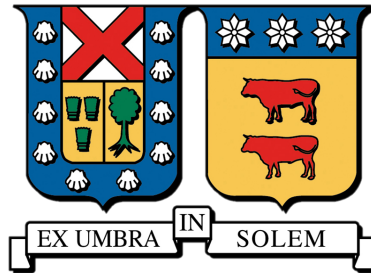


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS, METALURGIA Y MATERIALES



**ESTUDIO FLUIDODINÁMICO DE LA INFLUENCIA DE
OBSTÁCULOS DE AMORTIGUACIÓN EN LA ESTIMACIÓN
DE DISTANCIA PELIGROSA ANTE EL COLAPSO
DE UN DEPÓSITO DE RELAVE**

Autor:

Mauricio Alejandro Fernández Almonte

Trabajo de tesis presentado como requisito parcial para optar al título profesional de

Ingeniero Civil de Minas

y al grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería en Minas y Metalurgia

Profesor Guía:

Dr. Sergio Palma Moya

Santiago de Chile, 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: ESTUDIO FLUIDODINÁMICO DE LA INFLUENCIA DE OBSTÁCULOS DE AMORTIGUACIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE DISTANCIA PELIGROSA ANTE EL COLAPSO DE UN DEPÓSITO DE RELAVE

Nombre del candidato(a): Mauricio Alejandro Fernández Almonte

Carrera / Grado: Ingeniería civil de minas / Ingeniero Civil de Minas con grado en Magíster en ciencias de la Ingeniería de Minas y Metalurgia

Campus: San Joaquín Departamento: Ing. de Minas, Metalurgia y Materiales

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Sergio Palma Moya, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años


Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 14 de abr. de 26 Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 14 de abr. de 26 Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

Me gustaría empezar agradeciendo a mi familia, por su acompañamiento días y noches, por su apoyo y su cariño. Les agradezco, mamá, papá, y hermanas.

Agradezco a quienes pasaron más tiempo conmigo en mi etapa universitaria, a quienes estuvieron ahí cuando más lo necesitaba, con quienes construimos recuerdos inolvidables y fuimos apoyo mutuo, tanto en las buenas, como en las malas:

Marilia, que nunca falte M&M, que nunca falte trabajo, que nunca falte con quien salir adelante ni un hogar donde llegar, agradezco tus infinitas palabras de motivación y tu acompañamiento constante en este proceso.

Bruno, mi compadre del campo, agradezco que me transmitieras siempre tu motivación inquebrantable y tus ganas de siempre superarse. A seguir con la cabeza en alto y seguir recorriendo el mundo.

Agradezco también a mis amistades, con quienes nunca faltaron risas, y con quienes el tiempo se pasaba como si nada, Ali, Grace, Jadol, Ale, Romy, Cony, Rulos, Urra, Anto, Iván, Nico, Nico, Gaby, Javi, Dani, Joseto.

Agradezco un montón a mis practicantes, por venir a ayudar incluso los fines, Gabriel y Valentina, en la construcción del proyecto y a Sebastián, Felipe, John y Diego, por el apoyo con los experimentos, sin ustedes, no se habría logrado.

Agradezco a los apoyos académicos, Marcelo y Anaís, por estar siempre pendientes de lo que se necesitaba, por las charlas de la vida y por transmitir su conocimiento.

Agradezco a Gonzalo Nelis y Rodolfo Morales, por su sabiduría, el apoyo y las risas.

Agradezco a Sergio Palma, por ser el profesor guía de este proyecto, por la paciencia, flexibilidad y oportunidades académicolaborales brindadas.

Agradezco a mis abuelos y abuelas, a mi primo, y a mi Omi, Bruno, Mopa, Kennywood y Churrasca, por las anécdotas, las risas y los buenos momentos de compañía.

Finalmente, dar un espacio de agradecimiento a mi persona, por no rendirme, por seguir adelante, por construir vínculos fuertes con gente maravillosa y por aprender a ser quien soy.

INCORPORATION OF BUFFERING OBSTACLES IN THE FLUID DYNAMIC STUDY FOR THE ESTIMATION OF RUN OUT DISTANCE BEFORE TAILINGS DAM FAILURE

By: Mauricio Alejandro Fernández Almonte

Abstract

Since the 18th century, scientists have sought to understand the flow behavior of different types of fluids. Over time, various theoretical and experimental models have been developed, expanding the boundaries of knowledge in this area. One of the main areas of application in mining is the characterization of mining slurries, whether mineral concentrates or tailings. The latter pose a constant, latent risk, potentially leading to tailings dam collapse.

This gives rise to an inherent concern regarding the maximum flow distance of the tailings, which can affect populated areas, inland waters, flora, and fauna. Therefore, understanding the variables that control the flow phenomenon and proposing a proactive mitigation plan represent a significant advancement in this field.

This thesis demonstrates the influence of physical variables inherent to the tailings flow phenomenon, in conjunction with the incorporation of barrier-type obstacles, with the aim of minimizing the run-out distance. This is achieved by integrating laboratory-scale experimental tests and computational fluid dynamics (CFD) simulations, enabling the generation of a robust database that correlates critical parameters such as impoundment volume, solids percentage by weight, characteristic outlet velocity, number of barriers, and the rheological behavior of the slurry.

Based on the measurements obtained, a dimensionless multivariable model is proposed to relate all the variables involved in the study and predict the maximum distance the tailings flow could reach under certain conditions, considering obstacles that dissipate its kinetic energy. The effectiveness of the barriers was notable, and comparing a case with and without barriers, while maintaining a fixed volume and solids concentration, a reduction of approximately $\sim 30\%$ in the maximum measured distances can be observed.

INCORPORACIÓN DE OBSTÁCULOS DE AMORTIGUACIÓN EN EL ESTUDIO FLUIDODINÁMICO PARA LA ESTIMACIÓN DE DISTANCIA PELIGROSA ANTE UN COLAPSO DE DEPÓSITO DE RELAVE

Por: Mauricio Alejandro Fernández Almonte

Resumen

Desde el siglo XVIII se busca entender el comportamiento de flujo para diferentes tipos de fluidos. Con el tiempo, se han presentado diferentes modelos teóricos y experimentales que expanden las barreras del conocimiento en esta área. Una de las principales áreas de aplicación en minería, es la caracterización de pulpas mineras, ya sean concentrados de mineral o relaves, estos últimos, constituyen un riesgo latente día a día, que se traduce en un posible colapso del depósito.

Con ello, aparece una preocupación intrínseca relacionada con la distancia máxima de flujo del relave, el cual puede afectar a poblados, aguas continentales, flora y fauna. Por lo tanto, un entendimiento de las variables que controlan el fenómeno de flujo y la propuesta de un plan de mitigación proactivo, representan un avance de alta importancia en esta materia.

En la presente tesis, se muestra la influencia de variables físicas propias del fenómeno de flujo de relave, en conjunto con la incorporación de obstáculos tipo barrera, con el objetivo de minimizar el valor de distancia peligrosa. Esto se lleva a cabo, integrando ensayos experimentales a escala de laboratorio y simulaciones de fluidodinámica computacional (CFD), permitiendo la generación de una base de datos robusta que correlaciona parámetros críticos como el volumen contenido, el porcentaje de sólidos en peso, la velocidad característica de salida, el número de barreras y el comportamiento reológico de la pulpa.

Con base en las mediciones obtenidas, se propone un modelo multivariable adimensional, con el objetivo de relacionar todas las variables involucradas en el estudio y predecir la distancia máxima que podría alcanzar el flujo de relave para ciertas condiciones y considerando obstáculos que disipen su energía cinética.

La efectividad de las barreras fue notoria y, si se compara un caso con y sin barreras, manteniendo un volumen y una concentración en sólido fija, se puede obtener $\sim 30\%$ menos en las distancias máximas medidas.

Nomenclatura

- C_w Concentración de sólidos en peso (%)
- C_v Concentración de sólidos en volumen (%)
- d Diámetro de partícula (m)
- D^* Distancia peligrosa adimensional (-)
- D_{\max} Distancia máxima o peligrosa (m)
- $\frac{D}{Dt}$ Derivada sustancial, total o material
- g Aceleración de gravedad (m/s^2)
- H_0 Altura del muro antes del colapso (m)
- H_c Altura inicial de la columna de fluido (m)
- K Índice de consistencia ($\text{Pa}\cdot\text{s}^n$)
- M Masa fluida (kg)
- N_b Número adimensional para la cantidad de barreras (-)
- n Índice de comportamiento de la ley de potencia (-)
- p Presión estática (Pa)
- \mathbf{p} Vector cantidad de movimiento lineal ($\text{kg}\cdot\text{m/s}$)
- P Presión de confinamiento (Pa)
- Re Número de Reynolds (-)
- Re_{PB} Número de Reynolds generalizado para modelo plástico de Bingham (-)
- Re_2 Número de Reynolds generalizado para modelo de Herschel-Bulkley (-)
- t Tiempo (s)
- u Componente x cartesiana de la velocidad (m/s)
- v Componente y cartesiana de la velocidad (m/s)
- \mathbf{v} Campo de velocidad (m/s)
- \bar{v} Magnitud de velocidad media (m/s)
- V Volumen de relaves liberado (m^3)

- V_T Volumen total de relaves almacenado (m^3)
- w Componente z cartesiana de la velocidad (m/s)
- W Ancho del canal de flujo (m)
- ∇ Operador gradiente
- ∇^2 Operador laplaciano
- $\frac{\partial}{\partial t}$ Derivada parcial respecto al tiempo
- $\dot{\gamma}$ Gradiente de deformación o tasa de corte (s^{-1})
- θ Pendiente o inclinación de superficie de flujo ($^\circ$ o rad)
- μ Viscosidad dinámica ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)
- μ_0 Viscosidad plástica de fluidos no newtonianos ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)
- ν Viscosidad cinemática (m^2/s)
- ϕ Volumen pulpa sobre Volumen sólido seco
- Π Término Pi de Buckingham (-)
- ρ Densidad del fluido (kg/m^3)
- ρ_s Densidad de sólido (kg/m^3)
- ρ_p Densidad de la pulpa (kg/m^3)
- τ Esfuerzo cortante (Pa)
- τ_y Esfuerzo de fluencia (Pa)
- τ_2 Esfuerzo de fluencia adimensional (-)

Índice general

1. Introducción	9
1.1. Introducción General	9
1.2. Objetivos	11
1.3. Alcances	11
1.4. Hipótesis	12
2. Estado del arte	13
2.1. Estudios previos	13
2.1.1. Método de Lucía et al. (1981)	13
2.1.2. Método de Jeyapalan et al. (1983)	14
2.1.3. Método de Hungr (1995)	14
2.1.4. Método de Sofrá & Boger (2002)	15
2.1.5. Método de Rico et al. (2008)	16
2.1.6. Método de Seddon (2010)	17
2.1.7. Método de Minussi & Freitas (2012)	18
2.1.8. Método de Lemus et al. (2014)	20
2.1.9. Método de Concha & Lall (2018)	20
2.1.10. Método de Liu (2018)	21
2.1.11. Método de Monsalve (2021)	23
2.1.12. Método de Vergara et al. (2022)	24
2.1.13. Método de Chen et al. (2023)	25
2.1.14. Método de Pinilla et al. (2024)	27
3. Marco teórico	29
3.1. Contextualización de la minería	29
3.1.1. Minería mundial	29
3.1.2. Minería nacional	30
3.2. Clasificación de fluidos	31
3.2.1. Fluidos Newtonianos	32
3.2.2. Fluidos no Newtonianos	32
3.3. Modelos de comportamiento reológico para fluidos no Newtonianos	34
3.3.1. Modelo plástico ideal de Bingham	34
3.3.2. Fluido Ley de Potencia o de Ostwald-de Waele	35
3.3.3. Fluido Herschel-Bulkley	36
3.3.4. Fluido Casson Generalizado	36

3.4.	Flujo de Fluidos	36
3.4.1.	Ordenamiento de líneas de flujo	37
3.4.2.	Flujos con variación temporal	39
3.4.3.	Flujos con variación espacial	40
3.5.	Flujos de Suspensiones	40
3.5.1.	Caracterización de la suspensión	40
3.6.	Relave	42
3.6.1.	Tipos de Depósitos	42
3.6.2.	Métodos de construcción	44
3.7.	Mecanismos de colapso de un depósito de relave	46
3.7.1.	Colapso por licuefacción sísmica	46
3.7.2.	Colapso por inestabilidad de talud	47
3.7.3.	Colapso por overtopping o rebalse	47
3.8.	Distancia máxima o peligrosa	48
4.	Modelos numéricos y análisis dimensional	50
4.1.	Modelos fundamentales del movimiento de fluidos	50
4.1.1.	Ecuación de continuidad	51
4.1.2.	Ecuación de Navier-Stokes	52
4.2.	Análisis dimensional	53
4.2.1.	Teorema II de Vaschy-Buckingham	53
5.	Metodología Experimental	56
5.1.	Análisis Granulométrico	56
5.2.	Cálculo de densidad	56
5.2.1.	Densidad del sólido	56
5.2.2.	Densidad de la pulpa	57
5.3.	Evaluación de la Reología	57
5.4.	Montaje Experimental	58
5.5.	Toma y Procesamiento de datos	59
6.	Metodología Computacional	62
6.1.	Fluidodinámica computacional	62
6.2.	Metodología ANSYS FLUENT	63
6.2.1.	Workbench	63
6.2.2.	Definición del Dominio Geométrico Computacional	63
6.2.3.	Malla de discretización	64
6.2.4.	Solucionador FLUENT	65
6.2.5.	Postprocesamiento	73
7.	Resultados y Análisis	74
7.1.	Reología	74
7.1.1.	Parámetros Reológicos	75
7.2.	Resultados experimentales	76
7.3.	Resultados computacionales	81

7.4. Análisis dimensional	86
7.4.1. Teorema II de Vaschy-Buckingham	86
7.4.2. Parámetros considerados en la adimensionalización	86
7.4.3. Comparación de modelos	87
7.5. Esfuerzo de Fluencia	89
7.6. Número de Reynolds modificado	90
7.7. Número de barreras	91
7.8. Volumen liberado	92
7.9. Concentración de sólido en peso	94
7.10. Modelo adimensional propuesto	95
7.11. Caso de estudio Tranque las Palmas	98
8. Conclusiones y Recomendaciones	100
9. Referencias	102
10. Anexos	108
10.1. Anexo A	108
10.1.1. Código MATLAB - Gráfica	108
10.1.2. Código MATLAB - Ajuste modelo multivariable	111

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción General

Actualmente, gran parte de la minería, tanto nacional como internacional, cuenta con depósitos de relave, como medio para almacenar los residuos del tratamiento de sulfuros. Los relaves constan de una mezcla entre partículas sólidas y una fase líquida, generalmente agua. (SERNAGEOMIN, 2023)

La acumulación de estos materiales se realiza en grandes embalses o tranques, frecuentemente ubicados en cuencas naturales que presentan condiciones topográficas y geológicas favorables. Sin embargo, estas instalaciones, debido a su considerable extensión y volumen, representan un uso intensivo del suelo, lo que las convierte en un foco de conflictos sociales y medioambientales. Entre los riesgos asociados destacan la contaminación hídrica, derivada de fenómenos como el drenaje ácido de roca; la contaminación atmosférica, causada por la dispersión de material particulado; y, en los casos más graves, el colapso estructural de los depósitos.

La seguridad de estas estructuras ha adquirido una relevancia creciente en las últimas décadas, especialmente tras una serie de desastres de gran magnitud que han resultado en pérdidas humanas y daños ambientales severos (Azam et al., 2010). Uno de los eventos más significativos ocurrió en Brasil, en 2015, cuando el colapso de la represa Fundão-Santarém, en Minas Gerais, liberó un volumen masivo de relaves que recorrió 668 kilómetros hasta alcanzar el océano Atlántico (CSP2, 2022).

En Chile, los colapsos históricos de depósitos de relaves han dejado un legado trágico en la minería nacional. En 1965, el desastre del Relave de El Cobre Viejo provocó la muerte de más de 200 personas y arrasó una extensión de 12 kilómetros, incluyendo la ciudad de El Cobre. Posteriormente, en 1985, el Tranque Veta de Agua colapsó como consecuencia de la licuefacción inducida por un sismo de magnitud 7.8 en la escala de Richter, desplazando relaves hasta 5 kilómetros. Más recientemente, en 2003, una rotura en el Tranque Cerro Negro liberó 50.000 toneladas de material, afectando zonas situadas a 20 kilómetros aguas abajo en el río La Ligua.

Los incidentes registrados a nivel mundial evidencian que las fallas en depósitos de relaves suelen originarse por una combinación de factores internos y externos. Un análisis realizado por Rico et al. (2008) clasificó las causas de estos colapsos en 11 categorías principales, asignando cada incidente a su factor determinante. Entre las causas más frecuentes se identificaron los eventos meteorológicos extremos, como lluvias intensas y nevadas, responsables del 25 % de los casos analizados. Otra causa relevante es la licuefacción sísmica, asociada a terremotos, representando el 14 % de los incidentes globales. Este enfoque permitió sistematizar y analizar las tendencias comunes, lo que resulta crucial para identificar áreas críticas en el diseño y operación de estos depósitos.

En respuesta a estos riesgos, en 2020 se promulgó el Estándar Global de Gestión de Relaves para la Industria Minera, desarrollado por el Consejo Internacional de Minería y Metales (ICMM). Este marco normativo enfatiza la necesidad de considerar modos de falla creíbles, las características del sitio y las propiedades de los relaves, además de estimar las áreas potenciales de impacto físico en caso de colapso. Dentro de este contexto, el concepto de "distancia peligrosa" ha adquirido un papel central.

La distancia peligrosa, definida por el Decreto Supremo 248/ de 2007, se refiere al recorrido potencial que realizarían los materiales almacenados en los depósitos en caso de un colapso estructural. Esta medida es clave para establecer zonas de evacuación, diseñar estrategias de mitigación y garantizar la seguridad de las comunidades y los ecosistemas circundantes (Monsalve, 2021). La determinación de esta distancia depende de múltiples factores, como el volumen de material almacenado, las condiciones topográficas y geológicas del terreno, las propiedades físicas de los relaves y las características hidrológicas del área.

En resumen, el estudio de las fallas históricas en depósitos de relaves subraya la importancia de comprender los factores que determinan la extensión del daño en caso de un colapso. Este conocimiento no solo mejora la capacidad de anticipar y mitigar riesgos, sino que también es esencial para el diseño de políticas públicas y estándares que garanticen la seguridad operativa y la protección ambiental en la minería.

1.2. Objetivos

Objetivo General

- Estudiar la influencia a escala laboratorio de obstáculos tipo barrera en el comportamiento del flujo de relaves.

Objetivos Específicos

- Diseñar, construir y operar un montaje experimental para estudiar la distancia máxima de flujo en función de variables físicas y obstáculos de amortiguación.
- Calibrar y simular modelos computacionales que repliquen el montaje experimental para robustecer la base de datos de las mediciones.
- Aplicar la teoría de análisis dimensional para proponer un nuevo modelo que caracterice el fenómeno de distancia peligrosa, incorporando barreras de amortiguación.

1.3. Alcances

La investigación de la presente tesis, abarca el estudio de modelos utilizados en la última década para estimar la distancia máxima de flujo, posterior al colapso de un depósito de relave.

En base a lo anterior, el trabajo contempla el diseño de un canal para reproducir el posible evento; la caracterización de cada pulpa ensayada, para determinar sus propiedades y ajustar un modelo de comportamiento tipo fluido no newtoniano; llevar a cabo una matriz experimental que incluye un experimento por cada variación de parámetro de interés que influya en el fenómeno, como, la concentración de sólido en peso, y por ende, la reología de la pulpa, el volumen contenido en la cubeta, el número de barreras y la disposición de éstas.

La calibración de un modelo computacional, ayudará a replicar las condiciones experimentales, con el objetivo de obtener una representación digital que ayude a evaluar un mayor número de escenarios, no considerados en la matriz experimental.

Finalmente, mediante la aplicación de la teoría de análisis dimensional, será posible correlacionar los datos generados por los experimentos y simulaciones, obteniéndose números adimensionales, útiles para construir un modelo matemático, multivariable, que pueda predecir la distancia máxima de flujo.

1.4. Hipótesis

Se espera que la distancia máxima de flujo disminuya con la incorporación de barreras de amortiguación, debido a que, su interacción disipará la energía cinética que permite el flujo del relave. Así mismo, el aumento de concentración de sólido en peso, hará que la medición de la distancia peligrosa disminuya, ya que, aumentará su esfuerzo de fluencia, su viscosidad y, por ende, la interacción interpartículas e interacción con el medio. Por el contrario, se espera que aumentando el volumen contenido, la distancia peligrosa sea mayor, puesto que, si se considera la misma área basal de la cubeta que contendrá el relave, a mayor volumen contenido, mayor será la altura de la columna de relave, lo que conlleva a una mayor energía potencial, que hará que el flujo tenga más energía cinética para alcanzar una mayor distancia.

Capítulo 2

Estado del arte

2.1. Estudios previos

Desde el siglo XIX, el estudio del flujo de los fluidos no newtonianos ha tomado relevancia, con investigaciones empíricas y con propuestas de modelos fenomenológicos que capturan propiedades inherentes a éstos. Posteriormente, años más tarde, tomarían relevancia los depósitos de relave, bajo el estudio de la ingeniería geotécnica, debido al desastre ocurrido en Chile en 1965, en donde se propondrían nuevos diseños de construcción de muros, tomando en consideración la mecánica de suelos (Klohn, 1971). A continuación, se mostrarán los avances que han destacado en esta materia con el pasar de los años.

2.1.1. Método de Lucía et al. (1981)

Lucía et al. (1981) desarrollaron un modelo basado en 25 fallas históricas de depósitos de relaves, principalmente por cargas sísmicas, para predecir la distancia de desplazamiento de los relaves en pendientes menores a 4 grados.

Este modelo, requiere conocer la resistencia residual al corte de los relaves licuados, observando que su capacidad de flujo depende de su composición. Los relaves de arena y limo, con baja resistencia, se estabilizan en pendientes de 1 a 4 grados tras licuefacción, mientras que los fosfatos, con partículas de arcilla y alta humedad, fluyen como agua al romperse el tranque.

Se puede estimar la distancia peligrosa para flujos en pendientes hasta 4 grados y alturas menores a 69 metros, variando según las condiciones locales del depósito. Sin embargo, esto hace cuestionable su aplicación para muros más altos.

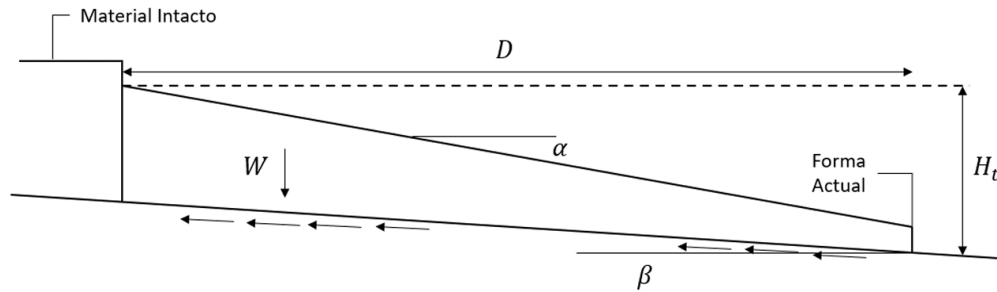


Figura 2.1: Modelo generalizado utilizado por Lucía et al. (1981)

2.1.2. Método de Jeyapalan et al. (1983)

Jeyapalan et al. (1983) desarrollaron una metodología para evaluar el impacto de fallas en depósitos de relaves, proponiendo un modelo de fluidos plásticos de Bingham para predecir el flujo resultante, basado en experimentos y simulaciones con el software TFLOW.

Los relaves licuados se comportan como fluidos plásticos de alta viscosidad en flujo laminar, estabilizándose hasta alcanzar velocidad nula, dependiendo de sus propiedades y las características del terreno. Sin embargo, el estudio nota una ligera sobreestimación de la distancia peligrosa en áreas estrechas por la falta de consideración de la fricción en los bordes y laterales del canal.

También, destaca ser pionero en análisis numérico y experimental de flujos de relaves post colapso, validando modelos con datos reales.

2.1.3. Método de Hungr (1995)

En el estudio de Hungr (1995), se desarrolla un modelo para simular deslizamientos rápidos como avalanchas y flujos de relaves mineros, tratándolos como fluidos de Bingham. Este modelo integra ecuaciones de conservación de masa, momento y energía mediante una solución lagrangiana, y usa técnicas numéricas como diferencias o volúmenes finitos.

La resistencia friccional, dependiente de las propiedades del material y la pendiente, es clave en el modelo. La validación con casos reales, mostró buenos resultados, aunque se recomienda mayor refinamiento y calibración con más datos para mejorar su precisión.

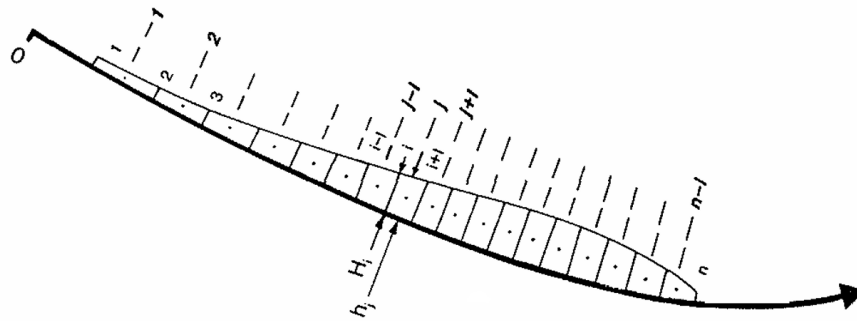


Figura 2.2: Representación Lagrangiana de una avalancha dividida en bloques propuesta por Hungr (1995)

2.1.4. Método de Sofrá & Boger (2002)

Sofrá et al. (2002), investigan la caracterización reológica de residuos mineros para optimizar su disposición y reducir su impacto ambiental, enfocándose en la reología de residuos de bauxita y una suspensión de dióxido de titanio.

Describen el comportamiento mediante el modelo de Herschel-Bulkley, que incluye un término de tensión de cedencia y un término de ley de potencia para la viscosidad cambiante con la tasa de corte. Este análisis, permite desarrollar un modelo para predecir el ángulo de reposo utilizando un aparato de plano inclinado y un análisis dimensional.

El modelo de Bingham, proporciona una aproximación aceptable al comportamiento del flujo y correlaciona la tensión de cedencia adimensional, el número de Reynolds y el número de Froude con el ángulo de reposo, facilitando el diseño de depósitos de residuos más seguros y eficientes.

A pesar de que este estudio, no trata la distancia peligrosa como eje principal, su importancia radica en entender cómo modificar las propiedades del material y los parámetros operativos para obtener las características deseadas en el transporte y deposición de los relaves, maximizando la capacidad de almacenamiento y minimizando los riesgos de inestabilidad.

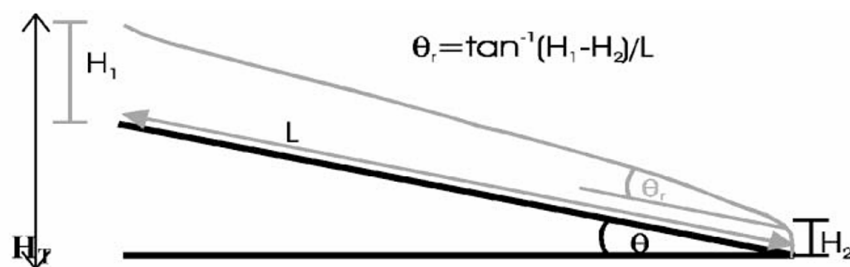


Figura 2.3: Diagrama esquemático de fluido estacionario en un plano inclinado utilizado por Sofrá & Boger (2002)

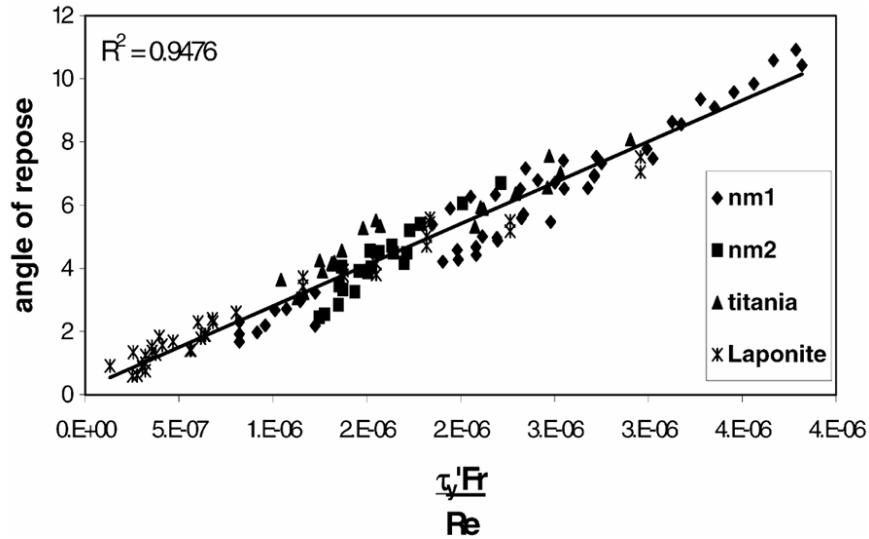


Figura 2.4: Resultados obtenidos del análisis dimensional por Sofrá & Boger (2002)

2.1.5. Método de Rico et al. (2008)

Con el estudio de Rico et al., se establecieron relaciones empíricas, basado en 29 casos históricos, donde se consideraron parámetros geométricos y características hidráulicas del flujo para cada uno de los casos.

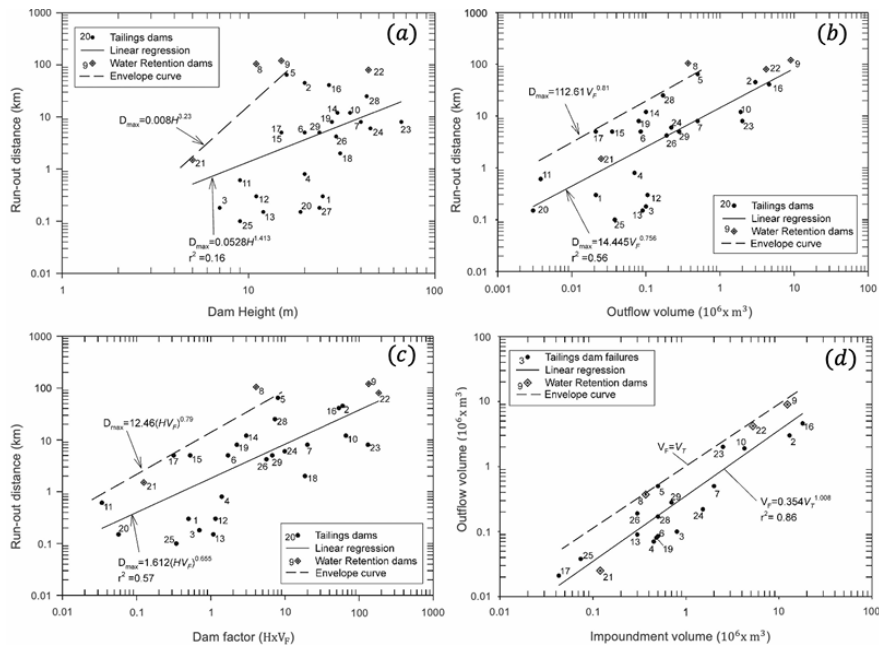


Figura 2.5: Relaciones obtenidas por Rico et al. (2008a): (a) Distancia máxima vs Altura del muro; (b) Distancia máxima vs Volumen liberado; (c) Distancia máxima vs Factor de forma; (d) Volumen liberado vs Volumen de embalse.

La primera relación establecida es la distancia peligrosa (D_{max}) y la altura del muro (H), dando como resultado una correlación débil que se asocia a que hay otros parámetros involucrados.

$$D_{max} = 0,05H^{1,41} , \text{con } R^2 = 0,16 \quad (2.1)$$

También, estableció una relación entre la distancia peligrosa y el volumen liberado (V_F), así como una relación entre la distancia peligrosa y el factor de embalse (HV_F). Éstos cuentan con un mejor factor de correlación, lo que indica que estas variables son mejores indicadores del recorrido total del flujo.

$$D_{max} = 14,45(V_F)^{0,76} , \text{con } R^2 = 0,56 \quad (2.2)$$

$$D_{max} = 1,61(HV_F)^{0,66} , \text{con } R^2 = 0,57 \quad (2.3)$$

Finalmente, una relación que se podría esperar, es la relación entre el volumen liberado en función del volumen total almacenado (V_T), donde se indica, que en promedio, el volumen liberado alcanza un tercio del volumen total almacenado en el depósito de relave.

$$V_F = 0,354V_T^{1,01} , \text{con } R^2 = 0,86 \quad (2.4)$$

Los modelos empíricos desarrollados, ofrecen una estimación inicial del volumen de salida de relaves y la distancia de recorrido en caso de fallos. Esta metodología, es ampliamente utilizada para el análisis preliminar de la distancia peligrosa. No obstante, es esencial usar estos modelos con precaución y complementarlos con observaciones y mediciones in situ, ya que las características de los relaves y las condiciones locales pueden variar significativamente.

2.1.6. Método de Seddon (2010)

Seddon (2010), realizó estimaciones de la distancia peligrosa de relaves licuados, proponiendo una equivalencia entre propiedades reológicas y la teoría de estado crítico de suelo. Debido a lo anterior, asume una viscosidad plástica nula y un esfuerzo de fluencia igual a la resistencia residual no drenada del suelo. Introdujo la utilización de dimensiones iniciales de altura y longitud de la columna de relave y determinó la altura del flujo y la distancia total de recorrido. El estudio, también contempló métodos basados en conservación de energía, igualando las pérdidas de energía potencial, con el trabajo realizado por las fuerzas resistentes, encontrando estimaciones razonables de la distancia de recorrido y demostrando un volumen límite del material licuado. Seddon propone una metodología para el cálculo de x_f , distancia medida desde el punto posterior al muro hasta la detención del relave, tomando en cuenta una forma parabólica al final del flujo. Para ello, se basa en la geometría mostrada en la Fig.2.6.

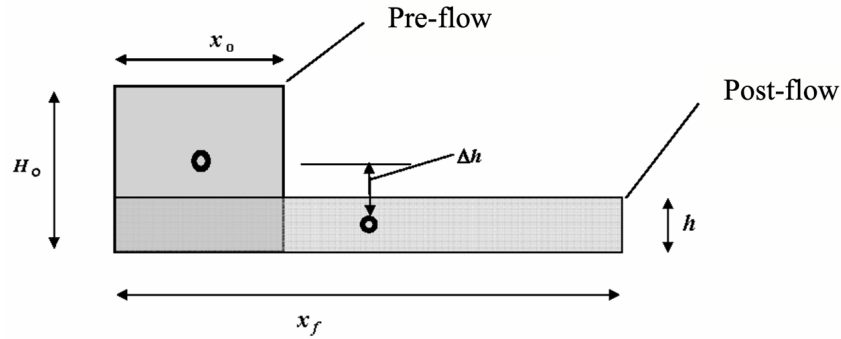


Figura 2.6: Geometría generalizada utilizada por Seddon para su modelo.

Con ayuda de los balances de energía y de la geometría generalizada, propone su modelo para despejar x_f .

$$x_f^3 - \left(x_o^2 + \frac{2\gamma H_o^2 x_o}{S_u} \right) x_f + \frac{9\gamma H_o^2 x_o^2}{4S_u} = 0 \quad (2.5)$$

$$D_{max} = x_f - x_o \quad (2.6)$$

Donde, x_f , es la distancia posterior al muro, hasta la punta final; x_o , es la distancia que recorre el relave licuado hacia atrás del muro, en el paper se estima como 10 veces H_o ; H_o , es la altura inicial del embalse; γ , es el peso unitario del relave; S_u , es la resistencia al corte residual, representando el esfuerzo de fluencia del relave; y D_m , es la distancia de inundación final.

Con su análisis, concluyó que la viscosidad afecta al tiempo y velocidad con la que se mueve el relave, sin embargo, menciona que tiene poco impacto en la distancia máxima recorrida. También, afirma que existe un volumen límite, por el cual, sobre él, la distancia de inundación no aumenta. Finalmente, realiza una comparación entre modelos previos, mencionando que, el modelo de Jeyapalan tiende a predecir distancias más largas que su método derivado del balance de energía; los métodos lineales y de Hungr (1995) coinciden bien con sus resultados.

2.1.7. Método de Minussi & Freitas (2012)

Minussi y Freitas (2012), realizaron estudios numéricos sobre el flujo de relaves, siguiendo el modelo de viscosidad de Herschel-Bulkley. Midieron distintos perfiles de la ola y distancia recorrida, mediante estudios experimentales, usando soluciones de Carbopol 940, polímero sintético en reemplazo de relave. Comparándolos con resultados provenientes de simulaciones con modelo VOF del código CFX de ANSYS. Se basaron principalmente en un montaje experimental simple que pudiese replicar un flujo de relave luego de un colapso.

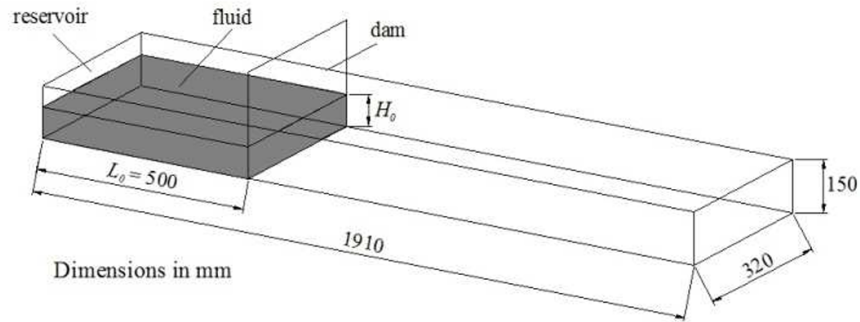


Figura 2.7: Diagrama del montaje experimental utilizado por Minussi & Freitas (2012).

Los resultados mostraron muy buenas aproximaciones entre ambos modelos (experimental y numérico), a pesar de ciertas diferencias al inicio del flujo (una vez ocurrido el colapso en $t=0$). Las distancias recorridas en ambas metodologías fueron muy similares en los mismos tiempos en que fueron medidas, sin embargo, los resultados computacionales siempre entregaban una distancia mayor.

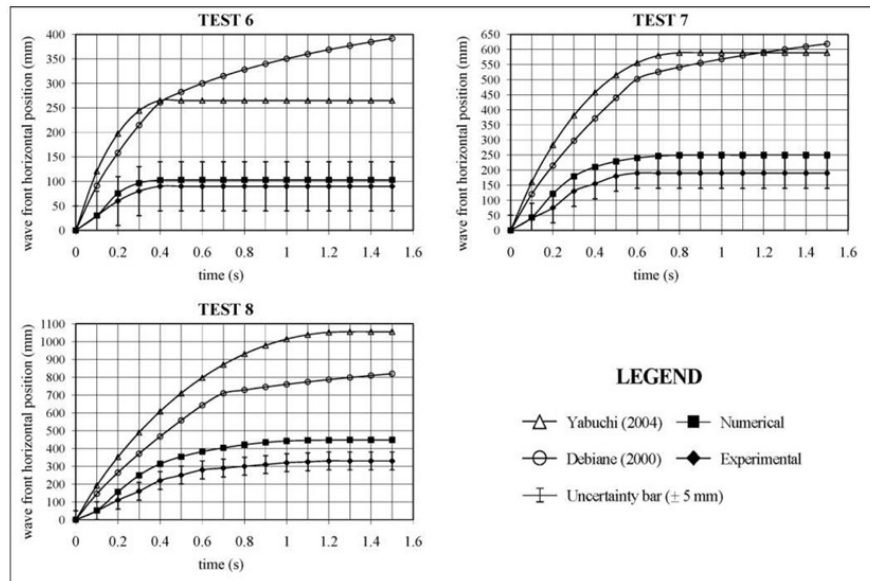


Figura 2.8: Comparación de distancias recorridas entre resultados experimentales, numéricos y datos obtenidos de Debiane (2000) y Yabuchi (2004). Se presentan los resultados para los test, 6, 7 y 8, correspondiente a una altura de columna de relave de 70, 100 y 130 mm, respectivamente. Las propiedades del fluido, basado en el modelo HB, son $\tau_y = 49,179$ Pa, $K = 7,837$ Pa s^n y $n = 0,442$.

Como se puede apreciar, los resultados computacionales están por sobre los experimentales entre 8% y 27% del valor real, lo anterior, a pesar de que proponen un ajuste, el cual, ayuda a determinar el momento de la detención del flujo derivado de la viscosidad. También, recomiendan el uso del modelo Herschel-Bulkley, ya que, es el que mejor ajusta al compor-

tamiento del relave.

2.1.8. Método de Lemus et al. (2014)

Lemus et al. (2014), presentan una metodología iterativa, basado en un equilibrio de volúmenes, para ello se asume una forma de falla, tipo cuña. Luego, utilizando softwares tipo CAD o CIVIL 3D, se proyectó esta cuña, sobre la topografía real aguas abajo. El cálculo de la distancia máxima, finaliza cuando el volumen geométrico es igual al volumen de salida estimado inicialmente. La estimación, según Lemus et al. (2014), se calcula como 0.2 a 0.3 veces la altura total de la presa (en metros), entregando una distancia recorrida en kilómetros.

Aplicó su método a casos conocidos en Chile, como Tranque Las Palmas, Tranque Veta del Agua N°1 y Tranque El Cobre Viejo, obteniendo aproximaciones relativamente aceptables. Sus resultados los comparó con el método de Lucía et al. (1981), Jeyapalan et al. (1983) y de Rico et al. (2008).

Tabla 2.1: Comparación entre resultados obtenidos por Lemus et al. (2014) y otros autores citados en su investigación.

Método	Distancia documentada	Lucía et al. (1981)	Jeyapalan et al. (1983)	Rico et al. (2008)	Lemus et al. (2014)
Tranque las Palmas (2010)	0.5	5.9	0.8	2.3	0.6
Tranque Veta del Agua N°1 (1985)	5	11.4	2.2	4.4	3.4
Tranque El Cobre Viejo (1965)	12	12.8	5.7	7.5	9.9

Por simple inspección, se puede ver que el método de Lemus et al. (2014) solo supera a los otros modelos en la estimación de distancia para el Tranque las Palmas, mientras que para el Tranque Veta del Agua N°1, se adecua mejor el de Rico et al. (2008) y para el Tranque El Cobre Viejo, ajusta mejor el de Lucía et al. (1981).

2.1.9. Método de Concha & Lall (2018)

Concha & Lall, presentaron un modelo estadístico para estimar el volumen de relaves liberados y la distancia máxima recorrida en caso de falla de un depósito de relave. Actualizaron los datos históricos de Rico et al. (2008) con datos más recientes proporcionados por Chambers y Bowker.

Estos datos incluían información sobre la altura del muro en el momento de la falla (H), la capacidad de almacenamiento (V_T), el volumen liberado (V_F) y la distancia recorrida por

los relaves (D_{max}). Para mejorar la precisión del modelo, emplearon ajustes logarítmicos para D_{max} y el factor de embalse (HV_F), así como modelos generalizados con ajuste gaussiano, considerando la energía potencial asociada al volumen liberado.

La metodología para calcular la distancia peligrosa, incluyó la estimación de un predictor H_f , que relaciona el volumen liberado con el volumen total del depósito de relaves. Esta relación, permitió calcular la distancia peligrosa de manera más precisa. A pesar de la precisión obtenida, no se deben ignorar los efectos del flujo, que están determinados por las propiedades reológicas del relave (como la viscosidad efectiva y la tensión de fluencia) y la geometría del terreno.

La combinación de estos factores, es esencial para obtener una evaluación probabilística del riesgo confiable y para realizar estudios más precisos.

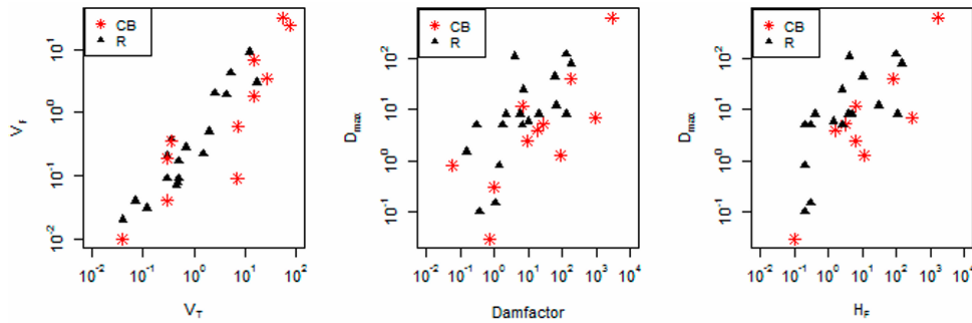


Figura 2.9: Modificación de Concha et al. (2018), con datos actualizados por Chambers y Bowker.

Los modelos y las correlaciones encontradas por los autores se muestran a continuación:

$$V_F = 0,332(V_T)^{0,95}, \text{ con } R^2 = 0,89 \quad (2.7)$$

$$D_{max} = 3,04 \left(\frac{HV_F^2}{V_T} \right)^{0,545}, \text{ con } R^2 = 0,53 \quad (2.8)$$

Los resultados, ayudaron a aplicar esta metodología a casos conocidos en Chile, como Tranque Las Palmas, Tranque Veta del Agua N°1 y Tranque El Cobre Viejo, mostrando buenas aproximaciones. Sin embargo, es crucial complementar los modelos con observaciones y mediciones in situ para obtener resultados más sólidos y concretos.

2.1.10. Método de Liu (2018)

En su tesis doctoral, Liu (2018) realizó una combinación de estudios experimentales y modelación numérica para describir el comportamiento de una pulpa a bajas tensiones de fluencia y bajos números de Reynolds, aplicando el modelo H-B en todas sus pruebas.



Figura 2.10: Vista frontal de instalación experimental con solución de carbopol usada por Liu (2018).

Liu (2018) no asumió que toda la represa colapsaba instantáneamente, sino que, generó una falla por etapas, haciendo que el muro se erosionara gradualmente. Lo anterior, resulta en una disipación mayor de energía y, por ende, una menor distancia recorrida, hasta un 10% menor, incluso si el volumen liberado es el mismo.

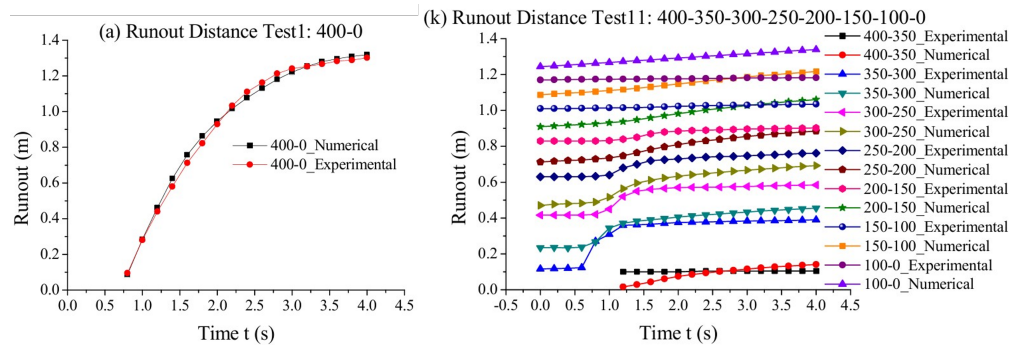


Figura 2.11: Comparación entre un colapso súbito y un colapso por etapas, se aprecian los resultados experimentales y computacionales para cada caso. El caso mostrado es para una columna de 400 mm de altura, en la imagen de la derecha se libera la columna total, mientras que en la imagen de la derecha se muestra que es liberada lenta y continuamente, hasta llegar a una columna de 100 mm, representado por una escalera de pequeños avances de distancia.

También, realizó análisis de sensibilidad en sus modelos computacionales, sus resultados mostraron que, la viscosidad es la variable dominante, en donde si se varía un 10%, la distancia máxima varía 6.35% en promedio. Así mismo, notó que, el esfuerzo de fluencia es menos crítico, tal que, un ajuste del 10%, afectó a los resultados en menos de 2%.

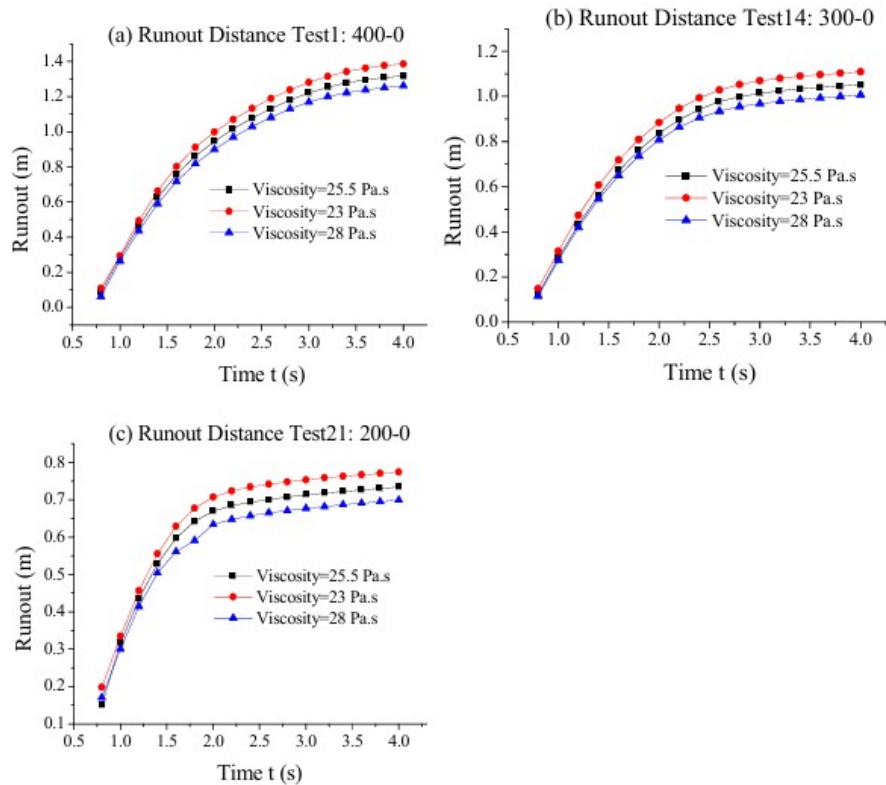


Figura 2.12: Resultados del análisis de sensibilidad para la viscosidad.

2.1.11. Método de Monsalve (2021)

Monsalve (2021), recopiló y analizó diversas metodologías para estimar la distancia peligrosa en depósitos de relaves no operativos y aplicarlas al estudio de la población en riesgo. El estudio incluyó datos sobre el estado actual de los depósitos de relave en Chile y metodologías disponibles, como las propuestas por Lucia et al. (1981), Jeyapalan et al. (1983), Hungr (1995), Rico et al. (2008) y Concha et al. (2018).

Se seleccionaron 20 depósitos de relaves no operativos, basados en su impacto potencial en la pérdida de vidas humanas. Se evaluó la factibilidad de aplicar estos modelos, implementándolos computacionalmente para estimar la población de riesgo. El estudio, también examinó las ventajas y limitaciones de cada método y estimó la población expuesta en caso de falla.

La aplicación de diferentes metodologías, permitió identificar sus fortalezas y debilidades, estableciendo un procedimiento para determinar los depósitos de relaves no operativos más peligrosos utilizando información pública. Los resultados, mostraron que algunos métodos eran más adecuados que otros, dependiendo de la cantidad y calidad de datos disponibles.

2.1.12. Método de Vergara et al. (2022)

El estudio de Vergara et al. (2022), se enfoca en la modelización de la distancia de flujo de los relaves tras el colapso de un depósito. Utilizando un canal rectangular abierto como dominio computacional en simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD) con el software FLUENT, se logra simular y analizar cómo se comporta el flujo de los relaves después de la ruptura de una depósito.

Vergara et al. (2022), menciona que la energía potencial mecánica almacenada por el depósito, es transformada en energía cinética al momento del colapso, lo que hace que el relave fluya, sin embargo, se generan pérdidas de esta energía de acuerdo a la fuerza de roce con la superficie de terreno. Lo anterior, no fue considerado, ya que, se trabajó con un canal con paredes y base lisa.

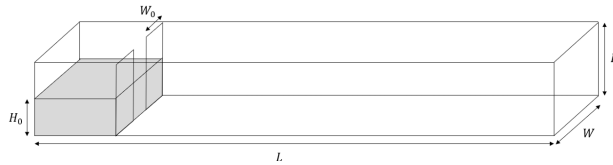


Figura 2.13: Esquema de la geometría usada en el estudio de Vergara et al. (2022).

Vergara et al. (2022) utilizó el teorema II de Vaschy-Buckingham, para llevar a cabo un análisis dimensional y así unificar las variables que influyen en el cálculo de distancia peligrosa, formando grupos adimensionales. Esto permite proponer una expresión matemática que considera el esfuerzo de fluencia adimensional (τ_2), un número de Reynolds modificado (Re_2) y el ángulo de inclinación del sistema (σ). Para caracterizar la distancia de flujo de relaves, se emplearon simulaciones numéricas con modelos multifásicos en régimen laminar, caracterizando los relaves como fluidos no newtonianos basados en el modelo de Herschel-Bulkley.

Los datos obtenidos revelan una buena correlación entre las variables para estimar la distancia de flujo peligrosa. Se observa, que un alto esfuerzo de fluencia, hace que los relaves se detengan más rápidamente, mientras que un mayor número de Reynolds modificado aumenta la distancia de escurrimiento. El análisis de la pendiente del terreno, también muestra una influencia significativa, con pendientes mayores favoreciendo una mayor distancia del fluido. Con estos resultados, se construyó un modelo con las variables involucradas en el estudio, evidenciando su correlación. El modelo construido es el siguiente

$$\frac{D_{max}}{H_0} = 0,29\tau_2^{-0,05} Re_2^{0,56} (1 + \theta)^{0,51} \quad (2.9)$$

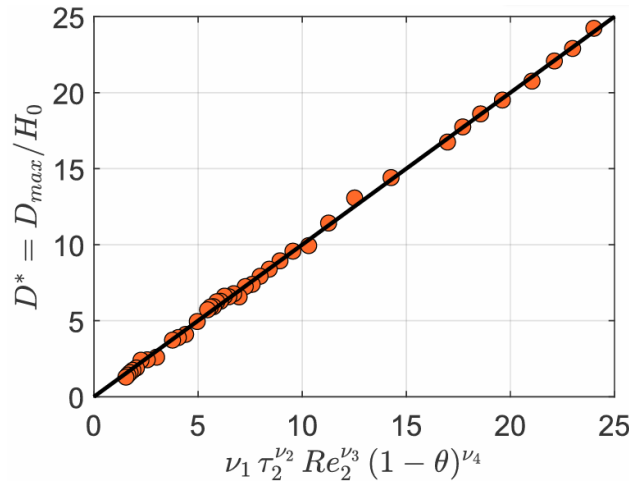


Figura 2.14: Ajuste de datos para la distancia adimensional de escurrimiento $D^* = \frac{D_{max}}{H_0}$ en función del grupo adimensional $\nu_1 \tau_2^{\nu_2} Re_2^{\nu_3} (1 + \theta)^{\nu_4}$. Donde los valores de los parámetros ajustados son $\nu_1 = 0,29$, $\nu_2 = -0,05$, $\nu_3 = 0,56$ y $\nu_4 = 0,51$

Finalmente, a partir de datos frecuentes y comunes en las mineras nacionales, se propone un ábaco acotado para intervalos regulares, para determinar la distancia peligrosa en función a las variables estudiadas.

Los autores, sugieren que los modelos empíricos desarrollados en este estudio se utilicen como una herramienta preliminar para el análisis de riesgos en presas de relaves. Sin embargo, se menciona la importancia de complementar estos modelos con observaciones y mediciones detalladas en el sitio, debido a la variabilidad y la incertidumbre en los datos históricos.

2.1.13. Método de Chen et al. (2023)

Chen et al., trabajó con un caso hipotético de un colapso de depósito de relave que se encontraba a 800 m de un poblado. Realizó pruebas experimentales, construyendo un canal de 19 m en total, donde consideró un estanque, con una pendiente de 3%, una curvatura (debido a la topografía del terreno en estudio) y un tramo final recto, por donde se harían las principales mediciones.

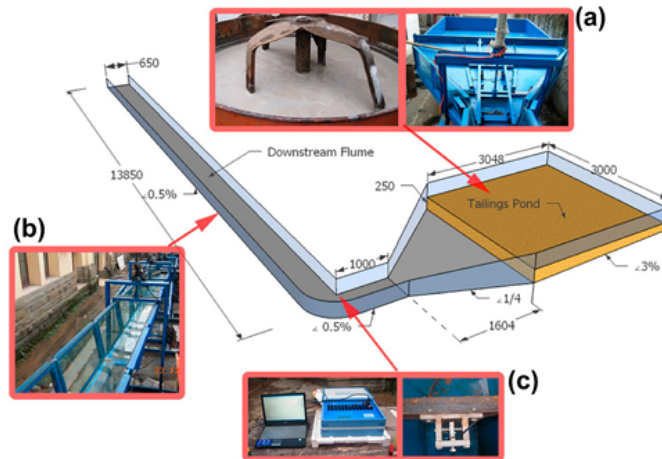


Figura 2.15: Modelo experimental utilizado por Chan et al. en (a) se muestra un mezclador industrial y la zona de estanque que retiene al relave, en (b) se muestra el tramo recto donde se analizará la distancia máxima y en (c) se muestra la curva por la que pasará el relave y los equipos de medición

El estudio dio como resultado, que el poblado, ubicado a 800 m del depósito, sería impactado por el relave con una fuerza máxima de 2.5 MPa, una profundidad de flujo de 95 m y con un tiempo de 3 minutos, entre el colapso y el impacto. Por el gran impacto que generaría el colapso, propone la utilización de una barrera protectora, la cual es ubicada en el tramo recto del canal para disminuir el impacto.

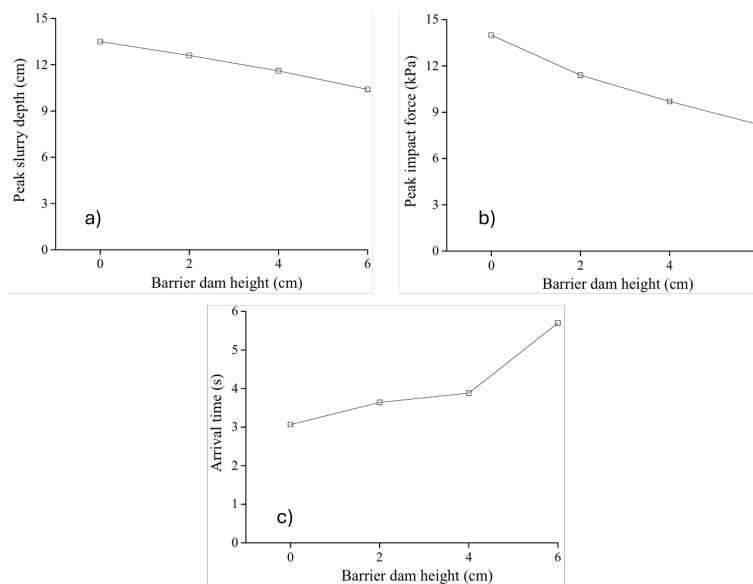


Figura 2.16: Resultados obtenidos por Chen et al. (2023). Se presentan los resultados, sin barreras, con barrera de 2 cm, 4cm y 6cm.

Las barreras presentadas por Chen et al. (2023), escaladas a la realidad, tendrían alturas de 10 m, 20 m y 30 m. Éstas generarían mecanismos de flujo inverso, en donde el relave fluiría

en sentido opuesto al inicial, disipando gran parte de la energía cinética del flujo principal. También menciona que, la barrera generaría un fenómeno de taponamiento, en el que, el flujo por detrás de la barrera, debe recorrer una distancia vertical extra, perdiendo velocidad. Finalmente, indica que, una barrera de 20 m de altura, reduciría la fuerza de impacto en un 20% y retrasaría la llegada de la inundación entre 2 a 3 minutos, lo cual es crucial para una evacuación.

2.1.14. Método de Pinilla et al. (2024)

Pinilla et al., realizó análisis de nuevas variables relacionadas con el comportamiento de los relaves y la distancia máxima de flujo, en post de complementar modelos anteriores. De esta manera, el trabajo realizado fue de forma experimental. Se consideraron parámetros reológicos, fluidodinámicos y geométricos aplicados a un modelo plástico de Bingham.

Se amplió el modelo de Vergara et al. (2021), añadiendo variables como, concentración de sólido, volumen liberado y granulometría de las pulpas, con lo que se generó un nuevo modelo multivaribale

$$\frac{D_{max}}{H_0} = 0,04\tau_2^{0,17} Re_2^{0,66} (1 - \theta)^{-15} \phi^{0,11} C_w^{0,01} \quad (2.10)$$

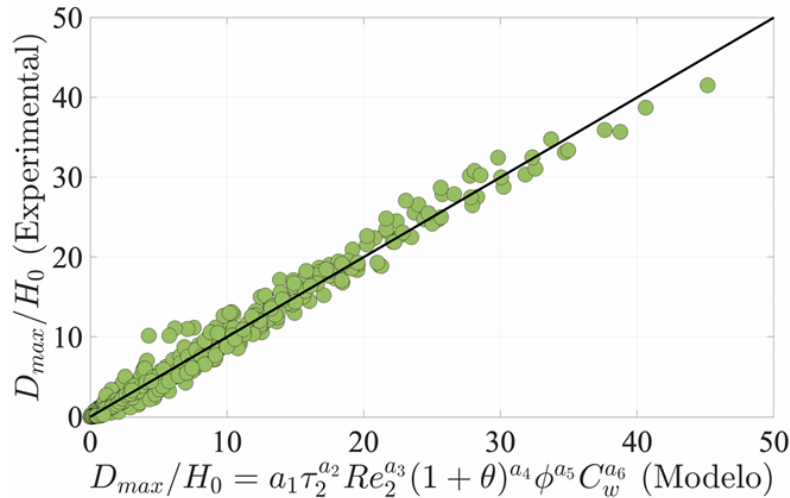


Figura 2.17: Modelo propuesto por Pinilla et al., 2024

Con ello Pinilla et al. propone una alta sensibilidad del modelo ante la variación de la pendiente donde se encuentra el terreno, sin embargo, si el relave requiere de un alto esfuerzo de corte para fluir, es posible aumentar la pendiente sin que éste escurra. Lo anterior, debe ser estudiado particularmente para cada uno de los depósitos. Así, se desprende que, tanto la pendiente como el esfuerzo de corte requerido para fluir, son variables críticas que influyen en la distancia peligrosa.

Otro comportamiento interesante, es que la distancia máxima disminuye con el aumento del tamaño de partículas, esto debido a que las partículas tienden a asentarse rápidamente, reduciendo el flujo del relave, por lo que es una variable a considerar en esta tesis.

Finalmente, Pinilla et al. (2024) aplica su modelo propuesto a un caso real, el colapso del Tranque las Palmas, ocurrido principalmente por la activación de una falla sísmica, la cual resultó en un estado no operativo del depósito durante la falla (Monsalve 2021). El modelo estimó con cercanía el resultado de la distancia máxima recorrida por el relave, siendo éste de 480 m, mientras que la distancia reportada fue de 500 m.

Basado en estudios previos, en esta tesis se busca ampliar el conocimiento del comportamiento de relaves en un posible colapso del depósito. Para ello, se busca incorporar variables no consideradas en investigaciones previas y mejorar parte de los modelos experimentales presentados en el estado del arte.

Capítulo 3

Marco teórico

3.1. Contextualización de la minería

3.1.1. Minería mundial

La minería, es la actividad económica más importante a nivel global, basándose principalmente, en la explotación, procesamiento y comercialización de metales de interés.

La producción de metales valiosos, estos últimos años, ha ido en aumento, debido principalmente a tres factores; la alza de demanda, debido al esfuerzo por generar una transición energética hacia energías renovables no convencionales; la mayor parte de las reservas de cobre conocidas son sulfuros, por lo que, las profundidades de los yacimientos son cada vez mayores, y que; la ley de cobre ha ido disminuyendo, lo que ha llevado a un incremento en el procesamiento de minerales, con el propósito de mantener un producción en régimen (SERNAGEOMIN, 2021)

Actualmente hay países, como Chile, que presentan una alta actividad minera que se desarrolla permanentemente, al igual que, Perú, China, Estados Unidos y Australia, mientras que hay otros países, que son productores a menor escala, sin embargo, muchos de ellos basan sus procesos en las experiencias de los principales países productores (SERNAGEOMIN, 2023). Esto quiere decir, que la minería es un negocio interconectado globalmente y que cada decisión, acción, desarrollo e incluso desastres ambientales, terminan impactando en diferentes zonas del mundo.

Los minerales de mayor relevancia, explotados en los cinco continentes del mundo, debido a su volumen de producción y a su gran utilidad industrial e impacto económico son el hierro, cobre, manganeso, zinc, cromo, oro, plata y platino (USGS, 2022). De los minerales con mayor relevancia, Chile, actualmente, produce siete de ellos, según registros de SERNAGEOMIN, siendo su principal producto, cobre, representando un 26.6% de un total mundial de 21.000.000 toneladas métricas (SERNAGEOMIN, 2023).

Según información recopilada por US Geological Survey, 2022 y SERNAGEOMIN, 2021, dentro de los primeros lugares, en cuanto a la producción de cada uno de los doce metales de

interés, se encuentran Chile (Cobre), China (Molibdeno, Oro, Plomo, Zinc, Wolframio, Antimonio y Mercurio), México (Plata), Australia (Hierro), Sudáfrica (Manganeso) y República Democrática del Congo (Cobalto).

Así, la producción de metales de interés a nivel mundial, se resume en la siguiente tabla

Tabla 3.1: Producción mundial de minerales metálicos, año 2020-2021.

MINERALES METÁLICOS	PRODUCCIÓN	
	2020	2021
Cobre (tm x 1.000 Cu)	20.600	21.000
Molibdeno (tm Mo)	298.050	295.000
Oro (tm Au)	3.061	3.064
Plata (tm Ag)	23.500	23.600
Hierro (tm x 1 millón Fe)	2.470	2.550
Manganeso (tm x 1.000 Mn)	18.900	20.000
Plomo (tm x 1.000 Pb)	4.380	4.300
Zinc (tm x 1.000 Zn)	12.060	12.880
Cobalto (tm Co)	142.000	165.000
Tungsteno (tm W)	78.400	79.270
Antimonio (tm Sb)	110.700	109.100
Mercurio (tm Hg)	2.490	2.280

Según el estudio más reciente del UG Geological Survey, acerca de las recursos mineralógicos, del 2015, data que los recursos identificados contenían 2.100 billones de toneladas de cobre y los recursos no descubiertos contenían un estimado de 3.500 billones de toneladas. Es decir, solo considerando el cobre, existe un 40 % de recursos que todavía no han sido descubiertos; considerando los demás metales de interés, queda una gigantesca cantidad de productos por descubrir, extraer y procesar.

3.1.2. Minería nacional

Tal como se mencionó en la sección anterior, Chile es uno de los principales productores de metales de interés del mundo, encontrándose en primer lugar como productor de cobre, con más de 5.3 millones de toneladas métricas finas al año 2023, lo que equivale a aproximadamente un 26 % de la producción mundial de cobre (SERNAGEOMIN, 2023).

Además, se posiciona en segundo lugar como productor de molibdeno, con 44.1 toneladas métricas finas, equivalente a un 16 % de la producción mundial de molibdeno.

Chile, también se encuentra en el puesto 17, 4, 13, en la producción de oro, plata y hierro, respectivamente, lo cual, como resultado lo posiciona en el décimo puesto de países productores de metales de interés (SERNAGEOMIN, 2021).

Tener altas tasas de producción e innovar hacia la tecnología y automatización minera, se ven reflejados en un aporte de la minería al PIB nacional superior al 6 % por más de una década. Por lo que, se le considera un agente macroeconómico de dinamización de la economía y de la producción. Según el Anuario de la Minería de Chile, del 2021, ese año la participación de la minería en el PIB alcanzó el 14,6 %, y dentro de este porcentaje, la participación de la minería del cobre fue de 13,3 %.

De este modo, tener plantas de proceso, al nivel de producción que tiene nuestro país, es sumamente necesario. Sin embargo a pesar del aporte económico al país, el procesamiento de minerales genera grandes cantidades de desechos, a los cuales se les denomina relaves, una mezcla de partículas sólidas de diferentes tamaño y un fluido, generalmente agua.

En Chile, las faenas mineras generan relaves a una tasa de 530 millones de toneladas al año (Catastro nacional de depósitos de relave, Sernageomin, 2022). Esto constituye un gran desafío, relacionado al depósito, transporte y posibles desastres debido a los riesgos latentes que representan los depósitos de relave. Es por esto que se necesita saber acerca de los diferentes tipos de fluidos y sus comportamientos.

3.2. Clasificación de fluidos

Los fluidos son materiales que se caracterizan por no poder resistir un esfuerzo cortante sin deformarse (White, 1994). Mientras un sólido se deforma una cantidad finita, el fluido continúa deformándose, durante el tiempo que el esfuerzo esté presente, por más pequeño que sea (Çengel & Cimbala, 2017).

A diferencia de los sólidos, las moléculas en los fluidos no están unidas rígidamente, lo que permite su libre desplazamiento relativo. Esta característica otorga a los fluidos la capacidad de experimentar deformación continua bajo la acción de fuerzas externas, propiedad que resulta esencial en numerosos procesos tanto en fenómenos naturales como industriales.

Desde una perspectiva fluidodinámica, todos los fluidos comparten la capacidad de transportar cantidad de movimiento, energía térmica y masa de forma simultánea (Bird, 2002). Estas interacciones constituyen la base para describir y analizar el comportamiento físico de los fluidos. De manera particular, un fluido se define por su respuesta a fuerzas cortantes externas, manifestada en su deformación (Çengel & Cimbala, 2017).

La disciplina encargada de estudiar el flujo y la deformación de los materiales bajo la influencia de fuerzas externas se denomina reología. Este campo se fundamenta en leyes constitutivas que relacionan el esfuerzo aplicado con la deformación resultante, permitiendo predecir el comportamiento del fluido (Fourie, 2006).

3.2.1. Fluidos Newtonianos

Los fluidos newtonianos se distinguen por una relación lineal y constante entre el esfuerzo cortante aplicado y la tasa de deformación resultante. Este comportamiento refleja que la viscosidad de dichos fluidos permanece invariable, independientemente de la magnitud de la velocidad de deformación o del esfuerzo aplicado (Wilson et al., 2006). Ejemplos representativos de fluidos newtonianos incluyen el agua, el aire y los aceites, en los cuales la viscosidad no se ve afectada por variaciones en la velocidad de flujo o en el esfuerzo cortante aplicado.

La relación lineal característica de los fluidos newtonianos se describe matemáticamente mediante la Ley de Viscosidad de Newton, la cual establece una conexión directa entre el esfuerzo cortante (τ) y la tasa de deformación ($\dot{\gamma}$), expresada mediante la ecuación

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (3.1)$$

donde:

- τ es el esfuerzo de corte, (Pa).
- μ representa la viscosidad dinámica del fluido, una propiedad intrínseca que define su resistencia al flujo bajo esfuerzos de corte, (Pa s).
- $\dot{\gamma}$ es la tasa de deformación o velocidad de corte, (1/s).

La ventaja de este modelo, es su simplicidad, sin embargo, este modelo puede arrojar resultados significativamente erróneos al ser aplicado a fluidos complejos (Larenas, 2010).

3.2.2. Fluidos no Newtonianos

Los fluidos no newtonianos se definen por una viscosidad que no permanece constante, sino que varía en función de la tasa de deformación aplicada, diferenciándose así de los fluidos newtonianos, cuya viscosidad es independiente de estas condiciones. Este comportamiento implica que, la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación es de naturaleza no lineal, lo que da lugar a una amplia diversidad de respuestas en términos de flujo y deformación bajo diferentes condiciones de esfuerzo (Boger, 2009).

Dentro de esta categoría, los fluidos no newtonianos presentan dos tipos principales de comportamientos: aquellos cuya viscosidad no depende del tiempo, denominados fluidos independientes del tiempo ($\tau = f(\dot{\gamma})$), y aquellos cuya viscosidad varía en función del tiempo, conocidos como fluidos dependientes del tiempo ($\tau = f(\dot{\gamma}, t)$) (Chhabra & Patel, 2025).

Independientes del tiempo

1. **Plásticos de Bingham:** Este tipo de fluidos se caracteriza por requerir un esfuerzo cortante mínimo para iniciar su flujo. Hasta que se alcanza este umbral, el material se comporta como un sólido rígido; sin embargo, una vez superado, presenta un comportamiento similar al de los fluidos newtonianos, con una relación lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación (Barnes et al., 1989). Ejemplos representativos de plásticos de Bingham incluyen los lodos, la pasta de dientes y los relaves mineros.

2. **Fluidos Pseudoplásticos:** Estos fluidos se definen por una disminución de la viscosidad a medida que aumenta la tasa de deformación. Este comportamiento, conocido como adelgazamiento por cizalladura, facilita el flujo en condiciones de altas velocidades de corte, lo que los hace especialmente útiles en aplicaciones donde se requiere una reducción de la resistencia al flujo en movimiento (Chhabra & Patel, 2025). Ejemplos típicos de fluidos pseudoplásticos incluyen la pintura y la sangre.
3. **Fluidos Dilatantes:** En contraste con los pseudoplásticos, los fluidos dilatantes exhiben un aumento en la viscosidad a medida que se incrementa la tasa de deformación, un fenómeno conocido como espesamiento por cizalladura. Este comportamiento provoca que dichos fluidos se vuelvan progresivamente más viscosos y resistentes al flujo bajo condiciones de alta velocidad de corte (Chhabra & Patel, 2025). Ejemplos comunes de fluidos dilatantes incluyen suspensiones de almidón en agua y ciertas suspensiones concentradas.

Dependientes del tiempo

1. **Fluidos Reopécticos:** Estos fluidos se distinguen por experimentar un aumento progresivo en su viscosidad cuando son sometidos a un esfuerzo cortante constante durante un intervalo de tiempo. Este comportamiento particular, que resulta en una resistencia creciente al flujo bajo condiciones de cizalladura sostenida, es característico de materiales como las pastas de yeso y algunas tintas de impresora. Dichas propiedades hacen que los fluidos reopécticos sean relevantes en aplicaciones específicas donde el control del endurecimiento gradual es crítico, ejemplos de estos fluidos son pastas de yeso y tintas de impresora (Chhabra & Patel, 2025).
2. **Fluidos Tixotrópicos:** En contraste, los fluidos tixotrópicos presentan una disminución en la viscosidad cuando son sometidos a un esfuerzo cortante constante durante un período prolongado, seguida de una recuperación gradual de la viscosidad una vez que el esfuerzo es eliminado. Este comportamiento reversible es común en materiales como la gelatina y salsas (Mott, 2006).

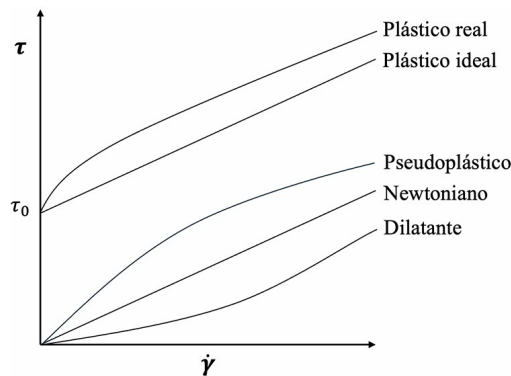


Figura 3.1: Representación del comportamiento de los fluidos Newtonianos y no Newtonianos independientes del tiempo (Pinilla et al, 2024).

3.3. Modelos de comportamiento reológico para fluidos no Newtonianos

La reología se basa principalmente en describir la ciencia de flujo y deformación de los materiales, relacionando esta última con la fuerza aplicada y la variable tiempo. Normalmente, se utiliza para describir fluidos complejos, que, en la industria minera corresponden a pulpas de concentrado, rellenos y fortificación en mina subterránea o relaves (Rojas, 2012).

La descripción de los materiales se realiza mediante dos variables, la viscosidad, referida a la resistencia a fluir, y la elasticidad, referida a la estructura del material. La caracterización de los fluidos complejos se rige principalmente por el comportamiento de la viscosidad del mismo (Fourie, 2006).

La viscosidad relaciona dos medidas físicas inherentes en el flujo de un fluido complejo, el esfuerzo de corte (τ) y la tasa de deformación ($\dot{\gamma}$)

El esfuerzo de corte representa la Fuerza aplicada en un área específica del fluido o sustancia que se quiere mover, se representa en forma de tensor de segundo orden y puede ser representados por una matriz 3x3 con nueve componentes (Bird, 2002).

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \text{ Pa} \quad (3.2)$$

El primero y segundo subíndice de cada componente del tensor de esfuerzo, τ_{ij} , en la matriz, representan, la dirección del vector fuerza (fila) y la normal al plano sobre el cual actúa el componente de la fuerza (columna) (Olivella & Saracibar, 2002).

La tasa de deformación, por su parte, incorpora la variable temporal, indicando el cambio de deformación en el tiempo.

De acuerdo con los diferentes comportamientos observados en los fluidos, se han propuesto distintos modelos a lo largo del tiempo que intentan representar el fenómeno reológico.

3.3.1. Modelo plástico ideal de Bingham

El fluido plástico Bingham, es un tipo de material viscoplástico que se comporta como un cuerpo rígido frente a esfuerzos bajos, pero fluye viscosamente ante esfuerzos altos. Este modelo es utilizado generalmente para describir las pulpas en la industria minera, sobre todo las que tienen altas concentraciones de sólidos (Wilson, 2006).

La explicación física de este fenómeno radica en que el fluido contiene partículas en suspensión o grandes moléculas que presentan interacción mutua. Las partículas crean una débil estructura sólida que se rompe al alcanzar cierto nivel de esfuerzos de corte, denominado

tensión de fluencia ($\tau_{yield} > 0$). Una vez que se supera este umbral, las partículas se mueven libremente en el fluido con un comportamiento similar al de un fluido Newtoniano (Larenas, 2010). El modelo reológico para un fluido de Bingham es

$$\tau = \tau_{yield} + \mu_B \dot{\gamma} \quad (3.3)$$

donde:

- τ_{yield} es el esfuerzo de fluencia inicial a vencer para iniciar el flujo, (Pa)
- μ_B es la viscosidad plástica de Bingham, (Pa s).

3.3.2. Fluido Ley de Potencia o de Ostwald-de Waele

El modelo de Ostwald-de Waele, comúnmente denominado como ley de potencia, constituye uno de los modelos reológicos más ampliamente utilizados para la caracterización de fluidos pseudoplásticos y dilatantes. Este modelo describe la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación mediante una expresión matemática basada en una ley de potencia, la cual permite capturar las variaciones en el comportamiento viscoso de estos fluidos bajo diferentes condiciones de cizalladura (Larenas, 2010). La representación reológica viene dada por el siguiente modelo

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (3.4)$$

donde:

- K se define como el índice de consistencia.
- n determina el tipo de comportamiento que tiene el fluido respecto a la variación de su viscosidad por cizalle.

Tabla 3.2: Clasificación del fluido de acuerdo al valor del índice de comportamiento.

$n < 1$	shear thinning o fluido pseudoplástico
$n = 1$	fluido newtoniano
$n > 1$	shear thickening o fluido dilatante

Este modelo debe usarse para valores de $\dot{\gamma}$ en un rango acotado pues, por ejemplo, para el caso ($n < 1$), según la expresión, supone viscosidades arbitrariamente grandes para fluidos cerca del reposo (o que se mueven como un cuerpo rígido). Por otro lado, para altas tasas de corte, resultaría en viscosidades muy pequeñas que podrían ser incluso menores que la del fluido transportador. Otra desventaja del modelo, según Larenas (2010), es que las unidades de $K(Pa \cdot s^{-n})$ no permiten darle un sentido físico claro a este parámetro, esto es lo que se denomina inconsistencia de las unidades.

3.3.3. Fluido Herschel-Bulkley

Es un modelo de tres parámetros que relaciona la tensión de fluencia proveniente del modelo Bingham y el crecimiento en Ley de Potencia. Específicamente, este modelo se aplica a aquellos fluidos que requieren un esfuerzo de fluencia inicial para iniciar el flujo, y cuya relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación sigue una ley de potencia una vez que se ha superado dicho esfuerzo de fluencia (Larenas, 2010).

En este modelo, τ_{yield} , K y n tienen interpretaciones físicas equivalentes. La relación entre $\dot{\gamma}$ y τ viene dada por

$$\tau = \tau_{yield} + K\dot{\gamma}^n \quad (3.5)$$

Tal como en la Ley de Potencia, el valor de n determina el comportamiento de la viscosidad aparente en función de la tasa de corte. El modelo de Herschel-Bulkley resulta particularmente adecuado para caracterizar materiales como suspensiones de partículas sólidas en líquidos, algunas arcillas y ciertos productos alimenticios procesados, los cuales exhiben tanto un esfuerzo de fluencia como una relación no lineal entre el esfuerzo y la tasa de deformación, fenómeno que no puede ser descrito adecuadamente mediante modelos más simples como el de Bingham.

Además de su capacidad para modelar la transición entre el estado de reposo y el flujo, el modelo de Herschel-Bulkley se distingue por su versatilidad y precisión en los ajustes (Boger, 2013). En particular, se utiliza para describir el comportamiento reológico de pulpas y relaves mineros, que, debido a su compleja naturaleza, requieren un enfoque más sofisticado para predecir su comportamiento bajo condiciones de procesamiento o transporte.

3.3.4. Fluido Casson Generalizado

Los modelos anteriores, pueden considerarse como casos particulares de este modelo general que introduce un nuevo parámetro k , denominado el factor de escala. Éste fue propuesto por Hallbom y Klein, (2004), donde el modelo se describe como

$$\tau = \tau_{yield}^k + (\mu_i \dot{\gamma})^k \quad (3.6)$$

Se introducen modificaciones que permiten una mayor flexibilidad en la descripción del comportamiento de materiales con características más complejas. Esta generalización puede incluir términos adicionales en la ecuación que permiten ajustar el modelo a una gama más amplia de comportamientos reológicos, abarcando desde fluidos de tipo pseudoplástico (donde la viscosidad disminuye con el aumento de la tasa de deformación), hasta materiales con comportamientos viscoelásticos o elásticos bajo ciertas condiciones (Larenas, 2010).

3.4. Flujo de Fluidos

El análisis del flujo de fluidos abarca la descripción detallada del movimiento y el comportamiento de los mismos, bajo un conjunto diverso de condiciones, siendo un campo de

estudio fundamental en diversas áreas de aplicación. Este ámbito de investigación resulta esencial tanto para el diseño y la optimización de sistemas de transporte de fluidos, como para el entendimiento de dinámicas más complejas. Dentro de este contexto, los patrones de flujo se categorizan, de manera general, en dos tipos principales: flujo laminar y flujo turbulento, los cuales presentan características diferenciadas y ocurren bajo condiciones específicas que dependen de factores como la velocidad, la viscosidad y las propiedades del medio a través del cual se desplazan (Richardson, 2011).

3.4.1. Ordenamiento de líneas de flujo

Flujo laminar

El flujo laminar, se define por un movimiento organizado y uniforme de las partículas del fluido, las cuales se desplazan en capas paralelas, sin interacción ni mezcla entre sí, configurando una estructura de flujo altamente ordenada. Este régimen de flujo se manifiesta predominantemente en condiciones de baja velocidad y en fluidos cuya viscosidad es relativamente baja, parámetros que favorecen la prevalencia de las fuerzas viscosas sobre las fuerzas inerciales (Larenas, 2010). Como consecuencia de esta relación de dominio, el perfil de velocidad del fluido en conductos de sección cilíndrica, tales como tuberías, adopta una forma parabólica característica, reflejando una distribución gradual y continua de velocidades desde las paredes hacia el eje central (Mott, 2006).

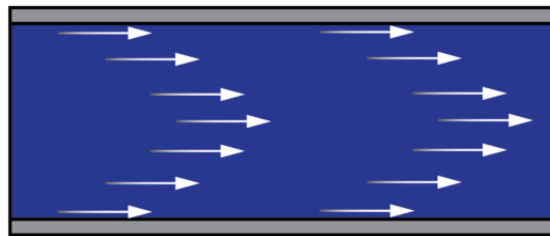


Figura 3.2: Representación Flujo Laminar.

Flujo Turbulento

El flujo turbulento, se distingue por la naturaleza caótica y altamente desordenada del movimiento de las partículas del fluido, las cuales experimentan interacciones complejas caracterizadas por la presencia de remolinos, vórtices y fluctuaciones rápidas tanto en la presión como en la velocidad (Larenas, 2010). Este régimen de flujo se manifiesta predominantemente bajo condiciones de alta velocidad, donde las fuerzas inerciales prevalecen significativamente sobre las fuerzas viscosas, lo que genera una mezcla intensa y completa del fluido en todo el dominio del flujo. Como resultado de estas dinámicas, el perfil de velocidad tiende a aplanarse, reflejando una distribución más uniforme de las velocidades a lo largo de la sección transversal del conducto (Chhabra & Patel, 2025).

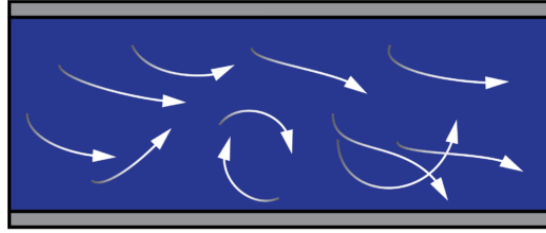


Figura 3.3: Representación Flujo Turbulento.

Número de Reynolds

El número de Reynolds, es un parámetro adimensional inherente del flujo que se utiliza para predecir el régimen con el que se moverá el fluido en un sistema dado. Este número compara las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas en un fluido, la comparación entre fuerzas, se representa de la siguiente manera

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.7)$$

donde:

- ρ es la densidad del fluido.
- v representa la velocidad de flujo.
- L es un parámetro geométrico que hace alusión a una longitud característica.
- μ es la viscosidad dinámica del fluido.

De acuerdo con el resultado numérico que se obtenga del número de Reynolds se podrá determinar el tipo de flujo del sistema

Tabla 3.3: Clasificación de Flujo de acuerdo al valor del Número de Reynolds.

$Re < 2000$	Flujo Laminar
$2000 < Re < 4000$	Flujo de Transición
$Re > 4000$	Flujo Turbulento

Número de Reynolds modificado

En el caso de los fluidos no newtonianos, cuya relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación no presenta un comportamiento lineal, se emplea un número de Reynolds modificado que incorpora las propiedades reológicas particulares del fluido bajo análisis (Metzner & Reed, 1955).

A lo largo de la literatura, diversos investigadores han propuesto adaptaciones al número de Reynolds convencional, integrando parámetros derivados de modelos reológicos específicos,

como los de Herschel-Bulkley y Bingham, con el propósito de describir de manera más precisa el comportamiento de estos fluidos. En particular, para un fluido no newtoniano regido por el modelo de Herschel-Bulkley, el número de Reynolds modificado puede expresarse en función de los parámetros característicos de dicho modelo, permitiendo una representación más adecuada de las condiciones dinámicas del sistema (Slatter, 1997).

El número de Reynolds modificado, según los parámetros del modelo de Herschel-Bulkley, se expresa como Re_{HB}

$$Re_{HB} = \frac{\rho v^2}{\tau_{yield} + k \left(\frac{8v}{L}\right)^n} \quad (3.8)$$

donde:

- τ_{yield} es el esfuerzo de fluencia.
- k y n son los coeficientes del modelo HB.

El número de Reynolds modificado, también se puede construir de acuerdo con los parámetros del modelo de plástico de Bingham (Re_{PB} o Re_2)

$$Re_2 = \frac{\rho v^2}{\tau_{yield} + \mu_B \frac{8v}{L}} \quad (3.9)$$

donde:

- μ_B es la viscosidad efectiva.

Basados en el número de Reynolds modificado (Re_2), se puede determinar qué tipo de flujo es el del sistema de acuerdo con la siguiente clasificación

Tabla 3.4: Clasificación de Flujo de acuerdo con el Número de Reynolds modificado.

$Re_2 < 2000$	Flujo Laminar
$2000 < Re_2 < 8000$	Flujo de Transición
$Re_2 > 8000$	Flujo Turbulento

3.4.2. Flujos con variación temporal

Flujo permanente

Se denomina flujo permanente o estacionario a aquel en el cual las propiedades del fluido, tales como la velocidad, presión, densidad y otras magnitudes físicas relevantes, permanecen constantes en un punto fijo del espacio a lo largo del tiempo. Este tipo de flujo se caracteriza por la invariabilidad temporal de las condiciones en cualquier ubicación específica del sistema (Mott & Untener, 2015).

Flujo impermanente

Se considera flujo impermanente o no estacionario a aquel en el cual las propiedades del fluido experimentan variaciones temporales en un punto fijo del espacio. En estos casos, magnitudes como la velocidad, la presión y la densidad muestran cambios detectables con el transcurso del tiempo, reflejando una naturaleza dinámica en las condiciones del flujo (Mott & Untener, 2015).

3.4.3. Flujos con variación espacial

Flujo uniforme

Un flujo se clasifica como uniforme cuando las propiedades del fluido, incluidas la velocidad y la presión, son invariantes a lo largo de una dirección espacial específica. Esto implica, que no se presentan diferencias en las magnitudes físicas entre distintos puntos en la dirección considerada, manteniendo una distribución homogénea de las propiedades en esa dimensión (Mott & Untener, 2015).

Flujo no uniforme

Un flujo se define como no uniforme cuando las propiedades del fluido varían de un punto a otro en una dirección espacial específica. En estos flujos, magnitudes como la velocidad, la presión y otras propiedades relevantes exhiben cambios espaciales significativos, indicando una distribución heterogénea del fluido en la dirección del flujo (Mott & Untener, 2015).

3.5. Flujos de Suspensiones

El flujo de suspensiones se refiere al movimiento de fluidos que contienen partículas sólidas dispersas en su interior, cuya presencia modifica de manera significativa las propiedades reológicas del sistema, debido a la interacción entre las partículas sólidas y el fluido portador. Estas interacciones, afectan de manera directa parámetros fundamentales como la viscosidad, la densidad y el comportamiento global del flujo, generando características únicas que requieren un análisis detallado (Larenas, 2010). El estudio de este tipo de sistemas implica considerar cómo las propiedades del fluido varían en función de factores, como la concentración volumétrica de partículas, su tamaño y forma, así como las condiciones operativas, tales como la temperatura, la velocidad de flujo y la geometría del sistema.

3.5.1. Caracterización de la suspensión

Las suspensiones se componen de dos fases principales: una fase dispersora, representada por el líquido que actúa como medio continuo, y una fase dispersa, constituida por partículas sólidas finamente distribuidas en el fluido (Richardson, 2011). Para caracterizar estas suspensiones, se emplean diversas fórmulas y parámetros que permiten describir con precisión sus propiedades físicas, que luego, pueden cruzarse con parámetros reológicos, los cuales son fundamentales para el desarrollo del estudio.

Concentración de sólidos en peso (C_w)

Este parámetro se define como la relación entre la masa de sólido seco presente en la pulpa y la masa total de la misma, representando así, una relación de tipo peso/peso. Su determinación es esencial para evaluar la carga sólida transportada por el fluido.

$$C_w = \frac{\text{Masa del sólido seco}}{\text{Masa de la pulpa}} \cdot 100(\%) \quad (3.10)$$

Concentración volumétrica (C_v)

Corresponde a la relación entre el volumen de sólido seco contenido en la pulpa y el volumen total de la mezcla, expresándose como una relación volumen/volumen. Este valor es crítico para analizar la distribución espacial de las partículas dentro del fluido.

$$C_v = \frac{\text{Volumen del sólido seco}}{\text{Volumen de la pulpa}} \cdot 100(\%) \quad (3.11)$$

Densidad del fluido (ρ_f)

Este atributo físico caracteriza la masa del fluido por unidad de volumen, siendo un parámetro esencial para determinar el comportamiento hidrodinámico del medio dispersante.

$$\rho_f = \frac{m_f}{V_f} \quad (3.12)$$

Densidad del sólido (ρ_s)

Define la masa de las partículas sólidas por unidad de volumen, proporcionando una medida fundamental para evaluar las interacciones entre las fases dispersa y dispersante.

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad (3.13)$$

Densidad de la pulpa (ρ_p)

La densidad global de la pulpa depende tanto de la densidad del líquido como de la del sólido, lo que exige un conocimiento detallado de ambas propiedades para su determinación precisa. Según Abulnaga (2002), este parámetro integra las características de las dos fases y es clave para modelar el comportamiento dinámico de la suspensión.

$$\rho_{\text{pulpa}} = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{(100-C_w)}{\rho_f}} \quad (3.14)$$

3.6. Relave

Los relaves, definidos como residuos sólidos de granulometría fina, son subproductos del proceso de extracción de minerales, descartados tras la separación de los elementos económicamente aprovechables. En el contexto de la minería de sulfuros de cobre, este proceso implica la remoción de grandes volúmenes de roca desde el yacimiento, de los cuales solo una fracción, que hoy en día, ronda el 1 %, contiene el metal de interés.

Posteriormente, el material extraído es sometido a un proceso de molienda fina y concentración por flotación, obteniéndose un concentrado de cobre con una riqueza que oscila entre el 20 % y el 30 %. El remanente del proceso, caracterizado por una baja concentración del metal de interés, es denominado relave. La gestión de los relaves, requiere medidas rigurosas de seguridad y sostenibilidad ambiental, lo que incluye su disposición en instalaciones especialmente diseñadas para minimizar impactos ecológicos y garantizar su estabilidad física y química a largo plazo (SERNAGEOMIN, 2020).

En Chile, el marco normativo aplicable a los relaves está regulado principalmente por el Servicio Nacional de Geología y Minería. El Decreto Supremo N°248, establece lineamientos técnicos y de seguridad que rigen el diseño, la construcción, la operación y el cierre de los depósitos de relaves.

De manera complementaria, la Ley N°20.551, sobre el Cierre de Faenas e Instalaciones Mineras, dispone exigencias destinadas a asegurar la estabilidad física y química de las instalaciones de cierre, con especial énfasis en los depósitos de relaves.

Es importante mencionar que actualmente se está tramitando la aprobación de una propuesta para un nuevo reglamento que regula el diseño, construcción y operación de los proyectos de relave en Chile, éste reemplazará al actual decreto supremo N°248 del 2007.

A nivel internacional, la gestión de relaves está normada por el Estándar Global de Gestión de Relaves (GISTM), desarrollado en 2020 por el Consejo Internacional de Minería y Metales (ICMM), en colaboración con el Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (UNEP) y los Principios para la Inversión Responsable (PRI). Este estándar proporciona un marco exhaustivo orientado a la gestión segura de los depósitos de relaves, priorizando la prevención de fallos catastróficos en presas de relaves y la protección de los derechos humanos y del medio ambiente (ICMM et al., 2020).

3.6.1. Tipos de Depósitos

Según SERNAGEOMIN, 2023, existen 7 tipos de depósitos de relave, los cuales se diferencian por su tecnología de depositación, de esto se desprende, la cantidad de agua contenida en ellos, o mejor dicho la densidad, el tipo de muro de contención y la ubicación de éstos.

Según su densidad

- Relave espesado: se refiere a un tipo de disposición de relaves, en el cual el contenido de agua es sustancialmente reducido mediante un proceso de espesamiento previo a su depósito final. Este procedimiento tiene como finalidad principal aumentar la estabilidad estructural del depósito, además de mitigar el riesgo asociado a filtraciones y fallos mecánicos.
- Relave filtrado: constituye una modalidad de gestión en la que el material presenta un contenido hídrico aún menor, alcanzando niveles de humedad inferiores al 20 % gracias a un proceso de filtrado avanzado. Este método, técnicamente análogo, es utilizado en la producción de agua potable, optimiza las condiciones de seguridad y reduce los riesgos ambientales asociados a la disposición de relaves.
- Relave en pasta: corresponde a una mezcla homogénea de agua y sólidos, caracterizada por una elevada concentración de partículas finas y un bajo contenido de agua. Este tipo de relave presenta una consistencia espesa, similar a una pulpa de alta densidad, con niveles de humedad que típicamente se sitúan entre el 10 % y el 25 %. Su formulación específica permite mejorar la estabilidad durante la disposición y minimizar el impacto ambiental.

Tabla 3.5: Clasificación de tipos de relave de acurso con el porcentaje de sólido en peso.

Tipo de Relave	Porcentaje de sólido
Convensionales	30 % a 45 %
Espesados	55 % a 65 %
En pasta	75 % a 90 %
Filtrados	80 % a 90 %

Según el tipo de muro de contención

- Embalse de relaves: se define como un tipo de depósito diseñado para la contención de relaves, cuyo muro principal se construye utilizando material de empréstito, compuesto principalmente por tierra y rocas extraídas de áreas cercanas al emplazamiento. Este muro presenta un recubrimiento impermeable, tanto en su parte superior como en el talud interno, con el fin de minimizar la infiltración de líquidos y garantizar la estabilidad de la estructura. También, se clasifican como embalses de relaves, aquellos depósitos ubicados en depresiones naturales del terreno, donde la construcción de un muro de contención no resulta necesaria debido a las condiciones topográficas existentes.
- Tranque de relaves: es un depósito en el que el muro de contención se edifica empleando la fracción más gruesa de los relaves, previamente separada mediante un hidrociclón, un dispositivo que utiliza un flujo de agua para clasificar las partículas sólidas en función de su tamaño y densidad. Este material grueso es compactado para formar una estructura resistente y estable, mientras que la fracción más fina, conocida como lama, es depositada en la parte inferior del depósito, formando una capa que contribuye al confinamiento de los sólidos y al manejo de los efluentes líquidos.

Otros tipos

También, existen otros tipos o métodos para depositar relaves, dentro de los que se refiere SERNAGEOMIN, se encuentran, relaves tipo pretil e interior mina, es decir, se deposita relave modo relleno de mina subterránea con el objetivo de reducir la utilización del terreno superficial. Cabe mencionar, que estos dos tipos de depósito solo representan el 0.2% de la cantidad total de depósitos de relave.

Así mismo, el 94.8% de los depósitos de relave en Chile son Embalces o Tranques, además si se considera que muchos de ellos están abandonados, el riesgo latente de colapso y potencial desastre hacia las comunidades y medio ambiente es alto. (SERNAGEOMIN, 2023)

3.6.2. Métodos de construcción

Los depósitos de relaves, en su mayoría, se desarrollan mediante la elevación progresiva de muros de contención durante las operaciones de disposición, salvo en los casos donde se aprovechan depresiones naturales que eliminan la necesidad de construir dichos muros. El proceso inicia con un muro base que se eleva de manera gradual en función del volumen acumulado de relave. Existen tres métodos principales para la elevación de muros de contención; sin embargo, en Chile, desde 1970, solo se autorizan dos de ellos: el método de construcción de eje central y el método de construcción aguas abajo. El método de construcción aguas arriba ha sido prohibido en el país desde 1970, una medida que ha sido replicada progresivamente por otras naciones con actividad minera significativa.

Método de construcción aguas arriba

El método de construcción aguas arriba es un proceso donde el muro de contención se eleva en dirección contraria al flujo del agua, utilizando el material de relave previamente depositado. Este método es menos costoso y más rápido, pero presenta mayores riesgos de estabilidad, especialmente en condiciones sísmicas o de alta infiltración de agua. Por esta razón, ha sido prohibido en Chile desde 1970 y ha sido progresivamente abandonado en otros países.

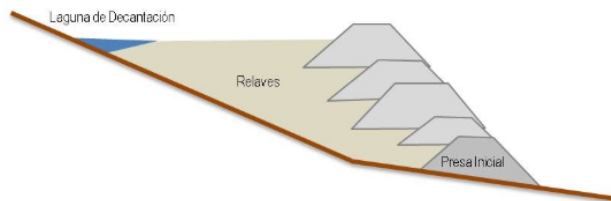


Figura 3.4: Representación de método de aguas arriba, construido hacia adentro (Padrino, 2018)

Método de construcción de línea o eje central

La construcción de eje central se lleva a cabo mediante la elevación vertical del muro de contención sobre su base original. En este método, cada nivel adicional se apoya parcialmente

sobre la base preexistente y parcialmente sobre el material de relave recientemente depositado. Desde una perspectiva técnica, este enfoque ofrece una estabilidad estructural intermedia en comparación con otros métodos, lo que lo convierte en una opción más segura que el método de aguas arriba. En Chile, esta técnica ha sido ampliamente adoptada debido a su balance entre estabilidad y viabilidad operativa.

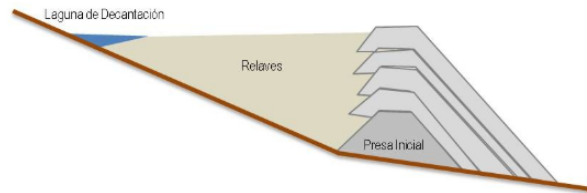


Figura 3.5: Representación de método de eje central, construido hacia afuera, (Padrino,2018)

Método de construcción aguas abajo

El método de construcción aguas abajo consiste en elevar progresivamente el muro de contención hacia el exterior, es decir, en la misma dirección del flujo del agua. Este enfoque garantiza la mayor estabilidad estructural entre los tres métodos, dado que cada nueva capa del muro se asienta completamente sobre una base sólida y previamente compactada. No obstante, esta técnica implica un mayor costo y un tiempo de ejecución más prolongado. En Chile, este método, junto con el de eje central, forma parte de las opciones permitidas desde 1970, dado su elevado nivel de seguridad y confiabilidad técnica.

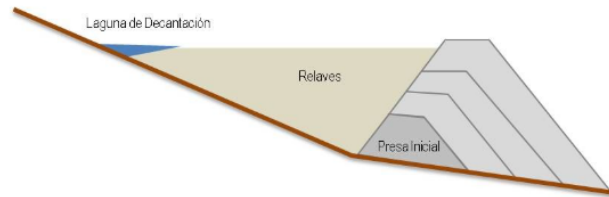


Figura 3.6: Representación método de aguas abajo, construido hacia afuera, (Padrino,2018)

3.7. Mecanismos de colapso de un depósito de relave

La inestabilidad estructural en los depósitos de relaves puede derivar de una variedad de factores intrínsecos y operacionales, entre los cuales destacan las características de los métodos de depositación, deficiencias en los procedimientos de compactación, un contenido excesivo de partículas finas en las arenas que conforman la cubeta (lo que limita significativamente la capacidad de drenaje) y grados de saturación que exceden la resistencia efectiva del depósito. Estas condiciones predisponen al sistema a distintos mecanismos de falla, tales como la licuefacción sísmica, la inestabilidad de taludes y el overtopping o rebalse, los cuales representan riesgos críticos con consecuencias tanto ambientales como sociales (Villavicencio et al., 2014).

3.7.1. Colapso por licuefacción sísmica

La licuefacción sísmica constituye un fenómeno en el cual los suelos saturados dentro del depósito de relaves experimentan una pérdida repentina de su resistencia y rigidez, debido a la acción de vibraciones sísmicas, lo que les confiere propiedades similares a las de un fluido. Este proceso, que ocurre de manera rápida y súbita, puede desencadenar el colapso total del depósito, provocando desplazamientos de grandes volúmenes de material de relave. Entre los factores que contribuyen al riesgo de licuefacción se encuentran, la saturación elevada del depósito, el contenido significativo de partículas finas, la insuficiente compactación del material depositado y la magnitud de las cargas sísmicas actuantes.

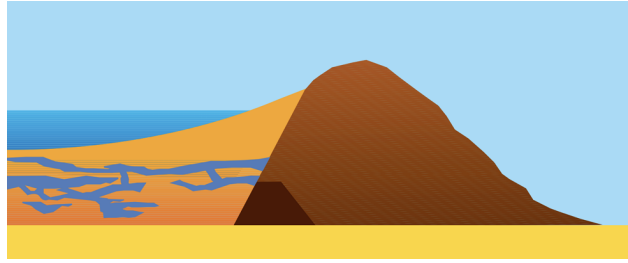


Figura 3.7: Falla por licuefacción sísmica. (Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. 2003)

3.7.2. Colapso por inestabilidad de talud

La inestabilidad de taludes en los depósitos de relaves es un fenómeno crítico que puede resultar en el colapso parcial o total del depósito, comprometiendo su integridad estructural. Esta inestabilidad puede originarse a partir de diversos factores, tales como, deficiencias en la compactación inicial del material, procesos erosivos, infiltración de agua y vibraciones sísmicas. En particular, la infiltración de agua incrementa la presión de poros dentro de los materiales, reduciendo su resistencia al corte, mientras que la erosión y las vibraciones sísmicas contribuyen al debilitamiento progresivo de la estructura. Adicionalmente, eventos como lluvias extremas o fallas en los sistemas de drenaje pueden provocar un aumento no planificado del nivel freático, exacerbando la saturación en zonas críticas del depósito. También, influyen negativamente la presencia de partículas finas en la cubeta y la adopción de diseños geométricos inadecuados en los muros de contención.

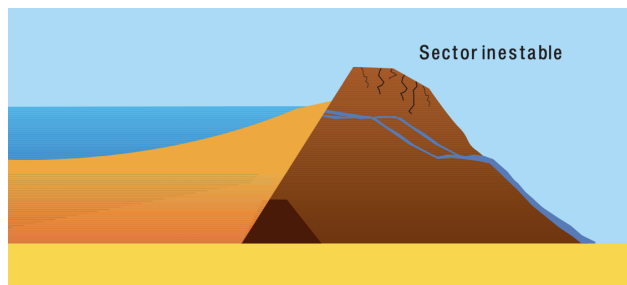


Figura 3.8: Falla por inestabilidad de talud. (Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. 2003)

3.7.3. Colapso por overtopping o rebalse

El overtopping, o rebalse, ocurre cuando el nivel del agua excede la altura del muro de contención del depósito de relaves, provocando un flujo descontrolado por encima de éste. Este fenómeno, genera erosión severa en la estructura, lo que puede culminar en su colapso. Las causas principales del overtopping, incluyen un incremento inesperado del nivel freático, debido a lluvias intensas, la presencia de zonas de saturación asociadas a partículas finas, fallas en los sistemas de drenaje y diseños geométricos deficientes del muro. Además, la falta de capacidad de almacenamiento para manejar adecuadamente los volúmenes combinados

de agua y relaves, particularmente durante eventos de precipitación extrema, aumenta el riesgo de ocurrencia. Las consecuencias de este mecanismo de falla suelen ser graves, ya que pueden conducir a la liberación masiva de material y agua, generando superficies de falla que comprometen la estabilidad del depósito en su totalidad.

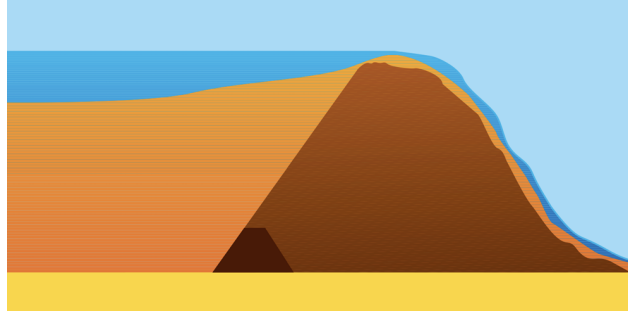


Figura 3.9: Falla por Overtopping. (Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. 2003)

3.8. Distancia máxima o peligrosa

La distancia peligrosa, según lo establecido en el Decreto Supremo N° 248 de 2007, se define como la distancia máxima potencial que recorrería el material contenido en los depósitos de relaves ante un eventual colapso del muro de contención (SERNAGEOMIN, 2020).

Este parámetro es fundamental para la planificación de medidas de seguridad, la delimitación de zonas de evacuación y el diseño de estrategias de mitigación de riesgos (Monsalve, 2021). La determinación de esta distancia está influenciada por diversos factores, entre los que destacan, la cantidad de material almacenado en el depósito, la topografía del terreno circundante, las propiedades físicas de los relaves y las condiciones hidrológicas presentes.

Con el propósito de desarrollar modelos predictivos que permitan una evaluación precisa de los riesgos asociados, se han llevado a cabo numerosas investigaciones que abordan enfoques teóricos y empíricos. Estos modelos buscan garantizar que los estudios asociados al diseño y operación de depósitos de relaves sean suficientes para asegurar su estabilidad y prevenir escenarios de colapso.

El Estándar Global de Gestión de Relaves para la Industria Minera (ICMM et al., 2020), representa el primer marco normativo de alcance global diseñado específicamente para la gestión integral de relaves. Este estándar, aplicable a todas las instalaciones de depósitos de relaves, tiene como objetivo principal prevenir daños tanto a las comunidades humanas como al entorno natural.

La metodología propuesta en este estándar requiere un análisis exhaustivo de los modos potenciales de falla, las condiciones específicas del sitio y las propiedades físicas y químicas de los relaves. A partir de estos elementos, es posible estimar el área de impacto y determi-

nar con mayor precisión la distancia peligrosa, definida como el alcance máximo del material capaz de causar daños significativos tras un colapso.

Chile, ha registrado eventos históricos de colapsos en depósitos de relaves que destacan tanto por su magnitud como por sus consecuencias devastadoras. Entre los casos más emblemáticos se encuentra el desastre del relave de El Cobre Viejo, ocurrido en 1965, considerado uno de los más trágicos en la historia minera nacional. Este evento resultó en más de 200 fallecidos y una ola de destrucción que se extendió hasta 12 km, arrasando completamente la ciudad de El Cobre (CSP2, 2022).

En 1985, el Tranque Veta de Agua colapsó debido a fenómenos de licuefacción generados por un sismo de magnitud 7.8 en la escala de Richter. Este colapso provocó el desplazamiento de material de relaves a una distancia de hasta 5 km.

Posteriormente, en 2003, la rotura del Tranque Cerro Negro liberó aproximadamente 50.000 toneladas de material, impactando áreas situadas hasta 20 km aguas abajo del río La Ligua.

Estos incidentes, subrayan la importancia de comprender y anticipar los factores que determinan la extensión de los daños potenciales, así como la necesidad de incorporar estas lecciones en los planes de gestión de riesgos.

Para fines técnicos y operativos, la distancia peligrosa, se conceptualizará como la distancia horizontal máxima que alcanza el material de relaves una vez detenido completamente. Este parámetro, es medido con alta precisión utilizando equipos especializados, como medidores láser de uso industrial, que garantizan resultados confiables y reproducibles. La determinación precisa de esta distancia constituye una herramienta esencial para la protección de comunidades, ecosistemas y actividades económicas en las zonas de influencia de los depósitos de relaves.

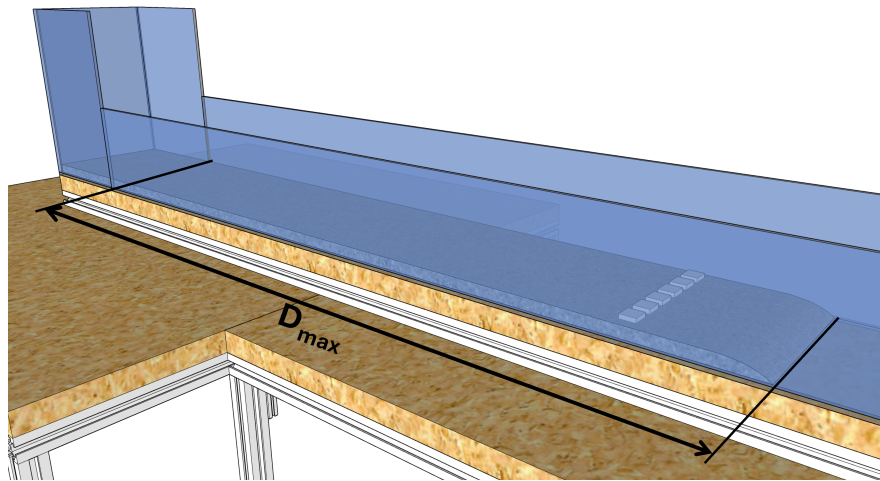


Figura 3.10: Distancia peligrosa o máxima a considerar, junto al montaje experimental.

Capítulo 4

Modelos numéricos y análisis dimensional

La dinámica de fluidos constituye una disciplina esencial dentro de las ciencias aplicadas, dedicada al estudio del comportamiento de los fluidos en movimiento y sus interacciones tanto en superficies sólidas como con otros fluidos. En los ámbitos de la ingeniería y la física, la comprensión de los principios que rigen esta disciplina resulta fundamental para el diseño, análisis y optimización de sistemas que involucran fluidos.

El presente capítulo, aborda dos componentes claves de la dinámica de fluidos: los modelos fundamentales, que describen el movimiento de los fluidos y el análisis dimensional, desarrollado a partir del teorema Π de Vaschy-Buckingham.

Los modelos fundamentales proporcionan un marco teórico que permite predecir y analizar el comportamiento de los fluidos bajo diversas condiciones experimentales y prácticas (Pastor et al., 2002), mientras que el análisis dimensional facilita la simplificación y generalización de problemas complejos mediante la identificación de relaciones entre variables relevantes (Abulnaga, 2002).

La combinación de estas herramientas teóricas, constituyen una base sólida para abordar con rigor técnico los desafíos asociados al comportamiento de fluidos en aplicaciones reales, promoviendo soluciones innovadoras en el campo de la ingeniería y las ciencias físicas.

4.1. Modelos fundamentales del movimiento de fluidos

Los fundamentos que gobiernan el comportamiento dinámico de los fluidos, se derivan directamente de las leyes de conservación de la masa y del momento (Abulnaga, 2002), principios universales que encuentran aplicación, tanto en fluidos clasificados como newtonianos, como en aquellos denominados no newtonianos.

4.1.1. Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad se fundamenta en el principio de conservación de la masa, el cual postula que la masa contenida en un volumen de control permanece constante a lo largo del tiempo, salvo que exista un intercambio de masa a través de las fronteras que delimitan dicho volumen, ya sea en forma de entrada o salida del fluido en cuestión (Pastor et al., 2002). Esto se expresa como

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.1)$$

donde:

- ρ es la densidad del fluido.
- \mathbf{v} es el vector de la velocidad
- $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$ es la divergencia del flujo de masa por unidad de volumen.

Si se considera un volumen diferencial fijo en el espacio de volumen V , el flujo de masa que entra y sale del volumen de control puede ser descrito mediante una integral de densidad de flujo de masa a través de la superficie que lo encierra, ∂V

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_{\partial V} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (4.2)$$

Si a la integral del lado derecho se aplica el teorema de la divergencia o teorema de Gauss, se obtiene

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV = 0 \quad (4.3)$$

Lo anterior, debe ser válido para cualquier volumen de control V , por lo tanto, la integral de volumen se puede hacer un arreglo matemático y llegar a la ecuación diferencial de continuidad.

Si el fluido es incompresible, entonces, la densidad es constante, lo que ayuda a simplificar la ecuación de continuidad a la siguiente forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.4)$$

O visto de otra forma

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.5)$$

De la ecuación anterior, se desprende que el volumen de fluido que entra en una región debe ser igual al volumen de fluido que salga de esa misma región, es decir, se cumple con el principio de conservación de masa para fluidos incompresibles, en otras palabras la divergencia del campo de velocidad es nula.

Para un campo en tres dimensiones $\mathbf{v} = (u, v, w)$, la ecuación de continuidad para un fluido incompresible en coordenadas cartesianas es

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.6)$$

La ecuación de continuidad garantiza la conservación estricta de la masa en un sistema cerrado, estableciendo que no se producen pérdidas ni incrementos netos de masa dentro de los límites del sistema. Este principio constituye un fundamento esencial para el análisis teórico y práctico del flujo de fluidos, conforme lo señalan Visconti et al. (2020).

4.1.2. Ecuación de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes, constituyen una representación matemática del movimiento de los fluidos que incorpora los efectos de la viscosidad, así como de las diversas fuerzas externas e internas que actúan sobre el sistema fluido (White, 1994). Estas ecuaciones, derivadas del principio de conservación del momento lineal, representan una extensión de la segunda ley de Newton aplicada al comportamiento de medios continuos en régimen fluido (Batchelor, 2000).

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (4.7)$$

En la dinámica de fluidos, las ecuaciones de Navier-Stokes, describen las variaciones espaciales y temporales de la velocidad de un fluido bajo la influencia de fuerzas como la presión, la viscosidad y las fuerzas externas (Bird et al., 2007; Panton, 2024). Además, dichas ecuaciones pueden ser descompuestas en términos individuales, cada uno de los cuales posee un significado físico particular y permite identificar las contribuciones específicas al comportamiento global del flujo. Los términos principales que componen estas ecuaciones han sido ampliamente analizados en la literatura, como lo expone Blazek (2015).

- Término de aceleración convectiva

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) \quad (4.8)$$

Representa la aceleración del fluido, producto del movimiento dentro del campo de velocidad.

- Término de aceleración local

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (4.9)$$

Describe como cambia la velocidad del fluido con el tiempo en un punto fijo del espacio.

- Gradiente de presión

$$-\nabla p \quad (4.10)$$

Representa las fuerzas que actúan sobre el fluido debido a los gradientes de presión.

- Término de difusión viscosa

$$\mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (4.11)$$

Describe la difusión de la cantidad del movimiento debido a la viscosidad del fluido.

- Fuerza externa

$$f \quad (4.12)$$

Representa las fuerzas externas como la gravedad y campos electromagnéticos (Anderson, 2002; Versteeg, 2007).

Para un fluido incompresible ($\nabla \cdot (\rho v) = 0$) en coordenadas cartesianas, la expresión extendida de Navier-Stokes se representa como

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_x \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + f_y \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f_z \end{cases} \quad (4.13)$$

Donde u, v, w son las componentes del vector de velocidad v en la dirección x, y y z , respectivamente (White, 1994).

Estas ecuaciones posibilitan la modelización del comportamiento de los fluidos bajo una amplia variedad de condiciones, proporcionando un marco matemático esencial para el análisis de sistemas fluidodinámicos (Henriquez & Simons, 2009). Su resolución y estudio detallado son fundamentales para comprender y predecir fenómenos asociados a una extensa gama de aplicaciones.

4.2. Análisis dimensional

El análisis dimensional, constituye una herramienta metodológica de gran relevancia, diseñada para simplificar el estudio de sistemas físicos complejos mediante la agrupación de las variables involucradas en parámetros adimensionales (Barenblatt, 1996).

Esta técnica facilita no solo la comparación y validación de resultados experimentales, sino también, la extrapolación de dichos resultados a diferentes escalas y condiciones, manteniendo la coherencia física de las predicciones.

4.2.1. Teorema II de Vaschy-Buckingham

El teorema II de Vaschy-Buckingham representa un principio central dentro del análisis dimensional y la teoría de la similitud. Dicho teorema establece que, en cualquier ecuación física que describa un sistema con n variables físicas, si k de estas variables poseen dimensiones independientes (por ejemplo, masa, longitud, tiempo, entre otras), es posible reformular la ecuación original en términos de $n - k$ grupos adimensionales, comúnmente denominados números Π (Buckingham, 1914). Este enfoque permite reducir la complejidad del problema físico y proporciona una base para el análisis y la modelización de fenómenos en distintos contextos.

Los pasos fundamentales para la aplicación del teorema, son los siguientes:

1. Identificación de Variables Relevantes

Se deben identificar las variables más relevantes que ayuden a reproducir el fenómeno a analizar (Sonin, 2001). Por ejemplo, para el trabajo de esta tesis, los parámetros característicos del fluido, como la densidad, la viscosidad, su concentración de sólidos y los parámetros geométricos, como la altura del estanque o el largo del canal, juegan un rol importante en el flujo máximo del fluido.

A modo de ejemplo, se considerarán las siguientes variables

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

2. Determinación de dimensiones

Luego, se deben determinar las dimensiones fundamentales de cada una de las variables (Cohen & Kundu, 2004). Éstas pueden ser, masa (M), longitud (L), tiempo (T), entre otras.

En el caso del ejemplo, se presentan las dimensiones de las variables escogidas:

$$x_1 \text{ tiene dimensiones } [x_1] = M^a L^b T^c$$

$$x_s \text{ tiene dimensiones } [x_s] = M^d L^e T^f$$

...

3. Selección de Variables Fundamentales

Después, se debe seleccionar un k variables con dimensiones linealmente independientes, las cuales se utilizarán para construir los números Π .

Siguiendo con el ejemplo, si $k = 3$ (por ejemplo, masa, longitud y tiempo), se seleccionan 3 variables x_1, x_2, x_3 que involucran estas dimensiones.

4. Formación de grupos adimensionales Π

Las variables seleccionadas, se combinan mediante el análisis dimensional para construir parámetros adimensionales, los cuales facilitan significativamente la simplificación y el estudio del sistema bajo consideración. Estos parámetros, se estructuran de manera que cada número Π se exprese como un producto de potencias de las variables involucradas, resultando en una magnitud completamente adimensional (Langhaar, 1951).

En la dinámica de fluidos, ejemplos ampliamente utilizados de números adimensionales incluyen el número de Reynolds (Re), que cuantifica la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas presentes en un flujo, y el número de Froude (Fr), el cual evalúa la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas gravitatorias. Estos números constituyen herramientas clave para caracterizar distintos regímenes de flujo y establecer criterios de similitud física entre sistemas.

Cada número adimensional Π_i se forma combinando las variables restantes con las variables repetitivas. Siguiendo con el ejemplo, la forma general de un número adimensional es:

$$\Pi_i = x_1^{a_1} x_2^{a_2} x_3^{a_3} \cdots x_n^{a_n}$$

Donde los exponentes a_1, a_2, \dots, a_n se determinan de manera que Π sea adimensional.

5. Reescritura de la ecuación

La ecuación inicial se puede volver a escribir en términos de los números Π , lo cual simplifica el estudio del problema al reducir el número de variables independientes.

La importancia del Teorema II de Vaschy-Buckingham son:

- Reducción de variables

El análisis dimensional, mediante la aplicación del teorema II de Vaschy-Buckingham, simplifica problemas complejos al reducir el número de variables independientes que deben considerarse, lo que optimiza significativamente el proceso de análisis y comprensión de sistemas físicos (Zlokarnik, 1998).

- Similitud Física

Este enfoque permite identificar y establecer relaciones de similitud entre diferentes sistemas físicos que comparten características dimensionales equivalentes, facilitando la generalización de los resultados.

- Escalado

Proporciona un marco riguroso para el proceso de escalado en modelos físicos, permitiendo que los resultados obtenidos en experimentos a pequeña escala puedan extrapolarse de manera confiable a sistemas de mayor escala, garantizando consistencia y precisión en la interpretación (Heller, 2011).

El teorema II de Vaschy-Buckingham constituye un principio fundamental en múltiples disciplinas de la ingeniería y la física, al ofrecer un método sistemático para simplificar y analizar relaciones complejas entre variables físicas. Además, de ser esencial en el estudio de sistemas de flujo, su aplicación en el análisis dimensional facilita el desarrollo de modelos escalables, permitiendo extrapolar resultados experimentales a escenarios reales, con lo cual se incrementa tanto la precisión de las predicciones, como la aplicabilidad de las soluciones (Islam & Lye, 2009).

Capítulo 5

Metodología Experimental

En este capítulo, se detalla la secuencia de pasos a seguir para llevar a cabo la caracterización del relave, la construcción del canal, la realización de los experimentos, la toma de datos y su posterior procesamiento.

5.1. Análisis Granulométrico

El primer paso para la caracterización del relave es cuantificar su granulometría. Para esto, el relave debe ser secado completamente, luego se debe extraer una submuestra representativa de la totalidad de la muestra, por lo que, es necesario homogeneizarla mediante roleo y cuarteo.

Luego, se caracterizan los diferentes tamaños de partículas mediante tamizaje, utilizando cuatro submuestras aleatorias (previamente homogeneizadas), una vez obtenidas las curvas granulométricas de las submuestras, se promedian los resultados obtenidos.

5.2. Cálculo de densidad

5.2.1. Densidad del sólido

La cuantificación de la densidad del sólido se realiza mediante un picnómetro, que permite obtener la densidad de la pulpa. El picnómetro, a su vez, facilita la determinación de las concentraciones en peso y volumen.

Picnometría

Permite determinar la densidad de un sólido seco mediante la relación entre la masa y el volumen del material, excluyendo los espacios vacíos. La densidad real del relave ρ_r se puede calcular de la siguiente manera:

$$\rho_r = \frac{m_r}{V_p - \left(\frac{m_{p+r} - m_p}{\rho_w} \right)} \quad (5.1)$$

donde:

- m_{p-r} : Masa del picnómetro con relave.
- m_p : Masa del picnómetro.
- ρ_w : Densidad del agua. ($\rho_w(16^\circ\text{C}) = 999 \text{ kg/m}^3$).
- V_p : Volumen del picnómetro.

También, se recomienda repetir la medición, para luego calcular un valor promedio de la densidad del sólido.

5.2.2. Densidad de la pulpa

Para cuantificar la densidad de la pulpa, es crucial conocer la densidad del líquido y la densidad del sólido, de esta manera se puede realizar una ponderación de cada una de ellas según el porcentaje de sólido en peso que se necesitará para cada experimento. Se recomienda utilizar las ecuaciones del apartado de flujo de suspensiones para calcular las proporciones de sólido y líquido necesarias para formar un volumen de pulpa específico con un determinado C_w .

Es importante notar que las concentraciones en peso (C_w) ejercen una influencia directa sobre la densidad de la pulpa, evidenciándose un incremento de esta última a medida que aumenta la concentración en peso. Este comportamiento puede explicarse, debido a que una mayor proporción de sólidos en la mezcla conduce a un aumento en la masa contenida dentro de un volumen específico, lo que, en consecuencia, genera un valor superior de densidad. A continuación, se muestran las densidades calculadas para cada uno de los C_w utilizados:

Tabla 5.1: Densidad de pulpa calculada para cada porcentaje de sólido en peso utilizado.

Porcentaje de sólido	Densidad de pulpa ($\rho \text{ kg/m}^3$)
30 %	1547,42
40 %	1729,90
50 %	1912,37
60 %	2094,84
70 %	2277,32

5.3. Evaluación de la Reología

La cuantificación de la reología se lleva a cabo mediante el reómetro DSR 500 de LAMY RHEOLOGY, aplicando un procedimiento predeterminado para todas las concentraciones de sólido en peso. El procedimiento, consiste en la agitación previa de cada muestra de 200 ml, durante 1 minuto para garantizar una muestra homogénea del relave sólido con agua.

Posteriormente, la muestra se coloca bajo el reómetro con un disco RV-4, asegurando que esté completamente sumergido y a 1 cm de la base del vaso precipitado. Luego, se mide durante 90 segundos, variando la velocidad de corte desde 1 s^{-1} hasta 300 s^{-1} .

Tabla 5.2: Valor de ajuste para modelo Herschel-Bulkley según porcentaje de sólido en peso.

C_w (%)	τ_y (Pa)	K (Pa s ⁿ)	n
30	0.28	0.000035	2.04
40	1.18	0.0013	1.47
50	3.12	0.0098	1.18
60	7.58	0.00028	1.89
70	68.00	4.59	0.53

5.4. Montaje Experimental

Para realizar los experimentos, se diseña y construye un canal rectangular de 9000 mm de largo, por 185 mm de ancho y 130 mm de alto, posicionado sobre una mesa de soporte. Adicionalmente, se incorpora un agitador mecánico para mantener la mezcla homogénea, una cámara para el registro del flujo y una disposición de barreras.

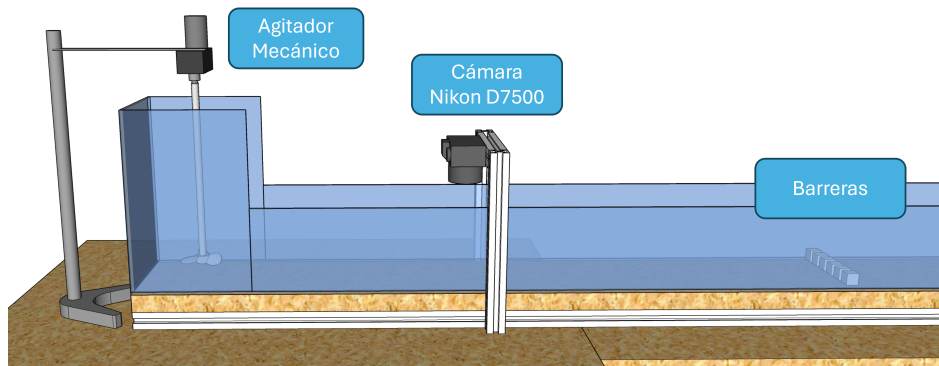


Figura 5.1: Representación a escala del montaje experimental.

Tanto el canal, como la mesa, están contruidos con perfiles longitudinales de aluminio de 30×30 mm y 40×40 mm, proporcionando una estructura robusta, para evitar pandeos y deformaciones a lo largo del canal. Sobre los perfiles, se anclaron dos capas de madera terciado estructural, asegurando una superficie estable. Sobre esta última, se fijan planchas de acrílico, en la base y en los laterales, para contener el flujo, facilitar la limpieza y permitir la visibilidad del fenómeno.

Para representar el colapso de un depósito de relave, y posteriormente hacer que éste fluya, se construyó una compuerta, la cual se abre súbitamente de forma vertical, con tal de asimilar la forma geométrica de un área de colapso. Detrás de la compuerta, se encuentra el relave confinado en un estanque que representa una parte de la cubeta de un depósito.

Al abrir la compuerta, el relave fluye libremente por la superficie del canal, limitado lateralmente por las paredes de acrílico.



Figura 5.2: Vista frontal e isométrica del canal de flujo.

5.5. Toma y Procesamiento de datos

Para este estudio, se considerará como distancia peligrosa, la distancia máxima que alcance el relave, una vez que éste se haya detenido completamente. La medición se hará horizontalmente con un distanciómetro láser, desde el punto máximo alcanzado por el flujo hasta la compuerta o muro de la cubeta.

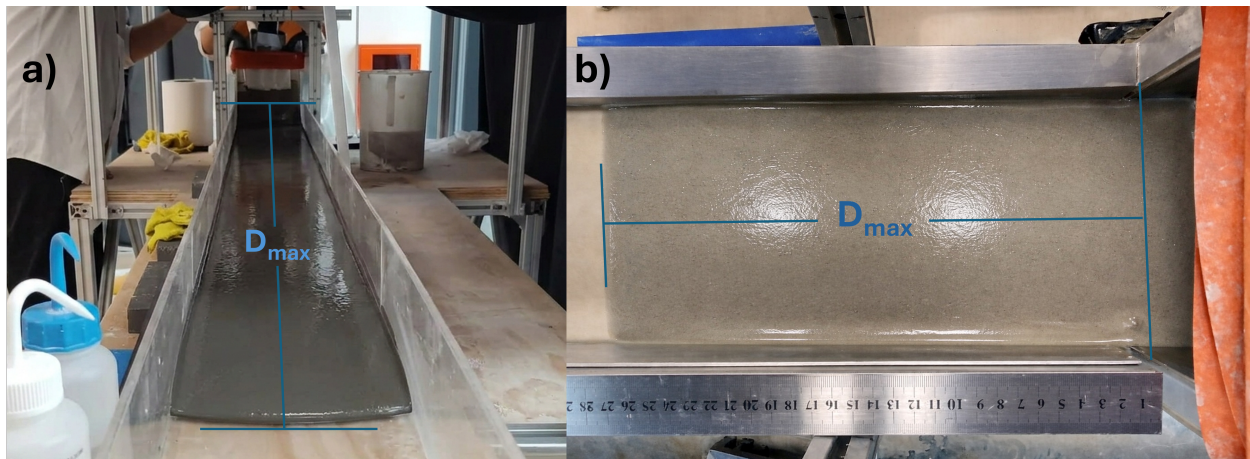


Figura 5.3: Representación de lo que se considerará distancia peligrosa, midiendo desde la compuerta de salida hasta el punto de detención del relave. a) Vista frontal de la medida de distancia peligrosa. b) Vista en planta de lo que se considera distancia peligrosa.

Con el propósito de capturar el comportamiento dinámico del relave en el punto de su liberación, se dispone de una cámara Nikon D7500 cercana a la compuerta con la cual se registra el flujo. Adicionalmente, se posiciona una regla metálica en la parte lateral del canal para medir el avance del relave, tal y como se muestra en la Fig.5.3,b). Ambos registros se

usan para tener una cuantificación de tiempo y distancia recorrida, con la cual, se puede calcular la velocidad característica de salida del relave.



Figura 5.4: Cámara Nikon D7500, anclada a perfil de aluminio cercano a la compuerta de salida.

También se registra la altura de la columna de relave en la cubeta, que, en conjunto con el área basal de ésta, permite obtener el volumen contenido y que posteriormente se liberará.

El procesamiento de datos en este estudio, se llevará a cabo mediante la utilización de tres herramientas principales: Clipchamp, Excel y Matlab, cada una desempeñando funciones específicas dentro del análisis de los experimentos.

Clipchamp se utiliza para el análisis de los videos obtenidos durante los experimentos, permitiendo una medición temporal en unidades de minutos, segundos y décimas de segundo. Esta capacidad de medición detallada es de particular relevancia en situaciones donde las concentraciones en peso son bajas y el flujo se desplaza rápidamente, lo que requiere una evaluación precisa del tiempo transcurrido. Con ello, esta herramienta facilita el cálculo de la velocidad de salida del fluido mediante la medición de un delta de tiempo y de la distancia recorrida en ese tiempo.

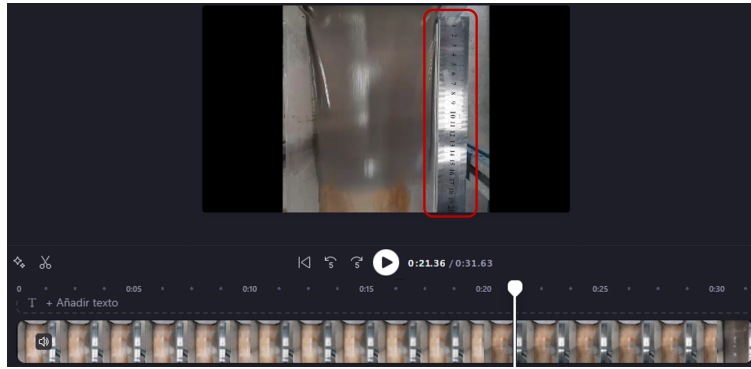


Figura 5.5: Medición de distancia recorrida en Clipchamp, para el cálculo de velocidad.

Por su parte, Excel y Matlab se utilizan para la organización y el análisis de los datos recopilados. Excel, se emplea principalmente para la recepción y sistematización de los datos experimentales, organizándolos de manera adecuada para su posterior análisis. Un ejemplo de ello, son los datos reológicos exportados desde el reómetro como archivos .csv.

Matlab, en cambio, se utiliza para realizar un análisis más profundo de la información, permitiendo la generación de gráficos y representaciones visuales que ilustran el comportamiento del flujo, también facilita la construcción y ajuste de modelos matemáticos a los datos recopilados.

Capítulo 6

Metodología Computacional

Si bien, con los experimentos realizados se puede evidenciar el comportamiento real del relave frente a barreras de amortiguación, y al efecto que tiene el volumen contenido en la cubeta y la concentración de sólidos utilizada, es necesario contar con una gran cantidad de datos que ayuden a proponer un modelo confiable. Sin embargo, el procedimiento experimental toma tiempo y en ocasiones requiere de alta inversión, es por esto que para robustecer la base de datos se realizaron simulaciones, mediante un modelo computacional calibrado con los resultados experimentales.

6.1. Fluidodinámica computacional

La Fluidodinámica Computacional o CFD (Computational Fluid Dynamics), es el análisis numérico que resuelve las ecuaciones de continuidad (conservación de masa), de conservación de momentum (momento lineal) (Anderson, 2002) y conservación de energía para un fluido, considerando una dependencia temporal y las componentes de fuerzas internas y externas (Tu et al., 2023).

Esta técnica, aproxima numéricamente los resultados de las ecuaciones resueltas, que de otro modo se deberían obtener mediante la resolución analítica de ecuaciones diferenciales complejas (Wendt, 2008; Patankar, 2018).

Para diferentes tipos de simulación, estas aproximaciones numéricas se llevan a cabo, a través, de diferentes métodos, como el método de elementos finitos (FEM) y el método de volúmenes finitos (FVM, una variante del método de diferencias finitas, FDM), estos últimos son los más aplicados en simulaciones para fluidos (Versteeg & Malalasekera, 2008). Ambos mecanismos definen su eficiencia y precisión mediante la estabilidad y convergencia de sus soluciones y la propagación del error numérico en las soluciones secuenciales (Ferziger et al., 2002).

6.2. Metodología ANSYS FLUENT

ANSYS FLUENT, es un software utilizado para la predicción de flujos (laminares o turbulentos, compresibles o incompresibles), transferencias de calor y masa, reacciones químicas y otros procesos, haciendo uso del método de volúmenes finitos para resolver los sistemas de ecuaciones fundamentales.

En este capítulo, se describen los rasgos generales de la modelación multifásica y los algoritmos ofrecidos por el software para la discretización del dominio, junto con las EDP que gobiernan el flujo de fluidos, aplicado sobre un sistema bifásico.

6.2.1. Workbench

El Workbench de ANSYS, es la interfaz principal basada en sistemas de análisis conformados por varios componenetes, que, en su totalidad permiten simular diferentes físicas. Un ejemplo, de ello es el sistema Fluid Flow (Fluent) que contiene las componentes de, geometría, mallado o discretización, el simulador FLUENT y un componente de post procesamiento para medir los parámetros de interés.

También, se puede trabajar con estos componentes por separado para conformar una matriz de simulación que ayude a ordenar los parámetros variables del sistema a estudiar.

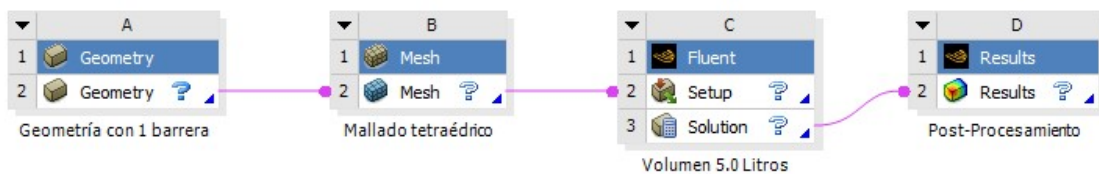


Figura 6.1: Flujo de trabajo unitario en la interfaz de workbench, conformado por los componentes básicos necesarios para llevar a cabo una simulación.

6.2.2. Definición del Dominio Geométrico Computacional

Para este componente, se recomienda trabajar con SpaceClaim, debido a su gran parecido con interfases de otros softwares de modelación geométrica CAD. La geometría diseñada y sus dimensiones se muestran a continuación:

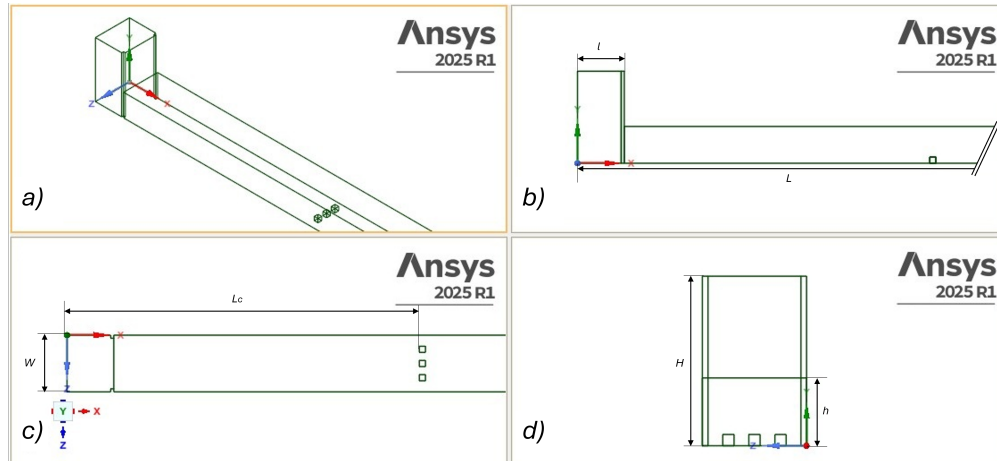


Figura 6.2: Ilustración del dominio geométrico, canal con 3 barreras. a) Vista isométrica, b) Vista lateral, c) Vista en planta y d) Vista frontal.

Considerar que las dimensiones del canal simulado, comprenden las mismas medidas del canal utilizado para la metodología experimental, estas son:

Tabla 6.1: Valor de dimensiones del dominio geométrico simulado.

Parámetro	Valor
Largo del canal, L	9000 mm
Largo de la cubeta, l	154 mm
Ancho del canal, W	185 mm
Distancia entre cubeta y barreras, L_c	1000 mm
Altura cubeta, H	300 mm
Altura canal, h	120 mm

Las medidas de las barreras utilizadas son de $20 \times 20 \times 20$ mm y se utilizaron diferentes dominios geométricos computacionales, cada una con un número de barreras diferente, variando la cantidad de 0 a 9, y manteniendo una simetría central respecto a la disposición de éstas.

6.2.3. Malla de discretización

El mallado o discretización del dominio o geometría, contempla la división de ésta en pequeñas celdas, con el propósito de poder calcular las ecuaciones de continuidad y momento lineal en las caras y el centro de cada una de las celdas, para aproximar un valor numérico de las variables de interés.

En el software, dentro del módulo de Meshing, se seleccionan las entradas y las salidas del sistema, en este caso específico de un flujo en canal abierto, no se seleccionan entradas, solo se seleccionan como salidas las caras que están abiertas a la atmósfera y se etiquetan como

Outlet. Lo anterior, conformará parte de las condiciones de borde tratadas en la siguiente sección. Se configura la malla con los siguientes parámetros:

Tabla 6.2: Parámetros usados en la configuración de detalles de malla.

Configuración celdas de discretización	
Physics Preference	CFD
Body sizing (Element size)	0.01 m
Method	Tetrahedrons

Es importante que el método de construcción de malla con el que se generan las celdas, sea tipo *Tetrahedrons*, debido a que, es la única que luego puede transformarse a *Mosaic Meshing* en FLUENT. Esto hace que las celdas pasen de tener 4 caras a 6 caras, permitiendo reducir en un 37% el número de celdas, como demuestra Aracena (2023), pero aumentando el número de ecuaciones que se resuelven en la cara de cada celda, resultando en una mejor aproximación numérica del problema.

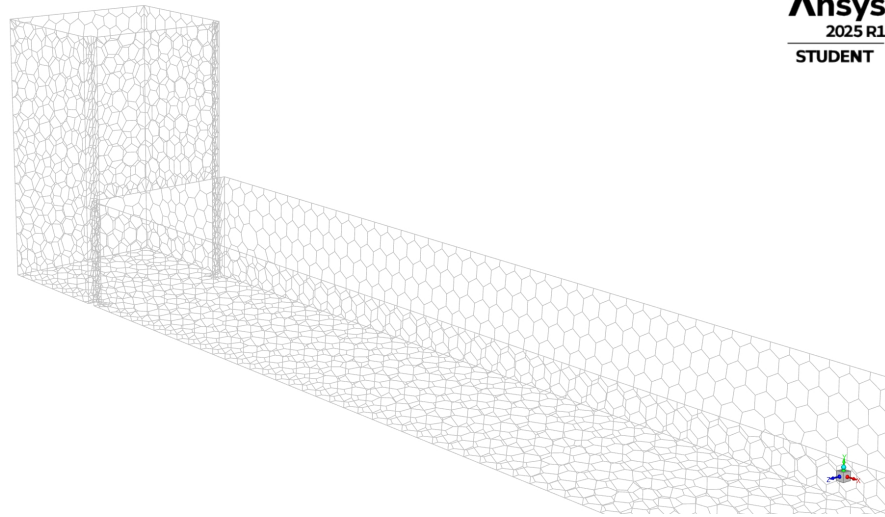


Figura 6.3: Mosaic Meshing aplicado a la geometría del canal.

6.2.4. Solucionador FLUENT

ANSYS Fluent trabaja mediante un árbol de configuraciones, con secciones, para establecer las condiciones de simulación. Ésta contempla una configuración general, la creación de los materiales, condiciones de borde y selección de los valores de importancia para extraer en cada simulación (Blazek, 2015).

a. **Configuración general:**

Para este tipo de simulaciones, es importante que el fluido tenga dependencia del tiempo, ya que se quiere evaluar el desarrollo temporal hasta llegar al instante en que su energía cinética sea muy cercana a 0 (Ferziger et al., 2002). Para cada escenario, se definió un valor de aceleración gravitatoria de -9.81 m/s.

Tabla 6.3: Parámetros usados en la configuración general de Fluent.

Configuración General	
Solution	pressure-Based
Velocity Formulation	Absolute
Time	Transient

b. **Configuración de Modelos Físicos:**

En esta sección, quedan definidos los modelos físicos y ecuaciones que debe resolver Fluent para cada celda del dominio computacional.

Tabla 6.4: Parámetros usados en la configuración de la sección de modelos físicos en Fluent.

Viscous Model	
Model	Laminar
Multiphase Model	
Model	VOF (Volume of fluid)
Formulation	Explicit
Courant Number	0.25
Phases	Gas/Liquid (air-phase/tail-phase)

Para el modelo multifásico, luego de las primeras configuraciones y de escoger el número de fases eulerianas, se sigue a dos interfaces, en la primera se define el nombre de las fases y en la segunda se definen las interacciones de fuerzas entre ellas. En esta última, está la opción de establecer un coeficiente de tensión superficial, el que se deja nulo, por defecto, debido a que las fuerzas inerciales y viscosas son mucho mayores que la fuerza intermolecular de cohesión, Pastor (2002). El número de Courant se define por defecto, siendo el recomendado para alcanzar la convergencia rápida de las soluciones (Anderson, 2002).

▪ **Modelo VOF**

Este modelo es una técnica de seguimiento de interfaz entre dos fluidos inmiscibles, para lo anterior, se aplica una malla auxiliar fija. En el método VOF ambos fluidos comparten las mismas ecuaciones de momentum para asegurar continuidad y en cada celda de

la malla auxiliar, se hace el seguimiento de la fracción volumétrica para cada fluido, actuando como volumen de control (Hirt & Nichols, 1981).

Cada celda tiene un valor total de 1, considerando la suma de ambas partes de fluido. En este sentido, se hace el cálculo de la fracción volumétrica para el o los fluidos que son definidos como fase secundaria en adelante, mientras que la porción del fluido definida como fase primaria queda calculada por diferencia para llegar a la unidad (Scardovelli & Zeleski, 1999).

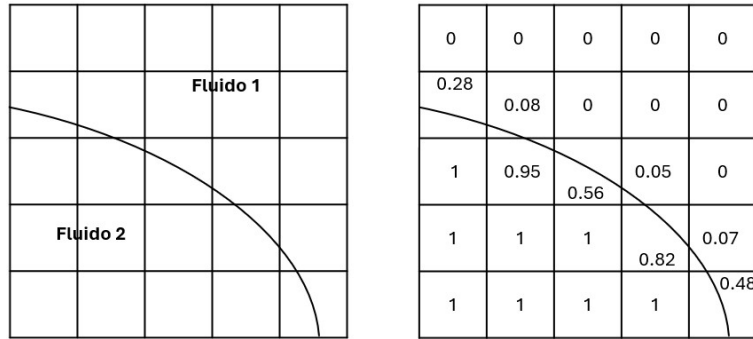


Figura 6.4: Representación de la metodología de cálculo para el método VOF.

De este modo, y para el caso de estudio, se tienen tres posibles estados para cada celda:

- $\alpha_q = 0$, la celda no tiene fluido de interés.
- $\alpha_q = 1$, la celda está llena del fluido de interés.
- $0 < \alpha_q < 1$, la celda contiene parte de ambos fluidos.

Para calcular la fracción volumétrica de un fluido q -ésimo en una formulación explícita del problema, el software resuelve la siguiente ecuación de continuidad para cada celda del dominio:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_p) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_p \vec{v}_q) = S_\alpha + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right] \quad (6.1)$$

Donde p y q , son dos fases de fluidos inmiscibles (aire y relave, por ejemplo), S_α es un valor de transferencia de masa fuente, \dot{m}_{pq} es la masa transferida de la fase p a la fase q y \dot{m}_{qp} es la masa transferida de la fase q a la fase p . Si bien, la transferencia de masas, pueden aplicarse en simulaciones de fenómenos de cavitación o evaporación, según indica la guía de usuario de ANSYS, no existe transferencia de masas en el flujo de fluido en canales abiertos (Henriquez & Simons, 2009), por lo que la ecuación a resolver se simplifica:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_p) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_p \vec{v}_q) \right] = 0 \quad (6.2)$$

Finalmente, la ecuación de movimiento se calcula en todo el dominio para obtener el campo de velocidad que comparten las fases. Esta ecuación es dependiente de las fracciones volumétricas de todas las fases, a travez de, la densidades y viscosidades de ambos fluidos. El campo de velocidad es calculado en las tres componentes considerando una definición del problema simulado en un sistema cartesiano.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right] + \rho g + \vec{F} \quad (6.3)$$

Una limitación de la aproximación de campos compartidos es que, en casos donde existen grandes diferencias de velocidad entre las fases, la exactitud de las velocidades calculadas cerca de la interfaz puede verse afectada negativamente (Ansys Theory Guide, 2025).

c. **Configuración de Materiales:**

Para recrear el comportamiento y las propiedades del relave se utilizan los valores de ajuste para fluido HB mostrados en la Tabla 5.2, así se representa el comportamiento variable de la viscosidad para cada Cw . De este último, también depende la densidad, que se considera constante para cada concentración de sólido (Boger, 2009) como se muestra en la Tabla 5.1.

d. **Condiciones de Celda y condiciones de borde:**

Es de gran importancia definir correctamente las condiciones de borde para asegurar una correcta inicialización, desarrollo del modelo y que el problema a simular sea lo más representativo al fenómeno real. En este caso, se busca replicar el experimento a escala laboratorio realizado, que representa el posible colapso de un tranque y la disminución del impacto a través de barreras amortiguadoras.

Tabla 6.5: Parámetros usados en la configuración de las condiciones iniciales del problema.

Cell Zone Condition	
Phase	mixture
Type	fluid
Boundary Conditions	
Interior	interior/mixture
Outlet	pressure-outlet
Wall	wall/mixture
Wall motion	Stationary Wall
Shear Condition	No Slip

En esta configuración, hay que asegurar que las celdas del dominio geométrico sean de tipo *fluid* y que el fluido que representan sea el que se quiere estudiar, en este caso relave. Del mismo modo, se imponen bordes sólidos tipo *wall*, para que el fluido se

mantenga confinado dentro de las paredes del canal. A estas últimas, se les da una condición de estacionarias y sin deslizamiento, ya que el medio por el cual fluye el relave es estático (Vergara et al., 2021). También, se configuran los valores para los *Inlet* y *Outlet* definidos en la sección de mallado, para este caso de estudio, se utilizaron solo salidas en el sistema con una presión manométrica igual a 0 para representar que esas zonas del canal están abiertas al ambiente.

e. **Métodos de solución:**

El método de solución para una simulación bifásica, recomendada en la guía de usuario de FLUENT, es SIMPLE, llegando a una rápida convergencia para ambas fases (Vergara et al., 2021), esto se debe a que es un algoritmo segregado que resuelve las ecuaciones de cantidad de movimiento y luego corrige la presión para satisfacer la continuidad. Por su parte, *Least Squared Cell Based*, es el método que usa el software para calcular cómo cambian las variables de una celda a otra, basado en el método de mínimos cuadrados (Ansys Theory Guide, 2025).

PRESTO!, cuyo significado es *PREssure STaggering Option*, es un esquema especializado para calcular la presión en las celdas de la interfaz entre fluidos y entre la pared y el fluido. La opción de *Second Order Upwind*, define cómo se varía la velocidad de una celda a otra, utilizando, más celdas vecinas para la interpolación que *First Order* (Versteeg & Malalasekera, 2008). Finalmente, *Geo-Reconstructed*, genera una definición nítida entre las interfases de cada celda de manera geométrica, para el caso de estudio, utiliza un plano. Lo anterior hace que no hay una mezcla difusa entre fases que podría resultar en una no convergencia (Ansys Theory Guide, 2025).

Tabla 6.6: Parámetros usados en la configuración de métodos de solución.

Pressure-Velocity Coupling	
Scheme	SIMPLE
Spacial Discretization	
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	PRESTO!
Momentum	Second Order Upwind
Volume Fraction	Geo-Reconstructed
Transient Formulation	First Order Implicit

De esta manera, y sin modificar la sección de controles, se pasa a la sección de monitoreo, donde se puede modificar el criterio de convergencia para los residuales, los cuales se ven reflejados en los reportes de la simulación. Los residuales, entregan el valor de desbalance entre entradas y salidas de cada celda para cada iteración de paso de tiempo.

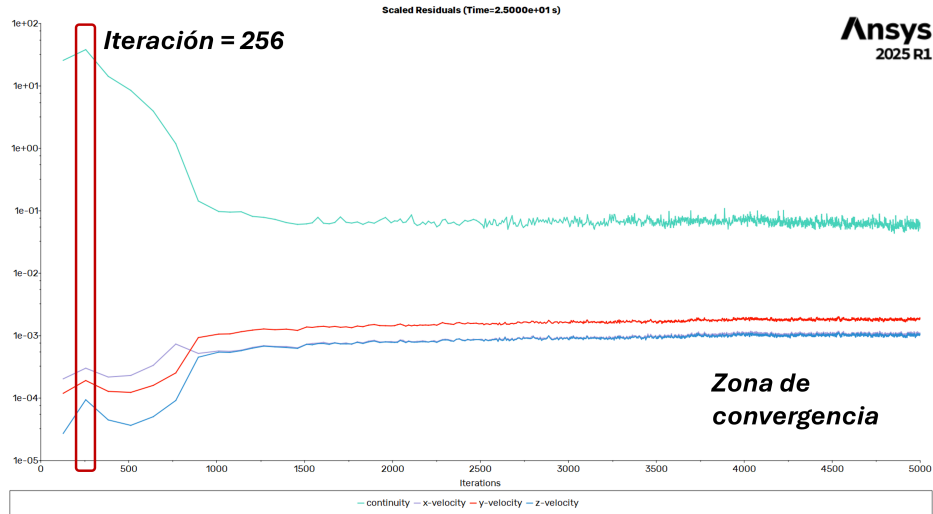


Figura 6.5: Valores residuales para la simulación de $C_w = 60\%$, un volumen de 5 L en la cubeta y 6 barreras.

Se puede notar en la Figura 6.5 que en la iteración número 256 aparece un leve peak en el valor de los residuales que es explicado por el choque entre el relave simulado y las barreras. Luego, continúa hasta llegar a la convergencia y estabilización para las ecuaciones de momentum y continuidad.

f. Registro de celdas:

En la sección de registro de celdas es donde se termina de configurar el método VOF. En este apartado, es donde se delimita el volumen de fluido de interés. Para ello, se genera un nuevo registro de celdas escogiendo la opción de *inside* y el tipo de capa *hex*, a continuación, se ingresan las coordenadas del volumen de fluido que se quiere generar referenciadas desde el punto de origen de la geometría computacional (Ansys Theory Guide, 2025).

En este estudio se consideraron volúmenes de 1 L a 7 L con pasos de 0.5 L, es decir se simuló para 13 volúmenes diferentes.

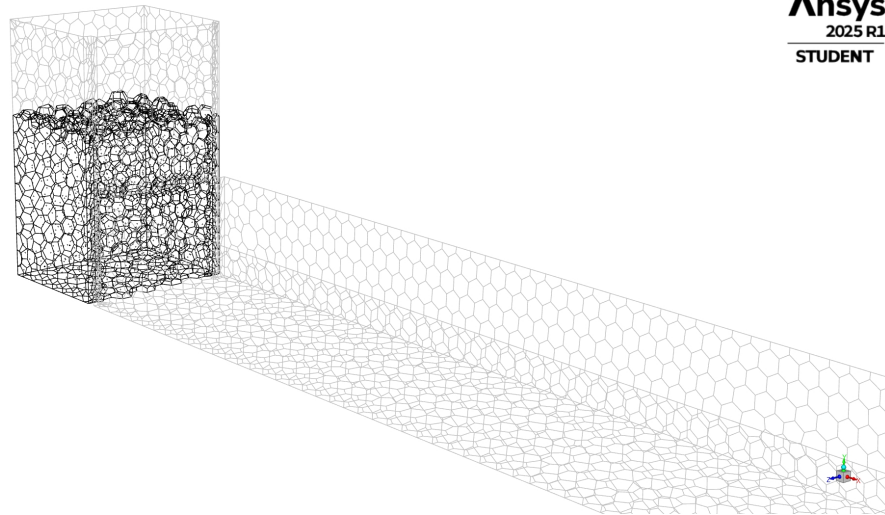


Figura 6.6: Acople entre la malla del dominio geométrico y el volumen modelado de fluido, ambos discretizados con Mosaic Meshing.

g. **Inicialización y Patch:**

Se requiere inicializar el problema antes de correr la simulación, para dar un escenario de partida a todo el dominio computacional. La inicialización usada, es la estándar con todos los valores iniciales de presión manométrica, velocidades en las 3 coordenadas y *tail-phase volume fraction* igual a 0, es decir, todo el dominio computacional tiene valores iniciales nulos.

Lo anterior, representa el escenario estático en el que estaría un depósito de relave previo al colapso. Debido a que las celdas del volumen de fluido creado con el registro de celdas también tienen un valor de 0, es necesario cambiar su valor por 1, para así establecer que dicho volumen corresponde a relave, tal y como se explicó anteriormente en el método VOF. Para ello, se debe seleccionar la fase a la cual se quiere aplicar al volumen creado, la cual se parchará por un nuevo valor de 1 en términos de la fracción volumétrica (Ferziger et al., 2002).

Tabla 6.7: Parámetros usados en la configuración de inicialización de la solución.

Inicialization Solution	
Inicizlization method	Standar Inicialization
Reference Frame	Relative to cell zone
Patch	
Phase	tail-phase
Variable	Volume fraction
Register to patch	region created
Value	1

h. **Actividades de cálculo:**

Esta sección es importante, ya que, con ello, se podrán visualizar los escenarios simulados y exportar los datos de interés. Para crear una exportación automática se considera la siguiente configuración:

Tabla 6.8: Parámetros usados en la configuración de la exportación automática de las variables de interés.

Automatic Export	
File Type	CDAT for CFD-Post and EnSight
Format	Binary
Write Case File	Only Once
Export Data Every	10 Time Step
Append File Name whit	time-step

Es importante que, dentro de la ventana de configuración se marque la *cell zone* correspondiente a todo el dominio geométrico y que se marquen todas las *surfaces* que aparecen como opción, ya que, para este caso, corresponden a las caras del canal y a cada pared de la barrera que interactúa con el fluido.

También se deben seleccionar todas las variables a cuantificar, en este caso, se seleccionó, *Total Pressure*, *Density*, *Velocity (x, y, z)*, *Wall Shear Stress (x, y, z)*, *Density (air-phase & tail-phase)* y *Volume Fraction (air-phase & tail-phase)* (Oberkampf & Trucano, 2002).

i. Inicio de cálculo de simulación:

Habiendo configurado todo lo anterior, se procede a correr la simulación con los siguientes parámetros de cálculo:

Tabla 6.9: Parámetros usados en la configuración de tiempo de cálculo.

Parámetros de cálculo	
Number of Time Step	5000
Time Step Size	0.005 s
Max Iteration/Time Step	1

Notar que el tiempo real de simulación será, la multiplicación del número de pasos de tiempo con el tamaño de paso de tiempo, es decir para este caso se simuló 25 s reales, con una iteración de máxima de 1, por cada paso de tiempo, debido a limitaciones de recursos computacionales (Pletcher et al., 2012; Vergara et al., 2021).

6.2.5. Postprocesamiento

Luego de haber realizado un total de 585 simulaciones, se puede pasar a la etapa de postprocesamiento de los datos para su análisis.

- **CFD - Post:**

Es una herramienta de postprocesamiento de datos, en donde se pueden visualizar, medir y analizar los datos de las simulaciones.

Específicamente para el caso de estudio, se midió la distancia máxima, correspondiente a la distancia medida desde la compuerta hasta el punto máximo de flujo del fluido completamente desarrollado. Para ello, se añadió un renderizado de volumen, el cual permite visualizar la fracción volumétrica del fluido en cualquier paso de tiempo.

Con la herramienta *Location* se coloca un punto sobre la zona exacta hasta donde llegó el fluido, con las coordenadas del punto se puede conocer la distancia máxima.

Así mismo, con la herramienta *Location* se puede crear un plano, para este caso y dada la disposición del dominio computacional, el plano fue construido paralelo al plano XY, a una distancia de 0.16 m desde el origen. En él, se puede medir la magnitud máxima de velocidad para los primeros pasos de tiempo.

- **Excel:**

Excel se utilizó para dar orden a los datos extraídos de cada simulación, cada fila contiene, un *ID*, el valor de esfuerzo de fluencia, índice de consistencia, índice de comportamiento, largo del canal, velocidad característica de salida, densidad, volumen de relave seco, volumen de cubeta, altura de columna de relave en cubeta, distancia máxima, número de barreras, porcentaje de concentración en sólido. Una vez construida la base de datos se pasa a Matlab.

- **Matlab:**

En Matlab, se importa el Excel con la base de datos ordenada, para proceder a calcular los números adimensionales, graficar la distancia peligrosa en función de las variables de interés, y encontrar los parámetros de ajuste para los modelos mostrados en la siguiente sección.

Capítulo 7

Resultados y Análisis

En la siguiente sección se muestran los resultados experimentales y computacionales, pudiendo establecer la influencia de variables de interés en la distancia máxima de flujo. De este modo, se presentarán los resultados relevantes de la adimensionalización y el modelo propuesto.

7.1. Reología

Los datos obtenidos de la reología, fueron procesados en Matlab, para descartar una parte inicial de ruido en la medición, y fueron importados a *Curve Fitter* para poder ajustar un modelo matemático, cuyos términos o coeficientes de ajuste coincidieran con los parámetros del modelo constitutivo HB.



Figura 7.1: Modelos reológicos ajustados a un comportamiento Herschel-Bulkley.

La Tabla 5.2 muestra los parámetros de ajuste para cada concentración de sólido.

7.1.1. Parámetros Reológicos

De los ajustes obtenidos para las mediciones en reómetro, se puede ver una correlación potencial entre los esfuerzos de fluencia (τ_y) y las viscosidades efectivas (μ_e) en función del porcentaje de sólido que contenga la pulpa.

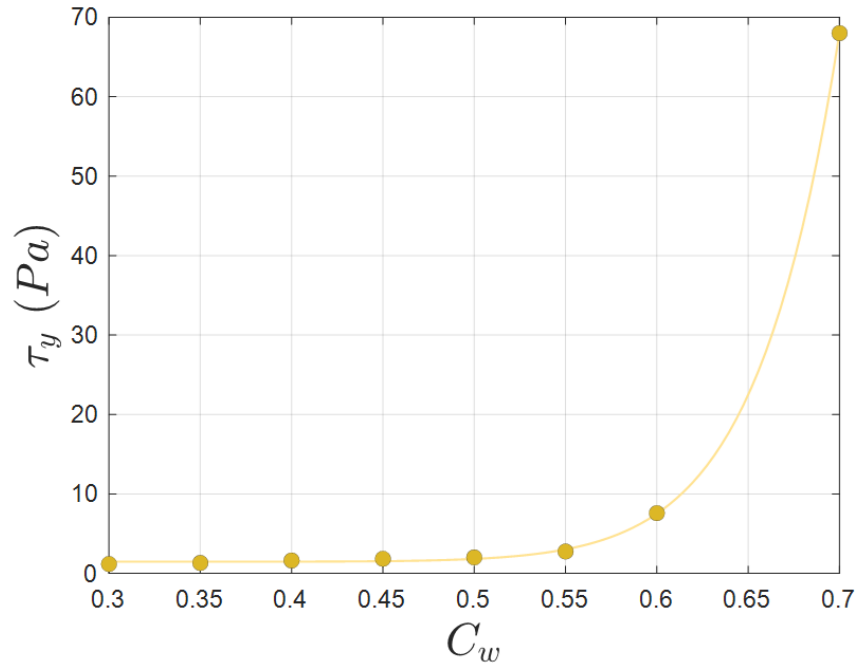


Figura 7.2: Esfuerzo de fluencia en función de diferentes C_w ensayados experimentalmente.

En la Figura 7.2 se puede apreciar un comportamiento potencial que relaciona τ_y y C_w de la siguiente forma:

$$\tau_y = 1,462 + 17120 C_w^{15,56} \quad (7.1)$$

Se puede observar que a medida que el relave aumenta su concentración en sólido, aumenta la tasa de cambio que describe su esfuerzo de fluencia. De este modo, para relaves con comportamiento similar, con $C_w \approx 60\%$, fluyen relativamente bien, sin embargo, sobrepasando ese umbral, requerirán un esfuerzo cortante considerable para iniciar su deformación. Así mismo, la viscosidad efectiva del relave, también presenta un comportamiento potencial.

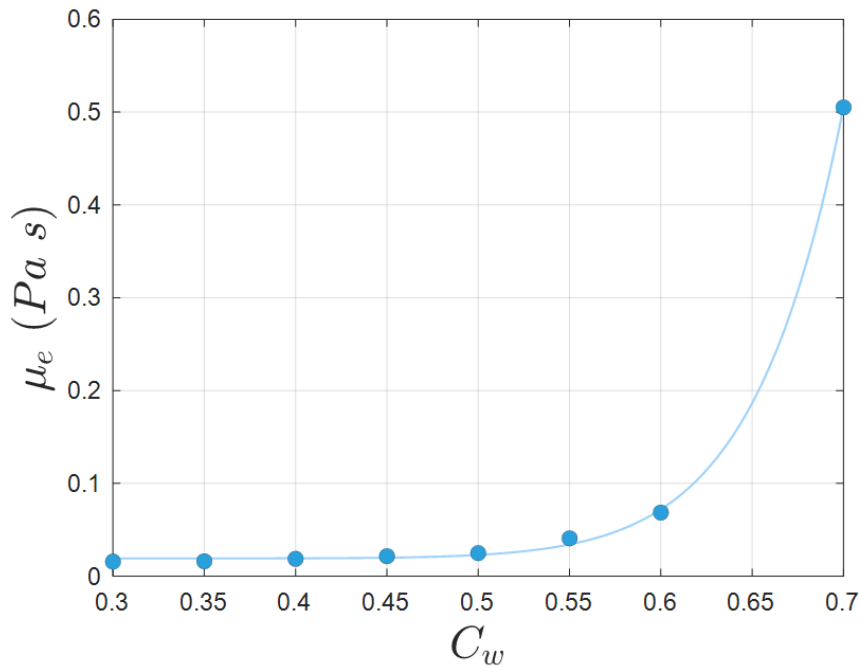


Figura 7.3: Viscosidad efectiva en función de diferentes C_w % ensayados experimentalmente.

Su comportamiento queda descrito por el siguiente modelo potencial de dos terminos:

$$\mu_e = 0,01913 + 82,4 C_w^{14,39} \quad (7.2)$$

Tiene sentido que la viscosidad aumente en tasas similares a τ_y , debido a un aumento de sólido en suspensión que conforma la mezcla, lo que hace que el fluido se comporte en ciertas circunstancias, más cercano a un sólido que a un líquido.

Una vez caracterizado el relave, se comenzó con los experimentos en el canal, realizando un experimento por cada combinación entre volumen de cubeta, concentración de sólido y número de barreras.

7.2. Resultados experimentales

A continuación, se muestran los gráficos para las diferentes mediciones de D_{max} alcanzada por el flujo, en función del número de barreras dispuestas en el canal a 1 m de distancia de la compuerta de la cubeta. Cada gráfica presenta el mismo enfoque para diferentes porcentajes de sólido en peso.

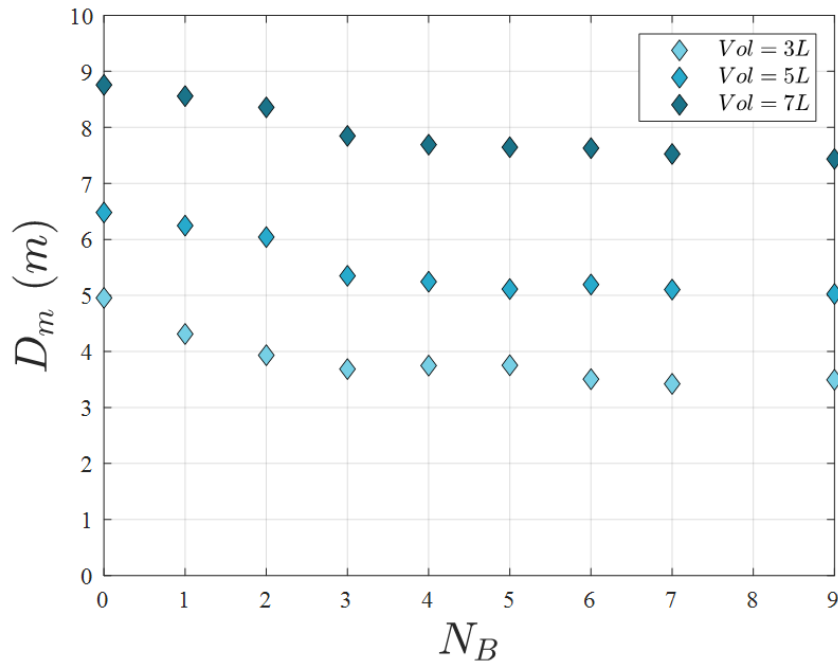


Figura 7.4: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando un $C_w = 30\%$.

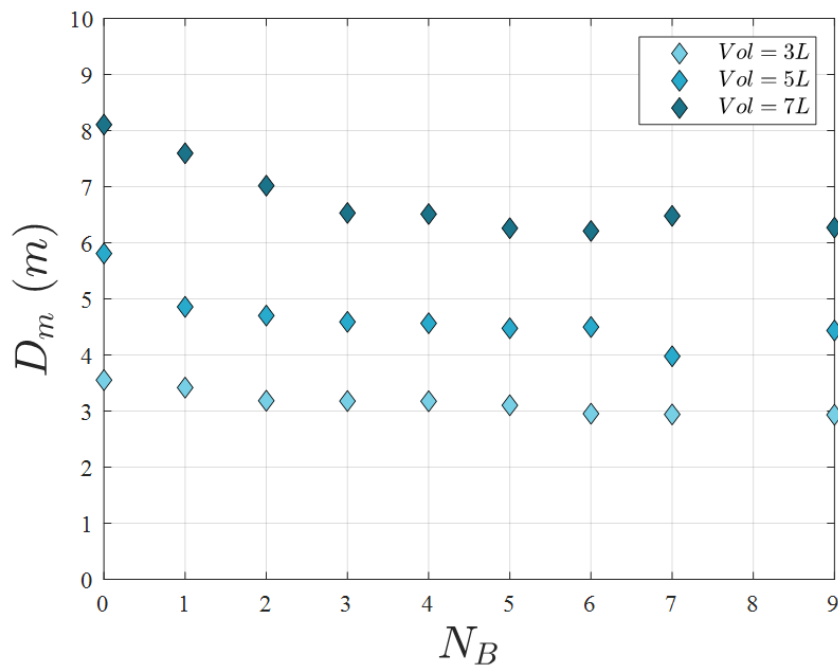


Figura 7.5: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando un $C_w = 40\%$.

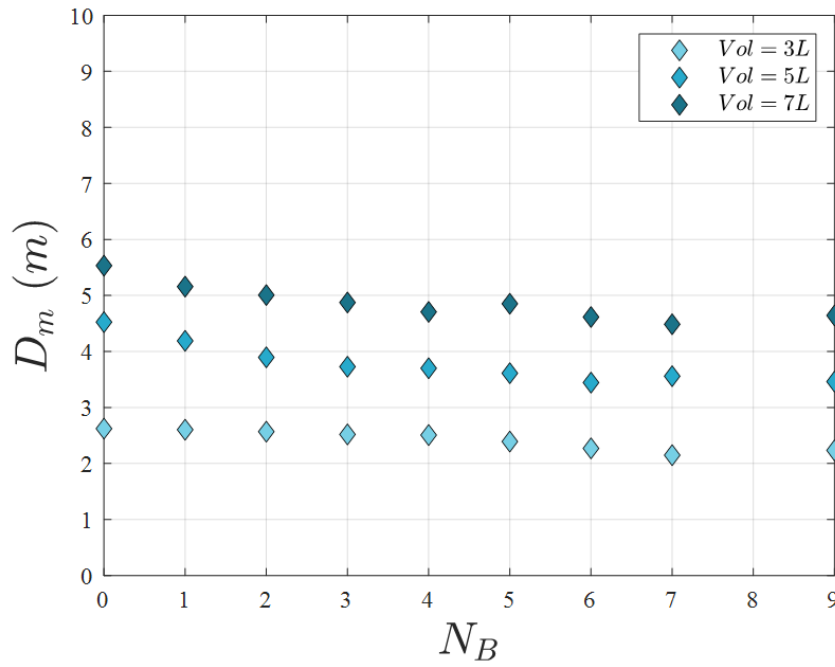


Figura 7.6: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando un $C_w = 50\%$.

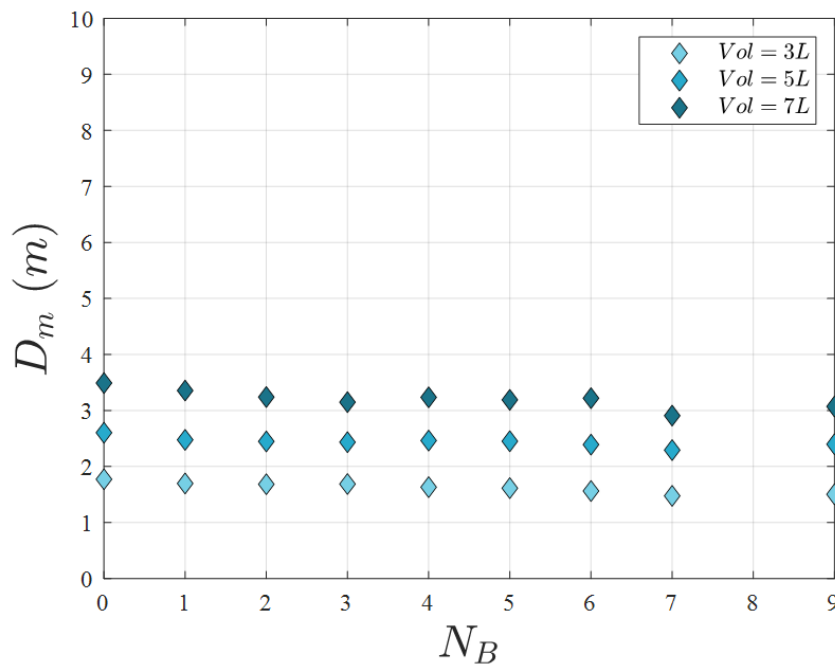


Figura 7.7: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando un $C_w = 60\%$.

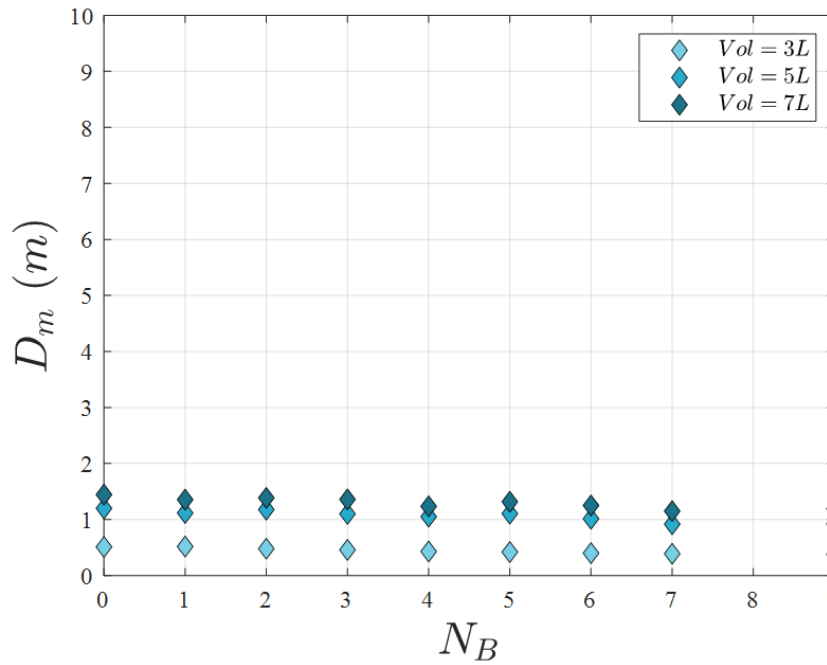


Figura 7.8: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando un $C_w = 70\%$.

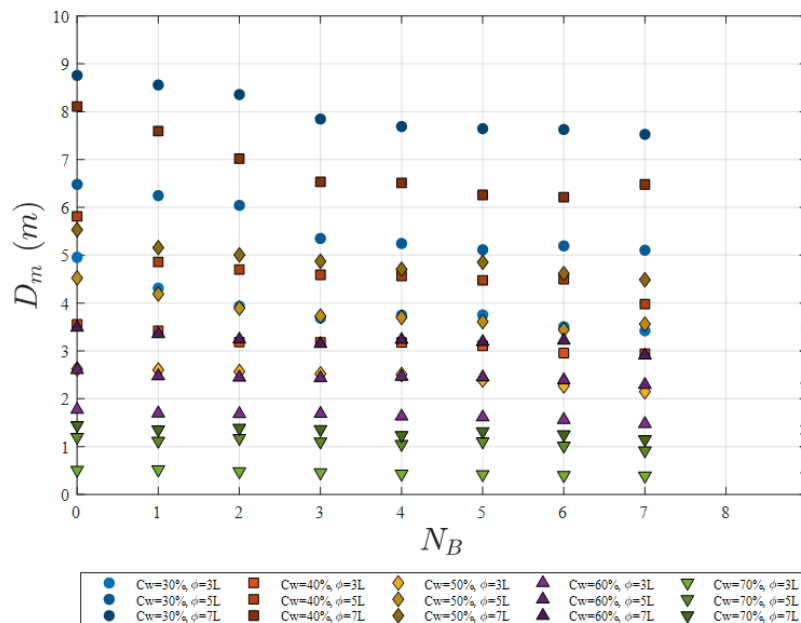


Figura 7.9: Representación de todos los resultados experimentales, considerando una variación de concentración de sólidos, volumen y número de barreras.

De acuerdo con los gráficos presentados, se puede apreciar una disminución significativa de la distancia máxima a medida que se incrementa el porcentaje de sólido en las pulpas de relave experimentadas.

Para C_w menores, por ejemplo 30 % se pueden ver distancias máximas muy cercanas a los 9 metros, que por poco, no sobrepasan la longitud máxima del canal. Para este caso, hay 0 barreras de amortiguación, sin embargo para el mismo C_w se pueden ver distancias máximas menores a 7.5 m añadiendo un total de 9 barreras al sistema.

Por simple inspección, se puede notar que no hay datos de distancia máxima para 8 barreras, esto se debe a limitaciones geométricas del canal. Se ubicaron barreras perpendicularmente a la dirección del largo del canal, ordenadas de manera simétrica y equidistante, sin embargo, al superar las 6 barreras se dispusieron dos filas de barreras, en donde solo con 7 y 9 barreras se podía mantener una simetría respecto al eje central del canal.

Finalmente, se puede notar que para un $C_w = 70\%$ las distancias medidas se encuentran entre 0.5 m y 1.4 m, sin barreras y entre 0.3 m y 1.1 m para 9 barreras. La diferencia no es muy notoria, debido a que las barreras están posicionadas a 1 m de distancia desde la compuerta de la cubeta, por lo que no alcanzan a tener una influencia representativa sobre el flujo. De hecho, para los 3 L, la distancia se mantiene cuasi constante, ya que no alcanza a pasar el metro de distancia.

Previo a la obtención de los datos presentados, se realizaron experimentos preliminares, para evidenciar la influencia de la distancia de la barrera a la compuerta de la cubeta.

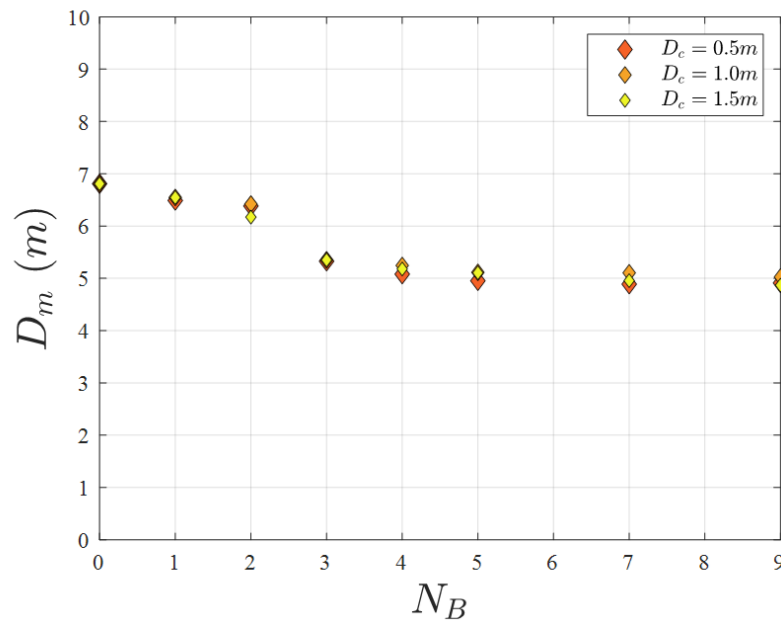


Figura 7.10: Análisis de sensibilidad para la influencia de la distancia de la barrera a la compuerta de la cubeta.

Como se puede notar, la distancia entre barrera-compuerta, no juega un rol importante en las distancias máximas medidas a escala laboratorio, por lo que, se mantuvo el valor de dicha distancia en 1 metro, para la totalidad de experimentos posteriores.

7.3. Resultados computacionales

Como se mencionó en secciones anteriores, se utiliza CFD-Post para visualizar el flujo de relave a lo largo del canal, para distintos pasos de tiempo. De este modo, es importante que en el paso de tiempo 0, el volumen de relave se encuentre totalmente estático y confinado en la cubeta, para posteriormente recrear su libre flujo dada un posible colapso del muro.

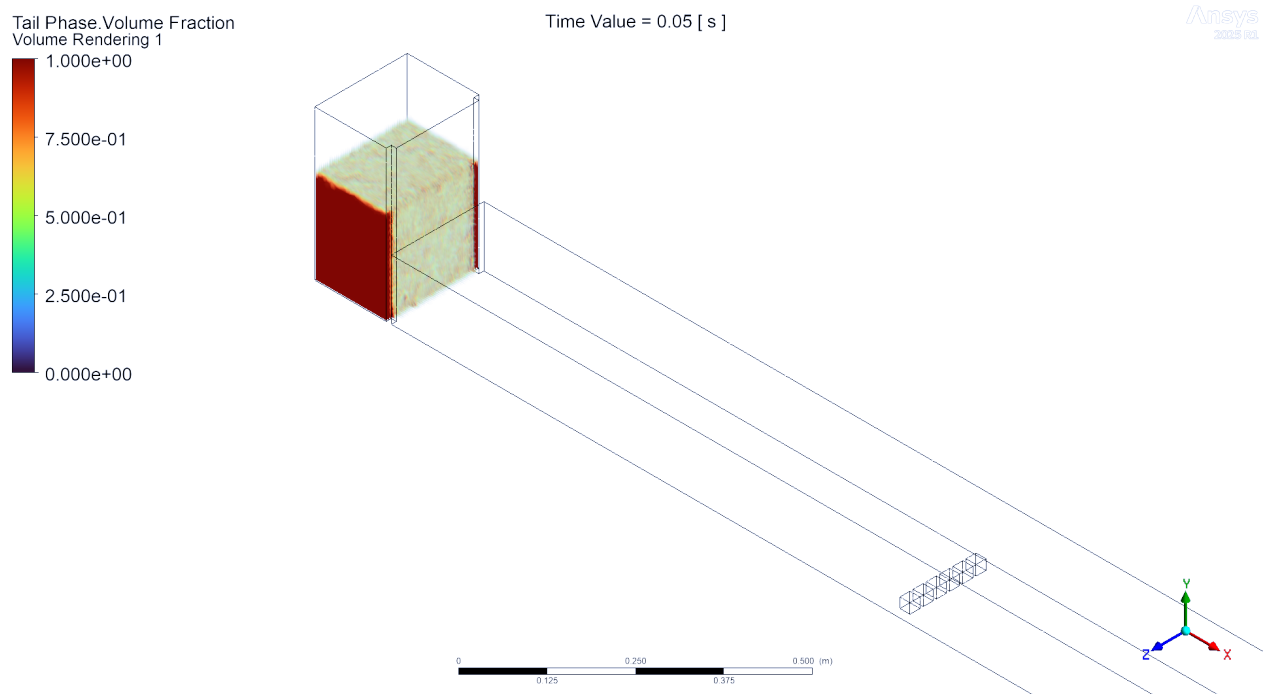


Figura 7.11: Dominio computacional con el renderizado de fluido para el instante $t = 0s$.

La condición anterior, se impone dada la base de que el relave se encuentra confinado en la cubeta del depósito presentando una acumulación de energía potencial mecánica. Esta última, al momento del colapso se transforma en energía cinética permitiendo el flujo del relave aguas abajo, el cual se detendrá gradualmente por la pérdida de energía por fricción o en este caso por barreras amortiguadoras.

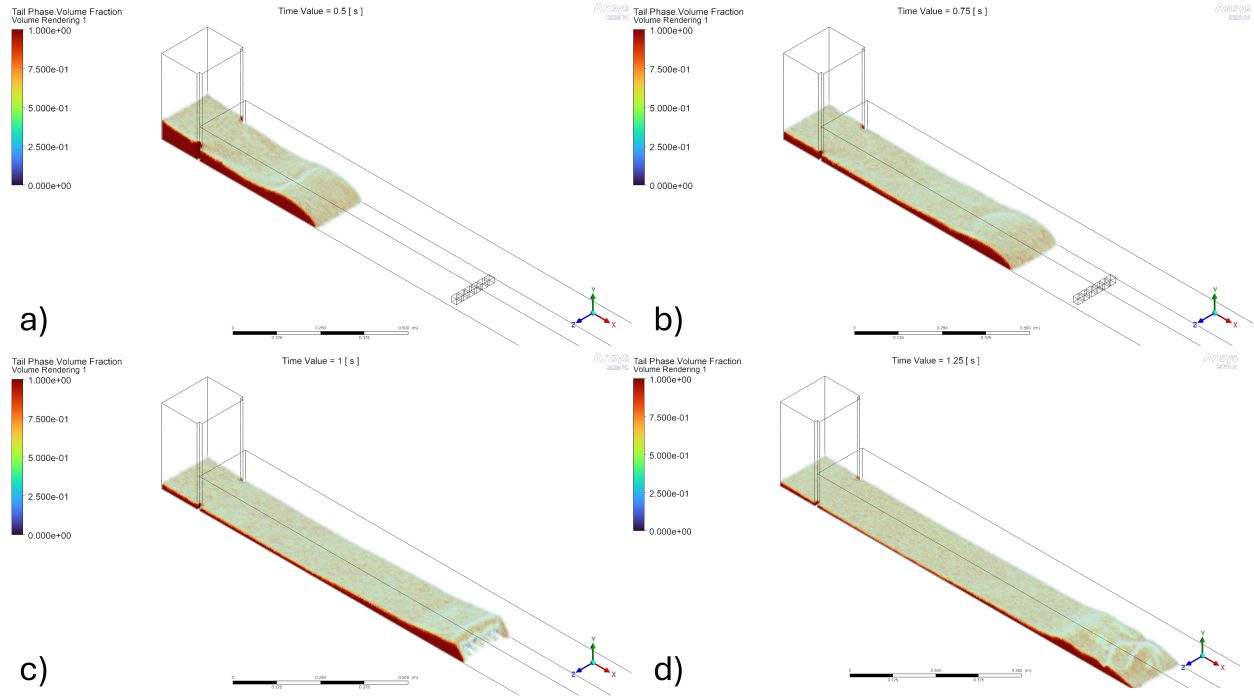


Figura 7.12: Avance de flujo de relave para diferentes instantes de tiempo. a) $t = 0.50$ s, b) $t = 50.7$ s, c) $t = 1.00$ s y d) $t = 1.25$ s.

En la Figura 7.12 se aprecia como el fluido colisiona con las barreras y queda retenido delante y entre ellas. Eso mismo se puede ver en una vista en perfil del avance del flujo.

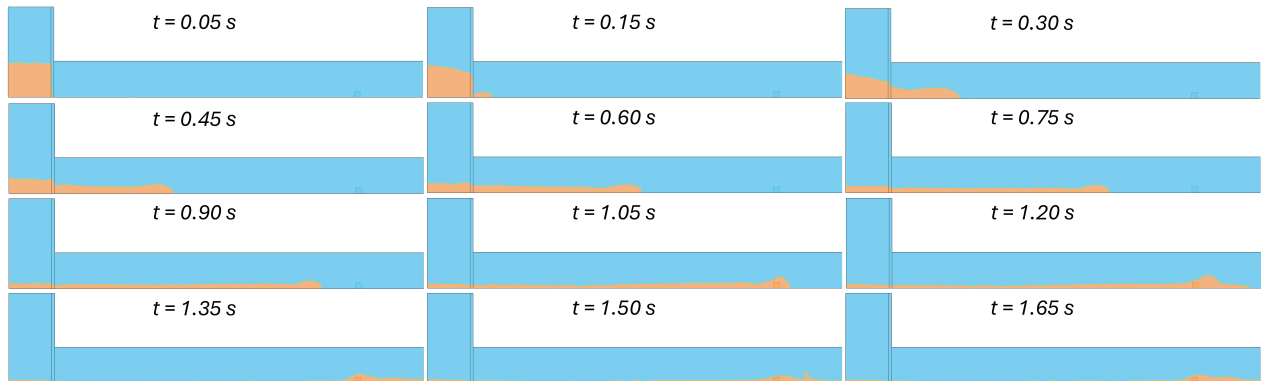


Figura 7.13: Perfil de flujo lateral para distintos pasos de tiempo. $C_w = 50\%$ y 3 L de volumen.

También, se puede ver que luego de colisionar, parte del fluido queda retenido en la zona de barreras y avanza hasta una distancia máxima, lo cual se traduce en una estabilización en la simulación y la detención del fluido.

Los resultados obtenidos para las simulaciones, se muestran en los siguientes gráficos.

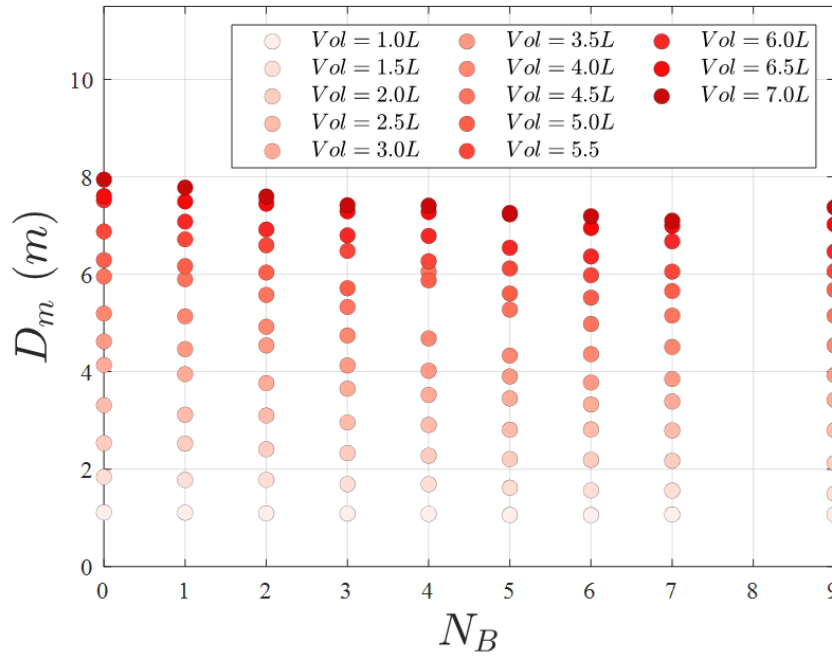


Figura 7.14: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando $C_w = 40\%$.

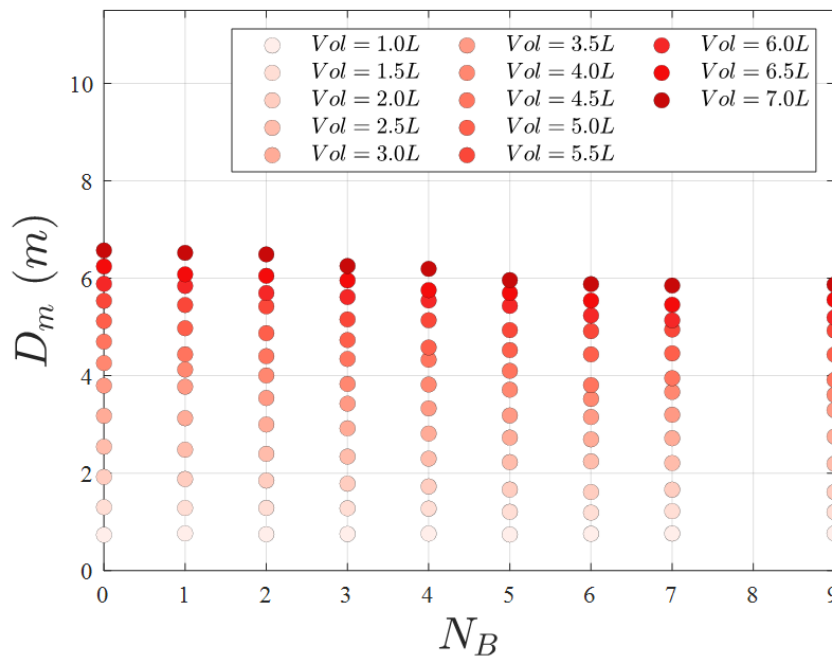


Figura 7.15: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando $C_w = 50\%$.

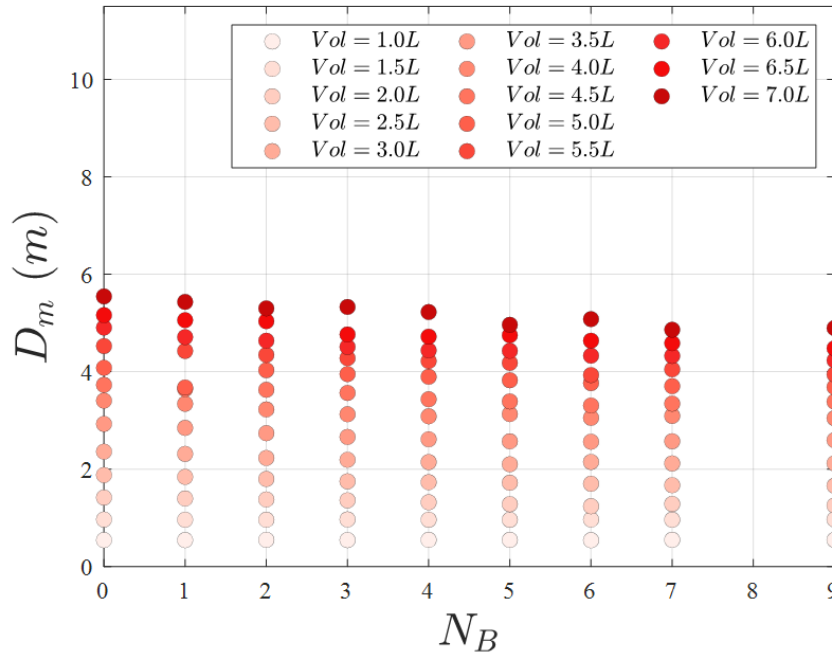


Figura 7.16: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando $C_w = 60\%$.

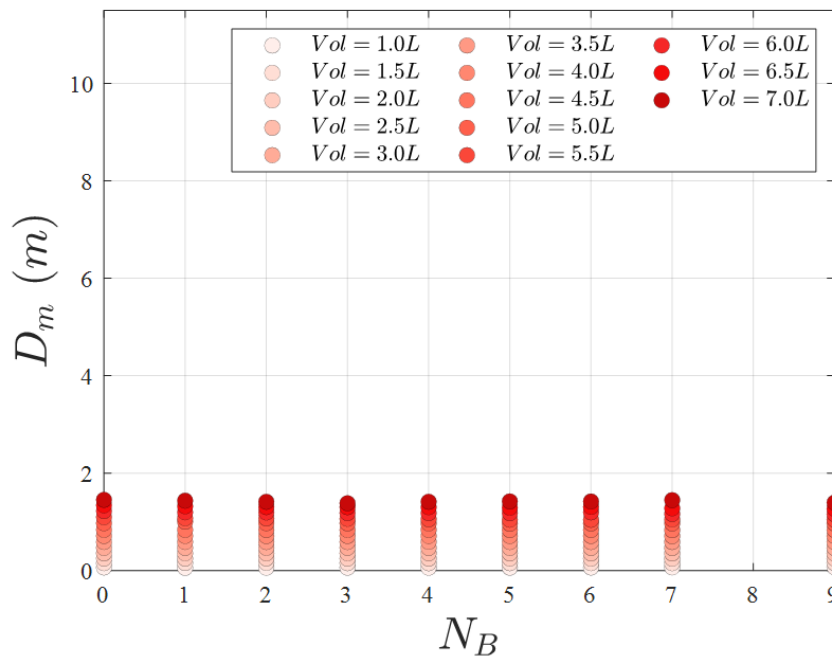


Figura 7.17: Relación entre la distancia máxima y el número de barreras para diferentes volúmenes, considerando $C_w = 70\%$.

En los resultados computacionales, al igual que los resultados experimentales, se puede evidenciar la influencia de las barreras sobre la distancia máxima de flujo. Sin embargo, el software tiende a sobreestimar la distancia recorrida y a darle un mayor peso en la simulación a los componentes viscosos.

Lo primero, queda evidenciado, si se toman resultados de simulaciones, comparables con resultados de escenarios experimentales. Para este caso, se comparan los datos de distancia máxima para $C_w = 50\%$ y volúmenes de 3.0 L, 5.0 L y 7.0 L, en donde se aprecia que para cada curva de volumen, hay una diferencia un 12% a 31%, entre lo experimental y lo simulado.

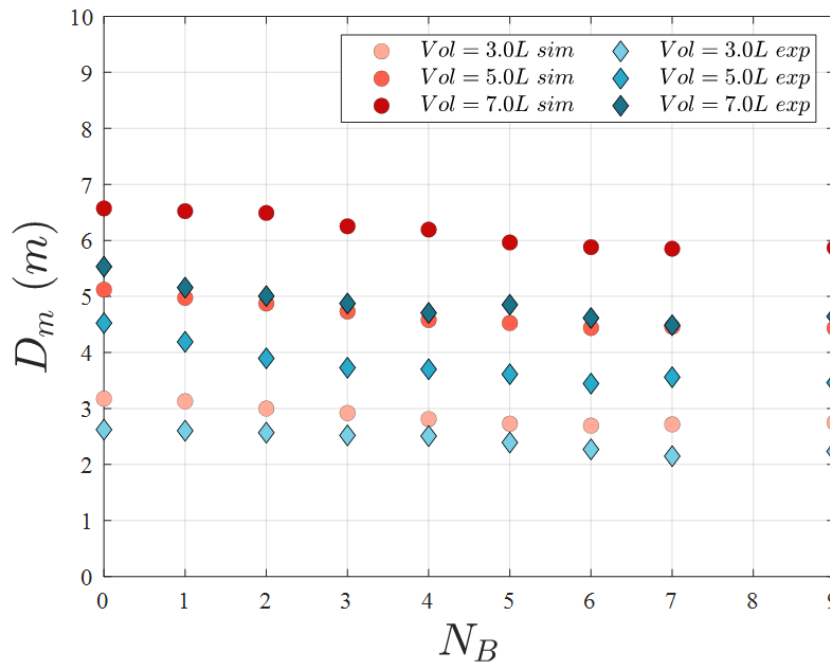


Figura 7.18: Comparación entre resultados experimentales y computacionales. Se muestra los datos obtenidos para la combinación de $C_w = 40\%$ con Volúmenes de 3.0 L, 5.0 L y 7.0 L.

Mientras que, la simulación da un mayor peso a los componentes viscosos, se aprecia en la diferencia de distancia registrada entre los $C_w = 60$ y $C_w = 70$. Si se contrasta entre el paso de una concentración de sólido a la siguiente, para los experimentos y simulaciones, es notorio, que para estos últimos, el cambio es mucho más abrupto (Comparar Fig.7.7-Fig.7.8, con Fig.7.16-Fig.7.17). Por esta misma razón es que no se pudo extraer datos de simulaciones con $C_w = 30\%$, ya que el software, interpretaba los valores de ajuste del modelo HB bajos, por lo que fluía de una manera cercana al comportamiento del agua, sobreestimando demasiado la distancia recorrida.

7.4. Análisis dimensional

En esta sección se trabajará con variables adimensionales características del fenómeno estudiado, ampliando modelos previos de predicción de distancia peligrosa.

7.4.1. Teorema II de Vaschy-Buckingham

El Teorema presentado en la sección 4.2.1, es fundamental en el análisis dimensional, ya que permite simplificar problemas complejos de ingeniería y física, reduciendo el número de variables independientes, a través de números Π , sin dimensión. Esto permite facilitar el análisis y comparación de resultados, pudiendo escalar resultados desde una escala laboratorio a una industrial.

7.4.2. Parámetros considerados en la adimensionalización

La presente tesis busca expandir y reafirmar el conocimiento acerca del fenómeno de distancia peligrosa, incluyendo una variable de atenuación del desastre que podría conllevar un posible colapso. El estudio, busca incorporar un parámetro relacionado al número de barreras de amortiguación a los modelos propuestos por Vergara et al. (2022) y Pinilla et al. (2024). Así mismo, se busca modificar un número adimensional de los modelos mencionados anteriormente, referente al Volumen liberado.

Tabla 7.1: Parámetros considerados para el análisis adimensional del fenómeno de distancia peligrosa.

Parámetro	Símbolo	Unidades	Dimensiones
Distancia máxima	D_m	m	L
Altura de columna de cubeta	H_c	m	L
Velocidad de salida	v	m s^{-1}	LT^{-1}
Esfuerzo de fluencia	τ_y	$\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-2}$	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$
Densidad del fluido	ρ	kg m^{-3}	ML^{-3}
Viscosidad efectiva	μ_e	$\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$
Concentración de sólido	C_w	-	-
Volumen liberado	V	m^3	L^3
Volumen sólido seco	V_s	m^3	L^3
Número de obstáculos	N_b	-	-

Considerando las variables anteriores, se busca encontrar una ecuación, que relacione el valor de distancia peligrosa con las otras variables características que modelan el flujo de relave en un canal abierto.

7.4.3. Comparación de modelos

- **Vergara et al. (2022)**

El estudio computacional de Vergara et al. (2022), propone una relación dimensional, que se muestra a continuación de forma expandida adimensionalmente:

$$\frac{D_{m\acute{a}x}}{H_0} = f \left(\frac{\tau_0}{\rho v^2}, \frac{\rho v^2}{\tau_0 + k \left(\frac{8v}{H_0} \right)^n}, (1 - \theta) \right) \quad (7.3)$$

De lo anterior, se desprenden los números Π adimensionales como:

$$D^* = f_1(\tau_2) \quad (7.4)$$

$$D^* = f_2(Re_2) \quad (7.5)$$

$$D^* = f_3(\theta) \quad (7.6)$$

- **Pinilla et al. (2024)**

El estudio experimental de Pinilla et al. (2024) añadió dos números adimensionales, haciendo que el modelo se expandiera de la siguiente manera:

$$\frac{D_{m\acute{a}x}}{H_c} = f \left(\frac{\tau_0}{\rho v^2}, \frac{\rho v^2}{\tau_0 + \mu_0 \left(\frac{8v}{H_c} \right)}, (1 - \theta), \frac{V}{d_{80}^3}, C_w \right) \quad (7.7)$$

Así, los grupos adimensionales resultantes son:

$$D^* = f_1(\tau_2) \quad (7.8)$$

$$D^* = f_2(Re_2) \quad (7.9)$$

$$D^* = f_3(\theta) \quad (7.10)$$

$$D^* = f_4(\phi) \quad (7.11)$$

$$D^* = f_5(C_w) \quad (7.12)$$

- **Modelo propuesto**

Del estudio experimental y computacional llevado a cabo en esta tesis, se añade un nuevo número adimensional que hace referencia al número de barreras y se modifica el número relacionado con el volumen liberado de la cubeta, así, el modelo adimensional queda de la siguiente manera:

$$\frac{D_{m\acute{a}x}}{H_c} = f \left(\frac{\tau_y}{\rho v^2}, \frac{\rho v^2}{\tau_y + K \left(\frac{8v}{H_c} \right)^n}, \frac{V}{V_s}, C_w, N_b \right) \quad (7.13)$$

Del modelo anterior, se desprenden los siguientes números Π adimensionales:

$$D^* = f_1(\tau_2) \quad (7.14)$$

$$D^* = f_2(Re_2) \quad (7.15)$$

$$D^* = f_4(\phi) \quad (7.16)$$

$$D^* = f_5(C_w) \quad (7.17)$$

$$D^* = f_5(N_b) \quad (7.18)$$

En este modelo, se presenta V/V_s ó ϕ , incorporando V_s como el volumen de las partículas sólidas secas. Esto, es una modificación al número adimensional presentado por Pinilla et al. (2024) que considera el diámetro característico de las partículas al cubo (d_{80}^3) para adimensionalizar el volumen de la cubeta. Lo anterior asocia dos números con una gran diferencia de órdenes de magnitud, mientras con la nueva propuesta, se estarían relacionando dos números con el mismo orden de magnitud, esperando mejorar el factor de ajuste para el número adimensional del volumen.

7.5. Esfuerzo de Fluencia

A continuación, se muestra la relación entre cada número Π con el adimensional que representa la distancia máxima, el primero de ellos es un parámetro que describe la relación entre fuerzas inerciales y fuerzas de fluencia para un fluido no newtoniano.

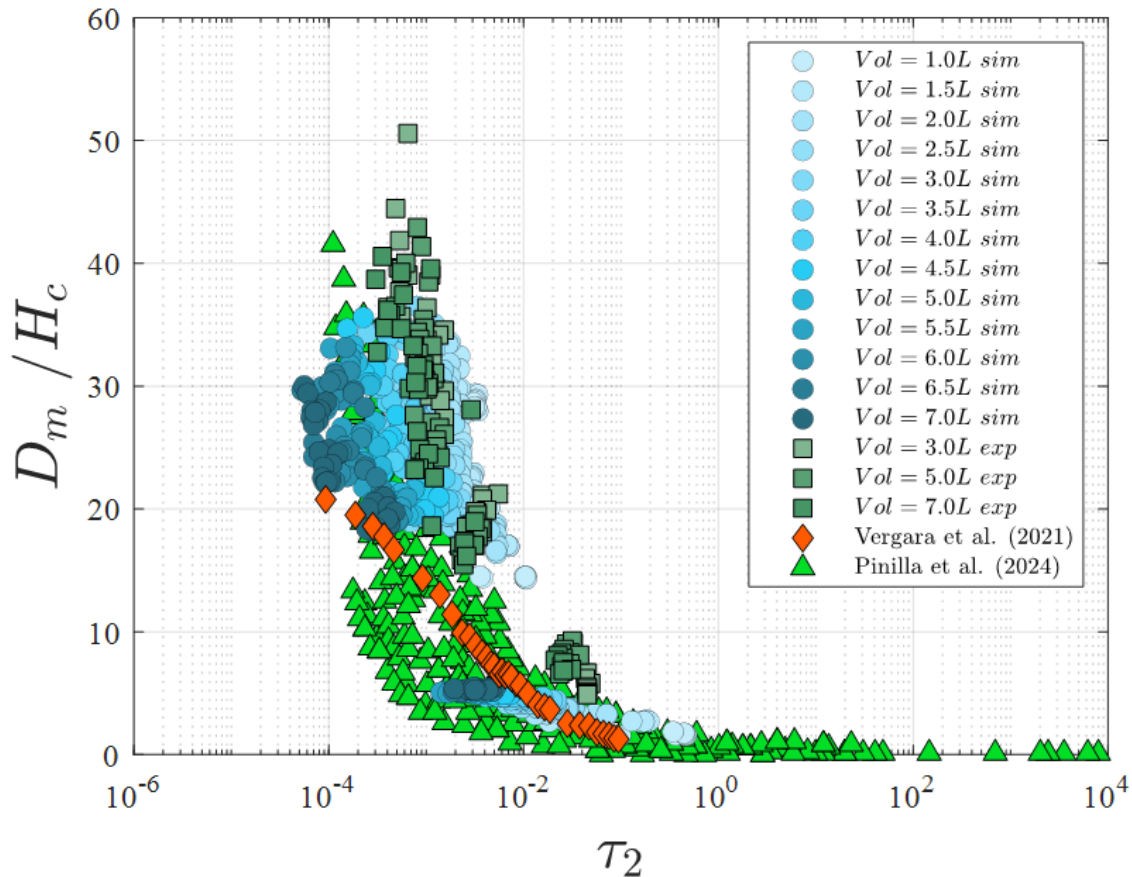


Figura 7.19: Distancia máxima adimensionalizada en función del coeficiente de fluencia.

Del gráfico anterior, se puede apreciar un comportamiento similar entre los datos experimentales y computacionales, para un rango de volúmenes de 1 a 7 litros.

Respecto a la comparación entre los modelos de Vergara et al. (2022) y Pinilla et al. (2024), los datos medidos se comportan muy similar, concentrándose la mayor cantidad de datos en el rango de $[10^{-2} : 10^{-4}]$ para los valores de τ_2 .

Por simple inspección, se puede notar que al aumentar el volumen, los datos se tienden a mover hacia la parte superior izquierda. Esto se explica, porque, al tener más volumen, el relave tiende a salir con mayor velocidad, lo que hace que el número τ_2 disminuya, debido a que depende del inverso del cuadrado de la velocidad.

7.6. Número de Reynolds modificado

El segundo número Π corresponde al número de Reynolds modificado, su construcción se ajusta al comportamiento de fluidos no newtoneanos considerando, el esfuerzo de fluencia, el índice de consistencia y el índice de comportamiento, para fluido tipo HB.

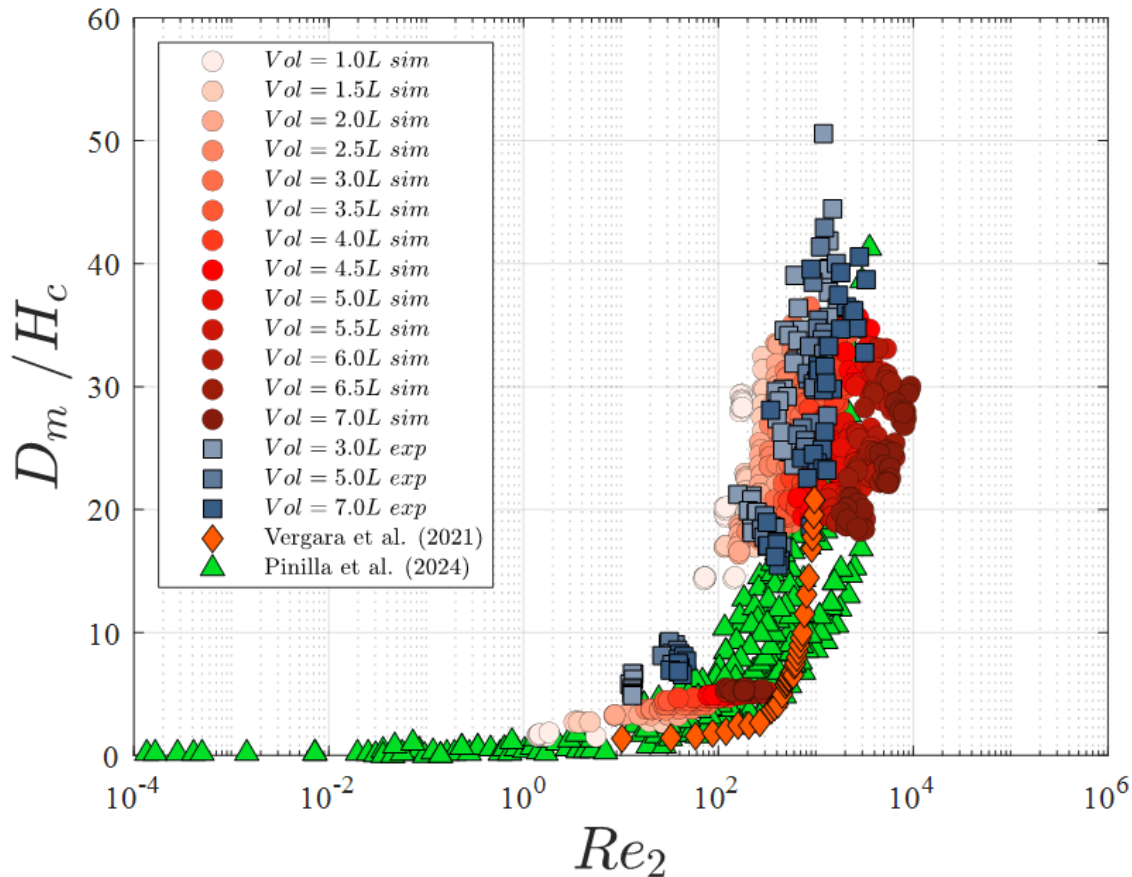


Figura 7.20: Distancia máxima adimensionalizada en función del Número de Reynolds Modificado.

Este número representa la relación entre las fuerzas inerciales y viscosas de un fluido no newtoniano, en la Figura 7.20, se muestra el comportamiento de D^* en función de Re_2 , para volúmenes desde 1 a 7 litros. También se correlaciona con los datos medidos por Vergara et al. (2022) y Pinilla et al. (2024), solo que esta vez, con un comportamiento ascendente en ambos ejes al ir aumentando el volumen de trabajo.

Cabe destacar que el presente estudio, al igual que el de Vergara et al. (2022), utiliza parámetros del modelo HB, para construir el número adimensional Re_2 , mientras que Pinilla et al. (2024), utiliza un modelo PB, para construirlo, de este modo, hay una diferencia en la consideración del índice de comportamiento, n , incorporado en el denominador de la expresión.

7.7. Número de barreras

El adimensional que representa el número de obstáculos relacionado con el adimensional de la distancia máxima, se presentan en la Figura 7.21.

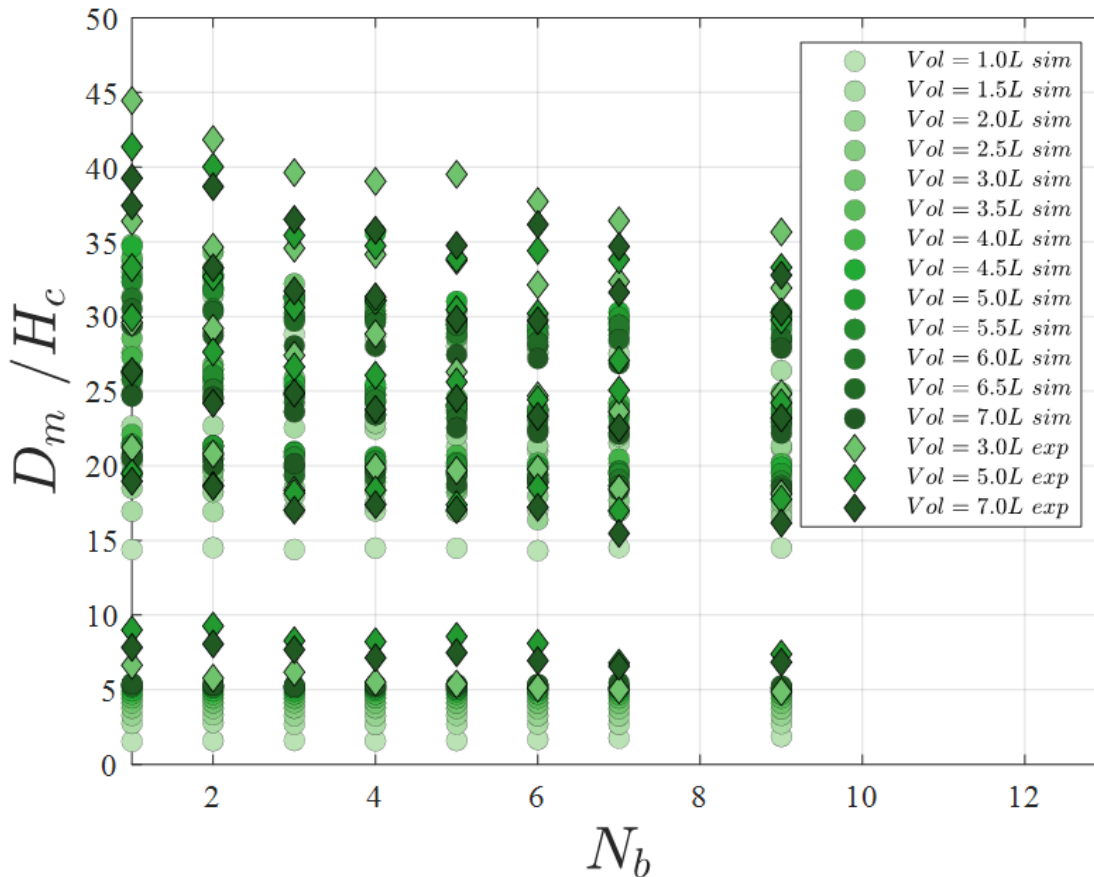


Figura 7.21: Distancia máxima adimensionalizada en función del Número de barreras.

Se puede notar que la tendencia de los datos es disminuir su valor a medida que aumenta el número de barreras. Lo cual cumple con el hecho de que las barreras son obstáculos que amortiguan la energía cinética con la que se mueve el relave haciendo que éste se detenga.

Los datos se muestran en base al volumen utilizado para cada caso, de 1 a 7 litros. También se pueden apreciar grupos de datos ordenados de manera pseudo horizontal que corresponden a los diferentes grupos de C_w % utilizados.

De este modo, los datos que se encuentran en las partes superiores de la figura corresponden a concentraciones de sólidos menores, es decir, relave convencional, que fluye más y por ende alcanza una mayor distancia, mientras que los datos agrupados en la parte inferior corresponden a altas concentraciones de sólidos, por lo que les cuesta más fluir y alcanzan distancias menores.

7.8. Volumen liberado

El número adimensional de volumen, fue incorporado por Pinilla et al. (2022) aplicado al estudio de distancia peligrosa, sin embargo, su construcción, fue a partir de la granulometría del relave, específicamente, utilizando el d_{80}^3 . Elevar un número del orden de micrómetro, como lo es $150\mu\text{m}$ al cubo, empleado por Pinilla et al. (2022) en su estudio, da como resultado un valor del orden de 10^{-12}m^3 . Si finalmente, se normalizan los valores de volumen contenido en la cubeta, que son de magnitud 10^{-3}m^3 , con el d_{80}^3 , se obtienen valores del orden de 10^9 . Esto podría generar una sensibilidad mayor a la granulometría en el modelo, es decir, una variación leve de la medición de la granulometría, de 5 %, podría repercutir en un 21 % en el número adimensional (Molerus, 1993).

Por otro lado Vergara et al. (2022), trabaja con un volumen fijo de relave, por lo que en su estudio, no se considera la influencia del volumen de la cubeta sobre la distancia máxima de flujo. Debido a lo anterior, se propone construir el número adimensional de volumen, normalizando cada volumen de pulpa contenido en la cubeta por el volumen del sólido seco utilizado en la mezcla, V/V_s . Así, se modificaron los resultados de Pinilla et al. (2024), de modo que sus volúmenes, fueran adimensionalizados con el valor de volumen de sólido seco.

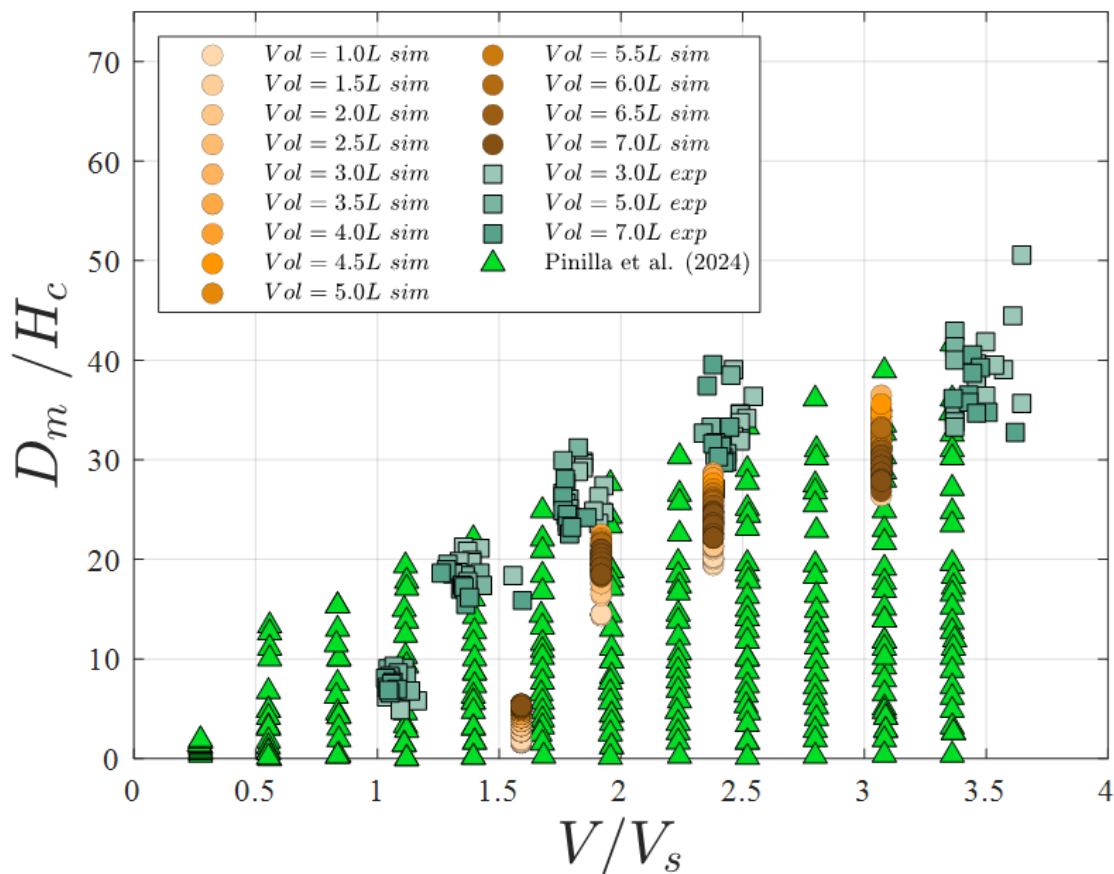


Figura 7.22: Distancia máxima adimensionalizada en función del Volumen liberado.

Se puede ver un comportamiento ascendente proporcional del número Π , con una tendencia similar entre las mediciones experimentales y computacionales. Al igual que en los otros casos, se presentan los datos en función de los volúmenes utilizados. Respecto a la comparativa entre los resultados obtenidos y los de Pinilla et al. (2022), también se comportan ascendentemente, con la diferencia en que sus datos fueron obtenidos trabajando con menores volúmenes, por ende, con distancias recorridas menores.

De lo anterior, se desprende la importancia de considerar el parámetro del volumen contenido en la cubeta para la estimación de distancia peligrosa.

7.9. Concentración de sólido en peso

Finalmente, se analiza el último número adimensional relacionado a la concentración de sólido, este número Π , también fue incorporado por Pinilla et al. (2024), sin embargo, considerando volúmenes de hasta 3.6 litros.

En la Figura 7.23 se muestran los resultados obtenidos para volúmenes mayores, hasta 7 litros y se comparan con los de Pinilla et al. (2024).

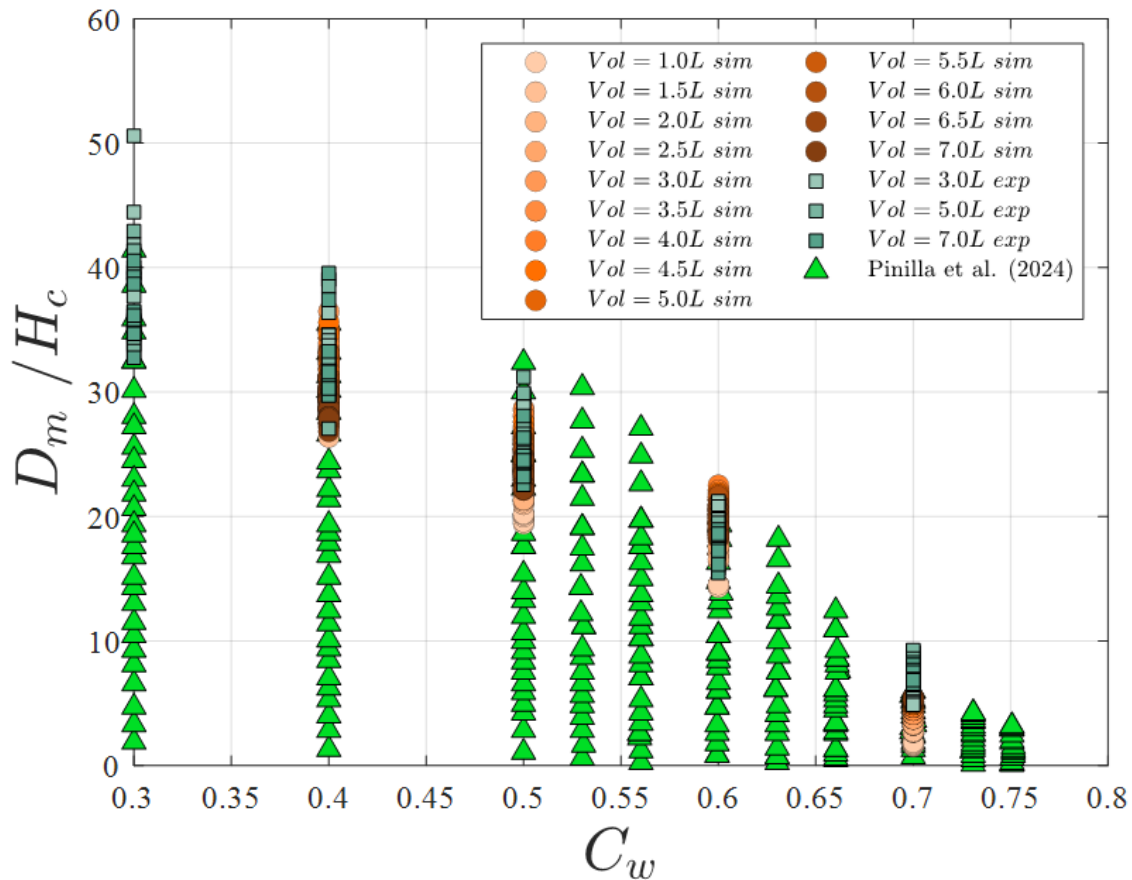


Figura 7.23: Distancia máxima adimensionalizada en función del Porcentaje de sólido en peso.

Por simple inspección se puede deducir el comportamiento descendente inversamente proporcional entre la distancia máxima normalizada y la concentración de sólidos. Lo anterior, es debido a, que al aumentar el porcentaje de sólido de la pulpa, aumentan sus parámetros viscosos y reológicos, como la densidad, viscosidad y esfuerzo de fluencia, lo que dificulta su flujo y la capacidad de avance.

7.10. Modelo adimensional propuesto

En esta sección se presenta el modelo adimensional conformado por todos los números Π que engloban a las variables consideradas para replicar el fenómeno. Éstas incluyen el número de Reynolds modificado, el coeficiente de fluencia, el número de barreras, el volumen liberado y la concentración de sólido en peso.

El modelo fue construido con los datos experimentales y computacionales obtenidos, y presenta la siguiente forma:

$$D^* = \alpha_1 \tau_2^{\alpha_2} Re_2^{\alpha_3} V^{\alpha_4} e^{(\alpha_5 N_b)} e^{(\alpha_6 C_w)} \quad (7.19)$$

Los parámetros constantes α de ajuste, se calculan considerando toda la base de datos obtenida, calculados mediante una función basada en mínimos cuadrados, donde, el valor final, es obtenido cuando la tasa de cambio de la suma de los cuadrados es menor a la tolerancia de la función, indicando la posibilidad de un mínimo local.

Si se considera el supuesto en que se está trabajando sin barreras, es decir, $N_b = 0$, y por lo tanto, $e^{(\alpha_5 N_b)} = 1$, simplificando el termino de Π referente al número de barreras, entonces obtenemos el modelo de Pinilla et al. (2024) modificado, ya que, tiene una variación en el término de ajuste para la concentración de sólido y no considera la pendiente del terreno.

$$D^* = \alpha_1 \tau_2^{\alpha_2} Re_2^{\alpha_3} V^{\alpha_4} e^{(\alpha_6 C_w)} \quad (7.20)$$

Si para la expresión anterior consideramos, tanto el número Π del volumen liberado, como el de concentración de sólido constantes, se tiene que la distancia recorrida solo variará con los parámetros reológicos (τ_2 y Re_2), obteniendo el modelo de Vergara et al. (2022) modificado, ya que, no presenta el termino asociado a la pendiente del terreno.

$$D^* = \alpha_1 \tau_2^{\alpha_2} Re_2^{\alpha_3} \quad (7.21)$$

De este modo, cada valor de α que ajusta de mejor manera a la relación entre D^* y los otros números Π , para la Ecuación 7.19, se muestran a continuación:

$$\alpha_1 = 393 \quad (7.22)$$

$$\alpha_2 = 0,049 \quad (7.23)$$

$$\alpha_3 = 0,126 \quad (7.24)$$

$$\alpha_4 = -0,361 \quad (7.25)$$

$$\alpha_5 = -0,035 \quad (7.26)$$

$$\alpha_6 = -3,657 \quad (7.27)$$

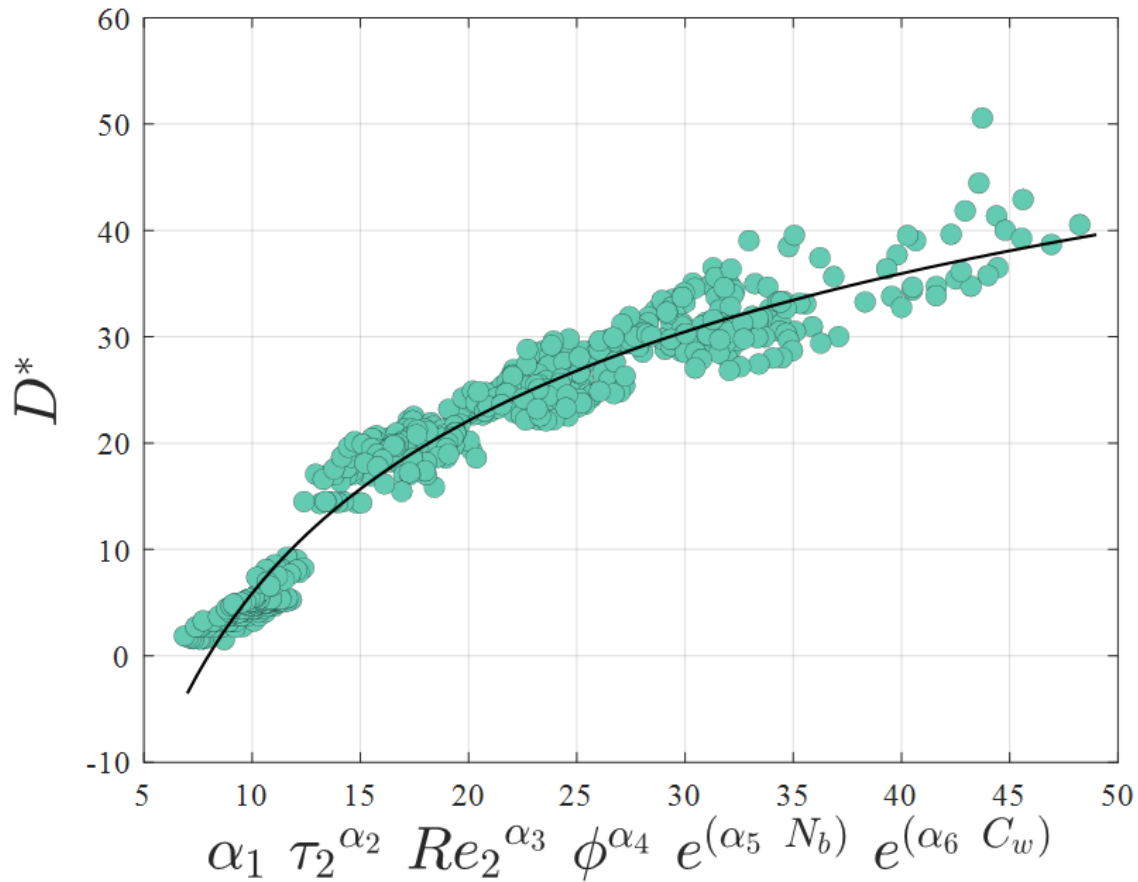


Figura 7.24: Modelo adimensional que relaciona el adimensional de Distancia máxima con una función monómica ponderada de todas las variables consideradas en el estudio.

Aplicando las constantes de ajuste a la Ecuación 7.19, el modelo queda de la siguiente manera:

$$D^* = 396 \tau_2^{0,049} Re_2^{0,126} \phi^{-0,361} e^{(-0,035 N_b)} e^{(-3,657 C_w)} \quad (7.28)$$

El modelo, fue construido a partir de variables ponderadas con parámetros de ajustes potenciales y términos exponenciales, esto último se incorpora debido a la naturaleza de los resultados y variables utilizadas.

Considerando un término potencial para el número Π de las barreras de amortiguación, los casos en los que no se considera barrera, éste tendría un valor de 0, al tener una ponderación directa con el resto de variables, el resultado de la estimación de distancia peligrosa es nula, siendo que, debería arrojar los valores mayores, en comparación con los casos en donde si se apliquen barreras.

En este sentido, se introdujo la expresión exponencial como herramienta matemática, tal que, independiente de que el número de barrera sea 0, el modelo si consigua estimar un valor de distancia máxima de flujo.

Para el número Π de la concentración de sólidos, también fue incorporado con una forma exponencial, mejorando el índice de ajuste del modelo de 0.82 a 0.87. La decisión anterior se basa en la influencia de la concentración de sólidos sobre los parámetros reológicos del fluido, y por ende de su comportamiento. Como se puede ver en al Fig.7.2 y Fig.7.3, que mientras mayor es la concentración, una pequeña variación en ésta, puede variar en gran medida la viscosidad y esfuerzo de fluencia del relave.

Este modelo es el primer paso para poder predecir la distancia peligrosa incluyendo una variable de mitigación, como lo son las barreras de amortiguación, que busquen disminuir el área afectada, el desastre ambiental y las pérdidas humanas y de capital que un posible colapso de depósito de relave pueda generar.

7.11. Caso de estudio Tranque las Palmas

Para efectos de validar el modelo y compararlo con resultados de otros autores, se propone un caso de aplicación sobre un hito de gran relevancia en la Minería Chilena, el colapso del depósito de relaves Las Palmas, propiedad de la Compañía Minera Las Palmas S.A., ubicada en Pencahue, Región del Maule. El colapso del muro, el año 2010, se debió a la licuación sísmica de su base, fenómeno desencadenado por la presencia de aguas subterráneas que no habían sido identificadas con anterioridad, según Monsalve (2021).

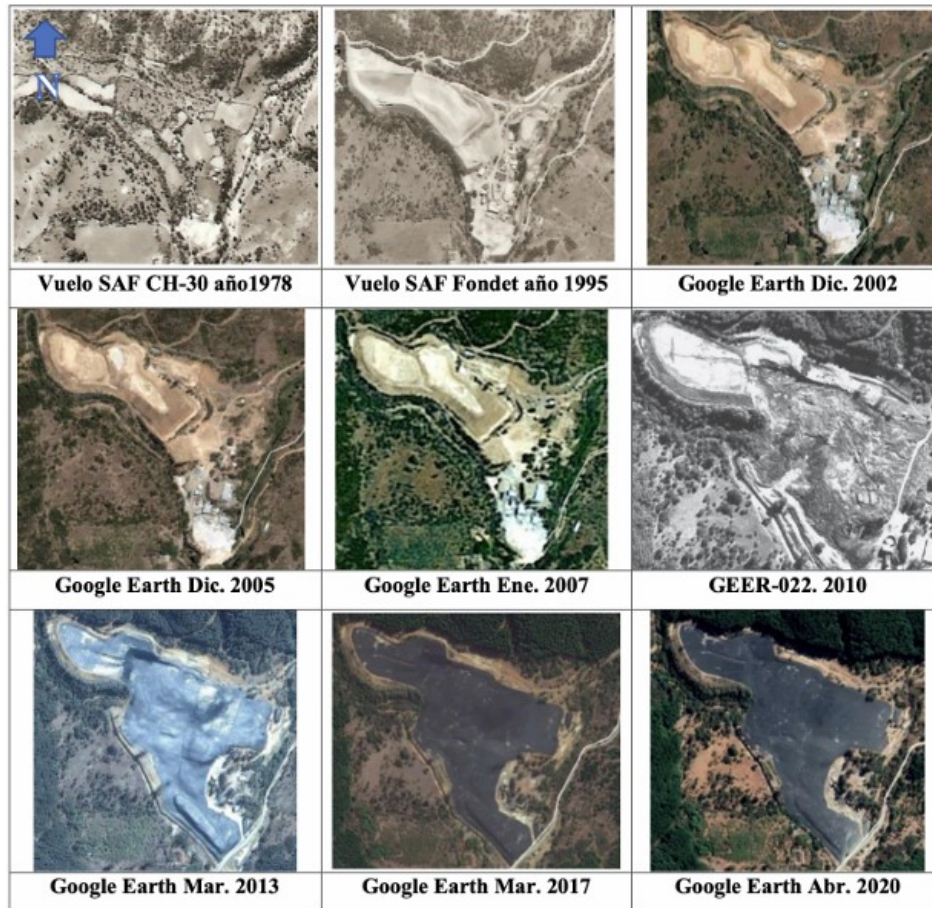


Figura 7.25: Registro fotográfico del Tranque las Palmas, desde 1978 al 2020 (Quilodrán, 2021).

El Tranque las Palmas, fue estudiado por diferentes autores, por lo que se cuenta con los parámetros necesarios para estimar la distancia recorrida incorporando barreras. Quilodrán (2021), emplea el software FLO-2D para analizar y modelar el desplazamiento del material tras el colapso del depósito. Dicho estudio simula la dinámica del flujo y determina su recorrido máximo, basándose en parámetros reológicos específicos, tales como un esfuerzo de fluencia de 4.12 kPa, una viscosidad efectiva de 0.15 kPa·s.

El modelo, también integró, el volumen de liberación, con un valor reportado de 232.660 m³, una densidad de pulpa de 1700 kg/m³, una velocidad media de salida de 3.8 m/s, una

altura de muro de 15 m y una profundidad del fluido de 5.5 m. Mientras que, la concentración de sólido fue estimada en 60 % por Pinilla et al. (2024).

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en comparación con las distancias calculadas por los modelos propuestos por Concha et al. (2018), Quilodrán (2021), Vergara et al. (2022) y Pinilla et al. (2024).

Tabla 7.2: Distancia peligrosa estimada por distintos modelos en comparación con el propuesto.

Método de cálculo	Tranque las Palmas
Distancia reportada	500 m
Concha et al. (2018)	1800 m
Quilodrán (2021)	600 m
Vergara et al. (2022)	460 m
Pinilla et al. (2024)	480 m
Método propuesto ($N_b = 0$)	476 m

La estimación se acerca de buena manera al valor reportado, con un 4.8 % de diferencia, sin embargo, el modelo también presenta otros resultados de mitigación cuando se trata de añadir las barreras. Entregando un valor mínimo de distancia recorrida de 347 m, lo cual reduciría en casi 130 metros, la distancia de desastre.

Lo anterior confirma y recuerda la necesidad de estudios responsables de la geotécnica de las estructura de depósito de relave, considerando las condiciones hidrológicas y sísmicas, y tener medidas proactivas y reactivas ante un posible evento desastroso.

Capítulo 8

Conclusiones y Recomendaciones

El estudio realizado juega un rol importante en el entendimiento y análisis de la distancia máxima de flujo a la que llegará el relave en un posible colapso del depósito. El enfoque experimental a escala laboratorio, permite caracterizar de mejor manera el comportamiento de flujo del relave y posteriormente calibrar un modelo computacional en Fluent, pudiendo incrementar y robustecer la base de datos.

En este sentido, toma relevancia caracterizar reológicamente las pulpas de relave. Al momento de analizar los datos medidos experimentalmente, se da cuenta de que el relave tenía un comportamiento que ajustaba a la ecuación constitutiva de Herschel-Bulkley, permitiendo obtener parámetros de ajuste que luego se ingresaron al modelo CFD.

Considerando los datos obtenidos, tanto experimentales como computacionales, y basado en el comportamiento de la distancia máxima en función del ϕ %, se puede deducir que los parámetros reológicos son los que más influencia tienen sobre el flujo, ya que están directamente relacionado con la cantidad de partículas en suspensión que contiene la pulpa haciendo que cada vez se acerque a un comportamiento pseudo-sólido.

Es importante que, cada vez más, se migre hacia un depósito de relave con altas concentraciones en sólido, es decir, relaves en pasta o filtrados, con el objetivo de poder minimizar la distancia máxima de flujo en un posible colapso. Para ello, se deben probar nuevas alternativas a escala industrial, que ya han sido validadas a escala piloto.

Por su contraparte, a medida que aumenta el volumen contenido en la cubeta, aumentará la distancia máxima de flujo, incrementándose aún más con bajos porcentajes de sólidos, por ende, nuevamente se recalca la importancia de depositar pulpas de relave con el menor contenido de humedad. Haciendo posible, además, una mayor recirculación en el proceso y disminuyendo costos de extracción y transporte de agua fresca.

El uso de obstáculos para reducir el flujo, es importante en zonas críticas en donde el relave pueda alcanzar acentamientos o zonas protegidas. Mientras más área transversal cubran las barreras, mejor será la amortiguación de la energía cinética y la retención del relave, pudiendo reducir en el mejor de los casos, ~ 30 % de la distancia sin la incorporación de barreras.

El modelo propuesto integra las variables mencionadas para poder predecir la distancia peligrosa incluyendo obstáculos, de este modo, actúa como complemento de otros modelos usados para la prevención de desastres. Así, se puede comparar, estudiar y planificar el uso de barreras de amortiguación en zonas que lo ameriten.

Para ampliar el conocimiento y robustecer el estudio de este fenómeno, se recomienda apoyarse de los hidrogramas de descarga para complementar el análisis del volumen liberado en relación al volumen contenido en la cubeta. Relacionado con lo anterior, se recomienda ampliar el volumen de la cubeta del montaje experimental para replicar mejor el fenómeno de formación de lagunas y la sedimentación y compactación del relave.

Poder trabajar con diferentes tipos de relave enriquecería la variación de reología incorporada al estudio, permitiendo la utilización del modelo para una gama más amplia de casos.

Para los elementos disipadores de energía cinética, se propone añadir una topografía representativa de alguna zona relevante de estudio para replicar de mejor manera el comportamiento de flujo que podría tener el relave. También se puede incursionar en la geometría de las barreras u obstáculos, modificando sus dimensiones o su forma con tal de disipar aún más la energía cinética y retener mayor cantidad del relave.

También se sugiere el uso de obstáculos tipo barreras de material granular, idealmente con dimensiones características mayores que las de partículas de relave, con el objetivo de disipar y absorber la energía cinética del relave. Así, industrialmente, se pueden llegar a utilizar pilas de ripios como obstáculos disipadores aguas abajo de los depósitos de relave.

En cuanto a las simulaciones, se recomienda poder trabajar con modelos de viscosidad turbulenta, como $\kappa - \varepsilon$ o $\kappa - \omega$, para capturar el comportamiento caótico en la salida del relave, luego pasar por un comportamiento transicional y finalmente un comportamiento laminar del flujo. Adicionalmente, se pueden hacer modelos acoplados incorporando partículas sólidas a una matriz fluida o utilizar otros métodos computacionales de simulación, como SPH (Smooth Particle Hydrodynamics).

El estudio llevado a cabo, genera una base sólida y un primer paso para investigar medidas proactivas que ayuden a prevenir desastres ambientales y dar protección y seguridad a asentamientos humanos y zonas protegidas.

Se debe seguir explorando, robusteciendo y validando el modelo con más estudios experimentales y computacionales con el objetivo de mejorar la confiabilidad y precisión de la estimación debido a su importancia en un posible colapso de depósito de relave.

Capítulo 9

Referencias

- Abulnaga, B. (2002). Slurry systems handbook.
- Anderson, J. D. (2002). Computational fluid dynamics: the basics with applications.
- ANSYS Inc. Fluent Theory Guide, Release 2025R2, Estados Unidos, 2025. 606 p.
- Arocena, V. M., & Danao, L. A. M. (2023). Improving the modeling of pressure pulsation and cavitation prediction in a double-volute double-suction pump using mosaic meshing technology. *Processes*, 11(3), 660.
- Azam, S., & Li, Q. (2010). Tailings dam failures: a review of the last one hundred years. *Geotechnical news*, 28(4), 50-54.
- Barenblatt, G. I. (1996). Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics: dimensional analysis and intermediate asymptotics (No. 14). Cambridge University Press.
- Barnes, H. A., Hutton, J. F., & Walters, K. (1989). An introduction to rheology (Vol. 3). Elsevier.
- Batchelor, G. K. (2000). An introduction to fluid dynamics. Cambridge university press.
- Bird, R. B. (2002). Transport phenomena. *Appl. Mech. Rev.*, 55(1), R1-R4.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2007). Polymeric liquids. *Transport Phenomena*, revised 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 231-242.
- Blazek, J. (2015). Computational fluid dynamics: principles and applications. Butterworth-Heinemann.
- Boger, D. V. (2009). Rheology and the resource industries. *Chemical Engineering Science*, 64(22), 4525-4536.

Boger, D. V. (2013). Rheology of slurries and environmental impacts in the mining industry. *Annual review of chemical and biomolecular engineering*, 4, 239-257.

Boyer, F., Guazzelli, É., & Pouliquen, O. (2011). Unifying suspension and granular rheology. *Physical review letters*, 107(18), 188301.

Buckingham, E. (1914). On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical review*, 4(4), 345.

Çengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2017). *Fluids Mechanics—Fundamentals and Applications*. *J. Chem. Inf. Model*, 53, 1024-1051.

Chen, Y., Jing, X., Wei, Z., & Wang, M. (2023). Physical and numerical modeling of the hypothetical tailings dam breach runout and mitigation with a slurry-resisting barrier. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 82(7), 265.

Chhabra, R. P., & Patel, S. A. (2025). *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*. Elsevier.

Cohen, I. M., & Kundu, P. K. (2004). *Fluid mechanics*. Elsevier.

Concha Larrauri, P., & Lall, U. (2018). Tailings dams failures: updated statistical model for discharge volume and runout. *Environments*, 5(2), 28.

Cortés, C. A. (2021). *Distancia Peligrosa Tranque De Relaves Las Palmas*. Santiago De Chile.

CSP2(2022). *TSF Failures from 1915*. Accessed: 2023-06-06.

Edraki, M., Baumgartl, T., Manlapig, E., Bradshaw, D., Franks, D. M., & Moran, C. J. (2014). Designing mine tailings for better environmental, social and economic outcomes: a review of alternative approaches. *Journal of Cleaner Production*, 84, 411-420.

Ferziger, J. H., Perić, M., & Street, R. L. (2002). *Computational methods for fluid dynamics* (Vol. 3, pp. 196-200). Berlin: springer.

Forterre, Y., & Pouliquen, O. (2008). Flows of dense granular media. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40(1), 1-24.

Fourie, A. B. (2006). *Paste and thickened tailings: a guide*. Australian Centre for Geomechanics, The University of Western Australia.

Guazzelli, É., & Pouliquen, O. (2018). Rheology of dense granular suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 852, P1.

Hallbom, D. J., & Klein, B. (2004). [3][4] Rheological modeling of complex mining slurries. BHR Group. Proceedings of the 16th International Conference on Hydraulic Transport of Liquids and Solids (Hydrotransport 16).

Heller, V. (2011). Scale effects in physical hydraulic engineering models. *Journal of Hydraulic Research*, 49(3), 293-306.

Henriquez, J., & Simons, S. J. (2009). A CFD simulation of a tailings dam failure.

Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of computational physics*, 39(1), 201-225.

Hungr, O. (1995). A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Canadian geotechnical journal*, 32(4), 610-623.

Islam, M. F., & Lye, L. M. (2009). Combined use of dimensional analysis and modern experimental design methodologies in hydrodynamics experiments. *Ocean Engineering*, 36(3-4), 237-247.

Jeyapalan, J. K., Duncan, J. M., & Seed, H. B. (1983). Investigation of flow failures of tailings dams. *Journal of geotechnical engineering*, 109(2), 172-189.

Klohn, E. J. (1971). "Design and Construction of Tailings Dams"

Langhaar, H. L. (1951). Dimensional analysis and theory of models.

Larenas Aravena, M. A. (2010). Modelos en Reología de Suspensiones: Aplicaciones a la Minería: Estudio teórico e implementación numérica de métodos de análisis reológico para suspensiones concentradas [Memoria de título, Universidad de Chile]. Repositorio Académico de la Universidad de Chile.

Lemus, L. (2014). Criteria for determining the run-out distance in tailings dams.

Liu, H. (2018). Criteria for determining the run-out distance in tailings dams. The University of Western Australia.

Metzner, A. B., & Reed, J. C. (1955). Flow of non-newtonian fluids—correlation of the laminar, transition, and turbulent-flow regions. *Aiche journal*, 1(4), 434-440.

Minussi, R. B., & Maciel, G. D. F. (2012). Numerical experimental comparison of dam break flows with non-Newtonian fluids. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 34, 167-178.

Molerus, O. (1993). Principles of flow of solids: Fluidization and gas/solids conveying. Chapman & Hall.

Monsalve Stange, K. N. (2021). Estudio de la aplicación de metodologías para la estimación de distancia peligrosa en depósitos de relaves no operativos en Chile.

Moreno, E., & Cervera, M. (2016). Elementos finitos mixtos estabilizados para flujos confinados de Bingham y de Herschel-Bulkley. Parte I: Formulación. *Revista Internacional de Metodos Numericos para Calculo y Diseno en Ingenieria*, 32(2), 100-109.

Moreno, E., & Cervera, M. (2016). Elementos finitos mixtos estabilizados para flujos confinados de Bingham y de Herschel-Bulkley Parte II: Soluciones numéricas. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 32(3), 131-138.

Mott, R. L. (2006). *Mecanica de Fluidos 6/e*. Pearson educación.

Mott, R. L., & Untener, J. A. (2015). *Applied fluid mechanics*. Pearson.

Olivella, X. O., & de Saracibar Bosch, C. A. (2002). *Mecánica de medios continuos para ingenieros (Vol. 92)*. Univ. Politèc. de Catalunya.

Oberkampf, W. L., & Trucano, T. G. (2002). Verification and validation in computational fluid dynamics. *Progress in aerospace sciences*, 38(3), 209-272.

Panton, R. L. (2024). *Incompressible flow*. John Wiley & Sons.

Pastor, M., Quecedo, M., Fernández Merodo, J. A., Herrores, M. I., Gonzalez, E., & Mira, P. (2002). Modelling tailings dams and mine waste dumps failures. *Geotechnique*, 52(8), 579-591.

Patankar, S. (2018). *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press.

Pinilla, I. (2024). *DESARROLLO EXPERIMENTAL PARA EL ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LA FLUIDODINÁMICA EN LA DISTANCIA PELIGROSA*. Universidad técnica Federico santa María.

Pletcher, R. H., Tannehill, J. C., & Anderson, D. (2012). *Computational fluid mechanics and heat transfer*. CRC press.

Quilodrán, Carlos (2021). “Distancia Peligrosa Tranque de Relaves Las Palmas”. MA thesis. Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería.

Ramírez Carbonell, F. M. (2024). *Revisión de métodos de análisis de rompimiento de presas de relaves en Chile*

Rana, N. M., Ghahramani, N., Evans, S. G., McDougall, S., Small, A., & Take, W. A. (2021). Catastrophic mass flows resulting from tailings impoundment failures. *Engineering*

Geology, 292, 106262.

Richardson, J. F. (2011). *Non-Newtonian flow and applied rheology*. Butterworth-Heinemann.

Rico, M., Benito, G., & Diez-Herrero, A. (2008). Floods from tailings dam failures. *Journal of hazardous materials*, 154(1-3), 79-87.

Scardovelli, R., & Zaleski, S. (1999). Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow. *Annual review of fluid mechanics*, 31(1), 567-603.

Seddon, K. D. (2010, September). Approaches to estimation of run-out distances for liquefied tailings. In *Mine Waste 2010: Proceedings of the First International Seminar on the Reduction of Risk in the Management of Tailings and Mine Waste* (pp. 63-70). Australian Centre for Geomechanics.

Slatter, P. T. (1997). The rheological characterisation of sludges. *Water Science and Technology*, 36(11), 9-18.

Sofrá, F., & Boger, D. V. (2002). Environmental rheology for waste minimisation in the minerals industry. *Chemical Engineering Journal*, 86(3), 319-330.

Sonin, A. A. (2001). *Dimensional analysis. The Physical Basis of Dimensional Analysis*, Cambridge, Department of Mechanical Engineering, MIT, 42-43.

Trulsson, M., Andreotti, B., & Claudin, P. (2012). Transition from the viscous to inertial regime in dense suspensions. *Physical review letters*, 109(11), 118305.

Tu, J., Yeoh, G. H., Liu, C., & Tao, Y. (2023). *Computational fluid dynamics: a practical approach*. Elsevier.

Vergara, Á., Palma, S., Álvarez, A., & Zandarín, M. T. (2022). Hazards in mining: A novel model for the prediction of run-out distances in tailings dams using CFD. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 153, 105049.

Versteeg, H. K. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method*, 2/E. Pearson Education India.

Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (1995). *The finite volume method. An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, 102.

Villavicencio, G., Espinace, R., Palma, J., Fourie, A., & Valenzuela, P. (2014). Failures of sand tailings dams in a highly seismic country. *Canadian geotechnical journal*, 51(4), 449-464.

Wendt, J. F. (Ed.). (2008). *Computational fluid dynamics: an introduction*. Springer Science & Business Media.

Wilson, K. C., Addie, G. R., Sellgren, A., & Clift, R. (2006). Slurry transport using centrifugal pumps. Boston, MA: Springer US.

White, F. M. (1994). Fluid Mechanics/Frank M. White—New York, 29.

Zare, M., Nasategay, F., Gomez, J. A., Moayedi Far, A., & Sattarvand, J. (2024). A Review of Tailings Dam Safety Monitoring Guidelines and Systems. Minerals, 14(6), 551.

Zlokarnik, M. (1998). Problems in the application of dimensional analysis and scale-up of mixing operations. Chemical Engineering Science, 53(17), 3023-3030.

Capítulo 10

Anexos

10.1. Anexo A

10.1.1. Código MATLAB - Gráfica

```
1 close all;
2 clear all;
3 clc;
4
5 E = xlsread("DataFinalPostPros.xlsx",2);
6 S = xlsread("DataFinalPostPros.xlsx",1);
7
8 P1 = S(:,15); %Tau
9 P2 = S(:,16); %Re
10 P3 = S(:,17); %V
11 P4 = S(:,18); %Dm
12 P5 = S(:,19); %Nb
13 P6 = S(:,20); %Cw
14
15 P1E = E(:,15); %Tau
16 P2E = E(:,16); %Re
17 P3E = E(:,17); %V
18 P4E = E(:,18); %Dm
19 P5E = E(:,19); %Nb
20 P6E = E(:,20); %Cw
21
22 p = 0;
23 i = 1;
24 f1 = 1;
25 f2 = 9;
26 color = ["#C4EDFC";"#B4E8FB";"#A4E4FA";"#92DFF9";"#7FDAF8";"#6AD5F7
          ";"#4FD1F6";"#27CCF5";"#29B8DC";"#2AA3C4";"#2A90AC";"#297D94
          ";"#266A7E";"#7FDAF8";"#29B8DC";"#266A7E"];
27
```

```

28 figure('Name', 'Resultados combinados', 'NumberTitle', 'off');
29 hold on;
30 grid on;
31
32 %% 1. Graficar datos de Pinilla et al. (2024)
33 P = xlsread("DataFinalPostPros.xlsx",16);
34 h1 = plot(P(1:285,1), P(1:285,2), '^', ...
35         'linewidth', 0.1, 'Markersize', 7, ...
36         'Markeredgecolor', '#000000', ...
37         'Markerfacecolor', '#00DE25');
38
39 % Primero creamos un arreglo para guardar los handles de los plots
    azules
40 h_azules = gobjects(1,13); % 13 volúmenes de simulación
41
42 for h=1:13
43     for g=1:4
44         NA = S(f1+p:f2+p,15);
45         NAD = S(f1+p:f2+p,18);
46         plot(NA, NAD, 'o', ...
47             'Markersize', 7, 'LineWidth', 0.1, ...
48             'Markeredgecolor', '#000000', ...
49             'Markerfacecolor', color(i,1));
50         p = p + 117;
51     end
52     p = 0;
53     i = i + 1;
54     f1 = f1 + 9;
55     f2 = f2 + 9;
56
57     % Guardar un handle representativo para este volumen (azul)
58     h_azules(h) = plot(NaN, NaN, 'o', ...
59                     'Markersize', 7, 'LineWidth', 0.1, ...
60                     'Markeredgecolor', '#000000', ...
61                     'Markerfacecolor', color(h));
62 end
63
64 % 3. Graficar datos experimentales
65 h_exp1 = plot(E(1:45,15), E(1:45,18), 's', ...
66             'Markersize', 7, 'LineWidth', 0.1, ...
67             'Markeredgecolor', '#000000', ...
68             'Markerfacecolor', '#7FB591');
69
70 h_exp2 = plot(E(46:90,15), E(46:90,18), 's', ...
71             'Markersize', 7, 'LineWidth', 0.1, ...
72             'Markeredgecolor', '#000000', ...
73             'Markerfacecolor', '#59A074');

```

```

74 h_exp3 = plot(E(91:135,15), E(91:135,18), 's', ...
75     'MarkerSize', 7, 'LineWidth', 0.1, ...
76     'Markeredgecolor', '#000000', ...
77     'Markerfacecolor', '#459565');
78
79
80 % 4. Graficar datos de Vergara et al. (2021)
81 V = xlsread("DataFinalPostPros.xlsx",15);
82 h_vergara = plot(V(1:39,2), V(1:39,3), 'd', ...
83     'linewidth', 0.1, 'MarkerSize', 7, ...
84     'Markeredgecolor', '#000000', ...
85     'Markerfacecolor', '#FF5A00');
86
87 set(gca, 'XScale', 'log', 'FontSize', 11, 'FontName', 'Times New
88     Roman', 'Box', 'on');
89 ylabel('$D_m / H_c$', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 20);
90 xlabel('$\tau_2$', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 20);
91
92 % Combinamos todos los handles en un solo vector
93 todos_handles = [h_azules, h_exp1, h_exp2, h_exp3, h_vergara, h1];
94
95 % Etiquetas leyenda
96 Etiquetas = {
97     '$Vol=1.0L\ sim$', '$Vol=1.5L\ sim$', '$Vol=2.0L\ sim$', ...
98     '$Vol=2.5L\ sim$', '$Vol=3.0L\ sim$', '$Vol=3.5L\ sim$', ...
99     '$Vol=4.0L\ sim$', '$Vol=4.5L\ sim$', '$Vol=5.0L\ sim$', ...
100    '$Vol=5.5L\ sim$', '$Vol=6.0L\ sim$', '$Vol=6.5L\ sim$', ...
101    '$Vol=7.0L\ sim$', '$Vol=3.0L\ exp$', '$Vol=5.0L\ exp$', ...
102    '$Vol=7.0L\ exp$', 'Vergara et al. (2021)', 'Pinilla et al.
103    (2024)'};
104
105 % Crear la leyenda
106 legend(todos_handles, Etiquetas, 'Interpreter', 'latex', ...
107     'FontSize', 8, 'NumColumns', 1, 'Location', 'northeast');
108
109 hold off;

```

10.1.2. Código MATLAB - Ajuste modelo multivariable

```

1
2 % Ajuste del modelo multivariable:  $D = a_1 * \tau^{a_2} * Re^{a_3} * V^{a_4} * \exp(a_5 * Nb) * Cw^{a_6}$ 
   exp(a5*Nb) * Cw^a6
3 clear; clc; close all;
4
5 % 1. Cargar datos
6 filename = 'MMV.txt';
7 data = readtable(filename, 'VariableNamingRule', 'preserve');
8 D = data.D;
9 Tau = data.Tau;
10 Re = data.Re;
11 Nb = data.Nb;
12 V = data.V;
13 Cw = data.Cw;
14
15 % 2. Estimaciones iniciales mediante linealización
16 %  $\log(D) = \log(a_1) + a_2 * \log(\tau) + a_3 * \log(Re) + a_4 * \log(V) + a_5 * Nb + a_6 * \log(Cw)$ 
17 logD = log(D);
18 logTau = log(Tau);
19 logRe = log(Re);
20 logV = log(V);
21 logCw = log(Cw);
22
23 % Matriz de diseño para el modelo lineal
24 X = [ones(size(logTau)), logTau, logRe, logV, Nb, logCw];
25 % Resolver por mínimos cuadrados
26 coef_lineal = X \ logD; % [b0, a2, a3, a4, a5, a6]
27
28 % Estimación inicial de a1
29 a1_guess = exp(coef_lineal(1));
30 a_guess = [a1_guess, coef_lineal(2:6)'];
31
32 fprintf('Estimaciones iniciales (linealización):\n');
33 fprintf('a1 = %.4f, a2 = %.4f, a3 = %.4f, a4 = %.4f, a5 = %.4f, a6 =
   %.4f\n\n', a_guess);
34
35 % 3. Ajuste no lineal con lsqcurvefit
36 % Definir la función modelo (las variables predictoras se pasan
   como matriz)
37 % Las columnas de Xpred deben estar en el orden: Tau, Re, Nb, V, Cw
38 Xpred = [Tau, Re, Nb, V, Cw];
39
40 modelo = @(a, Xpred) a(1) .* (Xpred(:,1).^a(2)) .* (Xpred(:,2).^a(3)
   ) .* ...

```

```

41         (Xpred(:,4).^a(4)) .* exp(a(5)*Xpred(:,3)) .*
           exp(a(6)*Xpred(:,5));
42
43 % Opciones del algoritmo
44 opts = optimoptions('lsqcurvefit', 'Display', 'iter', '
           MaxFunctionEvaluations', 10000);
45
46 % Ejecutar el ajuste
47 [a_opt, resnorm, residual, exitflag, output] = ...
48     lsqcurvefit(modelo, a_guess, Xpred, D, [], [], opts);
49
50 %% 4. Resultados
51 fprintf('\n--- Par metros ajustados ---\n');
52 fprintf('a1 = %.6f\n', a_opt(1));
53 fprintf('a2 = %.6f\n', a_opt(2));
54 fprintf('a3 = %.6f\n', a_opt(3));
55 fprintf('a4 = %.6f\n', a_opt(4));
56 fprintf('a5 = %.6f\n', a_opt(5));
57 fprintf('a6 = %.6f\n', a_opt(6));
58
59 % Calcular R
60 D_pred = modelo(a_opt, Xpred);
61 SS_res = sum((D - D_pred).^2);
62 SS_tot = sum((D - mean(D)).^2);
63 R2 = 1 - SS_res/SS_tot;
64 fprintf('\nR = %.4f\n', R2);
65
66 %% 5. Gráfica de comparación
67 figure;
68 plot(D_pred, D, 'o', 'MarkerSize', 6, 'MarkerEdgeColor', '#061310',
           'MarkerFaceColor', '#62CBB1');
69 hold on;
70 % plot([min(D), max(D)], [min(D), max(D)], 'k-', 'LineWidth', 1.5);
   %Linea de tendencia
71 ylabel('D experimental');
72 xlabel('D predicho por el modelo');
73 title('Ajuste del modelo multivariable');
74 grid on;
75 set(gca, 'FontSize', 12, 'FontName', 'Times New Roman');
76 legend({'Colapso n meros adimensionales'}, 'Location', 'best'); %
   agregar leyenda de linea de tendencia en caso de su uso
77 hold off;

```