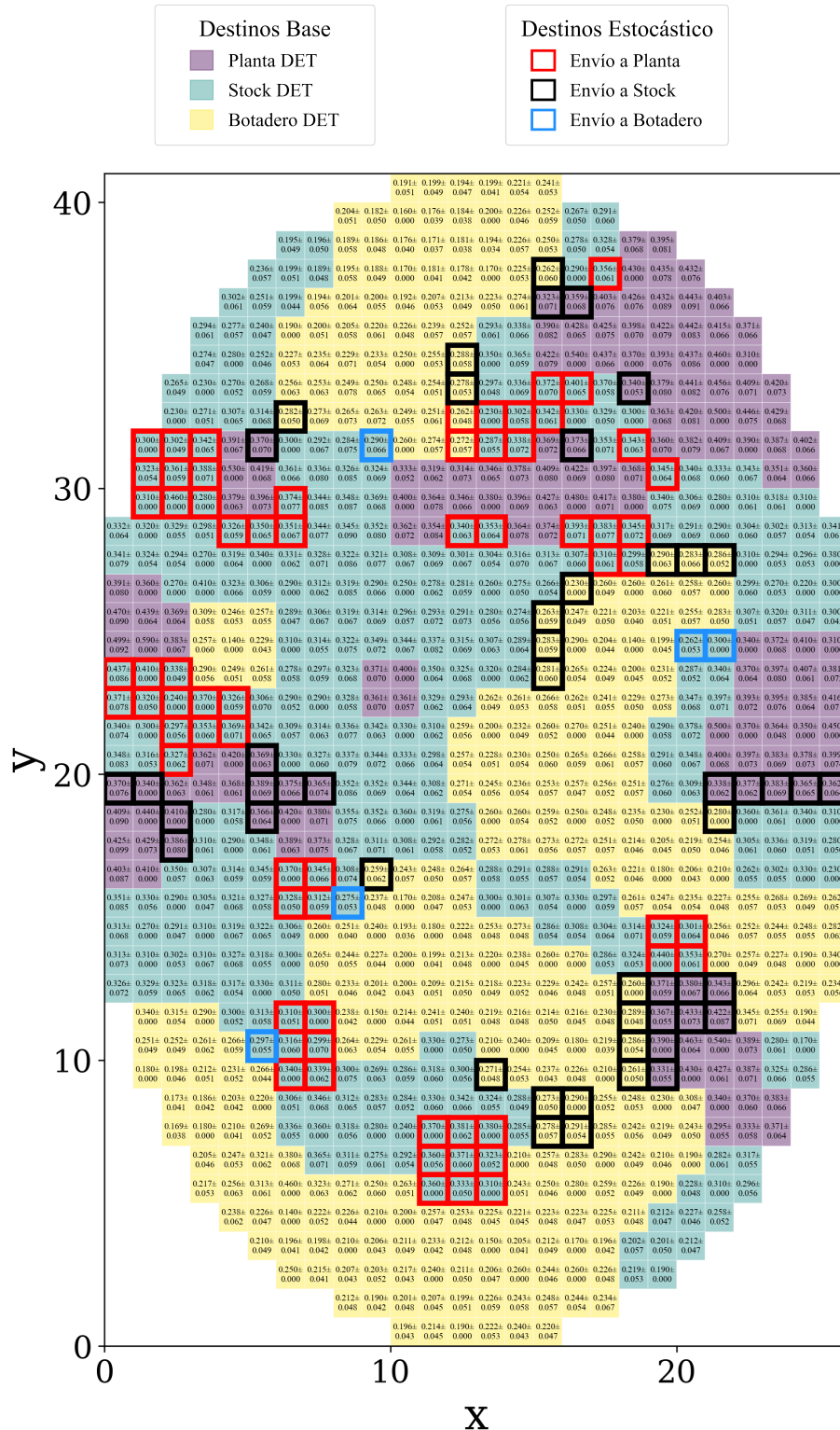


Figura 9.2: Comparación de los límites de excavación obtenidos mediante las soluciones determinista y estocástica para penalizaciones *blending*. Cada bloque se representa utilizando su ley promedio y la desviación estándar calculadas a partir de los 100 escenarios geológicos considerados.

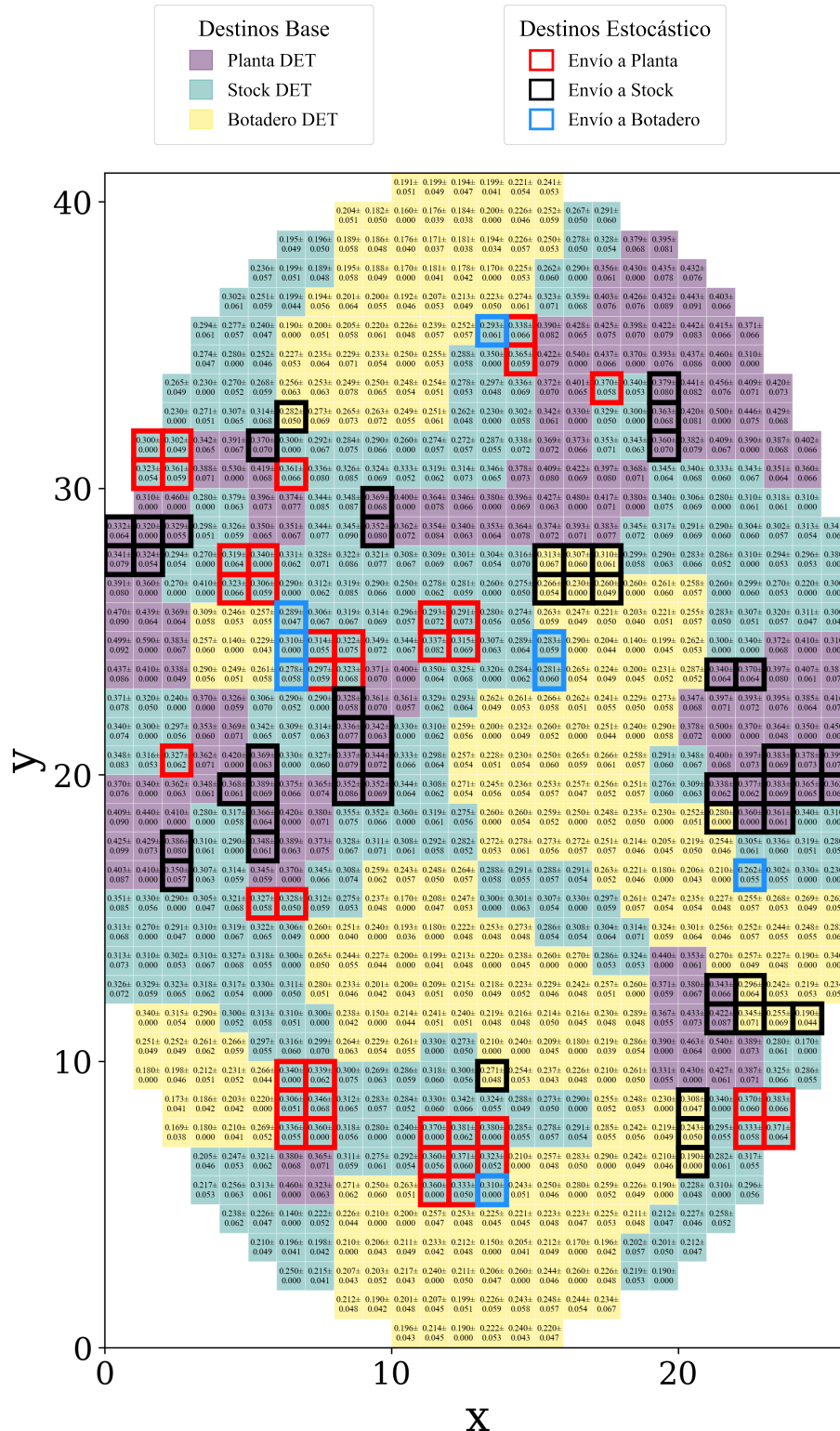


Figura 9.3: Comparación de los límites de excavación obtenidos mediante las soluciones determinista y estocástica para penalizaciones de capacidad y *blending* simultáneas. Cada bloque se representa utilizando su ley promedio y la desviación estándar calculadas a partir de los 100 escenarios geológicos considerados.

Tabla 9.1: Ley promedio y desviación promedio por destino para distintas penalizaciones de capacidad.

Costo (USD/t)	Estocástico %			Determinista %		
	Planta	Stock	Botadero	Planta	Stock	Botadero
2	0.385±0.052	0.303±0.051	0.234±0.042	0.386±0.055	0.310±0.051	0.242±0.043
4	0.385±0.052	0.302±0.051	0.234±0.042	0.386±0.057	0.307±0.049	0.237±0.043
6	0.385±0.053	0.302±0.051	0.235±0.042	0.386±0.057	0.307±0.049	0.237±0.043
8	0.385±0.053	0.302±0.051	0.234±0.042	0.386±0.055	0.307±0.051	0.240±0.043
10	0.385±0.053	0.301±0.051	0.233±0.042	0.386±0.058	0.307±0.048	0.237±0.043

Tabla 9.2: Comparación del VAN promedio y costo de desviación para evaluación con restricción de capacidad.

Costo USD/t	Política	VAN promedio (kUSD)	Costo de desviación (kUSD)
2	Estocástica	694.6 ± 54.1	12.1 ± 0.9
	Determinista	645.70 ± 50.7	12.0 ± 1.2
4	Estocástica	682.8 ± 54.7	24.2 ± 1.7
	Determinista	669.8 ± 52.0	23.9 ± 2.4
6	Estocástica	668.7 ± 55.3	36.3 ± 2.7
	Determinista	659.9 ± 53.4	35.9 ± 3.6
8	Estocástica	657.6 ± 56.1	48.2 ± 3.6
	Determinista	626.3 ± 54.5	47.8 ± 4.9
10	Estocástica	653.8 ± 57.7	60.5 ± 4.4
	Determinista	632.9 ± 55.4	59.8 ± 6.2

Tabla 9.3: Ley promedio y desviación promedio por destino para distintas penalizaciones de *blending*.

Costo (USD)	Estocástico %			Determinista %		
	Planta	Stock	Botadero	Planta	Stock	Botadero
0.2	0.385±0.056	0.308±0.050	0.236±0.042	0.395±0.056	0.308±0.050	0.237±0.043
0.4	0.380±0.053	0.308±0.051	0.235±0.042	0.395±0.057	0.311±0.050	0.237±0.043
0.6	0.382±0.052	0.310±0.052	0.236±0.043	0.395±0.050	0.313±0.050	0.241±0.043
0.8	0.382±0.051	0.315±0.052	0.236±0.043	0.395±0.051	0.311±0.051	0.237±0.043
1.0	0.383±0.049	0.321±0.053	0.235±0.042	0.395±0.051	0.315±0.051	0.242±0.043

Tabla 9.4: Comparación del VAN promedio y costo de desviación para evaluación con restricción de *blending*.

Costo USD	Política	VAN promedio (kUSD)	Costo de desviación (kUSD)
0.2	Estocástica	700.7 ± 52.5	0.3 ± 0.1
	Determinista	683.2 ± 51.6	0.1 ± 0.1
0.4	Estocástica	705.7 ± 53.2	0.6 ± 0.2
	Determinista	679.9 ± 51.7	0.2 ± 0.2
0.6	Estocástica	695.5 ± 52.1	0.8 ± 0.3
	Determinista	655.3 ± 51.4	0.3 ± 0.2
0.8	Estocástica	684.1 ± 51.3	0.9 ± 0.3
	Determinista	680.1 ± 52.4	0.4 ± 0.3
1.0	Estocástica	676.5 ± 52.6	0.9 ± 0.3
	Determinista	640.2 ± 50.5	0.6 ± 0.4

Tabla 9.5: Ley promedio y desviación promedio por destino para distintas penalizaciones de capacidad y *blending* simultáneas.

Costo (USD) y (USD)	Estocástica %			Determinista %		
	Planta	Stock	Botadero	Planta	Stock	Botadero
2 y 0.2	0.385 ± 0.052	0.303 ± 0.051	0.234 ± 0.042	0.386 ± 0.055	0.309 ± 0.051	0.240 ± 0.043
4 y 0.4	0.385 ± 0.053	0.302 ± 0.050	0.234 ± 0.042	0.390 ± 0.056	0.301 ± 0.049	0.235 ± 0.043
6 y 0.6	0.385 ± 0.053	0.301 ± 0.050	0.234 ± 0.042	0.390 ± 0.057	0.303 ± 0.049	0.236 ± 0.043
8 y 0.8	0.385 ± 0.052	0.302 ± 0.051	0.234 ± 0.042	0.390 ± 0.055	0.301 ± 0.050	0.234 ± 0.042
10 y 1	0.385 ± 0.052	0.300 ± 0.051	0.235 ± 0.042	0.390 ± 0.055	0.303 ± 0.049	0.235 ± 0.043

Tabla 9.6: Comparación del VAN promedio y costo de desviación para evaluación con restricciones de capacidad y *blending* simultáneas.

Costo USD/t y USD	Política	VAN promedio (kUSD)	Costo de desviación (kUSD)
0.2 y 2	Estocástica	694.3 ± 54.2	12.3 ± 1.0
	Determinista	668.5 ± 51.0	5.0 ± 0.1
0.4 y 4	Estocástica	704.2 ± 53.3	24.6 ± 2.0
	Determinista	703.0 ± 52.5	10.0 ± 0.1
0.6 y 6	Estocástica	672.2 ± 56.5	36.6 ± 2.9
	Determinista	683.9 ± 52.5	14.9 ± 0.1
0.8 y 8	Estocástica	656.2 ± 56.3	49.5 ± 3.9
	Determinista	685.6 ± 53.9	19.9 ± 0.2
1 y 10	Estocástica	641.6 ± 57.3	61.5 ± 4.9
	Determinista	676.3 ± 52.7	24.9 ± 0.2

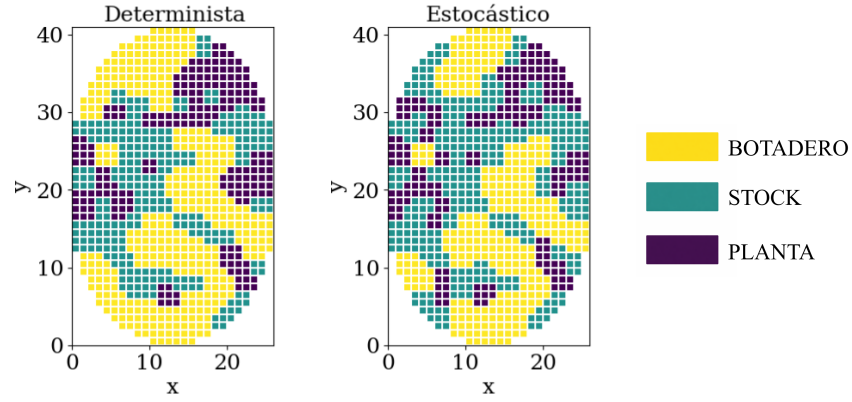


Figura 9.4: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 2 USD/t.

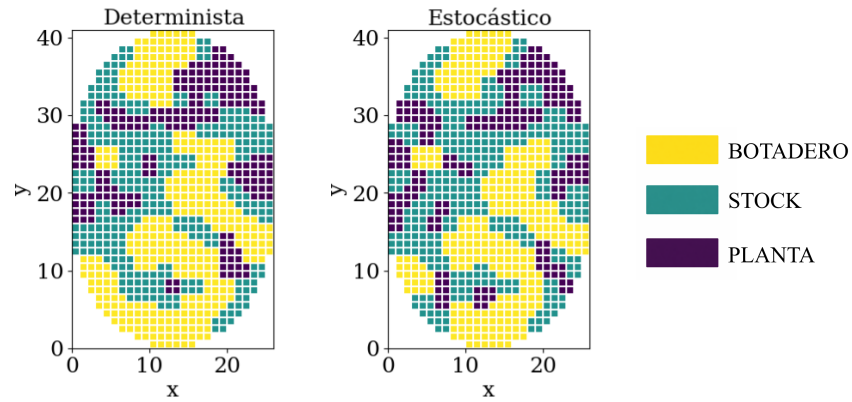


Figura 9.5: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 6 USD/t.

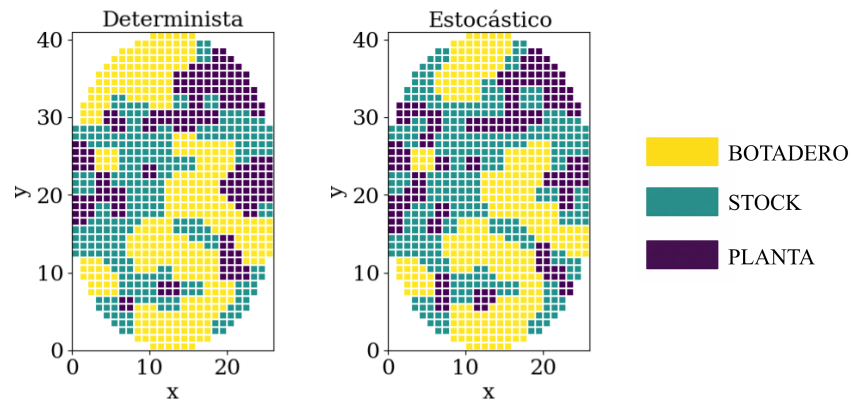


Figura 9.6: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 8 USD/t.

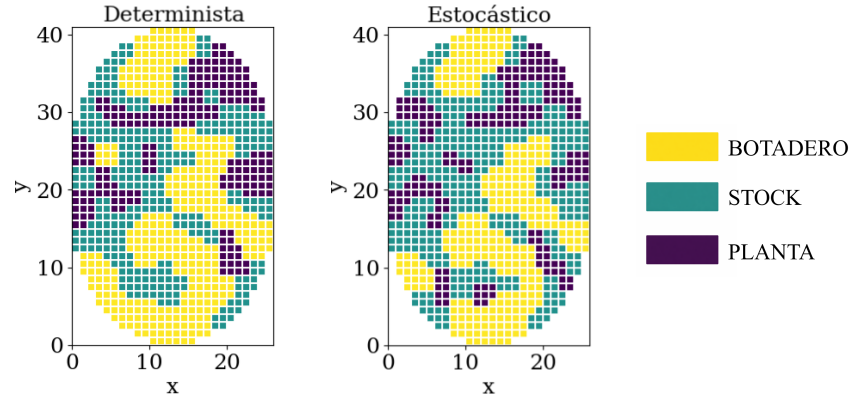


Figura 9.7: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino con un costo de desviación de 10 USD/t.

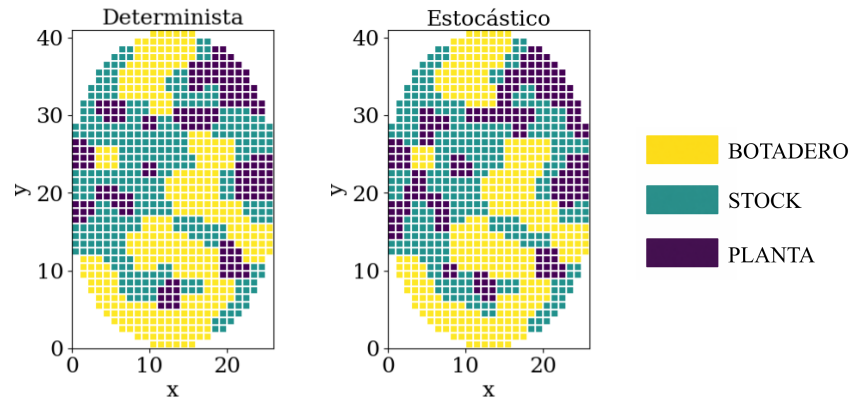


Figura 9.8: Asignación espacial de destinos con restricción de *blengind* igual a 0.4% t de Cu fino con un costo de desviación de 0.2 USD.

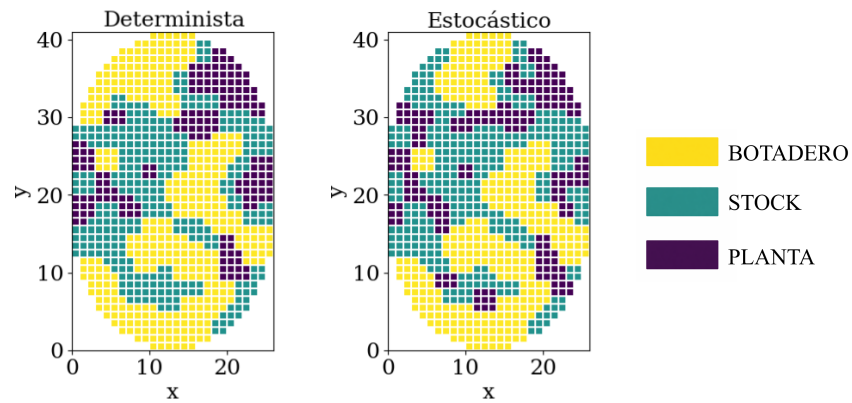


Figura 9.9: Asignación espacial de destinos con restricción de *blengind* igual a 0.4% t de Cu fino con un costo de desviación de 0.6 USD.

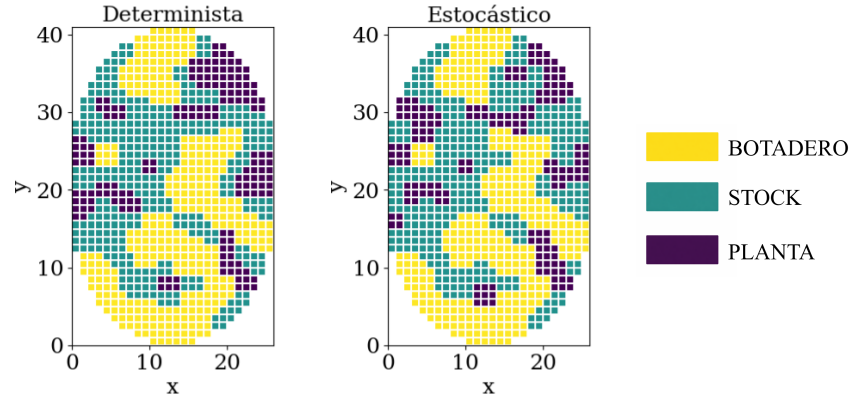


Figura 9.10: Asignación espacial de destinos con restricción de *blengind* igual a 0.4% t de Cu fino con un costo de desviación de 0.8 USD.

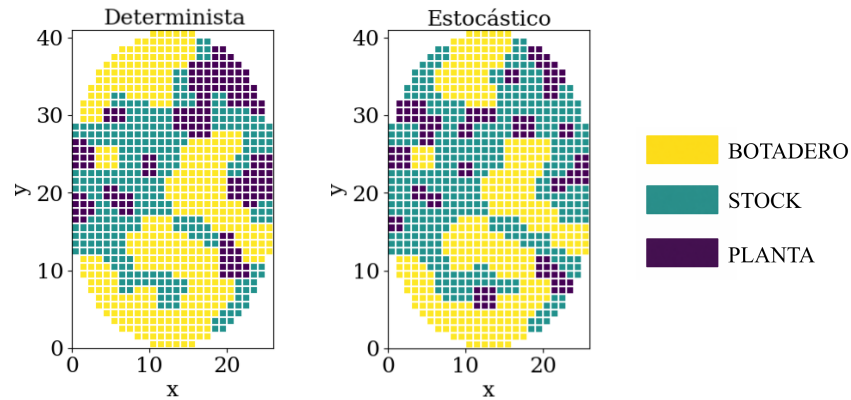


Figura 9.11: Asignación espacial de destinos con restricción de *blengind* igual a 0.4% t de Cu fino con un costo de desviación de 1 USD.

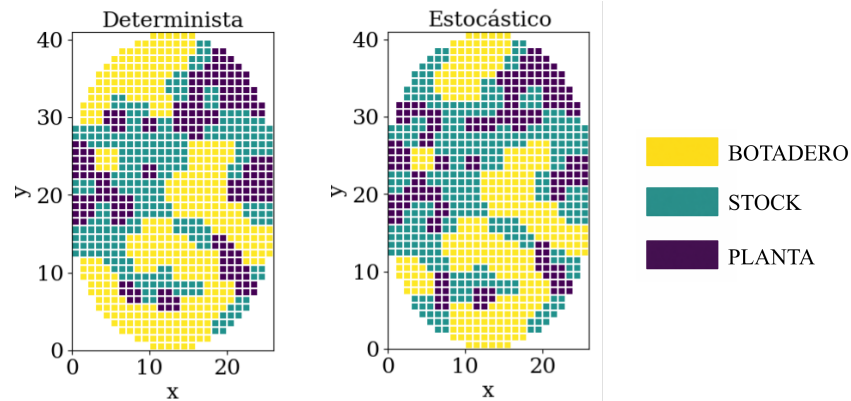


Figura 9.12: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y *blengind* de 0.4% en conjunto de un costo de desviación igual 2 USD/t y 0.2 USD respectivamente.

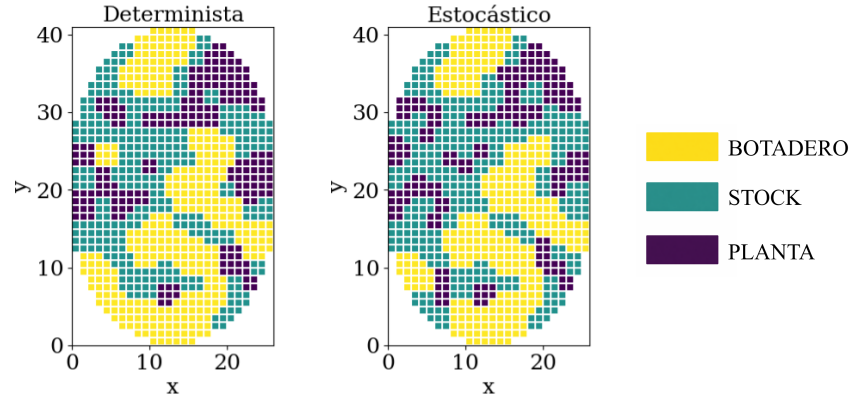


Figura 9.13: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y *blengind* de 0.4% en conjunto de un costo de desviación igual 6 USD/t y 0.6 USD respectivamente.

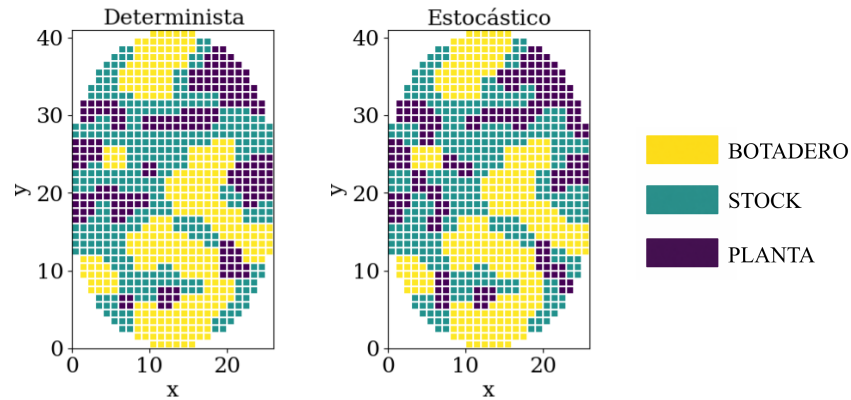


Figura 9.14: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y *blengind* de 0.4% en conjunto de un costo de desviación igual 8 USD/t y 0.8 USD respectivamente.

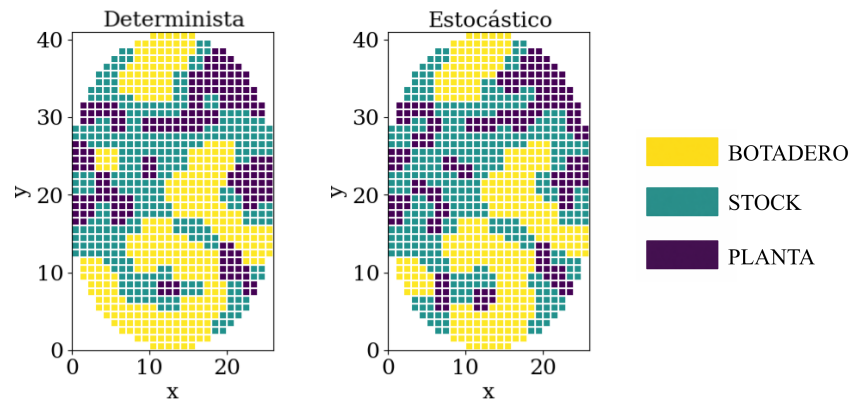


Figura 9.15: Asignación espacial de destinos con restricción de capacidad de 30,000 t de Cu fino y *blengind* de 0.4% en conjunto de un costo de desviación igual 10 USD/t y 1 USD respectivamente.

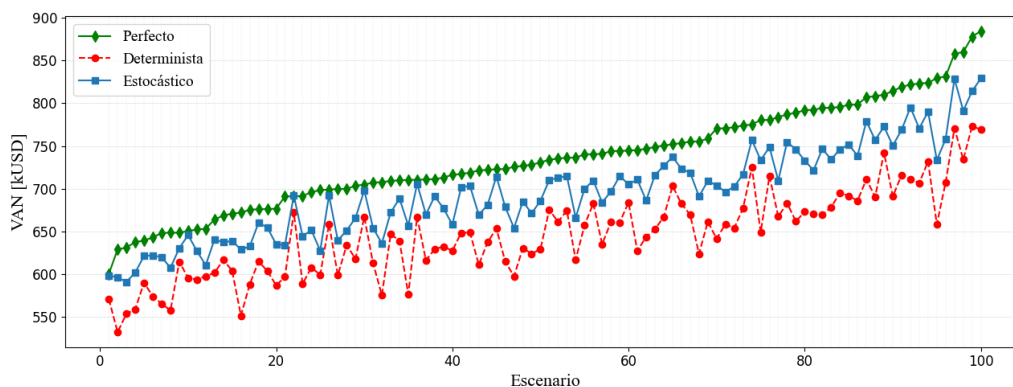


Figura 9.16: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 2 USD/t.

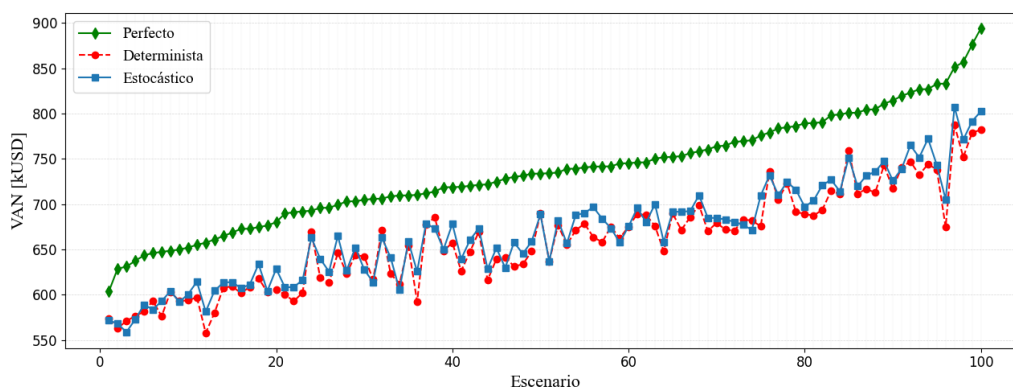


Figura 9.17: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 6 USD/t.

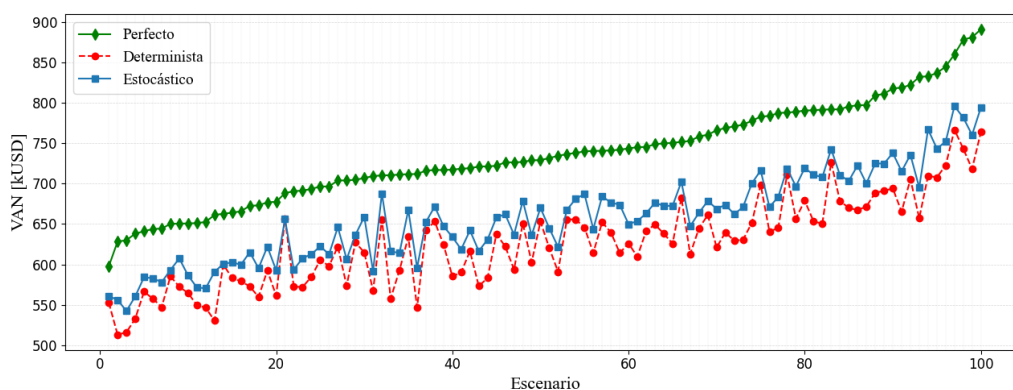


Figura 9.18: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 8 USD/t.

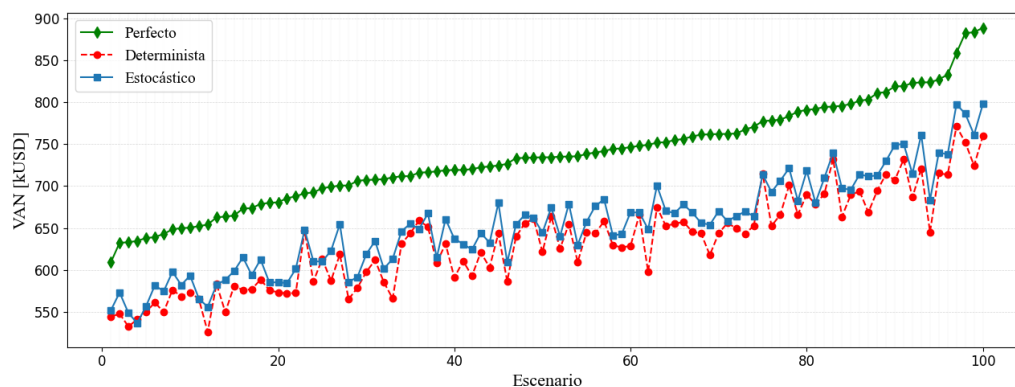


Figura 9.19: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica para restricción de capacidad igual a 30,000 t de Cu fino y Costo de desviación = 10 USD/t.

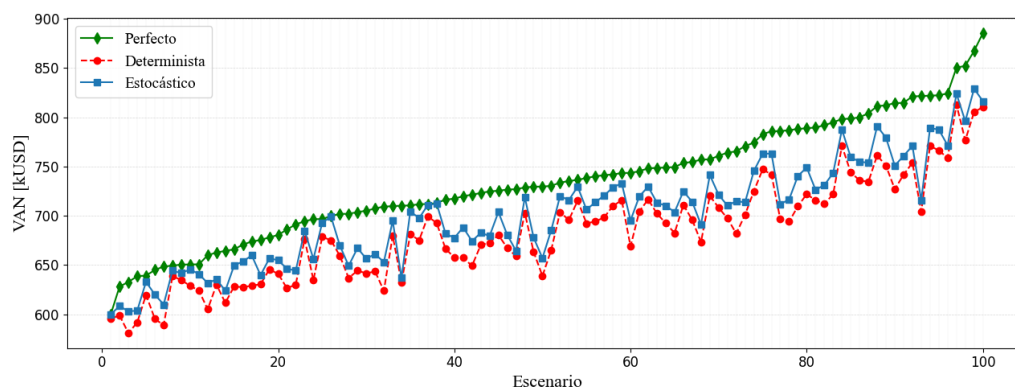


Figura 9.20: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de *blending* igual a 0.4% y Costo de desviación = 0.2 USD.

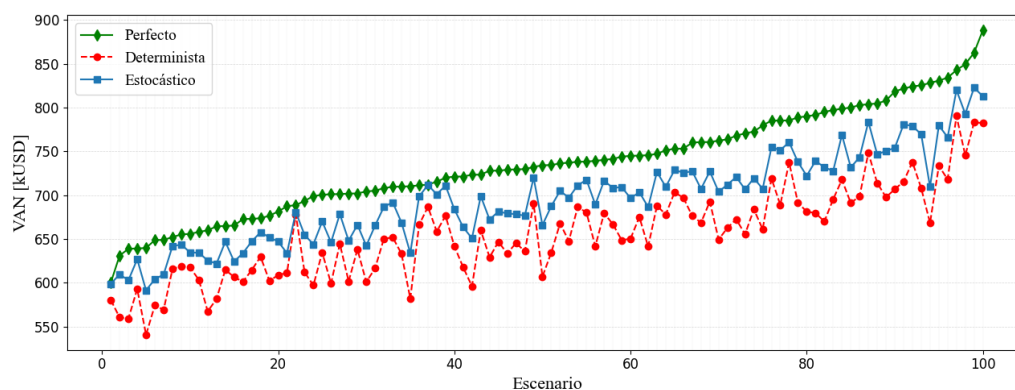


Figura 9.21: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de *blending* igual a 0.4% y Costo de desviación = 0.6 USD.

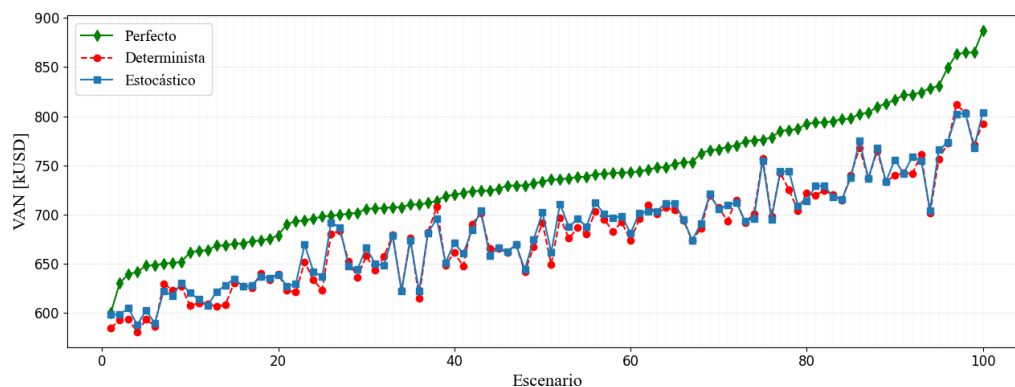


Figura 9.22: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de *blending* igual a 0.4 % y Costo de desviación = 0.2 USD.

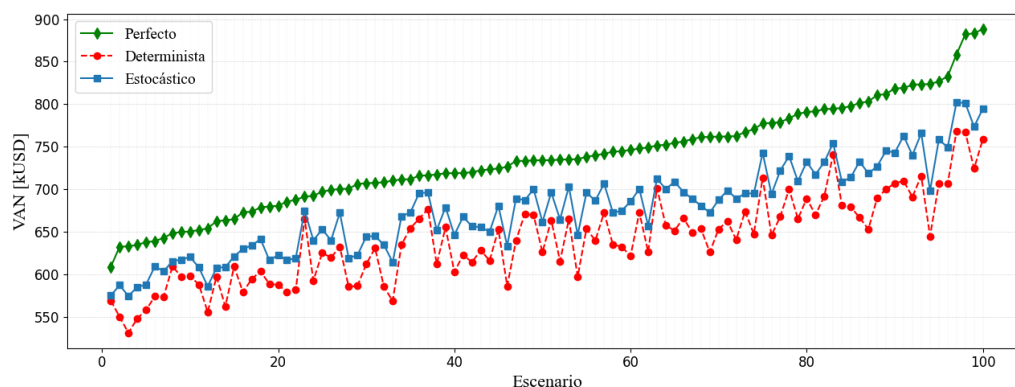


Figura 9.23: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista y estocástica con restricción de *blending* igual a 0.4 % y Costo de desviación = 1 USD.

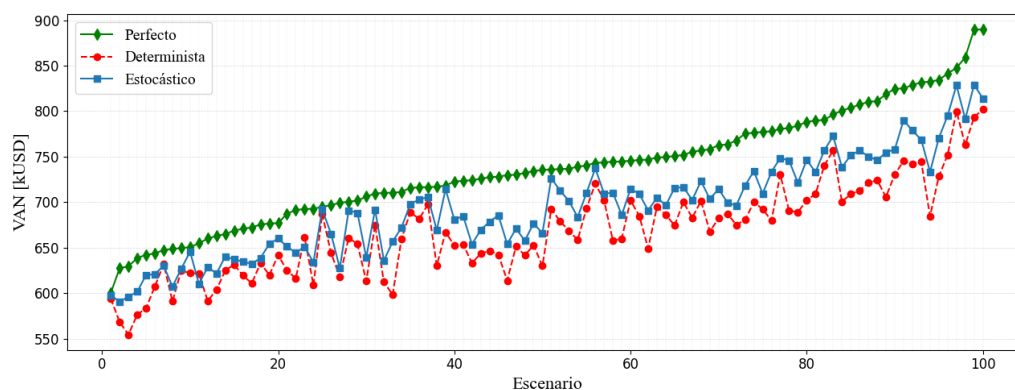


Figura 9.24: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un *target* de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 2 USD/t y 0.2 USD respectivamente.

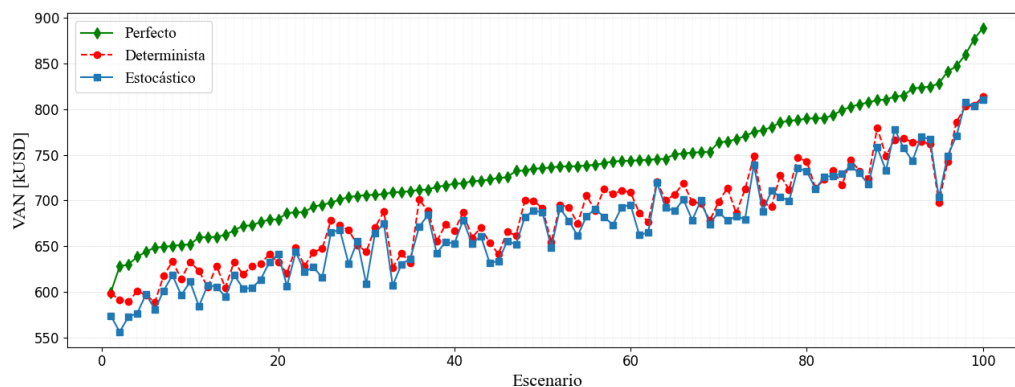


Figura 9.25: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un *target* de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 6 USD/t y 0.6 USD respectivamente.

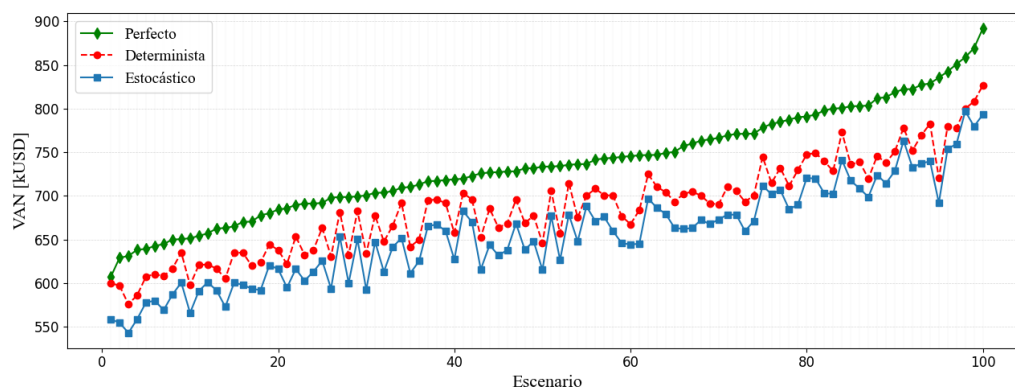


Figura 9.26: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un *target* de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 8 USD/t y 0.8 USD respectivamente.

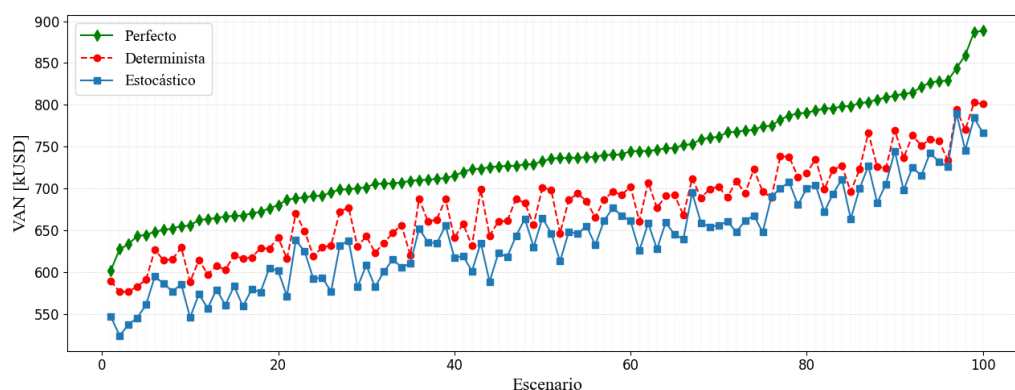


Figura 9.27: Comparación del VAN por escenario para las políticas perfecta, determinista, estocástica y manual, considerando simultáneamente un *target* de capacidad 30,000 t de Cu fino y ley de 0.4 %, con costos de desviación de 10 USD/t y 1 USD respectivamente.

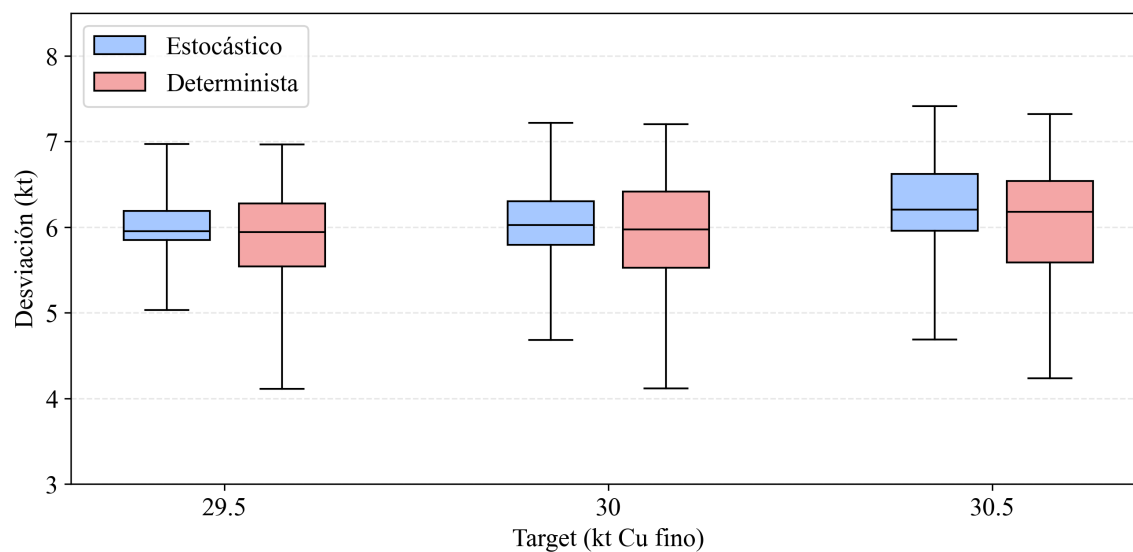


Figura 9.28: Desviaciones para distintos *targets* de capacidad con un costo fijo de desviación de 4 USD/t.

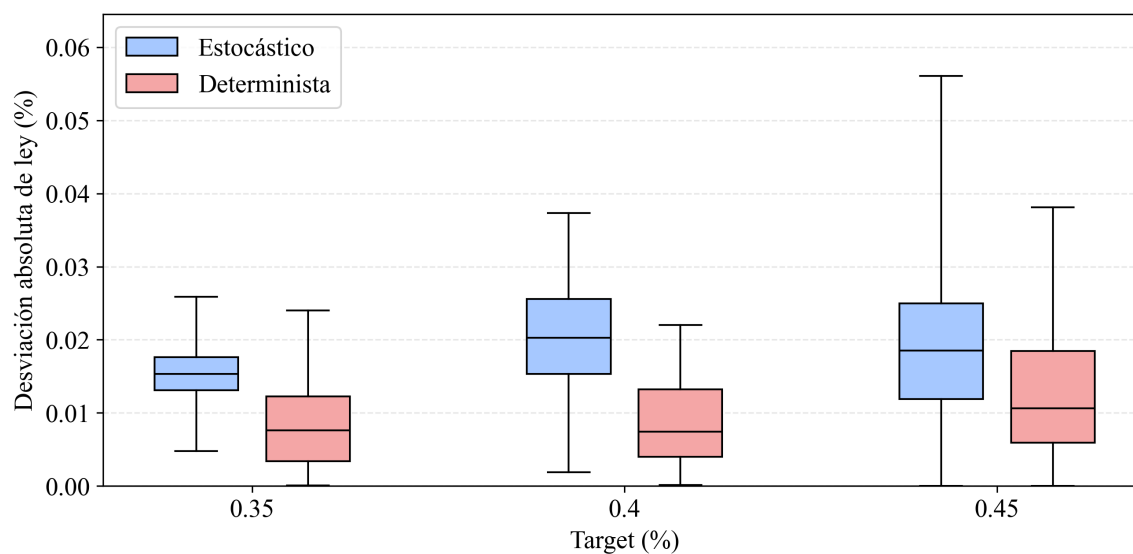


Figura 9.29: Desviaciones para distintos *targets* de con un costo fijo de desviación de 0.4 USD.