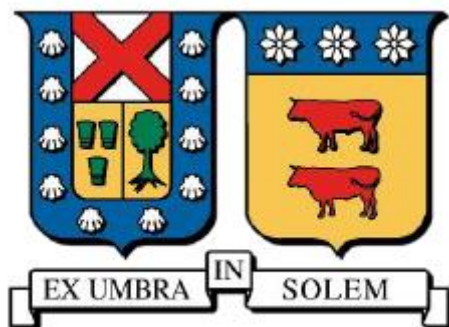


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL

SANTIAGO – CHILE



**“DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL
PREDICTIVO PARA LA REGULACIÓN DEL GRADO DE
SATURACIÓN EN COLUMNAS DE LIXIVIACIÓN”**

Autor
Benjamín Andrés Araya Morchio

Tesis para optar al grado académico de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Química

Profesor Guía: Dr. Daniel Navia López
Profesor Correferente: Iván Cornejo García, PhD
Profesor Correferente Externo: Paulina Quintanilla Pérez, PhD

Julio 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☐ Memoria o trabajo de título ☒ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: **Desarrollo y evaluación de un sistema de control predictivo para la regulación del grado de saturación en columnas de lixiviación**

Nombre del candidato(a): **Benjamín Andrés Araya Morchio**

Carrera / Grado: **Magíster en Ciencias de la Ingeniería Química**

Campus: Casa Central Departamento: Departamento de Ingeniería Química y Ambiental

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, DANIEL ANDRÉS NAVIA LÓPEZ, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 20 de agosto de 2026 Firma: _____

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 20 de agosto de 2026 Firma: _____

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

RESUMEN EJECUTIVO

Dentro del contexto de la hidrometalurgia para la obtención de cobre existen desafíos asociados a mejorar la recuperación en la etapa de lixiviación, como consecuencia de la disminución en la disponibilidad de óxidos y sulfuros secundarios. Además, se proyecta para el 2030 el uso de agua de mar en procesos industriales referentes a la minería en general, lo que plantea un desafío adicional asociado al uso eficiente del recurso hídrico.

Este trabajo de investigación aporta resolver estos desafíos presentando un control predictivo no lineal (NMPC) basado en el modelo fenomenológico de Richards para lixiviación en pilas con un sistema a lazo cerrado, junto con un sensor de humedad basado en tomografía eléctrica vertical, que entregue información acerca de la evolución temporal de la dispersión axial del grado de saturación dentro de una columna de lixiviación, además de los cambios requeridos para integrar ambos sistemas, junto con los potenciales problemas y desafíos asociados a la hora de la puesta a punto de una columna de lixiviación sensorizada con un sistema a lazo cerrado de control basado en el NMPC propuesto.

El NMPC es validado en simulación, compuesto por dos etapas secuenciales: identificación y optimización. En la etapa de identificación se utilizan mediciones del proceso para actualizar el modelo, mientras que en la etapa de optimización se resuelve la trayectoria óptima para lograr la homogeneidad deseada en la humedad de la columna. Ambos módulos son calculados computacionalmente bajo los 10 segundos, utilizando mediciones de grado de saturación y efluente, en donde la inclusión de mediciones de humedad mitiga la incerteza estructural asociada a la diferenciación de la curva de van Genuchten con métodos basados en gradientes, que provocaba la sobreestimación de caudal de entrada y un overshoot en el grado de saturación en el caso de no considerar las mediciones de humedad.

Se construye y calibra un sensor TEV con once electrodos y protocolo automático de conmutación de mediciones, con un error promedio del 16%. Se efectúan cambios en el sistema, integrando una fuente de poder regulable con un controlador PID acoplado que regula su voltaje, favoreciendo mediciones de humedad a porcentajes de saturación bajos, y protegiendo los sensores ante sobretensiones. Además, la metodología de calibración del sensor garantiza el uso del sensor a distintos minerales a lixiviar.

En conjunto, el estudio demuestra la viabilidad de un control predictivo de grado de saturación a lazo cerrado, sienta las bases para escalar la estrategia a pilas de lixiviación industriales mediante una capa coordinadora de sub-controladores y destaca el potencial de esta aproximación para aumentar la recuperación de cobre y optimizar el uso de agua en la hidrometalurgia.

ÍNDICE

RESUMEN EJECUTIVO	I
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Proceso de lixiviación en pilas: limitantes y fenómenos asociados	1
1.2. Estado del arte y aportes actuales	3
2.1 OBJETIVOS.....	6
2.2 HIPÓTESIS	6
2.3 ALCANCE	6
2. TEORÍA	7
2.1. Suelos parcialmente saturados	7
2.2. Caracterización de suelos	7
2.3. Percolación de un fluido en un lecho.....	8
2.4. Ecuación de Richards	8
2.5. Conductividad hidráulica	9
2.6. Tomografía Eléctrica Vertical (TEV)	10
3. METODOLOGÍA.....	12
3.1. Fase 1: Sistema supervisor mediante NMPC	12
3.1.1. Identificación de parámetros	13
3.1.2. Optimización de tasa de riego.....	14
3.2. Fase 2: Diseño y construcción del sensor de grado de saturación	16
3.2.1. Sensorización de la columna	16
3.2.2. Calibración de parámetros geoelectricos de la Ley de Archie.....	18
3.2.3. Validación de las mediciones en una columna de lixiviación sensorizada	18
3.3. Fase 3: Integración del sistema supervisor con la columna sensorizada..	19
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	20
4.1. Fase 1	20
4.1.1. Módulo de identificación.....	21
4.1.2. Módulo de optimización.....	21
4.1.3. Escenario 1	23
4.1.4. Escenario 2	24
4.2. Fase 2	26
4.3. Fase 3	30
CONCLUSIONES	33

REFERENCIAS	34
-------------------	----

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de un circuito de lixiviación en pilas. Adaptado de Petersen (2016)...2	
Figura 2: Representación gráfica del fenómeno de lixiviación. (Toro et al., 2021)	3
Figura 3: TEV con arreglo Wenner	11
Figura 4: A la izquierda el diagrama de la estrategia de control propuesta para cada columna, usando un sistema coordinador. Las mediciones son la humedad en distintos puntos axiales y el flujo de salida. La variable de control (CV) es la dispersión axial de la humedad, la variable manipulada (MV) es la tasa de riego. A la derecha un diagrama simplificado de la estrategia de resolución del problema de optimización aplicado a una columna de lixiviación, en donde se usan datos históricos para modificar la tasa de riego para alcanzar el grado de saturación objetivo (Olivares et al. 2025).	13
Figura 5: Representación gráfica de la discretización espacial dentro de la columna de lixiviación usando N_z elementos finitos evaluados en el elemento finito temporal $n \in 1, N_t$. (Olivares, et al. 2025).....	16
Figura 6: Diagrama de conexiones para cada electrodo y sus respectivos cables.	17
Figura 7: Diagrama P&ID de la columna de lixiviación sensorizada.	19
Figura 8: Diagrama de flujo de la estrategia de resolución aplicada al problema de optimización en una columna de lixiviación. (Olivares, et al. 2025)	20
Figura 9: Evolución del grado de saturación dentro de una columna de lixiviación de 5,5 m de altura, utilizando el efluente como retroalimentación del proceso, en un período de simulación de 30 días con tasas de riego variables. La sección superior corresponde al caso de $SeSP = 0,8$ mientras que la inferior al caso de $SeSP = 0,7$	24
Figura 10: Evolución del grado de saturación dentro de una columna de lixiviación de 5,5 m de altura, utilizando el efluente y la humedad axial como retroalimentación del proceso, en un período de simulación de 30 días con tasas de riego variables. La sección superior corresponde al caso de $SeSP = 0,8$ mientras que la inferior al caso de $SeSP = 0,7$	25
Figura 11: Sistema experimental de una columna de lixiviación sensorizada con TEV...27	
Figura 12: A la izquierda los datos experimentales de la relación entre la resistividad	

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

medida y el grado de saturación (ley de Archie), a la derecha la linearización de los datos experimentales de la ley de Archie..... 28

Figura 13: **a)** Mediciones del grado de saturación en ocho secciones de la columna, M1 responde a la medición superior, mientras que M8 la inferior, el resto serían las intermedias de forma consecutiva. **b)** Errores asociados entre el grado de saturación medido y el teórico, comparado con las mediciones de la celda de carga y el cierre del balance de materia de la solución lixivante..... 29

Figura 14: Montaje experimental modificado de una columna de lixiviación sensorizada. En rojo se muestran las modificaciones con respecto del diseño anterior. Notar que se elimina la celda de carga conectada a la columna. 30

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Parámetros de simulación para lixiviación en pilas. Obtenido de Cariaga et al. (2015) 22

Tabla 2: Resumen de los tiempos de cálculo en segundos para escenarios 1 y 2, y sus diferencias, utilizando procesador AMD Ryzen 7 3750H con gráficos Radeon Vega Mobile Gfx 2.30 GHz con 8 GB RAM..... 26

Tabla 3: Propiedades del mineral de óxidos de cobre proporcionado por SGS Minerals.27

1. INTRODUCCIÓN

La industria minera del cobre está en crecimiento constante, con una producción mundial de 25 millones de toneladas en 2022 (COCHILCO, 2023). Sin embargo, se prevé que la ley de cobre promedio a nivel mundial empiece a descender, debido al agotamiento de las reservas de cobre de mayor ley (Calvo et al., 2016), lo cual genera una necesidad de adaptar los procesos actuales o generar nuevas tecnologías de procesamiento de minerales de baja ley, en donde la vía hidrometalúrgica destaca como una alternativa prometedora.

En específico, la lixiviación es el primer proceso en la vía hidrometalúrgica para la extracción del cobre, en donde se conlleva una separación sólido-líquido para obtener el metal de interés, mediante la percolación de una solución que contiene el agente lixivante sobre el mineral chancado y aglomerado, resultando en una solución rica en el mineral de interés. En el ámbito de la producción de cobre, el método hidrometalúrgico destaca como la elección preferida sobre el tratamiento pirometalúrgico para minerales oxidados de baja ley, principalmente por los desafíos inherentes de este proceso, altos costos e implicancias medioambientales (Toro et al., 2021). A pesar de ello, la disminución de la disponibilidad de los minerales oxidados impone desafíos importantes para mantener los niveles de producción. Es por esto que, la industria ha tenido que depender de minerales más complejos y menos aptos para la lixiviación, como son los minerales sulfurados, en donde se encuentra, por ejemplo, la calcopirita. Esta transición requiere técnicas hidrometalúrgicas más avanzadas y eficientes para mantener los niveles de producción mientras se minimizan los impactos medioambientales (Lagos et al., 2020). El proceso de lixiviación en pilas puede ser una alternativa viable para esta transformación de procesos debido a su bajo capital inicial y costos operacionales. Además, posee otras ventajas, como su rápida instalación en faena, equipamientos simplificados y la ausencia de un proceso de molienda, lo que lo hace un proceso versátil y viable económicamente (Ghorbani et al., 2016).

Este estudio se centrará en la creación, desarrollo y validación de un consorcio de tecnologías que buscan satisfacer las necesidades mencionadas anteriormente, que brindarán un mayor control en el proceso y predicciones en tiempo real del comportamiento interno de un lecho de lixiviación.

1.1. Proceso de lixiviación en pilas: limitantes y fenómenos asociados

El proceso involucra la construcción de una pila de mineral chancado y aglomerado sobre una superficie de un material impermeable, equipada con un sistema de recolección de solución y líneas de aireación bajo la pila, como se muestra en la Figura 1. La pila es construida usando correas transportadoras denominadas *grasshoppers*, formando

montículos de mineral en forma de prisma trapezoidal, usualmente de 6 a 10 metros de alto, 1,6 kilómetros de largo y 0,8 kilómetros de ancho. (Petersen, 2016). En primera instancia, la pila construida se deja reposar cerca de 8 días para que el ácido “ataque” químicamente el mineral, produciendo el curado, en donde se crean enlaces químicos que permite la unión física de partículas finas a las gruesas, formando glomérulos, y además permite el aumento de la difusividad de la solución a través del lecho. Posteriormente, la pila se riega con solución lixivante, lo que resulta en la reacción del agente lixivante con el mineral de interés, disolviéndolo desde la roca mineralógica, formando una solución rica en cobre, llamada *Pregnant Leach Solution* (PLS), que es extraída por el sistema de recolección para su posterior tratamiento mediante extracción por solvente.

La tasa de riego es determinada usando experimentos de laboratorio y pilotos de columnas de lixiviación que tienen como objetivo examinar el comportamiento del mineral bajo distintas condiciones de riego usando una estrategia de control a lazo abierto, en donde se utilizan múltiples muestras de mineral para caracterizar secciones de la pila. Esta caracterización ayuda a entender cómo la solución percola y se distribuye a través del lecho de lixiviación (Liu & Hashemzadeh, 2017; Webb et al., 2008). Los resultados de estos experimentos son escalados usando una medida estándar conocida como la razón de lixiviación (LR por sus siglas en inglés: *Leaching Ratio*), la cual cuantifica la velocidad del proceso de lixiviación, expresado como el volumen del líquido acumulado por tonelada de mineral (m^3/ton). Esta razón es esencial para interpretar los resultados experimentales de las columnas de lixiviación, definir los criterios de tamaño y diseño operacional, y facilitar el modelado dinámico de las pilas (Estay & Díaz-Quezada, 2020).

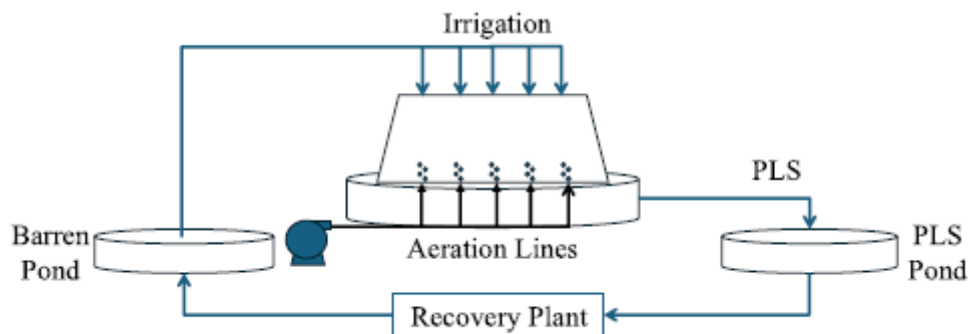


Figura 1: Esquema de un circuito de lixiviación en pilas. Adaptado de Petersen (2016).

La lixiviación involucra complejos procesos de transferencia de materia y reacciones químicas. Desde una perspectiva fenomenológica, el proceso de lixiviación puede entenderse en dos escalas físicas principales: microscópica y macroscópica (Mellado et al., 2011; Wang et al., 2024), como se muestra en la Figura 2. A nivel microscópico, la lixiviación es dominante en reacciones químicas en la interfaz sólido-líquido dentro de los poros de las partículas sólidas. Esta escala es caracterizada por la interacción de agentes lixiviantes con la superficie del mineral, provocando la disolución de los minerales de cobre, formando iones de cobre solubles que difunden hacia el seno de la solución (Liu &

Hashemzadeh, 2017).

A un nivel macroscópico, la lixiviación involucra el transporte de los iones disueltos desde los poros de las partículas sólidas hacia el seno de la solución. Este transporte es catalizado por el gradiente de concentración y varía en según distintos factores, como lo son la porosidad, permeabilidad, y en general la hidrodinámica de la solución lixivante. La eficiencia de este proceso es crucial para la recuperación final de cobre, dado que determina qué tan efectiva es la remoción de los iones de cobre desde la matriz sólida, y transportados al PLS.

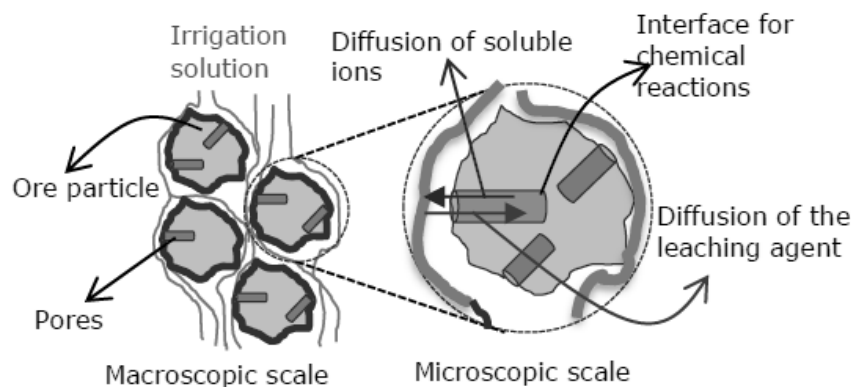


Figura 2: Representación gráfica del fenómeno de lixiviación. (Toro et al., 2021)

A pesar de sus beneficios y aplicaciones diversas, la lixiviación en pilas posee ciertas limitantes. Uno de los mayores desafíos en la actualidad, es la lixiviación de sulfuros primarios, en donde su cinética intrínsecamente lenta, lo cual provoca que se necesiten largos emplazamientos de material aglomerado para obtener recuperaciones económicamente viables (Ghorbani et al., 2016). Además, existen distintos factores que afectan a la eficiencia general del proceso, como lo son las temperaturas, lluvias y distintas condiciones ambientales, lo que pueden desencadenar en la potencial licuefacción de la pila. Esto ocurre en el momento que el material granular saturado colapsa bajo un evento gatillo como un sismo (Thiel & Smith, 2004). Tanto el riego desmesurado, como las potenciales precipitaciones en la zona de emplazamiento de la pila de lixiviación pueden provocar la predominancia de condiciones de saturación que desencadenan en la inestabilidad mecánica de la pila, lo cual también viene asociado con un nivel freático muy alto (Larraín Riesco, 2009).

1.2. Estado del arte y aportes actuales

Dentro de la industria minera, la mayor necesidad es aumentar la recuperación, y en específico dentro de la lixiviación se evidencian distintos aportes que atacan esta problemática a través de aristas variadas. Existen avances que buscan modelar el comportamiento hidrodinámico a través del medio poroso de la pila (Cariaga et al., 2005; Cherkaev, 2019; Guzman et al., s.f.; McBride et al., 2012, 2016; Milczarek, 2013;

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

Robertson et al., 2022). Modelos basados en cinética, como el modelo de núcleo recesivo (*shrinking core model*, SCM), y sus variantes ofrecen un marco fundamental para entender el comportamiento de la lixiviación bajo distintas condiciones (Saldaña et al., 2022; Wang et al., 2024). En el ámbito industrial, se han propuesto distintas aplicaciones que utilizan modelos simplificados usando modelos dinámicos de primer orden (Mellado, Casanova, et al., 2011; Mellado et al., 2012, 2018; Mellado, Gálvez, et al., 2011). En el ámbito de la sensorización, existen avances relacionados al uso de cámaras térmicas para el monitoreo en tiempo real de la pila, con el objetivo de identificar zonas saturadas (Daud et al., 2021; Ruiz-Del-Solar et al., 2013; Tecnologías Cobra, s. f.).

La mayoría de los estudios enunciados anteriormente centran sus esfuerzos en una de las muchas variables que aportan al fenómeno de la lixiviación, sin considerar la integración de varias, ni el escalamiento de las variables de decisión obtenidas en experimentos a escala laboratorio. Uno de los desafíos críticos en la lixiviación de cobre, principalmente en el escalamiento, radica en la discrepancia en las recuperaciones de cobre en los estudios previos entre resultados de lixiviación columnar y la operación en la pila. Anteriormente se discutió acerca de la razón de lixiviación, que es la relación que se usa ampliamente en la industria debido a su simplicidad, sin embargo, los resultados de las recuperaciones se ven mermados igualmente. Para contrarrestar este problema, se busca aumentar la tasa de riego, tal como recomiendan numerosos estudios (Azmayandeh, 2017; Hoseinian et al., 2017; Liu & Hashemzadeh, 2017; Lizama et al., 2005). Esto ofrece una alternativa tentativa hacia ejercer una estrategia de control para mejorar la recuperación de cobre, basada en el ajuste de la tasa de riego de la solución lixiviante de entrada al proceso.

El hecho de ajustar la tasa de riego para efectuar un control en la recuperación añade un retardo significativo en la estrategia. Este retardo principalmente aparece debido al rango de tiempo en el cual se realizan las mediciones para efectuar el control (McBride et al., 2018), dado que la recuperación usualmente es calculada de forma diaria o incluso semanal. Adicionalmente, existe un retardo de carácter físico, en donde los cambios de la tasa de riego y sus respectivos efectos en la percolación de la solución a través del lecho demoran en volverse aparentes debido al tiempo que demora en recorrer el fluido a través de los caminos tortuosos del lecho. Esto nos entrega indicios que es necesario identificar una variable del proceso que se pueda medir con mayor frecuencia, o que represente de una forma más expedita los cambios en la tasa de riego, de tal forma de acortar la toma de decisiones y mejorar la efectividad del control de la recuperación.

Debido a que el proceso de lixiviación involucra transferencia de masa, reacciones químicas, y la hidrodinámica de la permeabilidad de la solución a través del medio poroso del mineral, la discrepancia en recuperación entre columnas experimentales y pilas debe relacionarse a las diferencias en la cinética y/o el grado de contacto entre la fase líquida y sólida. Por tanto, los esfuerzos de optimizar el proceso no deberían orientarse en el escalamiento de las tasas de riego, ni en la modelación de las incertezas asociadas a los

caminos preferentes o las variaciones de densidades aparentes que afectar directamente al contenido de humedad dentro de la pila, sino en medir y controlar directamente la humedad dentro de la pila. Un aumento en la humedad mejora la interacción entre fases, creando un ambiente más propenso a la ocurrencia de reacciones químicas (Zhou et al., 2019). Por tanto, la humedad, o grado de saturación en su forma normalizada, puede ser usado como el recurso para controlar la recuperación en una estrategia a lazo cerrado, para mejorar la respuesta del sistema y reducir los tiempos de retardo en la estrategia de control.

Estudios recientes en lo que respecta a estrategias de control para la lixiviación han hecho aportes en técnicas progresivas que mejorarían la recuperación y la eficiencia operacional. Velarde (2005) buscó controlar el proceso de aglomeración a través del ajuste de la humedad en tiempo real, usando medidas galvánicas para mejorar la permeabilidad de la pila. A continuación Godoy et al. (2007) demostró que un control con retroalimentación basado en modelos puede mejorar la extracción de cobre usando pocas acciones de control. Luego Godoy et al. (2008) comparó un controlador predictivo basado en modelos (MPC) con un control de búsqueda extrema (ESC), concluyendo que ambos son útiles para obtener recuperaciones similares, en donde el MPC es más preciso en el control, mientras que el ESC requiere poco conocimiento del proceso. Más recientemente, Canales et al. (2024) introdujo un control basado en aprendizaje de refuerzo profundo, demostrando mejores recuperaciones de cobre, bajos consumo de recursos y una mejora en los retornos económicos por sobre los métodos heurísticos.

Este trabajo es la continuación de una cadena de investigaciones, en la cual cada una buscó resolver un problema asociado al control o a la sensorización de la humedad en la lixiviación. Primero, Henríquez (2021) realizó la primera prueba de concepto, implementando un NMPC (*Non-Linear Model Predictive Control*) para el control de la humedad interna de una pila de lixiviación, modificando la tasa de riego en intervalos de tiempo de 1 día en simulación, utilizando los datos de Cariaga et al. (2015), y una estrategia de optimización secuencial, discretizando el modelo de Richards con diferencias finitas. Posteriormente, Araya (2024) mejoró esta modelación computacional, replanteando la ecuación de Richards para prevenir indeterminaciones numéricas e implementando una estrategia de optimización simultánea y discretización mediante colocación ortogonal en elementos finitos en el tiempo. En paralelo a este último, Sandoval (2024) propuso una metodología de sensorización automatizada del perfil de grado de saturación espacial en una columna de lixiviación en distintos tiempos, utilizando tomografía eléctrica vertical (TEV), y proponiendo protocolos de calibración, fabricación y puesta a punto del sensor. A continuación, Olivares et al. (2025) realizó ajustes al modelo, añadiendo elementos finitos en el espacio, finalmente mejorando la efectividad del NMPC.

2.1 OBJETIVOS

General:

Desarrollar un sistema supervisor en simulación con un sensor de grado de saturación basado en tomografía eléctrica vertical, que acoplados permitan optimizar la recuperación de cobre de una columna de lixiviación.

Específicos:

- Desarrollar un sistema de control predictivo robusto, basado en modelos fenomenológicos, que permita controlar la humedad interior de una columna de lixiviación, manipulando la tasa de riego
- Diseñar y construir un sensor prototipo de grado de saturación basado en tomografía eléctrica vertical (TEV), aplicado a una columna de lixiviación.
- Proponer una estrategia de integración del sensor al sistema de control predictivo para regular la dispersión del grado de saturación en una columna de lixiviación.

2.2 HIPÓTESIS

El presente trabajo busca generar una integración de los aportes de los estudios presentados anteriormente, de tal forma que, si implementa un sistema de control predictivo basado en un modelo fenomenológico en una columna de lixiviación, entonces se podría controlar la dispersión del grado de saturación del lecho.

2.3 ALCANCE

Este estudio se realizó en un principio en un ambiente de simulación computacional de una pila de lixiviación con datos experimentales obtenidos del Tranque Barahona, expuesto en Cariaga, et al. (2015). Posteriormente, la aplicación experimental se realiza creando un sensor de grado de saturación para una columna de lixiviación de 1 metro de alto, en un entorno controlado de laboratorio. La integración del NMPC y el sensor se busca realizar dentro del mismo entorno. Si bien el fin ulterior de la investigación es lograr optimizar la recuperación de cobre en entornos con alta incerteza y materiales sulfurados, los primeros avances se realizaron utilizando óxidos de cobre con solución lixivante compuesta únicamente por ácido sulfúrico en solución de agua.

2. TEORÍA

2.1. Suelos parcialmente saturados

El proceso de lixiviación ocurre principalmente por la percolación de la solución lixivante a través del lecho de lixiviación, el cual está formado por partículas sólidas aglomeradas con espacios llamando poros, que alojan simultáneamente líquido y aire, lo que provoca que los tres estados coexistan, formando un problema complejo de modelar fluidodinámicamente, debido a que debe ser modelado como un sistema de fluidos inmiscibles (Bear & York, 1972). Existen cuatro estados de equilibrio entre las fases (Domic, 2001):

- **Estado pendular y funicular:** En el aglomerado inicial el líquido lixivante forma puentes líquidos entre partículas, generando cohesión superficial.
- **Estado capilar:** Aparece al aumentar el contenido de líquido, estableciendo una fase líquida continua que ejerce presión de succión (presión negativa) sobre los poros, incrementando la resistencia mecánica del lecho.
- **Suspensión sólido-líquido:** Si el riego supera el umbral capilar, se forma la saturación completa, comprometiendo la estabilidad mecánica de la pila. (Adams & Wulfsohn, 1994)

Mantener el estado capilar es esencial para evitar la licuefacción y garantizar la integridad estructural de la pila. El potencial de succión actúa como variable de diseño: Un grado de saturación demasiado alto elimina la presión negativa, mientras que uno bajo reduce la permeabilidad y el contacto entre fases. Sin embargo, las capacidades de retención y flujo dependen de parámetros propios de cada suelo, lo cual se refleja en la capacidad de un lecho de permear una solución a través del mismo.

2.2. Caracterización de suelos

Dependiendo de los emplazamientos de las faenas, los minerales tienen distintas composiciones, de los cuales, es importante medirlos de tal forma de predecir adecuadamente la respuesta fluidodinámica del lecho ante la solución lixivante. Entre ellos, se encuentran:

- **Tamaño de partícula:** Se obtiene tras el chancado del mineral hasta un tamaño entre 3/8" y 1/2" (Domic, 2001). Al tener una distribución granulométrica, se construye una curva PSD.
- **Porosidad:** Fracción de espacios vacíos del lecho en un volumen determinado.
- **Conductividad hidráulica:** Capacidad del suelo para permitir el flujo de líquido.
- **Humedad:** Para este estudio, se usa humedad másica en base seca, que determina la relación entre la masa del líquido sobre la masa de sólido seco de una muestra.

- **Grado de saturación:** Es la variable normalizada de la humedad, como el porcentaje de poros llenos de líquido.
- **Curva de retención:** Relaciona el potencial de succión con la humedad, presenta forma sigmoidea y tiene un comportamiento histerético, definido como la diferencia en las curvas de retención dependiendo si el proceso es de adsorción o desorción (humectación o secado, respectivamente) Esto significa que, al mismo potencial de succión, el contenido de humedad será distinto si el suelo se está humectando o si se está secando (Sławiński, 2011). Este comportamiento es clave para estimar la conductividad hidráulica usando distintos modelos que se enunciarán más adelante.

2.3. Percolación de un fluido en un lecho

Anteriormente se discutió acerca de los estados estacionarios de las mezclas sólido-líquido-aire, para los cuales se han descrito leyes para modelar su comportamiento. Darcy (1856), postuló que la razón de flujo de agua a través de un suelo sólido era proporcional al gradiente de la presión hidráulica (Ecuación 3.1). Esto es válido para lechos saturados:

$$Q = K_s \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad (3.1)$$

Donde Q es el caudal de salida, A la sección transversal de flujo, Δh la diferencia de altura entre las tomas piezométricas de un permeámetro de carga constante y Δl la distancia entre ellas, $\Delta h/\Delta l$ es el gradiente de presión hidráulico y K_s es la conductividad hidráulica de saturación. La conductividad hidráulica es la resistencia al paso del fluido (Fredlund et al., 2012).

Posteriormente, Buckingham (1907) modificó la ley de Darcy para considerar lechos parcialmente saturados en estado estacionario:

$$\frac{Q}{A} = -K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \quad (3.2)$$

Donde K es la conductividad hidráulica y h es el potencial de succión. Es claro ver que la conductividad hidráulica dependerá del potencial de succión, y a su vez dependerá de la humedad o grado de saturación del lecho, lo cual permite la generalización del fenómeno de escurrimiento en las condiciones enunciadas.

2.4. Ecuación de Richards

Efectuando un balance de materia al líquido en un volumen de control infinitesimal de un lecho de lixiviación, Richards (1931) logró describir la resistencia al flujo de un fluido en

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

suelo parcialmente saturado en estado transiente, indicado en la Ecuación (3.3). Cabe destacar que en la dependencia espacial sólo se considera la distribución axial de la columna.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial z} \quad (3.3)$$

En donde θ la humedad. Lo cual, agrupado con la Ecuación (3.2), resulta en:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (3.4)$$

2.5. Conductividad hidráulica

Darcy definió la conductividad hidráulica de saturación K_s como la constante proporcional entre caudal, área y gradiente hidráulico, actuando como “resistencia” al flujo en un medio poroso. Bajo saturación parcial, la conductividad hidráulica deja de ser constante y pasa a depender del potencial de succión y, por ende, del grado de saturación.

El líquido sólo puede fluir por una porción de un medio poroso que ya contenga líquido. Al disminuir el grado de saturación, la conductividad hidráulica disminuye dado que sólo una fracción de los poros queda llena de líquido; el área efectiva de flujo se reduce y la tortuosidad aumenta, provocando que la conductividad hidráulica disminuya en forma logarítmica mientras el grado de saturación lo hace de forma lineal (Fredlund et al., 2012). Además, como se discutió anteriormente, la conductividad hidráulica no depende sólo del grado de saturación instantáneo, sino de su historial de humectación/secado: un lecho que se seca desde 70% a 50% retiene mayor conductividad que uno que se moja desde 30% a 50%, lo cual explica las distintas curvas de retención para un mismo lecho. Para mitigar esto, se ha reportado el uso de una tasa de riego escalonada por sobre una constante para acelerar la formación del flujo líquido (Wang et al., 2021).

Para estimar K_s se recomiendan ensayos de permeámetro de carga constante o correlaciones empíricas de Hazen (1892) y Kozeny-Carman (1997). Para la conductividad hidráulica en suelos no saturados se requieren modelos que la ligen con el grado de saturación:

1. Familia van Genuchten (1980) (Ecuaciones 3.5 y 3.6):

$$K(\theta) = K_s \sqrt{Se(\theta)} \left(1 - \left(1 - Se^{\frac{1}{m}}(\theta) \right)^m \right)^2 \quad (3.5)$$

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

Donde $Se(\theta)$ es el grado de saturación, definido como:

$$Se(\theta) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{(1 + (\alpha|h|^n)^m)} \quad (3.6)$$

Estas ecuaciones describen el comportamiento de $K(\theta)$ y la curva de retención con tres parámetros de ajuste n , m y α , siendo $m = 1 - 1/n$, mientras que θ_s es la humedad de saturación y θ_r es la humedad residual. Esta definición incluye el potencial de succión en valor absoluto, el cual no es diferenciable en cero, complicando su utilización en el contexto de programación matemática para la optimización basada en gradientes.

2. Modelo exponencial de Gardner (1958) (Ec. 3.7):

$$K_R = \exp(\alpha h) = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^m \quad (3.7)$$

Considerando $K(\theta) = K_R \cdot K_S$, $K_R = Se^m$ y $Se = \exp(\alpha h)$. Este modelo elimina dicha discontinuidad; su forma continua y derivable facilita la integración en algoritmos NMPC sin sacrificar fidelidad, pues se superpone bien con van Genuchten en amplio rango operacional (Tracy, 2006).

2.6. Tomografía Eléctrica Vertical (TEV)

Para estimar el grado de saturación, es necesario entender una de las técnicas ampliamente utilizadas en la prospección de suelos parcialmente saturados. La tomografía eléctrica vertical es una alternativa no invasiva y provee perfiles detallados de la humedad en un suelo (Guzman & Flaherty, 2006; Wang et al., 2024), ofreciendo información en tiempo real para su uso en el control del proceso. TEV tiene sus fundamentos en la relación entre el contenido de humedad de un suelo y su resistividad eléctrica, descrito por la segunda ley de Archie (Daud et al., 2021), presentada en la Ec. 3.8:

$$r = r_F \tau \epsilon^{-m} Se^{-n} \quad (3.8)$$

Donde r y r_F son las resistividades eléctricas del lecho y el fluido, respectivamente, τ es el factor de tortuosidad, ϵ la porosidad del lecho, y Se el grado de saturación. Además, m es el exponente de cementación y n el exponente de saturación, los cuales deben ser estimados con datos experimentales.

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

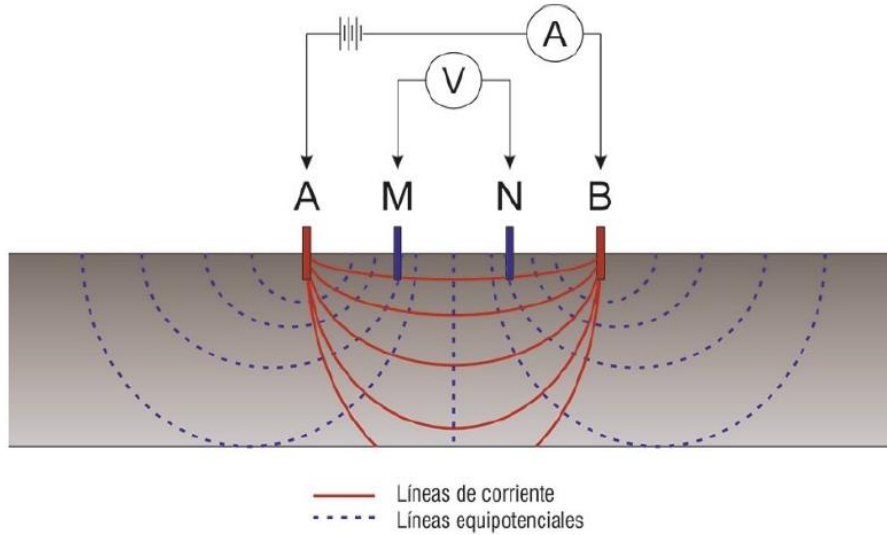


Figura 3: TEV con arreglo Wenner

En el marco del estudio geofísico, la resistividad de la roca y la del líquido en sus poros se relacionan mediante el parámetro conocido como factor de formación, el cual es una medida que tiene en cuenta la contribución del fluido en los poros a la conductividad general de la roca, definido como $F = \frac{r}{r_F}$. Con esto, podemos obtener la Ecuación 3.9:

$$Se^n = \frac{\tau}{F \cdot \epsilon^m} \quad (3.9)$$

Esta expresión es la que, posteriormente, aportará para la obtención del grado de saturación en distintos puntos del lecho de lixiviación.

TEV involucra insertar un arreglo de electrodos en un lecho e inyectar una corriente eléctrica en el lecho. A partir de la medición de las diferencias de voltaje y corriente en pares de electrodos, la resistividad del suelo es calculada. Existen distintos arreglos de electrodos para su uso en ERT. La Figura 3 representa el arreglo Wenner, el cual se caracteriza por utilizar cuatro electrodos equidistantes entre sí. La resistividad es medida en el punto medio de los cuatro electrodos involucrados en la medición, a una profundidad d equivalente a la distancia entre electrodos. En el caso de una columna, es posible utilizar una serie de electrodos en un arreglo vertical, siguiendo la altura de la columna, para estimar la resistividad en secciones verticales del lecho. La resistividad con el arreglo Wenner es calculado utilizando la Ecuación 3.10:

$$r = 2\pi d \left(\frac{V}{I} \right) \quad (3.10)$$

3. METODOLOGÍA

La metodología empleada en este estudio se enfoca en tres fases principales: la primera fase involucra la resolución en simulación matemática del sistema supervisor utilizando NMPC presentado en trabajos anteriores. En la segunda fase, se desarrolla el diseño y construcción de la sensorización pertinente en una columna de lixiviación a escala laboratorio, para posteriormente en la tercera fase realizar una propuesta de implementación experimental, en donde se mostrarán resultados preliminares, modificaciones a realizar tanto al algoritmo como al diseño experimental, de tal forma de lograr una integración exitosa de ambas aristas de la investigación, forjando el camino para futuros ensayos de lixiviación con sistemas supervisores.

3.1. Fase 1: Sistema supervisor mediante NMPC

De acuerdo con Olivares et al. (2025), la primera etapa de la investigación se enfoca en el desarrollo de un NMPC como un sistema supervisor local para una columna de lixiviación, utilizando la ecuación de Richards como base para la modelación fluidodinámica de la solución lixivante a través del lecho de lixiviación. Si bien, la finalidad del consorcio de estudios es lograr la optimización de una pila de lixiviación, utilizando un sistema de control coordinado que integra varios sub-controladores, los cuales están definidos como volúmenes de control idénticos en forma de columna, por los cuales se hará la división de la pila para facilitar el estudio y control del fenómeno de lixiviación en la pila completa, en este trabajo nos centraremos en la aplicación del sistema supervisor local para un solo volumen de control, de tal forma de poder proponer las modificaciones pertinentes del algoritmo para adaptarlo a una columna de lixiviación de 1 metro de altura y 15 centímetros de diámetro.

La estrategia de control se muestra en la Figura 4, el cual consiste en dos módulos que operan secuencialmente en cada intervalo de control: primero, una identificación de parámetros para la actualización del modelo y segundo, una optimización para determinar la tasa de riego requerida. En el lado izquierdo de la figura se representa una pila de lixiviación con dos volúmenes de control en forma de columna, cada uno con una altura H , equipadas con sus respectivos sistemas de riego, flujómetros, válvulas y controladores de flujo, junto con transmisores de humedad de forma axial. En la base de la columna, se mide el efluente Q_k en intervalos de tiempo específicos. En el lado derecho de la misma figura, se presenta el proceso secuencial del NMPC, en el cual nos centraremos en este trabajo. A continuación, se detallan ambos módulos presentes en el NMPC:

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

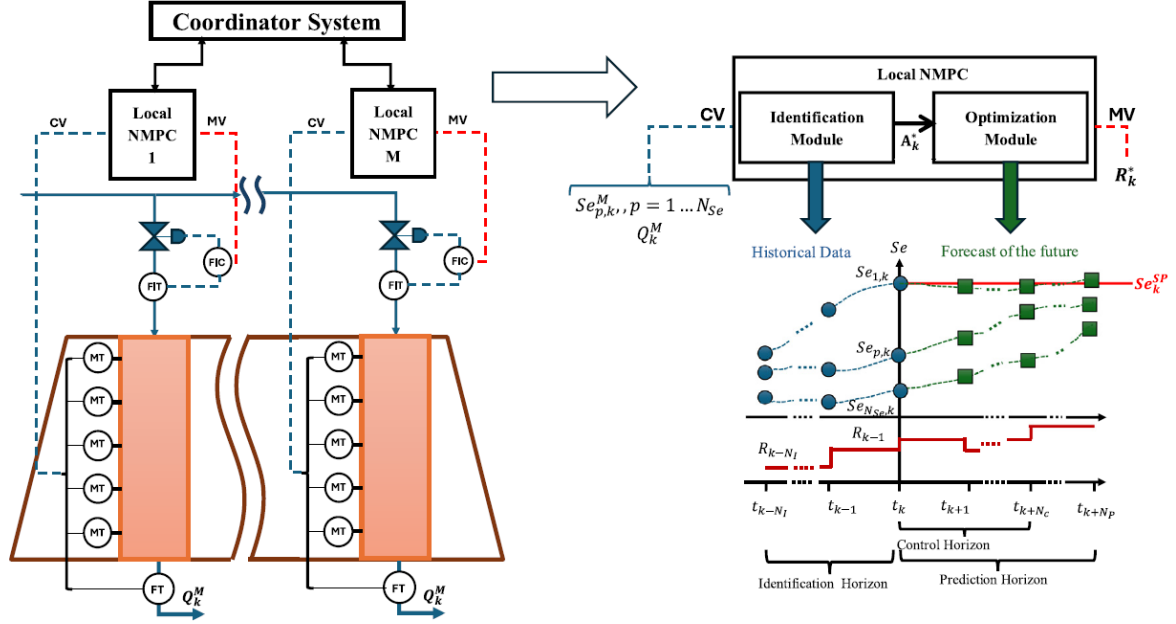


Figura 4: A la izquierda el diagrama de la estrategia de control propuesta para cada columna, usando un sistema coordinador. Las mediciones son la humedad en distintos puntos axiales y el flujo de salida. La variable de control (CV) es la dispersión axial de la humedad, la variable manipulada (MV) es la tasa de riego. A la derecha un diagrama simplificado de la estrategia de resolución del problema de optimización aplicado a una columna de lixiviación, en donde se usan datos históricos para modificar la tasa de riego para alcanzar el grado de saturación objetivo (Olivares et al. 2025).

3.1.1. Identificación de parámetros

Esta sección se encarga de ajustar el modelo usado en el proceso de optimización para que represente de mejor forma la respuesta del sistema a los cambios de la tasa de riego, identificando los parámetros en el modelo predictivo de la columna. Para lograr esto, se utiliza información histórica de la dispersión axial del grado de saturación, las tasas de riego aplicadas y el efluente medido en los intervalos de control anteriores. Asumiendo que en el instante actual k , el grado de saturación Se es medido en los puntos espaciales N_{Se} distribuidos axialmente en el volumen de control ($Se_{p,k}^M, p = 1, \dots, N_{Se}$), la tasa de efluente Q_{k-q}^M y la tasa de riego aplicada R_{k-q} en los intervalos de tiempo pasados $q = 1, \dots, N_I$, donde N_I representa la duración del estimador de horizonte móvil para el cual la información histórica está disponible. La actualización del modelo predictivo es resuelto como un problema de optimización descrito en la Ecuación (4.1). Desde ahora en adelante, el superíndice M denota que la variable puede ser medida o estimada desde el proceso.

$$\min_{\mathbf{A}_k} \sum_{q=0}^{N_I-1} \left[\sum_{p=1}^{N_{Se}} \left(\frac{Se_{p,k-q}^M - Se_{p,k-q}}{Se_{p,k-q}^M} \right)^2 + \left(\frac{Q_{k-q}^M - Q_{k-q}}{Q_{k-q}^M} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

s. t.:

$$\mathbf{f}(\mathbf{Se}_k, \dots, \mathbf{Se}_{k-N_I}, Q_{k-1}, \dots, Q_{k-N_I}, R_{k-1}, \dots, R_{k-N_I}, \mathbf{A}_k) = 0$$

$$\mathbf{Se}_{k-N_I} = \mathbf{Se}_{k-N_I}^M$$

$$\mathbf{Se}_{k-q} := [Se_{1,k-q}, \dots, Se_{N_{Se},k-q}]^T, \quad q = 1, \dots, N_I$$

$Se_{p,k-q}^M$ representa el valor de Se medido en la posición z_p axial en la columna en el instante de tiempo t_{k-q} , y $Se_{p,k-q}$ es el valor de Se calculado por el modelo disponible en la misma posición y tiempo. R_{k-q} corresponde a la tasa de riego aplicada durante el intervalo de tiempo $[t_{k-q-1}, t_{k-q}]$, $\mathbf{A}_k$ es la forma matricial del conjunto de parámetros de ajuste, y $\mathbf{f}$ representa el modelo fenomenológico usado para representar el proceso.

3.1.2. Optimización de tasa de riego

Esta sección resuelve el problema de la Ecuación (4.2) usando los parámetros actualizados $\mathbf{A}_k^*$, para un Se_k^{SP} específico (definido como el grado de saturación objetivo a un instante k , el cual es un grado de libertad del sistema), para calcular la trayectoria óptima de la tasa de riego $\mathbf{R}_k^*$ que será implementada en el proceso dentro del horizonte de control N_C , apuntando a alcanzar el grado de saturación deseado en el menor tiempo posible, mientras se mantiene su homogeneidad a lo largo de la columna, considerando un horizonte de predicción $N_P > N_C$. En concordancia con el paradigma de un NMPC con una estrategia de horizonte móvil, el valor de $\mathbf{R}_k^*$ es aplicado al proceso durante el instante de tiempo actual $[t_k, t_{k+1}]$. Una vez que $t = t_{k+1}$, el instante de tiempo es actualizado, y el módulo de identificación de parámetros es resuelto.

$$\min_{\mathbf{R}_k} \sum_{q=1}^{N_P} \sum_{p=1}^{N_{Se}} (Se_{p,k+q} - Se_k^{SP})^2 \quad (4.2)$$

s. t.:

$$\mathbf{f}(\mathbf{Se}_k, \dots, \mathbf{Se}_{k+N_P}, Q_{k-1}, \dots, Q_{k-N_P}, R_k, \dots, R_{k+N_P-1}, \mathbf{A}_k^*) = 0$$

$$\mathbf{Se}_k = \mathbf{Se}_k^M$$

$$\mathbf{R}_k := [R_k, R_{k+1}, \dots, R_{k+N_C-1}, R_{k+N_C}, \dots, R_{k+N_P-1}]^T$$

$$R_{k+q} = R_{k+q-1}, \quad q = N_C, \dots, N_P - 1$$

Para resolver la Ecuación (4.2), el valor actual de $\mathbf{Se}_k^M$ debe ser medido. Si no existen resultados disponibles en tiempo real, este valor puede ser estimado integrando el modelo identificado $\mathbf{f}$ con parámetros $\mathbf{A}_k^*$ desde t_0 hasta t_k , partiendo desde $\mathbf{Se}_0^M$, el cual puede ser asumido como conocido, debido a que es el grado de saturación de la lixiviación después del proceso de curado.

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

El sistema será modelado utilizando la Ecuación de Richards en su forma adimensional, junto con el modelo exponencial de Gardner para la definición de la curva de retención. Además, el modelo será discretizado utilizando el método de colocación ortogonal (Rice & Do, 2012) en elementos finitos espacio-temporales. De esta forma, se creará un problema de programación no lineal (NLP) que será resuelto en un contexto de optimización dinámica simultánea, utilizando diferenciación automática para estimar las derivadas necesarias (Jie et al., 2023). El modelo discretizado con sus respectivas condiciones de borde e inicial se exponen en las Ec. (4.3) – (4.7). El detalle del desarrollo matemático se encuentra en Olivares et al. (2025) y la asociación de los términos en la Figura 5

Modelo central:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{C} \frac{(\Delta z^m)^2}{\Delta t} \sum_{k=1}^{N_\tau+1} a_{jk}^T Se_{ik}^{m,n} \\
 &= [Se_{ij}^{m,n}]^{\beta-1} \sum_{k=1}^{N_\xi+2} b_{ik}^\xi Se_{kj}^{m,n} + \sum_{k=1}^{N_\xi+2} a_{ik}^\xi [Se_{ij}^{m,n}]^{\beta-1} \sum_{k=1}^{N_\xi+2} a_{ik}^\xi Se_{kj}^{m,n} \\
 & - \frac{\alpha}{\beta} \Delta z^m \sum_{k=1}^{N_\xi+2} a_{ik}^\xi [Se_{ij}^{m,n}]^\beta \\
 & \quad \forall i = 2, \dots, N_\xi + 1, \quad j = 2, \dots, N_\tau + 1
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Condiciones iniciales:

$$Se_{i1}^{m,n} = Se_{i, inicial}^{m,n}, \quad \forall n = 1, \quad m = 1, \dots, N_z, \quad i = 1, \dots, N_\xi + 2 \tag{4.4}$$

$$Se_{i1}^{m,n} = \sum_{j=1}^{N_\tau+1} l_j^T (\tau^{n-1} = 1) Se_{ij}^{m,n-1}; \quad \forall n = 2, \dots, N_t, \quad m = 1, \dots, N_z, \quad i = 1, \dots, N_\xi + 2 \tag{4.5}$$

Condiciones de borde:

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{\beta}{\alpha \Delta z^m} \right) [Se_{1j}^{m,n}]^{\beta-1} \left[\sum_{k=1}^{N_\xi+2} a_{k1}^\xi Se_{kj}^{m,n} \right] + [Se_{1j}^{m,n}]^\beta - \frac{R^n}{K_S} = 0 \\
 & \quad \forall n = 1, \dots, N_t, \quad m = 1, \quad j = 2, \dots, N_\tau + 1
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{N_\xi+2} a_{k1}^\xi Se_{kj}^{m,n} = \sum_{k=1}^{N_\xi+2} a_{k, (N_\xi+2)}^\xi Se_{kj}^{(m-1,n)} \\
 & \quad \forall n = 1, \dots, N_t, \quad m = 2, \dots, N_z, \quad j = 2, \dots, N_\tau + 1
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

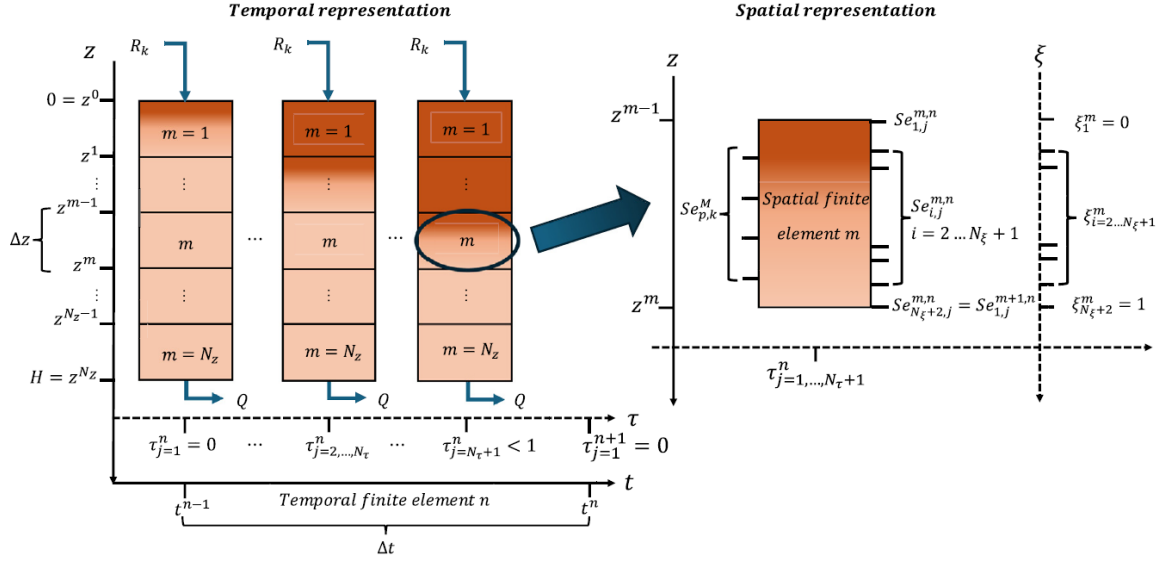


Figura 5: Representación gráfica de la discretización espacial dentro de la columna de lixiviación usando N_z elementos finitos evaluados en el elemento finito temporal $n \in [1, N_t]$. (Olivares, et al. 2025)

3.2. Fase 2: Diseño y construcción del sensor de grado de saturación

De acuerdo con Sandoval (2024), esta fase del estudio se centra en la sensorización de una columna de lixiviación a escala laboratorio, siguiendo las técnicas explicadas en la sección 3.6. Además, se reorganizará la metodología de calibración de la ley de Archie, de tal forma de mejorar lo expuesto en el primer prototipo. Finalmente, se presentarán resultados de la primera lixiviación a lazo abierto con los sensores implementados.

3.2.1. Sensorización de la columna

La columna a utilizar posee 0,76 m de altura efectiva y 15,2 cm de diámetro, siendo capaz de albergar un total de ocho medidas de humedad en distintas secciones axiales de la columna. El sistema fue diseñado utilizando un PLC con módulos de entrada y salida, junto con módulos de relé, los cuales son los encargados de realizar la conmutación de los electrodos a utilizar, de tal forma de poder realizar 8 medidas axiales en la columna, con un total de 11 electrodos. La metodología para realizar esto considera la conexión ordenada y estructurada de 32 salidas de relé hacia distintos electrodos, de tal forma de permitir la conmutación de las conexiones. El diagrama de conexiones se presenta en la Figura 6:

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

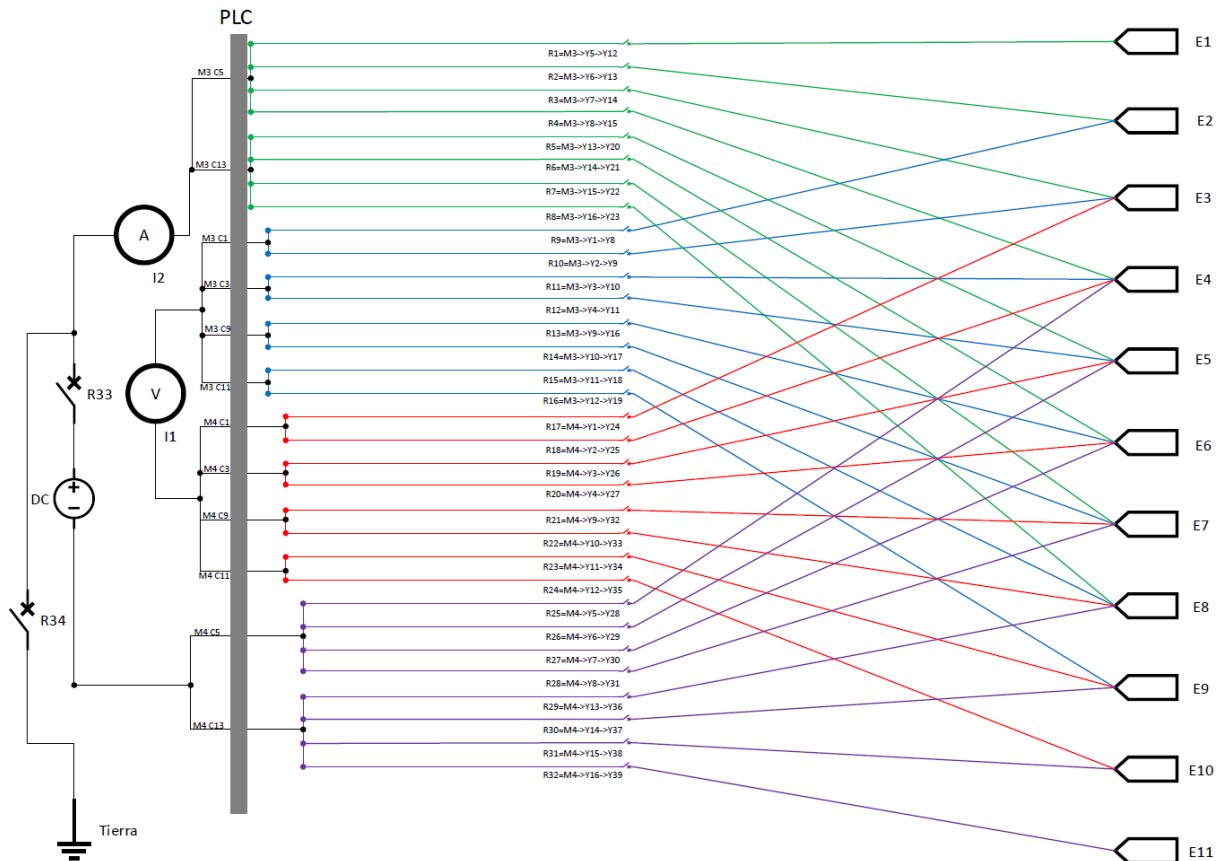


Figura 6: Diagrama de conexiones para cada electrodo y sus respectivos cables.

La lógica de conmutación es la siguiente: Para realizar la primera medición, se necesita la conexión de los primeros cuatro electrodos (E1, E2, E3, E4), y la medición será realizada en el medio de los cuatro electrodos, a una profundidad equivalente a la distancia entre ellos. Según el arreglo Wenner, por los electrodos exteriores (E1 y E4) circulará la corriente utilizando una fuente de poder, conectada en serie con un amperímetro. Por los electrodos internos (E2 y E3) se medirá voltaje en paralelo. Con esto, se obtendrá la resistencia, luego resistividad y finalmente el grado de saturación. Para realizar la siguiente medida, es necesario desconectar los cuatro electrodos utilizados, y conectar cuatro electrodos con uno de desfase hacia abajo (E2, E3, E4 y E5) a los respectivos terminales de corriente y voltaje, para luego repetir el proceso anterior y hacer el desplazamiento de las conexiones a electrodos hasta realizar las 8 mediciones. Cabe destacar que, de tal forma de garantizar la exactitud de las mediciones y eliminar el ruido que pueda existir en ellas, cada medición se realiza 30 veces, se truncan las primeras y últimas 3 mediciones, las restantes se promedian y con eso se realizan los cálculos posteriores. Además, el circuito es abierto y conectado a tierra posterior a estas 30 mediciones, para liberar cualquier carga residual.

De tal forma de garantizar la redundancia en mediciones, y para corroborar la veracidad de las mediciones de grado de saturación obtenidas, se añaden celdas de carga que miden la masa de la solución de salida. Dado que el grado de saturación puede ser transformado a porcentaje de poros llenos, luego se puede obtener la masa de la solución presente

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

internamente en cada instante de la columna, y esto se puede comparar con un balance de materia, utilizando la solución de entrada y la masa de la solución de salida.

3.2.2. Calibración de parámetros geoelectricos de la Ley de Archie.

De tal forma de ser capaces de obtener mediciones precisas, el sensor debe ser calibrado con un procedimiento experimental, que consiste en cuatro baldes de 4,5 L, con un diámetro de 16 cm. Cada uno de estos baldes se llenan con 3,2 kg de mineral de cobre, previamente aglomerado y curado dentro de los mismos baldes, con cuatro electrodos insertos al momento del curado, equiespaciados por 4 cm.

Luego de obtener la porosidad del mineral curado, el cual se determina con el volumen ocupado de cada balde por el mineral, junto con su masa, se debe asumir que llenar todos los poros con la solución lixivante constituirá un lecho 100% saturado, y con dicho valor en mL, cada balde se rocía de forma homogénea para alcanzar un 5% de grado de saturación. Luego, los primeros cuatro cables del sensor son conectados a los cuatro electrodos en el primer balde para medir resistividad en triplicado para 8, 13, 18 y 23 V de la fuente de poder. Si el sensor no es capaz de medir resistividad, se agrega otro 5% de grado de saturación. Este punto será nombrado como el “mínimo de detección”. Desde este punto, se realizarán mediciones con 40%, 60%, 80% y 90% de grado de saturación. Luego, se repetirán mediciones en pasos de 2%, hasta que la diferencia promedio de la resistividad entre un grado de saturación y su medición previa sea de menos de un 5%. En este punto, el 100% de grado de saturación es corregido, junto con la porosidad real del lecho. Todos estos pasos deben ser repetidos para los cuatro baldes.

Utilizando un conductivímetro, se mide la conductividad eléctrica de la solución lixivante, para su posterior transformación a resistividad y uso en la ley de Archie.

Una vez todos los datos son obtenidos, la calibración es realizada utilizando la linealización representada en la Ecuación 4.8:

$$\log\left(\frac{F}{\tau}\right) = -b \cdot \log(S_e) - a \cdot \log(\epsilon) \quad (4.8)$$

Donde el factor de formación es definido como $F = r/r_F$.

3.2.3. Validación de las mediciones en una columna de lixiviación sensorizada

Se realizó una lixiviación de 20 días para validar la integral de los valores obtenidos por el sensor de grado de saturación, usando las celdas de carga montadas para medir la masa del PLS efluente y la acumulación de la columna, de tal forma de cerrar los grados de libertad del balance de masa dinámico de la columna. Una vez al día, se extrayeron

muestras de PLS para su posterior análisis de la concentración de cobre, conductividad y densidad.

3.3. Fase 3: Integración del sistema supervisor con la columna sensorizada

Dado que ambos pasos anteriores se realizaron de forma independiente, se requieren realizar ciertas modificaciones a ambos, además de determinar pasos y procedimientos que garanticen la correcta adecuación del sistema supervisor al montaje experimental de la columna sensorizada. Se propondrán modificaciones para el sistema experimental, en base a los resultados obtenidos en la Fase 2, junto con los potenciales errores que se pueden encontrar una vez se necesite realizar la puesta a punto del controlador predictivo integrado a la columna sensorizada. Se presenta el diagrama P&ID del sistema propuesto en la Figura 7:

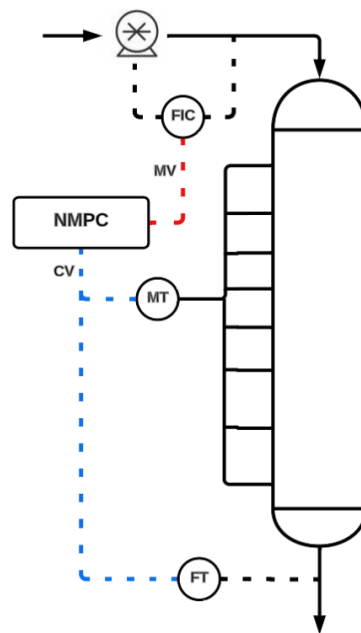


Figura 7: Diagrama P&ID de la columna de lixiviación sensorizada.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Fase 1

Los pasos de la implementación del NMPC son presentados en la Figura 8. Como la lixiviación es un proceso transiente, se espera que no exista suficiente información en el inicio de la operación para ejecutar el módulo de identificación. Se concurre a un módulo de iniciación para partir con la operación, y cuando exista suficiente información en tiempo real del proceso, se realiza el módulo de identificación y optimización en cada tiempo de muestreo.

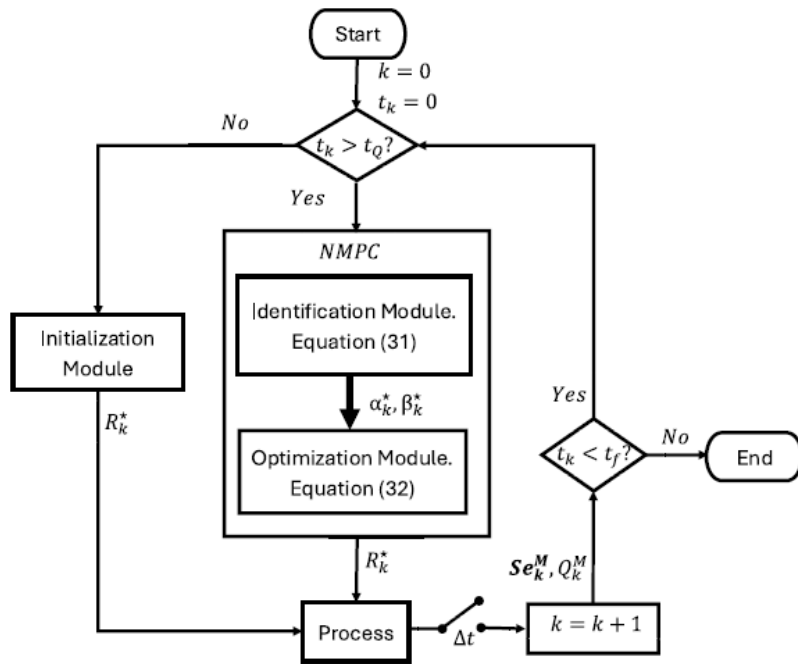


Figura 8: Diagrama de flujo de la estrategia de resolución aplicada al problema de optimización en una columna de lixiviación. (Olivares, et al. 2025)

- **Iniciación:** Se deben estimar parámetros que representan el sistema real. Una práctica ampliamente usada es realizar experimentos de lixiviación columnas antes de iniciar la operación de la pila, que tienen como objetivo principal es estimar la recuperación para un mineral en particular. Si el diseño experimental es implementado con un sensor basado en TEV, conectado a un dispositivo de adquisición de datos que obtenga la evolución temporal de la dispersión axial de la humedad, junto con la entrada de solución y el efluente de la columna (como se verá en la Fase 2), se puede realizar una lixiviación sensorizada a lazo abierto, de tal forma de utilizar dichos datos para la obtención de α_0^* y β_0^* utilizando la Ecuación (5.1). Luego de esto, se puede obtener una política de tasa de riego óptima inicial, utilizando los parámetros estimados.
- **NMPC:** En cada intervalo de muestro $t_k > t_Q$, el módulo NMPC es ejecutado,

actualizando el modelo y estimando la trayectoria óptima para la tasa de riego de forma secuencial.

- **Supuestos:** Los cambios espaciotemporales de los parámetros hidrodinámicos del mineral deben ser tomados en cuenta dentro del problema de optimización formulado en el módulo de identificación. La ejecución recurrente del módulo de identificación se realiza para obtener y mitigar los cambios en los parámetros del modelo de Gardner. El efecto del agente lixivante sobre el lecho no se evaluó en este trabajo.

4.1.1. Módulo de identificación

Se expone en la Ecuación (5.1), en donde para un instante k , donde las variables temporales adimensionales τ^n son definidas respecto a los intervalos de tiempo del módulo $t \in [t_{k-N_I}, t_k]$.

$$\min_{(se_{i,j}^{m,n}, \alpha^{m,n}, \beta^{m,n})} \Omega_{Id} := \sum_{q=1}^{N_I} \left[\gamma_Q \left(\frac{Q_{k-q}^M - Q_{k-q}}{Q_{k-q}^M} \right)^2 + \sum_{p=1}^{N_{Se}} \gamma_{Se} \left(\frac{Se_{p,k-q}^M - Se_{p,k-q}}{S_{p,k-q}^M} \right)^2 \right] \quad (5.1)$$

s. t. : Ecuaciones (4.3) a (4.7)

Nótese que, los aportes de γ_Q y γ_{Se} representan los factores de peso o importancia referentes al caudal de salida y al grado de saturación, respectivamente. Éstos dependen de la precisión de los sensores correspondientes.

4.1.2. Módulo de optimización

El problema de optimización para controlar la dispersión axial del grado de saturación se presenta en la Ecuación (5.2). La variable manipulada corresponde a la trayectoria dinámica de la tasa de riego, la cual es discretizada utilizando el método *piecewise-constant*, en donde un valor estimado se mantiene constante por cada intervalo de muestreo, coincidente con cada elemento finito temporal.

$$\min_{(se_{i,j}^{m,n}, R^n)} \Omega_{Opt} := \sum_{n=1}^{N_P} \sum_{j=1}^{N_{\tau}+1} \left[\sum_{m=1}^{N_Z} \sum_{i=1}^{N_{\xi}+2} (se_{i,j}^{m,n} - se_k^{SP})^2 \right] \quad (5.2)$$

s. t. : Ecuaciones (4.3) a (4.7), actualizadas con α^ y β^**

El objetivo de este módulo es minimizar la diferencia entre el grado de saturación del lecho, con respecto a un grado de saturación referencia se_k^{SP} . Esta ecuación puede ser interpretada de dos formas distintas por las cuales se puede mejorar la eficiencia del proceso en términos metalúrgicos. Minimizar el término dentro de los corchetes es equivalente a aumentar el grado de homogeneidad dentro del lecho, lo que sigue con la hipótesis de mejorar la recuperación de cobre en base a la maximización del contacto

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

entre fases (Guzman & Flaherty, 2006; Larrabure et al., 2024). Minimizar el término que incluye las cuatro sumatorias se relaciona con maximizar el tiempo en donde el proceso está operando bajo condiciones homogéneas de humedad. Además, existe la posibilidad de mejorar la recuperación de cobre, si se conecta una capa superior de optimización, que permita encontrar el valor de Se_k^{SP} , usando modelos que permitan predecir la recuperación, lo cual también puede ayudar a reducir el uso hídrico del proceso.

Las principales diferencias de esta parte del estudio, con respecto a la propuesta anterior, radica principalmente en la adición de elementos finitos en el espacio, junto con incluir el factor de peso o importancia del grado de saturación.

Los resultados de estas modificaciones fueron implementados en simulación computacional, utilizando los datos de simulación expuestos por Cariaga et al. (2015) que se manifiestan en la Tabla 1:

Tabla 1: Parámetros de simulación para lixiviación en pilas. Obtenido de Cariaga et al. (2015)

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Tiempo total	T	44	día
Altura	H	550	cm
Área	A	308	m ²
Humedad inicial	$\theta_{inicial}$	0,14	cm ³ / cm ³
Humedad de saturación	θ_s	0,33	cm ³ / cm ³
Humedad residual	θ_r	0	cm ³ / cm ³
Conductividad hidráulica de saturación	K_s	170	cm ³ / día
Parámetro de vG	α	0,035	1/cm
Parámetro de vG	n	2,267	-

Dado que se necesitan datos experimentales para el cálculo de parámetros en el módulo de iniciación, se utilizan estos datos, que son extraídos de una operación de lixiviación de cobre en Tranque Barahona, Chile. También se utilizan los datos de la Tabla 1 para realizar una simulación del proceso en cada instante de muestreo, de tal forma de obtener los valores reales de grado de saturación, efluente y parámetros en el volumen de control de la pila mediante simulación.

Se analizan dos escenarios para discernir acerca del rendimiento del NMPC y el efecto en incluir mediciones de humedad en la estrategia de control: El primer escenario considera que sólo existen mediciones del efluente para estimar parámetros, mientras que en el segundo escenario se considera que existen mediciones del efluente y la dispersión axial del grado de saturación. Para cada escenario, se probaron dos casos: $Se^{SP} = 0,8$ y $Se^{SP} = 0,7$. En el módulo de iniciación se obtuvieron los parámetros iniciales $\alpha_0^* = 4$ y $\beta_0^* = 16$, utilizando los datos experimentales de Cariaga et al. (2015), en donde sólo los datos del efluente del lecho están disponibles. Para el NMPC se definieron dos elementos finitos en

el espacio con dos puntos de colocación interiores cada uno, mientras que los elementos finitos en el tiempo coinciden con el tiempo de muestreo de un día, con tres puntos de colocaciones interiores en cada uno. Los problemas de optimización fueron resueltos en MATLAB, utilizando el complemento CasADi (Andersson et al., 2019), que permite modelar y resolver problemas de optimización que incluyan ecuaciones diferenciales algebraicas, obteniendo derivadas con algoritmos de diferenciación automática.

4.1.3. Escenario 1

Se presentan ambos casos en la Figura 9. Se Considera que los factores de peso son $\gamma_Q = 1$ y $\gamma_{Se} = 0$. Se puede evidenciar que la humedad aumenta a medida que aumenta la tasa de riego, empezando a notarse desde la parte superior del volumen de control, lo cual es esperable. El módulo de iniciación está activo hasta el día 11 en ambos casos, en donde el sistema detecta efluente medido y el NMPC inicia la actualización del modelo y la trayectoria óptima de la variable manipulada. Para $Se^{SP} = 0,8$ la identificación de parámetros converge a valores de $\alpha_{\infty}^* = 0,79$ y $\beta_{\infty}^* = 7$ en el día 15. Con esto, la trayectoria óptima de riego se mantiene constante desde ese día en adelante, con un grado de saturación constante y homogéneo de 0,85, lo que es una operación subóptima con un offset constante de 6,25% con respecto al setpoint. Para $Se^{SP} = 0,7$ no se obtienen parámetros constantes, con una convergencia oscilatoria alrededor de $\alpha_{\infty}^* = 0,35 \pm 0,01$ y $\beta_{\infty}^* = 7,28 \pm 0,02$ desde el día 14 en adelante. En consecuencia, la tasa de riego osciló hasta el final de la simulación, desencadenando en un lecho heterogéneo con un grado de saturación promedio de 0,75, siendo una operación subóptima con un offset del 7% respecto del setpoint.

Para ambos casos existe una discrepancia de 1 orden de magnitud entre α_0^* y α_{∞}^* . Este parámetro representa el inverso de la succión de aire de entrada, es decir, la facilidad con la que el agua entra o sale del lecho. A mayor α , mejor drenado, y por consecuencia, requiere un mayor riego para mantener un determinado grado de saturación. Con esto, se deduce que el módulo de iniciación sobreestima la tasa de riego, produciendo un overshoot. Además, existe un sesgo de 30 m³/día en ambos casos con respecto al flujo de salida predicho y el real. Esto significa que el NMPC asume que la retención de líquido y los valores del grado de saturación son menores que sus valores reales. Para compensar esto, una tasa de riego mayor es aplicada para mantener un grado de saturación estable, lo que lleva a una operación subóptima. También es importante destacar que el NMPC se demora 4 días en converger a los parámetros finales en ambos casos. Roberts & Williams, (1981) exponen que la incerteza estructural puede provocar un modelo inapropiado, lo que implica que ningún set de parámetros puede ser determinado usando un set de mediciones para identificar el óptimo de un proceso incierto usando un modelo iterativo. Como ambos casos tienen diferencias en los parámetros identificados, offset positivo en la evolución temporal del efluente y una infraestimación del grado de saturación, se pueden atribuir dichas discrepancias a una incerteza estructural.

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

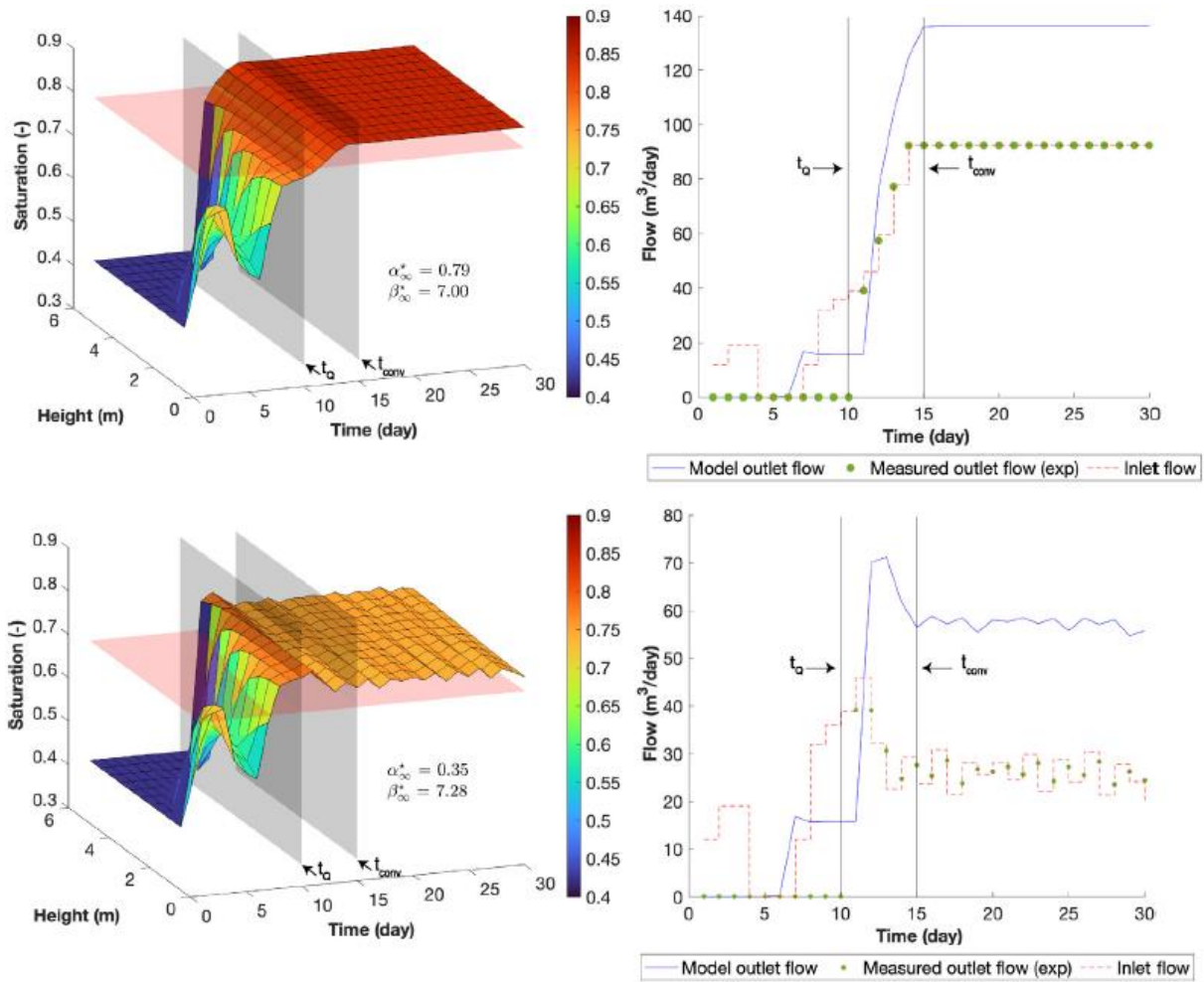


Figura 9: Evolución del grado de saturación dentro de una columna de lixiviación de 5,5 m de altura, utilizando el efluente como retroalimentación del proceso, en un período de simulación de 30 días con tasas de riego variables. La sección superior corresponde al caso de $Se^{SP} = 0,8$ mientras que la inferior al caso de $Se^{SP} = 0,7$.

4.1.4. Escenario 2

Para este escenario, los factores de peso se definen como $\gamma_Q = 0,7$ y $\gamma_{Se} = 0,3$. Los resultados se presentan en la Figura 10. Tal como en el Escenario 1, el módulo de iniciación se aplica hasta el día 11. Para ambos casos de estudio el módulo de identificación converge en un solo día a los mismos parámetros $\alpha_{\infty}^* = 0,44$ y $\beta_{\infty}^* = 10,49$. Desde el día 11 el NMPC corrige iterativamente la sobreestimación inicial del drenado de líquido del lecho, actualizando la trayectoria óptima de riego hasta obtener una operación óptima. Para el caso de $Se^{SP} = 0,8$ el NMPC provoca una disminución en la pendiente del grado de saturación hasta el día 14, en donde el proceso traspasa levemente el setpoint para ubicarse constante posteriormente hasta el final de la simulación. Para el caso $Se_{SP} = 0,7$ se provoca un cambio de la tasa de riego a la baja, debido que al momento que el NMPC empieza a actuar, el grado de saturación se encuentra sobre el setpoint. Esto dura hasta el día 20, en donde el grado de saturación se estabiliza hasta el final del experimento.

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

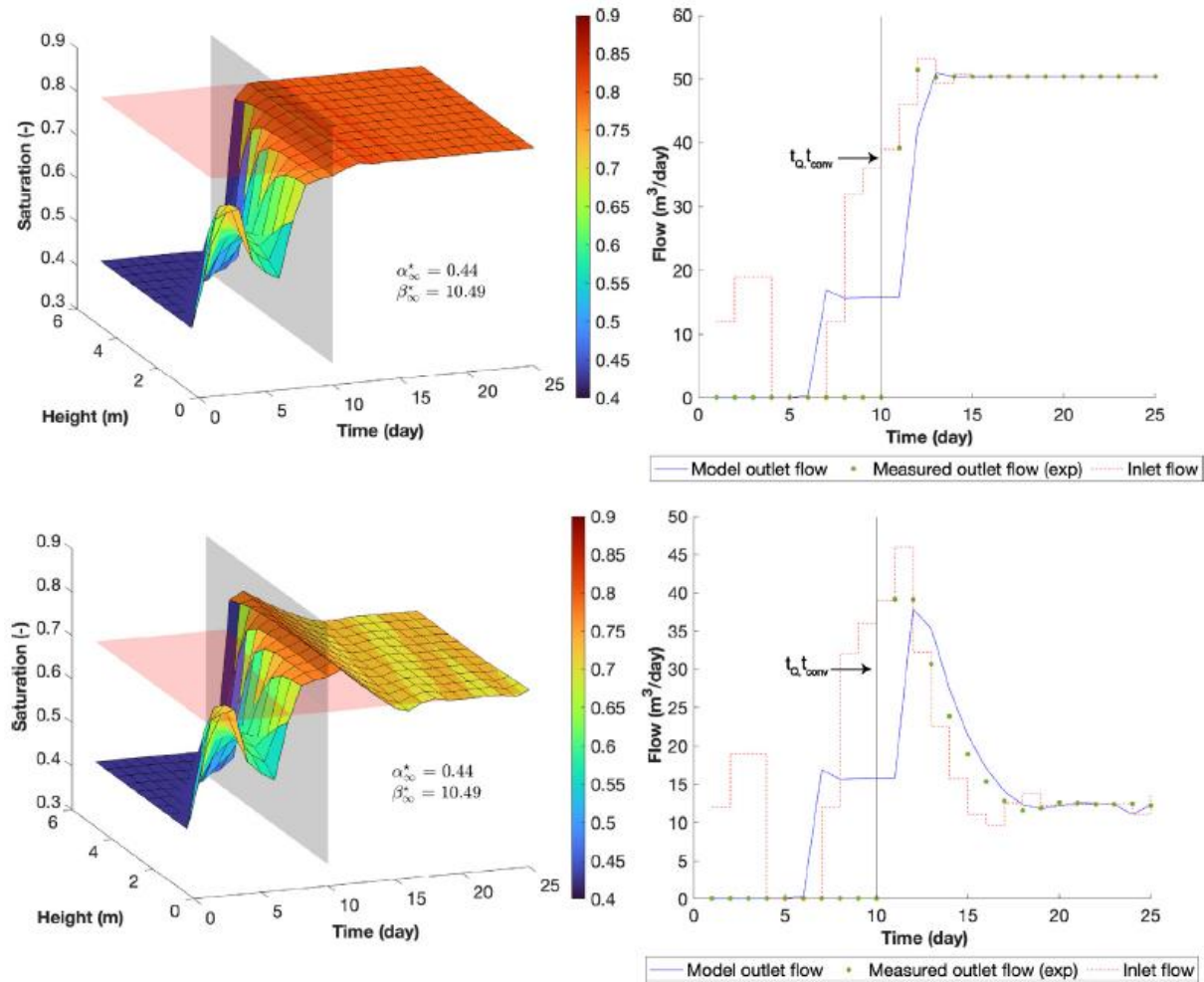


Figura 10: Evolución del grado de saturación dentro de una columna de lixiviación de 5,5 m de altura, utilizando el efluente y la humedad axial como retroalimentación del proceso, en un período de simulación de 30 días con tasas de riego variables. La sección superior corresponde al caso de $Se^{SP} = 0,8$ mientras que la inferior al caso de $Se^{SP} = 0,7$.

Se exponen los tiempos de cómputo para ambos casos en la Tabla 2. Se puede notar que, el tiempo de cálculo para el módulo de identificación es, en promedio, dos órdenes de magnitud mayor que el módulo de optimización, principalmente por el mayor número de variables involucradas.

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

Tabla 2: Resumen de los tiempos de cálculo en segundos para escenarios 1 y 2, y sus diferencias, utilizando procesador AMD Ryzen 7 3750H con gráficos Radeon Vega Mobile Gfx 2.30 GHz con 8 GB RAM.

Caso de estudio	$Se^{SP} = 0,7$			$Se^{SP} = 0,8$		
Escenario	1	2	Diferencia	1	2	Diferencia
Módulo de identificación						
Promedio	1,398	3,454	147%	1,775	2,766	56%
Desv. Est.	0,969	1,541	59%	1,041	0,883	-15%
Módulo de optimización						
Promedio	0,063	0,066	5%	0,072	0,095	32%
Desv. Est.	0,022	0,029	31%	0,024	0,029	20%

Si bien el tamaño del problema se mantiene constante en ambos escenarios, el aumento en los tiempos se debe que en el escenario 2 se consideran valores de grado de saturación, los cuales aumentan la complejidad debido a la interpolación requerida para estimar la variable en los puntos de medición. A pesar de esto, se espera que los tiempos de cálculo no sean mayores de 10 segundos, lo cual comparado con la dinámica del proceso que es del orden de días, los resultados indican que es factible implementar un NMPC local desde un punto de cómputo. Además, esto permite que se apliquen distintos sistemas locales con un sistema coordinador en una capa de optimización superior.

Ahora bien, la factibilidad de la aplicabilidad de este sistema local en una pila real depende en una iteración anterior, la cual es el uso de TEV en una columna de lixiviación, de tal forma de realizar la prueba de concepto antes de pasar a su aplicación en una pila de lixiviación completa. Esta prueba de concepto será explicada a continuación.

4.2. Fase 2

En esta sección de la investigación se realizó el desarrollo del sensor de grado de saturación utilizando TEV, para las dimensiones y mediciones especificadas de la columna. Esto se logra utilizando un total de 11 electrodos, con 32 relés que se encargan de conmutar las conexiones de los sensores de voltaje y corriente, junto con la fuente de poder del circuito hacia los electrodos respectivos. La lógica operacional del sensor es la siguiente:

- Conectar cuatro electrodos a los sensores. Los electrodos exteriores se conectan al amperímetro y los interiores al voltímetro.
- Obtener mediciones de voltaje y corriente. Los datos son recolectados en un período configurable
- Desconectar los electrodos y conectarlos a tierra, de tal forma de remover corrientes residuales
- Repetir pasos a) al c) con los electrodos siguientes. Como ejemplo, la primera

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

medición se realiza usando los electrodos 1 al 4, mientras que la segunda medición utiliza los electrodos 2 al 5.

- e) Filtrar las mediciones de corriente y voltaje, truncando las primeras y últimas 3 mediciones. Aplicar la Ecuación (4.8) para estimar la resistividad.
- f) Convertir resistividad a grado de saturación utilizando Ecuación (3.9), la cual se calibra en la etapa siguiente para su exactitud.

Un esquema general del sistema con todos sus componentes es expuesto en la Figura 11. La calibración fue realizada utilizando mineral de cobre oxidado proporcionado por SGS Minerals. Las propiedades del mineral, incluyendo la densidad real, densidad aparente, porosidad, consumo estándar de ácido y otras fueron obtenidas utilizando los métodos descritos por Sandoval (2024), y son resumidos en la Tabla 3.

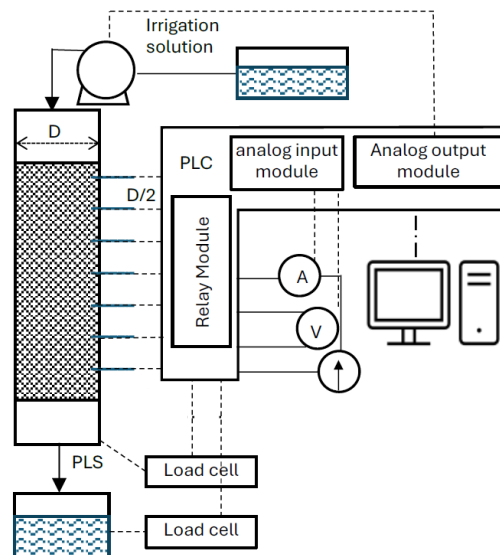


Figura 11: Sistema experimental de una columna de lixiviación sensorizada con TEV.

De acuerdo con la metodología en la sección 4.2.2., los valores experimentales, junto con los valores de calibración son expuestos en la Figura 12.

Tabla 3: Propiedades del mineral de óxidos de cobre proporcionado por SGS Minerals.

Propiedades	Valor	Unidad
Ley de cobre	3,43	%
Densidad real	3,34	g/mL
Densidad aparente	1,75	g/mL
Porosidad	0,477	-
Humedad natural	1,13	%
Humedad de aglomeración	7,28	%
Humedad inicial	3,64	%
Porosidad corregida	0,412	-
Consumo estándar de ácido (CEA)	0,0497	g ácido/g mineral

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

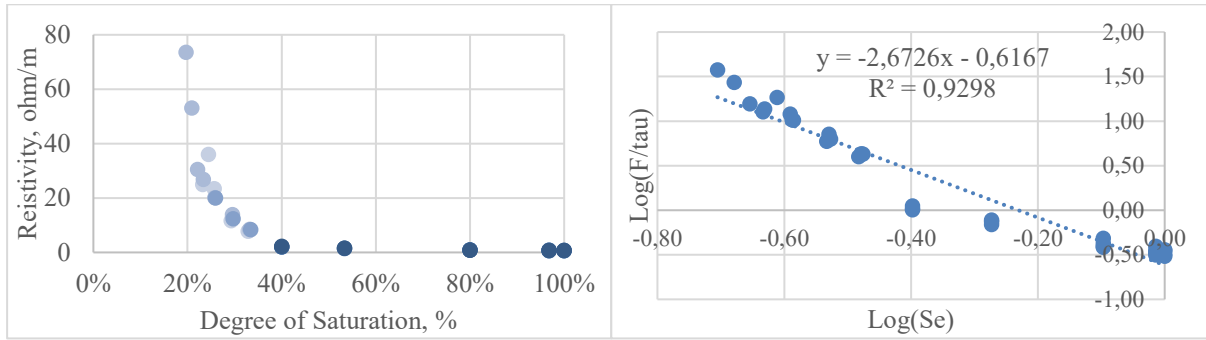


Figura 12: A la izquierda los datos experimentales de la relación entre la resistividad medida y el grado de saturación (ley de Archie), a la derecha la linearización de los datos experimentales de la ley de Archie.

La linearización muestra una bondad de ajuste aceptable para los datos experimentales, y la regresión obtiene valores de $a = 4,534$ y $b = -4,280$, con $r_F = 4970 \mu S/cm$.

Una vez el sensor es calibrado, se ejecuta una lixiviación sensorizada de tal forma de realizar la prueba de concepto del sensor, con una duración total de 20 días. Los datos obtenidos son detallados en la Figura 13. Estas mediciones fueron obtenidas cada 2 horas de lixiviación. Con la información de la porosidad corregida, masa de mineral cargada en la columna, tasa de riego y la celda de carga del PLS, se calcula un balance de masa dinámico, obteniendo la integral del grado de saturación teórico de toda la columna, y posteriormente el error entre el grado de saturación medido y el teórico, utilizando la Ecuación (6):

$$\%Error = \frac{\theta^M - \theta^{BM}}{\theta^M} \quad (6)$$

$$\%Error = \frac{\left(\left(\frac{m}{\rho_{ap}^m} \cdot \phi \cdot \overline{Se^M} \cdot \rho^f \right) - \left(\int_0^t (V_{in} - V_{out}) dt + \theta_{ini}^m \right) \right)}{\left(\frac{m}{\rho_{ap}^m} \cdot \phi \cdot Se^M \cdot \rho^f \right)}$$

Donde m es la masa total del mineral, ρ_{ap}^m es la densidad aparente del mineral, ϕ es la porosidad corregida, $\overline{Se^M}$ es el grado de saturación promedio de todas las mediciones del sensor, ρ^f es la densidad de la solución lixivante, V_{in} es el caudal de entrada, V_{out} el caudal de salida, θ_{ini}^m la masa inicial de humedad en el mineral. Esta ecuación permite encontrar la diferencia porcentual entre la masa de líquido que está dentro de la columna en base a un balance de materia (θ^{BM}) y la masa de líquido que debería estar dentro de la columna en base a la medición del sensor (θ^M).

La humedad inicial del mineral curado en términos de grado de saturación es de un 15%. El sensor en esta prueba de lixiviación es incapaz de medir las condiciones iniciales de la columna, debido a que su mínimo de detección es del 19%, por tanto, todas las mediciones

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

realizadas por el sensor desde el inicio del experimento hasta el día 5 son incorrectas, pero una vez los valores sobrepasan el mínimo de detección de grado de saturación del sensor, los errores son cercanos al $\pm 5\%$. Una vez las mediciones vuelven a bajar del 19%, el error aumenta. Esto puede llevar a valores inexactos por parte del sensor de grado de saturación. A pesar de los errores obtenidos, el error promedio no supera el 16%. Esto ocurre debido a que el sensor construido utiliza una fuente de poder externa para alimentar corriente continua al sistema de electrodos, de tal forma de obtener la resistividad del lecho parcialmente saturado y luego transformarlo a grado de saturación utilizando la ley de Archie. Esta fuente de poder fue programada para un voltaje de salida de 30 V, lo cual fue seleccionado debido a que, a altos valores de grado resistividad, se tiene baja resistividad, resultando en altos valores de corriente medida por el sensor, que podían sobrepasar el máximo de medición del amperímetro del sensor, lo que podría provocar mediciones incorrectas y potencialmente estropear el amperímetro. Es por esto que se decidió por utilizar 30 V en la fuente de poder por aspectos de seguridad e integridad de los sensores de corriente y voltaje que componen el sensor de grado de saturación. Sin embargo, es claro ver que sería necesario un mayor voltaje en la fuente de poder en los inicios de lixiviación para vencer las altas resistividades, y luego de ciertos días un voltaje menor para asegurar la integridad de los sensores.

Esta primera prueba logra comprobar la factibilidad del uso de un sensor de grado de saturación basado en TEV, pero para que la información sea adecuada y cumpla con los requerimientos de la aplicación del NMPC, deben realizarse algunos ajustes que se verán a continuación.

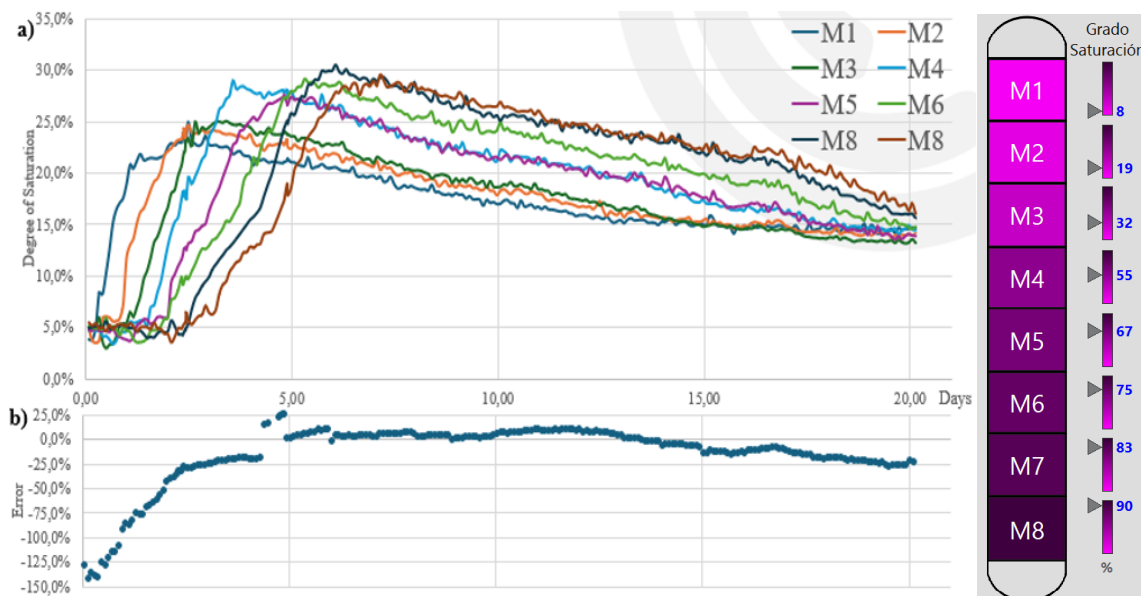


Figura 13: **a)** Mediciones del grado de saturación en ocho secciones de la columna, M1 responde a la medición superior, mientras que M8 la inferior, el resto serían las intermedias de forma consecutiva. **b)** Errores asociados entre el grado de saturación medido y el teórico, comparado con las mediciones de la celda de carga y el cierre del balance de materia de la solución lixivante.

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

se debe a que, la columna utiliza una celda de 50 kg, y los modelos utilizados son conectados mediante un módulo HX711 a una placa de desarrollo Arduino Uno. Éstas celdas al ser de nivel usuario, tienen una precisión cercana al 0,5% de su rango, lo cual es equivalente a 250 g. Dado el alto rango que se necesita para esta celda, debido a que debe soportar el peso del mineral cargado, que dentro de una columna de 1 m es cerca de 33 kg, no es capaz de medir las variaciones en peso, considerando que las tasas de riego rondan los 8 mL/h.

Ahora bien, la aplicación del NMPC requiere ciertos puntos a considerar al momento de integrar el sensor de grado de saturación, así como potenciales problemas que puedan surgir al momento de realizar la puesta a punto del sistema sensorizado con control NMPC. Uno de dichos puntos refiere a la posición axial de las mediciones realizadas por el sensor versus la cantidad de elementos finitos y puntos de colocación espaciales del NMPC. Es importante que los puntos de colocación en el espacio sean los suficientes para que los puntos interiores extremos alcancen a albergar las mediciones extremas del sensor de grado de saturación. Para lograr comparar los valores predichos con los medidos del grado de saturación axial, es necesario realizar una interpolación polinomial de los grados de saturación predichos en los puntos de medición del sensor. Por ejemplo, en la primera versión del NMPC presentada en Araya (2024) se tienen 7 puntos de colocación interiores en el espacio, y para este caso, si se aplicara esta versión en la columna sensorizada construida, sólo serían útiles las mediciones 4, 5 y 6 de las 8 mediciones totales, resultando en mediciones de grado de saturación en los extremos superior e inferior que serían perdidas y no aportarían a mejorar la incerteza estructural del modelo.

En lo que respecta al NMPC, y de acuerdo con Farthing & Ogden (2017), la ecuación de Richards es una de las ecuaciones de las ciencias de la tierra más difíciles de modelar y resolver de forma confiable y precisa, lo cual puede evocar problemas de inestabilidad, principalmente por su comportamiento altamente no lineal en la conductividad hidráulica. Esto puede presentar ciertos desafíos a la hora de que el modelo predictivo ya desarrollado se adapte a distintos tipos de mineral, creando resoluciones subóptimas o directamente infactibles a la hora de optimizar. En caso de que esto ocurra, se puede indagar en desarrollar la forma mixta de la ecuación de Richards, presentado en el mismo estudio. Además, se menciona que es atractivo buscar otras formas de discretización, como utilizar discretización adaptativa en la componente espacial, la cual cumple la función de maximizar la cantidad de puntos discretos en la vecindad cercana al valor de la variable. Lo importante es lograr obtener un modelo que permita mantener una robustez adecuada para adaptarse a distintos casos de lechos y soluciones, y a su vez que cumpla con la parsimoniosidad necesaria para realizar cálculos computacionales sin un tiempo extenso que vuelva infactible su aplicación en tiempo real.

Si bien el NMPC planteado sólo considera el comportamiento fluidodinámico de la solución de riego a través del lecho de lixiviación, el proceso de por sí involucra

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

fenómenos de transferencia de masa, termodinámica y cinética, que para modelarse deben crearse sistemas PDAE acoplados, lo cual requeriría técnicas como CFD para su resolución debido a su complejidad, lo cual aumentaría significativamente el tiempo de cálculo y volvería infactible su implementación a la hora de aplicar problemas de optimización. Considerando que la recuperación en el proceso involucra distintos fenómenos acoplados con distintas escalas de tiempo, una alternativa para la optimización en tiempo real sería separar el problema en dos capas supervisoras. La capa inferior o local, ya propuesta en este trabajo, sería la encargada de mantener una homogeneidad del grado de saturación en un volumen de control, utilizando un determinado setpoint, mientras que la capa superior sería la encargada de modificar el setpoint basándose en el grado de contacto entre fases que optimice la recuperación. Esta propuesta es atractiva debido a que la homogeneidad de la humedad mejora la recuperación, y su dinámica es más rápida que los fenómenos asociados a la extracción de cobre, que son transferencias de masa acopladas con reacciones químicas interfaciales.

Por otra parte, a la hora de implementar estas técnicas en una pila de lixiviación, las canalizaciones preferentes se vuelven más frecuentes y notorias que en una columna, por lo cual, el método a utilizar debe ser capaz de identificar la formación de las canalizaciones y zonas saturadas en tiempo real, lo que puede lograrse usando modelos no paramétricos como los procesos gaussianos o redes neuronales.

CONCLUSIONES

Este trabajo presenta el desarrollo de un sistema supervisor basado en la ecuación de Richards para operar una columna de lixiviación en lazo cerrado para regular el grado de saturación del lecho manipulando la tasa de riego, junto con la construcción de una columna sensorizada con tomografía eléctrica vertical para medir la evolución temporal de la dispersión axial del grado de saturación dentro de la columna, y sus posteriores implicancias a la hora de realizar la integración de ambos sistemas en un entorno experimental.

El NMPC propuesto dispone de dos etapas secuenciales: un módulo de identificación paramétrica, que usa mediciones en tiempo real para actualizar el modelo, y un módulo de optimización, que modifica la trayectoria óptima de la tasa de riego para controlar el grado de saturación. Los resultados muestran un aumento en el tiempo de cálculo de un 150% a la hora de considerar las mediciones de grado de saturación en el módulo de identificación, con el beneficio de reducir la incerteza estructural del modelo, y adaptándose a los setpoints probados. Además, los tiempos de cálculo no superan los 10 segundos, confirmando que la implementación del NMPC es factible para controlar a lazo cerrado una columna de lixiviación, y posteriormente, una pila de lixiviación completa, separándola en volúmenes de control en donde cada uno posea un NMPC local, gestionados por una capa supervisora superior que modifique los setpoints de grado de saturación.

Además, se diseña y desarrolla un sensor de grado de saturación utilizando tomografía eléctrica vertical (TEV) para una columna de lixiviación a escala laboratorio, obteniendo mediciones del grado de saturación en diferentes secciones axiales de la columna con un error promedio del 16%. Para la aplicación posterior, se realizan cambios en la fuente de poder para reducir dicho error en etapas iniciales de la lixiviación donde el grado de saturación es cercano al 15%, junto con la aplicación de un controlador PID para modificar el voltaje de la fuente, de tal forma de no superar los límites de medición de los sensores que conforman el sensor de humedad.

Finalmente, se proponen alternativas de desarrollo a la hora de realizar la integración del NMPC con el sensor en una columna de lixiviación a escala laboratorio, de tal forma de mitigar los potenciales errores o infactibilidades debido a distintos minerales que se puedan presentar en la aplicación experimental.

Este trabajo sienta las bases para la implementación de un sistema que optimice la recuperación de cobre en el proceso de lixiviación en pilas, buscando cambiar el paradigma de la aplicación de tasas de riego a lazo abierto, incluyendo sensores de humedad que permitan actualizar un modelo fenomenológico a lazo cerrado, junto con una potencial capa supervisora superior que relacione los setpoints de grado de saturación con las recuperaciones de cobre asociadas al mineral procesado.

REFERENCIAS

- Adams, B. A., & Wulfsohn, D. (1994). *Unsaturated Soil Mechanics for Agricultural Conditions*.
- Andersson, J. A. E., Gillis, J., Horn, G., Rawlings, J. B., & Diehl, M. (2019). CasADi: a software framework for nonlinear optimization and optimal control. *Mathematical Programming Computation*, 11(1), 1–36. <https://doi.org/10.1007/s12532-018-0139-4>
- Araya, B. (2024). *Desarrollo de un Sistema de Control de Humedad en una Columna de Lixiviación a Escala Laboratorio* [Undergraduate Thesis]. Universidad Técnica Federico Santa María.
- Azmayandeh, M. (2017). Investigation of Affecting Parameters on Heap Leaching Performance and Reducing Acid Consumption of Low Grade Oxide-Sulfide Copper Ore. *International Journal of Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 2(4), 40. <https://doi.org/10.11648/j.ijmpem.20170204.11>
- Bear, J., & York, N. (1972). *dynamics of fluids in porous media* DOVER PUBLICATIONS, INC. www.doverpublications.com
- Buckingham, E. (1907). *Studies on the movement of soil moisture*.
- Calvo, G., Mudd, G., Valero, A., & Valero, A. (2016). Decreasing ore grades in global metallic mining: A theoretical issue or a global reality? *Resources*, 5(4). <https://doi.org/10.3390/resources5040036>
- Canales, C., Díaz-Quezada, S., Leiva, F., Estay, H., & Ruiz-del-Solar, J. (2024). Control of heap leach piles using deep reinforcement learning. *Minerals Engineering*, 212, 108707. <https://doi.org/10.1016/J.MINENG.2024.108707>
- Cariaga, E., Concha, F., & Sepúlveda, M. (2005). Flow through porous media with applications to heap leaching of copper ores. *Chemical Engineering Journal*, 111(2–3), 151–165. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2005.02.019>
- Cariaga, E., Martínez, R., & Sepúlveda, M. (2015). Estimation of hydraulic parameters under unsaturated flow conditions in heap leaching. *Mathematics and Computers in Simulation*, 109, 20–31. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2014.07.006>
- Carman, P. G. (1997). Fluid flow through granular beds. *Chemical Engineering Research and Design*, 75, S32–S48. [https://doi.org/10.1016/S0263-8762\(97\)80003-2](https://doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80003-2)
- Cherkaev, A. (2019). *The art of soaking rocks: systematic study of liquid and solute flow in packed rock beds in the context of heap leaching*.
- COCHILCO. (2023). *Informe de tendencias del mercado del cobre*.
- Daud, O., Correa, M., Estay, H., & Ruíz-Del-solar, J. (2021). Monitoring and controlling saturation zones in heap leach piles using thermal analysis. *Minerals*, 11(2), 1–10. <https://doi.org/10.3390/min11020115>
- Domic, E. (2001). *Hidrometalurgia: Fundamentos, procesos y aplicaciones*.
- Estay, H., & Díaz-Quezada, S. (2020). Deconstructing the Leaching Ratio. *Mining, Metallurgy and Exploration*, 37(4), 1329–1337. <https://doi.org/10.1007/s42461-020-00243-4>
- Fredlund, D. G. (Delwyn G.), Rahardjo, H. (Harianto), & Fredlund, M. D. (2012).

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del
Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

- Unsaturated soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons.
- Gardner, W. (1958). Some Steady-State Solutions of the Unsaturated Moisture Flow Equation With Application to Evaporation From A Water Table. *Soil Science*, 85, 228–232. <https://doi.org/10.1097/00010694-195804000-00006>
- Ghorbani, Y., Franzidis, J. P., & Petersen, J. (2016). Heap leaching technology - Current State, innovations, and future directions: A review. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 37(2), 73–119. <https://doi.org/10.1080/08827508.2015.1115990>
- Godoy, B. I., Braslavsky, J. H., & Agüero, J. C. (2007). *A Model-Based Feedback Control Strategy for Heap Bioleaching Processes*.
- Godoy, B. I., Braslavsky, J. H., & Aguero, J. C. (2008). A simulation study on model predictive control and extremum seeking control for heap bioleaching pro. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 17(1 PART 1). <https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.2024>
- Guzman, A., & Flaherty, S. M. (2006). *GEOCHEMICAL PROFILING OF A SULFIDE LEACHING OPERATION: A CASE STUDY*. <https://www.researchgate.net/publication/238735939>
- Guzman, A., Scheffel, R., & Flaherty, S. (s. f.). *The fundamentals of physical characterization of ore for leach*.
- Hazen, A. (1892). *Some Physical Properties of Sands and Gravels: With Special Reference to Their Use in Filtration*.
- Henríquez, Marcelo. (2021). *Diseño de un Sistema de Control Predictivo basado en Modelo Fenomenológico para Controlar la Humedad en Pilas de Lixiviación*.
- Hoseinian, F. S., Bahadori, M., Hashemzadeh, M., Rezai, B., & Soltani-Mohammadi, S. (2017). Application of Mathematical Modeling on Copper Recovery Optimization of Oxide Ores. *JOM*, 69(10), 1939–1944. <https://doi.org/10.1007/s11837-017-2476-6>
- Jie, H., Zhu, G., & Hong, W. (2023). Direct approaches for PDE-constrained dynamic optimization based on space–time orthogonal collocation on finite elements. *Journal of Process Control*, 124, 187–198. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2023.03.002>
- Lagos, G., Peters, D., Lima, M., & Jara, J. J. (2020). Potential copper production through 2035 in Chile. *Mineral Economics*, 33(1–2), 43–56. <https://doi.org/10.1007/s13563-020-00227-2>
- Larrabure, G., Salinas-Farran, L., Neethling, S. J., & Brito-Parada, P. R. (2024). A review on strategies to assess the spatiotemporal heterogeneity of column leaching experiments for heap leaching upscaling. *Minerals Engineering*, 216, 108892. <https://doi.org/10.1016/J.MINENG.2024.108892>
- Larraín Riesco, J. A. (2009). *Sistema de Control y Monitoreo de Riego en Pilas de Lixiviación*. <https://patents.google.com/patent/WO2009146571A2/es>
- Liu, W., & Hashemzadeh, M. (2017). Solution flow behavior in response to key operating parameters in heap leaching. *Hydrometallurgy*, 169, 183–191. <https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2017.01.007>
- Lizama, H. M., Harlamovs, J. R., McKay, D. J., & Dai, Z. (2005). Heap leaching kinetics are proportional to the irrigation rate divided by heap height. *Minerals Engineering*, 18(6), 623–630. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2004.12.012>

- McBride, D., Gebhardt, J., Croft, N., & Cross, M. (2018). Heap leaching: Modelling and forecasting using CFD technology. *Minerals*, 8(1). <https://doi.org/10.3390/min8010009>
- McBride, D., Gebhardt, J. E., Croft, T. N., & Cross, M. (2016). Modeling the hydrodynamics of heap leaching in sub-zero temperatures. *Minerals Engineering*, 90, 77–88. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.11.005>
- McBride, D., Gebhardt, J. E., & Cross, M. (2012). A comprehensive gold oxide heap leach model: Development and validation. *Hydrometallurgy*, 113–114, 98–108. <https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2011.12.003>
- Mellado, M. E., Casanova, M. P., Cisternas, L. A., & Gálvez, E. D. (2011). On scalable analytical models for heap leaching. *Computers and Chemical Engineering*, 35(2), 220–225. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2010.09.009>
- Mellado, M. E., Gálvez, E. D., & Cisternas, L. A. (2011). On the optimization of flow rates on copper heap leaching operations. *International Journal of Mineral Processing*, 101(1–4), 75–80. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2011.07.011>
- Mellado, M. E., Gálvez, E. D., & Cisternas, L. A. (2012). Stochastic analysis of heap leaching process via analytical models. *Minerals Engineering*, 33, 93–98. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.09.006>
- Mellado, M. E., Lucay, F. A., Cisternas, L. A., Gálvez, E. D., & Sepúlveda, F. D. (2018). A posteriori analysis of analytical models for heap leaching using uncertainty and global sensitivity analyses. *Minerals*, 8(2). <https://doi.org/10.3390/min8020044>
- Milczarek, M. (2013). *Ore permeability methods of evaluation and application to heap leach optimization*. <https://www.researchgate.net/publication/299595594>
- Olivares, B., Araya, B., Quintanilla, P., & Navia, D. (2025). Saturation regulation in heap leaching: A nonlinear model predictive control approach. *Minerals Engineering*, 229. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2025.109346>
- Petersen, J. (2016). Heap leaching as a key technology for recovery of values from low-grade ores – A brief overview. *Hydrometallurgy*, 165, 206–212. <https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2015.09.001>
- Rice, R., & Do, D. (2012). *Applied mathematics and modeling for chemical engineers*.
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Journal of Applied Physics*.
- Roberts, P. D., & Williams, T. W. C. (1981). On an Algorithm for Combined System Optimisation and Parameter Estimation*. En *Au~:ornama* (Vol. 17, Número I).
- Robertson, S. W., van Staden, P. J., Cherkaev, A., & Petersen, J. (2022). Properties governing the flow of solution through crushed ore for heap leaching. *Hydrometallurgy*, 208. <https://doi.org/10.1016/j.hydromet.2021.105811>
- Ruiz-Del-Solar, J., Daud, O., & Correa, M. (2013). *Controlling the irrigation flow in heap leach piles of El Soldado mine by canopy system with thermal camera*. <https://www.researchgate.net/publication/343050377>
- Saldaña, M., Gálvez, E., Robles, P., Castillo, J., & Toro, N. (2022). Copper Mineral Leaching Mathematical Models—A Review. En *Materials* (Vol. 15, Número 5). MDPI. <https://doi.org/10.3390/ma15051757>

Desarrollo y Evaluación de un Sistema de Control Predictivo para la Regulación del
Grado de Saturación en Columnas de Lixiviación

- Sandoval, F. (2024). *Sensorización de una Columna de Lixiviación para Monitorizar su Perfil de Grado de Saturación en el Tiempo* [Undergraduate Thesis]. Universidad Técnica Federico Santa María.
- Sławiński, C. (2011). Hysteresis in Soil. En J. Gliński, J. Horabik, & J. Lipiec (Eds.), *Encyclopedia of Agrophysics* (p. 385). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3585-1_72
- Tecnologías Cobra. (s. f.). *Revolucionando una mina de cobre chilena con soluciones de lixiviación en pilas de alta tecnología*.
- Thiel, R., & Smith, M. E. (2004). State of the practice review of heap leach pad design issues. *Geotextiles and Geomembranes*, 22(6), 555–568. <https://doi.org/10.1016/j.geotexmem.2004.05.002>
- Toro, N., Ghorbani, Y., Turan, M. D., Robles, P., & Gálvez, E. (2021). Gangues and clays minerals as rate-limiting factors in copper heap leaching: A review. En *Metals* (Vol. 11, Número 10). MDPI. <https://doi.org/10.3390/met11101539>
- Tracy, F. T. (2006). Clean two- and three-dimensional analytical solutions of Richards' equation for testing numerical solvers. *Water Resources Research*, 42(8). <https://doi.org/10.1029/2005WR004638>
- van Genuchten, M. Th. (1980). A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), 892–898. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>
- Velarde, G. (2005). Agglomeration control for heap leaching processes. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 26(3–4), 219–231. <https://doi.org/10.1080/08827500590943974>
- Wang, L., Cheng, L., Zhang, X., Yin, S., Zhang, X., Li, H., Luo, Y., & Zhang, L. (2024). Reactive fluid flow (RFF), its hydrodynamic modeling and process controlling in cleaner production of copper sulfides bioleaching. En *Journal of Cleaner Production* (Vol. 441). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.140792>
- Wang, L., Yin, S., & Deng, B. (2021). Understanding the effect of stepwise irrigation on liquid holdup and hysteresis behavior of unsaturated ore heap. *Minerals*, 11(11). <https://doi.org/10.3390/min11111180>
- Webb, G., Tyler, S. W., Collord, J., Van Zyl, D., Halihan, T., Turrentine, J., & Fenstermaker, T. (2008). Field-Scale Analysis of Flow Mechanisms in Highly Heterogeneous Mining Media. *Vadose Zone Journal*, 7(3), 899–908. <https://doi.org/10.2136/vzj2007.0130>
- Zhou, F., Liu, Q., Feng, J., Su, J., Liu, X., & Chi, R. (2019). Role of initial moisture content on the leaching process of weathered crust elution-deposited rare earth ores. *Separation and Purification Technology*, 217, 24–30. <https://doi.org/10.1016/J.SEPPUR.2019.02.010>