

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA
VALPARAÍSO - CHILE



DISEÑO DE UN SISTEMA ADAPTATIVO DE INFERENCIA NEURODIFUSA PARA EL CONTROL DE FLUJO DE ALIMENTACIÓN EN MOLINOS SEMI-AUTÓGENOS.

JOAQUÍN IGNACIO VIDELA VALENCIA

TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERÍA CIVIL ELECTRÓNICA MENCIÓN TELECOMUNICACIONES
Y AL GRADO DE
MAGÍSTER EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA MENCIÓN TELECOMUNICACIONES Y PROCESAMIENTO DE SEÑALES.

PROFESOR GUÍA : DR. FRANCISCO J. VARGAS P.
PROFESOR EXAMINADOR INTERNO : DR. HÉCTOR RAMÍREZ E.
PROFESOR EXAMINADOR EXTERNO : DRA. MARIA CORONEL M.

Abril 2025



A mi familia . . .

Me hará falta tiempo en esta tierra para devolverles
todo lo que me han entregado.

AGRADECIMIENTOS

Hay caminos que no se recorren con los pies, sino con el temple. La universidad ha sido uno de esos senderos donde el cansancio pesa en los hombros y las dudas acechan como perros en la noche, pero también donde la voluntad se vuelve acero y el aprendizaje se imprime en la piel como un tatuaje indeleble. No habría llegado hasta aquí sin la presencia inquebrantable de mi familia, sostén silencioso en los días grises, faro encendido cuando el horizonte parecía desvanecerse. A mis padres, hermanos y abuelos les debo más que palabras: les debo el pulso firme, la fe en mis pasos, la certeza de que incluso en la tormenta hay un puerto donde volver.

A mis maestros y mentores, esos artesanos del pensamiento, les guardo una gratitud honda, de esas que no se pagan con discursos ni ceremonias, sino con la vida misma. Juan Yuz, Matías Zañartu, Mauricio Araya, Marcelo Soto, Gonzalo Carvajal, Gonzalo Carrasco, Patricio Olivares, Alejandro Weinstein, Maite Barros, Daniel Gómez, Jorge Soriano y Edgar Doll: cada uno, en su modo, me enseñó que el conocimiento no es solo un cúmulo de teorías, sino un fuego que, cuando arde en el lugar correcto, transforma. Y en especial, al profesor Marco Zúñiga, quien vio en mí lo que yo aún no alcanzaba a ver y me empujó al Magíster con esa mezcla justa de confianza y exigencia. Y al profesor Francisco Vargas, con quien comprendí que la constancia es más fuerte que el azar y que la paciencia da frutos tan inesperados como dulces. Bajo su guía publiqué mi primera investigación, y con ello aprendí que en cada línea escrita hay un pedazo de mundo que se reconstruye. En esa misma línea, agradezco sinceramente el respaldo del Proyecto Fondecyt Regular N°1241813, cuyo apoyo fue clave para la consolidación de este trabajo.

En estos años entendí que la amistad no es solo compañía, sino cimiento. Que las noches de desvelo, las hojas llenas de ecuaciones y apuntes, las conversaciones hasta el amanecer con café hirviendo, fueron parte de un mismo aprendizaje: la vida no es solo lo que se estudia, sino también lo que se comparte. Aprendí a fallar sin que el fracaso me quebrara, a levantarme sin que el orgullo me nublara, a persistir sabiendo que la duda es parte del camino. La universidad me enseñó que el conocimiento sin templanza es solo un barco sin timón, y que más allá de los títulos y las cifras, lo que define a una persona es la manera en que enfrenta la incertidumbre.

A Moni, mi compañera, mi cómplice en esta travesía, le debo un agradecimiento que no cabe en una sola frase. En sus palabras, en su paciencia, en su amoroso estar, encontré refugio cuando el mundo se volvía un torbellino. Y a Suki, mi leal compañera de cuatro patas, cuyo silencio estuvo cargado de esa calma que a veces solo los animales entienden.

Hoy cierro este capítulo con gratitud y con la certeza de que la vida no ofrece garantías, solo oportunidades de probarse a uno mismo. Que mi historia sea, si acaso, un pequeño testimonio para quienes recién empiezan: los caminos no se miden en kilómetros ni en años, sino en la capacidad de persistir. Al final, lo único que importa es haber resistido con dignidad y haber seguido adelante con la mente y el corazón en equilibrio.

Gracias. Que mi gratitud quede sembrada en estas palabras, y que la vida me siga enseñando, como hasta ahora, que las batallas verdaderas no se libran con las manos, sino con la voluntad de no ceder ante la duda.

RESUMEN

Esta investigación aborda el desafío del control del flujo de alimentación en molinos semiautógenos (SAG), un proceso fundamental en la industria minera que incide directamente en la eficiencia operativa y el consumo energético de la planta. Tradicionalmente, la tasa de alimentación se ha regulado de manera manual, dependiendo de la experiencia y el criterio de los operadores para ajustar el sistema ante variaciones en las condiciones operativas. Aunque han surgido diversas estrategias de control, los enfoques convencionales aún presentan limitaciones en su capacidad de adaptación frente a la alta variabilidad del proceso. Factores como la variabilidad en la granulometría del mineral, los cambios en la dureza del material, las fluctuaciones en la carga del molino y las perturbaciones en la correa transportadora afectan significativamente la estabilidad del sistema. Esta brecha tecnológica evidencia la necesidad de desarrollar métodos más robustos y flexibles que optimicen el desempeño del sistema y mejoren su estabilidad ante perturbaciones.

Para abordar esta problemática, la investigación adoptó un enfoque que integra análisis estadísticos avanzados y conocimiento experto a través de un modelo gráfico probabilístico, específicamente una red Bayesiana. Este modelo permitió analizar de manera exploratoria las relaciones causales entre variables operativas, proporcionando una base estructurada para identificar los factores clave que influyen en la estabilidad y eficiencia del proceso de alimentación en molinos SAG. A partir de estos hallazgos, se establecieron fundamentos sólidos para el desarrollo de estrategias de control optimizadas.

En este contexto, el objetivo principal del estudio es desarrollar e implementar un Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-Difusa (ANFIS) para optimizar el control del flujo de alimentación en molinos SAG, mejorando la estabilidad del proceso y reduciendo el consumo específico de energía (kWh/ton). La metodología propuesta contempla el diseño y entrenamiento de un modelo ANFIS mediante un algoritmo híbrido que combina mínimos cuadrados y descenso de gradiente, seguido de su validación en un entorno de simulación basado en datos operativos reales de una planta de molienda. Para evaluar su desempeño, se diseñaron múltiples escenarios experimentales que incluyen condiciones operativas tanto ideales como desafiantes, considerando perturbaciones y variaciones paramétricas para analizar su capacidad de adaptación y robustez.

Los resultados obtenidos demuestran la efectividad del sistema ANFIS para estabilizar el flujo de alimentación en la correa, incluso bajo condiciones de alta incertidumbre asociadas a operaciones reales. Un análisis comparativo frente a sistemas de control convencionales y difusos mostró que, si bien el modelo ANFIS no superó en todos los escenarios a los enfoques tradicionales en métricas como el error cuadrático medio (MSE), la integral del error (ISE) y la integral del error ponderado por el tiempo (ITSE), su desempeño fue similar en términos de estabilidad y tiempo de establecimiento. Sin embargo, su verdadero valor radica en la reducción de la variabilidad en la señal de control, permitiendo un manejo más eficiente de los esfuerzos de control y una menor incidencia de oscilaciones no deseadas en los actuadores. Además, a diferencia de los sistemas difusos convencionales, ANFIS se construye a partir de datos operativos, eliminando la necesidad de definir manualmente un conjunto de reglas. Estos resultados evidencian el potencial de ANFIS como una alternativa viable y flexible para mejorar la estabilidad operativa y la eficiencia energética en el proceso de molienda. Además, su capacidad de adaptación lo posiciona como una herramienta prometedora para el control de procesos en diversas industrias que requieren estrategias avanzadas de automatización y optimización de recursos.

Palabras Clave. Sistema Adaptativo de Inferencia Neurodifusa, Control de Procesos, Molino Semi-Autógeno.

ABSTRACT

This research addresses the challenge of feed flow control in semi-autogenous grinding (SAG) mills, a fundamental process in the mining industry that directly impacts plant operational efficiency and energy consumption. Traditionally, the feed rate has been manually regulated, relying on operator expertise and judgment to adjust the system in response to variations in operating conditions. Although various control strategies have emerged, conventional approaches still exhibit limitations in their adaptability to the high variability of the process. Factors such as fluctuations in ore granulometry, changes in material hardness, variations in mill load, and disturbances in the conveyor belt significantly affect system stability. This technological gap highlights the need to develop more robust and flexible methods to optimize system performance and enhance stability under perturbations.

To address this issue, the research adopted an approach that integrates advanced statistical analysis and expert knowledge through a probabilistic graphical model, specifically a Bayesian network. This model enabled an exploratory analysis of the causal relationships between operational variables, providing a structured basis for identifying key factors influencing the stability and efficiency of the feed process in SAG mills. These findings established a solid foundation for the development of optimized control strategies.

In this context, the primary objective of the study is to develop and implement an Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) to optimize feed flow control in SAG mills, improving process stability and reducing specific energy consumption (kWh/ton). The proposed methodology includes the design and training of an ANFIS model using a hybrid algorithm that combines least squares and gradient descent, followed by its validation in a simulation environment based on real operational data from a milling plant. To evaluate its performance, multiple experimental scenarios were designed, encompassing both ideal and challenging operating conditions, including perturbations and parametric variations to assess its adaptability and robustness.

The results obtained demonstrate the effectiveness of the ANFIS system in stabilizing the feed flow on the conveyor belt, even under high uncertainty conditions associated with real-world operations. A comparative analysis against conventional and fuzzy control systems showed that, while the ANFIS model did not outperform traditional approaches in all scenarios for metrics such as mean squared error (MSE), integral of squared error (ISE), and integral of time-weighted squared error (ITSE), its performance was comparable in terms of stability and settling time. However, its true value lies in reducing variability in the control signal, enabling more efficient management of control efforts and minimizing undesired oscillations in actuators. Furthermore, unlike conventional fuzzy systems, ANFIS is constructed from operational data, eliminating the need to manually define a rule set. These results highlight the potential of ANFIS as a viable and flexible alternative for improving operational stability and energy efficiency in the grinding process. Additionally, its adaptability positions it as a promising tool for process control in various industries that require advanced automation and resource optimization strategies.

Keywords. Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, Process Control, Semi-Autogenous Grinding Mill.

Índice de Contenidos

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Estado del Arte | 1 |
| 1.2. Definición del Problema | 7 |
| 1.3. Objetivos de la Investigación | 7 |
| 1.4. Contribuciones de la Investigación | 8 |
| 1.5. Estructura de la Tesis | 8 |
| 2. Antecedentes | 10 |
| 2.1. Planta Concentradora de Cobre | 10 |
| 2.1.1. Nota de Confidencialidad | 11 |
| 2.2. Circuito de Molienda | 11 |
| 2.2.1. Control del Flujo de Alimentación del Molino SAG | 12 |
| 2.2.2. Impacto del Control de la Alimentación en la Eficiencia del Circuito de Molienda | 13 |
| 2.3. Estrategia de Control Convencional | 13 |
| 2.3.1. Compensador de Tiempo Muerto (DTC) | 14 |
| 2.4. Fundamentos de la Lógica Difusa y Controladores Difusos | 16 |
| 2.4.1. Conjuntos Difusos y Funciones de Membresía | 16 |
| 2.4.2. Lógica Difusa y Operadores Difusos | 17 |
| 2.4.3. Reglas Difusas e Inferencia If-Then | 17 |
| 2.4.4. Sistemas de Inferencia Difusa y Controladores Difusos | 17 |
| 2.5. Redes Neuronales | 19 |
| 2.5.1. Arquitectura y Propagación de Señales | 19 |
| 2.5.2. Entrenamiento de Redes Neuronales: Algoritmo de <i>Backpropagation</i> | 20 |
| 2.5.3. Optimización: Algoritmos y Parámetros | 20 |
| 2.5.4. Aprendizaje Supervisado y No Supervisado | 21 |
| 2.6. Sistema Adaptivo de Inferencia Neuro-difusa | 21 |
| 2.6.1. Arquitectura ANFIS | 21 |
| 2.6.2. Algoritmo Híbrido de Entrenamiento | 24 |
| 2.7. Descripción Contextualizada del Problema | 25 |
| 3. Metodología | 27 |
| 3.1. Diseño Experimental | 28 |
| 3.1.1. Adquisición de Datos | 29 |
| 3.1.2. Preprocesamiento de Datos | 29 |
| 3.1.3. Estimación del Modelo de Proceso | 29 |
| 3.1.4. Entorno de Simulación | 31 |
| 3.2. Estrategia de Control Tradicional: PID-Smith Predictor | 37 |
| 3.3. Estrategia de Control Experto: Sistema de Inferencia Difusa (FIS) | 37 |
| 3.4. Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-difusa | 38 |
| 3.4.1. Preprocesamiento, Segmentación y Preparación de Datos | 39 |
| 3.4.2. Entrenamiento de la Red ANFIS | 40 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 3.4.3. | Selección de Parámetros Óptimos | 41 |
| 3.5. | Análisis Comparativo y Discusión de Resultados | 41 |
| 3.5.1. | Análisis de Precisión y Estabilidad | 42 |
| 3.5.2. | Eficiencia Basada en la Señal de Error de Seguimiento | 42 |
| 3.5.3. | Eficiencia en Términos de la Acción de Control | 43 |
| 3.5.4. | Criterios de Evaluación de la Eficiencia Global | 43 |
| 3.6. | Herramientas Computacionales y Simulación | 44 |
| 4. | Identificación de Variables y Dependencias | 45 |
| 4.1. | Modelos Gráficos Probabilísticos | 45 |
| 4.1.1. | Conjunto de Datos y Variables Operativas | 45 |
| 4.1.2. | Red Bayesiana del circuito de molienda | 49 |
| 4.1.3. | Estimadores y Probabilidades Condicionales | 50 |
| 4.1.4. | Limitaciones y Potencial de Mejora | 52 |
| 5. | Resultados de Modelado y Entrenamiento | 54 |
| 5.1. | Resultados del Ajuste de Modelos de Proceso | 55 |
| 5.2. | Construcción y Validación de los Sistemas ANFIS | 62 |
| 5.2.1. | Procesamiento de Datos | 62 |
| 5.2.2. | Entrenamiento y Validación de la Red ANFIS | 62 |
| 5.2.3. | Efecto del Incremento de la Tasa de Muestreo | 66 |
| 6. | Resultados de Simulaciones | 69 |
| 6.1. | Resultados del Esquema PID/PID-SP | 69 |
| 6.1.1. | Escenario 1: Condiciones Ideales | 69 |
| 6.1.2. | Escenario 2: Ruido de Medición | 74 |
| 6.1.3. | Escenario 3: Perturbación Constante | 79 |
| 6.1.4. | Escenario 4: Variación Paramétrica | 83 |
| 6.1.5. | Escenario 5: Retardos Variables | 87 |
| 6.1.6. | Escenario 6: Escenario Integral | 91 |
| 6.2. | Resultados del Esquema Difuso | 96 |
| 6.2.1. | Escenario 1: Condiciones Ideales | 97 |
| 6.2.2. | Escenario 2: Ruido de Medición | 99 |
| 6.2.3. | Escenario 3: Perturbación Constante | 101 |
| 6.2.4. | Escenario 4: Variación Paramétrica | 103 |
| 6.2.5. | Escenario 5: Retardos Variables | 105 |
| 6.2.6. | Escenario 6: Escenario Integral | 107 |
| 6.3. | Resultados del Esquema ANFIS | 109 |
| 6.3.1. | Escenario 1: Condiciones Ideales | 112 |
| 6.3.2. | Escenario 2: Ruido de Medición | 115 |
| 6.3.3. | Escenario 3: Perturbación Constante | 117 |
| 6.3.4. | Escenario 4: Variación Paramétrica | 119 |
| 6.3.5. | Escenario 5: Retardos Variables | 121 |
| 6.3.6. | Escenario 6: Escenario Integral | 123 |
| 7. | Discusión de Resultados | 126 |
| 7.1. | Análisis Cualitativo | 126 |
| 7.2. | Estudio de Casos Destacados | 126 |
| 7.3. | Eficiencia Computacional de las Estrategias de Control | 127 |
| 7.4. | Limitaciones y Recomendaciones | 128 |
| 7.5. | Implicaciones Prácticas | 128 |
| 8. | Conclusiones | 129 |
| 8.1. | Resumen | 129 |
| 8.2. | Principales Hallazgos | 129 |

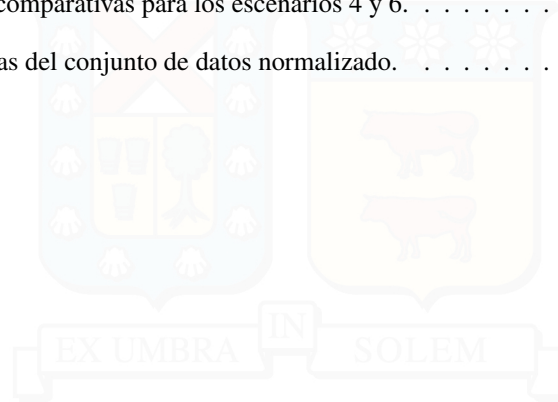
| | |
|--|------------|
| 8.3. Contribuciones de la Investigación | 130 |
| 8.4. Limitaciones del Estudio | 130 |
| 8.5. Perspectivas Futuras y Mejoras Potenciales | 131 |
| 8.6. Impacto Potencial y Aplicaciones Prácticas | 132 |
| A. Visualización de Resultados del Procesamiento de Datos | 137 |



Índice de Tablas

| | |
|---|-----|
| 3.1. Escenarios operativos y configuraciones de alimentadores. | 36 |
| 3.2. Parámetros de los controladores PID | 37 |
| 3.3. Parámetros de los controladores FIS | 37 |
| 3.4. Conjunto de reglas difusas para FLC (5 funciones de membresía por variable). | 38 |
| 3.5. Parámetros óptimos de los modelos ANFIS seleccionados | 41 |
| 4.1. Descripción y estadísticas de las variables operativas del proceso de molienda SAG. | 46 |
| 4.2. Distribución probabilística del tonelaje bajo diferentes configuraciones de alimentadores. | 51 |
| 4.3. Distribución probabilística del consumo energético según tasas de alimentación. | 51 |
| 4.4. Distribución probabilística del porcentaje de producto clasificado por hidrociclones. | 51 |
| 5.1. Modelos continuos estimados para los alimentadores. | 55 |
| 5.2. Porcentaje de ajuste del modelo MISO en conjuntos de entrenamiento y validación. | 57 |
| 5.3. Porcentaje de ajuste del modelo SISO para el accionamiento del motor en conjuntos de entrenamiento y validación. | 58 |
| 5.4. Modelos discretos obtenidos mediante el método FOH. | 59 |
| 5.5. Márgenes de ganancia y de fase para los sistemas discretizados. | 60 |
| 5.6. Rangos de normalización para distintas columnas del DataFrame. | 62 |
| 6.1. Escenario 1: Métricas de desempeño para PID. | 71 |
| 6.2. Escenario 1: Métricas de desempeño para PID-SP. | 73 |
| 6.3. Escenario 2: Métricas de desempeño para PID. | 76 |
| 6.4. Escenario 2: Métricas de desempeño para PID-SP. | 78 |
| 6.5. Escenario 3: Métricas de desempeño para PID. | 80 |
| 6.6. Escenario 3: Métricas de desempeño para PID-SP. | 82 |
| 6.7. Escenario 4: Métricas de desempeño para PID. | 84 |
| 6.8. Escenario 4: Métricas de desempeño para PID-SP. | 86 |
| 6.9. Escenario 5: Métricas de desempeño para PID. | 88 |
| 6.10. Escenario 5: Métricas de desempeño para PID-SP. | 90 |
| 6.11. Escenario 6: Métricas de desempeño para PID. | 93 |
| 6.12. Iteraciones por segundo para el esquema PID, durante la simulación del sexto escenario. | 93 |
| 6.13. Escenario 6: Métricas de desempeño para PID-SP. | 95 |
| 6.14. Iteraciones por segundo para el esquema PID Smith Predictor, durante la simulación del sexto escenario. | 95 |
| 6.15. Escenario 1: Métricas de desempeño para FIS. | 98 |
| 6.16. Escenario 2: Métricas de desempeño para FIS. | 100 |
| 6.17. Escenario 3: Métricas de desempeño para FIS. | 102 |
| 6.18. Escenario 4: Métricas de desempeño para FIS. | 104 |
| 6.19. Escenario 5: Métricas de desempeño para FIS. | 106 |
| 6.20. Escenario 6: Métricas de desempeño para FIS. | 108 |
| 6.21. Iteraciones por segundo para el esquema FIS, durante la simulación del sexto escenario. | 108 |
| 6.22. Escenario 1: Métricas de desempeño para ANFIS. | 113 |
| 6.23. Escenario 2: Métricas de desempeño para ANFIS. | 116 |

| | |
|---|-----|
| 6.24. Escenario 3: Métricas de desempeño para ANFIS. | 118 |
| 6.25. Escenario 4: Métricas de desempeño para ANFIS. | 120 |
| 6.26. Escenario 5: Métricas de desempeño para ANFIS. | 122 |
| 6.27. Escenario 6: Métricas de desempeño para ANFIS. | 124 |
| 6.28. Iteraciones por segundo para el esquema ANFIS, durante la simulación del sexto escenario. | 125 |
| 7.1. Resumen de métricas comparativas para los escenarios 4 y 6. | 127 |
| A.1. Estadísticas descriptivas del conjunto de datos normalizado. | 141 |



Índice de Figuras

| | |
|--|----|
| 2.1. Esquema del Circuito de Molienda SAG con Clasificación y Recirculación. | 11 |
| 2.2. <i>Cascade control loop</i> para el control de la tasa de alimentación de mineral fresco del molino. La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para respetar la nomenclatura original utilizada en la planta de procesos estudiada. | 12 |
| 2.3. Control sobre proceso con retardo. | 14 |
| 2.4. Esquema de control predictor Smith. | 15 |
| 2.5. Esquema simplificado del controlador con predictor Smith. | 15 |
| 2.6. Esquema de un <i>Fuzzy Logic Controller</i> tradicional. La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para mantener la consistencia con la terminología estándar utilizada en la literatura científica sobre sistemas de inferencia difusa. | 18 |
| 2.7. Arquitectura de un sistema ANFIS que ilustra las cinco capas funcionales: Fuzzificación, Implicación, Normalización, Defuzzificación e Inferencia. La figura, de elaboración propia, se presenta deliberadamente en inglés para mantener la consistencia con la terminología estándar utilizada en la literatura científica sobre sistemas neuro-difusos. | 22 |
| 3.1. Metodología para la construcción del diseño experimental. La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para mantener la coherencia con la terminología estándar utilizada en la literatura científica de identificación de sistemas y simulación de procesos. | 28 |
| 3.2. Efecto de la variación de parámetros en la salida del sistema. | 34 |
| 3.3. Efecto de la introducción de retardos variantes en la salida del sistema. | 35 |
| 3.4. Metodología para la construcción y validación de los sistemas de inferencia neuro-difusa. Figura de elaboración propia, presentada en inglés para mantener la consistencia con la nomenclatura técnica internacional utilizada en el campo de los sistemas ANFIS, facilitando así su interpretación por la comunidad científica especializada. | 38 |
| 4.1. Distribuciones de las variables operativas clave en el proceso de molienda SAG. | 47 |
| 4.2. Matriz de correlación de Pearson para las variables operativas. | 48 |
| 4.3. Clasificación de niveles de tonelaje mediante un modelo de Mezcla de Gaussianas (GMM). La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para mantener la consistencia con la nomenclatura estándar en análisis estadístico. | 48 |
| 4.4. Red Bayesiana de variables operativas que representan interacciones y relaciones de dependencias entre los parámetros del proceso, tales como velocidad de alimentación (VFD), características del material (F80, STL, TON), y parámetros de operación (TQ, POW, RPM, etc.), utilizados para la optimización del control de procesos industriales. | 49 |
| 4.5. Matrices de confusión para la clasificación del tonelaje, consumo de energía y producto. | 52 |
| 5.1. Comparación de los datos originales y filtrados (<i>iddata</i>). | 56 |
| 5.2. Comparación del ajuste del modelo MISO en señales originales y filtradas para entrenamiento y validación. | 57 |
| 5.3. Datos originales (<i>iddata</i>) para el modelo del motor. | 58 |
| 5.4. Ajuste del modelo SISO del motor en los conjuntos de entrenamiento y validación. | 58 |
| 5.5. Diagramas de Bode de los sistemas discretos. | 60 |
| 5.6. Respuestas a escalón de los modelos discretos ($U = 0, 2$). | 61 |

5.7. Diagramas de polos y ceros de los modelos discretos. 61

5.8. Distribución inicial (época 0) de los conjuntos de membresía para las variables *ERR* y *D_ERR*. 63

5.9. Distribución final (época 10) de los conjuntos de membresía para las variables *ERR* y *D_ERR*. 63

5.10. Curvas de aprendizaje (pérdida) durante el entrenamiento de la red ANFIS. (20 Épocas) 64

5.11. Pérdidas finales en el entrenamiento y la validación para los cinco pliegues durante el ajuste iterativo de la red ANFIS. 64

5.12. Respuesta simulada del controlador ANFIS bajo condiciones ideales con período de muestreo de 60s. La figura, de elaboración propia, muestra: (superior) tasa de alimentación total con referencia en línea punteada, (centro) señales de control para cada alimentador, y (inferior) incrementos de control aplicados. Los distintos colores representan los cinco pliegues del modelo entrenado. 65

5.13. Respuesta simulada del controlador ANFIS con un período de muestreo reducido a 10s. La estructura de la figura es idéntica a la Figura 5.12, permitiendo comparar directamente el impacto de la reducción del período de muestreo en el desempeño de los distintos pliegues del modelo. 67

6.1. Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 1 de Condiciones Ideales. 70

6.2. Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 1 (Condiciones Ideales). 72

6.3. Histograma del ruido estimado a partir de ΔTPH . El comportamiento observado se aproxima a una distribución gaussiana con $\sigma \approx 70, 19$ 74

6.4. Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición). 75

6.5. Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición). 77

6.6. Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante). 79

6.7. Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante). 81

6.8. Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica). 83

6.9. Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica). 85

6.10. Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 5 (Retardos Variables). 87

6.11. Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 5 (Retardos Variables). 89

6.12. Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 6 (Escenario Integral). 92

6.13. Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 6 (Escenario Integral). 94

6.14. Superficies de control generadas mediante la interfaz de control difusa. 96

6.15. Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 1 (Condiciones Ideales)). 97

6.16. Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición). 99

6.17. Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante). 101

6.18. Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica). 103

6.19. Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 5 (Retardos Variables). 105

6.20. Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 6 (Escenario Integral). 107

6.21. Superficies de control generadas mediante la interfaz de control ANFIS. (Parte 1) 109

6.22. Superficies de control generadas mediante la interfaz de control ANFIS. (Parte 2) 110

6.23. Superficies de control generadas mediante la interfaz de control ANFIS. (Parte 3) 111

6.24. Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 1 (Condiciones Ideales). 112

6.25. Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición). 115

6.26. Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante). 117

6.27. Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica). 119

6.28. Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 5 (Retardos Variables). 121

6.29. Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 6 (Escenario Integral). 123

A.1. Distribución de la duración por segmento en el conjunto de datos. 137

A.2. Segmentación de la traza temporal de la tasa de alimentación en subconjuntos representativos para el análisis. 138

A.3. Trazas temporales para las señales de frecuencia en el motor *n*, tras segmentación contextual. 139

A.4. Trazas temporales para los incrementos en cada señal de control, tras segmentación contextual. 140

1 | Introducción

La minería constituye uno de los pilares fundamentales de la economía chilena, representando en 2022 aproximadamente el 14,2 % del Producto Interno Bruto (PIB) nacional. Durante ese mismo año, Chile se consolidó como el mayor productor de cobre a nivel mundial, con una participación del 25,4 % en la producción global [1]. Este liderazgo en la industria minera resalta la importancia de optimizar los procesos extractivos y de molienda, ya que la eficiencia operativa de estos impacta directamente en la rentabilidad y sostenibilidad del sector.

Dentro de este contexto, los molinos semiautógenos (SAG) desempeñan un papel clave en la conminución del mineral, etapa fundamental para la obtención de cobre y otros metales valiosos. Estos equipos consumen una fracción significativa de la energía total de la planta y representan un alto porcentaje de los costos operativos [2]. Su función principal es reducir el tamaño de las partículas minerales para facilitar la liberación de los elementos de interés desde la ganga. Un factor crítico en su operación es el control eficiente del flujo de alimentación, ya que este influye en la estabilidad del molino, el consumo energético y la calidad del producto final. Se estima que el consumo energético asociado a la molienda puede representar hasta el 70 % de los costos operativos [3]. La variabilidad en la dureza y granulometría del mineral introducen fluctuaciones en la carga interna del molino, lo que dificulta mantener un punto de operación estable y eficiente [4].

Uno de los principales desafíos en la operación de molinos SAG es la sobrecarga, la cual puede generar paradas no programadas, aumento del desgaste de los revestimientos y una reducción en la eficiencia del proceso [5]. Para mitigar estos efectos, el control de alimentación en estos molinos ha sido objeto de investigación durante décadas. Inicialmente, se empleaban estrategias convencionales de control PID en lazo sencillo, que si bien permiten un control básico del flujo de alimentación, presentan limitaciones ante variaciones abruptas en las condiciones del mineral y en la dinámica interna del molino. Con los avances tecnológicos, se han desarrollado enfoques más sofisticados basados en control predictivo y aprendizaje automático, los cuales buscan mejorar la estabilidad y eficiencia operativa mediante el ajuste dinámico de las condiciones de operación.

En este capítulo se presentan los enfoques tradicionales y avanzados para el control de la tasa de alimentación en molinos SAG, abordando desde el control PID en cascada hasta estrategias modernas basadas en Model Predictive Control (MPC), lógica difusa y redes neuronales. Se analiza cómo un control eficiente impacta en la estabilidad operativa, la eficiencia energética y los costos del proceso. Además, se revisa el estado del arte de las técnicas aplicadas en la industria y su efectividad en escenarios operacionales reales, con el propósito de identificar oportunidades de mejora y establecer las bases para el desarrollo de un enfoque más robusto y adaptativo que optimice la operación del molino bajo condiciones dinámicas y variables.

1.1. Estado del Arte

La investigación en molienda SAG ha avanzado significativamente, desarrollando diversas estrategias para mejorar la eficiencia del proceso. Si bien los modelos analíticos tradicionales han sido ampliamente utilizados durante décadas, presentan limitaciones al no capturar con precisión las interacciones no lineales y la variabilidad del sistema. Como resultado, su capacidad para predecir el rendimiento del molino y optimizar el consumo energético es limitada [6]-[8]. Esta problemática ha impulsado el desarrollo de enfoques más avanzados que integran técnicas predictivas y sistemas de control adaptativo. Diversos estudios han identificado variables operativas clave que afectan directamente el rendimiento energético del molino SAG, tales como el tamaño de alimentación, la dureza del mineral y la proporción

de medios de molienda [9]-[11]. Estas variables condicionan la eficiencia del proceso, lo que subraya la necesidad de estrategias de control en tiempo real para mantener condiciones óptimas de operación. En la operación de molinos SAG, la tasa de alimentación es un parámetro crítico, ya que afecta directamente el consumo de energía y la estabilidad mecánica del sistema, incluyendo la presión en los cojinetes. Un mayor flujo másico incrementa la retención de material en el molino, lo que puede elevar el consumo energético. Sin embargo, este consumo no depende únicamente de la tasa de alimentación, sino también de las fluctuaciones en la carga interna del molino [12]. Estas interacciones complejas resaltan la necesidad de estrategias de control avanzadas que permitan gestionar dinámicamente la alimentación del molino y optimizar su eficiencia operativa.

Métodos tradicionales de control. En la mayoría de las concentradoras, el control básico de la alimentación de mineral al molino SAG se realiza mediante lazo PID en cascada actuando sobre los alimentadores y correas transportadoras. Típicamente, mineral triturado desde un acopio (*stockpile*) cae sobre una correa de alimentación con balanza de pesaje (*weightometer*) que mide el flujo másico (tph). Un lazo PID interno regula la velocidad de los alimentadores (vibratorios o de placas) para mantener el flujo de mineral en la correa según un set-point predefinido. En paralelo, un lazo PID externo ajusta dinámicamente la tasa de alimentación fresca para controlar una variable representativa de la carga del molino SAG, como el peso del molino, la presión en los descansos o el consumo de potencia. De este modo, si la carga del molino cae por debajo de lo óptimo, el controlador externo incrementa la referencia de flujo de mineral, y viceversa, logrando un esquema en cascada donde la correa actúa como elemento intermedio entre el *stockpile* y el molino.

Este esquema en cascada permite una regulación eficiente en condiciones normales de operación y es ampliamente utilizado en la industria debido a su simplicidad, comúnmente incorporando rechazo a perturbaciones mediante *feedforward*. No obstante, el control PID convencional enfrenta limitaciones significativas ante perturbaciones operativas, tales como:

- Bloqueos o atascos de mineral en las tolvas, lo que interrumpe momentáneamente el flujo de alimentación.
- Uso de múltiples alimentadores simultáneos, requiriendo la coordinación de los operadores para mantener un flujo uniforme.
- Carga dispareja en la correa transportadora, generando señales de pesaje ruidosas y variables.
- Variaciones en la granulometría y dureza del mineral, que afectan la dinámica del molino fuera del rango manejable por un controlador PID fijo.

Además, existen retardos de transporte considerables debido al desplazamiento del material en las correas y tolvas, así como mediciones ruidosas que dificultan una sintonización óptima del controlador. Aunque el control PID en cascada sigue siendo la base del control de alimentación en muchas plantas, su desempeño depende en gran medida de la intervención de operadores experimentados. Asimismo, su efectividad disminuye cuando las condiciones del mineral cambian abruptamente o cuando se busca operar cerca de los límites máximos de tratamiento. Para abordar estas deficiencias, Sbarbaro et al. desarrollaron un predictor de Smith adaptado para sistemas MISO (*Multiple Input - Single Output*), mejorando la precisión del control de los alimentadores mediante controladores PI. Este enfoque permitió compensar la variabilidad en la alimentación y los retrasos en el sistema, logrando mejoras significativas en el rendimiento del molino con validación en planta [3]. Sin embargo, en entornos altamente dinámicos, el control PID presenta limitaciones estructurales que dificultan su capacidad de adaptación a variaciones en tiempo real. Como alternativa, se han desarrollado enfoques más avanzados, entre los que destaca el MPC (*Model Predictive Control*).

Control predictivo basado en modelos. El Control Predictivo Basado en Modelos (MPC) se ha consolidado en los últimos años como una estrategia avanzada para la regulación de molinos SAG. A diferencia del control PID convencional, el MPC utiliza un modelo dinámico del proceso para predecir su evolución futura y optimizar en línea las decisiones de control. Su capacidad para anticipar variaciones en las condiciones operativas y ajustar de manera proactiva las variables del proceso lo convierte en una herramienta particularmente valiosa en entornos industriales con alta variabilidad.

En el contexto de la molienda SAG, el MPC regula variables como la tasa de alimentación de mineral, la adición de agua y la velocidad del molino, con el objetivo de controlar parámetros clave del sistema, tales como la carga interna (peso o nivel de llenado), el consumo energético específico y la granulometría del producto final. A diferencia de los

controladores PID convencionales, que operan de manera independiente en cada lazo de control, el MPC maneja de forma multivariable las interacciones entre distintos parámetros y permite imponer restricciones físicas y operacionales, como límites de potencia o nivel de pulpa en el sumidero. Características hacen que el MPC sea un enfoque más robusto y eficiente para el control de procesos complejos como el SAG, ya que puede manejar retardos, perturbaciones y acoplamientos entre variables [13].

Diversos estudios han demostrado la eficacia del MPC en la estabilización de la molienda SAG. Salazar et al. desarrollaron un MPC multivariable, logrando una mayor estabilidad en la carga y potencia del molino frente a perturbaciones, en comparación con el control PID tradicional [14]. Por su parte, Apelt y Thornhill integraron mediciones inferenciales de variables internas del SAG, como la fracción de llenado de roca y bolas, dentro de un esquema MPC. Sus simulaciones evidenciaron que este enfoque puede rechazar perturbaciones en la granulometría de alimentación (F80) con mayor eficacia que los lazos PID convencionales, lo que se traduce en una reducción de la variabilidad del *throughput* y una menor incidencia de eventos de sobrecarga [15]. En pruebas industriales, el MPC ha mostrado una capacidad superior para ajustar dinámicamente las variables del molino, resultando efectivo en la reducción de eventos de vaciado o sobrecarga, contribuyendo a una operación más estable y eficiente del molino [13], [15].

A pesar de sus ventajas, la implementación del MPC en molinos SAG presenta desafíos significativos. Su efectividad depende en gran medida de la precisión y robustez del modelo dinámico utilizado. La dinámica de un molino SAG está influenciada por múltiples factores, tales como la composición y granulometría del mineral, el estado del revestimiento y la tasa de rebose de pulpa, lo que dificulta la obtención de un modelo preciso. Errores en la modelación pueden afectar el desempeño del MPC, generando ajustes incorrectos que comprometen la estabilidad del proceso. En la literatura se reconoce que la sintonización de un MPC para molienda SAG requiere un alto nivel de conocimiento experto, dado que una modelación inadecuada puede degradar su desempeño en lugar de optimizarlo [16].

Otro desafío clave en la implementación del MPC es su capacidad de adaptación ante cambios abruptos en el régimen de operación. Transiciones entre distintos tipos de mineral, con propiedades significativamente diferentes, pueden comprometer la validez del modelo utilizado, lo que hace necesario implementar estrategias adaptativas o recalibraciones periódicas para mantener la precisión del control. La identificación y modelado del proceso es una etapa fundamental para la implementación efectiva de MPC, y diversos estudios han demostrado que el uso de herramientas de aprendizaje automático y redes neuronales permite mejorar la capacidad predictiva del modelo, facilitando su ajuste a diferentes condiciones operacionales [13].

Sin embargo, en entornos con alta variabilidad, donde la construcción de un modelo preciso es difícil o poco confiable, los sistemas expertos y controladores difusos han surgido como una alternativa viable. Mientras que el MPC basa su funcionamiento en modelos matemáticos que predicen el comportamiento del sistema, los sistemas expertos emplean reglas heurísticas formuladas a partir del conocimiento de operadores experimentados. Esta diferencia fundamental otorga a los sistemas expertos una mayor robustez ante incertidumbres y condiciones operativas complejas, convirtiéndolos en una opción atractiva en escenarios donde la modelación rigurosa del proceso es impracticable.

Sistemas expertos y control difuso. La molienda SAG enfrenta desafíos significativos debido a la presencia de no linealidades e incertidumbres operativas, lo que dificulta la aplicación de modelos matemáticos precisos para el control avanzado. Para superar esta problemática, muchas plantas han optado por controladores de lógica difusa (FLC, Fuzzy Logic Controllers) y sistemas expertos basados en reglas, los cuales replican la toma de decisiones de un operador humano experimentado. A diferencia del Control Predictivo Basado en Modelos (MPC), estos enfoques no requieren un modelo matemático exacto del proceso, sino que emplean reglas heurísticas tipo if-then para ajustar dinámicamente las variables operativas. Su flexibilidad los hace especialmente adecuados para sistemas cuya dinámica interna es difícil de modelar con precisión, o en los que existen múltiples estados internos no medidos, como la fracción de carga de roca y bolas, además de procesos fisicoquímicos aún no completamente comprendidos [17].

Un controlador difuso bien diseñado es capaz de proporcionar la respuesta no lineal necesaria para mantener la estabilidad del molino en distintas condiciones operacionales. En esencia, las reglas difusas encapsulan conocimiento experto, permitiendo ajustar variables clave como la velocidad de alimentación, la adición de agua y la tasa de *pebble crushing*, en función de parámetros como la carga del molino, la potencia y el tamaño de partícula. Estas estrategias buscan mantener el circuito en un régimen óptimo de operación. La literatura ha reportado múltiples implementaciones exitosas de sistemas expertos en circuitos SAG. Metzner et al. [17] describen un caso en Tanzania, donde un sistema de control experto desarrollado por SGS Minerals optimizó la molienda SAG, logrando una mayor estabilidad en el circuito

y mejorando significativamente el *throughput* del molino. De manera similar, en la concentradora de cobre Sungun (Irán), Hadizadeh et al. [18] implementaron un supervisor difuso, diseñado para ajustar dinámicamente los set-points de los lazos PID del molino. Tras su implementación, se observó un incremento del 1,8 % en el tonelaje procesado y una reducción del 3 % en el consumo energético, junto con una alimentación más estable del mineral. Estos resultados demuestran cómo el control difuso puede extraer un rendimiento adicional del proceso, manteniendo la operación dentro de márgenes seguros y eficientes.

Una ventaja fundamental del control difuso es su robustez, ya que no depende de un modelo matemático estrictamente exacto, lo que le permite tolerar mejor los cambios en la mineralogía del material procesado y el desgaste del molino [18]. En comparación con un control PID convencional, los sistemas difusos tienden a reducir la variabilidad del proceso ante eventos anómalos, aunque su desempeño óptimo depende de una correcta formulación de reglas y una adecuada sintonización de funciones de membresía, lo que generalmente requiere la participación de expertos.

Hadizadeh et al. [19] desarrollaron un sistema de control experto difuso en MATLAB, diseñado para supervisar y optimizar circuitos de molienda SAG. Este sistema calcula en tiempo real puntos de ajuste óptimos para los lazos de control distribuidos en la planta, permitiendo ajustar dinámicamente el rendimiento del molino SAG según las nuevas condiciones operativas. Su implementación logró un incremento del 3,26 % en la capacidad de procesamiento y una reducción del 6,29 % en el consumo específico de energía. Además, la suavización de los set-points calculados por el sistema redujo las fluctuaciones en la operación del molino, resultando en una mayor estabilidad del circuito de molienda.

El impacto positivo de los sistemas expertos también se ha observado en otros procesos dentro de la industria minera. En Minera Los Pelambres, la activación de un sistema experto basado en lógica difusa mejoró los porcentajes de recuperación en el proceso de flotación, además de reducir la variabilidad en variables clave, como el nivel de pulpa y la velocidad de rebose [20]. Asimismo, Du et al. desarrollaron un sistema de inferencia difusa en Python, diseñado para optimizar la alimentación de mineral, logrando mejoras en la eficiencia y precisión del control en entornos industriales [21].

Más recientemente, se ha explorado la combinación de controladores PID con sintonización automática basada en lógica difusa, complementados con observadores de perturbaciones. Estos enfoques híbridos han demostrado una alta efectividad en la gestión de variaciones del sistema, mejorando la capacidad del control de molinos de bolas para adaptarse a fluctuaciones en las condiciones operacionales [22], [23].

Redes neuronales y aprendizaje de máquinas. La molienda SAG presenta desafíos operacionales derivados de la variabilidad del mineral, la dificultad para medir variables clave en tiempo real y la complejidad inherente del proceso. Factores como el nivel de llenado del molino, la granulometría del mineral y la composición de la carga interna afectan directamente la eficiencia del circuito. Sin embargo, la ausencia de mediciones precisas en línea limita la capacidad de los sistemas de control tradicionales para optimizar la operación de manera dinámica [24], [25]. En este contexto, el desarrollo de enfoques basados en inteligencia artificial y aprendizaje automático ha permitido superar muchas de estas restricciones, proporcionando herramientas capaces de modelar la dinámica del proceso, anticipar perturbaciones y ajustar automáticamente las condiciones de operación [26], [27].

Las redes neuronales artificiales (ANN) han sido aplicadas en circuitos SAG para modelar variables de difícil medición y servir como apoyo a los sistemas de control existentes [28]. Su capacidad de aprendizaje a partir de datos históricos permite establecer relaciones entre parámetros operacionales sin necesidad de imponer una estructura funcional rígida. Un caso representativo de esta tecnología se encuentra en la mina Ok Tedi, donde se incorporó una red neuronal de retropropagación en el sistema de control de molienda. Este modelo permitió predecir la potencia del molino en función de la tasa de alimentación y la densidad de la carga interna, proporcionando información que el sistema experto difuso utilizaba para mejorar sus inferencias. La combinación de ambas tecnologías generó una ganancia adicional del 2 % en *throughput*, sumándose al 5,3 % ya obtenido con el controlador difuso, además de reducir la variabilidad de la potencia consumida en un 35 % [29]. Este enfoque híbrido, que combina redes neuronales con lógica difusa, representa un caso temprano de sistemas neuro-difusos, en los cuales las ANN son utilizadas para ajustar dinámicamente los parámetros de un controlador difuso, optimizando sus funciones de pertenencia y reglas de inferencia.

El monitoreo en tiempo real de los circuitos de molienda ha sido reforzado por el uso de redes neuronales

profundas, en particular, redes neuronales convolucionales (CNN) y modelos de clasificación supervisada. Estudios recientes han explorado el uso de técnicas de procesamiento de señales acústicas para predecir en tiempo real la distribución del tamaño de partículas dentro de un molino SAG. Se ha demostrado que la extracción de características de señales acústicas mediante técnicas como Densidad Espectral de Potencia (PSDE), Transformada Wavelet Discreta (DWT), Paquetes Wavelet (WPT), Descomposición Empírica de Modos (EMD) y Descomposición Modal Variacional (VMD), combinadas con clasificadores como Máquinas de Soporte Vectorial (SVM) y Análisis Discriminante Lineal (LDA), puede predecir variaciones en la alimentación del molino con alta precisión [30]. Este enfoque permite detectar cambios abruptos en la granulometría de alimentación sin necesidad de instrumentación invasiva, facilitando el ajuste dinámico del proceso.

Otro enfoque innovador ha sido la integración de redes neuronales convolucionales (CNN) con análisis de series temporales, transformando los datos operacionales del molino en imágenes mediante *recurrence plots* y utilizando redes preentrenadas como VGG19 para la extracción de características. Este método ha sido empleado para monitoreo dinámico de circuitos de molienda, mejorando la detección de anomalías y perturbaciones en comparación con técnicas tradicionales como el análisis de componentes principales dinámico (PCA). La capacidad de estas redes para capturar dinámicas no lineales del proceso las hace especialmente adecuadas para la supervisión en tiempo real [31].

En los últimos años, el aprendizaje por refuerzo ha surgido como una estrategia prometedora para el control autónomo de molinos SAG. Reyes et al. [32] entrenaron agentes de refuerzo profundo para manipular la tasa de alimentación y otros parámetros del molino, utilizando un conjunto de datos operacionales reales. Comparado con el control predictivo basado en modelos (MPC), el aprendizaje por refuerzo demostró un desempeño similar en términos de *throughput*, con la ventaja de no requerir un modelo explícito del proceso. Sin embargo, se observaron dificultades en la generalización del agente más allá de las condiciones de entrenamiento, así como la necesidad de múltiples iteraciones para lograr una convergencia estable [32].

Otro avance significativo en la aplicación de inteligencia artificial en molienda SAG ha sido la implementación de modelos de predicción en tiempo real, permitiendo anticipar la dureza del mineral y realizar ajustes operacionales antes de que ocurran perturbaciones. Investigaciones recientes han aplicado redes neuronales avanzadas del tipo *Long Short-Term Memory* (LSTM) para predecir la dureza del mineral entrante, utilizando datos históricos de potencia consumida y tonelaje alimentado [33]. Estos modelos han demostrado ser capaces de clasificar el mineral como “duro” o “blando” con varias horas de antelación, permitiendo reducir el set-point de alimentación si se prevé la llegada de material más duro. Este tipo de ajustes proactivos contribuye a una mejor estabilidad operativa y una optimización energética más precisa, minimizando las fluctuaciones en el rendimiento del circuito.

Los avances en modelado probabilístico también han impulsado nuevas estrategias para la optimización del proceso. Modelos gráficos como las redes bayesianas han sido empleados para cuantificar la incertidumbre inherente a las operaciones de molienda y determinar las relaciones de dependencia entre múltiples variables del proceso [34]. La capacidad de estos modelos para representar dinámicas complejas y actualizarse en función de datos nuevos los convierte en herramientas valiosas para la toma de decisiones en entornos de alta variabilidad. Paralelamente, el análisis de imágenes 2D ha sido utilizado para medir el tamaño de partículas en cintas transportadoras, permitiendo correlacionar la granulometría del mineral con el consumo energético del molino y ajustando dinámicamente las condiciones de operación [6].

La integración de técnicas de aprendizaje automático con algoritmos evolutivos ha demostrado ser una de las estrategias más efectivas para la optimización de circuitos de molienda. Ghasemi et al. propusieron un marco de optimización inteligente basado en 17 modelos de *machine learning*, entre ellos *CatBoost*, redes neuronales recurrentes (RNN) y máquinas de soporte vectorial (SVM). Estos modelos fueron utilizados como funciones objetivo en tres algoritmos evolutivos distintos: optimización por enjambre de partículas (PSO), evolución diferencial (DE) y algoritmos genéticos (GA). Los resultados indicaron que *CatBoost* fue el modelo más preciso para predecir el *throughput* del molino, mientras que evolución diferencial se destacó como la mejor técnica de optimización, logrando maximizar la producción sin comprometer la estabilidad operativa [26].

Paralelamente, Quintanilla et al. propusieron un gemelo digital con detección automática de perturbaciones, basado en un modelo híbrido que combina lógica difusa, un modelo en espacio de estados para control regulatorio y una red neuronal recurrente para predecir la dinámica del molino. Este sistema fue entrenado con 68h de datos operacionales y validado con 8h adicionales, mostrando una precisión dentro de un horizonte de predicción de 2,5min. Los resultados indicaron que el gemelo digital es capaz de supervisar el comportamiento del molino en tiempo real, además de detectar

cuándo es necesario reentrenar los modelos de predicción para evitar degradación en la precisión estimada. Este tipo de sistemas permite la adaptación continua a nuevas condiciones operacionales, asegurando un control más robusto y eficiente del proceso [27].

El desarrollo de técnicas de control supervisado, que combinan control regulatorio con aprendizaje automático, ha permitido la identificación de patrones ocultos en los datos operacionales y la determinación de valores óptimos para condiciones de operación cambiantes [35]. Esta capacidad para extraer conocimiento a partir de datos históricos y en tiempo real se ha traducido en una mayor estabilidad del proceso y una mejor eficiencia energética. La tendencia futura apunta a la convergencia de estas metodologías dentro de marcos híbridos de optimización, donde modelos predictivos, algoritmos evolutivos y técnicas de supervisión en tiempo real se integren en un sistema de control inteligente completamente adaptativo.

Sistemas neuro-difusos. Los sistemas neuro-difusos, al combinar la capacidad de aprendizaje de las redes neuronales con la transparencia y adaptabilidad de la lógica difusa, han mostrado resultados prometedores en el control y toma de decisiones operativas [36], [37]. El uso de técnicas y estrategias de control avanzadas, como los sistemas de inferencia difusa y los controladores adaptativos neuro-difusos, ha mostrado un rendimiento superior en la gestión de estas dinámicas complejas, mejorando significativamente la eficiencia operativa y reduciendo la intervención humana [38], [39]. Las redes ANFIS (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*) han demostrado su capacidad para modelar y controlar sistemas no lineales, destacándose por su adaptabilidad, generalización y eficiencia computacional. Este enfoque ha sido exitosamente aplicado en un amplio espectro de soluciones basadas en controladores, sistemas supervisores, y herramientas de clasificación [40]-[42]. Su flexibilidad para gestionar dinámicas no lineales complejas los convierte en una herramienta valiosa para el control de procesos industriales [36], [37]. Se ha evidenciado que los sistemas ANFIS en tiempo real son altamente eficientes en la regulación de sistemas complejos, ofreciendo respuestas rápidas y estables ante cambios en las condiciones operativas [43].

En aplicaciones industriales, ANFIS se ha explorado para el control de velocidad en motores y alimentadores donde un PID fijo no es óptimo. Por ejemplo, en un sistema de correa dosificadora de laboratorio, Rosyada et al. entrenaron un controlador ANFIS para regular el flujo de material (g/min) con alta precisión. El ANFIS aprendió offline a partir de datos, generando internamente un conjunto de reglas difusas óptimas, evitando el laborioso diseño manual de un FLC convencional. Al probarlo, el sistema mantuvo el flujo con error promedio menor al 5 % del *setpoint* tanto a baja como alta tasa de referencia [44]. Esto sugiere que un ANFIS podría adaptarse a cambios en las características del mineral mejor que un PID fijo, manteniendo la estabilidad ante factores no lineales (como fricción en faja, saturación del variador, variación en las características del mineral procesado, cambio en las condiciones de operación, etc.).

Diversos estudios han demostrado la eficacia de ANFIS en entornos industriales específicos. En el monitoreo de desgaste de liners en molinos SAG, un modelo ANFIS permitió la estimación precisa del desgaste de los revestimientos a partir de variables operacionales sin necesidad de detener la planta, reduciendo tiempos de inactividad y mejorando la planificación de mantenimiento [45]. Un enfoque similar se aplicó en la estimación del desgaste de lifters en molinos SAG y de bolas, donde el uso de clustering sustractivo y señales de planta permitió predecir con alta exactitud la evolución del desgaste, optimizando la disponibilidad y la eficiencia operativa del equipo [45].

Esta tesis propone el diseño de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-Difusa (ANFIS) para el control del flujo de alimentación en los molinos SAG, con el objetivo de mejorar la eficiencia operativa, estabilizar la carga ante variaciones en las condiciones de operación y reducir el consumo específico de energía (kWh/Ton). Para ello, se evaluará el desempeño del sistema ANFIS en comparación con estrategias de control convencionales y difusas, analizando su capacidad de adaptación y estabilidad en distintos escenarios operacionales. La integración de redes neuronales con lógica difusa no solo ofrece una solución más flexible y robusta para el control de procesos con dinámicas complejas, sino que también abre nuevas oportunidades para la automatización inteligente en entornos industriales donde la incertidumbre, los retardos variables y la ausencia de un modelo físico preciso limitan el desempeño de los enfoques tradicionales.

1.2. Definición del Problema

El control de la tasa de alimentación en molinos SAG representa un desafío crítico en la optimización del proceso de molienda debido a la alta variabilidad en las características del mineral y la dinámica compleja del sistema. Los enfoques de control convencionales, como los esquemas PID en cascada, presentan limitaciones significativas al enfrentar variaciones abruptas en la dureza y granulometría del material, lo que puede derivar en oscilaciones en la carga interna del molino, sobrecargas y paradas no programadas. Por otro lado, estrategias más avanzadas, como el Control Predictivo Basado en Modelos (MPC), han demostrado mejorar la estabilidad del proceso, pero su desempeño depende en gran medida de la precisión del modelo utilizado, lo que dificulta su implementación en entornos operacionales con alta incertidumbre y dinámicas no lineales.

Las deficiencias en el control de alimentación afectan directamente la eficiencia operativa y el consumo energético del molino SAG. Un control ineficiente puede llevar a fluctuaciones en la carga interna, afectando la estabilidad del proceso y reduciendo la capacidad de procesamiento de la planta. Además, la falta de adaptabilidad de los enfoques tradicionales limita la posibilidad de operar cerca de los límites óptimos de producción sin comprometer la seguridad y confiabilidad del sistema. Esto genera una dependencia considerable de la intervención manual por parte de operadores experimentados, lo que introduce variabilidad en la operación y reduce la estandarización del proceso.

Para abordar esta problemática, es fundamental comprender en profundidad el sistema. En primera instancia, se requiere identificar las variables operacionales clave y las relaciones de dependencia entre ellas, lo cual permite establecer las bases de una representación formal del proceso. A partir de este análisis, se construyen modelos dinámicos capaces de emular la dinámica de alimentación del molino SAG bajo diversas condiciones operativas. Estos modelos sirven como entorno de simulación para diseñar, implementar y validar distintas estrategias de control, permitiendo una evaluación controlada de su desempeño ante perturbaciones, ruido y variabilidad estructural.

En este contexto, se plantea el desarrollo de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-Difusa (ANFIS) como una alternativa para el control de la tasa de alimentación en molinos SAG. Este enfoque combina la capacidad de aprendizaje de las redes neuronales con la interpretabilidad y robustez de la lógica difusa, permitiendo ajustar dinámicamente los parámetros del sistema en función de las condiciones operacionales. Se espera que la implementación de un controlador ANFIS permita mejorar la estabilidad del proceso, reducir la variabilidad de la carga interna y optimizar el consumo específico de energía, proporcionando una solución más flexible y eficiente en comparación con los métodos convencionales.

1.3. Objetivos de la Investigación

El objetivo principal de esta investigación es desarrollar e implementar un sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa (ANFIS) en un entorno de simulación para optimizar el control del flujo de alimentación en molinos semi-autógenos (SAG). Este enfoque busca mejorar la eficiencia operativa y la estabilidad del proceso de molienda, proporcionando una mayor capacidad de adaptación a las variaciones en la granulometría y propiedades del mineral, características inherentes a la operación en entornos industriales dinámicos. La combinación de redes neuronales con lógica difusa ofrece una estructura flexible capaz de ajustarse a condiciones cambiantes, minimizando la dependencia de la intervención manual y aumentando la robustez del control.

En este contexto, la investigación busca responder las siguientes preguntas clave:

- ¿En qué medida un sistema de control basado en redes neuro-difusas mejora la capacidad de adaptación y la eficiencia operativa en el control del flujo de alimentación de los molinos SAG, en comparación con enfoques de control convencionales?
- ¿Cómo influyen el diseño, la parametrización y el ajuste del sistema ANFIS en la precisión y estabilidad de la regulación del flujo de mineral, especialmente en presencia de perturbaciones y variabilidad en el proceso de molienda?
- ¿Cuál es el nivel de precisión y efectividad del sistema ANFIS frente a métodos tradicionales de control, considerando métricas como la estabilidad operativa, la reducción de errores y la eficiencia energética cuando se

evalúa en un entorno simulado y controlado?

Para alcanzar este propósito, la investigación se estructura en los siguientes objetivos específicos:

- **O1:** Identificar las variables operacionales clave que influyen en el flujo de alimentación del molino SAG y analizar su impacto en la estabilidad y eficiencia del proceso.
- **O2:** Diseñar e implementar un sistema ANFIS como controlador de la tasa de alimentación, evaluando su capacidad de adaptación y desempeño en condiciones de operación variables.
- **O3:** Comparar el rendimiento del sistema ANFIS con métodos de control convencionales y avanzados, tales como control PID, PID con predictor de Smith y control difuso, considerando indicadores como el seguimiento de referencia, la minimización del error de control y la robustez ante perturbaciones.

1.4. Contribuciones de la Investigación

Basado en los objetivos planteados, esta investigación busca demostrar que los sistemas de control neuro-difusos no solo pueden ofrecer una alternativa viable a los métodos convencionales de control, sino que pueden superarlos en entornos con alta variabilidad, como los molinos SAG. Las contribuciones clave de este estudio se presentan a continuación, vinculadas con los objetivos previamente mencionados:

- **C1:** Se identificaron las variables operacionales clave que influyen en el flujo de alimentación del molino SAG, así como sus dependencias funcionales. Este análisis fue desarrollado en el trabajo de investigación titulado “*A Probabilistic Graphical Model for Semi-Autogenous Grinding Processes*” [34], publicado y presentado en la *2023 IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*. A través del uso de modelos gráficos probabilísticos, se logró representar las relaciones causales entre variables como la tasa de alimentación, la granulometría, la potencia consumida y el nivel de carga interna. Este marco permitió establecer una base sólida para la construcción del sistema de control neuro-difuso, orientado a mejorar la estabilidad y eficiencia del proceso de molienda mediante una mejor comprensión del comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones operativas.¹
- **C2:** Se llevó a cabo un proceso exhaustivo de diseño y ajuste del sistema de control neuro-adaptativo a través de simulaciones computacionales que emulan las dinámicas no lineales y fluctuantes del proceso de molienda. Se demostró que este enfoque permite una mayor precisión en la regulación del flujo de mineral, lo que a su vez mejora la capacidad del sistema para manejar condiciones de operación variables y reduce el impacto de las perturbaciones.
- **C3:** A través de una evaluación comparativa, el sistema neuro-adaptativo se mostró más preciso y eficaz que los métodos de control tradicionales, logrando un mejor seguimiento de referencia, reducción de errores de control y un manejo superior de la variabilidad en las condiciones operativas. Los resultados obtenidos en simulación sugieren que este enfoque puede optimizar tanto la predictibilidad como la estabilidad del proceso, lo que podría tener implicaciones positivas en aplicaciones industriales a gran escala.

1.5. Estructura de la Tesis

La presente tesis se organiza en cinco capítulos que abordan de manera integral el desarrollo, implementación y evaluación de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-difusa (ANFIS) para optimizar el control del flujo de alimentación en molinos semi-autógenos (SAG).

El **Capítulo 1** contextualiza la importancia estratégica de la industria minera en Chile, destacando el papel preponderante de los molinos semiautógenos (SAG) en los procesos de conminución. Se plantea la problemática asociada al control del flujo de alimentación en dichos molinos, cuya eficiencia se ve comprometida por la alta variabilidad

¹El resto del trabajo presentado en esta tesis también ha sido desarrollado como parte de un artículo titulado “*Diseño de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neurodifusa para el Control de Flujo de Alimentación en Molinos Semi-Autógenos*”, actualmente en proceso de publicación.

de las condiciones operativas. Se expone un análisis del estado del arte de las estrategias de control utilizadas en la industria, identificando sus limitaciones frente a escenarios dinámicos. Finalmente, se introduce la propuesta de desarrollar un sistema adaptativo de inferencia neurodifusa (ANFIS) como alternativa robusta y flexible para enfrentar dichos desafíos.

El **Capítulo 2** presenta una descripción técnica del entorno industrial objeto de estudio, abarcando desde la estructura de una planta concentradora hasta los detalles del circuito de molienda SAG. Se describen las estrategias de control convencionales, como el control en cascada y los compensadores de tiempo muerto, junto con sus limitaciones estructurales. Posteriormente, se profundiza en los fundamentos teóricos de la lógica difusa, las redes neuronales artificiales y los sistemas neurodifusos, proporcionando el sustento conceptual para la posterior implementación del modelo ANFIS.

En el **Capítulo 3**, se detalla el diseño experimental y la metodología empleada en el desarrollo de la investigación. Se describen las etapas de preprocesamiento de datos, estimación del modelo de proceso, y construcción del entorno de simulación basado en datos reales. Se implementan tres estrategias de control: PID con predictor de Smith, sistema de inferencia difusa (FIS) y sistema ANFIS. Asimismo, se definen los escenarios experimentales y los criterios de evaluación que permiten medir el desempeño de los esquemas de control bajo condiciones operacionales diversas.

En el **Capítulo 4**, se aborda la identificación de relaciones causales entre variables operativas del circuito de molienda mediante el uso de modelos gráficos probabilísticos, particularmente redes bayesianas. Esta etapa permite estructurar el conocimiento sobre las dependencias clave del sistema y fundamentar la selección de variables para la etapa de modelado y control. Se discuten las ventajas, limitaciones y posibilidades de mejora del enfoque propuesto, en función de la calidad de los datos y la complejidad del proceso.

El **Capítulo 5** presenta los resultados del ajuste de modelos dinámicos (continuos y discretos) para los alimentadores y el motor del sistema de alimentación. Se describe el proceso de construcción, entrenamiento y validación del sistema ANFIS, destacando la evolución de las funciones de membresía, las curvas de aprendizaje, y la reducción progresiva de los errores en los conjuntos de validación. Se analiza el efecto del incremento en la tasa de muestreo sobre el desempeño del modelo, validando su impacto positivo en la precisión del sistema.

En el **Capítulo 6**, se exponen los resultados obtenidos al aplicar las tres estrategias de control en seis escenarios experimentales: condiciones ideales, presencia de ruido de medición, perturbación constante, variaciones paramétricas, retardos variables y un escenario integral que combina múltiples desafíos. Se analizan las métricas de desempeño obtenidas en cada caso (MSE, ISE, ITSE), evidenciando la capacidad del sistema ANFIS para mantener la estabilidad del proceso y reducir la variabilidad de la señal de control frente a perturbaciones significativas.

Luego, en el **Capítulo 7**, se realiza un análisis crítico de los resultados obtenidos, contrastando el comportamiento de las estrategias de control implementadas. Se destacan los casos donde el sistema ANFIS presenta ventajas comparativas en términos de estabilidad, adaptación y reducción del esfuerzo de control. Además, se evalúa la eficiencia computacional de cada esquema y se discuten las limitaciones prácticas del enfoque propuesto. Finalmente, se plantean recomendaciones para su implementación en contextos industriales reales.

Finalmente, en el **Capítulo 8**, se resumen los principales hallazgos de la investigación, destacando que el sistema ANFIS constituye una herramienta viable para optimizar el control del flujo de alimentación en molinos SAG. Se enumeran las contribuciones científicas y técnicas del estudio, se reconocen las limitaciones encontradas durante el desarrollo del proyecto y se plantean líneas de investigación futura, sugiriendo mejoras metodológicas y nuevas aplicaciones en el ámbito del control avanzado de procesos industriales.

2 | Antecedentes

Este capítulo ofrece un análisis exhaustivo del contexto y operación de una planta concentradora de cobre, destacando su capacidad de procesamiento y enfoque en la maximización de la recuperación de minerales valiosos, como cobre y molibdeno, mediante un complejo circuito de molienda SAG y celdas de flotación. Se describen las principales etapas operativas, desde la extracción y chancado hasta la molienda y flotación, con énfasis en el control del flujo de alimentación del molino SAG y su relevancia para garantizar la estabilidad y eficiencia del proceso.

El control del flujo es clave para evitar sobrecargas y optimizar el rendimiento del circuito, integrando sistemas de control en cascada y configuraciones de alimentadores reguladas manualmente por operadores, lo que influye directamente en la eficiencia energética, la productividad y el desgaste de los componentes. Las estrategias de control descritas combinan la automatización avanzada con ajustes humanos, lo que puede representar tanto una ventaja adaptativa como un riesgo operativo si no se gestiona adecuadamente.

2.1. Planta Concentradora de Cobre

La planta concentradora en estudio tiene una capacidad de producción de 95,000ton por día, enfocándose en la concentración de minerales de valor económico, especialmente cobre y molibdeno. El mineral procesado presenta una pureza inicial aproximada del 1 %, la cual se incrementa al 30 % en el concentrado después de su procesamiento. El circuito incluye un molino SAG de 40ft de diámetro, dos molinos de bolas, un chancador de *pebbles*, celdas de flotación y equipos de desaguado, además de una infraestructura de apoyo compuesta por una piscina de almacenamiento, una subestación eléctrica y una etapa de remolienda para maximizar la recuperación del mineral. El proceso de operación de la planta involucra una serie de etapas diseñadas para maximizar la eficiencia en la extracción y el procesamiento de minerales de interés económico. El proceso inicia con la extracción, que comprende la perforación, tronadura, carguío y transporte de rocas de baja concentración de cobre. Posteriormente, el mineral extraído pasa a la etapa de chancado, donde se reduce su tamaño antes de ser transportado mediante correas a los centros de acopio o *stockpiles*.

La reducción de tamaño adicional ocurre en el proceso de molienda, cuyo objetivo es alcanzar una granulometría de hasta 147 μ m para liberar los minerales de cobre en forma de partículas individuales. Esta etapa utiliza grandes molinos cilíndricos que mezclan el mineral con agua y reactivos necesarios para el proceso de flotación, generando una mezcla en forma de pulpa. La molienda incluye una fase de molienda semi-autógena (SAG), una tecnología moderna y eficiente que emplea una combinación de partículas de diferentes tamaños y bolas de acero en caída libre para realizar la molienda, logrando un consumo energético más eficiente y una reducción significativa del material. En la etapa de flotación, se emplea un proceso físico-químico que separa los minerales sulfurados del material sin valor comercial. El mineral molido se adhiere a burbujas de aire, permitiendo su separación según propiedades hidrofílicas e hidrofóbicas. Para optimizar la flotación, se utilizan reactivos colectores que modifican las propiedades superficiales de las partículas, haciéndolas hidrofóbicas. Finalmente, el concentrado resultante es sometido a filtrado para reducir su humedad, obteniendo así el producto terminado, listo para la comercialización.

2.1.1. Nota de Confidencialidad

Para resguardar la información técnica y operativa de esta planta, no se ha hecho mención explícita de su nombre ni de otros detalles específicos que puedan revelar su identidad directa o ubicación exacta.

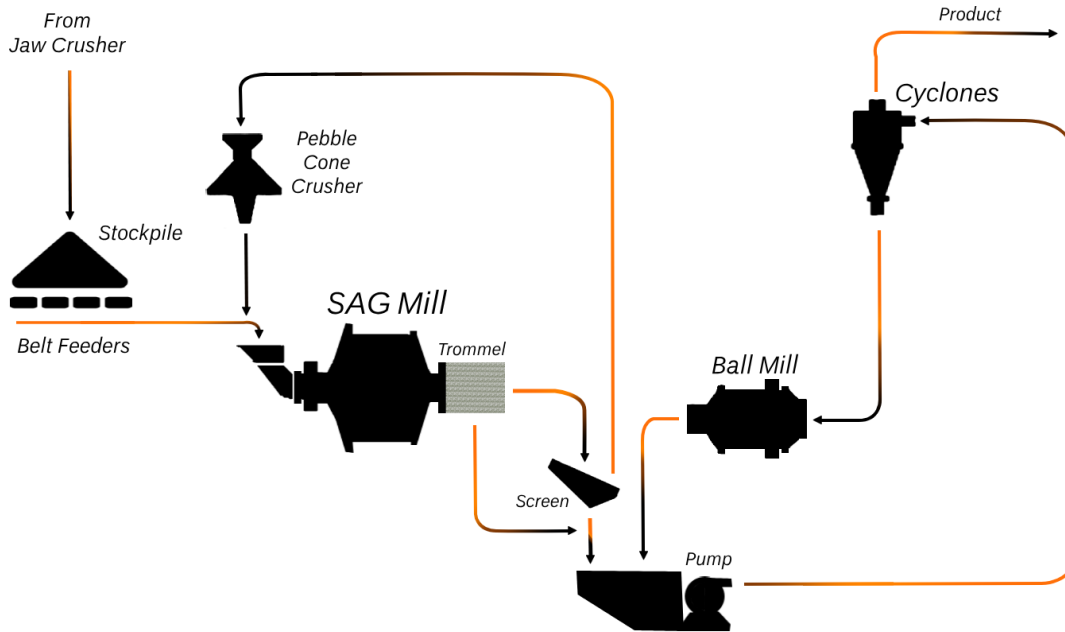


Figura 2.1: Esquema del Circuito de Molienda SAG con Clasificación y Recirculación.

2.2. Circuito de Molienda

El mineral proveniente del *stockpile* se dirige hacia el molino SAG mediante cuatro correas alimentadoras ajustables. En esta etapa inicial de molienda, el material se clasifica mediante un *trommel*, que separa las partículas críticas para redirigirlas a un chancador de conos (*pebble crusher*) antes de reincorporarlas al molino SAG. El producto final se obtiene tras su clasificación en baterías de hidrociclones, logrando el tamaño adecuado para la flotación. El molino SAG opera con un tamaño de alimentación promedio de $F_{80} = (5 - 6)in$ y un llenado del $(25 - 30)\%$ de su volumen total. La capacidad y el rendimiento dependen del diseño de sus revestimientos (*liners*), la velocidad de rotación y la dureza del material. Generalmente, la velocidad crítica del molino, que depende de su diámetro, se opera al $(70 - 80)\%$ de su valor, calculada como:

$$N_{crítica} = \frac{76,6}{\sqrt{D}} \text{ [rpm]} \quad (2.1)$$

La Figura 2.1 muestra un diagrama del flujo de mineral y las etapas en el circuito de molienda SAG, donde se reduce el tamaño del material para su posterior concentración. Este proceso está controlado mediante sistemas de automatización avanzada, maximizando la eficiencia y selectividad en la separación de minerales valiosos.

El proceso de alimentación y molienda inicia con la extracción del mineral y su trituración en una chancadora de mandíbula, depositándolo en un *stockpile* que regula el flujo hacia el molino SAG, asegurando una alimentación constante y estable que mejora la eficiencia del proceso. Desde el *stockpile*, el mineral se transporta mediante correas equipadas con variadores de frecuencia que ajustan el flujo según las condiciones operativas, evitando problemas como la subalimentación, que disminuye la capacidad de molienda, o la sobrealimentación, que genera ineficiencia energética y

desgaste del molino. El molino SAG, mediante fuerzas de impacto y abrasión, reduce el tamaño del material, permitiendo una fragmentación eficiente mediante la colisión de bolas de acero y el choque entre partículas.

El *trommel* en la descarga del molino clasifica las partículas; las finas son enviadas a la concentración, mientras que las gruesas (*pebbles*) son trituradas nuevamente y reincorporadas al circuito. El sistema de hidrociclones realiza una segunda clasificación mediante fuerza centrífuga, enviando las partículas finas a la concentración y recirculando las gruesas al molino de bolas para asegurar la granulometría requerida. La descarga del molino de bolas y la salida del circuito de hidrociclones se recirculan continuamente, cerrando el circuito de molienda y maximizando la eficiencia energética del proceso.

2.2.1. Control del Flujo de Alimentación del Molino SAG

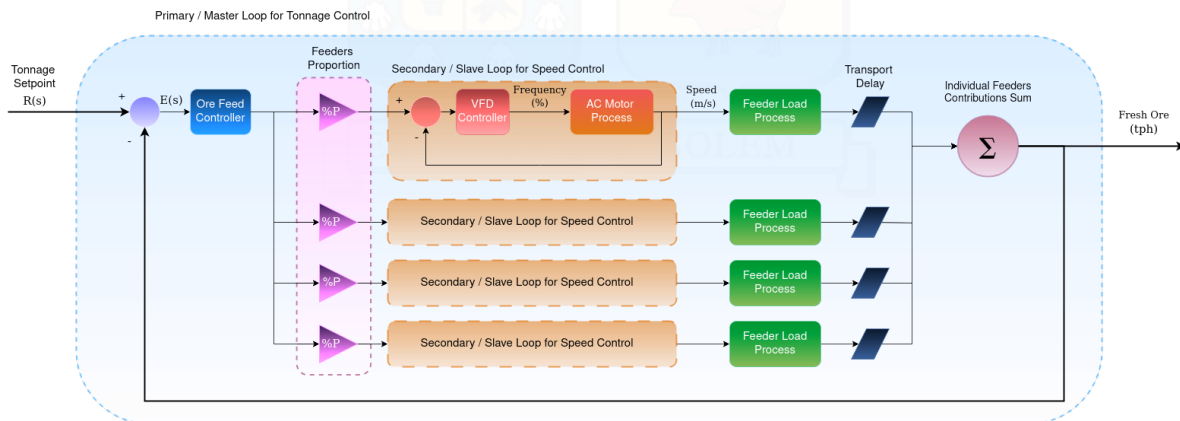


Figura 2.2: Cascade control loop para el control de la tasa de alimentación de mineral fresco del molino. La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para respetar la nomenclatura original utilizada en la planta de procesos estudiada.

La Figura 2.2 ilustra detalladamente el sistema de control en cascada implementado para regular la alimentación del molino SAG. En este diagrama se observa claramente la estructura jerárquica del control: un lazo primario dedicado al control de tonelaje global, y múltiples lazos secundarios que regulan la velocidad individual de cada alimentador. El proceso comienza con un *setpoint* de tonelaje $R(s)$ que se compara con la medición real, generando una señal de error $E(s)$ que es procesada por el controlador principal de alimentación. Las señales resultantes son distribuidas según las proporciones asignadas a cada alimentador ($\%P$), activando los lazos secundarios que ajustan la frecuencia de los variadores (*VFD Controller*) y, consecuentemente, la velocidad de las correas transportadoras mediante motores AC. Tras un retardo por transporte, representado en el diagrama, el mineral descargado es medido en el pesómetro de la correa principal, donde la suma de las contribuciones individuales constituye el flujo total de mineral fresco (*tph*) que ingresa al molino.

El control del flujo de alimentación en el molino SAG es fundamental para garantizar la estabilidad y eficiencia del proceso de molienda, ya que regula la cantidad de material que ingresa al molino con el fin de evitar sobrecargas y optimizar la eficiencia de la molienda. En este sistema, el *setpoint* del flujo másico total es definido por un sistema de control experto que determina el tonelaje óptimo de alimentación. Aunque el control en cascada regula automáticamente la velocidad de las correas de alimentación, los operadores tienen un papel clave al configurar las cuotas de participación de cada alimentador mediante la interfaz de control. Estas cuotas, representadas en la Figura 2.2 por los bloques de ganancia "*Feeders Proportion*", definen la proporción de flujo que cada alimentador suministra, ajustándose según el tonelaje medido en la cinta principal para mantener el flujo global en el *setpoint* deseado.

El ajuste manual de las cuotas de participación por parte de los operadores, si bien responde a contextos operacionales específicos, puede generar desafíos importantes en el control del proceso de alimentación del molino SAG. Por un lado, esta capacidad de ajuste ofrece flexibilidad para adaptarse rápidamente a variaciones en las características del mineral o en la carga circundante. Esto puede ser beneficioso cuando se requieren cambios debido a fluctuaciones en

la granulometría, contenido de humedad u otras propiedades del mineral que afectan la eficiencia de la molienda. Sin embargo, esta flexibilidad también introduce el riesgo de decisiones inadecuadas o desbalanceadas, lo que puede derivar en una operación deficiente del sistema de alimentación.

Cuando las proporciones asignadas no se configuran correctamente, el flujo de material al molino puede tornarse desigual, generando problemas como sobrealimentación o subalimentación que impactan directamente en la estabilidad y eficiencia del proceso de molienda. Una operación deficiente puede dar lugar a fluctuaciones en el flujo de alimentación, afectando la capacidad del molino para operar de manera estable, lo que podría generar paradas imprevistas, desgaste prematuro de los equipos o pérdida de eficiencia energética. Además, un desbalance en la proporción de alimentadores puede dificultar la capacidad del sistema de control para mantener el *setpoint* establecido, comprometiendo la precisión del proceso de control.

El sistema de alimentación combina el flujo de mineral fresco con la carga circundante de mineral grueso (*pebble*), recirculada tras ser triturada. Ambos flujos son medidos mediante básculas que proporcionan la tasa de alimentación total al molino SAG. La separación física entre los alimentadores y los sensores de flujo másico introduce tiempos muertos, complicando el control preciso de la alimentación. En este contexto, el ajuste de las cuotas de participación también puede utilizarse para mitigar el impacto de estos retardos. No obstante, cualquier ajuste debe ser cuidadosamente coordinado para evitar generar mayores desbalances o retrasos en la respuesta del sistema.

El análisis de los diagramas P&ID y de los lazos de control muestra que la velocidad de las correas es regulada mediante motores controlados por variadores de frecuencia, cuya referencia se ajusta según el flujo requerido. Esta compleja interconexión entre el control automático y las cuotas definidas manualmente destaca la necesidad de que cualquier cambio en las proporciones de los alimentadores sea realizado con precisión, de manera que no se comprometa la estabilidad global del sistema. Durante la operación normal, un controlador de peso ajusta automáticamente la velocidad de los alimentadores con base en el *setpoint* establecido, integrando un enfoque de control en cascada. Este esquema, que incluye un lazo primario y lazos secundarios para cada alimentador, busca minimizar las perturbaciones y mejorar la precisión del flujo global.

2.2.2. Impacto del Control de la Alimentación en la Eficiencia del Circuito de Molienda

El control de la alimentación en el circuito de molienda es fundamental para optimizar el consumo de energía, maximizar la capacidad de tratamiento y mantener la estabilidad operativa del molino SAG. Un flujo de alimentación preciso permite operar en condiciones óptimas, mejorando la fragmentación de mineral y minimizando el desgaste de los componentes críticos. La eficiencia del sistema se evalúa considerando dos aspectos principales: el desempeño en el seguimiento de la tasa de alimentación y los esfuerzos realizados por el controlador para mantener dicha tasa.

El seguimiento de la referencia de la tasa de alimentación busca minimizar las desviaciones respecto al valor de consigna, garantizando una operación estable y eficiente. Una tasa de alimentación controlada evita sobrecargas, fluctuaciones y picos de consumo energético, contribuyendo a un proceso de molienda más eficiente. Por otro lado, el esfuerzo del controlador refleja las acciones necesarias para mantener la tasa de alimentación deseada, impactando en el consumo de energía de los actuadores y el desgaste del sistema.

Un aspecto clave en la evaluación de la eficiencia del control de alimentación es el consumo específico de energía (kWh/ton), que mide la cantidad de energía requerida para procesar cada tonelada de mineral. Optimizar este indicador es crucial, ya que representa una parte significativa de los costos operativos y afecta la sostenibilidad del proceso. Mantener un consumo energético específico bajo implica maximizar la productividad y minimizar el desgaste del equipo, lo que se traduce en una operación más rentable y sostenible. El control de alimentación eficiente logra balancear la tasa de procesamiento con un uso racional de la energía, reduciendo picos de consumo y asegurando que la energía se utilice de manera óptima para alcanzar la granulometría deseada.

2.3. Estrategia de Control Convencional

La implementación sigue un esquema de compensación de tiempos muertos, incorporando un predictor de Smith para mitigar los efectos de los retardos de transporte. Sin embargo, esta estrategia convencional enfrenta desafíos en

condiciones dinámicas complejas, como cambios rápidos en la demanda, variaciones no lineales en los parámetros del sistema o la presencia de perturbaciones constantes, lo que puede comprometer la estabilidad y el desempeño del controlador, especialmente en procesos como la alimentación del molino SAG [46].

En este caso, las limitaciones se manifiestan debido a características inherentes del proceso, como la acumulación de material, los cambios estocásticos en las propiedades del mineral (tamaño, densidad, dureza) y el retardo de transporte significativo asociado al posicionamiento del sensor del tonelaje. Estos factores incrementan la dificultad de modelar con precisión la dinámica del sistema ($G_p(s)$), lo que genera errores de modelado (Δ) que afectan directamente la capacidad del compensador para mantener el punto de referencia y rechazar perturbaciones constantes.

2.3.1. Compensador de Tiempo Muerto (DTC)

El dispositivo de sensorado para el tonelaje en la correa se encuentra situado en las cercanías del molino y lejos de la zona de descarga de los *feeders*, lo que genera un retardo por transporte significativo en el lazo de control. Este retardo afecta la oportunidad de la acción de control, ocasionando que su efecto sobre el comportamiento dinámico de la planta se observe con demora. Dado que las variaciones en el tamaño, densidad y flujo de mineral sobre los *feeders* y el molino son aleatorias, esto genera fluctuaciones en el tonelaje medido por el pesómetro, complicando aún más el control.

El objetivo es diseñar un controlador que impulse la salida del sistema hacia el valor de referencia, mitigando las perturbaciones mediante la manipulación de las señales de control para mantener las proporciones de alimentación establecidas. Para esto, se propone la implementación de un esquema de compensación de tiempos muertos mediante el predictor de Smith en un sistema de múltiples entradas y una salida, considerando un proceso de control con retardo representado por τ .

Este retardo τ representa el tiempo muerto entre la acción de control y su efecto medible en el sistema. En el contexto del molino SAG, τ corresponde principalmente al tiempo que tarda el material en desplazarse desde los alimentadores hasta el pesómetro, variando típicamente entre 30 segundos y varios minutos según la velocidad de las correas, la distancia física y las características del material. Esta variabilidad constituye uno de los principales desafíos para el sistema de control [14].

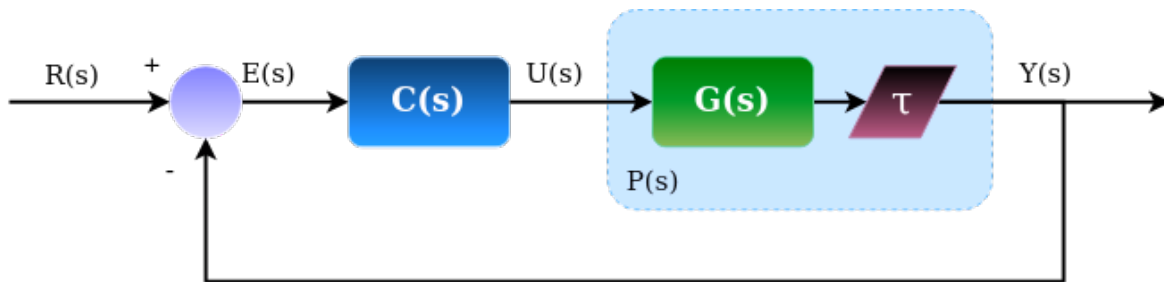


Figura 2.3: Control sobre proceso con retardo.

La función de transferencia del lazo de control se expresa como:

$$H(s) = \frac{C(s) \cdot G(s) \cdot e^{-\tau s}}{1 + C(s) \cdot G(s) \cdot e^{-\tau s}} \quad (2.2)$$

Donde $C(s)$ representa la función de transferencia del controlador, $G(s)$ es la función de transferencia de la planta sin retardo, y $e^{-\tau s}$ modela el retardo de transporte en el dominio de Laplace.

El esquema del predictor de Smith busca compensar este retardo modelando la planta sin el componente de tiempo muerto, lo que permite calcular la acción de control basándose en una predicción de las salidas futuras del sistema. La Figura 2.4 ilustra este enfoque [47].

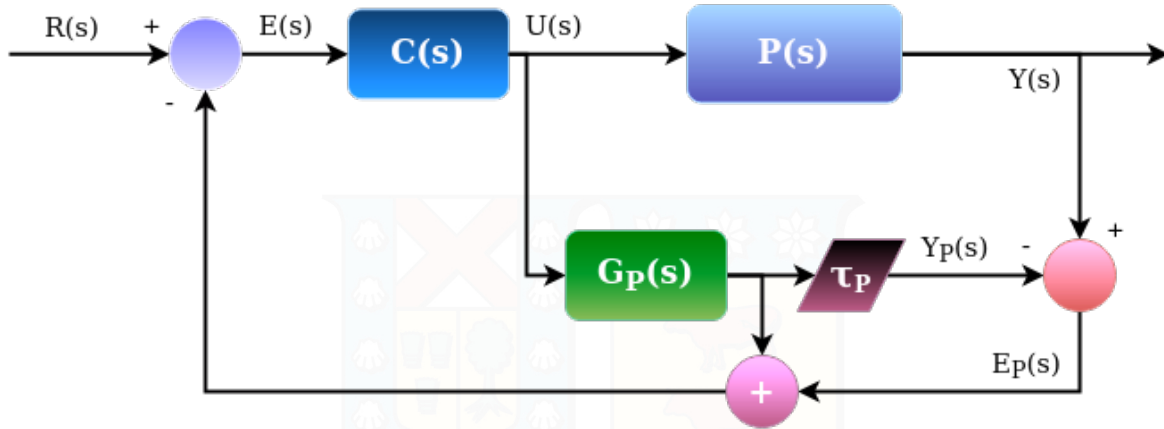


Figura 2.4: Esquema de control predictor Smith.

En este esquema, $G_p(s)$ representa el modelo interno de la planta sin retardo, mientras que $P(s)$ corresponde a la planta real. El error de modelado interno se define como:

$$\Delta = P(s) - G_p(s) \cdot e^{-\tau s} \quad (2.3)$$

Este error Δ cuantifica la discrepancia entre el comportamiento real de la planta y su modelo utilizado en el predictor. Para que el esquema sea efectivo, se requiere que la planta no presente singularidades en el semiplano derecho a lazo abierto y que no sea un proceso integrador puro, ya que estas características limitarían su capacidad para rechazar perturbaciones constantes.

Simplificando el lazo de control, se obtiene un controlador equivalente $C_{eq}(s)$:

$$C_{eq}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s) \cdot G_p(s) - G_p(s) \cdot e^{-\tau s} \cdot C(s)} \quad (2.4)$$

Esta expresión muestra cómo el predictor de Smith modifica la estructura del controlador original para compensar el efecto del retardo. La Figura 2.5 presenta el esquema simplificado resultante:



Figura 2.5: Esquema simplificado del controlador con predictor Smith.

Cuando el error de modelado $\Delta = 0$ (es decir, cuando se logra un modelado perfecto de la dinámica de la planta), el predictor de Smith elimina efectivamente el retardo del denominador en la función de transferencia del sistema a lazo cerrado:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s) \cdot G(s) \cdot e^{-\tau s}}{1 + G_p(s) \cdot C(s)} \quad (2.5)$$

De este modo, el esquema permite mejorar significativamente la respuesta del sistema al minimizar el efecto del retardo en la dinámica a lazo cerrado, haciendo que la acción de control sea más precisa y eficiente, aunque el retardo físico sigue presente en la respuesta del sistema.

2.4. Fundamentos de la Lógica Difusa y Controladores Difusos

Los sistemas de control difusos representan una extensión significativa de la lógica clásica, superando las limitaciones de la lógica binaria al introducir grados de pertenencia que permiten manejar incertidumbres y datos imprecisos. Propuestos originalmente por Zadeh en 1965 [48], estos sistemas proporcionan un marco flexible que aproxima el razonamiento humano mediante reglas lingüísticas y permiten modelar sistemas complejos que presentan dinámicas no lineales o alta variabilidad [49]. En el ámbito de la automatización industrial, esta capacidad resulta especialmente útil en procesos complejos como la operación de molinos semi-autógenos (SAG), donde los sistemas tradicionales de control basados en modelos deterministas son insuficientes para abordar la variabilidad inherente y las dinámicas no lineales.

El enfoque difuso se basa en el uso de reglas *IF-THEN*, que vinculan condiciones de entrada con acciones de salida, utilizando conjuntos difusos para modelar las diferentes situaciones que pueden presentarse. Por ejemplo, en el control de un sistema de molienda, las reglas difusas pueden asociar el error de la tasa de alimentación con ajustes en la frecuencia de los variadores de velocidad (VFD) de las correas transportadoras. Las decisiones del controlador se adaptan en función de las características del proceso, y se emplean funciones de membresía para representar diferentes estados del sistema, proporcionando transiciones suaves entre los distintos rangos operativos [49], [50].

2.4.1. Conjuntos Difusos y Funciones de Membresía

Un *conjunto difuso* A en un universo de discurso X se describe mediante una función de membresía $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ que asigna un grado de pertenencia a cada elemento x en X . Esta propiedad permite manejar la incertidumbre y la vaguedad en los sistemas complejos [50].

El grado de pertenencia $\mu_A(x)$ indica en qué medida x pertenece al conjunto difuso A . Por ejemplo:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ pertenece completamente a } A, \\ 0 & \text{si } x \text{ no pertenece a } A, \\ \text{un valor entre 0 y 1} & \text{si } x \text{ pertenece parcialmente a } A. \end{cases} \quad (2.6)$$

Existen diversas funciones de membresía para representar los conjuntos difusos, destacando entre ellas las funciones triangulares, trapezoidales y gaussianas. Estas funciones son ampliamente utilizadas debido a su simplicidad y flexibilidad en la representación de características específicas del sistema [51]. Por ejemplo, en un molino SAG, las funciones gaussianas pueden modelar transiciones suaves entre estados operativos cuando existen cambios graduales en la carga del molino o la granulometría del material.

- **Triangular:**

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \text{ o } x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{si } b < x < c \end{cases} \quad (2.7)$$

donde a , b y c representan los vértices del triángulo.

- **Trapezoidal:**

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \text{ o } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a < x \leq b \\ 1 & \text{si } b < x < c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } c \leq x < d \end{cases} \quad (2.8)$$

- **Gaussiana:**

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.9)$$

donde c es la media y σ es la desviación estándar.

Estas funciones permiten manejar datos inciertos mediante grados de pertenencia no binarios, lo que facilita la aproximación y el manejo de situaciones imprecisas.

2.4.2. Lógica Difusa y Operadores Difusos

La lógica difusa emplea operadores que extienden la lógica clásica para combinar conjuntos difusos, permitiendo inferencias y razonamientos con datos imprecisos [51]. Entre los operadores más comunes se encuentran:

Operador de Conjunción (AND):

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (2.10)$$

También se puede utilizar el operador producto:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (2.11)$$

Operador de Disyunción (OR):

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (2.12)$$

Alternativamente, se puede emplear la suma algebraica:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (2.13)$$

Complemento (NOT):

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.14)$$

2.4.3. Reglas Difusas e Inferencia If-Then

Las reglas difusas forman la base de los sistemas de control difusos y se expresan típicamente como:

$$R_i : \text{Si } x_1 \text{ es } A_{1i} \text{ y } x_2 \text{ es } A_{2i} \dots \text{ entonces } y_i \text{ es } B_i \quad (2.15)$$

El grado de activación de cada regla se determina mediante funciones de combinación como las **T-normas**, que pueden ser el mínimo o el producto, dependiendo de la operación elegida. Estas reglas permiten tomar decisiones adaptativas en procesos industriales donde las condiciones pueden variar constantemente, como en el caso del control de alimentación de mineral en un molino SAG [49], [51].

2.4.4. Sistemas de Inferencia Difusa y Controladores Difusos

Los sistemas de inferencia difusa (FIS, por sus siglas en inglés) y los controladores difusos están intrínsecamente relacionados, ya que un controlador difuso utiliza un FIS como núcleo lógico para tomar decisiones basadas en entradas y reglas difusas. Como se ilustra en la Figura 2.6, la arquitectura típica de un controlador difuso comprende tres etapas fundamentales interconectadas: fuzzificación, motor de inferencia y etapa de salida, todas respaldadas por bases de conocimiento específicas.

El proceso comienza con las señales de entrada (*Input Signals*) que ingresan a la etapa de fuzzificación (*Fuzzyfication*), donde son transformadas de valores precisos (*crisp*) a valores difusos mediante funciones de membresía. Esta transformación está apoyada por una base de conjuntos difusos (*Fuzzy sets*), como se muestra en la parte inferior izquierda de la Figura 2.6, que define matemáticamente cómo cada valor de entrada pertenece en cierto grado a

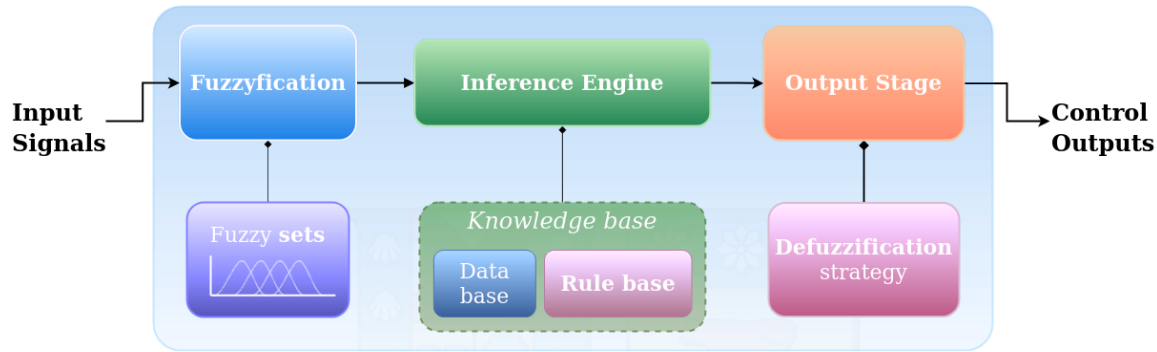


Figura 2.6: Esquema de un *Fuzzy Logic Controller* tradicional. La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para mantener la consistencia con la terminología estándar utilizada en la literatura científica sobre sistemas de inferencia difusa.

diferentes categorías lingüísticas. Por ejemplo, una entrada de temperatura puede representar simultáneamente un grado de pertenencia parcial a los conjuntos “bajo” y “medio”.

A continuación, el motor de inferencia (*Inference Engine*) procesa estos valores difusos utilizando la base de conocimiento (*Knowledge base*), que contiene tanto una base de datos (*Data base*) como una base de reglas (*Rule base*). Las reglas difusas toman la forma de declaraciones *IF-THEN* que definen cómo se deben manejar las entradas; por ejemplo, “Si la temperatura es baja, aumentar la potencia del calefactor”. La evaluación de estas reglas aplica operadores lógicos difusos como la conjunción y la disyunción para determinar el grado de activación de cada regla, produciendo una salida difusa combinada.

Finalmente, la etapa de salida (*Output Stage*) implementa el proceso de defuzzificación, donde la salida difusa se convierte en un valor preciso mediante la estrategia de defuzzificación seleccionada (*Defuzzification strategy*), como el método del centroide, generando así las señales de control precisas (*Control Outputs*) que pueden ser aplicadas directamente al sistema físico bajo control [50], [52].

Un controlador difuso aplica este sistema de inferencia para regular un proceso específico, transformando el conocimiento experto en reglas y tomando decisiones en función de las condiciones actuales del sistema. La arquitectura mostrada en la Figura 2.6 refleja cómo la lógica difusa proporciona un marco formal para incorporar el conocimiento heurístico de expertos en un sistema de control automatizado, permitiendo manejar eficazmente la incertidumbre y la imprecisión inherentes a muchos sistemas complejos [53].

Los sistemas de inferencia difusa se clasifican en dos modelos principales: Mamdani y Sugeno. Ambos modelos comparten los elementos fundamentales ilustrados en la Figura 2.6, como la base de reglas, la base de datos de funciones de membresía, la interfaz de fuzzificación y defuzzificación, y una unidad de toma de decisiones. No obstante, presentan diferencias significativas en la manera en que generan la salida *crisp* a partir de las entradas difusas, lo que repercute en su aplicabilidad y rendimiento computacional [50], [54].

Modelo de Mamdani El modelo Mamdani, propuesto por Ebrahim Mamdani en 1975, utiliza conjuntos difusos para las salidas. En este modelo, cada regla se representa de la forma:

$$\text{Si } x_1 \text{ es } A_1 \text{ y } x_2 \text{ es } A_2, \dots, \text{ entonces } y \text{ es } B \quad (2.16)$$

donde A_1, A_2, \dots son conjuntos difusos que representan las condiciones de entrada y B es un conjunto difuso para la salida. La evaluación de cada regla involucra operaciones de conjunción (por ejemplo, mediante operadores mín y prod para AND, o máx para OR) y genera un conjunto difuso como salida de la regla. El resultado final se obtiene mediante un proceso de agregación y una etapa de defuzzificación, típicamente utilizando métodos como el centroide:

$$y_{\text{crisp}} = \frac{\int_{\mu_B(y)>0} y \cdot \mu_B(y), dy}{\int_{\mu_B(y)>0} \mu_B(y), dy} \quad (2.17)$$

Este enfoque captura el razonamiento experto de manera intuitiva, permitiendo describir el comportamiento del sistema con reglas lingüísticas. Sin embargo, la carga computacional aumenta conforme crece el número de reglas, lo que puede dificultar su aplicación en sistemas de control en tiempo real [53].

Modelo de Sugeno El modelo Sugeno, desarrollado por Takagi y Sugeno en los años 80, difiere principalmente en cómo representa la salida de las reglas. En lugar de un conjunto difuso, la salida de cada regla es una función matemática de las entradas. Una regla típica se expresa como:

$$\text{Si } x_1 \text{ es } A_1 \text{ y } x_2 \text{ es } A_2, \dots, \text{ entonces } y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.18)$$

donde $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es típicamente una función lineal o constante:

$$y_i = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + c \quad (2.19)$$

Aquí, a_1, a_2, \dots, a_n son coeficientes constantes, y c es un término constante. La salida global del sistema se obtiene como una combinación ponderada de las salidas individuales:

$$y_{\text{crisp}} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (2.20)$$

donde w_i es el grado de activación de la regla i . Este modelo es computacionalmente más eficiente, lo que lo hace ideal para aplicaciones en tiempo real y sistemas adaptativos, como el ANFIS (Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-Difusa), que combina lógica difusa y técnicas de aprendizaje automático [55].

La elección entre los modelos Mamdani y Sugeno depende del contexto y los requisitos específicos de la aplicación. El modelo Mamdani es más adecuado para capturar el conocimiento experto en sistemas con reglas lingüísticas complejas, mientras que el modelo Sugeno es preferible para cálculos rápidos y precisos, y para integrar técnicas de optimización y control adaptativo. La principal diferencia radica en el proceso de defuzzificación y la representación de las salidas: Mamdani emplea conjuntos difusos, mientras que Sugeno utiliza funciones matemáticas [56].

2.5. Redes Neuronales

Las redes neuronales artificiales (RNA) son sistemas computacionales inspirados en el funcionamiento de las redes neuronales biológicas. Estas estructuras son capaces de identificar patrones complejos en los datos y desempeñar tareas avanzadas como clasificación, regresión y control de procesos no lineales [57]. Su capacidad para aprender representaciones jerárquicas de los datos, donde las capas superiores abstraen características más complejas a partir de representaciones más simples aprendidas en capas inferiores, las hace especialmente útiles en problemas como la visión por computadora y el procesamiento del lenguaje natural [58].

2.5.1. Arquitectura y Propagación de Señales

Una red neuronal típica está compuesta por capas de nodos, distribuidas en una capa de entrada, varias capas ocultas y una capa de salida. Cada nodo aplica una función matemática que combina las entradas ponderadas con un término de sesgo y una función de activación no lineal:

$$z_j^{(l)} = \sum_i w_{ij}^{(l)} a_i^{(l-1)} + b_j^{(l)} \quad (2.21)$$

donde:

- $z_j^{(l)}$ es la suma ponderada de las entradas en la capa l .
- $w_{ij}^{(l)}$ representa el peso que conecta la neurona i de la capa previa con la neurona j de la capa actual.
- $a_i^{(l-1)}$ es la activación de la neurona i en la capa previa.
- $b_j^{(l)}$ es el término de sesgo correspondiente a la neurona j .

La salida de cada nodo se obtiene al aplicar una función de activación a $z_j^{(l)}$:

$$a_j^{(l)} = \sigma(z_j^{(l)}) \quad (2.22)$$

Funciones de activación no lineales como ReLU, sigmoide o tangente hiperbólica son esenciales para permitir que las RNA modelen relaciones complejas entre las entradas y salidas. La función ReLU, por ejemplo, introduce *sparsity* en las activaciones, lo que mejora la eficiencia computacional y facilita el entrenamiento de redes profundas [58], [59].

2.5.2. Entrenamiento de Redes Neuronales: Algoritmo de *Backpropagation*

El entrenamiento de una RNA consiste en ajustar iterativamente los pesos y sesgos mediante el algoritmo de *backpropagation*. Este método minimiza una función de pérdida L , como el error cuadrático medio para regresión o la entropía cruzada para clasificación. El algoritmo calcula los gradientes necesarios para ajustar los pesos propagando el error hacia atrás a través de la red [60].

La elección de la función de pérdida es crucial para el éxito del entrenamiento. Por ejemplo, las redes utilizadas para clasificación suelen emplear la entropía cruzada combinada con una capa de softmax en la salida para producir probabilidades normalizadas [58]. Además, la inicialización adecuada de los pesos y la selección de hiperparámetros, como la tasa de aprendizaje, tienen un impacto significativo en la convergencia del algoritmo.

El cambio en un peso w_{ij} se define por la regla de gradiente descendente:

$$w_{ij} \leftarrow w_{ij} - \eta \frac{\partial L}{\partial w_{ij}} \quad (2.23)$$

donde:

- η es la *tasa de aprendizaje*, que controla la magnitud del ajuste en cada iteración.
- $\frac{\partial L}{\partial w_{ij}}$ es el gradiente de la función de pérdida respecto al peso w_{ij} .

2.5.3. Optimización: Algoritmos y Parámetros

El entrenamiento se optimiza mediante algoritmos especializados, entre los que destacan:

- **Gradiente Descendente Estocástico (SGD):** Ajusta los pesos utilizando subconjuntos aleatorios de los datos (*minibatches*), lo que reduce el costo computacional.
- **Adam (Adaptive Moment Estimation):** Combina las ventajas de AdaGrad y RMSProp al usar momentos de primer y segundo orden para adaptar dinámicamente la tasa de aprendizaje.

Además, los parámetros clave para el entrenamiento incluyen:

- **Learning Rate (η):** Controla el tamaño de los pasos en cada iteración del algoritmo.
- **Épocas (Epochs):** Define cuántas veces el conjunto completo de datos se pasa por la red.
- **Tamaño de Batch (Batch Size):** Especifica cuántos ejemplos se procesan antes de actualizar los pesos. Tamaños pequeños ofrecen mayor flexibilidad, mientras que tamaños grandes suelen ser más estables, aunque requieren más memoria [61].

Técnicas como la normalización por lotes (*batch normalization*) pueden acelerar el entrenamiento al reducir la covarianza interna del cambio de las activaciones, mejorando la estabilidad del aprendizaje [58].

2.5.4. Aprendizaje Supervisado y No Supervisado

- **Aprendizaje Supervisado:** Entrena la red con un conjunto de datos etiquetados, buscando minimizar la diferencia entre las predicciones y las salidas reales. Este enfoque es ideal para tareas donde se dispone de grandes volúmenes de datos etiquetados [58].
- **Aprendizaje No Supervisado:** No utiliza salidas etiquetadas, sino que identifica patrones en los datos. Ejemplos comunes incluyen el agrupamiento (*clustering*) y la reducción de dimensionalidad. Este enfoque puede complementarse con aprendizaje semi-supervisado para mejorar la precisión en escenarios con datos etiquetados limitados.

2.6. Sistema Adaptivo de Inferencia Neuro-difusa

El desarrollo de un sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa combina las capacidades de aprendizaje de las redes neuronales con la representación del conocimiento y el razonamiento de los sistemas difusos, ofreciendo una solución poderosa para problemas de control dinámico complejos. En “*NN-Driven Fuzzy Reasoning*” [62] se introdujo un enfoque que permite a las redes neuronales ajustar dinámicamente los parámetros de los sistemas difusos en respuesta a los datos de entrada, mejorando tanto la precisión como la flexibilidad. Este principio ha sido extendido y mejorado por *ANFIS* [63], que combina el aprendizaje supervisado con métodos de optimización, demostrando su efectividad para modelar sistemas dinámicos no lineales con alta precisión.

La arquitectura de ANFIS, tal como se detalla en “*Neuro-Fuzzy Modeling and Control*” [40], ofrece una integración que permite una representación precisa y flexible de sistemas dinámicos a través de una red que adapta sus parámetros con base en datos históricos y observaciones del entorno. ANFIS y otros sistemas neuro-difusos han demostrado ser versátiles en aplicaciones prácticas de control, ajustando sus reglas y parámetros para responder de manera eficiente a las condiciones cambiantes del sistema.

2.6.1. Arquitectura ANFIS

La Figura 2.7 presenta la estructura de red de un sistema ANFIS, donde se visualiza el flujo de procesamiento a través de sus cinco capas funcionales. Como se puede observar, el sistema recibe entradas normalizadas (representadas por los nodos X e Y a la izquierda) y produce una salida normalizada (a la derecha) mediante una serie de transformaciones estructuradas. Esta arquitectura implementa un sistema de inferencia difusa tipo Sugeno dentro de un marco de red neuronal, permitiendo el ajuste adaptativo de sus parámetros.

ANFIS está compuesto por cinco capas funcionales principales, cada una con un propósito específico en el procesamiento de datos [63]. A continuación, se detallan estas capas en relación directa con su representación visual en la Figura 2.7.

- **Capa 1:** Funciones de Membresía Difusas (Fuzzification)

La primera capa, identificada en la figura como “Layer 1: Fuzzification”, está formada por nodos adaptables (etiquetados como $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$) que representan las funciones de membresía para cada variable de entrada. Como se aprecia en el diagrama, las dos entradas normalizadas X e Y se conectan a sus respectivos

ANFIS Network Structure

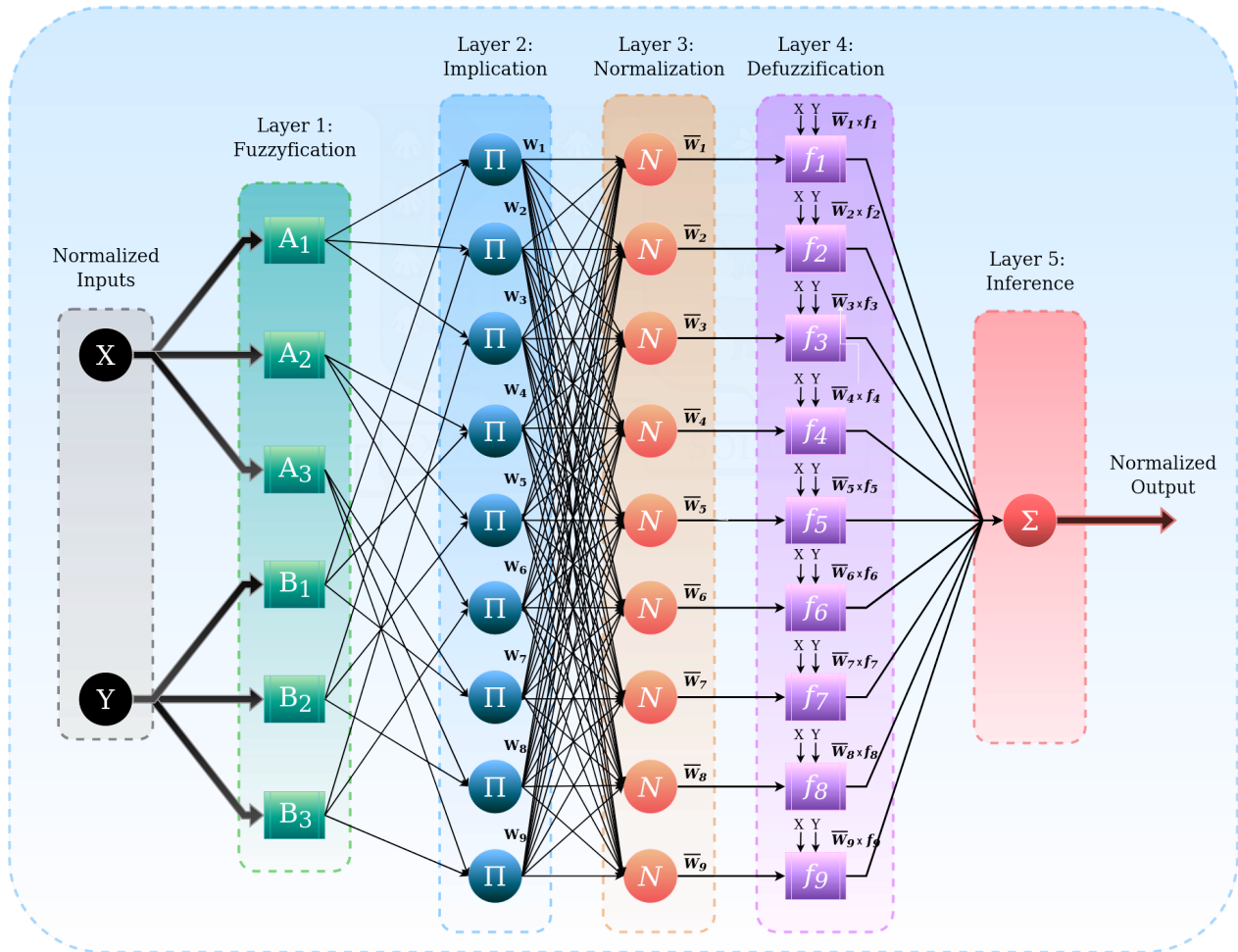


Figura 2.7: Arquitectura de un sistema ANFIS que ilustra las cinco capas funcionales: Fuzzificación, Implicación, Normalización, Defuzzificación e Inferencia. La figura, de elaboración propia, se presenta deliberadamente en inglés para mantener la consistencia con la terminología estándar utilizada en la literatura científica sobre sistemas neuro-difusos.

grupos de nodos A y B. Cada nodo en esta capa produce un grado de pertenencia a una función de membresía difusa según:

$$O_i^1 = \mu_{A_i}(x) = \exp\left(-\frac{(x - c_{A_i})^2}{2\sigma_{A_i}^2}\right)$$

$$O_j^1 = \mu_{B_j}(y) = \exp\left(-\frac{(y - c_{B_j})^2}{2\sigma_{B_j}^2}\right)$$

donde c y σ son los parámetros de las funciones de membresía gaussianas que determinan su centro y ancho, respectivamente [64].

■ Capa 2: Disparo de Reglas (Implication)

En la segunda capa, identificada como “Layer 2: Implication”, cada nodo (representado por los símbolos Π en círculos azules) implementa una regla difusa y calcula su nivel de activación mediante el operador de producto

(AND). Como se observa en la figura, cada nodo recibe conexiones desde los nodos de la capa de fuzzificación y genera un peso w_1, w_2, \dots, w_9 que representa el grado de cumplimiento de cada regla:

$$O_{ij}^2 = w_{ij} = \mu_{A_i}(x) \cdot \mu_{B_j}(y)$$

La densa red de conexiones entre la capa 1 y 2 ilustrada en el diagrama representa todas las posibles combinaciones de reglas formadas por las funciones de membresía de entrada.

- **Capa 3:** Normalización de las Reglas (Normalization)

La tercera capa, “Layer 3: Normalization”, contiene nodos (marcados con N en círculos naranjas) que normalizan las fuerzas de disparo de las reglas. Como se muestra en la figura, cada nodo recibe un peso w de la capa anterior y produce un peso normalizado \bar{w} dividiendo el peso individual por la suma de todos los pesos:

$$O_{ij}^3 = \bar{w}_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{i,j} w_{ij}}$$

- **Capa 4:** Consecuentes de las Reglas (Defuzzification)

En la cuarta capa, “Layer 4: Defuzzification”, cada nodo (representado como rectángulos púrpura etiquetados como f_1, f_2, \dots, f_9) calcula la contribución ponderada de la regla correspondiente a la salida final. Tal como se ilustra en la figura, cada nodo recibe un peso normalizado \bar{w} de la capa 3 y lo multiplica por una función lineal de las entradas:

$$O_{ij}^4 = \bar{w}_{ij} \cdot f_{ij} = \bar{w}_{ij} \cdot (p_i x + q_j y + r_{ij})$$

donde $p_i, q_j,$ y r_{ij} son los parámetros de la función lineal que deben ser determinados durante el proceso de entrenamiento. En la figura, las expresiones $\bar{w}_1 \cdot f_1, \bar{w}_2 \cdot f_2,$ etc., ilustran esta operación.

- **Capa 5:** Salida del Sistema (Inference)

La quinta y última capa, identificada como “Layer 5: Inference”, contiene un único nodo (simbolizado por Σ en un círculo rojo) que suma todas las salidas de la capa anterior para producir la salida global del sistema. Como se aprecia en el lado derecho de la figura, todas las salidas de la capa 4 convergen en este nodo para generar la salida normalizada final:

$$O^5 = \sum_{i,j} \bar{w}_{ij} \cdot f_{ij}$$

Esta estructura en capas, claramente visualizada en la Figura 2.7, facilita tanto el flujo hacia adelante para el procesamiento de información como la propagación hacia atrás de errores durante el entrenamiento, permitiendo que el sistema aprenda y se adapte a partir de los datos.

En los sistemas ANFIS, los parámetros de la función de membresía de la variable consecuente son cruciales para definir la relación entre las entradas y la salida del sistema. Para sistemas de tipo Sugeno, la forma de la función de membresía y los parámetros asociados varían según el orden del sistema. Los sistemas de tipo Sugeno se clasifican principalmente en dos órdenes: de primer orden y de cero orden, lo cual afecta la forma en que se realizan las inferencias y la complejidad del modelo [65].

En un sistema de orden cero, la salida de cada regla es una constante. Este tipo de sistema es más simple y se utiliza cuando las relaciones entre las entradas y la salida son esencialmente constantes. La inferencia en este tipo de sistema es más directa y menos compleja computacionalmente. Por otra parte, en un sistema de primer orden, la salida de cada regla es una función lineal de las entradas. Este enfoque permite modelar relaciones lineales entre las entradas y la salida, lo cual puede capturar de manera efectiva dinámicas más complejas del sistema [66].

Los sistemas ANFIS de primer orden son más flexibles y pueden manejar situaciones donde las entradas y la salida tienen una relación más dinámica y variable. Sin embargo, esta flexibilidad adicional conlleva una mayor complejidad en el modelo y en los cálculos necesarios para realizar las inferencias.

- **Sistema de Primer Orden:** Los parámetros de la función de membresía de la variable consecuente se expresan como una combinación lineal de las entradas [63].

$$f_{ij} = p_i x + q_j y + r_{ij}$$

donde p_i , q_j , y r_{ij} son los parámetros lineales que se ajustan durante el entrenamiento.

- **Sistema de Orden Cero:** Para un sistema de tipo Sugeno de orden cero, la función de membresía de la variable consecuente es una constante [65].

$$f_{ij} = r_{ij}$$

donde r_{ij} es una constante que representa la salida de la regla difusa.

2.6.2. Algoritmo Híbrido de Entrenamiento

El algoritmo híbrido, propuesto por [63], es ampliamente reconocido por su capacidad para combinar métodos algebraicos como los mínimos cuadrados con técnicas de retropropagación para el entrenamiento eficiente de sistemas adaptativos de inferencia neuro-difusa (ANFIS). Este enfoque alterna entre la optimización de los parámetros lineales (consecuentes) mediante mínimos cuadrados y la actualización de los parámetros de las funciones de membresía (premisas o antecedentes) mediante retropropagación, logrando así un balance entre precisión y eficiencia computacional.

Fase de Identificación de Parámetros Lineales En esta fase, los parámetros de las funciones de membresía se consideran constantes. Los coeficientes lineales asociados a las reglas difusas son optimizados utilizando el método de mínimos cuadrados ordinarios (LSE), que minimiza el error cuadrático entre las salidas predichas y las deseadas:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$$

Donde:

- **P** representa el vector de coeficientes lineales optimizados.
- **X** es la matriz de entradas procesadas por las funciones de membresía, que define las reglas activadas.
- **Y** contiene las salidas deseadas correspondientes.

Este cálculo algebraico garantiza un ajuste preciso de los coeficientes, lo que constituye una base sólida para la siguiente fase del entrenamiento.

Fase de Retropropagación Una vez optimizados los parámetros lineales, se procede al ajuste de las funciones de membresía utilizando retropropagación. Esta técnica actualiza iterativamente los parámetros no lineales, tales como los centros (c), anchos (a) y pendientes (b) de las funciones de membresía, para minimizar la función de error global:

$$\Delta c_{A_i} = -\eta \frac{\partial E}{\partial c_{A_i}}$$

$$\Delta a_{A_i} = -\eta \frac{\partial E}{\partial a_{A_i}}$$

$$\Delta b_{A_i} = -\eta \frac{\partial E}{\partial b_{A_i}}$$

Donde:

- η es la tasa de aprendizaje que regula la magnitud de los ajustes.
- $\frac{\partial E}{\partial c_{A_i}}, \frac{\partial E}{\partial a_{A_i}}, \frac{\partial E}{\partial b_{A_i}}$ son las derivadas parciales de la función de error respecto a cada parámetro.

Esta fase permite refinar las funciones de membresía, maximizando la capacidad de la red ANFIS para capturar relaciones complejas en los datos.

Error y Ajuste de Parámetros La calidad del ajuste se evalúa mediante una función de error cuadrático medio (E), ampliamente utilizada en modelos de predicción:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2$$

Donde:

- y_k es la salida deseada para la k -ésima muestra de entrenamiento.
- \hat{y}_k es la salida predicha por el modelo ANFIS.
- N es el número total de muestras.

Regla de Actualización de Parámetros Los parámetros de las funciones de membresía se actualizan iterativamente para minimizar la función de error. Las actualizaciones se realizan siguiendo las reglas definidas por el gradiente descendente [67]:

$$c_{A_i} \leftarrow c_{A_i} + \Delta c_{A_i}, \quad a_{A_i} \leftarrow a_{A_i} + \Delta a_{A_i}, \quad b_{A_i} \leftarrow b_{A_i} + \Delta b_{A_i}$$

Este esquema asegura que la red ANFIS converge hacia una solución que minimiza el error, manteniendo un balance entre la precisión en la predicción y la estabilidad del entrenamiento.

2.7. Descripción Contextualizada del Problema

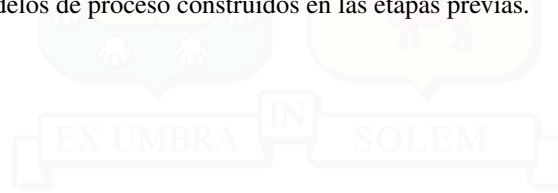
El análisis técnico desarrollado en el presente capítulo ha permitido establecer con mayor precisión la naturaleza compleja y dinámica del proceso de control del flujo de alimentación en molinos semiautógenos (SAG). Esta operación, esencial para la eficiencia del circuito de molienda, está sujeta a múltiples factores de variabilidad, entre los que destacan las propiedades del mineral (granulometría y dureza), la coordinación entre múltiples alimentadores, la presencia de retardos de transporte en correas y tolvas, así como el ruido inherente a las señales de medición, especialmente aquellas provenientes del pesómetro.

Actualmente, la regulación de este flujo depende en gran medida de esquemas PID en cascada, cuyo desempeño está condicionado por una sintonización fija y un bajo grado de adaptabilidad frente a escenarios reales con alta incertidumbre. Incluso estrategias más avanzadas como el control predictivo o los sistemas difusos tradicionales enfrentan limitaciones, ya sea por la necesidad de modelos matemáticos precisos, o por la dependencia de reglas heurísticas predefinidas. Esta situación ha llevado a que, en la práctica, la intervención manual del operador siga siendo crucial para mantener una operación estable, lo que representa un cuello de botella para avanzar hacia una automatización más robusta y eficiente.

La problemática específica, por tanto, se centra en la ausencia de un sistema de control que, además de mantener la estabilidad del flujo de alimentación bajo condiciones inciertas, sea capaz de adaptarse dinámicamente sin requerir intervenciones manuales o una modelación explícita del sistema. Esta necesidad se hace particularmente urgente al considerar que la inestabilidad del flujo compromete no solo la eficiencia energética del molino, sino también la calidad del producto, el desgaste de los componentes mecánicos y la continuidad operativa de la planta.

En función de lo anterior, el desarrollo de una estrategia de control adaptativa y basada en datos representa una alternativa viable y pertinente. No obstante, para avanzar hacia la construcción de un sistema de estas características, resulta imprescindible abordar una etapa intermedia de análisis que permita identificar las variables operativas más relevantes, establecer sus relaciones causales y construir modelos dinámicos representativos del sistema. Esta etapa se fundamenta en el uso de técnicas estadísticas avanzadas y enfoques probabilísticos, que faciliten la comprensión estructural del proceso y sirvan como base para el posterior diseño e implementación del sistema de control propuesto.

En este contexto, la elección de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neurodifusa (ANFIS) responde a la necesidad de contar con una herramienta capaz de integrar el aprendizaje automático a partir de datos históricos con mecanismos de inferencia robustos ante la incertidumbre. La arquitectura ANFIS permite la generación automática de reglas difusas y funciones de membresía mediante procesos de entrenamiento supervisado, eliminando la necesidad de formulaciones manuales y adaptándose a entornos industriales caracterizados por alta variabilidad. No obstante, su desempeño dependerá directamente de la calidad de los datos utilizados, la selección adecuada de las variables de entrada y la fidelidad de los modelos de proceso construidos en las etapas previas.



3 | Metodología

La optimización del flujo de alimentación en molinos SAG constituye un desafío fundamental en la ingeniería de procesos debido a la presencia de retardos significativos, alta variabilidad de las condiciones operativas y la complejidad inherente de las dinámicas del sistema. Este capítulo desarrolla un enfoque metodológico integral para abordar dicho problema, integrando y comparando tres paradigmas de control: el controlador PID con Predictor de Smith, los controladores difusos y los sistemas adaptativos de inferencia neuro-difusa (ANFIS). Estas metodologías representan una progresión desde técnicas clásicas hasta soluciones avanzadas que combinan aprendizaje automático y lógica difusa, con el objetivo de evaluar su viabilidad en la estabilización, precisión y adaptabilidad del sistema bajo escenarios variables.

El marco metodológico propuesto se articula en cinco etapas fundamentales:

1. **Adquisición y preprocesamiento de datos:** Se seleccionan variables críticas para el análisis, obtenidas mediante sensores industriales y sistemas de monitoreo en planta. Los datos se someten a un riguroso preprocesamiento que incluye segmentación contextual, eliminación de valores atípicos y normalización. Estas etapas garantizan la fidelidad de las representaciones dinámicas necesarias para el modelado y simulación del sistema.
2. **Identificación de modelos dinámicos:** La caracterización del sistema se realiza mediante modelos MISO (entrada múltiple, salida única), ajustados a través de técnicas avanzadas como mínimos cuadrados y métodos iterativos de búsqueda de gradiente. Estos modelos se transforman al dominio discreto utilizando métodos de discretización como *First-Order Hold* (FOH), preservando las propiedades temporales críticas para su implementación en sistemas digitales.
3. **Diseño de escenarios operativos:** Con el propósito de evaluar los esquemas de control en un entorno controlado, se definen escenarios que emulan condiciones reales y desafiantes del proceso industrial. Estas configuraciones incluyen la incorporación de ruido gaussiano, perturbaciones escalonadas, variaciones en los parámetros del modelo y retardos del sistema, replicando de manera realista la complejidad y estocasticidad del entorno operacional. Cada escenario se diseña para destacar distintas propiedades de los esquemas de control, tales como su capacidad de rechazo a perturbaciones, su adaptabilidad a cambios dinámicos y su desempeño bajo condiciones de incertidumbre.
4. **Desarrollo y ajuste del sistema ANFIS:** El diseño del sistema adaptativo combina la representación flexible de la lógica difusa con las capacidades de aprendizaje supervisado de las redes neuronales, utilizando un algoritmo híbrido que alterna retropropagación y mínimos cuadrados. Este enfoque permite ajustar parámetros de funciones de membresía y reglas difusas de manera iterativa, optimizando el desempeño del sistema para condiciones dinámicas y no lineales. Se exploran múltiples configuraciones de hiperparámetros, tales como el número de reglas difusas y la granularidad de las funciones de membresía, asegurando una representación precisa de las relaciones entre las variables del sistema.
5. **Validación y análisis de desempeño:** Los esquemas de control propuestos se integran en un simulador dinámico desarrollado en Python, diseñado para evaluar métricas clave como el error de seguimiento, la robustez ante perturbaciones y la eficiencia energética. Las simulaciones incorporan modelos dinámicos obtenidos en MATLAB y se enriquecen con la inclusión de características estocásticas que replican el entorno operativo del molino SAG. Los resultados obtenidos permiten una comparación exhaustiva entre los enfoques, proporcionando perfiles de desempeño que destacan las fortalezas y limitaciones de cada metodología bajo escenarios representativos del proceso industrial.

Estas etapas, en conjunto, establecen un flujo metodológico integral que asegura una evaluación rigurosa y contextualizada de los esquemas de control propuestos.

Este capítulo establece un marco metodológico robusto para abordar desafíos críticos en la automatización de procesos industriales, con énfasis en el control del flujo de alimentación en molinos SAG. Se presenta una descripción detallada de las estrategias de control evaluadas, desde métodos tradicionales hasta enfoques avanzados basados en lógica difusa y aprendizaje automático, con el objetivo de desarrollar sistemas adaptativos que optimicen la estabilidad, precisión y eficiencia del proceso.

A través de este marco metodológico, se organiza de manera estructurada el diseño experimental, incluyendo etapas como la adquisición y procesamiento de datos, la identificación de modelos dinámicos, la construcción de escenarios operativos realistas y la implementación de simulaciones computacionales. Estas etapas aseguran una evaluación integral de las metodologías propuestas, estableciendo una base sólida para su posterior validación y análisis en entornos industriales. El capítulo conecta los fundamentos técnicos de las estrategias presentadas con los desafíos operativos críticos, proporcionando las herramientas necesarias para avanzar hacia un control automatizado eficiente y robusto.

3.1. Diseño Experimental

La complejidad inherente al control de los molinos SAG, abordada en el Capítulo 1, se enfrenta mediante un diseño experimental que integra modelos dinámicos representativos y simulaciones computacionales realistas. Este enfoque posibilita la exploración de soluciones innovadoras y robustas, sustentadas en metodologías avanzadas de control automático.

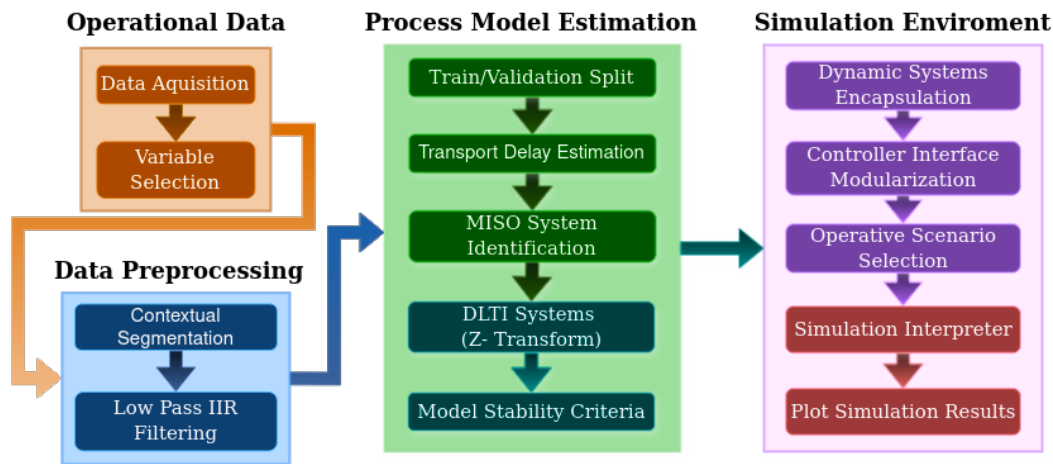


Figura 3.1: Metodología para la construcción del diseño experimental. La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para mantener la coherencia con la terminología estándar utilizada en la literatura científica de identificación de sistemas y simulación de procesos.

La Figura 3.1 ilustra el flujo metodológico adoptado para la evaluación y comparación de esquemas de control aplicados al molino SAG. Este diagrama destaca las etapas clave, desde la adquisición de datos hasta la visualización de los resultados obtenidos mediante simulaciones, proporcionando una visión integral y sistemática del proceso evaluativo.

El diseño experimental tiene como propósito evaluar y comparar el desempeño de distintos esquemas de control aplicados a la tasa de alimentación de mineral fresco (tph) en el molino SAG. Para ello, se consideran indicadores de comportamiento dinámico como el tiempo de respuesta, la amplitud del sobreimpulso, la capacidad de rechazo ante perturbaciones persistentes y la robustez frente a ruido gaussiano o variaciones aleatorias en los parámetros del modelo de planta, representada como un sistema lineal discreto e invariante en el tiempo.

Adicionalmente, se emplean métricas de eficiencia del sistema de control, incluyendo la integral del error absoluto (IAE), la integral del cuadrado del error (ISE), la integral del tiempo ponderado del cuadrado del error (ITSE), el consumo energético asociado a la señal de control y la tasa de cambio de la acción de control. Estas métricas permiten evaluar el desempeño de los esquemas en condiciones de arranque, estabilización y distintas configuraciones operativas, ofreciendo una caracterización cuantitativa y comparativa de cada enfoque.

3.1.1. Adquisición de Datos

El flujo metodológico propuesto para la construcción de modelos dinámicos se inicia con la recolección de datos operacionales, descritos previamente en el Capítulo 2, Sección 2, a través de la interfaz PI-Link. Las variables consideradas en esta etapa, introducidas en la Subsección 2.2.1 y esquematizadas en el diagrama de control (Figura 2.2), se seleccionan en función de su conexión directa con el sistema de control del flujo de alimentación del molino SAG.

Dicha selección se respalda en el análisis detallado presentado en el Capítulo 4, en el cual se aplican modelos gráficos probabilísticos para identificar dependencias entre variables y estimar probabilidades condicionales, permitiendo cuantificar la incertidumbre del proceso multivariable. Esta combinación de técnicas estadísticas y conocimiento de dominio permite discernir rigurosamente cuáles son las variables operativas más relevantes para el control de la tasa de alimentación, garantizando así la pertinencia del conjunto de datos empleado en las siguientes etapas del estudio.

Con el fin de capturar adecuadamente las dinámicas inherentes al proceso, se define una ventana temporal de 100h de operación continua, a partir de la cual se seleccionan únicamente los segmentos de datos más representativos del comportamiento del sistema. Este enfoque permite reflejar tanto los estados transitorios como las condiciones de régimen estacionario, asegurando que los modelos desarrollados y los escenarios de simulación evaluados estén fundamentados en datos operacionales realistas, lo cual fortalece la validez de los resultados obtenidos en el análisis comparativo de estrategias de control.

3.1.2. Preprocesamiento de Datos

La adquisición de datos representa el primer paso para garantizar que las dinámicas del sistema se capturen con precisión. Esta etapa incluye la selección de variables relevantes y la segmentación contextual de los datos operativos, asegurando la calidad de las señales empleadas para modelar el sistema.

La segmentación contextual implica el eventanamiento de datos operacionales para representar las dinámicas del proceso, abarcando un período continuo de 100h de alimentación del molino. Se aplica un filtro IIR de paso bajo ($f_s = 0,5$, $f_c = 0,02$), con el objetivo de mejorar la calidad de las señales para la identificación del sistema.

Se elige un filtro IIR debido a su eficiencia computacional y su capacidad para lograr una atenuación efectiva de oscilaciones, conservando las dinámicas relevantes del sistema y optimizando el procesamiento de grandes volúmenes de datos.

3.1.3. Estimación del Modelo de Proceso

El objetivo de la identificación de sistemas es caracterizar la dinámica del proceso mediante un modelo representativo. En este estudio, se desarrolla un modelo MISO (Multiple-Input, Single-Output) que considera cuatro entradas (velocidades de los alimentadores) y una salida (flujo másico en la correa principal que alimenta al molino SAG). La identificación se realiza utilizando métodos de mínimos cuadrados y técnicas de descenso de gradiente (*line search methods*) para ajustar los parámetros del modelo a los datos operacionales. El análisis iterativo permite determinar una estructura de segundo orden que equilibra simplicidad y precisión, lo que proporciona una representación fiel de las dinámicas relevantes en sistemas físicos tradicionales [68].

Las funciones de transferencia continuas estimadas para cada alimentador ($i = 1, 2, 3, 4$) se expresan mediante:

$$G_{1i}(s) = \frac{K_p}{1 + 2 \cdot \zeta \cdot T_w \cdot s + (T_w \cdot s)^2} \cdot e^{-T_d \cdot s} \quad (3.1)$$

donde:

- K_p representa la ganancia proporcional,
- ζ es el factor de amortiguamiento,
- T_w corresponde a la constante de tiempo, y
- T_d denota el retardo por transporte [69].

Estos parámetros se identifican analizando la respuesta del sistema a entradas controladas. Adicionalmente, se implementa un filtro de Butterworth de cuarto orden para reducir el ruido de alta frecuencia en los datos, lo que permite obtener estimaciones más precisas y robustas.

Conversión al Dominio Discreto Para la implementación en sistemas digitales, se convierte cada función de transferencia continua al dominio discreto. Este proceso transforma las ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema en ecuaciones en diferencias, utilizando un periodo de muestreo $T = 2s$. La transformación se basa en el principio de que las señales continuas se muestrean periódicamente, lo que introduce un cambio conceptual en la representación de las dinámicas del sistema.

La relación entre los dominios continuo y discreto se puede establecer mediante diferentes técnicas. Un mapeo común es la transformación exponencial:

$$z = e^{sT} \quad (3.2)$$

donde s es la variable compleja del dominio de Laplace y z la variable compleja de la transformada Z. Este mapeo exacto representa la correspondencia fundamental entre ambos dominios.

En aplicaciones prácticas, es frecuente utilizar la transformación bilineal (también conocida como transformación de Tustin), definida como:

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (3.3)$$

Esta aproximación racional preserva la estabilidad del sistema al mapear el semiplano izquierdo del plano s en el interior del círculo unitario del plano z , facilitando así el análisis y diseño de sistemas digitales.

En particular, los retardos exponenciales de la forma $e^{-T_d s}$ se traducen directamente en potencias de z^{-1} , que representan desplazamientos en el tiempo discreto equivalentes a múltiplos del periodo de muestreo.

Método First-Order Hold (FOH) Se utiliza la técnica de discretización *First-Order Hold* (FOH) para transformar las funciones de transferencia continuas $G_{1i}(s)$ al dominio discreto $G_{1i}(z)$. A diferencia de la técnica *Zero-Order Hold* (ZOH), que asume una entrada constante entre dos puntos de muestreo consecutivos, el FOH modela la entrada como una función lineal en el intervalo de muestreo. El principio del FOH radica en aproximar la entrada $u(t)$ en un intervalo de tiempo $[kT, (k+1)T]$ mediante una interpolación lineal [70], definida como:

$$u(t) \approx u_k + \frac{t - kT}{T} (u_{k+1} - u_k), \quad t \in [kT, (k+1)T] \quad (3.4)$$

donde T es el periodo de muestreo, u_k es el valor de la entrada en el instante $t = kT$, y u_{k+1} es el valor en el siguiente instante $t = (k+1)T$. A partir de esta aproximación, se deriva la expresión discreta de la función de transferencia considerando los efectos del retardo de transporte y las características dinámicas del sistema.

La principal ventaja del FOH es su capacidad para preservar con mayor precisión la información dinámica de la señal de entrada, lo que se traduce en una representación más fiel del comportamiento del sistema tras la discretización. Las funciones de transferencia resultantes en el dominio z adoptan la forma general:

$$G_{1i}(z) = z^{-d} \cdot \frac{\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 z^{-1} + \tilde{b}_2 z^{-2}}{1 + \tilde{a}_1 z^{-1} + \tilde{a}_2 z^{-2}} \quad (3.5)$$

donde:

- z^{-d} representa el retardo equivalente en términos de periodos de muestreo,
- $\tilde{b}_0, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2$ son los coeficientes de los términos del numerador, y
- \tilde{a}_1, \tilde{a}_2 son los coeficientes de los términos del denominador.

En este trabajo, se aplica el método FOH para discretizar las funciones de transferencia estimadas para los alimentadores, utilizando un periodo de muestreo de $T = 2s$. Los retardos exponenciales en s , expresados como $e^{-T_d s}$, fueron mapeados directamente a potencias de z^{-1} , asegurando una representación precisa de los retardos temporales en el dominio discreto.

Modelado del Accionamiento de Motores Además del modelo principal del proceso, se desarrolla un modelo específico para el accionamiento de motores trifásicos que regulan la velocidad de uno de los alimentadores. Este sistema se representa mediante una función de transferencia continua con un polo y un cero:

$$G_m(s) = K_p \cdot \frac{1 + T_z \cdot s}{1 + T_{p1} \cdot s} \quad (3.6)$$

La discretización de este modelo utilizando el mismo periodo de muestreo y el método FOH dio como resultado:

$$G_m(z) = \frac{\tilde{K}_p(1 + \tilde{b}_1 z^{-1})}{1 + \tilde{a}_1 z^{-1}} \quad (3.7)$$

donde los coeficientes discretos permiten describir la relación causal entre entrada y salida del sistema en aplicaciones de control digital [69].

Implicaciones para el Control Digital La conversión al dominio discreto asegura la compatibilidad de los modelos con plataformas digitales de control y simulación, habilitando la implementación de algoritmos avanzados como control predictivo o adaptativo. Estos modelos discretos conservan la precisión necesaria para capturar las dinámicas críticas del sistema y constituyen la base para el diseño de estrategias de control robustas y eficientes.

La identificación precisa de los modelos permite configurar escenarios experimentales realistas. Este análisis inicial fundamenta la selección de configuraciones operativas que reflejan las condiciones del sistema, asegurando que el diseño experimental capture las dinámicas clave requeridas para evaluar el desempeño de los esquemas de control.

3.1.4. Entorno de Simulación

El entorno de simulación desarrollado constituye una herramienta fundamental para evaluar el desempeño de los esquemas de control en un contexto que emula las condiciones operativas reales de un sistema de molienda semi-autógena (SAG). Diseñado en Python, el simulador aprovecha la flexibilidad de la programación orientada a objetos para implementar una arquitectura modular, escalable y adaptable. Esta estructura permite representar las dinámicas del proceso mediante sistemas discretos lineales invariantes en el tiempo (DLTI), modelados a través de funciones de transferencia y enriquecidos con características estocásticas que simulan la variabilidad inherente al sistema.

La simulación se organiza en torno a un flujo iterativo que enlaza cada componente del sistema de manera lógica y eficiente. En cada ciclo, se calcula el error de seguimiento entre la consigna y la salida del sistema, lo que determina las acciones de control aplicadas. Los modelos dinámicos procesan estas señales de control para generar respuestas que incorporan retardos temporales y variaciones aleatorias en los parámetros del sistema. Además, se introducen perturbaciones externas, como cambios abruptos en la alimentación o ruido gaussiano en las mediciones, a fin de reflejar la complejidad del entorno operativo. Estas señales son filtradas digitalmente, por ejemplo mediante filtros Butterworth, para garantizar una representación precisa y estable del sistema.

Una característica destacada del entorno es la gestión avanzada de retardos temporales, esencial en procesos industriales como la molienda. Utilizando colas dinámicas con ajustes estocásticos, se simula con realismo la variabilidad en los tiempos de transporte del material, incorporando así incertidumbre temporal en la evolución del sistema.

Para asegurar una evaluación integral, el simulador incorpora múltiples escenarios de prueba. Bajo condiciones ideales, sin ruido ni perturbaciones, se establece una línea base de referencia para comparar el rendimiento de los distintos esquemas de control. En contraste, otros escenarios incluyen perturbaciones escalonadas, ruido de medición, variación paramétrica en el modelo y retardos aleatorios, lo cual permite analizar la robustez, adaptabilidad y estabilidad de cada controlador en condiciones adversas.

El entorno también ofrece herramientas de visualización que permiten analizar en detalle la respuesta del sistema, incluyendo la evolución temporal de las acciones de control, la respuesta frente a la consigna y los efectos de las perturbaciones. Estas representaciones gráficas facilitan la interpretación de los resultados y la identificación de patrones de comportamiento relevantes.

En conjunto, este simulador constituye una plataforma sólida para el análisis, validación y comparación de estrategias de control, con la capacidad de extenderse hacia futuros desarrollos gracias a su diseño modular y flexible.

Definición de Escenarios Operativos

El análisis del desempeño de los esquemas de control propuestos se estructura en torno a un conjunto de escenarios operativos que emulan condiciones reales y desafiantes del sistema de molienda SAG. Cada escenario se diseña bajo criterios técnicos rigurosos que aseguran su relevancia tanto en contextos experimentales como industriales, permitiendo evaluar la robustez, estabilidad y capacidad de adaptación de los algoritmos implementados.

Condiciones ideales Este escenario sirve como referencia base. No incluye ruido ni perturbaciones, y asume parámetros constantes en el modelo. El sistema se representa mediante una función de transferencia lineal invariante en el tiempo (LTI):

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ns^n}{1 + a_1s + \dots + a_ms^m}$$

donde los coeficientes a_i y b_i son constantes que describen las características intrínsecas del sistema. Este escenario busca evaluar el desempeño teórico óptimo del controlador en términos de error estacionario, sobreimpulso y tiempo de establecimiento:

$$\text{Error estacionario: } e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} |r(t) - y(t)|$$

El tiempo de elevación (t_r) se define como el tiempo que tarda la respuesta en aumentar desde el 10 % hasta el 90 % de su valor final:

$$t_r = t_{90\%} - t_{10\%}$$

donde $t_{10\%}$ y $t_{90\%}$ representan los tiempos en los que la respuesta alcanza el 10 % y el 90 % de su valor final, respectivamente.

El sobreimpulso se define como el valor máximo alcanzado por la respuesta del sistema en comparación con el valor final deseado, expresado como un porcentaje:

$$M_p = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}} \times 100 \%$$

donde y_{\max} es el valor máximo de la respuesta del sistema e y_{∞} es el valor en estado estacionario.

El tiempo de establecimiento corresponde al tiempo que tarda la salida del sistema en permanecer dentro de un rango especificado alrededor del valor final. Generalmente, este rango se define como un porcentaje (por ejemplo, 2 % o 5 %) de la magnitud final:

$$t_s = \min\{t \mid |y(t) - y_{\infty}| \leq \varepsilon \forall t \geq t_s\}$$

donde ε es el límite superior aceptable para la desviación, típicamente $\varepsilon = 0,02y_{\infty}$ o $\varepsilon = 0,05y_{\infty}$.

Este escenario proporciona una línea base contra la cual se compara el desempeño bajo condiciones más adversas, permitiendo validar el diseño inicial de los controladores antes de incorporar factores externos complejos.

Perturbaciones escalonadas En este escenario, se introducen perturbaciones constantes directamente sobre la salida del sistema, representando condiciones típicas de operación industrial, como cambios sostenidos en la composición del mineral o en las variables de operación. Estas perturbaciones se modelan como un término aditivo constante aplicado a la salida:

$$y_{\text{real}}(t) = y(t) + \Delta\rho$$

donde $\Delta\rho$ es la magnitud de la perturbación constante.

El objetivo de este escenario es evaluar la capacidad del controlador para compensar perturbaciones persistentes, asegurando un seguimiento preciso de la consigna y manteniendo la estabilidad del sistema. Las métricas de desempeño incluyen la magnitud del error en régimen estacionario y la resistencia del sistema frente a desviaciones sostenidas.

Ruido en las mediciones En este escenario, se modela el ruido de medición como un proceso gaussiano aditivo con media nula y desviación estándar ajustable. Esta configuración refleja las incertidumbres inherentes a los sistemas de instrumentación industrial, como errores de sensor o fluctuaciones ambientales. El ruido se introduce en las señales de salida, simulando las condiciones bajo las cuales operan típicamente los sistemas de control en entornos reales.

El ruido de medición se modela como un proceso gaussiano:

$$n(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

donde σ es la desviación estándar del ruido. Las señales de salida afectadas son:

$$y_{\text{med}}(t) = y(t) + n(t)$$

Las métricas de evaluación incluyen la distorsión en las acciones de control y la capacidad de seguimiento de la consigna en presencia de ruido estocástico.

El objetivo principal de este escenario es analizar la robustez de los controladores frente a señales afectadas por ruido y la efectividad de los filtros implementados en minimizar su impacto sin comprometer la estabilidad o la respuesta dinámica del sistema. Se examinan la distorsión de las acciones de control, el error acumulado y la capacidad de seguimiento de la consigna en presencia de perturbaciones estocásticas.

Variación de parámetros del sistema La variación paramétrica se simula mediante alteraciones aleatorias en los coeficientes de las funciones de transferencia que representan las plantas. Estos cambios, acotados a intervalos específicos, buscan capturar la influencia de variaciones en las propiedades del mineral procesado, como densidad, granulometría o contenido de humedad, que alteran las dinámicas del sistema.

La variación paramétrica se implementa alterando aleatoriamente los coeficientes de la función de transferencia:

$$\tilde{G}(s) = \frac{\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 s + \dots + \tilde{b}_n s^n}{1 + \tilde{a}_1 s + \dots + \tilde{a}_m s^m}$$

con $\tilde{a}_i, \tilde{b}_i \in [a_i - \delta, a_i + \delta]$, donde δ define el intervalo de variación. Esto permite analizar la estabilidad del controlador frente a cambios en las propiedades del sistema.

Este escenario permite evaluar la adaptabilidad de los controladores ante condiciones dinámicas variables. Las métricas consideradas incluyen la estabilidad del error de seguimiento y la capacidad de ajuste del controlador para mitigar los efectos de estas variaciones. Desde un enfoque teórico, este escenario destaca la importancia de integrar capacidades adaptativas o robustas en los esquemas de control para garantizar un desempeño consistente en contextos operativos altamente dinámicos. La Figura 3.2 ilustra cómo las variaciones paramétricas ingresadas se reflejan en la respuesta del sistema.

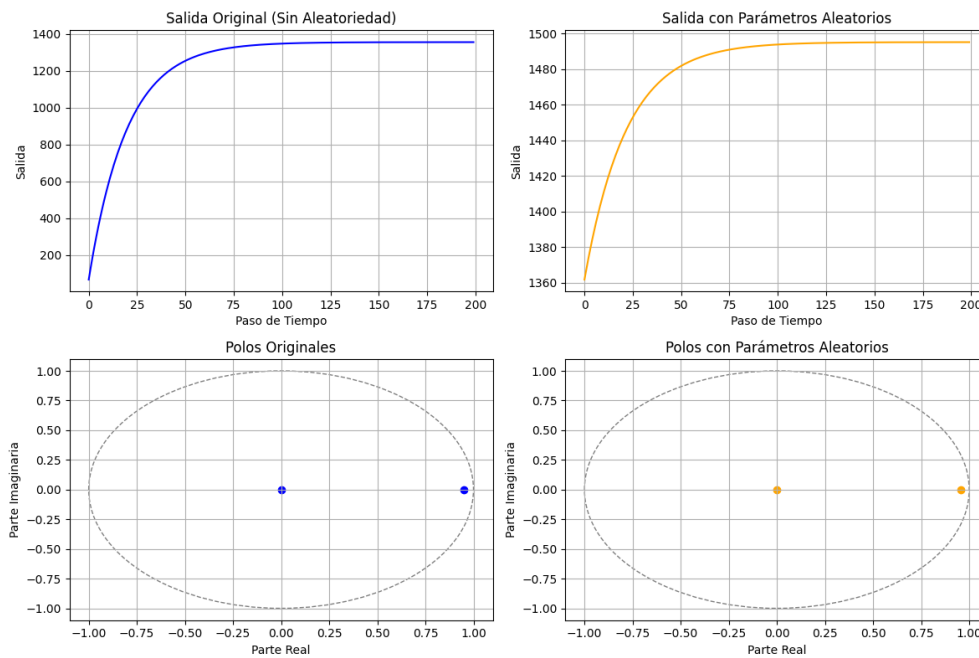


Figura 3.2: Efecto de la variación de parámetros en la salida del sistema.

Retardos variables Finalmente, el escenario de retardos variables introduce fluctuaciones estocásticas en los tiempos de transporte del material, modelados mediante distribuciones aleatorias que varían en cada iteración del simulador. Este fenómeno, común en sistemas industriales, introduce un desafío adicional en el diseño de controladores, al afectar directamente la sincronización entre las entradas y las salidas del sistema.

El escenario de retardos variables considera un tiempo de retardo $\tau(t)$ modelado como:

$$\tau(t) \sim \mathcal{U}(\tau_{\min}, \tau_{\max}),$$

donde τ_{\min} y τ_{\max} son los límites inferior y superior del retardo. La función de transferencia con retardo se representa como:

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n}{1 + a_1 s + \dots + a_m s^m} e^{-\tau(t)s}.$$

Se evalúa la capacidad del controlador para manejar estas fluctuaciones sin comprometer la estabilidad ni el seguimiento de la consigna.

La evaluación en este escenario se centra en la capacidad del controlador para manejar retardos de transporte sin comprometer la estabilidad o la precisión de seguimiento. Este análisis es particularmente relevante para aplicaciones donde la predictibilidad es limitada y las estrategias tradicionales de control pueden resultar insuficientes. La inclusión de retardos variables permite explorar la efectividad de enfoques predictivos y adaptativos, proporcionando una base sólida para futuros desarrollos. La Figura 3.3 ilustra cómo el retardo variable se refleja en la respuesta del sistema.

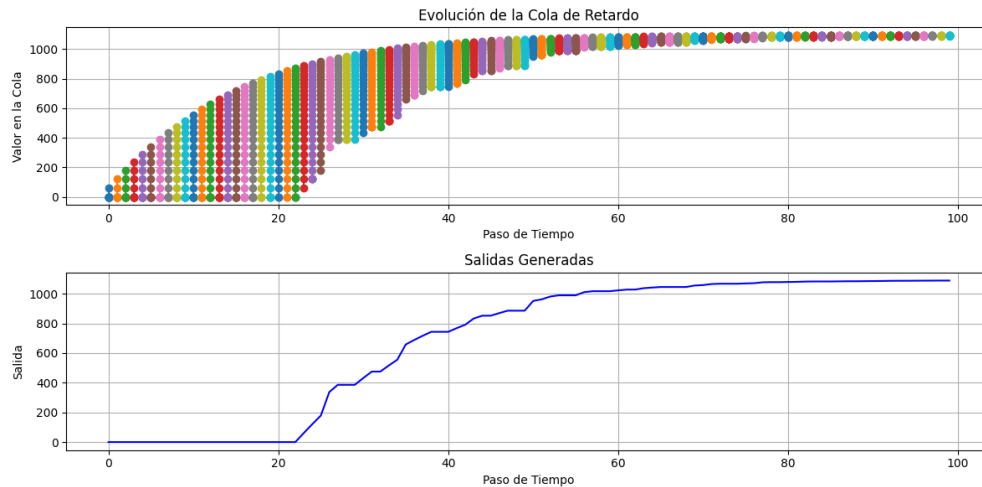


Figura 3.3: Efecto de la introducción de retardos variantes en la salida del sistema.

Escenarios Operativos y Configuraciones de Actuación

Para evaluar el desempeño de los controladores implementados, se definen un conjunto de escenarios operativos que progresan desde condiciones ideales hasta situaciones altamente complejas debido a las distintas fuentes de incertidumbre incorporadas. Estos escenarios combinan diversas características de modelación, como ruido, perturbaciones, variaciones paramétricas y retardos. Para los controladores PID, además, se consideran diferentes cuotas de participación en los alimentadores, mientras que los esquemas FLC y ANFIS se evalúan con base en el número de alimentadores activos.

Escenarios Operativos

- **Escenario 1: Condiciones Ideales.** Referencia base sin ruido, perturbaciones ni variaciones. El sistema opera bajo un modelo LTI puro.
- **Escenario 2: Ruido en las Mediciones.** Ruido aditivo con media cero y varianzas ($\sigma = 60$), representando incertidumbres típicas en mediciones.
- **Escenario 3: Perturbación escalonada.** Combina el ruido previo con una perturbación constante ($\rho = 350$).
- **Escenario 4: Variación Paramétrica.** Introduce variaciones aleatorias en los parámetros del modelo ($\delta = 0,003$).
- **Escenario 5: Retardos Estocásticos.** Combina el ruido con retardos distribuidos ($\Delta\tau_{max,min} = \pm 2$).
- **Escenario 6: Escenario Integral.** Incluye ruido, perturbaciones, variaciones paramétricas y retardos variables, representando condiciones operativas de máxima complejidad.

Configuraciones de Actuación Para los controladores PID, las configuraciones de alimentadores consideran cuotas de participación específicas. Por otro lado, los esquemas FLC y ANFIS solo se evalúan según el número de alimentadores activos, independientemente de las proporciones. Las configuraciones son las siguientes:

- i) **Distribución Uniforme (PID):** Cuatro alimentadores activos al 25 % cada uno.
- ii) **Desbalance Parcial (PID):** Tres alimentadores activos con cuotas de participación fijas y preestablecidas, representan una operación parcial más cercana a la operación real de la planta.
- iii) **Número de alimentadores activos (FLC/ANFIS):** Tres o cuatro alimentadores activos, sin cuotas específicas.

Tabla 3.1: Escenarios operativos y configuraciones de alimentadores.

| Escenario | Feeder 1 | Feeder 2 | Feeder 3 | Feeder 4 | Descripción del Escenario |
|---------------------------|----------|----------|----------|----------|--|
| 1. Condiciones Ideales | 25 % | 25 % | 25 % | 25 % | Desempeño Teórico |
| 2. Ruido de Medición | 0 % | 30 % | 30 % | 40 % | Ruido (σ) en Mediciones. |
| 3. Perturbación Constante | 0 % | 35 % | 40 % | 25 % | Ruido (σ) + Perturbación (ρ). |
| 4. Variación Paramétrica | 30 % | 40 % | 0 % | 30 % | Ruido (σ) + Variación Paramétrica (δ). |
| 5. Retardos Variables | 25 % | 40 % | 35 % | 0 % | Ruido (σ) + Retardos Variables ($\Delta\tau$). |
| 6. Escenario Integral | 0 % | 40 % | 30 % | 30 % | Ruido (σ) + Perturbaciones (ρ) + Variación Paramétrica (δ) + Retardos Variables ($\Delta\tau$). |

Justificación y Evaluación Integral

Esta combinación de escenarios y configuraciones permite analizar el desempeño de los controladores bajo condiciones que emulan situaciones industriales reales. Los resultados para los esquemas PID se diferencian según las cuotas de participación en los alimentadores, mientras que FLC y ANFIS se evalúan exclusivamente con base en la cantidad de alimentadores activos. Este enfoque asegura una validación exhaustiva, adaptada a las particularidades de cada estrategia de control.

3.2. Estrategia de Control Tradicional: PID-Smith Predictor

La sintonización inicial de los controladores PID se realiza utilizando la herramienta PID Tuner de MATLAB. A partir de esta configuración base, se llevan a cabo ajustes adicionales en las ganancias proporcional (K_p), integral (K_i) y derivativa (K_d), así como en el factor de filtrado (f), con el propósito de explorar un rango más amplio de configuraciones y evaluar su impacto en el desempeño del sistema de control.

Cabe destacar que los parámetros de sintonización se obtienen específicamente para el lazo PID con Smith Predictor, y posteriormente se integran estos controladores al esquema PID tradicional. Este enfoque permite contrastar el efecto de un controlador más agresivo en sistemas con retardos por desplazamiento significativos.

Tabla 3.2: Parámetros de los controladores PID

| Controlador | K_p | K_i | K_d | f |
|-------------|-------|---------|---------|-----|
| C1 | 8e-05 | 3e-06 | 1.5e-04 | 0.3 |
| C2 | 7e-05 | 2.4e-06 | 2.5e-04 | 0.6 |
| C3 | 8e-05 | 2.8e-06 | 3.5e-04 | 0.6 |
| C4 | 1e-04 | 3e-06 | 4e-04 | 0.6 |
| C5 | 8e-05 | 3e-06 | 2.5e-04 | 0.6 |

3.3. Estrategia de Control Experto: Sistema de Inferencia Difusa (FIS)

El diseño del sistema de inferencia difusa (Fuzzy Inference System, FIS) se fundamenta en un enfoque heurístico, considerando el comportamiento esperado del proceso bajo control. La estructura del sistema se define a partir del análisis de la distribución de datos históricos y la identificación de relaciones clave entre las variables de entrada y la señal de control. Este enfoque permite construir una base de reglas que captura la dinámica del sistema a partir de conocimiento empírico y estrategias de control convencionales.

El sistema implementado corresponde a un FIS tipo Mamdani, en el cual las variables de entrada son el error y la tasa de cambio del error, mientras que la variable de salida representa la acción de control ajustada. Las relaciones entre estas variables se modelan mediante reglas difusas diseñadas con base en principios heurísticos, considerando el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones operativas. Estas reglas priorizan la estabilidad y la capacidad de respuesta ante perturbaciones, asegurando acciones de control eficaces para minimizar el error de seguimiento.

El número de funciones de membresía en los antecedentes y consecuentes determina la granularidad del sistema. Para el caso con cinco funciones de membresía por variable, se establece una matriz de 25 reglas difusas, como se muestra en la Tabla 3.4. Al incrementar el número de funciones a siete, se amplía el número de regiones lingüísticas en el espacio de entrada, lo que permite capturar con mayor precisión las transiciones dinámicas del proceso. Sin embargo, este aumento también eleva significativamente la complejidad del sistema, ya que el número de reglas crece de forma exponencial.

La Tabla 3.3 resume las principales configuraciones evaluadas en el diseño del sistema FIS, mostrando la variación en la cantidad de funciones de membresía y sus implicancias en la complejidad del modelo.

Tabla 3.3: Parámetros de los controladores FIS

| Controlador | Tipo de Función de Membresía | # de FMs Antecedentes | # de FMs Consecuentes |
|-------------|------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| C1 | <i>Gaussian</i> | 3 | 3 |
| C2 | <i>Gaussian</i> | 5 | 5 |
| C3 | <i>Gaussian</i> | 5 | 7 |
| C4 | <i>Gaussian</i> | 7 | 7 |

Para el caso de cinco funciones de membresía, las variables de entrada se dividen en cinco regiones lingüísticas: PB (Positivo Grande), PS (Positivo Pequeño), ZE (Cero), NS (Negativo Pequeño) y NB (Negativo Grande). La salida de control se determina mediante combinaciones de estos valores, generando la matriz de reglas mostrada en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Conjunto de reglas difusas para FLC (5 funciones de membresía por variable).

| Error \ Error rate | PB | PS | ZE | NS | NB |
|--------------------|----|----|----|----|----|
| PB | PB | PB | PL | PL | ZE |
| PS | PB | PL | PL | ZE | ZE |
| ZE | PL | ZE | ZE | ZE | NL |
| NS | ZE | ZE | NL | NL | NB |
| NB | ZE | NL | NL | NB | NB |

Al incrementar el número de funciones de membresía a siete, se pasa de 25 a 49 reglas, lo que mejora la resolución del sistema pero a costa de una mayor complejidad. Este aumento permite representar con mayor detalle los estados intermedios del sistema, aunque puede dificultar la interpretabilidad y el ajuste manual del controlador.

En este contexto, la elección del número de funciones de membresía y la estructura de la base de reglas representa un compromiso entre precisión y simplicidad. Una granularidad elevada mejora la sensibilidad del controlador frente a variaciones sutiles, pero puede reducir la transparencia del modelo y dificultar su implementación práctica en entornos industriales.

3.4. Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-difusa

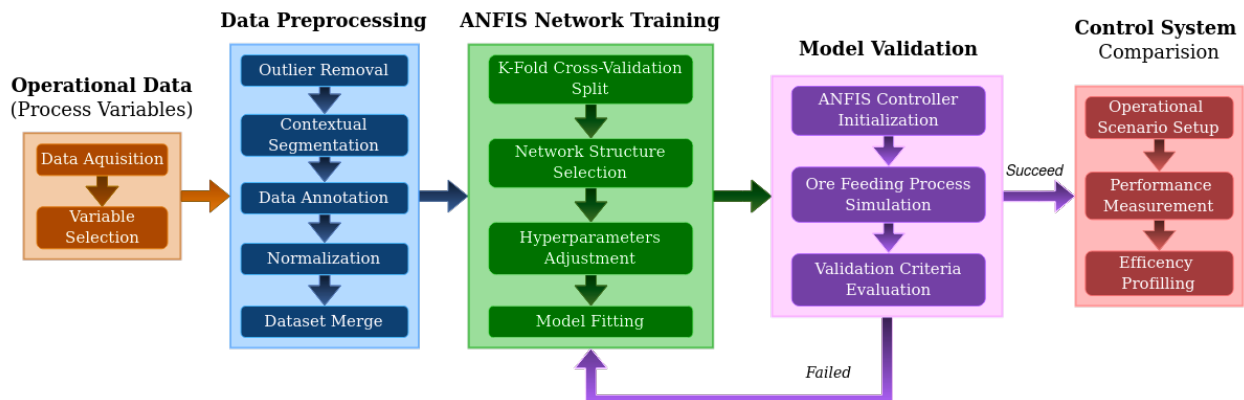


Figura 3.4: Metodología para la construcción y validación de los sistemas de inferencia neuro-difusa. Figura de elaboración propia, presentada en inglés para mantener la consistencia con la nomenclatura técnica internacional utilizada en el campo de los sistemas ANFIS, facilitando así su interpretación por la comunidad científica especializada.

La Figura 3.4 resume la metodología implementada para desarrollar un sistema ANFIS (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) orientado al control de la alimentación en el molino SAG. Este enfoque integra lógica difusa y redes neuronales para construir un sistema de control adaptativo con capacidad de aprendizaje automático.

El proceso comienza con la adquisición y preprocesamiento de datos, seleccionando las variables clave que describen las dinámicas del sistema. Se aplican técnicas de limpieza, segmentación contextual y normalización, generando un conjunto de datos robusto para el entrenamiento.

Un paso crucial es la anotación de datos, realizada mediante aproximaciones numéricas y validación visual con apoyo de una interfaz de exploración de datos segmentados. Esta etapa asegura la calidad de los datos de entrenamiento y refuerza la fidelidad del modelo.

La estructura de la red ANFIS se optimiza mediante un enfoque de validación cruzada, donde se ajustan los hiperparámetros y el número óptimo de particiones (*K-folds*) en función del rendimiento durante la evaluación. Este procedimiento iterativo permite maximizar la generalización del modelo sin comprometer su capacidad de adaptación.

En paralelo, el controlador ANFIS se inicializa y se valida mediante simulaciones del proceso. Estas pruebas permiten analizar la respuesta del sistema frente a diferentes escenarios operativos, considerando indicadores de desempeño como robustez, precisión de seguimiento y eficiencia energética.

El sistema ANFIS se estructura en cinco capas funcionales: fuzzificación, aplicación de reglas, normalización, cálculo del output y agregación. Cada capa representa un componente clave del razonamiento difuso, y su integración con algoritmos de optimización permite el aprendizaje automático continuo. Esta arquitectura garantiza un ajuste dinámico de los parámetros y una respuesta precisa incluso en condiciones operativas no lineales o variables.

Finalmente, la validación del sistema bajo distintos escenarios experimentales proporciona información crítica sobre su capacidad de adaptación, constituyendo una base sólida para futuras mejoras y aplicaciones industriales.

3.4.1. Preprocesamiento, Segmentación y Preparación de Datos

El conjunto de datos utilizado en esta etapa corresponde al descrito en el Capítulo 4, Subsección 4.1.1: *Conjunto de Datos y Variables Operativas*.

El análisis comienza con la recopilación y limpieza del conjunto de datos operacionales del proceso de alimentación del molino SAG, abarcando un período continuo de nueve meses, con una tasa de muestreo de 60s. A continuación, se detallan los procedimientos aplicados para el preprocesamiento, segmentación y preparación de los datos.

Recopilación de Datos Los datos se obtienen directamente desde sensores y sistemas de monitoreo en la planta de molienda. El periodo de observación de nueve meses permite capturar tanto las dinámicas características del proceso como la variabilidad natural en la operación, incluyendo interacciones entre la tasa de alimentación y el consumo energético, así como eventos transitorios y fluctuaciones estocásticas.

Filtrado y Segmentación de Datos Para asegurar la calidad y relevancia del conjunto de datos, se aplican los siguientes filtros:

- **Exclusión de Períodos No Productivos:** Se eliminan registros asociados a consumo energético nulo o cercano a cero, por representar condiciones no operativas. Sin embargo, se mantienen los registros con tonelaje igual a cero, ya que reflejan transiciones relevantes como arranques y detenciones, esenciales para capturar las dinámicas del proceso.
- **Eliminación de Valores Atípicos:** Se utiliza el método del rango intercuartílico (IQR) para detectar y remover valores anómalos atribuibles a fallos de instrumentación o errores en la adquisición de datos.

Posteriormente, se segmenta el conjunto filtrado en 50 subconjuntos de $(10 - 60)h$, concentrando el análisis en segmentos de $20h$. Esta estrategia permite representar tanto regímenes estacionarios como comportamientos transitorios. Segmentos cortos resultan útiles para analizar dinámicas críticas como arranques, mientras que segmentos largos capturan estabilidad y rendimiento prolongado. Esta segmentación no solo mejora el entrenamiento del modelo ANFIS, sino que también incrementa su capacidad de generalización al exponerlo a distintos escenarios operativos.

Anotación de Datos Faltantes En aquellos casos donde los valores de consigna no están explícitamente disponibles, se realiza una inferencia basada en dos métodos complementarios:

- **Aproximaciones Numéricas:** Se utilizan aproximaciones matemáticas para estimar variaciones en la consigna.
- **Anotación Manual:** Se examinan señales de actuación y patrones de operación para inferir el valor deseado, utilizando herramientas de visualización para una interpretación contextual más precisa.

Normalización y Preparación de Datos Para facilitar el entrenamiento y mejorar la eficiencia de los modelos, se aplica un proceso de normalización según la naturaleza de las variables:

- **Escalado [0, 1]:** Utilizado para variables definidas positivas.
- **Escalado [-1, 1]:** Aplicado a variables con distribución simétrica o centrada.

El conjunto resultante incluye un total de 73,734 observaciones válidas, las cuales se distribuyen utilizando validación cruzada *k-fold* con (5 – 10) particiones. Este procedimiento permite evaluar la capacidad del modelo ANFIS para generalizar y ajustar sus parámetros clave, incluyendo funciones de membresía y parámetros de defuzzificación de tipo Sugeno.

La comparación entre diferentes configuraciones se basa en la evolución de la función de pérdida y el rendimiento del sistema en simulaciones del proceso de alimentación del molino SAG.

3.4.2. Entrenamiento de la Red ANFIS

El entrenamiento del sistema adaptativo ANFIS se realiza utilizando los subconjuntos generados mediante validación cruzada *k-fold*, garantizando robustez en la generalización del modelo y una adecuada adaptación a las diferentes condiciones operativas observadas.

Configuración del Entrenamiento La etapa de entrenamiento del sistema ANFIS representa una fase crítica del proceso, donde se ajustan con precisión los hiperparámetros del modelo y se exploran diferentes arquitecturas para maximizar su capacidad de aprendizaje, generalización y robustez frente a escenarios complejos.

Se adopta un enfoque metodológico riguroso y experimentalmente iterativo, que considera los siguientes aspectos clave:

- **Número de Folds:** La cantidad de particiones utilizada en la validación cruzada se selecciona mediante un análisis exhaustivo de sensibilidad. Se busca un punto de equilibrio entre diversidad de los subconjuntos de entrenamiento y representatividad estadística, evitando tanto el sobreajuste causado por subdivisiones excesivas como una validación deficiente por baja variabilidad entre particiones. Esta estrategia permite evaluar la consistencia del desempeño del modelo en distintas condiciones operativas.
- **Tamaño del Batch (*Batch Size*):** Se experimenta con diferentes tamaños de lote para identificar configuraciones que logren una convergencia estable del algoritmo de entrenamiento, optimizando el uso de memoria computacional y la eficiencia en el descenso del gradiente. Se prioriza un tamaño que mantenga la capacidad de adaptación sin perder granularidad en el aprendizaje.
- **Tasa de Aprendizaje (*Learning Rate*):** La tasa de aprendizaje se ajusta con precisión para encontrar un punto medio entre rapidez de convergencia y estabilidad del entrenamiento. Tasas muy elevadas inducen oscilaciones erráticas o divergencia; valores bajos, por el contrario, ralentizan el aprendizaje y pueden conducir a mínimos locales poco óptimos.
- **Número de Épocas (*Epochs*):** Se determina el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia efectiva del modelo.
- **Funciones de Membresía y Número de Conjuntos Difusos:** Se prueban distintas arquitecturas, variando tanto la definición de las funciones de membresía gaussianas iniciales, como también el número de conjuntos difusos por cada variable (3, 5 y 7 conjuntos). Esta exploración permite evaluar el impacto de la granularidad en la capacidad del modelo para capturar no linealidades, transiciones suaves y comportamientos emergentes del sistema.

Criterios de Validación El proceso de entrenamiento culmina en una etapa de evaluación intensiva, donde los modelos generados son sometidos a pruebas en escenarios controlados del simulador de planta. La validación no se limita a métricas numéricas tradicionales, sino que se estructura en torno a criterios operativos que reflejan el desempeño real del sistema en condiciones industriales.

- **Estabilización del Flujo de Alimentación:** El modelo debe ser capaz de alcanzar la consigna establecida y mantener el flujo de alimentación dentro de un umbral estrecho de error, incluso frente a perturbaciones y variaciones del entorno.
- **Minimización del Error de Seguimiento:** Se mide la precisión con la que el sistema sigue la consigna deseada, evaluando tanto la magnitud del error como su persistencia temporal. Esta métrica refleja directamente la efectividad del controlador como herramienta de regulación continua.
- **Interacción con la Planta mediante la Acción de Control:** Se analiza la forma en que el modelo ANFIS genera acciones de control sobre los cuatro variadores de frecuencia que regulan los alimentadores. La evaluación considera no solo el efecto final sobre la salida, sino también la suavidad de las señales, su estabilidad y coherencia en el tiempo.

Estos criterios operativos integran tanto el desempeño cuantitativo como la calidad cualitativa del control, asegurando que los modelos seleccionados no solo sean eficientes en simulación, sino también viables para una implementación en planta real.

3.4.3. Selección de Parámetros Óptimos

La selección final de los modelos ANFIS se basa en un proceso de optimización sistemática, donde cada combinación de hiperparámetros se evalúa en términos de desempeño global bajo escenarios industriales representativos. Se prioriza una arquitectura capaz de mantener un equilibrio sólido entre precisión, estabilidad, eficiencia computacional y facilidad de implementación.

En la Tabla 3.5 se detallan los parámetros óptimos para los modelos que demostraron el mejor desempeño en las simulaciones, destacando la consistencia de las configuraciones con 5 y 7 funciones de membresía. La coherencia en el uso de una tasa de aprendizaje baja y valores de *momentum* moderados refuerza la necesidad de un entrenamiento suave y progresivo en entornos de alta variabilidad.

Tabla 3.5: Parámetros óptimos de los modelos ANFIS seleccionados

| Modelo | # de FMs | Tamaño de Lote | Momento | Tasa de Aprendizaje | # de Pliegue | Semilla |
|--------|----------|----------------|---------|---------------------|--------------|---------|
| C1 | 5 | 64 | 0.8 | 1e-04 | 4 | 42 |
| C2 | 5 | 64 | 0.8 | 1e-04 | 5 | 42 |
| C3 | 5 | 64 | 0.9 | 1e-04 | 3 | 42 |
| C4 | 5 | 64 | 0.95 | 1e-04 | 4 | 42 |
| C5 | 5 | 64 | 0.95 | 1e-04 | 5 | 42 |
| C6 | 7 | 32 | 0.8 | 1e-04 | 4 | 42 |
| C7 | 7 | 64 | 0.6 | 1e-04 | 6 | 24 |
| C8 | 7 | 64 | 0.7 | 1e-04 | 5 | 42 |
| C9 | 7 | 64 | 0.7 | 1e-04 | 6 | 42 |
| C10 | 7 | 64 | 0.8 | 1e-04 | 5 | 42 |

La consistencia en los resultados confirma que las configuraciones seleccionadas son robustas, reproducibles y eficientes, lo que las convierte en candidatas sólidas para su implementación experimental y validación en escenarios operativos de mayor complejidad.

3.5. Análisis Comparativo y Discusión de Resultados

El presente análisis comparativo tiene por objetivo proporcionar una evaluación integral del rendimiento de diferentes esquemas de control aplicados al manejo de la tasa de alimentación de mineral fresco (tph) en un molino SAG. Esta evaluación se construye sobre la base de múltiples escenarios operativos simulados, donde se somete a cada

esquema de control a condiciones desafiantes y realistas, replicando tanto perturbaciones internas como externas del proceso.

La comparación considera controladores convencionales como PID, así como enfoques avanzados basados en lógica difusa (FIS) y redes neuro-difusas adaptativas (ANFIS). Para ello, se emplean métricas estandarizadas de desempeño, tales como tiempo de respuesta, sobreimpulso, error de seguimiento y esfuerzo de control, así como medidas integrales asociadas a eficiencia energética y estabilidad operativa. Estas métricas han sido ampliamente validadas en la literatura especializada por su capacidad para reflejar tanto precisión como robustez en sistemas dinámicos industriales [71], [72].

La planta se modela como un sistema lineal discreto e invariante en el tiempo (DLTI), lo que permite aislar y analizar de forma controlada la respuesta de los distintos esquemas de control ante entradas, perturbaciones y condiciones iniciales variables. Se evalúan escenarios que incluyen arranques sin perturbaciones, perturbaciones escalonadas, ruido gaussiano, y variaciones paramétricas aleatorias en el modelo de planta. Adicionalmente, se contemplan distintas configuraciones iniciales de los alimentadores para enriquecer la variabilidad experimental.

3.5.1. Análisis de Precisión y Estabilidad

Para comparar la precisión de los diferentes enfoques de control, se calcula el Error Absoluto Medio (MAE) y el Error Cuadrático Medio (MSE). Estas métricas cuantifican la capacidad del sistema para mantener una proximidad constante al valor de referencia deseado, proporcionando una medida objetiva de precisión:

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |e_i|$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2$$

Donde e_i representa el error en el instante i . Mientras que el MAE proporciona una visión global del desvío promedio respecto del *setpoint*, el MSE penaliza errores más grandes, evidenciando posibles inestabilidades o respuestas excesivamente agresivas.

3.5.2. Eficiencia Basada en la Señal de Error de Seguimiento

Desde una perspectiva integral del desempeño, resulta fundamental analizar la evolución temporal del error de seguimiento. Para ello, se utilizan tres métricas clásicas que permiten evaluar tanto la magnitud como el impacto temporal del error:

- **Integral del Error Absoluto (IAE):**

$$\text{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt \triangleq T_s \sum_{k=0}^N |e[k]|$$

- **Integral del Cuadrado del Error (ISE):**

$$\text{ISE} = \int_0^T e^2(t) dt \triangleq T_s \sum_{k=0}^N e[k]^2$$

- **Integral del Tiempo Ponderado del Cuadrado del Error (ITSE):**

$$\text{ITSE} = \int_0^T t \cdot e^2(t) dt \triangleq T_s \sum_{k=0}^N k \cdot e[k]^2$$

Cada una de estas métricas ofrece una perspectiva distinta: mientras el IAE refleja la desviación acumulada, el ISE enfatiza errores grandes, y el ITSE penaliza errores prolongados, incentivando una corrección rápida y sostenida. Estas medidas han demostrado su utilidad en la evaluación de sistemas tanto lineales como no lineales, y su uso conjunto permite un análisis más robusto del desempeño de los controladores [73], [74].

3.5.3. Eficiencia en Términos de la Acción de Control

Un controlador efectivo no solo debe ser preciso, sino también eficiente en el uso de su señal de control. Un esfuerzo de control excesivo puede traducirse en mayor consumo energético, desgaste prematuro de actuadores o comportamiento indeseado del sistema. Para evaluar este aspecto, se consideran los siguientes indicadores:

- **Integral del Esfuerzo de Control (IEU):**

$$\text{IEU} = \int_0^T |u(t)| dt \triangleq T_s \sum_{k=0}^N |u[k]|$$

- **Integral del Cambio Absoluto ($\text{IA}_{\Delta U}$):**

$$\text{IA}_{\Delta U} = \int_0^T |\Delta u(t)| dt \triangleq T_s \sum_{k=0}^N |\Delta u[k]|$$

- **Integral del Tiempo Ponderado del Cuadrado del Cambio (ITCSE):**

$$\text{ITCSE} = \int_0^T t \cdot (\Delta u(t))^2 dt \triangleq T_s \sum_{k=0}^N k \cdot (\Delta u[k])^2$$

Estos indicadores cuantifican, respectivamente, el esfuerzo total aplicado por el actuador, la agresividad de los cambios de control, y la estabilidad de la señal en el tiempo. Su análisis conjunto permite inferir el impacto del esquema de control sobre la infraestructura física, así como su eficiencia energética.

3.5.4. Criterios de Evaluación de la Eficiencia Global

Para integrar todos los aspectos considerados —precisión, estabilidad y eficiencia— se propone una métrica compuesta de eficiencia global que pondera el error de seguimiento y el esfuerzo de control según criterios definidos. Esta evaluación permite ajustar la prioridad según el contexto operacional.

- **Criterio 1 (Alta ponderación del error de seguimiento):** $\alpha > \beta$. En este caso, se prioriza la minimización del error de seguimiento por encima del esfuerzo de control. Por ejemplo, se puede elegir $\alpha = 0,7$ y $\beta = 0,3$.
- **Criterio 2 (Ponderación balanceada):** $\alpha = \beta$. Aquí se busca un equilibrio entre la minimización del error de seguimiento y el uso eficiente de la señal de control. Por ejemplo, $\alpha = 0,5$ y $\beta = 0,5$.
- **Criterio 3 (Alta ponderación del esfuerzo de control):** $\alpha < \beta$. En este escenario, el énfasis está en reducir el desgaste o mejorar la eficiencia energética minimizando el uso de la señal de control. Por ejemplo, se puede elegir $\alpha = 0,3$ y $\beta = 0,7$.

La expresión general que define esta eficiencia compuesta es:

$$\eta_{total} = \alpha \cdot 10^{-3} \cdot T_s \sum_{k=0}^N |e[k]| + \beta \cdot T_s \sum_{k=0}^N |\Delta u[k]|$$

La inclusión del factor de escala 10^{-3} permite normalizar el impacto del error respecto al rango dinámico de las señales de control. Esta formulación facilita la comparación objetiva entre estrategias, permitiendo seleccionar la más adecuada según los objetivos operativos específicos.

3.6. Herramientas Computacionales y Simulación

El desarrollo e implementación de los sistemas de control, así como la ejecución de simulaciones dinámicas, se apoyan en una combinación estratégica de herramientas computacionales que permiten cubrir todas las etapas del proyecto: desde el preprocesamiento de datos, la modelación del sistema y el entrenamiento de redes neuro-difusas, hasta la validación comparativa de los controladores implementados.

Desarrollo del Sistema ANFIS El modelo adaptativo neuro-difuso (ANFIS) fue desarrollado en Python 3.10.12, utilizando PyTorch 2.4.0 como base para la construcción y entrenamiento de la red. Se tomó como punto de partida una implementación de capas ANFIS propuesta por J. Power (Maynooth University), basada a su vez en la contribución original de *twmeggs*, y se introdujeron modificaciones sustanciales para modernizar su funcionalidad y adaptarla a los requerimientos del presente trabajo.

Entre las mejoras introducidas destaca la sustitución del método obsoleto `torch.gels` por su equivalente moderno `torch.linalg.lstsq`, asegurando así la compatibilidad con versiones recientes de PyTorch y optimizando el rendimiento numérico. Esta actualización implicó ajustes estructurales en el almacenamiento de reglas difusas y parámetros del modelo, permitiendo encapsular el conocimiento aprendido de forma eficiente dentro del objeto de red entrenado.

El preprocesamiento de los datos del sistema ANFIS se realiza íntegramente en Python, utilizando bibliotecas como NumPy (1.26.4), Pandas (2.2.2) y Pandas-Profiling (3.6.6). Estas herramientas permiten normalizar los datos, eliminar valores atípicos y segmentar los conjuntos de datos según los requerimientos experimentales. Para la anotación de datos faltantes, se diseñó y desarrolla una herramienta visual utilizando Dash de Plotly, que permite inspeccionar las señales del sistema y realizar ajustes manuales, como la corrección de valores de consigna faltantes para la tasa de alimentación. Este enfoque contribuye significativamente a mejorar la precisión de los modelos ANFIS.

La estimación de los modelos dinámicos del sistema se realizó en Matlab, aprovechando la capacidad del toolbox de identificación de sistemas para ajustar modelos tipo MISO (Multiple Input, Single Output). Específicamente, se utiliza la función `procest`, que permite estimar modelos de proceso representados como funciones de transferencia en tiempo continuo con ganancias estáticas, constantes de tiempo y retrasos de entrada-salida. Los datos utilizados para este ajuste se procesan como objetos `iddata`, y los modelos obtenidos se validan utilizando conjuntos de entrenamiento (70 %) y validación (30 %). La estabilidad de los modelos se evalúa mediante análisis de respuesta en frecuencia, calculando márgenes de ganancia y fase.

Las simulaciones dinámicas se realizan exclusivamente en Python, se integran los modelos obtenidos en Matlab mediante la librería `scipy.signal`. El simulador se diseñó de manera modular, permitiendo una integración fluida de distintos sistemas de control. Dentro de los escenarios evaluados, se consideran retrasos en el sistema, ruido Gaussiano y variaciones aleatorias en los parámetros del modelo del proceso, ofreciendo un marco de prueba robusto para comparar el desempeño de los diferentes esquemas de control.

En conjunto, el flujo de trabajo adoptado y los *frameworks* seleccionados para su desarrollo permiten abordar cada etapa del proyecto de manera integrada y eficiente, desde la preparación de los datos hasta la evaluación de los sistemas en simulaciones dinámicas. Este enfoque modular y flexible sienta las bases para futuras expansiones y adaptaciones del sistema desarrollado.

4 | Identificación de Variables y Dependencias



En este capítulo se expone el desarrollo de un modelo gráfico probabilístico, específicamente una red Bayesiana, diseñado para capturar de manera rigurosa las relaciones causales y dependencias entre variables operativas críticas en el proceso de molienda semiautógena (SAG). Este modelo integra análisis estadísticos avanzados con conocimiento experto del dominio, permitiendo representar las dinámicas del sistema bajo condiciones de incertidumbre. Su diseño no solo facilita la inferencia precisa para una toma de decisiones fundamentada, sino que también optimiza el control del proceso al identificar patrones clave y dependencias dinámicas que afectan el desempeño global del molino.

El marco metodológico incluye técnicas avanzadas de preprocesamiento y categorización de datos, asegurando que el modelo refleje fielmente la variabilidad intrínseca del sistema. Además, se destacan las capacidades del modelo para clasificar y predecir estados operativos, ofreciendo un enfoque sistemático para evaluar la estabilidad y eficiencia del proceso. Este capítulo aporta una base teórica y práctica para la implementación de estrategias de control más adaptativas y eficientes, respondiendo a los desafíos complejos que enfrenta la industria minera en el ámbito de la automatización y la optimización de recursos.

4.1. Modelos Gráficos Probabilísticos

En esta sección, se propone un modelo de red bayesiana para mejorar la toma de decisiones en el control de procesos de molienda semiautógena (SAG), abordando la incertidumbre y la complejidad del proceso de alimentación.

Los modelos gráficos probabilísticos, y en particular las redes Bayesianas, proporcionan un marco robusto para representar las complejas interacciones que definen el proceso de molienda SAG, crucial para la eficiencia operativa en la minería. Este proceso involucra múltiples variables operativas, como el tonelaje de alimentación, el consumo energético y la granulometría del producto, que exhiben interdependencias no triviales y alta variabilidad. Las redes Bayesianas permiten modelar estas dependencias, representando relaciones causales y proporcionando herramientas para realizar inferencias bajo condiciones de incertidumbre.

Para capturar esta complejidad, se empleó un conjunto de datos compuesto por 14 variables operativas clave, registradas de manera continua durante un periodo de nueve meses con una tasa de muestreo de 60 segundos. El preprocesamiento de los datos incluyó la eliminación de valores atípicos y la transformación de variables numéricas en variables categóricas, facilitando la construcción de un modelo gráfico probabilístico basado en un grafo dirigido acíclico (DAG). Este modelo refleja las relaciones de dependencia (e independencia) condicional entre las variables, integrando el conocimiento del dominio y patrones observados para mejorar la inferencia y el control del proceso.

4.1.1. Conjunto de Datos y Variables Operativas

El conjunto de datos utilizado incluye 14 variables operativas críticas del proceso de molienda SAG, que abarcan desde la alimentación de mineral hasta el desempeño energético del molino y la eficiencia en la separación de partículas.

Estas variables, junto con su descripción y sumario estadístico, se muestran en la Tabla 4.1.

Preprocesamiento de Datos El proceso de molienda SAG presenta una alta variabilidad operativa y períodos de inactividad, por lo que el preprocesamiento de datos fue una etapa clave para asegurar la precisión y relevancia del análisis. El primer paso fue la eliminación de registros asociados a períodos en los que el sistema estaba inactivo, definidos por tasas de alimentación nulas o consumos energéticos mínimos. Esto permitió que el análisis se centrara únicamente en los datos operativos relevantes y evitar posibles sesgos causados por períodos inactivos.

A continuación, se identificaron y eliminaron *outliers* que correspondían a lecturas anómalas o fallos en los sensores de medición. Este paso fue fundamental para mejorar la calidad de los datos y asegurar que el modelo refleje correctamente las dinámicas operativas. Posteriormente, se realizó una transformación de algunas variables numéricas en categorías con el objetivo de facilitar la inferencia en la red Bayesiana. Esta transformación incluyó el uso de criterios de cuantiles y métodos de agrupación para dividir las variables en niveles operativos.

Particularmente, el tonelaje de alimentación (TON) fue tratado mediante un modelo de Mezcla de Gaussianas (GMM), que identificó y clasificó esta variable en cuatro niveles (bajo, medio-bajo, medio-alto y alto), representando diferentes estados operativos del sistema. El algoritmo *Expectation-Maximization* (EM) permitió ajustar el modelo de manera precisa y asignar cada muestra a uno de estos niveles. Esta categorización refleja la variabilidad natural del proceso de molienda y establece una base sólida para el análisis probabilístico.

Tabla 4.1: Descripción y estadísticas de las variables operativas del proceso de molienda SAG.

| Variable | Descripción | Mín | Media | Máx |
|----------|--|---------|----------|----------|
| TON | Tasa de alimentación de mineral fresco [TpH] | 1243,27 | 3835,41 | 5654,26 |
| POW | Consumo energético del molino [W] | 5716,76 | 20898,79 | 28472,03 |
| PB | Tasa de alimentación circundante (<i>pebble</i>) [TpH] | 0,00 | 276,79 | 1096,95 |
| VRPM | Velocidad de rotación del molino [RPM] | 3,00 | 8,31 | 9,49 |
| TQ | Torque ejercido por el molino [Nm] | 582,40 | 23792,59 | 29991,87 |
| H2O | Cantidad de agua suministrada [m^3/h] | 90,56 | 1297,06 | 2202,61 |
| F80 | Granulometría en la alimentación ["] | 1,02 | 3,30 | 5,61 |
| STL | Nivel de la pila de acopio [%] | 20,96 | 67,56 | 85,65 |
| PSTA | Producto de la batería de hidrociclones A [%] | 0,00 | 18,54 | 97,94 |
| PSTB | Producto de la batería de hidrociclones B [%] | 0,00 | 18,10 | 39,53 |
| VF1 | Nivel del variador de frecuencia de correa 1 [%] | 0,00 | 33,53 | 104,11 |
| VF2 | Nivel del variador de frecuencia de correa 2 [%] | 0,00 | 51,26 | 101,26 |
| VF3 | Nivel del variador de frecuencia de correa 3 [%] | 0,00 | 38,61 | 104,33 |
| VF4 | Nivel del variador de frecuencia de correa 4 [%] | 0,00 | 45,04 | 101,97 |

Análisis de Distribuciones y Dependencias Una vez completado el preprocesamiento, se realizó un análisis detallado de las distribuciones de las variables operativas para comprender su comportamiento y relaciones dentro del proceso de molienda SAG. Este análisis tuvo como objetivo identificar patrones que respalden la construcción del modelo gráfico probabilístico y que ofrezcan una representación más precisa de las interacciones entre las variables.

En la Figura 4.1 se presentan ejemplos de distribuciones clave, como la del consumo energético (POW) y la granulometría del producto procesado. Estas distribuciones destacan la variabilidad intrínseca de las condiciones operativas. Por ejemplo, la distribución del consumo energético revela picos asociados a ciertas configuraciones de operación, reflejando cambios significativos en la carga del molino. Este tipo de variabilidad justifica la categorización previa y facilita el análisis de los estados operativos bajo diferentes condiciones.

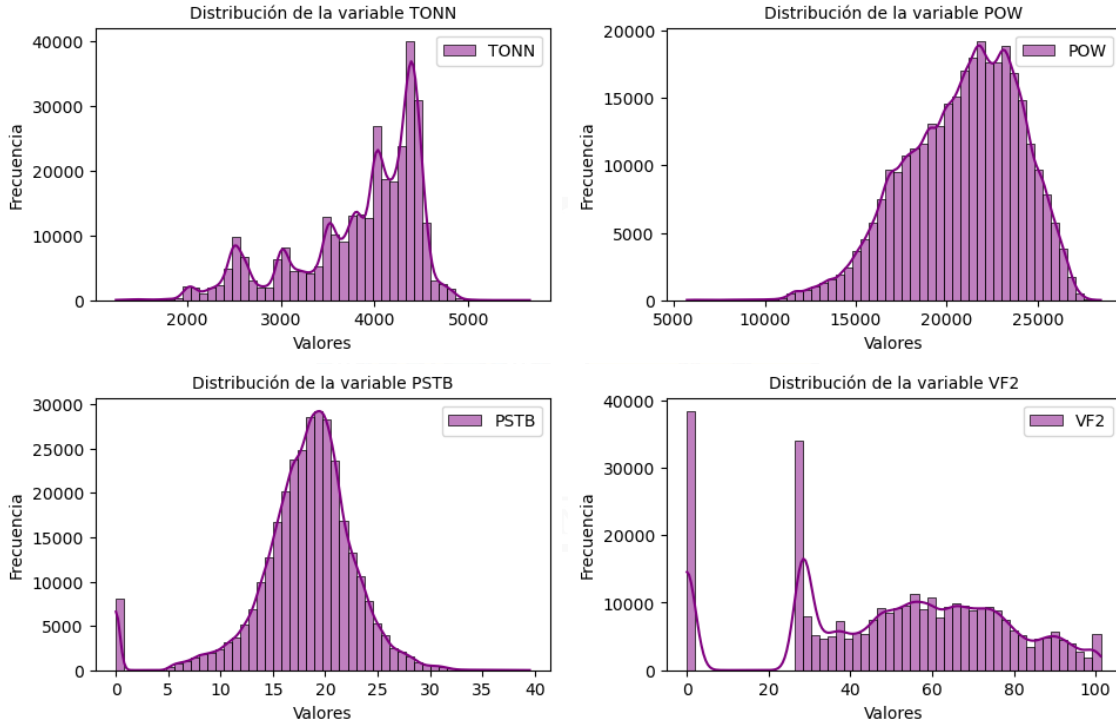


Figura 4.1: Distribuciones de las variables operativas clave en el proceso de molienda SAG.

La categorización de variables mediante cuantiles y el uso de niveles operativos permitió representar mejor el comportamiento de los datos y reducir el desequilibrio entre clases. Esto resulta especialmente relevante para el modelado probabilístico, ya que mejora la precisión de las inferencias realizadas por la red Bayesiana. El análisis de la distribución del tonelaje categorizado con el modelo GMM reveló que ciertas transiciones entre niveles operativos se asocian con cambios en otras variables, como el torque o la velocidad de rotación del molino. Estas interacciones destacan la importancia de comprender las distribuciones individuales y su impacto en la red.

Para identificar dependencias entre las variables, se utilizó la matriz de correlación de Pearson, presentada en la Figura 4.2. Este análisis permitió descubrir correlaciones lineales significativas que respaldaron la construcción de conexiones en el grafo dirigido acíclico (DAG) utilizado para modelar el proceso de molienda. Por ejemplo, el consumo energético (POW) mostró una correlación notable con el tonelaje de alimentación (TON), lo que refleja su dependencia física directa. Estas correlaciones no solo confirman relaciones esperadas, sino que también permiten identificar posibles dependencias nuevas que podrían mejorar la precisión del modelo.

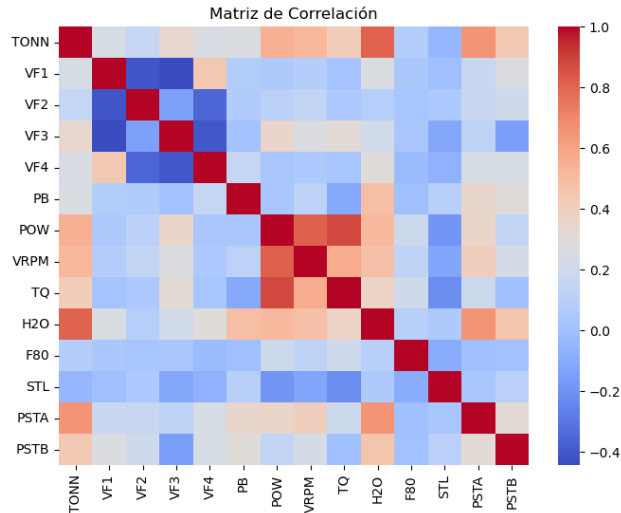


Figura 4.2: Matriz de correlación de Pearson para las variables operativas.

El empleo de modelos de mezclas gaussianas (GMM) es fundamental para capturar la distribución multimodal del tonelaje que refleja distintos regímenes operativos del molino SAG.

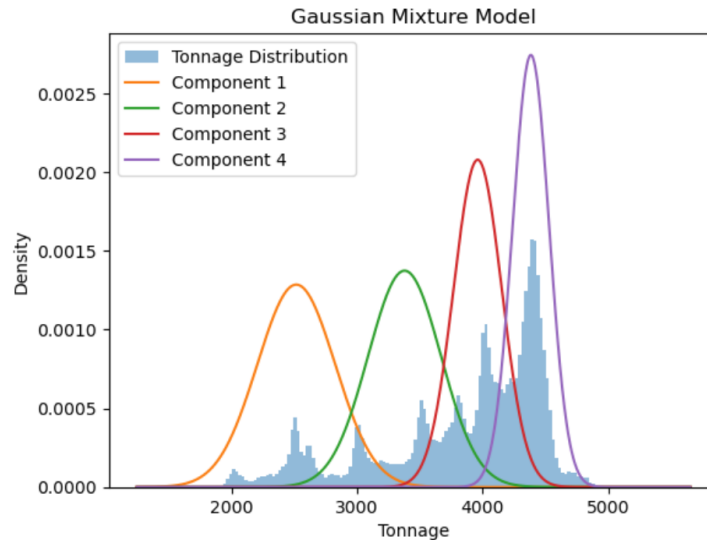


Figura 4.3: Clasificación de niveles de tonelaje mediante un modelo de Mezcla de Gaussianas (GMM). La figura, de elaboración propia, se presenta en inglés para mantener la consistencia con la nomenclatura estándar en análisis estadístico.

Como se observa en la Figura 4.3, el histograma azul muestra la distribución empírica del tonelaje, descompuesta en cuatro componentes gaussianos que representan regímenes operativos distintos. Estos componentes corresponden a operaciones de baja carga (2500 tph, naranja), carga media-baja durante transiciones (3200 tph, verde), carga media-alta en condiciones estables (4000 tph, rojo) y alta carga en condiciones óptimas (4300 tph, púrpura).

Este análisis preliminar y la clasificación del tonelaje mediante GMM sentaron las bases para el desarrollo de un modelo gráfico probabilístico que captura de manera efectiva las relaciones y dependencias operativas en el proceso de molienda SAG.

4.1.2. Red Bayesiana del circuito de molienda

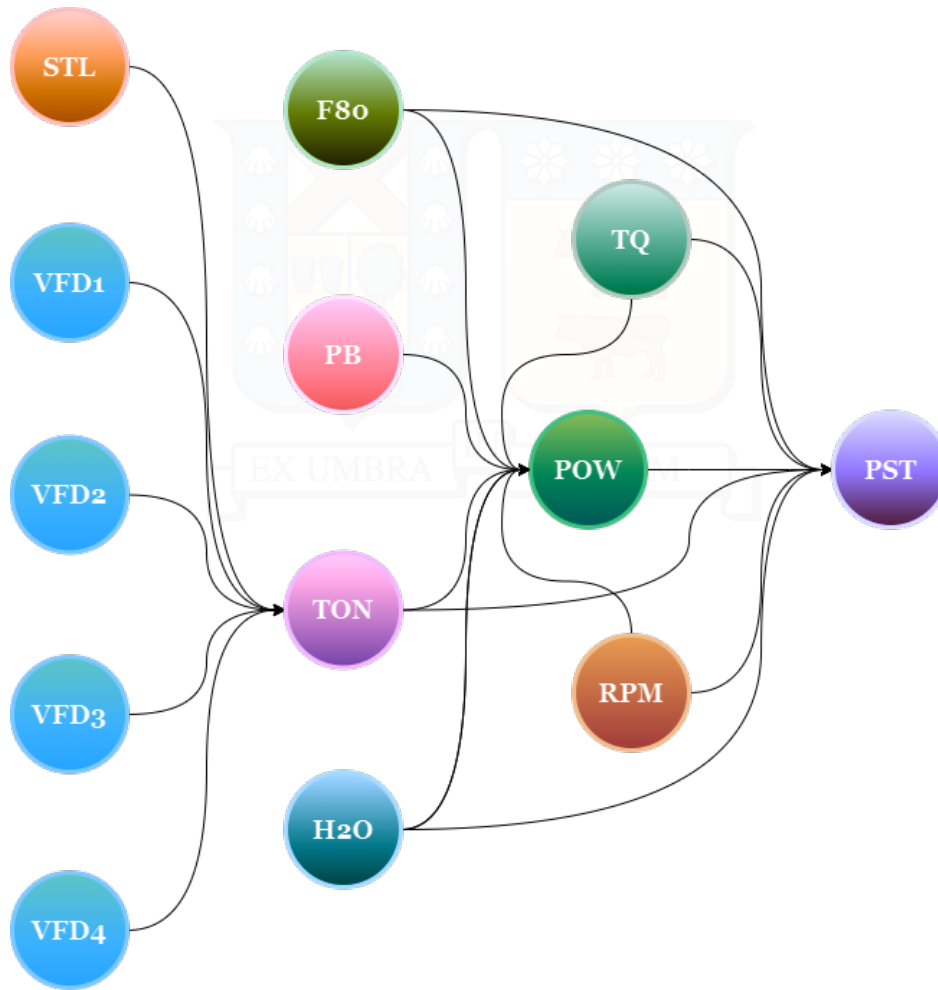


Figura 4.4: Red Bayesiana de variables operativas que representan interacciones y relaciones de dependencias entre los parámetros del proceso, tales como velocidad de alimentación (VFD), características del material (F80, STL, TON), y parámetros de operación (TQ, POW, RPM, etc.), utilizados para la optimización del control de procesos industriales.

La red bayesiana presentada en la Figura 4.4 sintetiza el análisis realizado sobre el proceso de molienda SAG, integrando el conocimiento de dominio físico y el análisis estadístico de correlaciones y distribuciones. Esta red captura las relaciones de dependencia condicional entre las variables operativas clave mediante un grafo dirigido acíclico (DAG), proporcionando una representación probabilística del sistema.

El diseño de la red se fundamentó en el conocimiento experto del circuito de molienda, así como en un análisis detallado de las dependencias estadísticas observadas. Cada nodo en la red representa una variable operativa importante, mientras que las flechas indican relaciones de dependencia entre las variables, reflejando cómo los estados de unas afectan a otras. Por ejemplo, la relación entre el tonelaje de alimentación (TON), el consumo energético (POW) y el torque (TQ) evidencia una conexión física directa, donde un aumento en el tonelaje impacta el consumo de energía y el esfuerzo ejercido por el molino. Estas relaciones fueron validadas mediante el análisis de correlaciones, asegurando que el modelo represente fielmente las dinámicas observadas en el proceso.

Las variables de control, como los variadores de frecuencia de los alimentadores (VFD1-VFD4), influyen en el tonelaje (TON) y, por ende, afectan otras variables dependientes, como el consumo energético y la velocidad de rotación del molino (RPM). Este flujo causal permite modelar cómo las decisiones de control impactan el comportamiento global

del sistema, ofreciendo un marco para realizar inferencias sobre su estado operativo bajo diferentes condiciones. La estructura de la red refleja no solo dependencias directas, sino también la independencia condicional entre variables cuando se conocen sus padres, lo que es esencial para el análisis probabilístico.

Además, el diseño de esta red bayesiana permite representar interacciones complejas que no siempre son evidentes, como la relación entre la granulometría de alimentación (F80) y la clasificación del producto (PST), capturando así el impacto del tamaño de partículas en la eficiencia del proceso. Este nivel de detalle hace que la red sea una herramienta poderosa para la inferencia, el control y la optimización del proceso de molienda SAG.

4.1.3. Estimadores y Probabilidades Condicionales

Para la estimación de las Tablas de Probabilidad Condicional (CPT, por sus siglas en inglés), se emplearon dos enfoques principales. El *Estimador de Máxima Verosimilitud* (MLE, Maximum Likelihood Estimator) ajusta los parámetros del modelo maximizando la probabilidad de los datos observados, proporcionando resultados robustos cuando se dispone de una gran cantidad de datos.

Por otro lado, el *Estimador Bayesiano* introduce una distribución previa que se actualiza a medida que se incorporan nuevos datos, mejorando la estabilidad de las estimaciones, especialmente en situaciones con datos limitados. El uso del estimador bayesiano está plenamente justificado por su capacidad para manejar escenarios de escasez de datos, evitando estimaciones extremas y proporcionando un “suavizado” en las probabilidades. Esto permite que el modelo sea más robusto y menos propenso a sobreajustes, aumentando su capacidad de generalización. En el contexto del modelo de molienda SAG, donde ciertas combinaciones de variables pueden no estar bien representadas, el enfoque bayesiano ofrece una herramienta confiable para capturar la incertidumbre y proporcionar inferencias más precisas.

Las redes Bayesianas operan mediante inferencia basada en probabilidades condicionales. La relación fundamental para calcular la probabilidad condicional de un evento X dado un conjunto de evidencias E se expresa como:

$$P(X|E) = \frac{P(X, E)}{P(E)} \quad (4.1)$$

donde $P(X, E)$ es la probabilidad conjunta de X y E , y $P(E)$ es la probabilidad marginal de E . Esta relación se utiliza en el contexto del modelo de molienda SAG para determinar probabilidades de diferentes estados operativos (e.g., niveles de tonelaje o consumo energético) dados ciertos valores de entrada.

Las *Tablas de Probabilidad Condicional* almacenan estas relaciones para cada nodo de la red, mostrando cómo varían las probabilidades en función de las variables padre. Esto permite realizar análisis probabilísticos detallados y evaluar el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones operativas.

Consultas Probabilísticas y Método de Eliminación de Variables El modelo puede ser explorado mediante consultas probabilísticas que evalúan diferentes configuraciones operativas. Algunos ejemplos incluyen:

- **Consulta 1:** ¿Cuál es la distribución del tonelaje para una configuración específica de los variadores de frecuencia de los alimentadores (e.g., *VF1: off, VF2: mid, VF3: high, VF4: off*)?
- **Consulta 2:** ¿Cómo varía el consumo de energía del molino SAG con diferentes tasas de alimentación?
- **Consulta 3:** ¿Cómo se distribuye el porcentaje de partículas clasificadas por los hidrociclones dado un nivel de alimentación específico?

Para responder a estas consultas, se emplea el *método de eliminación de variables*, que simplifica el cálculo de la probabilidad marginal al eliminar de manera secuencial las variables no relevantes del grafo probabilístico. La probabilidad de interés $P(X|E)$ se calcula sumando sobre todas las configuraciones posibles de las demás variables Y :

$$P(E) = \sum_Y P(X, Y, E). \quad (4.2)$$

Este método explota la estructura de dependencias del grafo para realizar cálculos de manera más eficiente y obtener resultados precisos para las consultas planteadas.

Tabla 4.2: Distribución probabilística del tonelaje bajo diferentes configuraciones de alimentadores.

| Configuración de Alimentadores | Nivel 1 | Nivel 2 | Nivel 3 | Nivel 4 |
|---|---------|---------|---------|---------|
| <i>VF1: off, VF2: mid, VF3: high, VF4: off</i> | 0.0015 | 0.6491 | 0.3492 | 0.0001 |
| <i>VF1: min, VF2: mid, VF3: high, VF4: off</i> | 0.0043 | 0.0043 | 0.9870 | 0.0043 |
| <i>VF1: min, VF2: mid, VF3: high, VF4: min</i> | 0.0000 | 0.0006 | 0.8854 | 0.1140 |
| <i>VF1: min, VF2: high, VF3: high, VF4: min</i> | 0.0000 | 0.0000 | 0.8031 | 0.1969 |

Tabla 4.3: Distribución probabilística del consumo energético según tasas de alimentación.

| Tasa de Alimentación | Bajo | Medio | Alto |
|----------------------|--------|--------|--------|
| Nivel 1 | 0.4457 | 0.3048 | 0.2495 |
| Nivel 2 | 0.3616 | 0.3846 | 0.2539 |
| Nivel 3 | 0.2464 | 0.4771 | 0.2765 |
| Nivel 4 | 0.2401 | 0.4542 | 0.3057 |

Tabla 4.4: Distribución probabilística del porcentaje de producto clasificado por hidrociclones.

| Tasa de Alimentación | Bajo | Medio | Alto |
|----------------------|--------|--------|--------|
| Nivel 1 | 0.5812 | 0.2056 | 0.2132 |
| Nivel 2 | 0.5636 | 0.2437 | 0.1927 |
| Nivel 3 | 0.2808 | 0.3844 | 0.3349 |
| Nivel 4 | 0.1305 | 0.3419 | 0.5276 |

El análisis probabilístico mediante el método de eliminación de variables permitió explorar cómo diferentes configuraciones operativas afectan el comportamiento del proceso, revelando patrones clave en la distribución del tonelaje, el consumo energético y la clasificación de partículas. Los resultados muestran que la relación entre los variadores de frecuencia de los alimentadores y la tasa de alimentación influye de manera significativa en la distribución del tonelaje, como se aprecia en la Tabla 4.2. Por ejemplo, la configuración *VF1: off, VF2: mid, VF3: high, VF4: off* genera una alta probabilidad de operación en los Niveles 2 y 3, evidenciando cómo configuraciones específicas pueden estabilizar el flujo de alimentación en torno a determinados niveles. Este comportamiento sugiere que el sistema puede responder de manera adaptativa a las variaciones operativas, mostrando una forma de dependencia sostenida que captura el efecto acumulativo de las configuraciones sobre el flujo.

El consumo energético, presentado en la Tabla 4.3, exhibe un patrón claro de cambio conforme se incrementa la tasa de alimentación. A medida que se avanza hacia tasas de alimentación más altas, el consumo tiende a concentrarse en niveles medios y altos, reflejando un proceso que adapta su demanda energética en función de la carga. Este comportamiento no solo destaca la capacidad del sistema para ajustar su consumo de manera proporcional a la entrada, sino que también ilustra la existencia de un equilibrio operativo que mantiene un consumo moderado para tasas medias y una tendencia a mayores niveles energéticos conforme aumenta la tasa. Este tipo de relación puede interpretarse como la captura de dependencias a largo plazo, dado que el consumo energético ajustado se estabiliza alrededor de ciertos valores bajo distintas condiciones.

Por último, la Tabla 4.4 muestra la distribución probabilística del porcentaje de partículas clasificadas por debajo de $147 \mu\text{m}$, destacando cómo la eficiencia de clasificación varía según el nivel de tonelaje. A niveles bajos de tonelaje, predomina una alta proporción de partículas clasificadas como “bajas”, mientras que en niveles más altos, la distribución se desplaza hacia porcentajes mayores de partículas finas. Este fenómeno indica que el sistema responde a mayores cargas con una mejora en la eficiencia de clasificación, lo que sugiere que el proceso alcanza un estado estacionario de alta eficiencia bajo condiciones de alta demanda. Este patrón reafirma la capacidad del modelo para capturar dependencias dinámicas y exhibir comportamientos estables bajo condiciones específicas.

En general, los resultados resaltan cómo el método de eliminación de variables permite captar dependencias tanto a corto como a largo plazo, mostrando cómo el sistema puede estabilizarse alrededor de ciertas configuraciones operativas. La combinación de distribuciones marginales y la estructura probabilística subyacente permiten representar adecuadamente la interacción entre las variables, proporcionando un marco robusto para la evaluación y optimización del proceso.

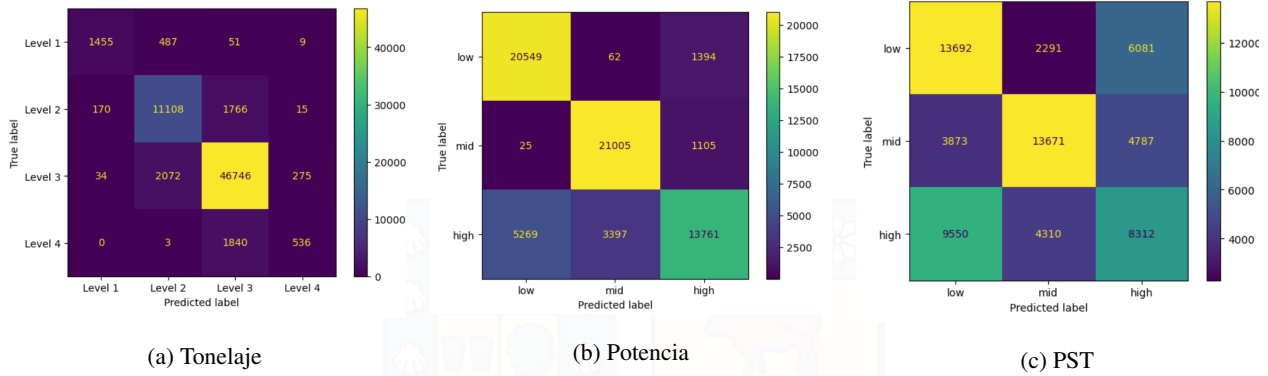


Figura 4.5: Matrices de confusión para la clasificación del tonelaje, consumo de energía y producto.

Inferencia y Clasificación de Eventos El modelo gráfico probabilístico fue evaluado como un clasificador de eventos para diferentes variables clave del sistema: tonelaje, consumo de energía y granulometría del producto (PST). Los resultados, representados en la Figura 4.5, reflejan el desempeño del modelo a través de matrices de confusión que muestran la precisión de las predicciones realizadas.

Para la variable de tonelaje, el modelo alcanzó una precisión destacada de **89.9 %**. Este alto nivel de acierto indica una fuerte capacidad predictiva para categorizar el tonelaje dentro de las clases definidas, lo que es fundamental para el control del proceso y la toma de decisiones operativas. La matriz de confusión muestra una distribución razonable de los errores, con una baja tasa de clasificaciones incorrectas entre niveles contiguos, lo que sugiere que el modelo captura correctamente las tendencias generales.

En el caso del consumo de energía, se logró una precisión de **83.0 %**. Aunque ligeramente menor que para el tonelaje, este nivel de precisión es igualmente valioso, dado que permite optimizar el uso de recursos energéticos en el sistema. Las confusiones observadas entre clases adyacentes pueden atribuirse a variaciones inherentes en las condiciones de operación y factores externos que afectan el consumo energético. Este resultado enfatiza la utilidad del modelo para prever el consumo dentro de márgenes aceptables y apoyar la planificación energética.

La granulometría del producto (PST) presentó un desafío particular, con una precisión más baja de **53.5 %**. Este desempeño sugiere que el modelo tiene dificultades para capturar con precisión la variabilidad en la distribución del tamaño del producto, posiblemente debido a la influencia de múltiples variables no consideradas o por la complejidad inherente del proceso de molienda. Para mejorar la precisión en esta variable, sería conveniente explorar la inclusión de nuevos factores que puedan influir en el resultado, como parámetros operativos adicionales o la incorporación de técnicas de aprendizaje más avanzadas, tales como redes neuronales profundas o modelos híbridos que combinen enfoques estadísticos y de aprendizaje automático.

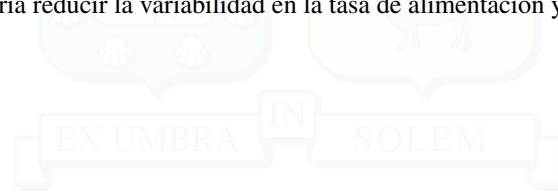
4.1.4. Limitaciones y Potencial de Mejora

El modelo gráfico probabilístico desarrollado tiene como propósito fundamental identificar cómo diferentes variables de proceso influyen en la determinación de las variables críticas de la planta de molienda SAG con un cierto grado de certeza. En particular, la red bayesiana propuesta evidencia y cuantifica la relación entre la velocidad ajustable de las correas de alimentación (representada por la frecuencia de los variadores de velocidad) y la tasa de alimentación. Se confirma que el ajuste de estas velocidades tiene un impacto directo en la tasa de alimentación, reforzando su relevancia como una variable clave en el proceso.

Por otro lado, la relación entre el nivel del *stockpile* y la tasa de alimentación, si bien se consideraba relevante debido a la naturaleza física del proceso, no aportó una mejora significativa en la predicción de la tasa de alimentación. Este hallazgo sugiere que el nivel de la pila de acopio no influye de manera determinante en el comportamiento de la alimentación del molino, o que su impacto puede estar mediado por otras variables aún no consideradas en el modelo.

El conocimiento obtenido a partir de este análisis proporciona una base sólida para la construcción de un sistema de estimación del modelo del proceso de alimentación del molino SAG. Sin embargo, el modelo actual presenta ciertas limitaciones que deben abordarse para mejorar su capacidad predictiva y su aplicabilidad en entornos operacionales dinámicos. Una de las principales limitaciones es que el modelo no captura de manera explícita las dinámicas temporales del proceso, lo cual es crucial en un sistema caracterizado por fluctuaciones rápidas y variabilidad operativa. Para mitigar esta limitación, se podrían integrar enfoques que incorporen la evolución temporal del sistema, como redes Bayesianas dinámicas o modelos de transición de estados, que permitirían representar mejor las variaciones en el tiempo.

Si bien el modelo desarrollado no genera recomendaciones de control de manera directa, su estructura permite sentar las bases para la implementación de un sistema de control adaptativo, como un sistema difuso o neurodifuso. Este tipo de sistema podría estabilizar la tasa de alimentación minimizando su error de seguimiento respecto a un valor de consigna, ajustando los variadores de frecuencia de los alimentadores de acuerdo con reglas inferidas a partir del modelo probabilístico. Al evaluar continuamente las condiciones operativas y sugerir ajustes en los variadores de frecuencia, este enfoque permitiría reducir la variabilidad en la tasa de alimentación y mejorar la eficiencia del proceso de molienda.



5 | Resultados de Modelado y Entrenamiento



El presente capítulo aborda el análisis detallado de los resultados obtenidos a partir de la implementación y evaluación de diversos esquemas de control diseñados para regular el flujo de alimentación en molinos semi-autógenos (SAG). Este análisis no solo busca identificar la efectividad de cada enfoque, sino también establecer su aplicabilidad y robustez frente a las complejidades inherentes al proceso de molienda. La alta variabilidad y las dinámicas no lineales del sistema plantean un desafío significativo, lo que hace imperativo modelar y simular escenarios que reflejen condiciones reales de operación.

La base para este análisis se fundamenta en una extensión inicial que incluye la modelación detallada del proceso de molienda SAG, utilizando tanto datos históricos como configuraciones experimentales representativas. El modelado del sistema incorporó variables clave como el tonelaje de alimentación, el consumo energético y las características del material procesado. Estas variables se integraron en un marco de simulación que captura las dinámicas operativas del circuito de molienda, permitiendo generar escenarios controlados para la evaluación de los esquemas de control propuestos.

Se considera un conjunto diverso de escenarios que incluyen trayectorias de referencia dinámicas (setpoints variables), perturbaciones introducidas deliberadamente, variaciones en parámetros del modelo y ajustes en las condiciones iniciales. Estos escenarios buscan representar de manera fiel la variabilidad típica de los sistemas industriales, asegurando que los resultados obtenidos sean relevantes y transferibles a entornos reales de operación. Particularmente, se evalúa la capacidad de cada enfoque para responder a cambios abruptos en las condiciones del proceso y estabilizar el flujo de alimentación bajo dinámicas fluctuantes.

En el análisis comparativo se incluyen tres enfoques de control: el controlador PID con predictor de Smith, un sistema de control basado en lógica difusa, y el sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa (ANFIS). Cada uno de estos métodos fue diseñado y configurado con base en el modelo del proceso desarrollado en etapas previas, asegurando un marco común para la evaluación. Los criterios principales de análisis incluyen la precisión en el seguimiento de setpoints, la capacidad de manejar perturbaciones y la eficiencia en términos de consumo energético y esfuerzo de control.

Este capítulo destaca la importancia del enfoque ANFIS como una herramienta innovadora para enfrentar las limitaciones de los métodos tradicionales en sistemas con alta complejidad y no linealidad. Al combinar técnicas de redes neuronales y lógica difusa, el sistema ANFIS muestra un potencial significativo para superar las deficiencias de los esquemas convencionales, ofreciendo adaptabilidad y robustez en escenarios desafiantes. Los resultados presentados en este capítulo proporcionan una base sólida para validar esta afirmación, comparando de manera integral las fortalezas y debilidades de cada enfoque bajo distintas condiciones operativas.

El análisis presentado busca no solo evaluar el desempeño técnico de los esquemas de control, sino también identificar implicaciones prácticas y oportunidades de mejora que puedan ser implementadas en aplicaciones industriales reales. Este enfoque integral permite avanzar en la comprensión y optimización del control de procesos en el contexto de la molienda SAG, contribuyendo al desarrollo de estrategias más eficientes y sostenibles en la industria minera.

5.1. Resultados del Ajuste de Modelos de Proceso

Modelo MISO para el Tonelaje El modelo MISO desarrollado busca describir con precisión la dinámica del sistema de molienda, considerando las interacciones entre múltiples entradas ($VF1, VF2, VF3, VF4$) y una salida única (TON). Este enfoque es esencial para capturar las complejidades del proceso industrial y establecer una base sólida para el diseño de controladores efectivos.

La salida del sistema ($Y(s)$) se representa como una combinación lineal de las entradas ($U_i(s)$) y las funciones de transferencia estimadas:

$$Y(s) = G_{11}(s)U_1(s) + G_{12}(s)U_2(s) + G_{13}(s)U_3(s) + G_{14}(s)U_4(s) \quad (5.1)$$

En este contexto, las entradas $U_i(s)$ representan las velocidades de cada correa alimentadora, mientras que la salida corresponde al flujo másico medido por el pesómetro. Este modelo captura cómo las dinámicas de los alimentadores afectan globalmente al sistema.

Estructura y Parámetros del Modelo de Proceso Continuo La representación continua del sistema se definió mediante una función de transferencia con dos polos complejos conjugados y un retardo de transporte:

$$G_{1i}(s) = \frac{K_p}{1 + 2\zeta T_w s + (T_w s)^2} e^{-T_d s} \quad (5.2)$$

Los parámetros de la función de transferencia $G_{1i}(s)$ incluyen K_p , que representa la ganancia del sistema y está directamente relacionado con la sensibilidad de la salida al cambio en las entradas. El coeficiente de amortiguamiento ζ y la constante de tiempo T_w determinan la dinámica transitoria del sistema, incluyendo el grado de oscilación y el tiempo de asentamiento. Por último, T_d refleja el retardo de transporte, una característica común en sistemas industriales debido a distancias físicas entre sensores y actuadores.

Esta estructura permite modelar comportamientos subamortiguados típicos de sistemas mecánicos industriales. La Tabla 5.1 presenta los modelos obtenidos para cada alimentador, destacando las diferencias en los tiempos de retardo (T_d) y las constantes dinámicas (T_w).

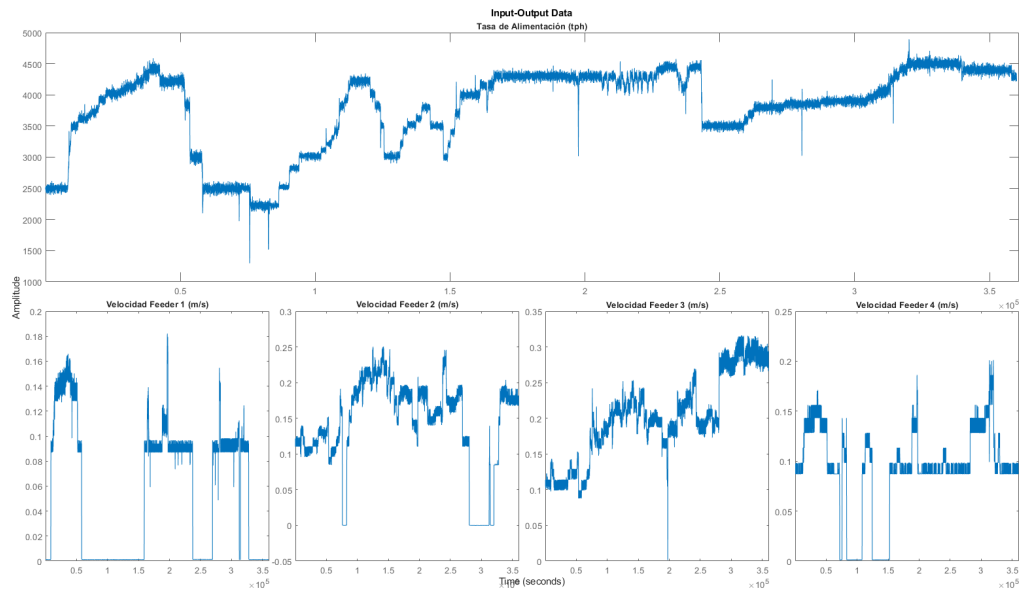
Tabla 5.1: Modelos continuos estimados para los alimentadores.

| Alimentador | Modelo Continuo |
|-------------|---|
| $G_{11}(s)$ | $e^{-70s} \cdot \frac{8304}{0,0001307s^2 + 66,5s + 1}$ |
| $G_{12}(s)$ | $e^{-55s} \cdot \frac{7974}{0,0001366s^2 + 39,32s + 1}$ |
| $G_{13}(s)$ | $e^{-45s} \cdot \frac{7781}{1,243s^2 + 21,74s + 1}$ |
| $G_{14}(s)$ | $e^{-35s} \cdot \frac{7286}{4,293 \cdot 10^{-5}s^2 + 14,83s + 1}$ |

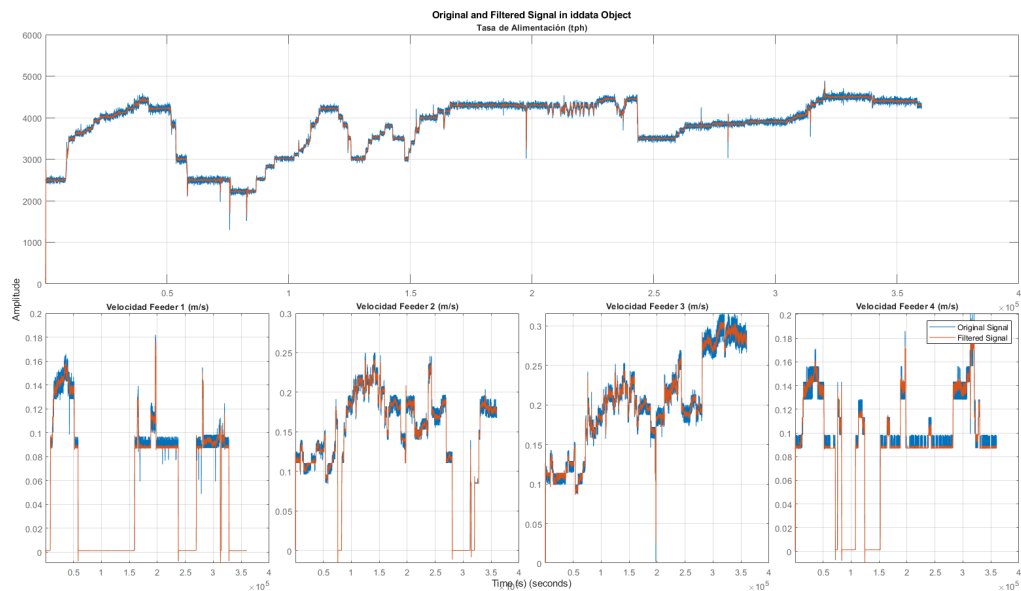
En estos modelos, $e^{-T_d s}$ representa el retardo puro en segundos, mientras que los coeficientes en el numerador y denominador reflejan las características dinámicas específicas de cada alimentador. Cabe destacar que los tiempos de retardo decrecen progresivamente desde $G_{11}(s)$ hasta $G_{14}(s)$, lo cual es consistente con el diseño físico del sistema de transporte del material.

Visualización de Datos y Ajustes para el Modelo MISO de Alimentación El análisis preliminar comenzó con la inspección gráfica del conjunto de datos original (*iddata*) y una versión filtrada diseñada para reducir el ruido y capturar

con mayor precisión la dinámica del sistema. La Figura 5.1 ilustra la comparación entre ambas versiones, destacando las características más relevantes.



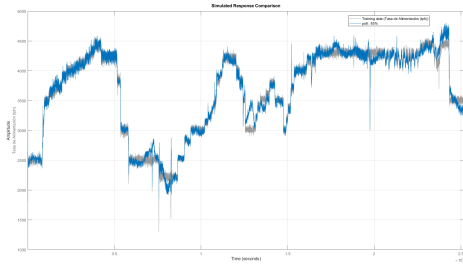
(a) Datos originales (*iddata*).



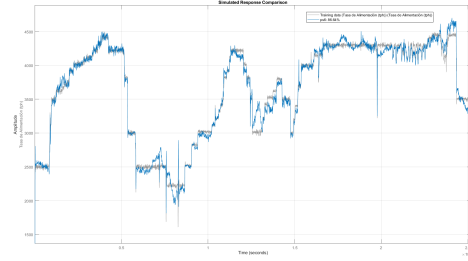
(b) Datos filtrados (*iddata*).

Figura 5.1: Comparación de los datos originales y filtrados (*iddata*).

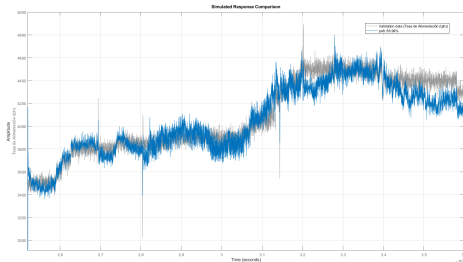
Evaluación del Ajuste del Modelo MISO El desempeño del modelo se evaluó considerando un esquema de división de datos 70/30 para los conjuntos de entrenamiento y validación, respectivamente. Este análisis se aplicó tanto a los datos originales como a los filtrados. La Figura 5.2 muestra los resultados obtenidos, ilustrando el ajuste del modelo en ambas configuraciones.



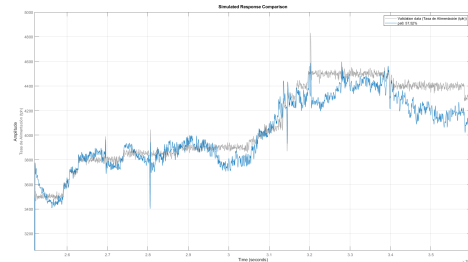
(a) Ajuste en entrenamiento MISO (señales originales).



(b) Ajuste en entrenamiento MISO (señales filtradas).



(c) Validación del modelo MISO (señales originales).



(d) Validación del modelo MISO (señales filtradas).

Figura 5.2: Comparación del ajuste del modelo MISO en señales originales y filtradas para entrenamiento y validación.

La evaluación cuantitativa de los ajustes se realizó mediante el porcentaje de ajuste (*fit percentage*), cuyas métricas se resumen en la Tabla 5.2. Como puede observarse, el modelo alcanzó un desempeño superior en el conjunto de entrenamiento con los datos filtrados (86.64 %), mientras que en el conjunto de validación, el ajuste fue mayor utilizando los datos originales (65.99 %).

Tabla 5.2: Porcentaje de ajuste del modelo MISO en conjuntos de entrenamiento y validación.

| Conjunto | Datos Originales | Datos Filtrados |
|---------------|------------------|-----------------|
| Entrenamiento | 85.00 % | 86.64 % |
| Validación | 65.99 % | 57.52 % |

Los resultados del ajuste, presentados en la Tabla 5.2, destacan un mejor desempeño del modelo MISO en datos filtrados durante el entrenamiento (86.64 %), lo que sugiere que la reducción de ruido permite capturar más fielmente la dinámica subyacente del sistema. Sin embargo, el ajuste inferior en el conjunto de validación con datos filtrados (57.52 %) puede indicar una ligera pérdida de información relevante en el proceso de filtrado. En la práctica, este equilibrio entre reducción de ruido y preservación de información debe ajustarse cuidadosamente para maximizar la robustez del modelo en escenarios de implementación real.

Visualización de Datos y Ajustes para el Modelo del Motor El análisis del modelo del motor comenzó con una inspección gráfica exhaustiva de los datos originales (*iddata*). La Figura 5.3 muestra el conjunto completo de datos, revelando características fundamentales de las señales analizadas. Destaca particularmente la marcada correlación lineal entre las variables, lo que sugiere que un modelo con dinámica de primer orden resultaría adecuado y suficiente para caracterizar este proceso con precisión.

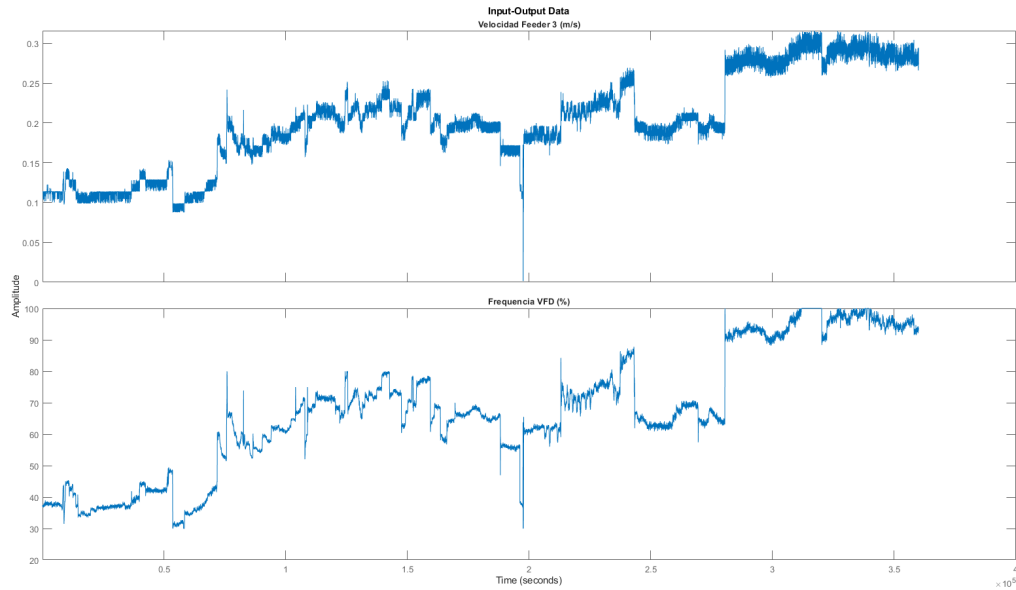
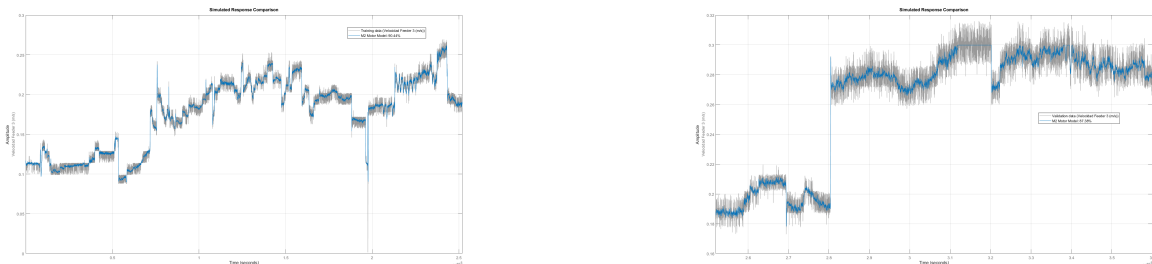


Figura 5.3: Datos originales (*iddata*) para el modelo del motor.

Evaluación del Ajuste del Modelo SISO del Motor Se evaluó el ajuste del modelo utilizando un esquema de división 70/30 para los conjuntos de entrenamiento y validación. La Figura 5.4 muestra los resultados del ajuste obtenido para cada conjunto de forma gráfica.



(a) Ajuste en entrenamiento.

(b) Ajuste en validación.

Figura 5.4: Ajuste del modelo SISO del motor en los conjuntos de entrenamiento y validación.

Tabla 5.3: Porcentaje de ajuste del modelo SISO para el accionamiento del motor en conjuntos de entrenamiento y validación.

| Conjunto | Datos Originales |
|---------------|------------------|
| Entrenamiento | 90.44 % |
| Validación | 87.38 % |

Los resultados del ajuste descrito en la Tabla 5.3 presentan un ajuste sobresaliente del modelo estimado del proceso de accionamiento del motor en la correa de alimentación, tanto sobre el conjunto de entrenamiento (90.44 %) como sobre el de validación (87.38 %).

Modelos Discretos El método *First-Order Hold* (FOH) fue seleccionado para la discretización de los modelos continuos debido a su capacidad para representar dinámicas con entradas no constantes, lo que es particularmente relevante en sistemas industriales donde las señales de control no siempre son de tipo escalón. Este método ofrece una mayor precisión comparada con técnicas más simples, como el *Zero-Order Hold*, asegurando que las características transitorias del sistema se preserven adecuadamente en la implementación digital. La Tabla 5.4 muestra las funciones de transferencia discretas obtenidas para cada alimentador:

Tabla 5.4: Modelos discretos obtenidos mediante el método FOH.

| Alimentador | Modelo Discreto |
|-------------|--|
| $G_{11}(z)$ | $z^{-35} \cdot \frac{246z + 0,0002381}{z^2 - 0,9704z + 1,077 \cdot 10^{-16}}$ |
| $G_{12}(z)$ | $z^{-30} \cdot \frac{395,5z + 0,0006696}{z^2 - 0,9504z + 1,055 \cdot 10^{-16}}$ |
| $G_{13}(z)$ | $z^{-23} \cdot \frac{331z^2 + 354,6z + 5,034 \cdot 10^{-7}}{z^2 - 0,9119z + 6,074 \cdot 10^{-16}}$ |
| $G_{14}(z)$ | $z^{-20} \cdot \frac{919,4z + 0,001243}{z^2 - 0,8738z}$ |

Los términos z^{-k} representan retardos discretos equivalentes a k muestras. Esto es crucial en sistemas digitales, donde la implementación en tiempo real requiere considerar tanto la frecuencia de muestreo como los retardos inherentes. Por otro lado, los modelos de segundo orden son una elección razonable cuando se busca capturar la dinámica dominante de un sistema, ya que ofrecen una representación más rica sin una complejidad excesiva. Incluso si los polos son reales, permiten una mejor aproximación de la respuesta transitoria que los de primer orden.

Análisis de Frecuencia y Estabilidad El análisis de frecuencia de los modelos discretos, representado en los diagramas de Bode de la Figura 5.5, permitió evaluar sus márgenes de ganancia y fase. Las métricas obtenidas se resumen en la Tabla 5.5.

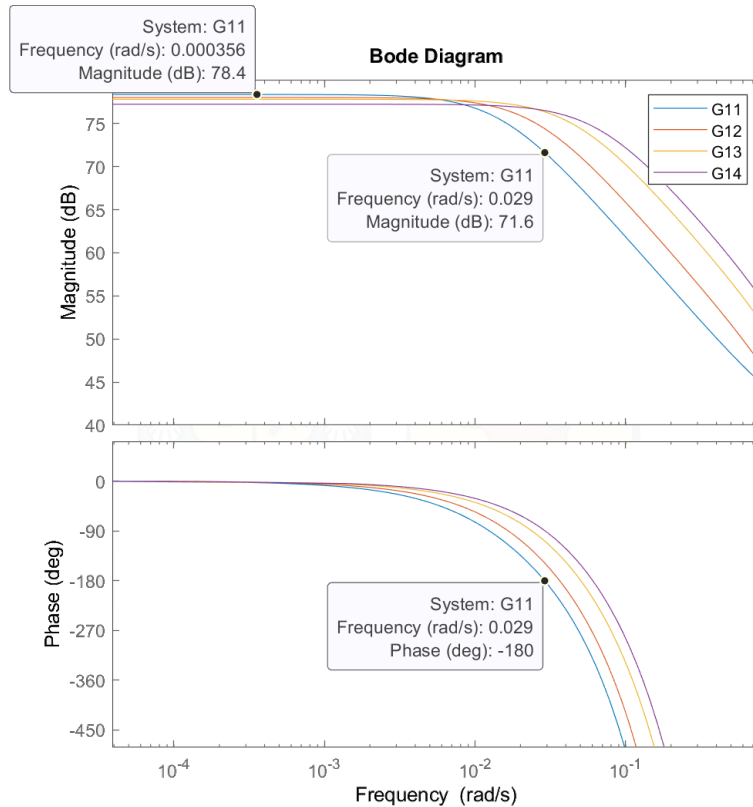


Figura 5.5: Diagramas de Bode de los sistemas discretos.

Tabla 5.5: Márgenes de ganancia y de fase para los sistemas discretizados.

| Sistema | Margen de Ganancia (dB) | Frecuencia de Cruce de Ganancia (rad/s) | Margen de Fase (°) | Frecuencia de Cruce de Fase (rad/s) |
|-------------|-------------------------|---|--------------------|-------------------------------------|
| $G_{11}(z)$ | -71,6 | 0,0290 | 78,45 | 0,0151 |
| $G_{12}(z)$ | -73,3 | 0,0359 | 79,20 | 0,0185 |
| $G_{13}(z)$ | -74,4 | 0,0502 | 80,05 | 0,0220 |
| $G_{14}(z)$ | -74,8 | 0,0591 | 81,10 | 0,0265 |

Interpretación de los Márgenes de Ganancia y Fase Los márgenes de ganancia negativos observados en la Tabla 5.5 indican que los sistemas discretizados, en su configuración actual, no son inherentemente estables en lazo cerrado sin un controlador adecuado. Sin embargo, los márgenes de fase superiores a 78° reflejan una robustez frente a perturbaciones de fase moderadas. Esto, combinado con las bajas frecuencias de cruce, sugiere que los sistemas discretizados actúan como filtros pasa-bajo efectivos, ideales para mitigar el impacto de ruido de alta frecuencia en aplicaciones de control digital.

Respuestas Temporales y Estabilidad La respuesta a escalón, ilustrada en la Figura 5.6, demuestra que los modelos discretos presentan tiempos de asentamiento adecuados para aplicaciones industriales, con oscilaciones mínimas que reflejan el comportamiento subamortiguado típico de los sistemas de transporte en minería. Estas respuestas indican que los modelos son capaces de estabilizarse rápidamente tras perturbaciones, un requisito esencial para garantizar la continuidad del proceso en sistemas de molienda SAG.

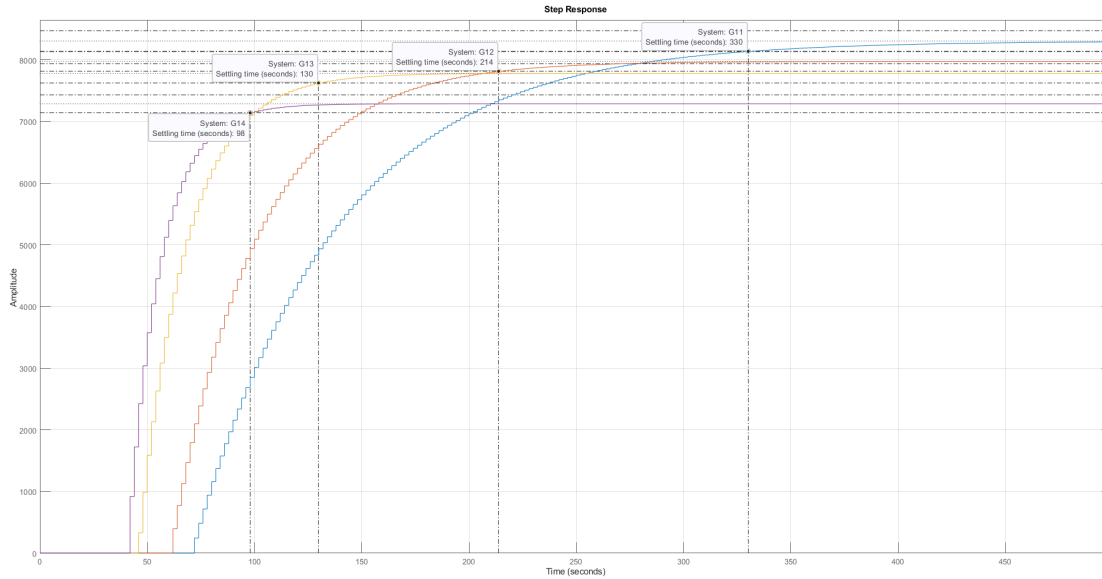


Figura 5.6: Respuestas a escalón de los modelos discretos ($U = 0, 2$).

Además, el análisis del diagrama de polos y ceros confirmó que todos los polos se encuentran dentro del círculo unitario, garantizando la estabilidad de los modelos discretos. Este análisis se visualiza en la Figura 5.7.

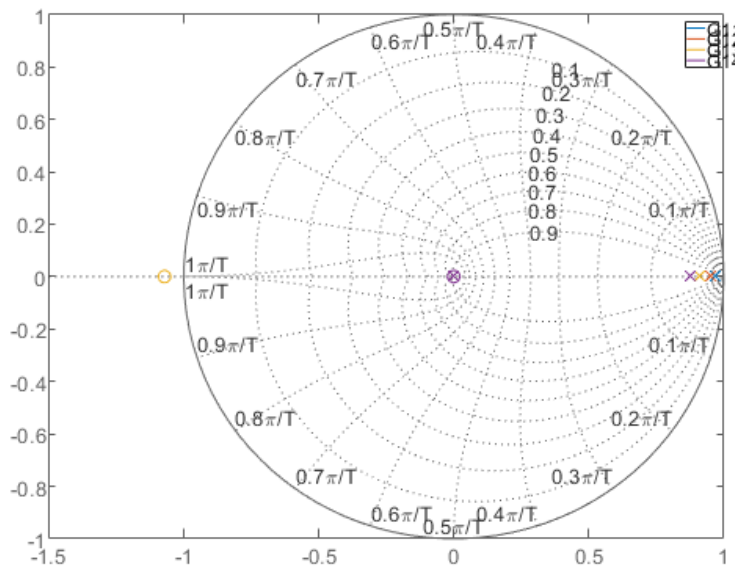


Figura 5.7: Diagramas de polos y ceros de los modelos discretos.

Implicaciones para el Diseño de Controladores Los modelos desarrollados proporcionan una base sólida para la implementación de estrategias de control avanzadas, como esquemas predictivos o adaptativos. La capacidad de los modelos discretos para capturar retardos y dinámicas complejas asegura que los controladores diseñados sobre esta base puedan mitigar perturbaciones y optimizar el desempeño bajo variabilidad operativa, mejorando significativamente la eficiencia energética y la estabilidad en la operación del molino SAG.

5.2. Construcción y Validación de los Sistemas ANFIS

5.2.1. Procesamiento de Datos

Los resultados obtenidos durante la etapa de procesamiento de datos se describen a continuación:

- **Segmentación Contextual:** Se generaron 50 subconjuntos, con duraciones promedio de 20h, abarcando tanto transitorios como estados estacionarios. La distribución de la duración por segmento se presenta en el Anexo 1, Figura A.1. Las trazas temporales de las variables en estudio posterior a la segmentación, se presentan en el Anexo 1, Figuras A.2, A.3, A.4
- **Anotación de Consignas:** El 100 % de los valores faltantes asociados a la consigna para la tasa de alimentación al molino fueron completados mediante interpolación numérica y anotación manual.
- **Normalización:** Para garantizar una representación coherente de los datos durante el entrenamiento, las principales variables se escalaron a intervalos [0, 1] y [-1, 1]. En la Tabla 5.6 se muestran los rangos de entrada (mín, máx) y los rangos objetivo ($target_{mín}$, $target_{máx}$) utilizados.

Tabla 5.6: Rangos de normalización para distintas columnas del DataFrame.

| Columna | mín | máx | $target_{mín}$ | $target_{máx}$ |
|---------|-------|------|----------------|----------------|
| TPH | 0 | 6000 | 0 | 1 |
| ERR | -6000 | 6000 | -1 | 1 |
| D_ERR | -6000 | 6000 | -1 | 1 |
| D_VFD | -50 | 50 | -1 | 1 |

- **Integración Final:** Se consolidaron 73734 observaciones en un único conjunto de datos robusto. Las estadísticas descriptivas del conjunto se describen en la Tabla A.1

5.2.2. Entrenamiento y Validación de la Red ANFIS

Resultados del entrenamiento:

- **Validación Cruzada:** Se evaluaron configuraciones con *k-folds* de 3, 5 y 10 pliegues, obteniendo un desempeño equilibrado con 5 pliegues.
- **Hiperparámetros Óptimos:**
 - Tasa de aprendizaje: **1e-04**.
 - Tamaño del batch: **64**.
 - Épocas: **10**.
- **Convergencia y Capacidad de Generalización:** La Figura 5.10 presenta los resultados de un entrenamiento de la red para 10 épocas. Se nota como, en los mejores casos, la función de pérdida converge a 0.07372 tras las primeras épocas.

A continuación, se muestran las funciones de membresía difusas asociadas a las variables de entrada **ERR** (Error de Seguimiento) y **D_ERR** (Tasa de Cambio del Error), correspondientes al **modelo ANFIS** entrenado. Cada variable se ha particionado en **cinco conjuntos difusos**, y se presenta su evolución desde la **época 0** (inicial) hasta la **época 10**, evidenciando el proceso de ajuste de los parámetros de membresía durante el entrenamiento.

Evolución de las Funciones de Membresía En la Figura 5.8 se observa la distribución inicial (época 0) de los conjuntos de membresía para las variables *ERR* y *D_ERR*. Inicialmente, los conjuntos se encuentran distribuidos de

manera relativamente uniforme, reflejando un conocimiento previo limitado sobre la dinámica de la planta y el espacio de solución difuso.

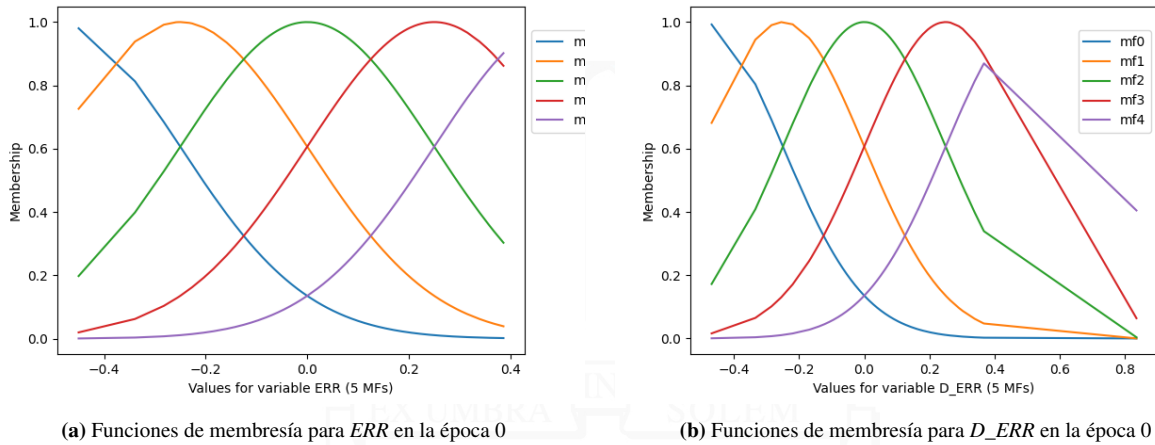


Figura 5.8: Distribución inicial (época 0) de los conjuntos de membresía para las variables ERR y D_ERR .

En la Figura 5.9 se muestra la configuración de dichos conjuntos de membresía **después de 10 épocas de entrenamiento**. Se aprecia cómo los picos (centroides) y las anchuras de cada conjunto difuso han variado de manera más localizada, orientándose hacia las regiones del espacio de entrada donde el modelo requirió un mayor ajuste para mejorar su desempeño en la tarea de control.

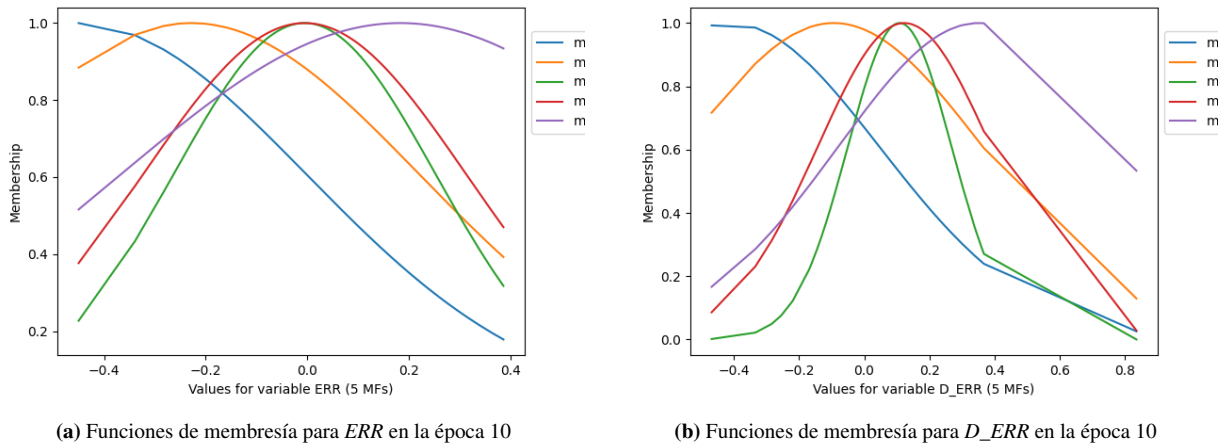


Figura 5.9: Distribución final (época 10) de los conjuntos de membresía para las variables ERR y D_ERR .

Los conjuntos de membresía se encuentran distribuidos de forma amplia y equiespaciada, reflejando la configuración inicial y la ausencia de entrenamiento específico sobre los datos de la planta. Las funciones cubren uniformemente el rango de valores de ERR y D_ERR . Tras la optimización, se observa que los parámetros de forma y posición de los conjuntos se ajustan para cubrir de manera más efectiva las regiones del espacio de entrada donde se requiere mayor precisión de control. Algunos conjuntos se vuelven más “estrechos”, buscando discriminar con más detalle los valores críticos de error y su derivada; mientras que otros se mantienen con un ancho mayor para abarcar fluctuaciones más amplias.

Estos resultados evidencian la capacidad del **modelo ANFIS** para modificar dinámicamente los parámetros

de las funciones de membresía en función de los errores observados y la retroalimentación (*backward pass*) recibida durante el proceso de entrenamiento. Conforme el ANFIS converge, las reglas difusas resultantes permiten un *mapeo* más exacto desde las variables de entrada (ERR, D_ERR) hacia las salidas de control, lo que contribuye a una mayor estabilidad y precisión en el desempeño del sistema.

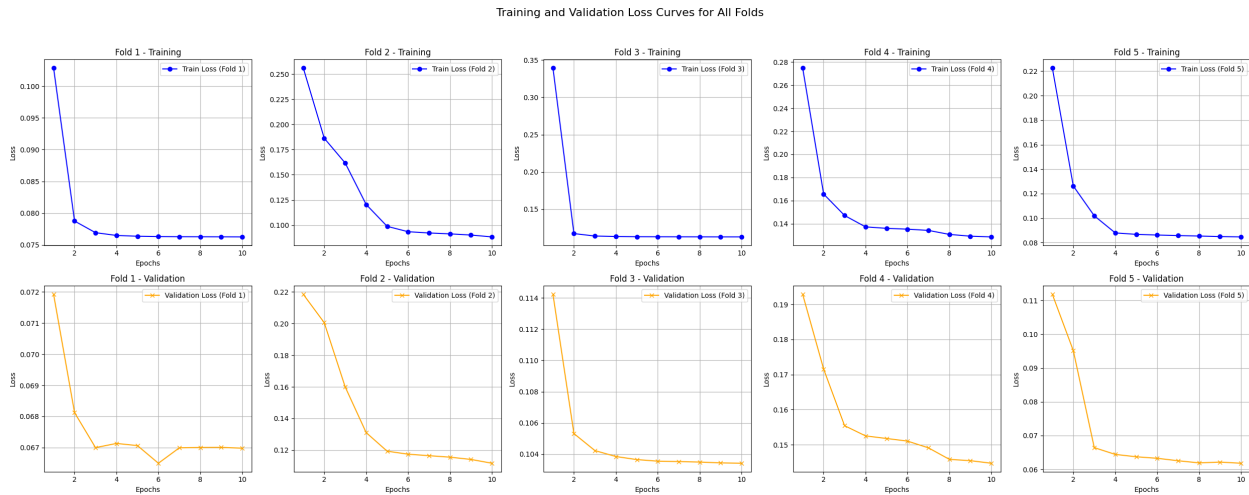


Figura 5.10: Curvas de aprendizaje (pérdida) durante el entrenamiento de la red ANFIS. (20 Épocas)

La Fig. 5.10 muestra la convergencia de la función de pérdida a 0,074 tras 10 épocas. La validación cruzada con 5 particiones mostró comportamiento consistente, con la partición 4 presentando un error 18 % superior al promedio.

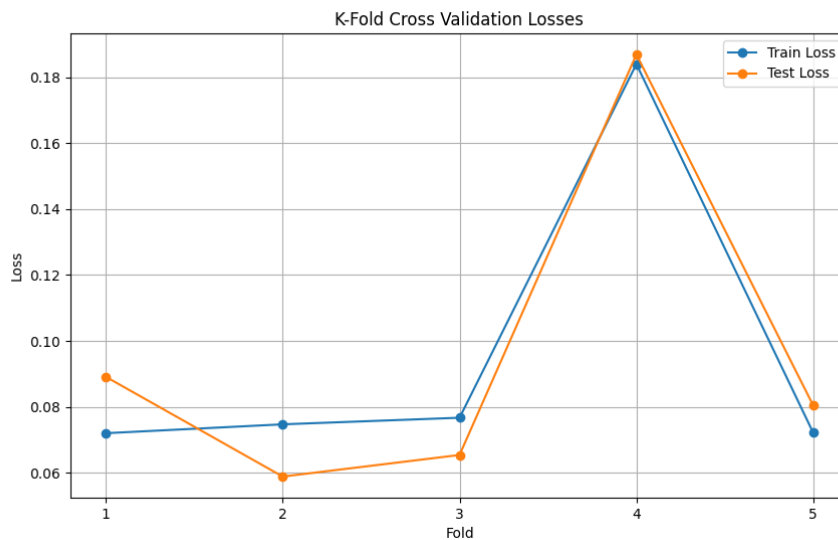


Figura 5.11: Pérdidas finales en el entrenamiento y la validación para los cinco pliegues durante el ajuste iterativo de la red ANFIS.

El análisis de la Figura 5.11 revela una divergencia significativa en el cuarto pliegue, que exhibe el peor desempeño tanto en los conjuntos de entrenamiento como de validación. Este comportamiento indica una sensibilidad inherente a la configuración de los hiperparámetros y a la inicialización de la red, sugiriendo la necesidad de optimización adicional para mitigar el sobreajuste en ciertas particiones del conjunto de datos.

Validación en el Entorno Simulativo La validación del modelo ANFIS se llevó a cabo en un entorno simulativo controlado, replicando dinámicas reales bajo condiciones ideales y perturbaciones configuradas experimentalmente. Este análisis buscó evaluar el desempeño de la red en términos de ajuste a las trayectorias de referencia y estabilidad del sistema de control.

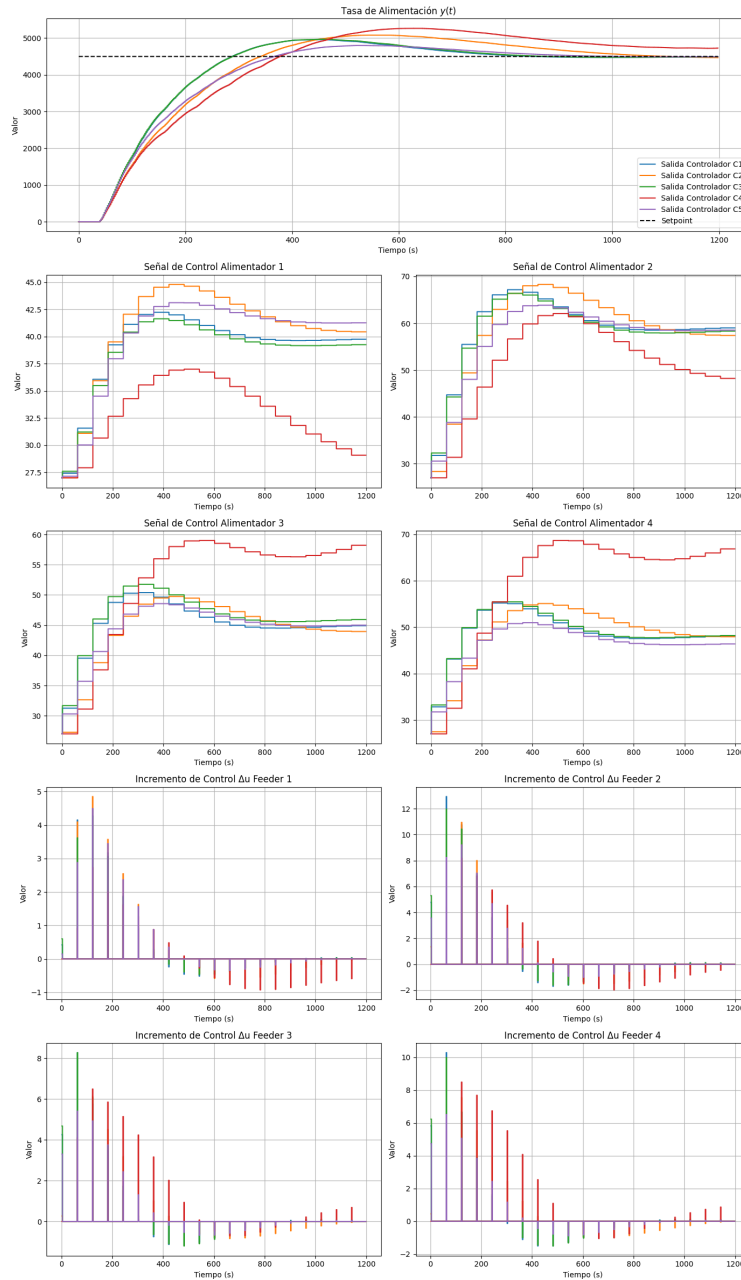


Figura 5.12: Respuesta simulada del controlador ANFIS bajo condiciones ideales con período de muestreo de 60s. La figura, de elaboración propia, muestra: (superior) tasa de alimentación total con referencia en línea punteada, (centro) señales de control para cada alimentador, y (inferior) incrementos de control aplicados. Los distintos colores representan los cinco pliegues del modelo entrenado.

El proceso de ajuste del controlador ANFIS se llevó a cabo de manera iterativa, refinando hiperparámetros clave y evaluando la respuesta del sistema en términos de reducción del error de referencia y estabilidad del control. Como se observa en la Figura 5.12, el sistema con período de muestreo de 60s presenta comportamientos diversos según el

pliegue del modelo: mientras que los pliegues 1, 2, 3 y 5 logran seguir la referencia con sobrepicos moderados, el cuarto pliegue (en rojo) muestra comportamientos subóptimos, con ajustes en las frecuencias que no estabilizan adecuadamente el flujo de alimentación, evidenciando limitaciones en su capacidad de generalización.

5.2.3. Efecto del Incremento de la Tasa de Muestreo

La principal limitación del período de muestreo original de 60s radicaba en la capacidad de respuesta del controlador frente a las dinámicas del sistema. En particular, el sistema dinámico evaluado incluye retardos largos y un período de muestreo inherente de 2s, lo cual requiere una acción de control más inmediata para manejar fluctuaciones rápidas en el proceso de carga. Con el período de 60s, el controlador enfrentaba restricciones significativas en la capacidad de respuesta, dificultando la estabilización del sistema frente a perturbaciones o cambios rápidos en las condiciones de operación.

Por estas razones, se seleccionó un período de muestreo de 10s como una solución intermedia, buscando una mayor cercanía al desempeño de controladores PID con períodos de muestreo de 2s, pero manteniendo una comparación adecuada con un controlador basado en lógica difusa tipo Mamdani. Este último presenta limitaciones computacionales considerables debido a los costos de inferencia, mientras que ANFIS, gracias a su arquitectura de inferencia tipo Sugeno, demostró ser al menos 20 veces más eficiente en términos del número promedio de iteraciones por segundo en simulaciones controladas. Esta eficiencia permitió mantener tasas de muestreo más cortas sin comprometer la latencia en los mecanismos de inferencia.

El desempeño computacional del ANFIS se vio favorecido por un balance adecuado entre la tasa de aprendizaje, el número de épocas, y una configuración inicial optimizada de las funciones de membresía. Este enfoque contribuyó a la obtención de modelos que superaron las validaciones iniciales, mostrando resultados superiores en la calidad del control.

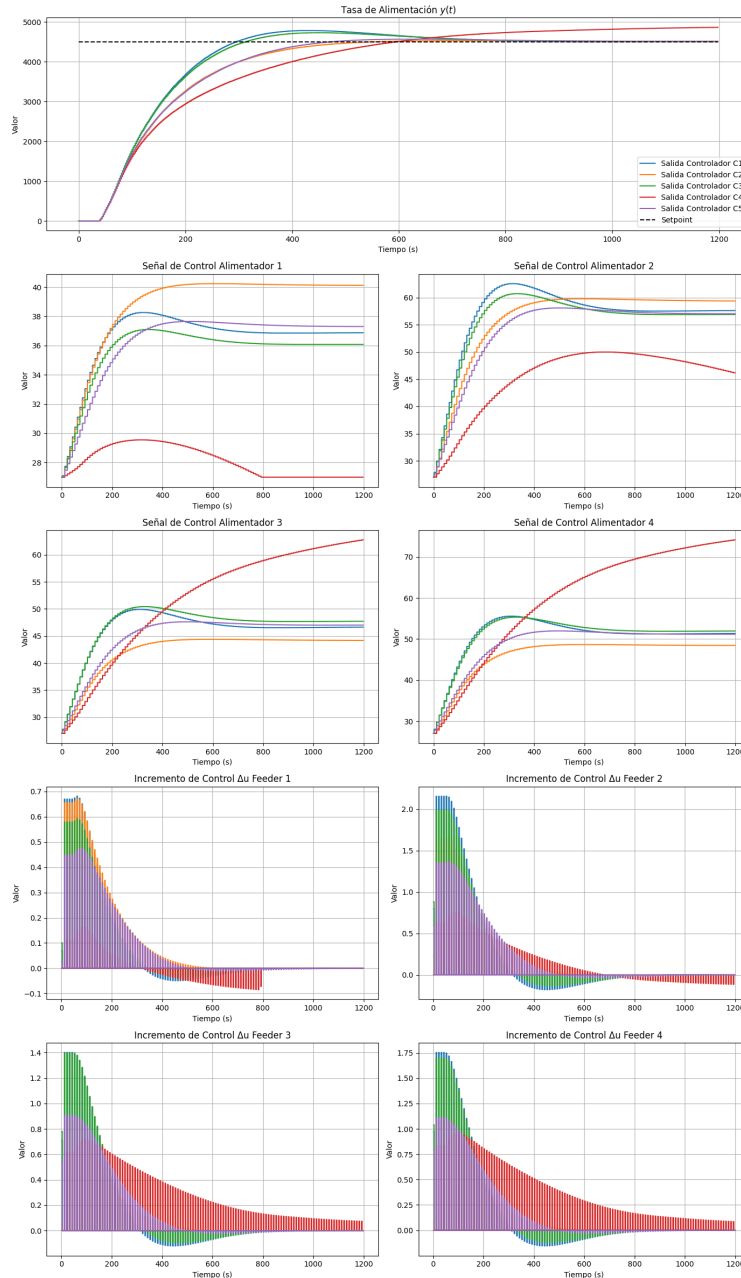


Figura 5.13: Respuesta simulada del controlador ANFIS con un período de muestreo reducido a 10s. La estructura de la figura es idéntica a la Figura 5.12, permitiendo comparar directamente el impacto de la reducción del período de muestreo en el desempeño de los distintos pliegues del modelo.

En la Figura 5.13 se observa cómo, bajo un período de muestreo de 10s, la mayoría de los modelos (pliegues 1, 2, 3 y 5) lograron una convergencia más rápida y estable, reduciendo notablemente el overshoot y mejorando los tiempos de asentamiento. Las señales de control generadas fueron significativamente más limpias, lo que evidencia un ajuste efectivo de los incrementos de control al operar con intervalos más cortos. Sin embargo, el modelo correspondiente al cuarto pliegue continuó mostrando dificultades para converger, con respuestas oscilatorias y señales de control erráticas, lo que sugiere una sensibilidad particular a las condiciones iniciales o una configuración subóptima en su estructura.

Estos resultados confirman la aplicabilidad del ANFIS en sistemas con dinámicas complejas y retardos signi-

ficativos, destacando su eficiencia computacional para mantener períodos de muestreo reducidos sin comprometer la estabilidad ni la precisión del sistema. Este comportamiento generalizado refuerza la viabilidad del ANFIS como una herramienta de control adaptativa robusta para escenarios industriales con altas demandas de procesamiento en tiempo real.



6 | Resultados de Simulaciones

6.1. Resultados del Esquema PID/PID-SP

6.1.1. Escenario 1: Condiciones Ideales

A continuación, se evalúan las ocho configuraciones de controladores PID presentadas en un entorno de referencia bajo condiciones ideales, caracterizado por la ausencia de perturbaciones externas y ruido en las señales de medición, permitiendo analizar el desempeño teórico óptimo de cada esquema de control. Los resultados se comparan utilizando métricas estandarizadas de error, consumo energético y características dinámicas clave como sobreimpulso (M_p) y tiempo de establecimiento (t_s).

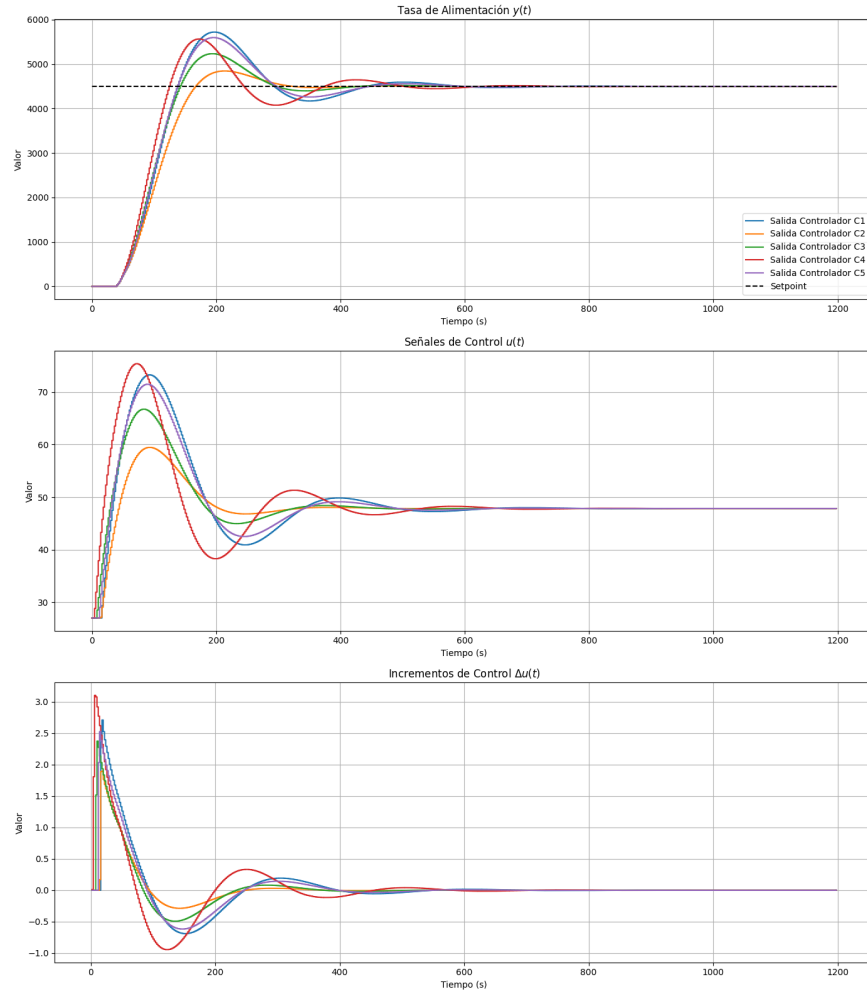


Figura 6.1: Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 1 de Condiciones Ideales.

Controlador PID La evaluación de las diversas configuraciones de control PID bajo condiciones ideales, es decir, sin perturbaciones externas ni ruido en las señales de medición, permite determinar el desempeño teórico óptimo de cada esquema. En la Tabla 6.1 se presentan las métricas de desempeño evaluadas, mientras que en la Figura 6.1 se muestra la respuesta temporal de los controladores.

Los resultados indican que el controlador C2 exhibe un comportamiento más equilibrado en términos de error de seguimiento, esfuerzo de control y sobreimpulso. Esta configuración presenta menores valores de MAE, MSE e IAE en comparación con el resto, lo cual se refleja en un error estacionario (e_{∞}) cercano a cero. Adicionalmente, la métrica ΔU_{IA} sugiere que C2 requiere menores variaciones en la señal de control, lo que redundaría en un esfuerzo más moderado sobre el actuador.

Por otra parte, C1, C4 y C5, si bien logran estabilizar el sistema, incurren en sobreimpulsos (M_p) superiores y tiempos de establecimiento (t_s) más prolongados. Dicho sobreimpulso es indeseable en la práctica, ya que no solo puede implicar riesgo de saturación o de operación fuera de las condiciones nominales del sistema, sino también el desgaste prematuro de actuadores y un mayor consumo energético. Asimismo, la eficiencia η , evaluada bajo distintas ponderaciones de α y β , señala que C2 y C3 proporcionan un mejor equilibrio entre precisión, estabilidad y uso eficiente de la energía en comparación con las otras configuraciones.

Estos hallazgos, obtenidos en un contexto ideal, establecen una base de referencia para el desempeño de controladores PID. En la siguiente etapa, el análisis incorporará el uso de un controlador PID con un predictor de Smith, con el objetivo de examinar el efecto que tienen los retardos de la planta en las características dinámicas y el desempeño

Tabla 6.1: Escenario 1: Métricas de desempeño para PID.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | | |
|-------------------------------------|-----------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE | ITSE |
| C1 | 4,861e+02 | 1,444e+06 | 5,834e+05 | 1,733e+09 | 9,300e+10 |
| C2 | 4,088e+02 | 1,409e+06 | 4,906e+05 | 1,691e+09 | 7,681e+10 |
| C3 | 4,138e+02 | 1,348e+06 | 4,965e+05 | 1,617e+09 | 7,262e+10 |
| C4 | 4,319e+02 | 1,303e+06 | 5,183e+05 | 1,563e+09 | 7,209e+10 |
| C5 | 4,614e+02 | 1,405e+06 | 5,537e+05 | 1,686e+09 | 8,531e+10 |
| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | | |
| Controller | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} | t_r | M_p % |
| C1 | 2,354e+05 | 2,294e+04 | 7,295e+02 | 6,800e+01 | 2,717e+01 |
| C2 | 2,313e+05 | 6,679e+03 | 3,734e+02 | 8,600e+01 | 7,721e+00 |
| C3 | 2,342e+05 | 1,069e+04 | 5,266e+02 | 7,200e+01 | 1,635e+01 |
| C4 | 2,354e+05 | 2,533e+04 | 8,458e+02 | 6,000e+01 | 2,369e+01 |
| C5 | 2,354e+05 | 1,769e+04 | 6,576e+02 | 6,800e+01 | 2,441e+01 |
| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | | | |
| Controller | t_s | e_∞ | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 5,160e+02 | -9,102e-03 | 6,272e+02 | 6,564e+02 | 6,856e+02 |
| C2 | 2,860e+02 | 3,132e-04 | 4,554e+02 | 4,320e+02 | 4,086e+02 |
| C3 | 3,600e+02 | 5,459e-03 | 5,055e+02 | 5,116e+02 | 5,176e+02 |
| C4 | 4,620e+02 | -2,780e-01 | 6,165e+02 | 6,820e+02 | 7,476e+02 |
| C5 | 4,120e+02 | -1,876e-02 | 5,849e+02 | 6,056e+02 | 6,264e+02 |

global del sistema, brindando una perspectiva más cercana a las condiciones reales de operación.

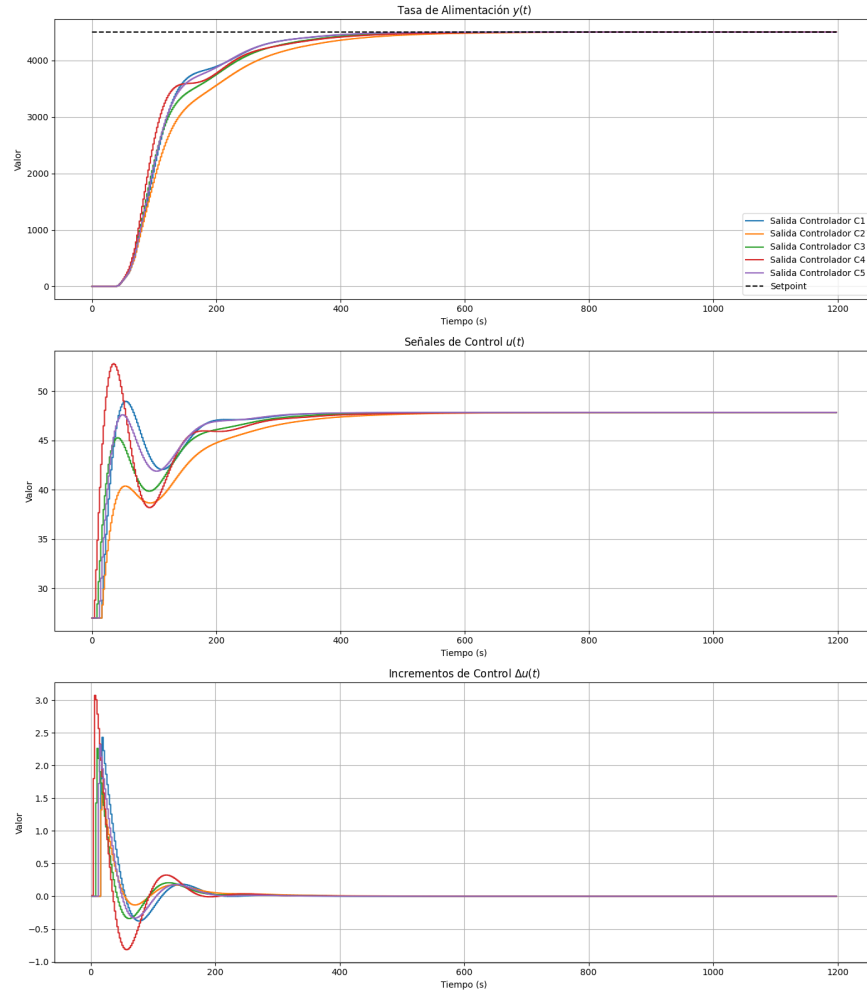


Figura 6.2: Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 1 (Condiciones Ideales).

Controlador PID-SP La incorporación del predictor de Smith bajo condiciones ideales, es decir, sin retardos en la señal de medición ni perturbaciones externas, elimina por completo el sobreimpulso ($M_p = 0\%$) en todas las configuraciones analizadas, como se aprecia en la Tabla 6.2. Esta condición supone una ventaja práctica relevante, ya que evita la excesiva exigencia sobre el actuador y reduce el riesgo de saturación y desgaste prematuro de los componentes.

A pesar de la ausencia de sobreimpulso, las configuraciones difieren en términos de error, tiempo de establecimiento y eficiencia energética. Por ejemplo, C2 presenta los mayores valores de error (IAE, MSE) y el tiempo de establecimiento (t_s) más prolongado, acompañado de un e_∞ significativamente alto. Estos resultados señalan dificultades para lograr un seguimiento preciso y ágil de la referencia, a pesar de que el esfuerzo de control (ΔU_{IA} e ITCSE) se reduce notablemente.

En contraste, controladores como C1, C4 y C5 muestran menores valores de error estacionario y tiempos de establecimiento más cortos. En particular, C5 destaca con el tiempo de establecimiento más bajo entre las configuraciones evaluadas, manteniendo además un error final reducido. Este comportamiento indica un equilibrio más favorable entre precisión y rapidez de respuesta, aun sin la presencia de sobreimpulso.

La eficiencia (η), evaluada bajo distintas ponderaciones ($\alpha > \beta$, $\alpha = \beta$ y $\alpha < \beta$), revela que C4 y C5, junto con C1, mantienen una utilización más racional de la energía sin sacrificar notablemente el desempeño. Por otro lado, C2 y C3 presentan valores de η más elevados, lo que implica una menor eficiencia global en la gestión del consumo y el esfuerzo de control al intentar reducir el error y el tiempo de respuesta.

Tabla 6.2: Escenario 1: Métricas de desempeño para PID-SP.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE | ITSE |
| C1 | 4,680e+02 | 1,527e+06 | 5,616e+05 | 1,832e+09 | 9,187e+10 |
| C2 | 5,478e+02 | 1,653e+06 | 6,573e+05 | 1,983e+09 | 1,163e+11 |
| C3 | 4,908e+02 | 1,536e+06 | 5,890e+05 | 1,843e+09 | 9,642e+10 |
| C4 | 4,680e+02 | 1,448e+06 | 5,616e+05 | 1,737e+09 | 8,529e+10 |
| C5 | 4,680e+02 | 1,518e+06 | 5,616e+05 | 1,822e+09 | 9,136e+10 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------|
| Controller | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} | t_r | M_p % |
| C1 | 2,254e+05 | 4,468e+03 | 2,775e+02 | 1,620e+02 | 5,536e-05 |
| C2 | 2,214e+05 | 1,895e+03 | 1,942e+02 | 2,100e+02 | 0,000e+00 |
| C3 | 2,243e+05 | 2,598e+03 | 2,533e+02 | 1,760e+02 | 0,000e+00 |
| C4 | 2,255e+05 | 5,838e+03 | 4,012e+02 | 1,720e+02 | 0,000e+00 |
| C5 | 2,254e+05 | 3,363e+03 | 2,582e+02 | 1,600e+02 | 5,353e-04 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | | | |
|------------------------------------|-----------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | t_s | e_∞ | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 3,520e+02 | -1,316e-03 | 4,764e+02 | 4,196e+02 | 3,628e+02 |
| C2 | 4,460e+02 | 5,860e-02 | 5,184e+02 | 4,258e+02 | 3,332e+02 |
| C3 | 3,840e+02 | 5,521e-04 | 4,883e+02 | 4,212e+02 | 3,540e+02 |
| C4 | 3,960e+02 | 2,355e-02 | 5,135e+02 | 4,814e+02 | 4,493e+02 |
| C5 | 3,500e+02 | -2,039e-03 | 4,706e+02 | 4,099e+02 | 3,492e+02 |

La implementación del predictor de Smith elimina el sobreimpulso y aporta una mayor estabilidad en la dinámica del sistema, pero no garantiza el mejor balance entre precisión, rapidez y eficiencia para todas las configuraciones. Estos resultados proporcionan un punto de partida para ajustar sintonías y explorar diseños más robustos, capaces de mejorar aún más el compromiso entre calidad del seguimiento, velocidad de respuesta y uso eficiente de la energía.

6.1.2. Escenario 2: Ruido de Medición

En este escenario, se introduce ruido (σ) en las mediciones para evaluar el desempeño de los controladores bajo condiciones no ideales. Se estimó el nivel de ruido de medición a partir de la razón de cambio entre muestras de la señal TPH (ΔTPH). Para ello, se construyó un *histograma* (Figura 6.3), el cual exhibe una distribución con forma aproximadamente gaussiana centrada en cero, abarcando valores en el rango aproximado de $[-300, 300]$. A partir de esta distribución, se calculó la varianza $\sigma^2 \approx 4927$ y, consecuentemente, la desviación estándar $\sigma \approx 70,19$. Esto permitió modelar el ruido de medición como un proceso normal con media nula y $\sigma = 70$, representativo de las fluctuaciones características en las mediciones. Dicho modelo constituye la base para la evaluación del desempeño de los controladores bajo condiciones operativas no ideales. Los resultados de cada esquema de control se analizan a continuación.

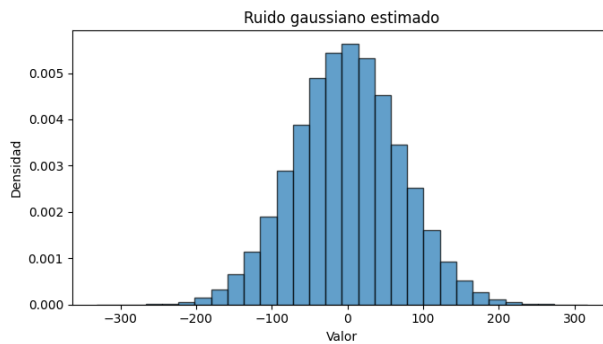


Figura 6.3: Histograma del ruido estimado a partir de ΔTPH . El comportamiento observado se aproxima a una distribución gaussiana con $\sigma \approx 70,19$.

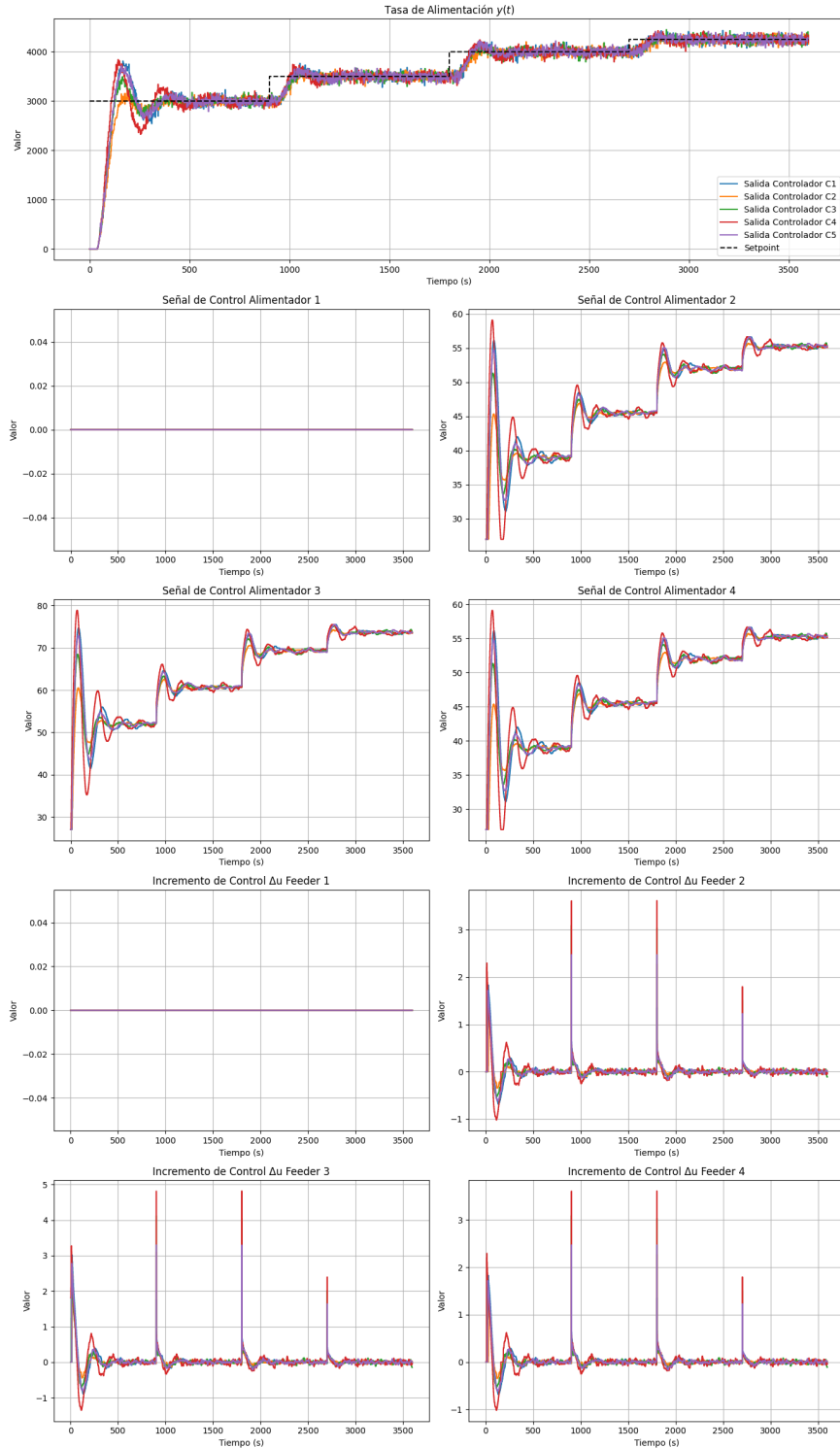


Figura 6.4: Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición).

Controlador PID La Tabla 6.3 resume las métricas de desempeño del controlador PID bajo el escenario con ruido. La configuración C3 sobresale con un MAE de 151, 1 y un MSE de $1,941e + 05$, ambos menores en comparación con las otras configuraciones. Además, su esfuerzo de control promedio (ΔU_{IA}) es más equilibrado que el de C4, que presenta el valor más alto ($1,241e + 03$).

Tabla 6.3: Escenario 2: Métricas de desempeño para PID.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 1,679e+02 | 2,076e+05 | 6,045e+05 | 7,475e+08 |
| C2 | 1,537e+02 | 2,040e+05 | 5,533e+05 | 7,343e+08 |
| C3 | 1,511e+02 | 1,941e+05 | 5,438e+05 | 6,986e+08 |
| C4 | 1,689e+02 | 1,983e+05 | 6,081e+05 | 7,139e+08 |
| C5 | 1,596e+02 | 2,013e+05 | 5,745e+05 | 7,246e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,219e+11 | 5,773e+05 | 8,027e+04 | 8,802e+02 |
| C2 | 1,162e+11 | 5,736e+05 | 9,242e+04 | 5,577e+02 |
| C3 | 1,106e+11 | 5,762e+05 | 1,539e+05 | 7,494e+02 |
| C4 | 1,237e+11 | 5,771e+05 | 2,475e+05 | 1,241e+03 |
| C5 | 1,183e+11 | 5,774e+05 | 1,235e+05 | 8,183e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,872e+02 | 7,424e+02 | 7,975e+02 |
| C2 | 5,546e+02 | 5,555e+02 | 5,564e+02 |
| C3 | 6,055e+02 | 6,466e+02 | 6,877e+02 |
| C4 | 7,978e+02 | 9,243e+02 | 1,051e+03 |
| C5 | 6,477e+02 | 6,964e+02 | 7,452e+02 |

En términos de la eficiencia compuesta η , C2 presenta el mejor balance entre precisión y eficiencia energética bajo todas las ponderaciones, superando por un (30-40) % a las configuraciones C1 y C5. Esto la posiciona como una opción robusta para escenarios ruidosos.

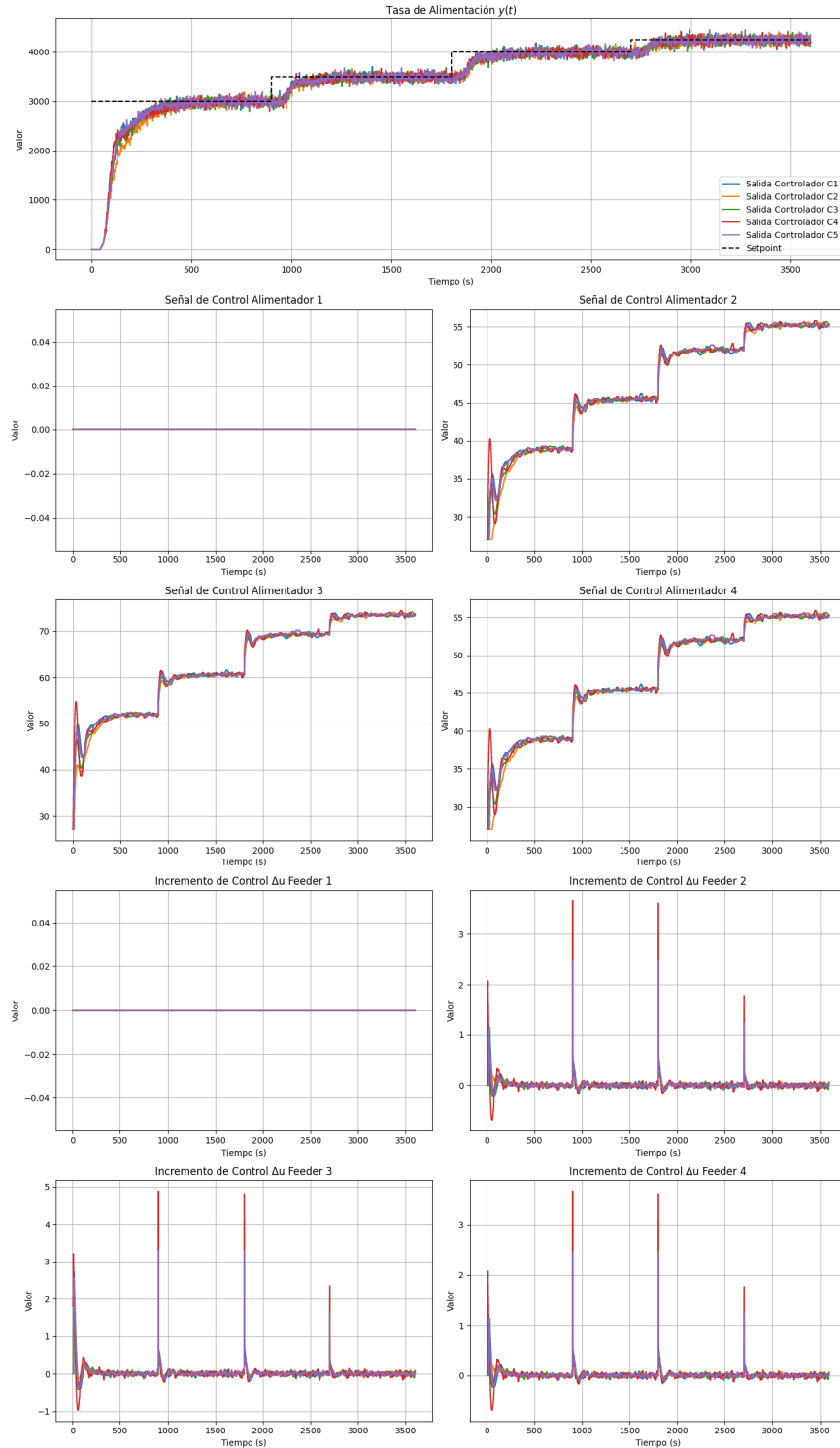


Figura 6.5: Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición).

Controlador PID-SP El uso del predictor de Smith mejora varios aspectos del desempeño del sistema bajo condiciones ruidosas. En la Tabla 6.4, se observa que la configuración C4 presenta los valores más bajos de MAE (182, 7) y MSE ($2,371 \times 10^5$), lo que indica un mejor manejo del ruido en comparación con las demás configuraciones. No obstante, su esfuerzo de control ($\Delta U_{IA} = 718, 4$) es significativamente mayor, a diferencia de otras configuraciones donde se logra

Tabla 6.4: Escenario 2: Métricas de desempeño para PID-SP.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 1,849e+02 | 2,471e+05 | 6,658e+05 | 8,896e+08 |
| C2 | 2,064e+02 | 2,675e+05 | 7,431e+05 | 9,632e+08 |
| C3 | 1,898e+02 | 2,495e+05 | 6,832e+05 | 8,981e+08 |
| C4 | 1,827e+02 | 2,371e+05 | 6,578e+05 | 8,537e+08 |
| C5 | 1,852e+02 | 2,461e+05 | 6,669e+05 | 8,861e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,489e+11 | 5,686e+05 | 6,064e+04 | 4,966e+02 |
| C2 | 1,662e+11 | 5,650e+05 | 8,764e+04 | 3,977e+02 |
| C3 | 1,483e+11 | 5,676e+05 | 1,416e+05 | 5,079e+02 |
| C4 | 1,393e+11 | 5,689e+05 | 2,054e+05 | 7,184e+02 |
| C5 | 1,481e+11 | 5,688e+05 | 1,033e+05 | 4,875e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,151e+02 | 5,812e+02 | 5,474e+02 |
| C2 | 6,395e+02 | 5,704e+02 | 5,013e+02 |
| C3 | 6,306e+02 | 5,955e+02 | 5,605e+02 |
| C4 | 6,760e+02 | 6,881e+02 | 7,003e+02 |
| C5 | 6,130e+02 | 5,772e+02 | 5,413e+02 |

un equilibrio más eficiente entre precisión y costo energético.

La Figura 6.5 muestra que el predictor de Smith elimina el sobreimpulso ($M_p = 0\%$), aunque no logra suprimir completamente las oscilaciones en configuraciones como C2, la cual experimenta un incremento del IAE del 11% en comparación con C4. Estas oscilaciones, inducidas por el ruido gaussiano, también generan mayores compensaciones en las señales de control de las configuraciones C3 y C4, evidenciado por un incremento significativo en el ITCSE.

En términos generales, el predictor de Smith contribuye a mejorar la estabilidad global del sistema, pero su efectividad está condicionada por la configuración seleccionada. Mientras que C2 ofrece un equilibrio óptimo entre precisión y eficiencia energética, C3 y C4 presentan una mayor sensibilidad al ruido.

6.1.3. Escenario 3: Perturbación Constante

En este escenario se combina ruido (σ) y perturbaciones constantes (ρ), representando una situación operativa más compleja y cercana a las condiciones reales. Este análisis evalúa la capacidad de cada esquema de control para manejar simultáneamente el ruido y las perturbaciones constantes, enfatizando su desempeño en términos de precisión, estabilidad y esfuerzo de control.

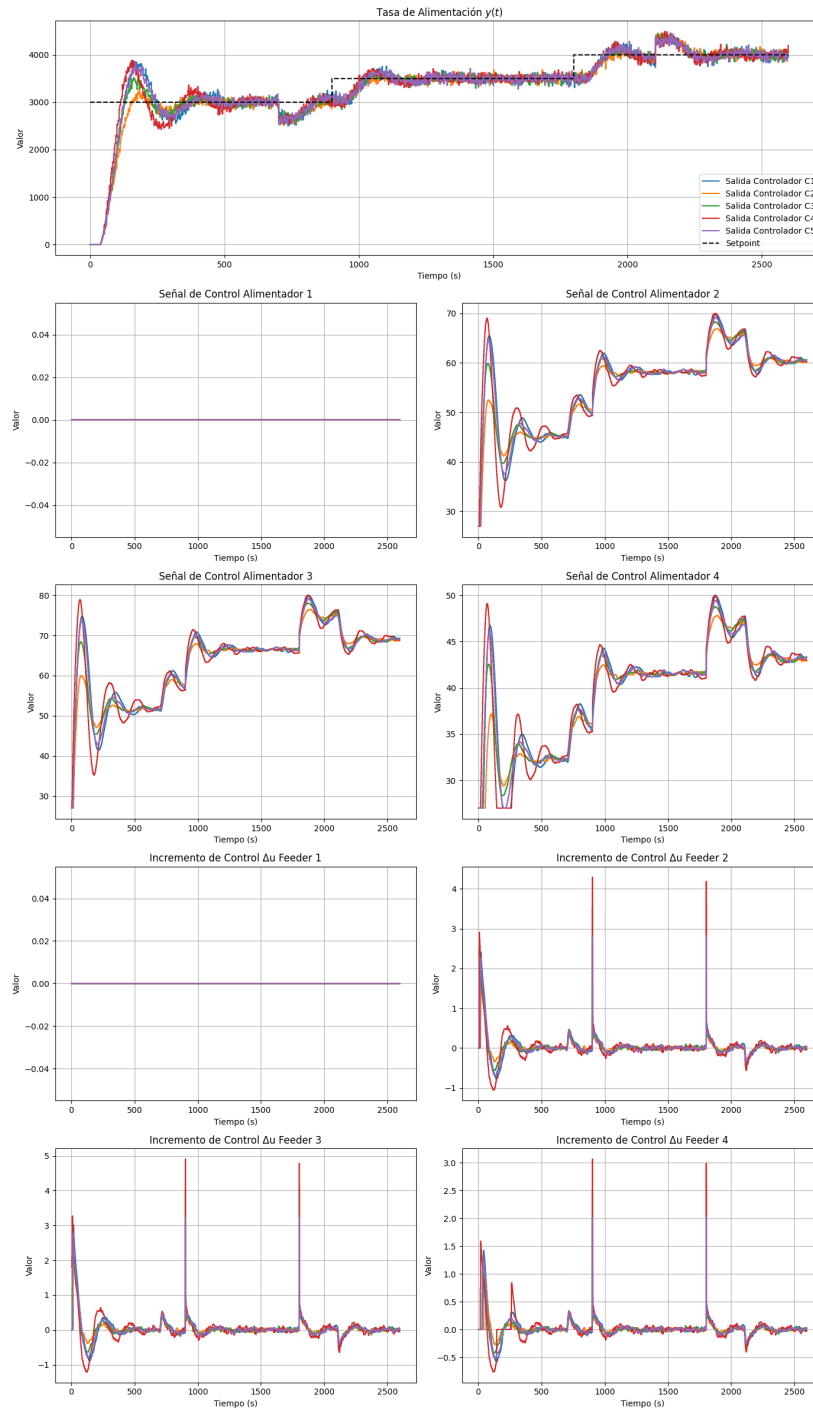


Figura 6.6: Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante).

Tabla 6.5: Escenario 3: Métricas de desempeño para PID.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,418e+02 | 3,009e+05 | 6,288e+05 | 7,824e+08 |
| C2 | 2,104e+02 | 2,875e+05 | 5,471e+05 | 7,475e+08 |
| C3 | 2,130e+02 | 2,799e+05 | 5,539e+05 | 7,276e+08 |
| C4 | 2,334e+02 | 2,827e+05 | 6,070e+05 | 7,350e+08 |
| C5 | 2,276e+02 | 2,918e+05 | 5,917e+05 | 7,587e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,411e+11 | 4,142e+05 | 9,535e+04 | 9,415e+02 |
| C2 | 1,209e+11 | 4,101e+05 | 8,722e+04 | 5,367e+02 |
| C3 | 1,228e+11 | 4,132e+05 | 1,435e+05 | 7,452e+02 |
| C4 | 1,347e+11 | 4,141e+05 | 2,311e+05 | 1,180e+03 |
| C5 | 1,264e+11 | 4,139e+05 | 1,153e+05 | 8,532e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 7,226e+02 | 7,852e+02 | 8,477e+02 |
| C2 | 5,440e+02 | 5,419e+02 | 5,398e+02 |
| C3 | 6,113e+02 | 6,495e+02 | 6,878e+02 |
| C4 | 7,788e+02 | 8,934e+02 | 1,008e+03 |
| C5 | 6,701e+02 | 7,224e+02 | 7,747e+02 |

Controlador PID La Tabla 6.5 resume las métricas del controlador PID. La configuración C2 destaca claramente como la más precisa, con valores mínimos en MAE (210, 4), MSE (2, 875e + 05) y IAE (5, 471e + 05), lo que refleja un seguimiento de referencia más eficiente frente al ruido y las perturbaciones. Además, su esfuerzo de control promedio ($\Delta U_{IA} = 536, 7$) es significativamente menor que el de configuraciones como C4 (1, 180e + 03), que presenta una mayor demanda de actuación.

En términos de eficiencia energética (η), C2 sobresale con un rendimiento consistente en todas las ponderaciones, logrando un balance óptimo entre precisión y esfuerzo. Comparativamente, C4 tiene un $ITCSE$ un 65 % mayor que C2, lo que sugiere un costo energético considerablemente más alto para alcanzar la estabilidad.

La Figura 6.6 ilustra la respuesta temporal de los controladores. C2 no solo estabiliza el sistema rápidamente, sino que también minimiza las oscilaciones, lo que resulta en una menor variabilidad en el desempeño. C4, aunque logra estabilizar el sistema, presenta oscilaciones más pronunciadas, reflejando una sensibilidad elevada a las perturbaciones constantes.

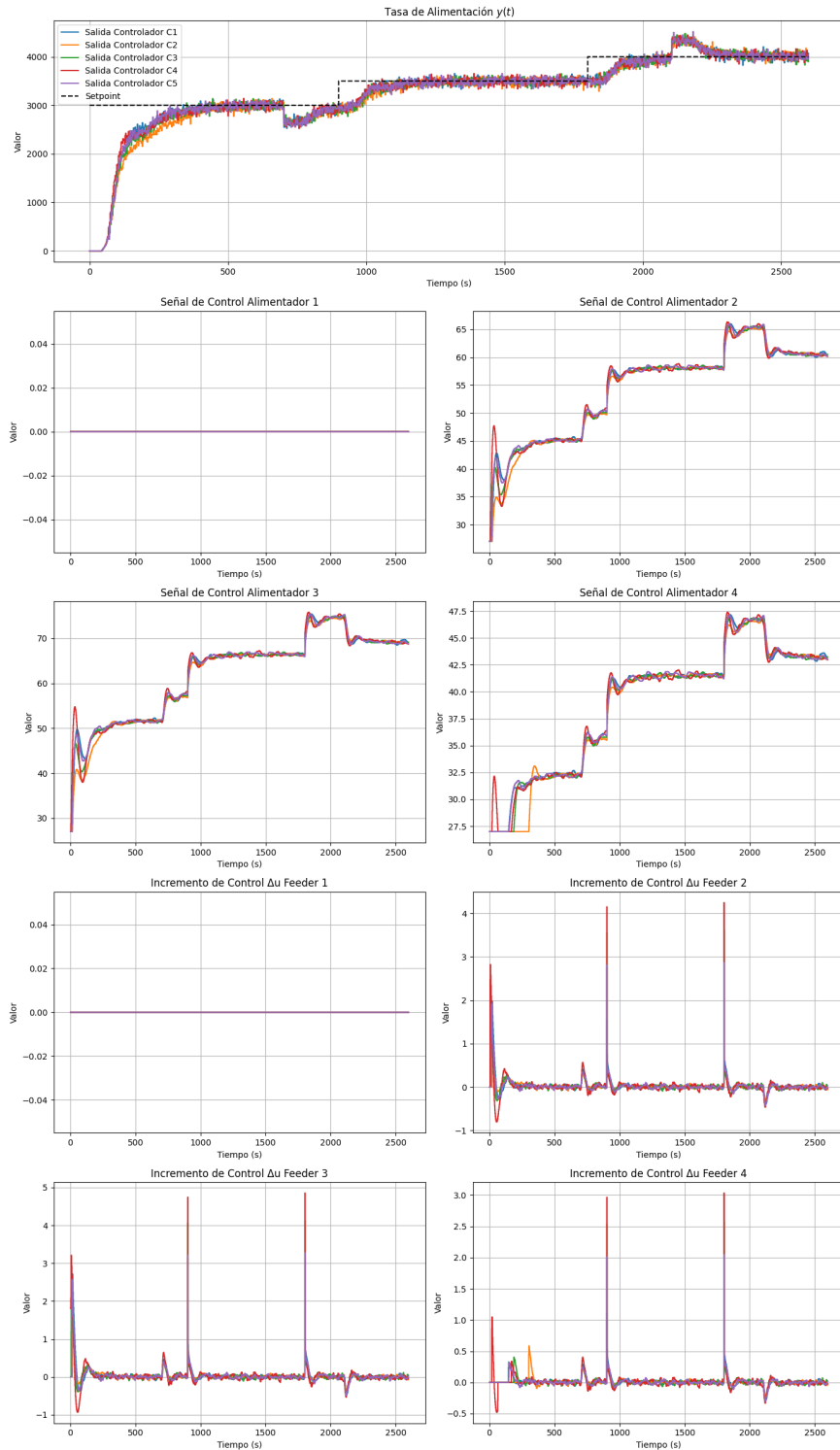


Figura 6.7: Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante).

Controlador PID-SP El uso del predictor de Smith demuestra mejoras significativas en la estabilidad y precisión del sistema. Según la Tabla 6.6, la configuración C4 destaca con un MAE de 253,4 y un MSE de $3,293e + 05$, pero incurre en un esfuerzo de control elevado ($\Delta U_{IA} = 652,7$), lo que se traduce en un desempeño energético menos eficiente ($ITCSE = 1,778e + 05$).

Tabla 6.6: Escenario 3: Métricas de desempeño para PID-SP.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,550e+02 | 3,447e+05 | 6,630e+05 | 8,961e+08 |
| C2 | 2,878e+02 | 3,744e+05 | 7,482e+05 | 9,735e+08 |
| C3 | 2,632e+02 | 3,499e+05 | 6,844e+05 | 9,097e+08 |
| C4 | 2,534e+02 | 3,293e+05 | 6,588e+05 | 8,562e+08 |
| C5 | 2,551e+02 | 3,441e+05 | 6,633e+05 | 8,945e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,558e+11 | 4,059e+05 | 5,985e+04 | 4,583e+02 |
| C2 | 1,782e+11 | 4,025e+05 | 8,068e+04 | 3,827e+02 |
| C3 | 1,596e+11 | 4,047e+05 | 1,278e+05 | 4,689e+02 |
| C4 | 1,482e+11 | 4,060e+05 | 1,778e+05 | 6,527e+02 |
| C5 | 1,557e+11 | 4,059e+05 | 9,699e+04 | 4,771e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,016e+02 | 5,607e+02 | 5,197e+02 |
| C2 | 6,385e+02 | 5,655e+02 | 4,924e+02 |
| C3 | 6,198e+02 | 5,767e+02 | 5,336e+02 |
| C4 | 6,569e+02 | 6,557e+02 | 6,545e+02 |
| C5 | 6,074e+02 | 5,702e+02 | 5,329e+02 |

Por otro lado, la configuración C2, aunque con un *MAE* y *MSE* mayores, logra un menor esfuerzo de control ($\Delta U_{IA} = 382,7$) y una mayor eficiencia energética (*ITCSE* = $8,068e + 04$), lo que puede ser beneficioso en aplicaciones donde el desgaste de los actuadores sea una preocupación principal. Sin embargo, este beneficio se logra a costa de un aumento en los errores acumulativos (*IAE* = $7,482e + 05$) en comparación con C4.

En la Figura 6.7, se aprecia que la configuración C4 estabiliza el sistema con un mayor sobreimpulso y oscilaciones en la señal de actuación, en contraste con configuraciones como C2 y C3. Las métricas de eficiencia (η) refuerzan la robustez de C2, especialmente bajo condiciones donde $\alpha = \beta$, superando el desempeño de C4 en un 15 %.

6.1.4. Escenario 4: Variación Paramétrica

En este escenario se introducen ruido (σ) y variaciones paramétricas (δ), las cuales afectan las características dinámicas de la planta. Este análisis evalúa la capacidad de los esquemas de control para manejar estos cambios, enfatizando su desempeño en términos de precisión, estabilidad y esfuerzo de control.

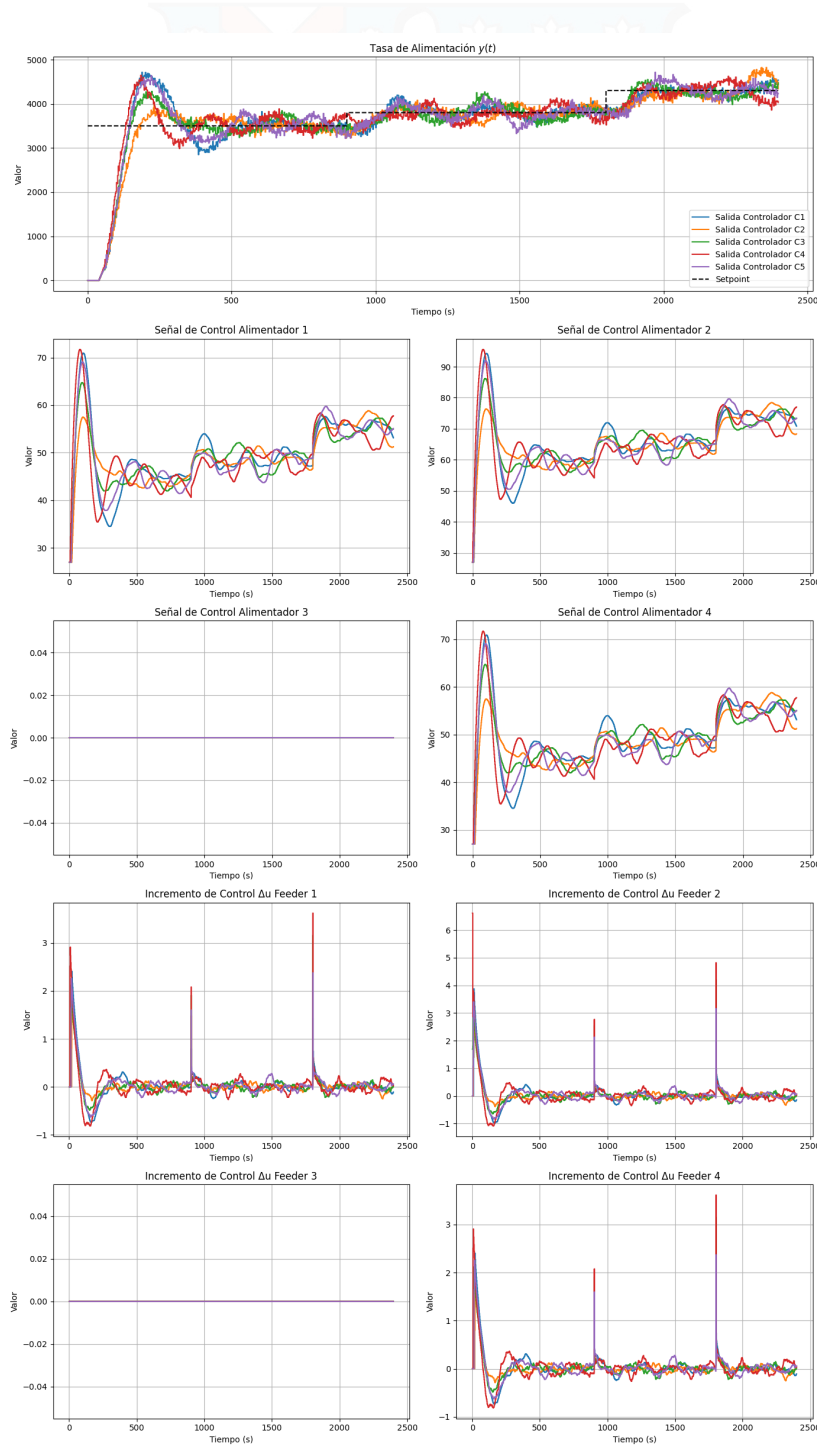


Figura 6.8: Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica).

Tabla 6.7: Escenario 4: Métricas de desempeño para PID.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 3,274e+02 | 5,219e+05 | 7,857e+05 | 1,252e+09 |
| C2 | 2,975e+02 | 4,891e+05 | 7,140e+05 | 1,174e+09 |
| C3 | 2,946e+02 | 4,708e+05 | 7,070e+05 | 1,130e+09 |
| C4 | 2,974e+02 | 4,546e+05 | 7,138e+05 | 1,091e+09 |
| C5 | 3,312e+02 | 5,033e+05 | 7,950e+05 | 1,208e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,670e+11 | 3,978e+05 | 8,639e+04 | 1,050e+03 |
| C2 | 1,748e+11 | 3,939e+05 | 8,298e+04 | 6,831e+02 |
| C3 | 1,427e+11 | 3,954e+05 | 1,272e+05 | 8,824e+02 |
| C4 | 1,546e+11 | 3,930e+05 | 1,885e+05 | 1,292e+03 |
| C5 | 1,827e+11 | 3,936e+05 | 1,143e+05 | 1,081e+03 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 8,650e+02 | 9,178e+02 | 9,707e+02 |
| C2 | 7,047e+02 | 6,985e+02 | 6,923e+02 |
| C3 | 7,596e+02 | 7,947e+02 | 8,298e+02 |
| C4 | 8,871e+02 | 1,003e+03 | 1,118e+03 |
| C5 | 8,807e+02 | 9,379e+02 | 9,950e+02 |

Controlador PID La Figura 6.8 ilustra el desempeño del controlador PID bajo variaciones paramétricas. Una observación clave es la presencia de oscilaciones permanentes en la salida del sistema. Estas oscilaciones reflejan la incapacidad del controlador para ajustarse adecuadamente a los cambios en los parámetros de la planta. Además, las señales de control muestran fluctuaciones pronunciadas, lo que evidencia la desadaptación del PID y el esfuerzo excesivo necesario para intentar estabilizar el sistema.

Por ejemplo, en configuraciones como C3, aunque el error medio absoluto ($MAE = 294,6$) y el error acumulativo ($IAE = 7,070e + 05$) son relativamente bajos, la inestabilidad inherente se traduce en un mayor esfuerzo acumulativo ($ITCSE = 1,272e+05$). En contraste, configuraciones como C2 logran un esfuerzo más reducido ($ITCSE = 8,298e+04$) pero a costa de una menor precisión, con valores de MAE y MSE más altos.

Este comportamiento destaca las limitaciones de los PID en escenarios con múltiples fuentes de incertidumbre, especialmente cuando los cambios dinámicos no son predecibles ni consistentes.

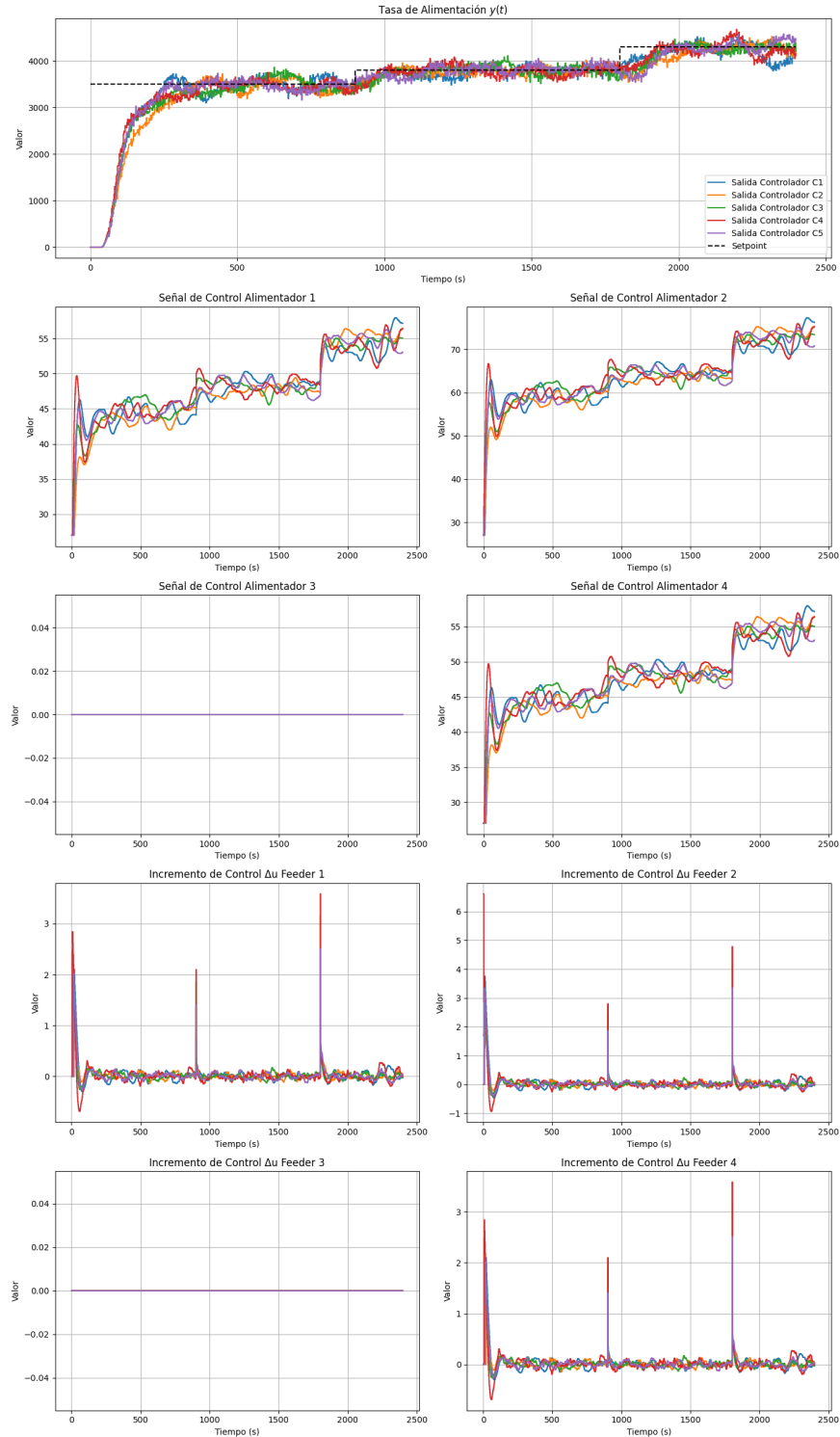


Figura 6.9: Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica).

Controlador PID-SP El uso del Predictor de Smith en el controlador PID-SP introduce mejoras significativas en la respuesta del sistema. Como se observa en la Figura 6.9, las oscilaciones en la salida disminuyen considerablemente en comparación con el PID estándar. Sin embargo, aunque las fluctuaciones se reducen, no desaparecen por completo, especialmente en la señal de control, lo que sigue reflejando la desadaptación ante las variaciones paramétricas.

Tabla 6.8: Escenario 4: Métricas de desempeño para PID-SP.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,821e+02 | 4,834e+05 | 6,771e+05 | 1,160e+09 |
| C2 | 3,108e+02 | 5,253e+05 | 7,459e+05 | 1,261e+09 |
| C3 | 2,883e+02 | 4,785e+05 | 6,918e+05 | 1,148e+09 |
| C4 | 2,734e+02 | 4,528e+05 | 6,561e+05 | 1,087e+09 |
| C5 | 2,753e+02 | 4,810e+05 | 6,606e+05 | 1,154e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,370e+11 | 3,829e+05 | 5,579e+04 | 6,676e+02 |
| C2 | 1,750e+11 | 3,804e+05 | 6,999e+04 | 4,985e+02 |
| C3 | 1,372e+11 | 3,846e+05 | 9,875e+04 | 5,188e+02 |
| C4 | 1,270e+11 | 3,858e+05 | 1,526e+05 | 7,798e+02 |
| C5 | 1,609e+11 | 3,846e+05 | 8,192e+04 | 5,795e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,742e+02 | 6,723e+02 | 6,704e+02 |
| C2 | 6,717e+02 | 6,222e+02 | 5,727e+02 |
| C3 | 6,399e+02 | 6,053e+02 | 5,707e+02 |
| C4 | 6,932e+02 | 7,179e+02 | 7,427e+02 |
| C5 | 6,363e+02 | 6,201e+02 | 6,038e+02 |

Configuraciones como C4 muestran un balance favorable con los valores más bajos de *MAE* (273,4) y *MSE* (4,528e+05), lo que sugiere un mejor seguimiento de la referencia. Sin embargo, el esfuerzo acumulativo (*ITCSE* = 1,526e+05) y las oscilaciones residuales en la señal de control indican que el sistema aún enfrenta desafíos significativos para mantener una estabilidad robusta.

Este escenario resalta los retos inherentes al control de procesos en condiciones de incertidumbre, donde las variaciones dinámicas constantes no solo dificultan la estabilidad, sino que también aumentan los costos energéticos y el desgaste de los actuadores. Aunque el PID-SP mitiga algunos de estos efectos, persisten áreas de mejora en términos de adaptabilidad y eficiencia.

6.1.5. Escenario 5: Retardos Variables

Este escenario combina ruido (σ) y retardos variables ($\Delta\tau$).

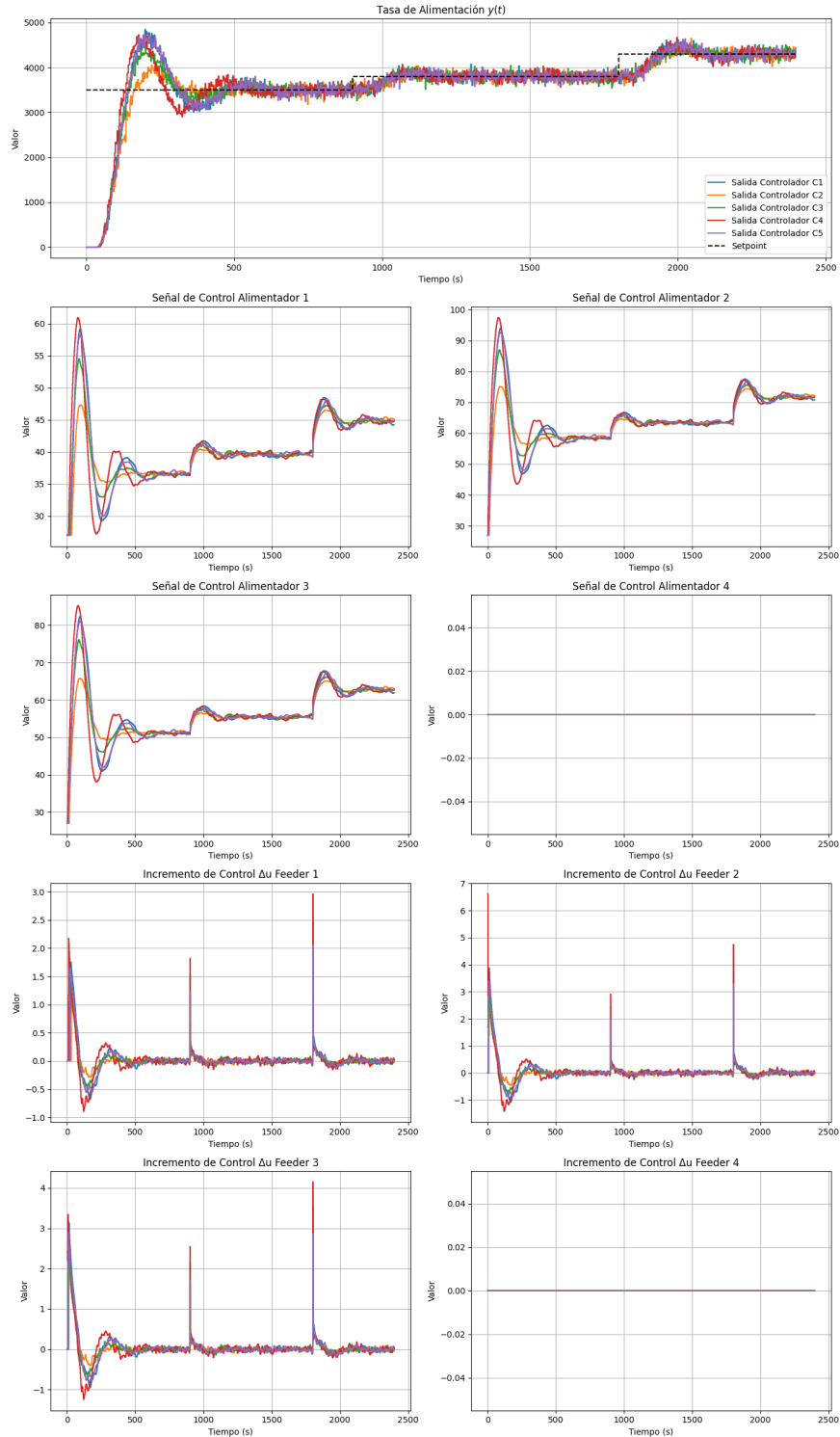


Figura 6.10: Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 5 (Retardos Variables).

Tabla 6.9: Escenario 5: Métricas de desempeño para PID.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,987e+02 | 5,010e+05 | 7,169e+05 | 1,203e+09 |
| C2 | 2,538e+02 | 4,653e+05 | 6,092e+05 | 1,117e+09 |
| C3 | 2,658e+02 | 4,681e+05 | 6,379e+05 | 1,123e+09 |
| C4 | 2,765e+02 | 4,662e+05 | 6,635e+05 | 1,119e+09 |
| C5 | 2,920e+02 | 4,972e+05 | 7,009e+05 | 1,193e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,479e+11 | 3,882e+05 | 7,218e+04 | 9,328e+02 |
| C2 | 1,212e+11 | 3,846e+05 | 6,566e+04 | 5,666e+02 |
| C3 | 1,206e+11 | 3,876e+05 | 1,041e+05 | 7,694e+02 |
| C4 | 1,262e+11 | 3,883e+05 | 1,613e+05 | 1,101e+03 |
| C5 | 1,405e+11 | 3,887e+05 | 9,486e+04 | 9,082e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 7,817e+02 | 8,248e+02 | 8,680e+02 |
| C2 | 5,964e+02 | 5,879e+02 | 5,794e+02 |
| C3 | 6,774e+02 | 7,037e+02 | 7,300e+02 |
| C4 | 7,948e+02 | 8,824e+02 | 9,699e+02 |
| C5 | 7,631e+02 | 8,045e+02 | 8,460e+02 |

Controlador PID La Figura 6.10 confirma que los controladores son en general resistentes a retardos dinámicos, C2 estabiliza el sistema con menores oscilaciones y una respuesta más consistente, mientras que configuraciones como C1 y C5 presentan mayores variaciones en la respuesta temporal.

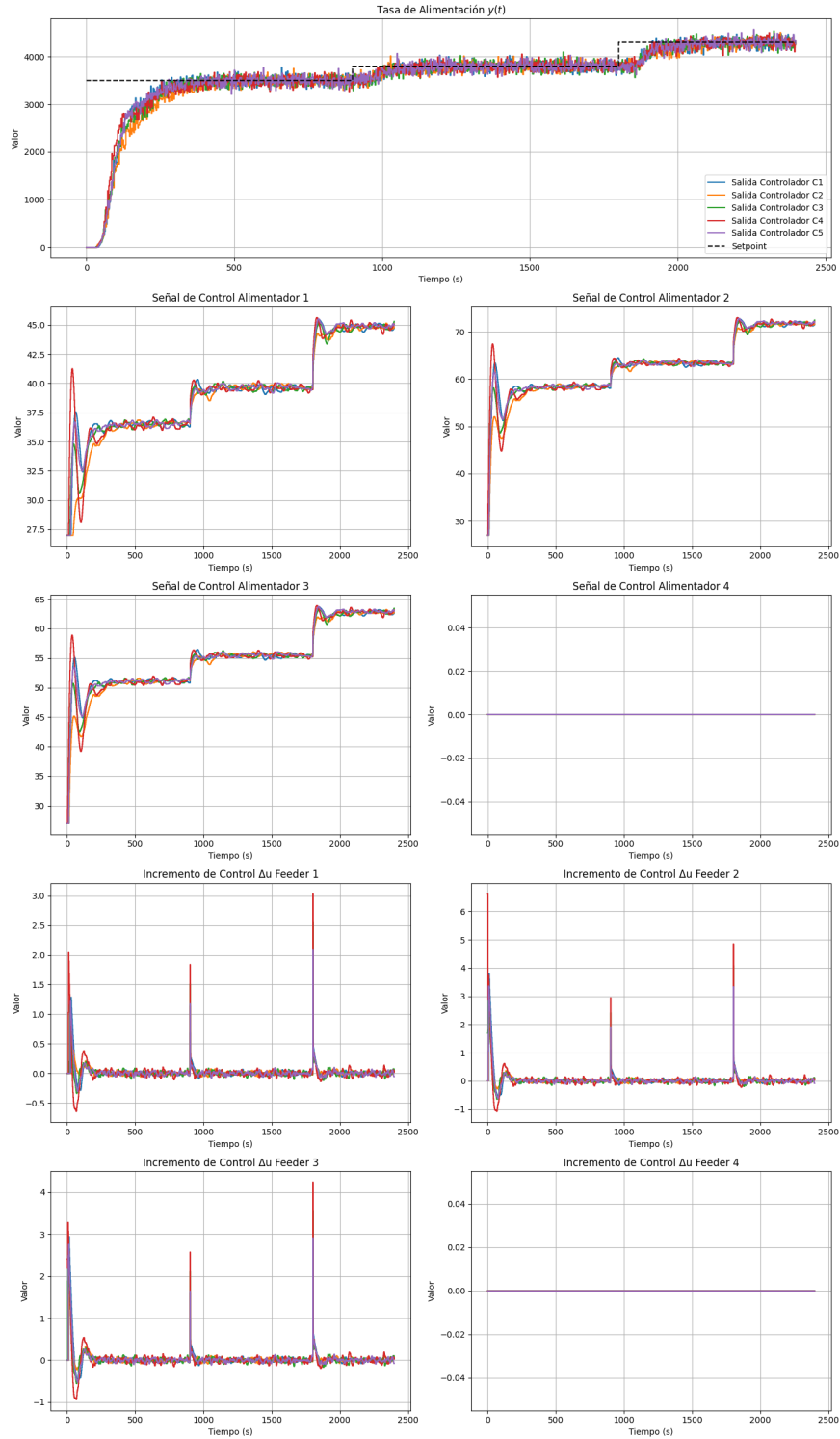


Figura 6.11: Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 5 (Retardos Variables).

Controlador PID-SP El predictor de Smith muestra una mejora en la estabilidad y precisión bajo retardos variables, como lo evidencia la Tabla 6.10. La configuración C4 obtiene valores competitivos de MAE (253, 1) y MSE (4, 264e+05), a costa de un esfuerzo acumulativo significativamente mayor ($ITCSE = 1,407e + 05$). Estas métricas sugieren que C4 maneja los retardos variables de manera ineficiente, estabilizando el sistema con un mayor esfuerzo de control que

Tabla 6.10: Escenario 5: Métricas de desempeño para PID-SP.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,552e+02 | 4,583e+05 | 6,125e+05 | 1,100e+09 |
| C2 | 2,837e+02 | 4,915e+05 | 6,809e+05 | 1,180e+09 |
| C3 | 2,644e+02 | 4,566e+05 | 6,346e+05 | 1,096e+09 |
| C4 | 2,531e+02 | 4,264e+05 | 6,075e+05 | 1,023e+09 |
| C5 | 2,566e+02 | 4,529e+05 | 6,159e+05 | 1,087e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 1,167e+11 | 3,787e+05 | 4,305e+04 | 5,127e+02 |
| C2 | 1,326e+11 | 3,752e+05 | 5,647e+04 | 3,957e+02 |
| C3 | 1,221e+11 | 3,776e+05 | 9,606e+04 | 5,184e+02 |
| C4 | 1,088e+11 | 3,786e+05 | 1,407e+05 | 7,229e+02 |
| C5 | 1,187e+11 | 3,789e+05 | 7,031e+04 | 4,854e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 5,826e+02 | 5,626e+02 | 5,427e+02 |
| C2 | 5,954e+02 | 5,383e+02 | 4,813e+02 |
| C3 | 5,997e+02 | 5,765e+02 | 5,533e+02 |
| C4 | 6,421e+02 | 6,652e+02 | 6,883e+02 |
| C5 | 5,768e+02 | 5,507e+02 | 5,246e+02 |

configuraciones como C2 ($ITCSE = 5,647e + 04$).

La Figura 6.11 refuerza que C2 estabiliza el sistema con menores oscilaciones, a costa de un mayor tiempo de establecimiento en comparación con las demás configuraciones.

6.1.6. Escenario 6: Escenario Integral

El escenario integral representa la cúspide de complejidad en las pruebas realizadas, integrando ruido (σ), perturbaciones externas (ρ), variaciones paramétricas (δ) y retardos variables ($\Delta\tau$). Este entorno desafiante simula las condiciones operativas más cercanas a la realidad en sistemas industriales dinámicos, evaluando la capacidad de cada esquema de control para adaptarse y mantener un desempeño eficiente.



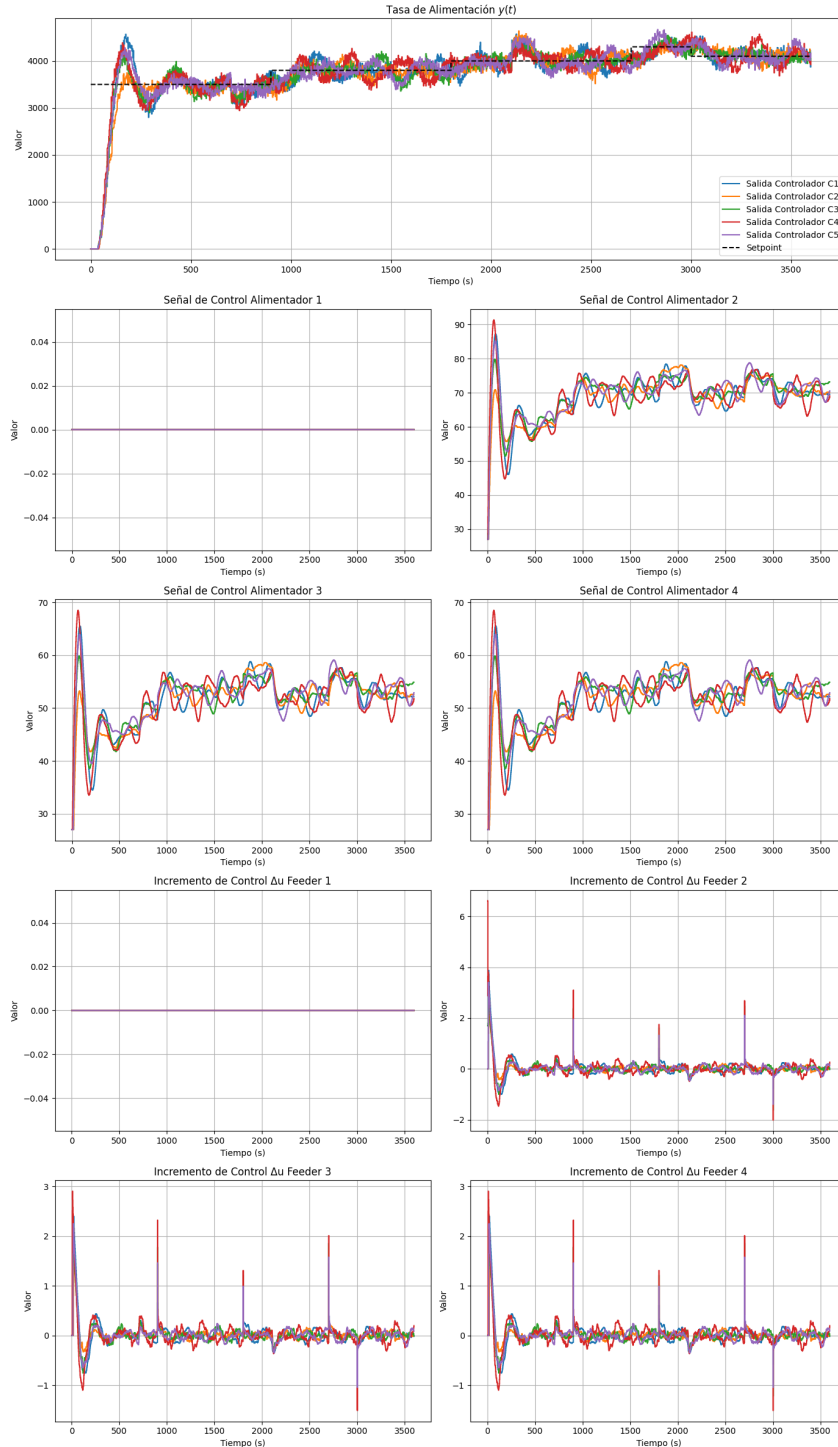


Figura 6.12: Respuesta del modelo PID Ideal bajo el Escenario 6 (Escenario Integral).

Controlador PID Bajo el escenario integral, el controlador PID demuestra sus limitaciones inherentes frente a incertidumbres múltiples. En la Tabla 6.11 se presentan las métricas de desempeño, mientras que en la Figura 6.12 se ilustra la respuesta temporal de las configuraciones. El controlador PID muestra un desempeño limitado en este escenario, principalmente debido a su dependencia de un modelo estático y la dificultad para ajustarse dinámicamente a las incertidumbres combinadas.

Tabla 6.11: Escenario 6: Métricas de desempeño para PID.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,399e+02 | 2,937e+05 | 8,635e+05 | 1,057e+09 |
| C2 | 2,144e+02 | 2,856e+05 | 7,718e+05 | 1,028e+09 |
| C3 | 2,051e+02 | 2,674e+05 | 7,385e+05 | 9,626e+08 |
| C4 | 2,344e+02 | 2,687e+05 | 8,440e+05 | 9,675e+08 |
| C5 | 2,212e+02 | 2,772e+05 | 7,962e+05 | 9,979e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,311e+11 | 6,198e+05 | 1,516e+05 | 1,441e+03 |
| C2 | 2,210e+11 | 6,179e+05 | 1,117e+05 | 9,134e+02 |
| C3 | 1,567e+11 | 6,239e+05 | 1,458e+05 | 1,136e+03 |
| C4 | 2,430e+11 | 6,170e+05 | 2,940e+05 | 1,748e+03 |
| C5 | 2,389e+11 | 6,249e+05 | 1,772e+05 | 1,284e+03 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 1,037e+03 | 1,152e+03 | 1,268e+03 |
| C2 | 8,143e+02 | 8,426e+02 | 8,709e+02 |
| C3 | 8,577e+02 | 9,372e+02 | 1,017e+03 |
| C4 | 1,115e+03 | 1,296e+03 | 1,477e+03 |
| C5 | 9,425e+02 | 1,040e+03 | 1,138e+03 |

Tabla 6.12: Iteraciones por segundo para el esquema PID, durante la simulación del sexto escenario.

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 |
|------|---------|----------|----------|----------|----------|
| it/s | 9930,63 | 10118,44 | 10228,15 | 10169,33 | 10088,62 |

La Figura 6.12 muestra oscilaciones persistentes en la señal de control, evidenciando la desadaptación del controlador ante variaciones rápidas en las dinámicas del sistema. Por otra parte, la Tabla 6.12 exhibe el desempeño computacional en iteraciones por segundo del esquema PID, alcanzando un promedio superior a 10,000it/s.

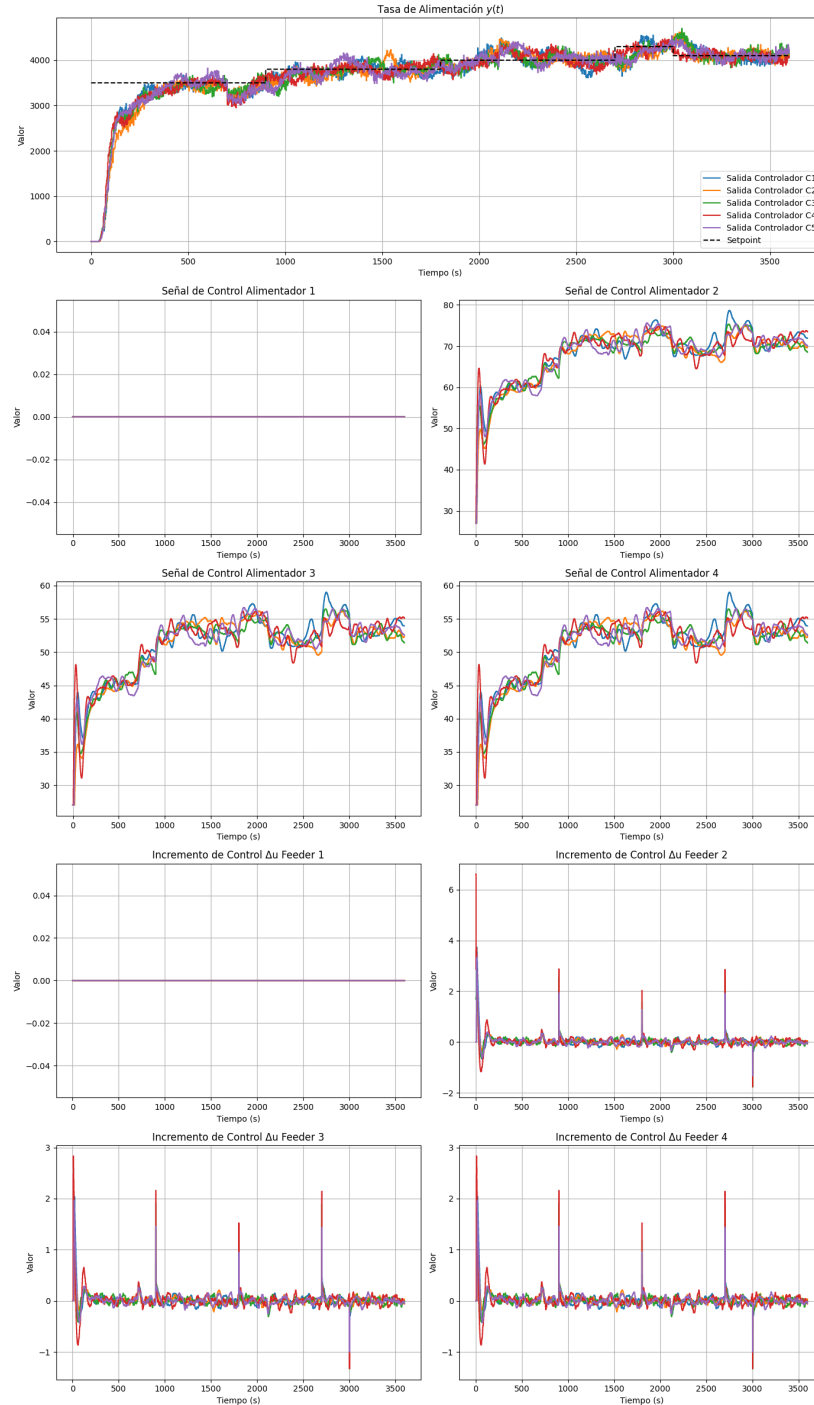


Figura 6.13: Respuesta del modelo PID con Predictor de Smith bajo el Escenario 6 (Escenario Integral).

Controlador PID-SP El predictor de Smith mejora significativamente la capacidad del PID para manejar retardos variables y perturbaciones dinámicas en este entorno. En la Tabla 6.13 se presentan las métricas de desempeño, mientras que la Figura 6.13 ilustra la respuesta temporal de las configuraciones.

El predictor de Smith mejora la capacidad del PID para manejar retardos variables, pero sigue siendo limitado frente a perturbaciones y variaciones paramétricas complejas. La Figura 6.13 muestra una estabilización más rápida comparada con el PID estándar, pero todavía se observan fluctuaciones debido a su incapacidad para adaptarse a

Tabla 6.13: Escenario 6: Métricas de desempeño para PID-SP.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,450e+02 | 3,331e+05 | 8,821e+05 | 1,199e+09 |
| C2 | 2,585e+02 | 3,590e+05 | 9,306e+05 | 1,292e+09 |
| C3 | 2,385e+02 | 3,279e+05 | 8,588e+05 | 1,180e+09 |
| C4 | 2,241e+02 | 3,071e+05 | 8,068e+05 | 1,106e+09 |
| C5 | 2,439e+02 | 3,306e+05 | 8,779e+05 | 1,190e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,546e+11 | 6,145e+05 | 8,787e+04 | 8,447e+02 |
| C2 | 2,625e+11 | 6,087e+05 | 9,483e+04 | 6,839e+02 |
| C3 | 2,304e+11 | 6,109e+05 | 1,385e+05 | 8,295e+02 |
| C4 | 1,673e+11 | 6,139e+05 | 1,863e+05 | 1,111e+03 |
| C5 | 2,178e+11 | 6,131e+05 | 1,115e+05 | 9,124e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 8,709e+02 | 8,634e+02 | 8,559e+02 |
| C2 | 8,566e+02 | 8,072e+02 | 7,579e+02 |
| C3 | 8,500e+02 | 8,441e+02 | 8,383e+02 |
| C4 | 8,982e+02 | 9,591e+02 | 1,020e+03 |
| C5 | 8,883e+02 | 8,952e+02 | 9,021e+02 |

Tabla 6.14: Iteraciones por segundo para el esquema PID Smith Predictor, durante la simulación del sexto escenario.

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|
| it/s | 8258,29 | 8549,37 | 8538,56 | 8474,79 | 8335,45 |

perturbaciones externas dinámicas. La Tabla 6.14 exhibe las iteraciones por segundo del esquema PID con Predictor Smith, alcanzando un promedio de 8631,29it/s

6.2. Resultados del Esquema Difuso

La presente sección muestra los resultados obtenidos mediante la implementación del esquema de control basado en inferencia difusa. Se analizan las superficies de control generadas para cada una de las configuraciones de los controladores difusos diseñados, destacando sus características y su impacto en la estrategia de control. Luego, se presenta la evaluación del desempeño de la estrategia sobre los escenarios definidos.

Superficies de Control Las superficies de control presentadas a continuación muestran la relación entre las variables de entrada y salida de los controladores FIS implementados. Estas superficies permiten visualizar la lógica de inferencia utilizada por cada esquema de control y evaluar su comportamiento en distintas regiones del espacio de estados.

Las gráficas exhiben las respuestas generadas a partir de las reglas difusas establecidas en cada controlador. Se puede observar cómo varía la acción de control en función de las entradas, reflejando la capacidad del esquema de control para adaptarse a diferentes condiciones operativas.

Para un análisis más detallado de la configuración y parametrización de estos controladores, se recomienda consultar la tabla 3.3.

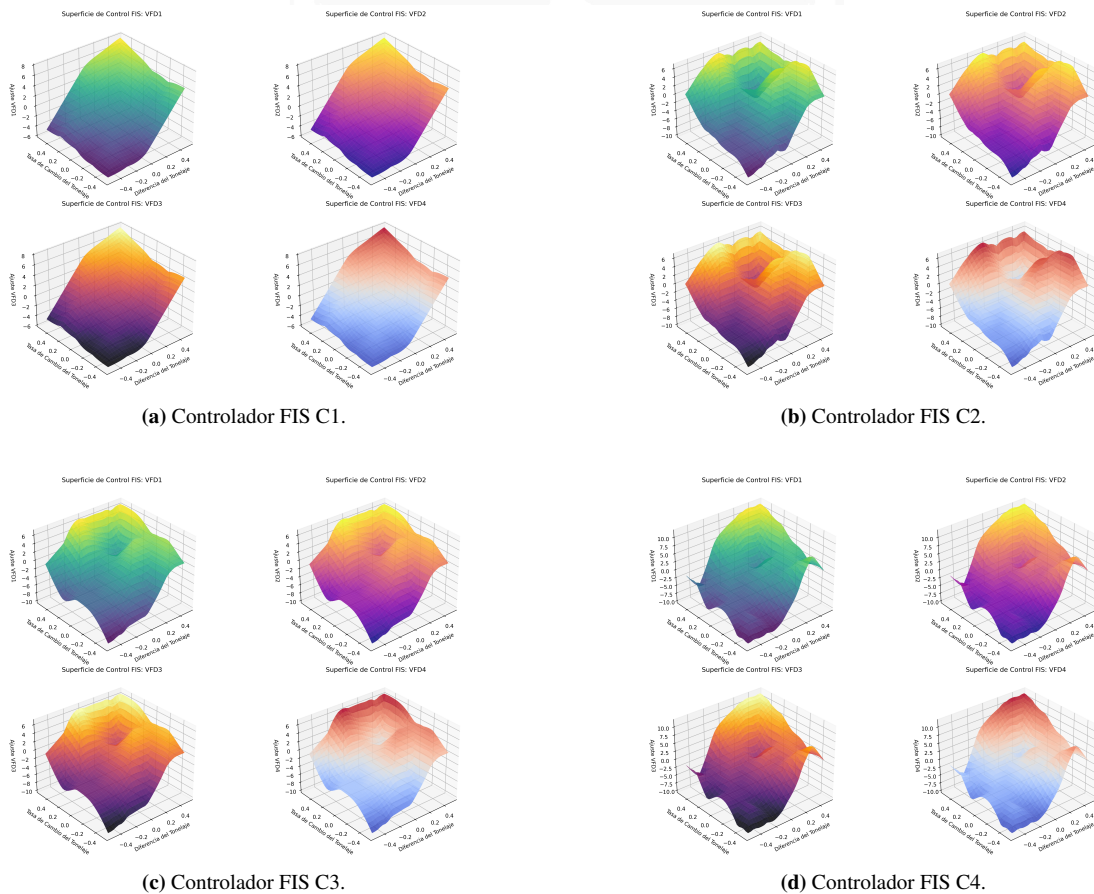


Figura 6.14: Superficies de control generadas mediante la interfaz de control difuso.

6.2.1. Escenario 1: Condiciones Ideales

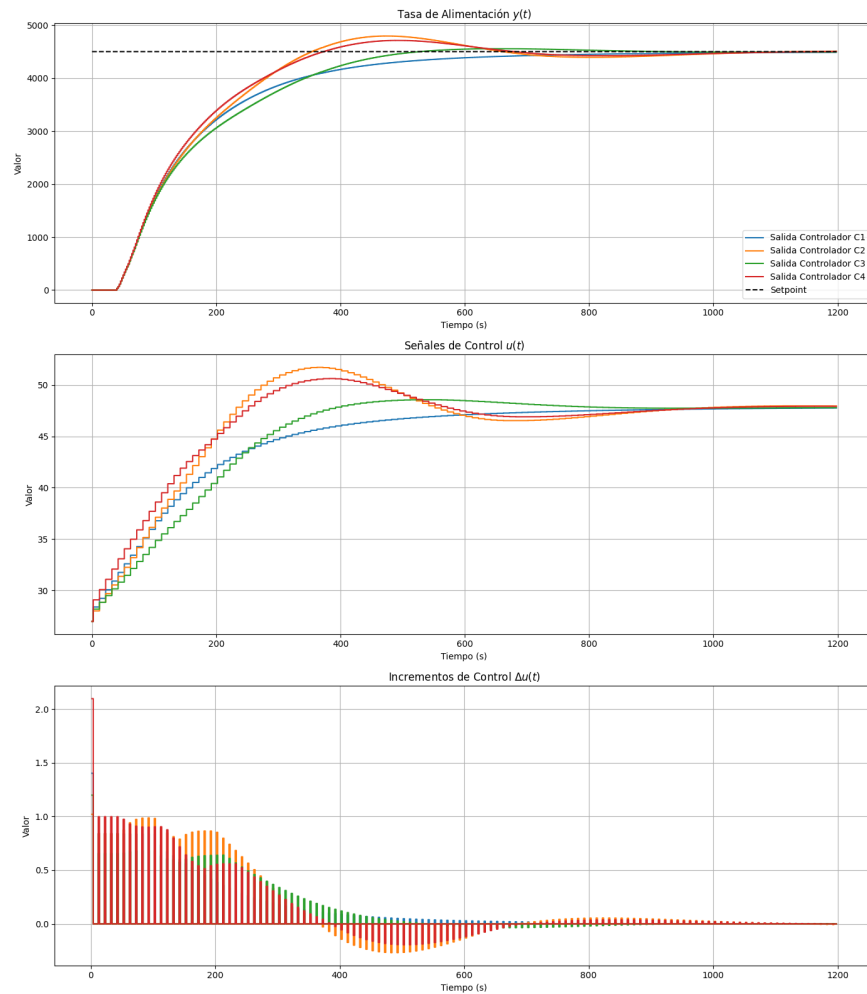


Figura 6.15: Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 1 (Condiciones Ideales).

La evaluación del sistema de inferencia difusa (FIS) bajo condiciones ideales permite identificar el desempeño teórico de las configuraciones evaluadas. En la Tabla 6.15 se presentan las métricas de desempeño evaluadas, mientras que en la Figura 6.15 se muestra la respuesta temporal de los controladores.

Los resultados indican que la configuración C4 exhibe un desempeño más equilibrado en términos de precisión, estabilidad y esfuerzo de control. Esta configuración presentó los menores valores de MAE y MSE , así como un tiempo de establecimiento (t_s) más corto en comparación con las demás configuraciones. Además, el sobreimpulso (M_p) se mantuvo en niveles controlados (4,647%).

Por otro lado, configuraciones como C1 y C3, aunque logran estabilizar el sistema, incurren en mayores errores acumulativos (IAE) y tiempos de establecimiento más prolongados. Dichas configuraciones requieren ajustes más significativos en las señales de control (ΔU_{IA}), lo que podría implicar un mayor desgaste de los actuadores en aplicaciones prácticas.

La eficiencia (η), evaluada bajo distintas ponderaciones de α y β , revela que C4 mantiene un uso más eficiente de la energía, logrando un balance favorable entre precisión y esfuerzo de control. Estas características posicionan a C4 como la configuración más robusta dentro del conjunto evaluado.

Tabla 6.15: Escenario 1: Métricas de desempeño para FIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE | ITSE |
| C1 | 6,643e+02 | 1,783e+06 | 7,971e+05 | 2,139e+09 | 1,550e+11 |
| C2 | 6,361e+02 | 1,757e+06 | 7,633e+05 | 2,108e+09 | 1,457e+11 |
| C3 | 6,548e+02 | 1,837e+06 | 7,858e+05 | 2,204e+09 | 1,647e+11 |
| C4 | 6,008e+02 | 1,693e+06 | 7,210e+05 | 2,032e+09 | 1,318e+11 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------|
| Controller | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} | t_r | M_p % |
| C1 | 2,156e+05 | 4,483e+03 | 1,660e+02 | 2,900e+02 | 0,000e+00 |
| C2 | 2,219e+05 | 1,213e+04 | 2,508e+02 | 2,280e+02 | 6,374e+00 |
| C3 | 2,172e+05 | 6,620e+03 | 1,796e+02 | 2,920e+02 | 1,412e+00 |
| C4 | 2,223e+05 | 8,208e+03 | 2,269e+02 | 2,240e+02 | 4,647e+00 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | | | |
|------------------------------------|-----------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | t_s | e_∞ | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,260e+02 | 1,224e+01 | 6,078e+02 | 4,816e+02 | 3,553e+02 |
| C2 | 8,980e+02 | -7,881e+00 | 6,095e+02 | 5,071e+02 | 4,046e+02 |
| C3 | 4,600e+02 | 6,928e+00 | 6,039e+02 | 4,827e+02 | 3,614e+02 |
| C4 | 6,100e+02 | -2,956e+00 | 5,728e+02 | 4,740e+02 | 3,751e+02 |

6.2.2. Escenario 2: Ruido de Medición

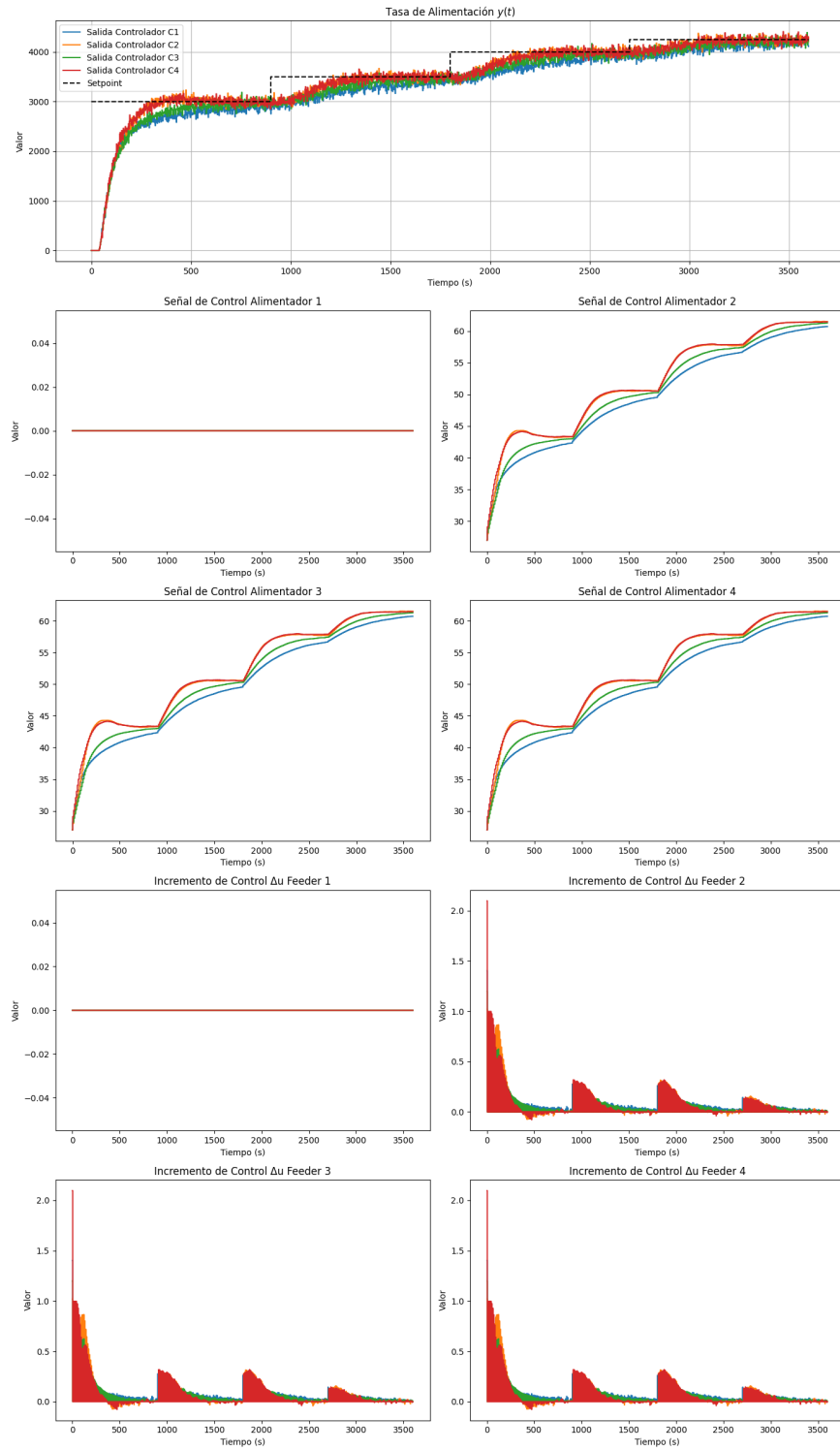


Figura 6.16: Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición).

Tabla 6.16: Escenario 2: Métricas de desempeño para FIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 3,300e+02 | 2,898e+05 | 1,188e+06 | 1,043e+09 |
| C2 | 2,164e+02 | 2,454e+05 | 7,790e+05 | 8,836e+08 |
| C3 | 2,711e+02 | 2,690e+05 | 9,761e+05 | 9,684e+08 |
| C4 | 2,107e+02 | 2,368e+05 | 7,584e+05 | 8,526e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 4,828e+11 | 5,404e+05 | 1,086e+04 | 2,022e+02 |
| C2 | 2,316e+11 | 5,626e+05 | 2,090e+04 | 2,271e+02 |
| C3 | 3,293e+11 | 5,505e+05 | 1,296e+04 | 2,057e+02 |
| C4 | 2,238e+11 | 5,636e+05 | 1,976e+04 | 2,226e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 8,924e+02 | 6,952e+02 | 4,980e+02 |
| C2 | 6,134e+02 | 5,030e+02 | 3,926e+02 |
| C3 | 7,450e+02 | 5,909e+02 | 4,368e+02 |
| C4 | 5,977e+02 | 4,905e+02 | 3,833e+02 |

En la Tabla 6.16, se observa que la configuración C4 sobresale con los valores más bajos de *MAE* ($210,7$), *MSE* ($2,368e + 05$) y *IAE* ($7,584e + 05$). Además, su tiempo de establecimiento (t_s) es el más reducido, como se aprecia en la Figura 6.16. Esto contrasta con C1, que exhibe un *MAE* un 56 % mayor, lo que indica una mayor sensibilidad al ruido.

Sin embargo, las configuraciones C1 y C3 presentan altos valores de *ITSE* ($4,828e + 11$) y mayores esfuerzos de control, reflejando un desgaste potencialmente problemático en sistemas con restricciones energéticas. En términos de eficiencia (η), C4 también supera a las demás configuraciones, especialmente bajo ponderaciones de $\alpha = \beta$, donde mejora en un 15 % respecto a C1.

Estos resultados posicionan al controlador FIS como una alternativa viable para condiciones ruidosas, con C4 siendo la configuración más robusta y eficiente.

6.2.3. Escenario 3: Perturbación Constante

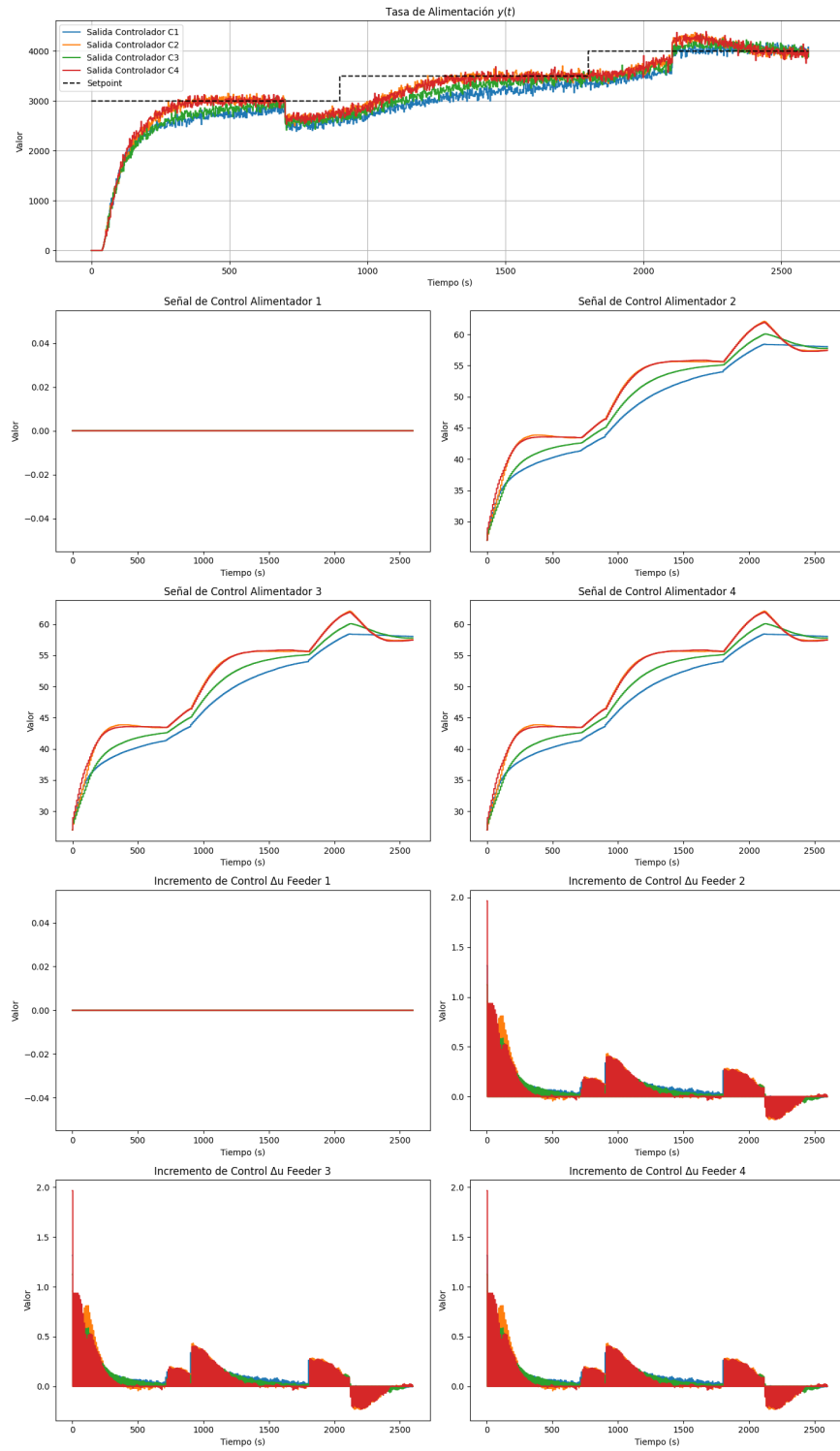


Figura 6.17: Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante).

Tabla 6.17: Escenario 3: Métricas de desempeño para FIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 4,539e+02 | 4,521e+05 | 1,180e+06 | 1,175e+09 |
| C2 | 3,153e+02 | 3,605e+05 | 8,197e+05 | 9,374e+08 |
| C3 | 3,873e+02 | 4,066e+05 | 1,007e+06 | 1,057e+09 |
| C4 | 3,107e+02 | 3,548e+05 | 8,079e+05 | 9,226e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 5,207e+11 | 3,796e+05 | 1,106e+04 | 1,911e+02 |
| C2 | 2,638e+11 | 4,006e+05 | 2,655e+04 | 2,473e+02 |
| C3 | 3,612e+11 | 3,893e+05 | 1,448e+04 | 2,123e+02 |
| C4 | 2,598e+11 | 4,008e+05 | 2,503e+04 | 2,432e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 8,834e+02 | 6,856e+02 | 4,878e+02 |
| C2 | 6,480e+02 | 5,335e+02 | 4,190e+02 |
| C3 | 7,685e+02 | 6,096e+02 | 4,507e+02 |
| C4 | 6,385e+02 | 5,256e+02 | 4,126e+02 |

El sistema de inferencia difusa (FIS) mostró un desempeño sólido en este escenario, como se detalla en la Tabla 6.17. La configuración C4 se posiciona como la opción más eficiente, con los valores más bajos de MAE ($310,7$), MSE ($3,548e + 05$) y IAE ($8,079e + 05$). Además, su esfuerzo de control ($\Delta U_{IA} = 243,2$) es moderado, lo que la hace adecuada para sistemas con restricciones energéticas.

En contraste, configuraciones como C1 presentan altos valores de IAE ($1,180e + 06$) y esfuerzo acumulativo ($ITCSE = 1,106e + 04$), lo que limita su viabilidad en aplicaciones prácticas. Estas configuraciones también exhiben un menor desempeño en términos de eficiencia (η), especialmente bajo ponderaciones que priorizan el esfuerzo de control ($\alpha < \beta$).

La Figura 6.17 evidencia que C4 estabiliza el sistema rápidamente en comparación con configuraciones como C3, que requiere esfuerzos de control más distribuidos para alcanzar la estabilidad.

El sistema de inferencia difusa (FIS) mostró un comportamiento notablemente estable bajo el Escenario 3. A diferencia de los controladores PID, los modelos FIS no presentan oscilaciones ni sobreimpulso, distribuyendo los esfuerzos de control de manera uniforme en el tiempo. Esto permite una transición más suave hacia la estabilidad, tal como se aprecia en la Figura 6.17.

La configuración C4 destacó por su eficiencia global, con los valores más bajos de MAE ($310,7$), MSE ($3,548e + 05$) y IAE ($8,079e + 05$), y un esfuerzo de control moderado ($\Delta U_{IA} = 243,2$). Este equilibrio hace que C4 sea una opción ideal para aplicaciones que priorizan la estabilidad y el ahorro energético.

Por otro lado, C1 presentó los valores más altos de IAE ($1,180e + 06$) y un esfuerzo energético reducido ($ITCSE = 1,106e + 04$), pero con menor rapidez en los tiempos de subida y asentamiento. Esto se refleja en su baja eficiencia relativa (η), especialmente en escenarios donde el esfuerzo de control es una prioridad ($\alpha < \beta$).

En general, las métricas de eficiencia (η) indican que configuraciones como C2 y C4 ofrecen un mejor compromiso entre velocidad y estabilidad, especialmente en escenarios donde la rapidez de respuesta es crítica. C4, en particular, logra estabilizar el sistema con tiempos de subida y asentamiento más cortos, lo que refuerza su aplicabilidad en sistemas exigentes.

6.2.4. Escenario 4: Variación Paramétrica

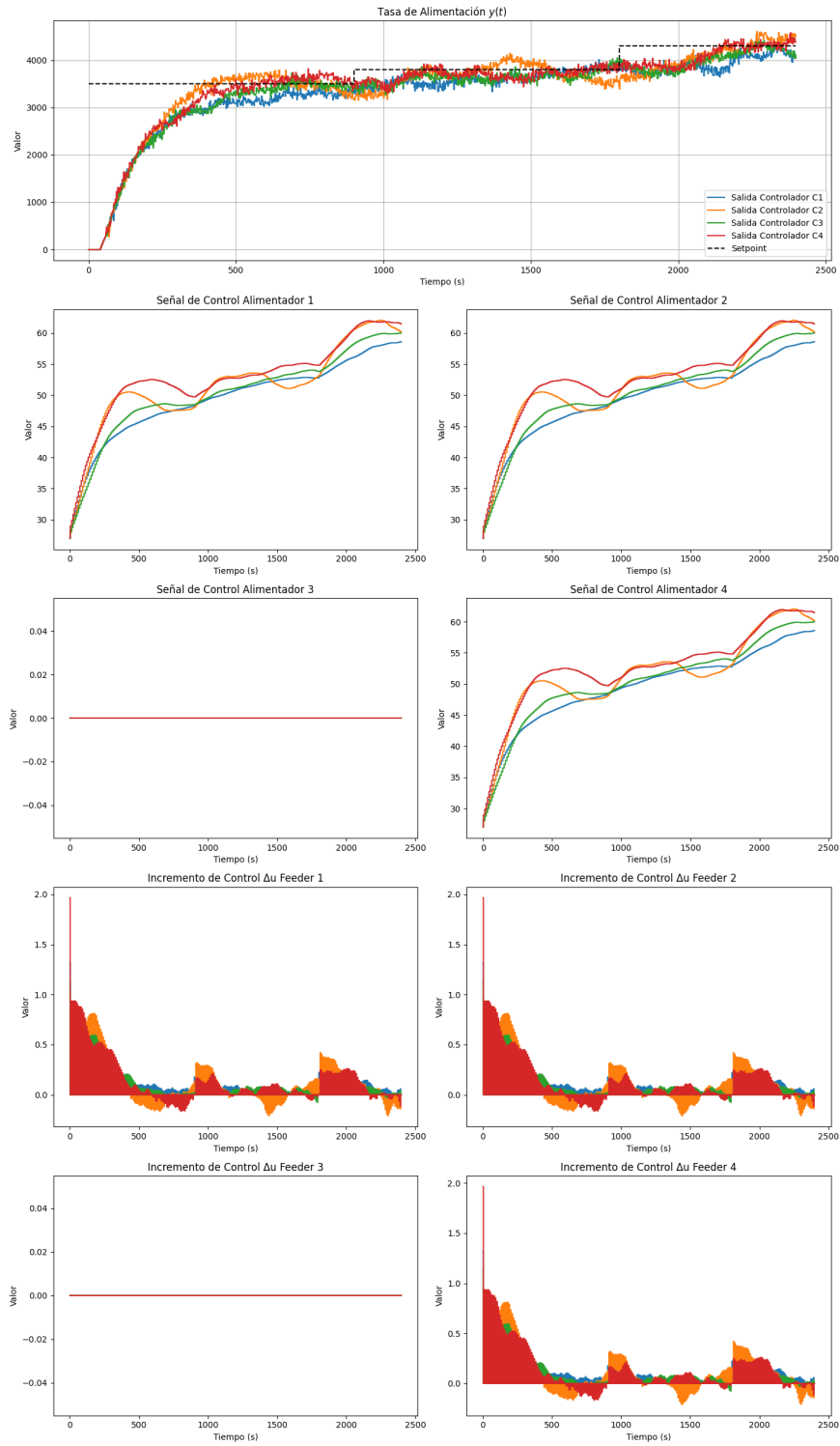


Figura 6.18: Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica).

Tabla 6.18: Escenario 4: Métricas de desempeño para FIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 5,021e+02 | 6,920e+05 | 1,205e+06 | 1,661e+09 |
| C2 | 4,175e+02 | 6,471e+05 | 1,002e+06 | 1,553e+09 |
| C3 | 4,496e+02 | 6,742e+05 | 1,079e+06 | 1,618e+09 |
| C4 | 3,895e+02 | 6,209e+05 | 9,349e+05 | 1,490e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 4,154e+11 | 3,569e+05 | 8,529e+03 | 1,908e+02 |
| C2 | 3,320e+11 | 3,711e+05 | 2,971e+04 | 2,879e+02 |
| C3 | 3,398e+11 | 3,629e+05 | 1,179e+04 | 2,045e+02 |
| C4 | 2,506e+11 | 3,800e+05 | 1,796e+04 | 2,511e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 9,007e+02 | 6,979e+02 | 4,951e+02 |
| C2 | 7,878e+02 | 6,450e+02 | 5,021e+02 |
| C3 | 8,168e+02 | 6,418e+02 | 4,669e+02 |
| C4 | 7,298e+02 | 5,930e+02 | 4,563e+02 |

El sistema de inferencia difusa (FIS) se caracteriza por su capacidad para operar sin depender de un modelo dinámico, lo que le permite adaptarse eficazmente a las variaciones paramétricas introducidas en este escenario. Como se observa en la Figura 6.18, las trazas de control son notablemente suaves, sin las oscilaciones observadas en los controladores basados en modelos. Esta característica reduce el desgaste de los actuadores y mejora la estabilidad del sistema.

La configuración C4 destaca por sus valores más bajos de MAE (389,5) y MSE ($6,209e + 05$), según la Tabla 6.18. Además, su esfuerzo acumulativo ($ITCSE = 1,796e + 04$) y promedio ($\Delta U_{IA} = 251,1$) están contenidos, reflejando un equilibrio óptimo entre precisión y eficiencia. En contraste, configuraciones como C1, aunque requieren un esfuerzo acumulativo menor ($ITCSE = 8,529e + 03$), no son lo suficientemente precisas ($ITSE = 4,154e + 11$).

La suavidad de las señales de control en C4 ilustra la fortaleza del enfoque model-free del FIS, particularmente en escenarios con múltiples fuentes de incertidumbre. Configuraciones como C2, aunque efectivas, presentan un esfuerzo promedio ligeramente superior ($\Delta U_{IA} = 287,9$), lo que puede aumentar el desgaste del sistema a largo plazo.

6.2.5. Escenario 5: Retardos Variables

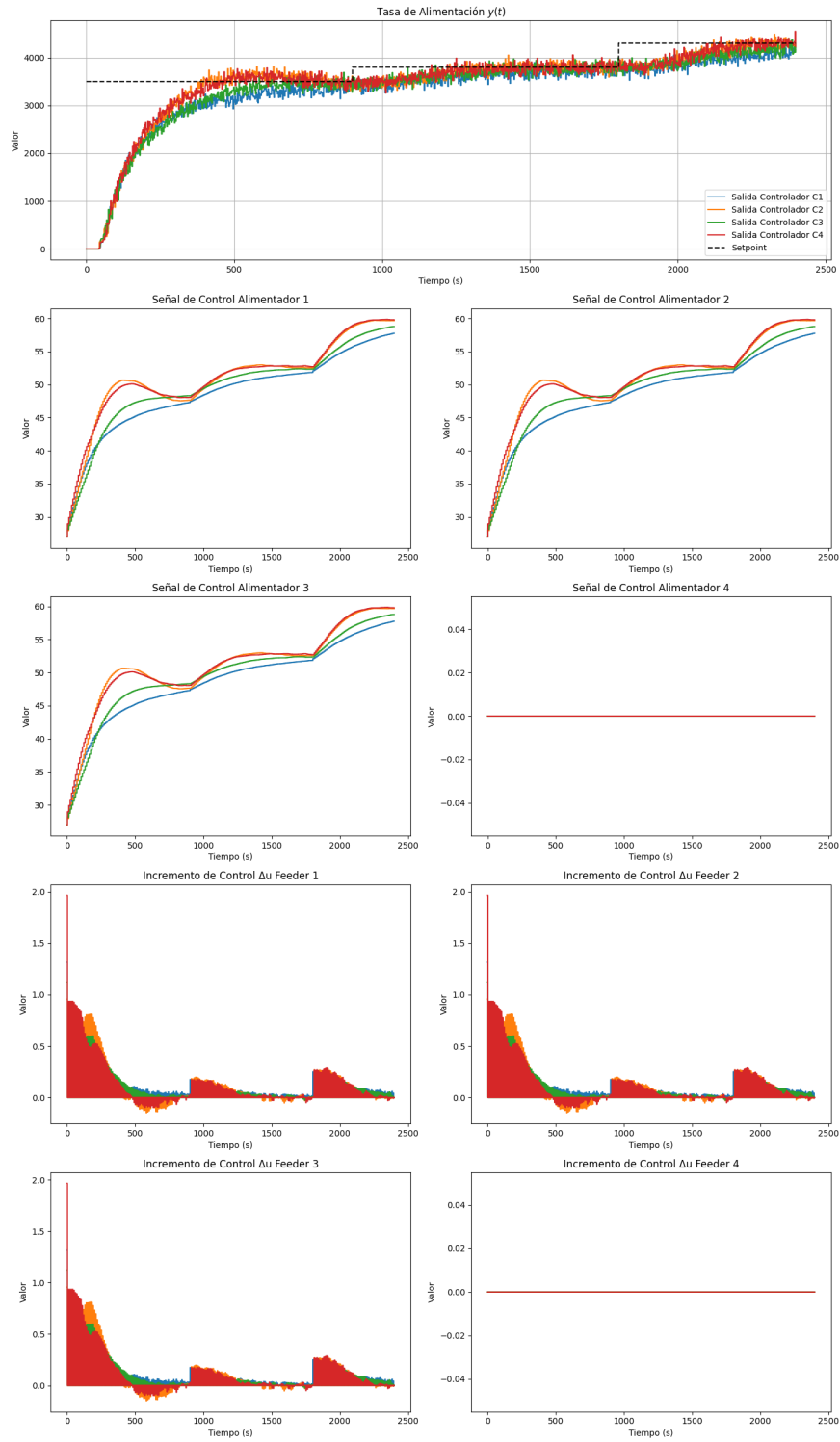


Figura 6.19: Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 5 (Retardos Variables).

Tabla 6.19: Escenario 5: Métricas de desempeño para FIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 4,871e+02 | 6,799e+05 | 1,169e+06 | 1,632e+09 |
| C2 | 3,795e+02 | 6,221e+05 | 9,108e+05 | 1,493e+09 |
| C3 | 4,308e+02 | 6,641e+05 | 1,034e+06 | 1,594e+09 |
| C4 | 3,681e+02 | 6,074e+05 | 8,834e+05 | 1,458e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 3,958e+11 | 3,513e+05 | 7,977e+03 | 1,845e+02 |
| C2 | 2,436e+11 | 3,675e+05 | 1,800e+04 | 2,403e+02 |
| C3 | 3,103e+11 | 3,580e+05 | 1,044e+04 | 1,915e+02 |
| C4 | 2,320e+11 | 3,683e+05 | 1,555e+04 | 2,264e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 8,738e+02 | 6,768e+02 | 4,799e+02 |
| C2 | 7,096e+02 | 5,755e+02 | 4,415e+02 |
| C3 | 7,812e+02 | 6,127e+02 | 4,442e+02 |
| C4 | 6,863e+02 | 5,549e+02 | 4,235e+02 |

El sistema FIS destaca en este escenario por su capacidad de operar sin un modelo explícito, lo que resulta en señales de control más suaves y menos susceptibles a las perturbaciones asociadas a los retardos variables. En la Figura 6.19, se observa que las configuraciones logran estabilizar el sistema sin oscilaciones, en comparación con los controladores basados en modelos.

La configuración C4 se posiciona como la más eficiente, con $MAE = 368,1$, $MSE = 6,074e + 05$ y un esfuerzo acumulativo moderado ($ITCSE = 1,555e + 04$), como se muestra en la Tabla 6.19. Este balance entre precisión y estabilidad refuerza la ventaja de este enfoque en escenarios con incertidumbre dinámica.

En términos de eficiencia (η), C4 supera consistentemente a las demás configuraciones, especialmente bajo ponderaciones $\alpha = \beta$, lo que la convierte en una opción ideal para aplicaciones donde la estabilidad y el ahorro energético son prioritarios.

6.2.6. Escenario 6: Escenario Integral

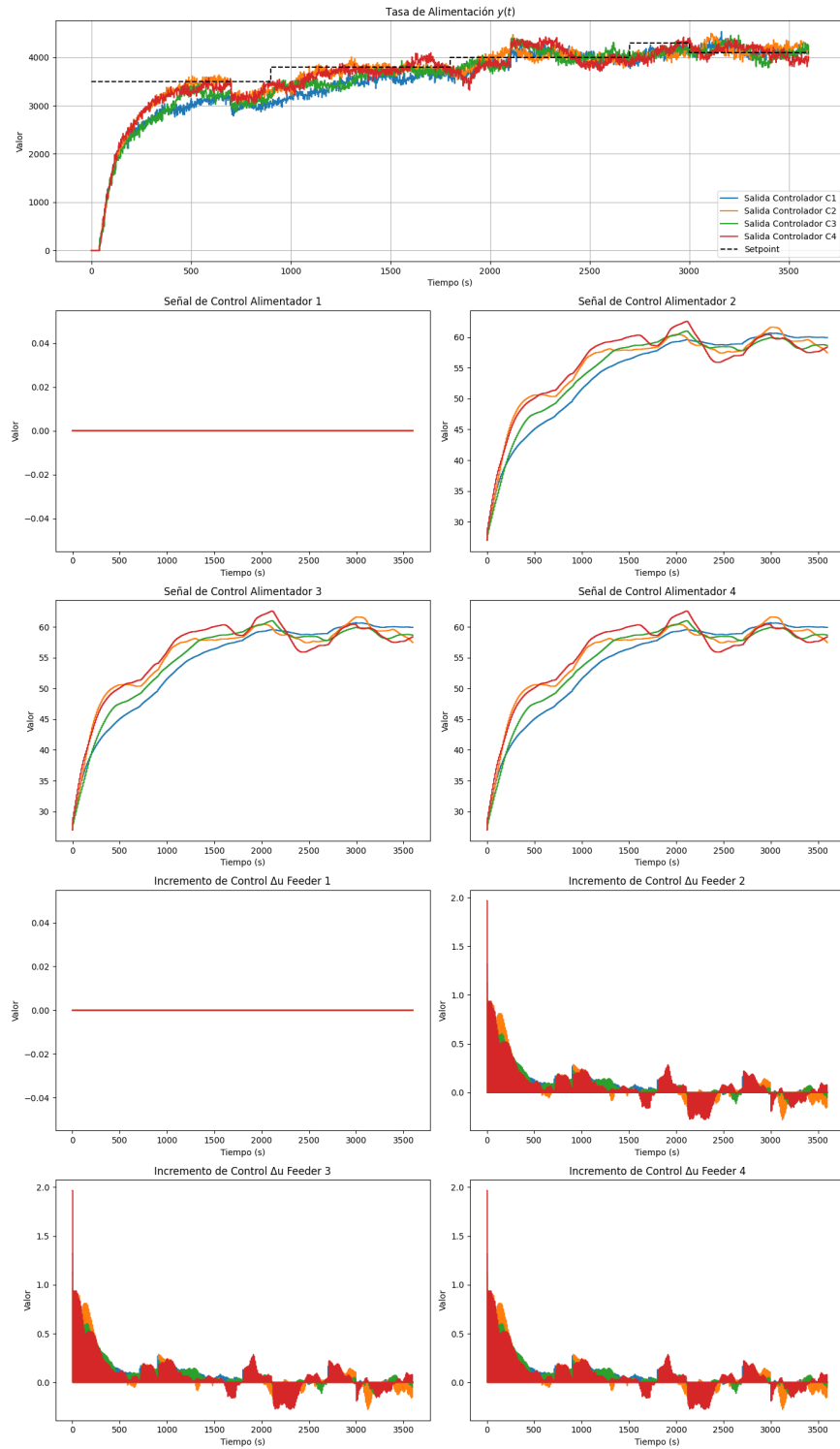


Figura 6.20: Respuesta del modelo FIS bajo el Escenario 6 (Escenario Integral).

Tabla 6.20: Escenario 6: Métricas de desempeño para FIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 3,884e+02 | 4,410e+05 | 1,398e+06 | 1,587e+09 |
| C2 | 2,710e+02 | 3,597e+05 | 9,755e+05 | 1,295e+09 |
| C3 | 3,455e+02 | 4,157e+05 | 1,244e+06 | 1,496e+09 |
| C4 | 3,010e+02 | 3,666e+05 | 1,084e+06 | 1,320e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 4,765e+11 | 5,856e+05 | 9,610e+03 | 2,199e+02 |
| C2 | 2,592e+11 | 6,005e+05 | 2,459e+04 | 2,817e+02 |
| C3 | 3,667e+11 | 5,920e+05 | 1,548e+04 | 2,543e+02 |
| C4 | 3,281e+11 | 6,030e+05 | 3,307e+04 | 3,261e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Controller | $\eta(\alpha > \beta)$ | $\eta(\alpha = \beta)$ | $\eta(\alpha < \beta)$ |
| C1 | 1,045e+03 | 8,091e+02 | 5,734e+02 |
| C2 | 7,674e+02 | 6,286e+02 | 4,899e+02 |
| C3 | 9,468e+02 | 7,490e+02 | 5,511e+02 |
| C4 | 8,564e+02 | 7,049e+02 | 5,534e+02 |

Tabla 6.21: Iteraciones por segundo para el esquema FIS, durante la simulación del sexto escenario.

| | C1 | C2 | C3 | C4 |
|------|-------|-------|-------|-------|
| it/s | 48,70 | 43,22 | 40,06 | 32,97 |

El sistema de inferencia difusa (FIS) muestra un desempeño moderado frente al escenario integral, enfrentando desafíos significativos debido a la naturaleza estática de sus reglas. En la Tabla 6.20 se presentan las métricas evaluadas, mientras que la Figura 6.20 muestra la respuesta temporal de las configuraciones.

El sistema FIS muestra resultados mixtos en este escenario. C2 sobresale como la configuración más precisa ($MAE = 2,710 \times 10^2$, $MSE = 3,597 \times 10^5$), con un esfuerzo de control moderado ($\Delta U_{IA} = 2,817 \times 10^2$). Además, presenta un buen balance en términos de eficiencia energética, destacándose con valores bajos de $ITCSE$ ($2,459 \times 10^4$). Configuraciones como C4, aunque menos precisas, presentan un buen equilibrio entre estabilidad y esfuerzo de control, lo que las hace viables en aplicaciones donde la robustez es prioritaria. La Tabla 6.21 muestra el desempeño computacional del sistema de inferencia difuso tipo Mamdani implementado, con un promedio de 41,24. Este valor evidencia una limitación considerable en la eficiencia del algoritmo de cómputo del controlador difuso.

6.3. Resultados del Esquema ANFIS

La presente sección muestra los resultados obtenidos mediante la implementación del esquema de control basado en inferencia difusa. Se presentan las superficies de control generadas para cada una de las configuraciones seguido de los resultados de las simulaciones.

Superficies de Control Las superficies de control presentadas a continuación muestran la relación entre las variables de entrada y salida de los controladores ANFIS implementados. Estas superficies permiten visualizar la lógica de inferencia utilizada por cada esquema de control y evaluar su comportamiento en distintas regiones del espacio de estados.

Las gráficas exhiben las respuestas generadas a partir de las reglas difusas establecidas en cada controlador. Para un análisis más detallado de la configuración y parametrización de estos controladores, se recomienda consultar la Tabla 3.5.

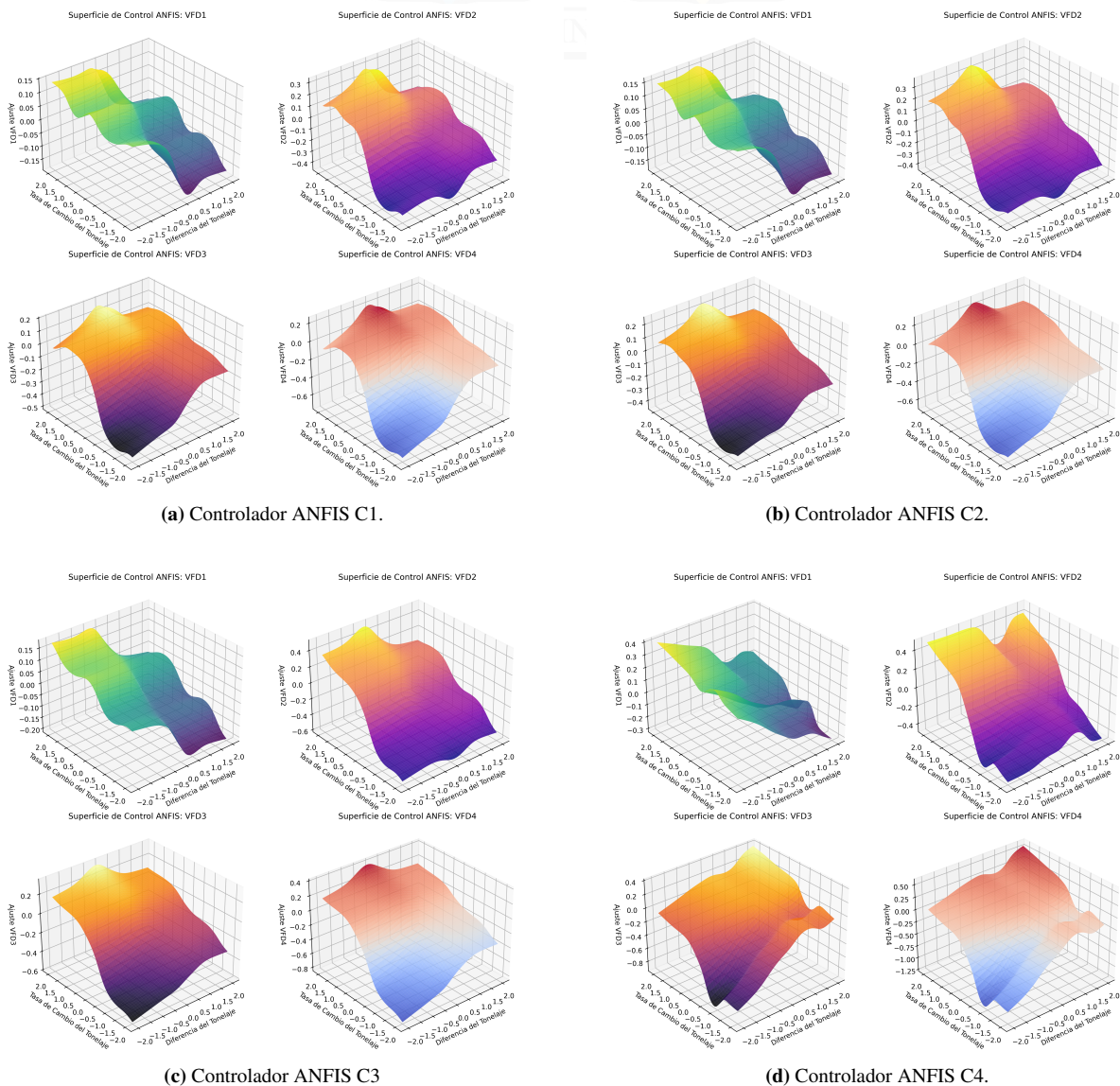
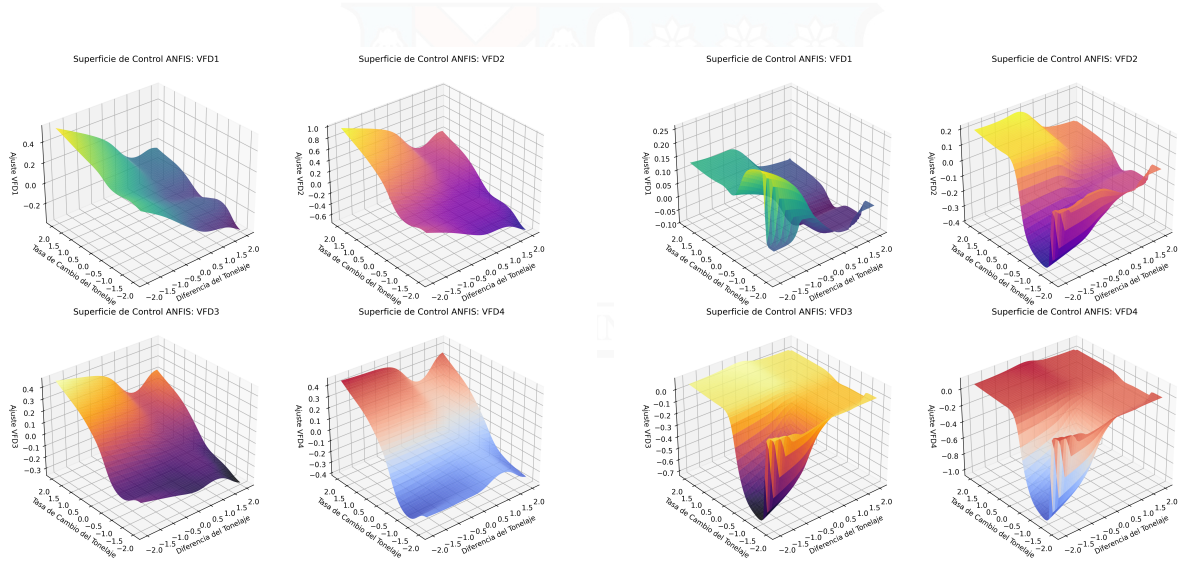
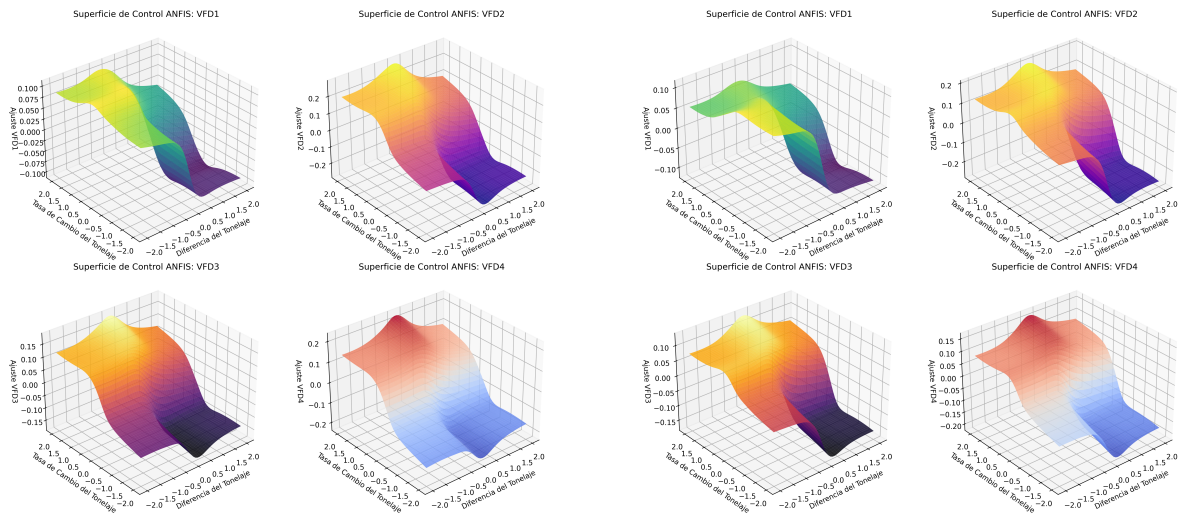


Figura 6.21: Superficies de control generadas mediante la interfaz de control ANFIS. (Parte 1)



(a) Controlador ANFIS C5.

(b) Controlador ANFIS C6.



(c) Controlador ANFIS C7.

(d) Controlador ANFIS C8.

Figura 6.22: Superficies de control generadas mediante la interfaz de control ANFIS. (Parte 2)

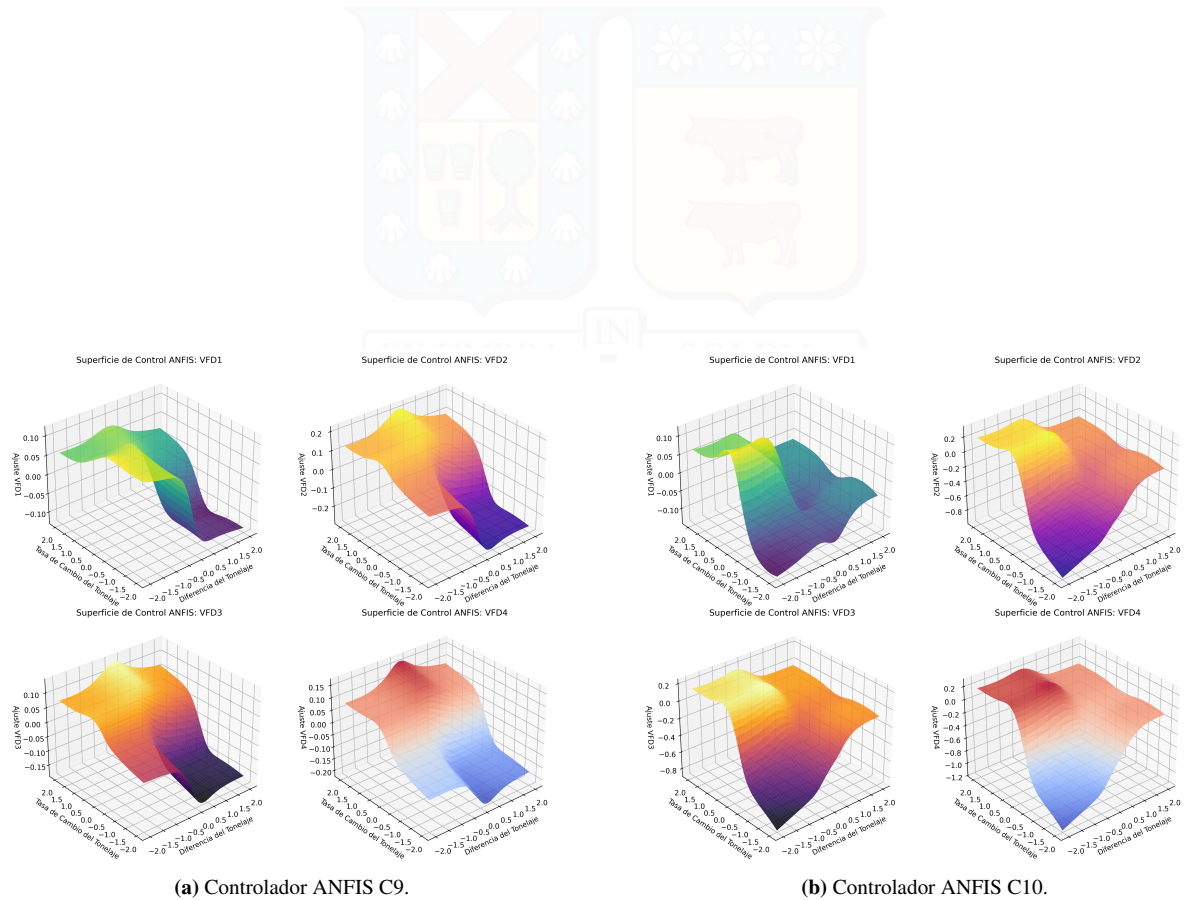


Figura 6.23: Superficies de control generadas mediante la interfaz de control ANFIS. (Parte 3)

6.3.1. Escenario 1: Condiciones Ideales

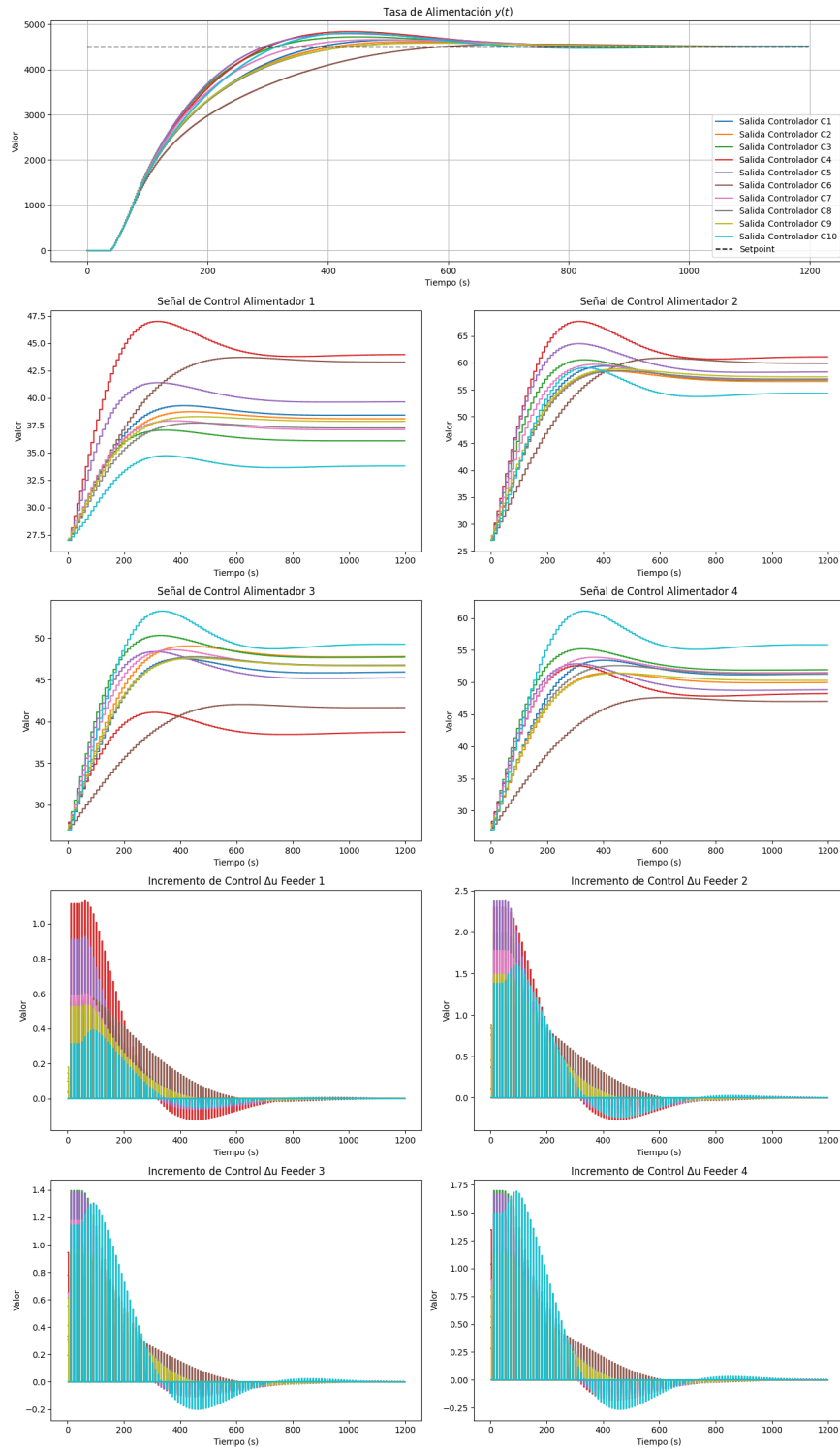


Figura 6.24: Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 1 (Condiciones Ideales).

Tabla 6.22: Escenario 1: Métricas de desempeño para ANFIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE | ITSE |
| C1 | 6,025e+02 | 1,737e+06 | 7,230e+05 | 2,084e+09 | 1,375e+11 |
| C2 | 6,005e+02 | 1,735e+06 | 7,206e+05 | 2,082e+09 | 1,372e+11 |
| C3 | 5,636e+02 | 1,637e+06 | 6,764e+05 | 1,964e+09 | 1,182e+11 |
| C4 | 5,883e+02 | 1,665e+06 | 7,059e+05 | 1,998e+09 | 1,269e+11 |
| C5 | 5,733e+02 | 1,643e+06 | 6,879e+05 | 1,971e+09 | 1,208e+11 |
| C6 | 6,996e+02 | 1,904e+06 | 8,395e+05 | 2,285e+09 | 1,822e+11 |
| C7 | 5,706e+02 | 1,671e+06 | 6,847e+05 | 2,006e+09 | 1,239e+11 |
| C8 | 5,987e+02 | 1,736e+06 | 7,185e+05 | 2,084e+09 | 1,376e+11 |
| C9 | 5,942e+02 | 1,728e+06 | 7,131e+05 | 2,073e+09 | 1,356e+11 |
| C10 | 5,947e+02 | 1,706e+06 | 7,136e+05 | 2,047e+09 | 1,322e+11 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------|
| Controller | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} | t_r | M_p % |
| C1 | 2,231e+05 | 8,726e+03 | 1,988e+02 | 2,260e+02 | 3,229e+00 |
| C2 | 2,224e+05 | 7,866e+03 | 1,905e+02 | 2,320e+02 | 2,406e+00 |
| C3 | 2,272e+05 | 9,313e+03 | 2,119e+02 | 1,800e+02 | 4,731e+00 |
| C4 | 2,277e+05 | 1,167e+04 | 2,385e+02 | 1,820e+02 | 7,237e+00 |
| C5 | 2,281e+05 | 1,036e+04 | 2,259e+02 | 1,720e+02 | 6,419e+00 |
| C6 | 2,158e+05 | 7,293e+03 | 1,775e+02 | 3,300e+02 | 1,071e+00 |
| C7 | 2,251e+05 | 8,367e+03 | 2,002e+02 | 1,980e+02 | 3,542e+00 |
| C8 | 2,218e+05 | 7,518e+03 | 1,859e+02 | 2,360e+02 | 1,948e+00 |
| C9 | 2,220e+05 | 7,257e+03 | 1,843e+02 | 2,340e+02 | 1,791e+00 |
| C10 | 2,261e+05 | 1,361e+04 | 2,384e+02 | 1,940e+02 | 6,615e+00 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | | | |
|------------------------------------|-----------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | t_s | e_∞ | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,560e+02 | -9,722e+00 | 5,657e+02 | 4,609e+02 | 3,560e+02 |
| C2 | 6,300e+02 | -9,448e+00 | 5,616e+02 | 4,556e+02 | 3,495e+02 |
| C3 | 6,580e+02 | -8,944e+00 | 5,370e+02 | 4,441e+02 | 3,512e+02 |
| C4 | 6,600e+02 | -1,326e+01 | 5,657e+02 | 4,722e+02 | 3,787e+02 |
| C5 | 6,820e+02 | -4,499e+00 | 5,493e+02 | 4,569e+02 | 3,645e+02 |
| C6 | 5,240e+02 | -1,315e+01 | 6,409e+02 | 5,085e+02 | 3,761e+02 |
| C7 | 6,540e+02 | -3,876e+00 | 5,394e+02 | 4,425e+02 | 3,456e+02 |
| C8 | 3,880e+02 | -5,013e+00 | 5,587e+02 | 4,522e+02 | 3,457e+02 |
| C9 | 3,860e+02 | -5,664e+00 | 5,544e+02 | 4,487e+02 | 3,429e+02 |
| C10 | 6,180e+02 | -1,261e+01 | 5,710e+02 | 4,760e+02 | 3,810e+02 |

El sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa (ANFIS) fue evaluado bajo condiciones ideales para determinar su desempeño teórico óptimo. Las métricas de desempeño se resumen en la Tabla 6.22, mientras que en la Figura 6.24 se presenta la respuesta temporal de las configuraciones analizadas.

Los resultados muestran que las configuraciones C3 y C8 destacaron en términos de precisión y rapidez. En particular, C8 presentó el menor tiempo de establecimiento ($t_s = 3,880 \times 10^2$) y un esfuerzo de control (ΔU_{IA}) significativamente reducido, lo que refleja un impacto mínimo sobre los actuadores. Por su parte, C3 alcanzó los menores valores de MAE y MSE , demostrando una alta capacidad para minimizar errores acumulativos.

Aunque todas las configuraciones lograron un desempeño sobresaliente en condiciones ideales, configuraciones como C6 y C10 presentaron tiempos de establecimiento más prolongados y mayores variaciones en la señal de control, lo que podría ser un factor limitante en sistemas con restricciones operativas estrictas.

La eficiencia (η), calculada bajo distintas ponderaciones, muestra que configuraciones como C8 y C9 logran un balance adecuado entre precisión, estabilidad y uso eficiente de la energía, destacándose como opciones óptimas dentro del grupo.

La evaluación del sistema ANFIS en este escenario evidencia su capacidad para inferir los incrementos de control que llevan a la configuración óptima de alimentadores. Se puede notar cómo el sistema infiere las cuotas de

participación, las cuales se reflejan en cómo un alimentador alcanza una mayor magnitud en estado estacionario en comparación al resto de alimentadores. Estos resultados sientan una base sólida para explorar escenarios más desafiantes, donde se introduzcan perturbaciones y ruido, evaluando su robustez frente a condiciones reales de operación.



6.3.2. Escenario 2: Ruido de Medición

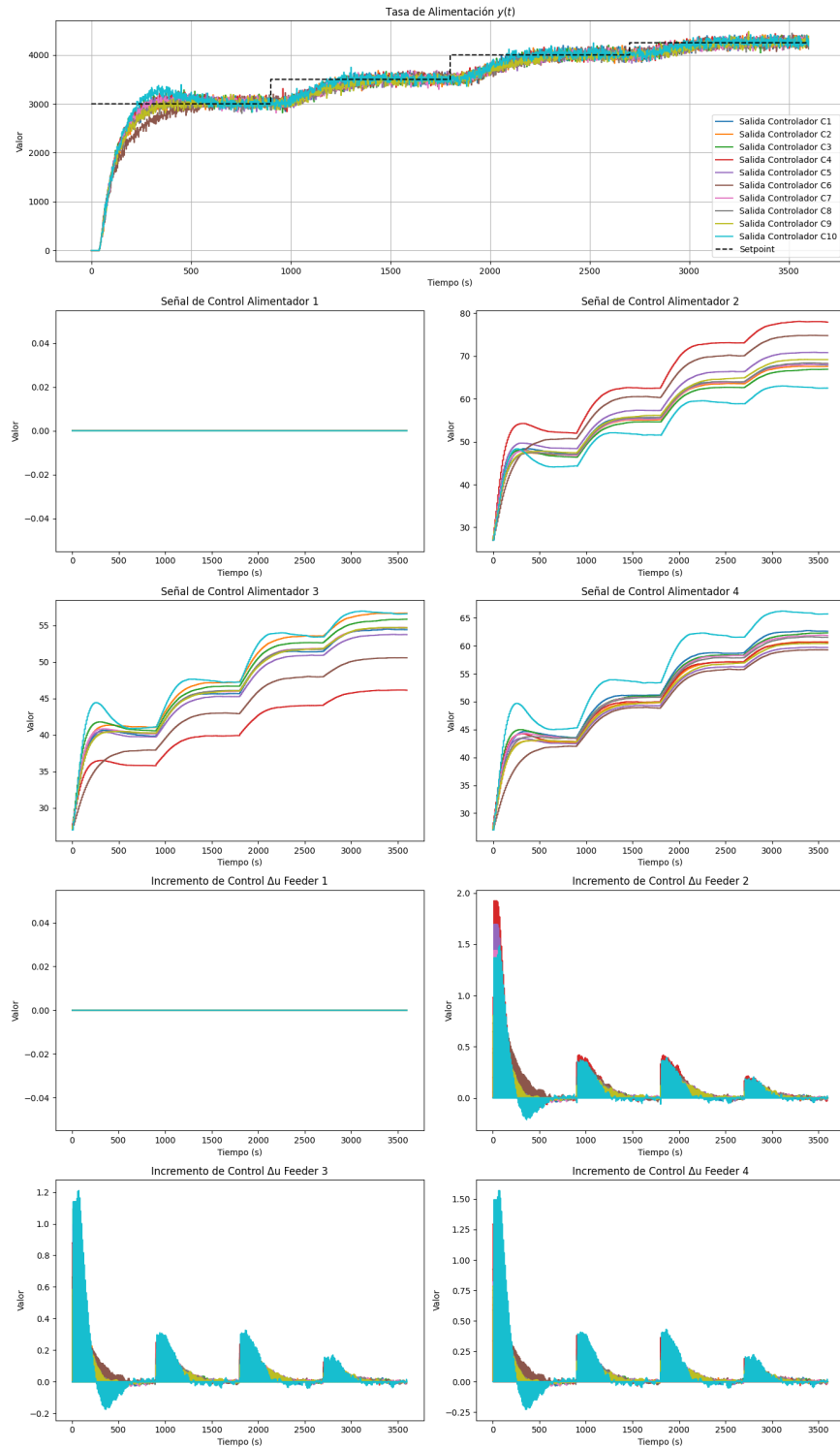


Figura 6.25: Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 2 (Ruido de Medición).

Tabla 6.23: Escenario 2: Métricas de desempeño para ANFIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,115e+02 | 2,420e+05 | 7,614e+05 | 8,713e+08 |
| C2 | 2,137e+02 | 2,423e+05 | 7,692e+05 | 8,724e+08 |
| C3 | 2,121e+02 | 2,369e+05 | 7,637e+05 | 8,530e+08 |
| C4 | 2,068e+02 | 2,353e+05 | 7,445e+05 | 8,469e+08 |
| C5 | 2,156e+02 | 2,411e+05 | 7,762e+05 | 8,678e+08 |
| C6 | 2,377e+02 | 2,635e+05 | 8,557e+05 | 9,485e+08 |
| C7 | 2,139e+02 | 2,399e+05 | 7,700e+05 | 8,635e+08 |
| C8 | 2,157e+02 | 2,420e+05 | 7,765e+05 | 8,714e+08 |
| C9 | 2,196e+02 | 2,442e+05 | 7,906e+05 | 8,792e+08 |
| C10 | 2,064e+02 | 2,360e+05 | 7,432e+05 | 8,495e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,138e+11 | 5,657e+05 | 2,048e+04 | 2,267e+02 |
| C2 | 2,204e+11 | 5,637e+05 | 1,814e+04 | 2,167e+02 |
| C3 | 2,207e+11 | 5,652e+05 | 1,829e+04 | 2,283e+02 |
| C4 | 2,011e+11 | 5,668e+05 | 2,195e+04 | 2,304e+02 |
| C5 | 2,311e+11 | 5,633e+05 | 1,790e+04 | 2,220e+02 |
| C6 | 2,430e+11 | 5,588e+05 | 1,781e+04 | 2,133e+02 |
| C7 | 2,274e+11 | 5,639e+05 | 1,772e+04 | 2,204e+02 |
| C8 | 2,223e+11 | 5,628e+05 | 1,706e+04 | 2,153e+02 |
| C9 | 2,308e+11 | 5,612e+05 | 1,612e+04 | 2,119e+02 |
| C10 | 1,987e+11 | 5,717e+05 | 3,055e+04 | 2,814e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,010e+02 | 4,940e+02 | 3,871e+02 |
| C2 | 6,034e+02 | 4,929e+02 | 3,824e+02 |
| C3 | 6,031e+02 | 4,960e+02 | 3,889e+02 |
| C4 | 5,903e+02 | 4,875e+02 | 3,846e+02 |
| C5 | 6,100e+02 | 4,991e+02 | 3,883e+02 |
| C6 | 6,630e+02 | 5,345e+02 | 4,060e+02 |
| C7 | 6,051e+02 | 4,952e+02 | 3,853e+02 |
| C8 | 6,081e+02 | 4,959e+02 | 3,837e+02 |
| C9 | 6,170e+02 | 5,012e+02 | 3,855e+02 |
| C10 | 6,047e+02 | 5,123e+02 | 4,199e+02 |

El controlador ANFIS demuestra ser altamente adaptable al ruido de medición, como se muestra en la Tabla 6.23. La configuración C10 destaca con el MAE (206, 4) y MSE (2, 360e + 05) más bajos, indicando alta precisión. Sin embargo, su esfuerzo de control ($ITCSE = 3, 055e + 04$) es el más alto entre las configuraciones evaluadas, lo que podría limitar su aplicabilidad en sistemas sensibles al desgaste.

Por otro lado, configuraciones como C8 y C4 logran un equilibrio más favorable. En particular, C8 presenta un esfuerzo de control reducido ($\Delta U_{IA} = 215, 3$) y una eficiencia energética (η) más alta bajo todas las ponderaciones. Esto la posiciona como una opción más sostenible en escenarios con restricciones operativas.

En contraste, configuraciones como C6 y C9 muestran un desempeño inferior, con IAE y MSE un (12-18) % mayores que C8. La Figura 6.25 ilustra que C10 logra la mejor estabilidad temporal, pero con mayor costo energético.

El controlador ANFIS se destaca por su adaptabilidad y precisión, pero la selección de configuraciones debe considerar restricciones energéticas y operativas. C8 ofrece un balance más equilibrado, mientras que C10 es ideal para aplicaciones donde la precisión sea prioritaria.

6.3.3. Escenario 3: Perturbación Constante

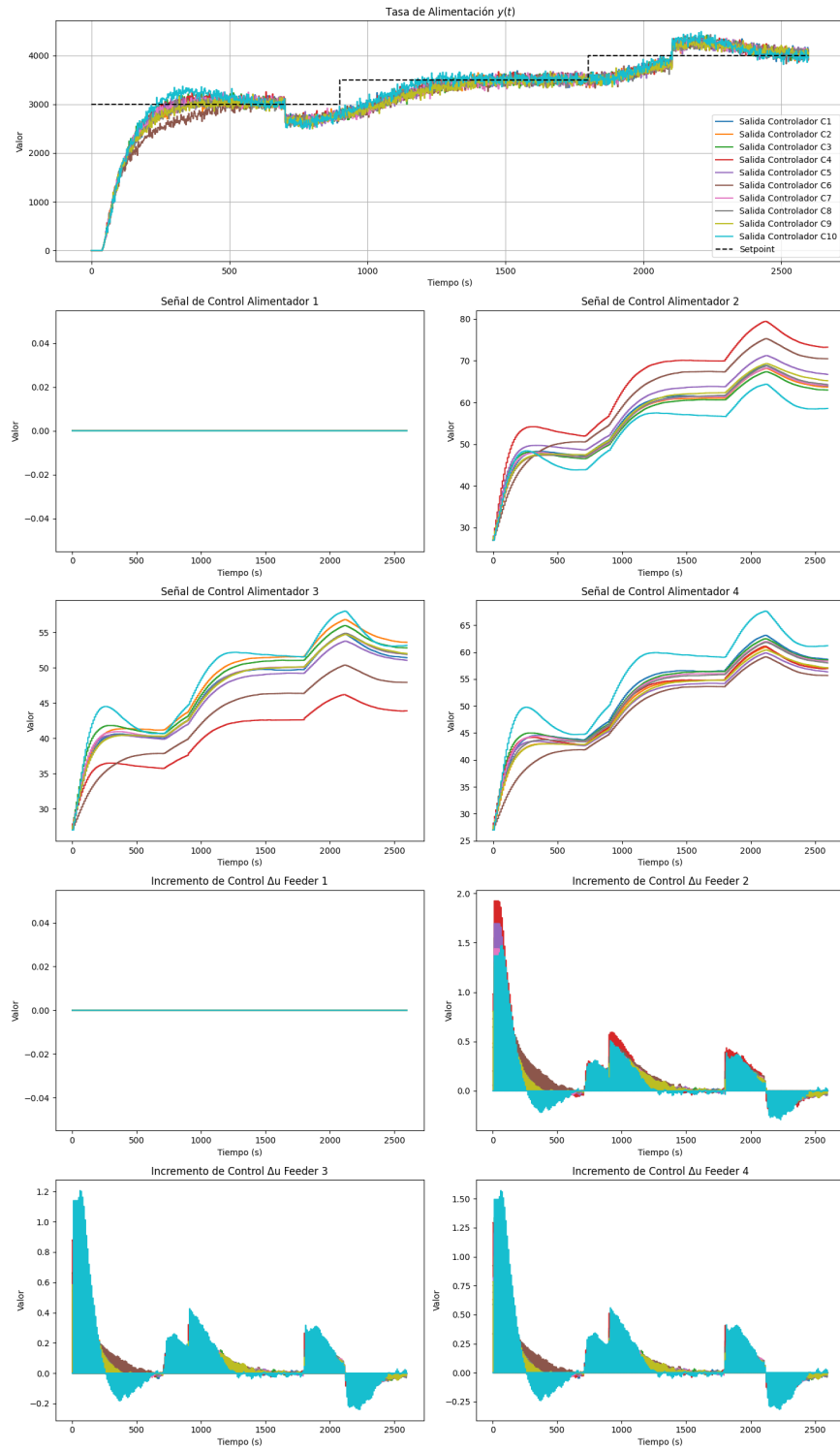


Figura 6.26: Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 3 (Perturbación Constante).

Tabla 6.24: Escenario 3: Métricas de desempeño para ANFIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 3,079e+02 | 3,498e+05 | 8,004e+05 | 9,094e+08 |
| C2 | 3,110e+02 | 3,549e+05 | 8,086e+05 | 9,227e+08 |
| C3 | 3,118e+02 | 3,488e+05 | 8,106e+05 | 9,068e+08 |
| C4 | 3,052e+02 | 3,437e+05 | 7,935e+05 | 8,935e+08 |
| C5 | 3,127e+02 | 3,535e+05 | 8,131e+05 | 9,190e+08 |
| C6 | 3,475e+02 | 3,821e+05 | 9,036e+05 | 9,934e+08 |
| C7 | 3,145e+02 | 3,550e+05 | 8,178e+05 | 9,230e+08 |
| C8 | 3,184e+02 | 3,582e+05 | 8,277e+05 | 9,314e+08 |
| C9 | 3,219e+02 | 3,602e+05 | 8,370e+05 | 9,365e+08 |
| C10 | 3,060e+02 | 3,474e+05 | 7,955e+05 | 9,031e+08 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,443e+11 | 4,048e+05 | 2,385e+04 | 2,499e+02 |
| C2 | 2,552e+11 | 4,028e+05 | 2,140e+04 | 2,367e+02 |
| C3 | 2,585e+11 | 4,051e+05 | 2,161e+04 | 2,502e+02 |
| C4 | 2,443e+11 | 4,056e+05 | 2,740e+04 | 2,569e+02 |
| C5 | 2,634e+11 | 4,033e+05 | 2,076e+04 | 2,400e+02 |
| C6 | 2,786e+11 | 3,971e+05 | 2,069e+04 | 2,306e+02 |
| C7 | 2,628e+11 | 4,032e+05 | 2,089e+04 | 2,420e+02 |
| C8 | 2,626e+11 | 4,022e+05 | 2,062e+04 | 2,363e+02 |
| C9 | 2,684e+11 | 4,010e+05 | 1,902e+04 | 2,291e+02 |
| C10 | 2,415e+11 | 4,096e+05 | 3,910e+04 | 3,182e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,353e+02 | 5,252e+02 | 4,151e+02 |
| C2 | 6,370e+02 | 5,227e+02 | 4,083e+02 |
| C3 | 6,425e+02 | 5,304e+02 | 4,183e+02 |
| C4 | 6,325e+02 | 5,252e+02 | 4,179e+02 |
| C5 | 6,412e+02 | 5,266e+02 | 4,120e+02 |
| C6 | 7,017e+02 | 5,671e+02 | 4,325e+02 |
| C7 | 6,450e+02 | 5,299e+02 | 4,147e+02 |
| C8 | 6,503e+02 | 5,320e+02 | 4,137e+02 |
| C9 | 6,547e+02 | 5,331e+02 | 4,115e+02 |
| C10 | 6,523e+02 | 5,568e+02 | 4,614e+02 |

El sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa (ANFIS) demostró ser altamente efectivo en la gestión de perturbaciones constantes y ruido. Según la Tabla 6.24, la configuración C4 destacó como la más equilibrada, logrando un MAE (305, 2), MSE (3, 437e + 05) y IAE (7, 935e + 05) competitivos, junto con un esfuerzo de control moderado ($\Delta U_{IA} = 256, 9$).

Por otro lado, configuraciones como C10 ofrecen alta precisión pero con un esfuerzo de control significativamente mayor ($\Delta U_{IA} = 318, 2$), lo que podría limitar su aplicabilidad en sistemas con restricciones energéticas. Configuraciones como C8 y C9 muestran un buen equilibrio entre precisión y esfuerzo, con un desempeño notable en términos de eficiencia (η).

En la Figura 6.26, se aprecia que C4 logra una respuesta superior en términos de estabilidad y rapidez en los tiempos de asentamiento, mientras que configuraciones como C6 presentan esfuerzos de control menores, implicando una estabilización más tardía. Se resalta la capacidad de ANFIS para mantener un control eficiente sin comprometer la estabilidad del sistema.

6.3.4. Escenario 4: Variación Paramétrica

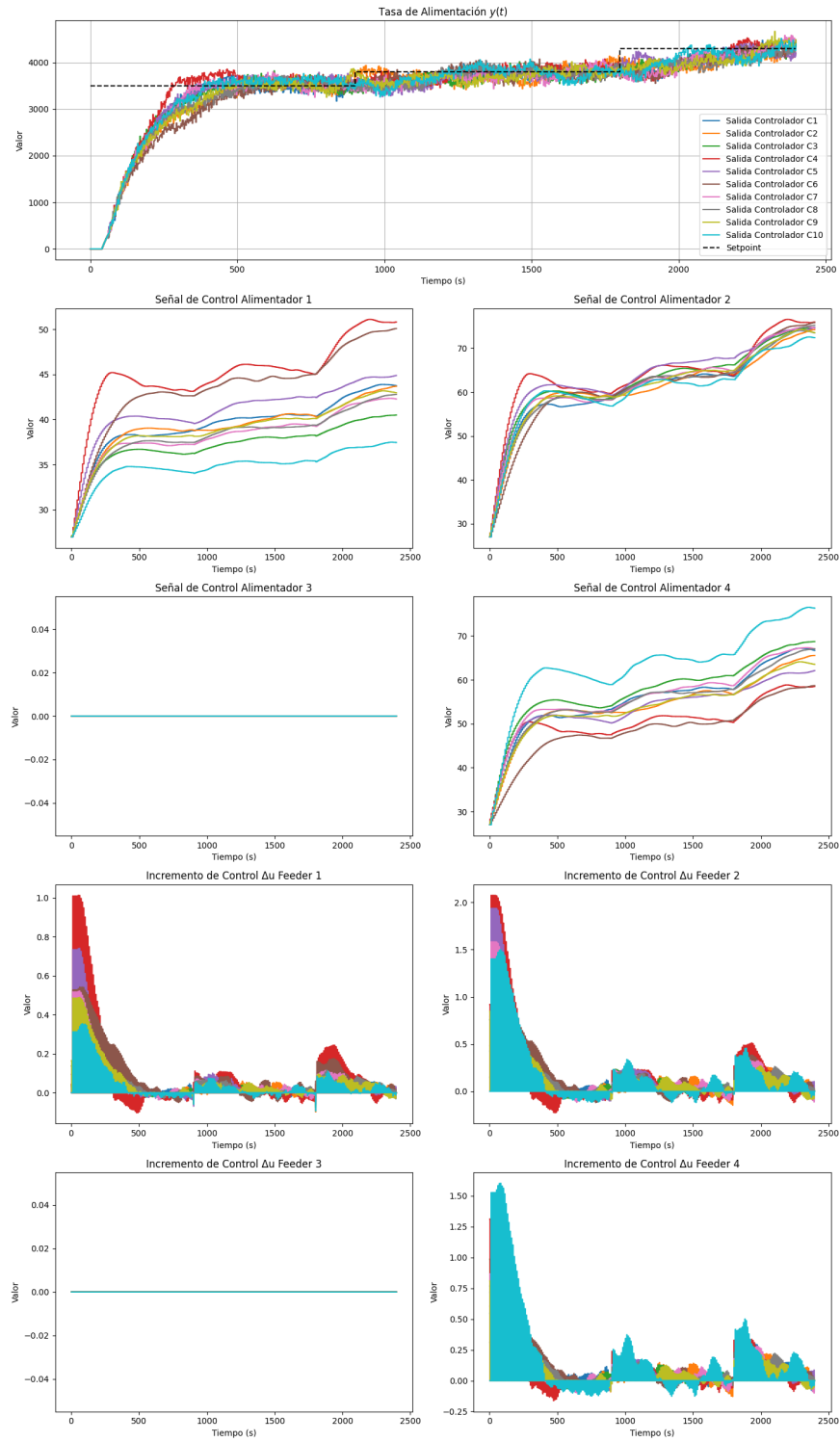


Figura 6.27: Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 4 (Variación Paramétrica).

Tabla 6.25: Escenario 4: Métricas de desempeño para ANFIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 3,613e+02 | 6,060e+05 | 8,671e+05 | 1,454e+09 |
| C2 | 3,991e+02 | 6,327e+05 | 9,579e+05 | 1,518e+09 |
| C3 | 3,716e+02 | 5,878e+05 | 8,918e+05 | 1,411e+09 |
| C4 | 3,589e+02 | 5,839e+05 | 8,614e+05 | 1,401e+09 |
| C5 | 3,579e+02 | 5,861e+05 | 8,588e+05 | 1,407e+09 |
| C6 | 4,200e+02 | 6,784e+05 | 1,008e+06 | 1,628e+09 |
| C7 | 3,812e+02 | 6,197e+05 | 9,148e+05 | 1,487e+09 |
| C8 | 3,928e+02 | 6,210e+05 | 9,427e+05 | 1,490e+09 |
| C9 | 3,914e+02 | 6,223e+05 | 9,394e+05 | 1,493e+09 |
| C10 | 3,637e+02 | 5,977e+05 | 8,729e+05 | 1,434e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,365e+11 | 3,745e+05 | 1,790e+04 | 2,223e+02 |
| C2 | 2,577e+11 | 3,708e+05 | 1,591e+04 | 2,249e+02 |
| C3 | 2,194e+11 | 3,780e+05 | 1,484e+04 | 2,277e+02 |
| C4 | 2,501e+11 | 3,837e+05 | 2,749e+04 | 2,765e+02 |
| C5 | 1,982e+11 | 3,806e+05 | 1,377e+04 | 2,243e+02 |
| C6 | 2,976e+11 | 3,682e+05 | 1,822e+04 | 2,282e+02 |
| C7 | 2,817e+11 | 3,758e+05 | 1,794e+04 | 2,247e+02 |
| C8 | 2,660e+11 | 3,716e+05 | 1,624e+04 | 2,194e+02 |
| C9 | 2,526e+11 | 3,702e+05 | 1,409e+04 | 2,125e+02 |
| C10 | 2,241e+11 | 3,816e+05 | 2,543e+04 | 2,594e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,736e+02 | 5,447e+02 | 4,157e+02 |
| C2 | 7,380e+02 | 5,914e+02 | 4,448e+02 |
| C3 | 6,926e+02 | 5,598e+02 | 4,269e+02 |
| C4 | 6,859e+02 | 5,689e+02 | 4,520e+02 |
| C5 | 6,685e+02 | 5,416e+02 | 4,147e+02 |
| C6 | 7,740e+02 | 6,181e+02 | 4,621e+02 |
| C7 | 7,078e+02 | 5,698e+02 | 4,318e+02 |
| C8 | 7,257e+02 | 5,810e+02 | 4,364e+02 |
| C9 | 7,213e+02 | 5,759e+02 | 4,306e+02 |
| C10 | 6,889e+02 | 5,662e+02 | 4,434e+02 |

El controlador ANFIS, al igual que el FIS, opera de manera independiente de un modelo dinámico, lo que le otorga una alta adaptabilidad en escenarios con variaciones paramétricas. La Figura 6.27 muestra que las trazas de control son consistentes y suaves, reduciendo las fluctuaciones y minimizando los esfuerzos de control innecesarios.

La configuración C4 se distingue por sus métricas competitivas, con valores bajos de *MAE* (358,9), *MSE* (5,839e+05) y *IAE* (8,614e+05), junto con el mayor esfuerzo acumulativo (*ITCSE* = 2,749e+04), y por tanto, el menos eficiente en este aspecto, según la Tabla 6.25.

Aunque configuraciones como C10 logran alta precisión, su alto esfuerzo acumulativo (*ITCSE* = 2,543e+04) limita su aplicabilidad en sistemas donde la eficiencia energética es una prioridad. Por otro lado, configuraciones como C8 y C9 ofrecen un buen compromiso entre precisión y esfuerzo, con métricas de ΔU_{IA} reducidas y valores de η equilibrados.

6.3.5. Escenario 5: Retardos Variables

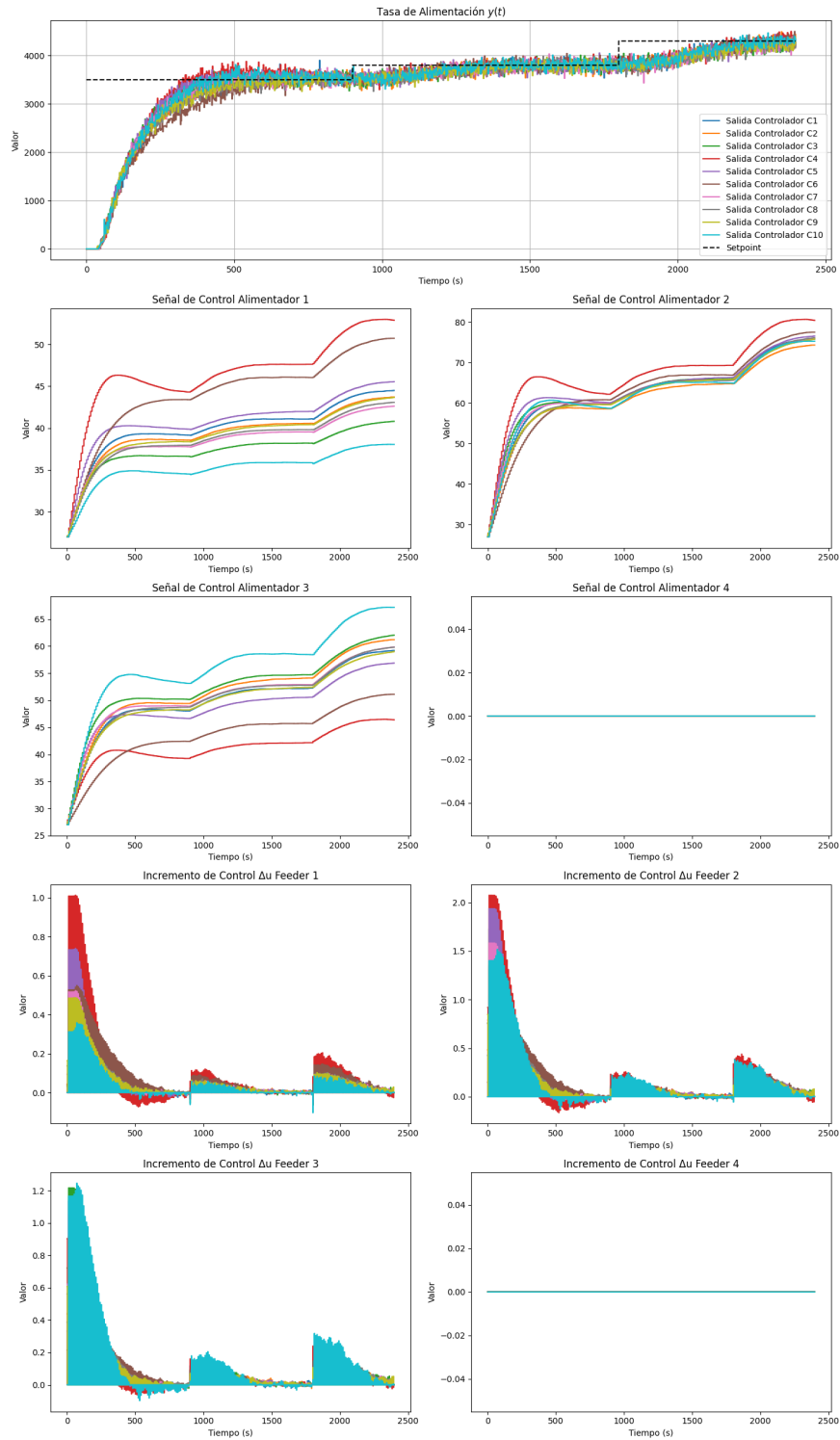


Figura 6.28: Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 5 (Retardos Variables).

Tabla 6.26: Escenario 5: Métricas de desempeño para ANFIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 3,720e+02 | 6,253e+05 | 8,927e+05 | 1,501e+09 |
| C2 | 3,814e+02 | 6,297e+05 | 9,154e+05 | 1,511e+09 |
| C3 | 3,645e+02 | 6,002e+05 | 8,748e+05 | 1,440e+09 |
| C4 | 3,524e+02 | 5,980e+05 | 8,458e+05 | 1,435e+09 |
| C5 | 3,584e+02 | 6,009e+05 | 8,601e+05 | 1,442e+09 |
| C6 | 4,105e+02 | 6,658e+05 | 9,852e+05 | 1,598e+09 |
| C7 | 3,734e+02 | 6,143e+05 | 8,961e+05 | 1,474e+09 |
| C8 | 3,894e+02 | 6,318e+05 | 9,345e+05 | 1,516e+09 |
| C9 | 3,859e+02 | 6,228e+05 | 9,261e+05 | 1,495e+09 |
| C10 | 3,616e+02 | 6,084e+05 | 8,677e+05 | 1,460e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,395e+11 | 3,673e+05 | 1,482e+04 | 2,027e+02 |
| C2 | 2,478e+11 | 3,662e+05 | 1,364e+04 | 2,004e+02 |
| C3 | 2,393e+11 | 3,674e+05 | 1,343e+04 | 2,002e+02 |
| C4 | 2,137e+11 | 3,731e+05 | 1,896e+04 | 2,319e+02 |
| C5 | 2,357e+11 | 3,689e+05 | 1,420e+04 | 2,059e+02 |
| C6 | 2,683e+11 | 3,621e+05 | 1,393e+04 | 1,988e+02 |
| C7 | 2,520e+11 | 3,657e+05 | 1,336e+04 | 1,978e+02 |
| C8 | 2,655e+11 | 3,643e+05 | 1,358e+04 | 1,970e+02 |
| C9 | 2,555e+11 | 3,639e+05 | 1,255e+04 | 1,962e+02 |
| C10 | 2,248e+11 | 3,703e+05 | 1,912e+04 | 2,194e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 6,857e+02 | 5,477e+02 | 4,097e+02 |
| C2 | 7,009e+02 | 5,579e+02 | 4,149e+02 |
| C3 | 6,725e+02 | 5,375e+02 | 4,026e+02 |
| C4 | 6,616e+02 | 5,389e+02 | 4,161e+02 |
| C5 | 6,638e+02 | 5,330e+02 | 4,022e+02 |
| C6 | 7,493e+02 | 5,920e+02 | 4,347e+02 |
| C7 | 6,866e+02 | 5,469e+02 | 4,073e+02 |
| C8 | 7,133e+02 | 5,658e+02 | 4,183e+02 |
| C9 | 7,071e+02 | 5,611e+02 | 4,151e+02 |
| C10 | 6,732e+02 | 5,436e+02 | 4,139e+02 |

El controlador ANFIS refuerza su adaptabilidad al manejar retardos variables sin depender de un modelo explícito. La Figura 6.28 muestra trazas de control suaves y consistentes, con una rápida estabilización incluso en condiciones de incertidumbre dinámica.

6.3.6. Escenario 6: Escenario Integral

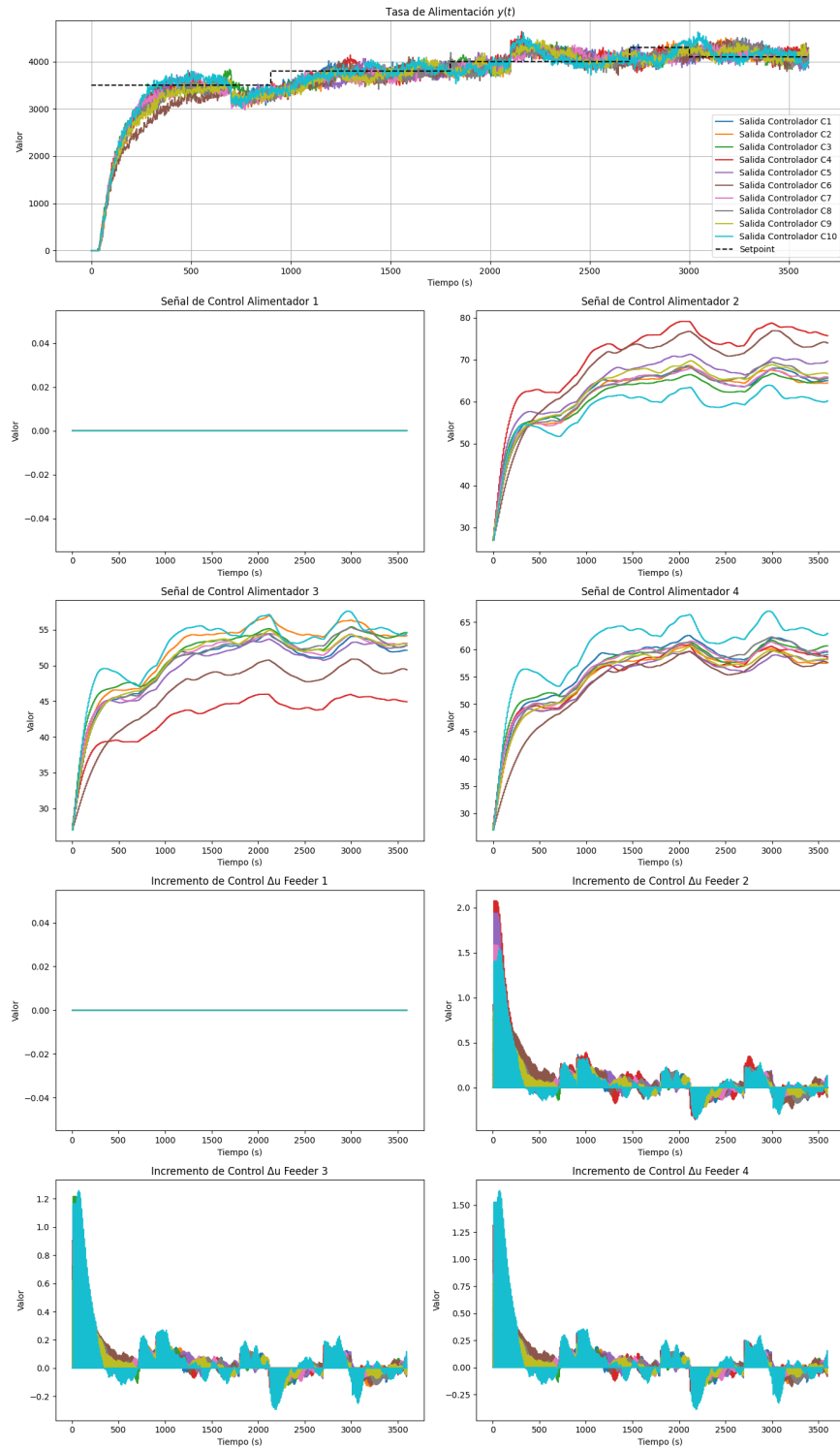


Figura 6.29: Respuesta del modelo ANFIS bajo el Escenario 6 (Escenario Integral).

Tabla 6.27: Escenario 6: Métricas de desempeño para ANFIS.

| (a) Métricas de error (Parte 1) | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Controller | MAE | MSE | IAE | ISE |
| C1 | 2,651e+02 | 3,474e+05 | 9,543e+05 | 1,250e+09 |
| C2 | 2,724e+02 | 3,597e+05 | 9,805e+05 | 1,295e+09 |
| C3 | 2,551e+02 | 3,324e+05 | 9,182e+05 | 1,197e+09 |
| C4 | 2,600e+02 | 3,369e+05 | 9,362e+05 | 1,213e+09 |
| C5 | 2,659e+02 | 3,426e+05 | 9,573e+05 | 1,233e+09 |
| C6 | 3,311e+02 | 4,043e+05 | 1,192e+06 | 1,456e+09 |
| C7 | 2,667e+02 | 3,394e+05 | 9,600e+05 | 1,222e+09 |
| C8 | 2,743e+02 | 3,523e+05 | 9,874e+05 | 1,268e+09 |
| C9 | 2,880e+02 | 3,630e+05 | 1,037e+06 | 1,307e+09 |
| C10 | 2,608e+02 | 3,415e+05 | 9,388e+05 | 1,230e+09 |

| (b) Métricas de desempeño (Parte 2) | | | | |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|
| Controller | ITSE | IEU | ITCSE | ΔU_{IA} |
| C1 | 2,524e+11 | 6,086e+05 | 2,180e+04 | 2,843e+02 |
| C2 | 2,680e+11 | 6,075e+05 | 2,049e+04 | 2,732e+02 |
| C3 | 2,433e+11 | 6,084e+05 | 1,887e+04 | 2,783e+02 |
| C4 | 2,593e+11 | 6,103e+05 | 2,629e+04 | 2,950e+02 |
| C5 | 2,534e+11 | 6,083e+05 | 1,827e+04 | 2,756e+02 |
| C6 | 3,507e+11 | 6,037e+05 | 2,580e+04 | 3,015e+02 |
| C7 | 2,493e+11 | 6,071e+05 | 1,844e+04 | 2,791e+02 |
| C8 | 2,686e+11 | 6,076e+05 | 1,958e+04 | 2,738e+02 |
| C9 | 2,837e+11 | 6,073e+05 | 1,845e+04 | 2,779e+02 |
| C10 | 2,784e+11 | 6,162e+05 | 4,274e+04 | 3,650e+02 |

| (c) Métricas adicionales (Parte 3) | | | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Controller | $\eta (\alpha > \beta)$ | $\eta (\alpha = \beta)$ | $\eta (\alpha < \beta)$ |
| C1 | 7,533e+02 | 6,193e+02 | 4,853e+02 |
| C2 | 7,683e+02 | 6,269e+02 | 4,854e+02 |
| C3 | 7,262e+02 | 5,982e+02 | 4,703e+02 |
| C4 | 7,438e+02 | 6,156e+02 | 4,874e+02 |
| C5 | 7,528e+02 | 6,165e+02 | 4,801e+02 |
| C6 | 9,247e+02 | 7,467e+02 | 5,686e+02 |
| C7 | 7,558e+02 | 6,196e+02 | 4,834e+02 |
| C8 | 7,734e+02 | 6,306e+02 | 4,879e+02 |
| C9 | 8,090e+02 | 6,573e+02 | 5,055e+02 |
| C10 | 7,666e+02 | 6,519e+02 | 5,371e+02 |

El sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa (ANFIS) reafirma su superioridad en este escenario complejo, destacándose como el esquema más robusto y eficiente frente a incertidumbres múltiples. En la Tabla 6.27 se presentan las métricas de desempeño. La Figura 6.29 ilustra trazas de control suaves y una rápida estabilización, incluso frente a perturbaciones externas y retardos variables.

ANFIS se posiciona como el esquema más adaptable y robusto en este escenario integral. La configuración C3 se distingue por su precisión ($MAE = 2,551 \times 10^2$, $MSE = 3,324 \times 10^5$) y un esfuerzo acumulado competitivo ($\Delta U_{IA} = 2,783 \times 10^2$). Además, su eficiencia energética ($\eta = 7,262 \times 10^2$) resalta como una ventaja significativa.

C6, aunque presenta un alto consumo energético y un mayor MSE ($4,043 \times 10^5$), puede ser una alternativa para aplicaciones que priorizan la estabilidad sobre la precisión. La Tabla 6.28 presenta las iteraciones por segundo obtenidas en la simulación al emplear el sistema de control basado en la red neurodifusa (ANFIS), alcanzando un promedio de 5022,50 it/s. Este rendimiento representa una mejora significativa en términos de eficiencia computacional del modelo de inferencia tipo Sugeno, en comparación con los controladores difusos de tipo Mamdani.



Tabla 6.28: Iteraciones por segundo para el esquema ANFIS, durante la simulación del sexto escenario.

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 | C9 | C10 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| it/s | 5021,99 | 5205,74 | 4961,64 | 5241,66 | 5408,51 | 4994,48 | 4953,66 | 4973,52 | 4932,47 | 4530,29 |

7 | Discusión de Resultados

7.1. Análisis Cualitativo

El análisis cualitativo realizado a través de simulaciones controladas evidencia marcadas diferencias en la capacidad de respuesta entre los sistemas de control evaluados, frente a las dinámicas propias del proceso de alimentación en molinos SAG. Los controladores PID convencionales, así como los PID con Predictor de Smith, demostraron un rendimiento aceptable en condiciones ideales donde las variables del proceso se mantienen estables y predecibles. Sin embargo, su desempeño se vio comprometido ante fluctuaciones abruptas o perturbaciones no lineales, manifestando respuestas más lentas, oscilaciones persistentes y una acumulación significativa de errores, además de un sobreimpulso considerable.

En contraste, el sistema de inferencia neuro-difuso adaptativo (ANFIS) sobresalió por su capacidad de ajustar dinámicamente sus parámetros, lo que le permitió mantener una regulación más precisa y estable del flujo de alimentación bajo condiciones adversas, tales como ruido gaussiano y variaciones paramétricas de magnitud relevante. Esta superioridad adaptativa posiciona al ANFIS como una herramienta altamente eficaz en entornos caracterizados por una variabilidad operativa considerable.

Desde una perspectiva pragmática, los controladores PID continúan siendo preferidos en la industria debido a su simplicidad, facilidad de implementación y bajos requisitos computacionales. Sin embargo, su naturaleza dependiente de parámetros fijos representa una limitación significativa en procesos industriales con alta dinámica, como la molienda SAG. Por el contrario, el sistema ANFIS, aunque demanda una inversión inicial más elevada y mayor complejidad técnica, ofrece ventajas sustantivas en términos de escalabilidad y adaptabilidad. En particular, su capacidad de aprendizaje continuo lo convierte en una opción óptima para plantas con alta variabilidad operativa, donde la inversión inicial se justifica mediante la reducción del consumo energético y el aumento de la eficiencia global del proceso.

7.2. Estudio de Casos Destacados

Este análisis presenta una comparación detallada del desempeño de diversos esquemas de control bajo los escenarios de **variación paramétrica** (Escenario 4) y **escenario integral** (Escenario 6). Dichos escenarios representan condiciones industriales críticas caracterizadas por incertidumbres dinámicas, permitiendo evaluar la capacidad de los controladores para garantizar precisión, estabilidad y eficiencia energética. Además, se incluye un análisis de los coeficientes de eficiencia η , que ponderan la precisión (α) y la eficiencia en el uso de recursos (β).

Tabla 7.1: Resumen de métricas comparativas para los escenarios 4 y 6.

| Controlador | Escenario | MAE | MSE | IAE | ISE | ITCSE | $\eta (\alpha = \beta)$ |
|-------------|-----------|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|
| PID (C2) | 4 | 294,6 | $4,708 \times 10^5$ | $7,07 \times 10^5$ | $1,130 \times 10^9$ | $1,272 \times 10^5$ | 917,8 |
| PID-SP (C4) | 4 | 273,4 | $4,528 \times 10^5$ | $6,561 \times 10^5$ | $1,087 \times 10^9$ | $1,526 \times 10^5$ | 717,9 |
| FIS (C4) | 4 | 389,5 | $6,209 \times 10^5$ | $9,349 \times 10^5$ | $1,490 \times 10^9$ | $1,796 \times 10^4$ | 593,0 |
| ANFIS (C5) | 4 | 357,9 | $5,861 \times 10^5$ | $8,588 \times 10^5$ | $1,407 \times 10^9$ | $1,377 \times 10^4$ | 541,6 |
| PID (C3) | 6 | 205,1 | $2,674 \times 10^5$ | $7,385 \times 10^5$ | $9,626 \times 10^8$ | $1,458 \times 10^5$ | 842,6 |
| PID-SP (C2) | 6 | 258,5 | $3,590 \times 10^5$ | $9,306 \times 10^5$ | $1,106 \times 10^9$ | $9,483 \times 10^4$ | 807,2 |
| FIS (C2) | 6 | 271,0 | $3,597 \times 10^5$ | $9,755 \times 10^5$ | $1,295 \times 10^9$ | $2,459 \times 10^4$ | 628,6 |
| ANFIS (C3) | 6 | 255,1 | $3,324 \times 10^5$ | $9,182 \times 10^5$ | $1,197 \times 10^9$ | $1,887 \times 10^4$ | 598,2 |

Análisis del Desempeño En el Escenario 4, el **PID-SP** se mantiene como el controlador más preciso, con el menor $MAE = 273,4$ y $MSE = 4,528 \times 10^5$, evidenciando un rendimiento superior en el seguimiento de la referencia. Sin embargo, en el Escenario 6, el **PID (C3)** destaca por su precisión, con el menor $MAE = 205,1$ y $MSE = 2,674 \times 10^5$, mostrando la capacidad de una buena sintonización inicial de estos controladores para manejar incertidumbres moderadas en condiciones más complejas.

El **ANFIS (C5)** y el **ANFIS (C3)** destacan en estabilidad, logrando los valores más bajos de IAE y ISE en los Escenarios 4 y 6, respectivamente. Esto refleja su capacidad para minimizar errores acumulativos y mantener una salida del sistema estable frente a variaciones paramétricas y retardos variables.

En términos de $ITCSE$, el **ANFIS (C5)** es el más eficiente en el Escenario 4 ($ITCSE = 1,377 \times 10^4$), mientras que en el Escenario 6, el **ANFIS (C3)** logra el menor esfuerzo acumulativo ($ITCSE = 1,887 \times 10^4$). Estos resultados refuerzan la idoneidad del ANFIS para aplicaciones que priorizan la eficiencia en los esfuerzos de control.

Coefficientes de Eficiencia Global (η). En condiciones balanceadas ($\alpha = \beta$):

- En el Escenario 4, el **ANFIS (C5)** logra el mejor resultado con un $\eta = 541,6$, indicando un balance superior entre precisión y esfuerzo de control.
- En el Escenario 6, el **ANFIS (C3)** vuelve a sobresalir con $\eta = 598,2$, confirmando su robustez frente a escenarios con incertidumbre significativa.

7.3. Eficiencia Computacional de las Estrategias de Control

La evaluación de los esquemas de control no solo se basa en métricas e índices de desempeño, sino también en la eficiencia computacional de cada estrategia. En entornos industriales y de simulación en tiempo real, la rapidez en la ejecución de los algoritmos de control es un factor crítico que puede determinar la viabilidad de su implementación. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en términos del tiempo de simulación para el Escenario 6 (escenario integral), donde cada esquema de control fue ejecutado múltiples veces para garantizar la estabilidad de los resultados.

Los esquemas basados en PID fueron los más eficientes computacionalmente, alcanzando tasas de procesamiento superiores a 10.000 it/s en todas sus ejecuciones. En particular, el controlador PID convencional mostró una media de aproximadamente 10.106 it/s , mientras que el PID con compensación de Smith alcanzó una media de 8.466 it/s . La ligera reducción en la velocidad de ejecución del PID-Smith se debe a la compensación de retardo, que introduce cálculos adicionales en cada iteración.

Por otro lado, los esquemas basados en inferencia difusa (FIS y ANFIS) mostraron un desempeño significativamente más lento en términos computacionales. El controlador FIS presentó una media de procesamiento de aproximadamente $41,2 \text{ it/s}$, reflejando la carga computacional adicional asociada con la evaluación de reglas y funciones de membresía en cada paso de la simulación.

En contraste, el esquema ANFIS, que combina inferencia difusa con aprendizaje adaptativo, mostró un rendimiento computacional al menos 10 veces superior al FIS. Se registraron velocidades de ejecución de entre 4.530 y 5.408 *it/s*, con una media de 5.020 *it/s*. Esta mejora significativa resalta la eficiencia del proceso de inferencia y actualización de parámetros en ANFIS, permitiendo aprovechar los beneficios de los sistemas difusos de tipo Sugeno con una carga computacional mucho más manejable que los de clase Mamdani. Esto sugiere que la reducción en la cantidad de cálculos requeridos para la inferencia y la función de salida en ANFIS contribuye a su viabilidad en aplicaciones donde la eficiencia computacional es un factor determinante.

Estos resultados resaltan la importancia de considerar la relación entre el costo computacional y el desempeño en la selección de una estrategia de control. Mientras que el PID convencional sigue siendo la opción más eficiente en términos de ejecución, los métodos basados en inferencia difusa ofrecen ventajas en estabilidad y manejo de incertidumbre a expensas de una mayor carga computacional. No obstante, la mejora en eficiencia observada en ANFIS frente a FIS sugiere que la integración de aprendizaje adaptativo puede ser una alternativa viable para reducir el impacto computacional sin perder las ventajas de los sistemas difusos.

7.4. Limitaciones y Recomendaciones

Uno de los desafíos más relevantes identificados en este estudio radica en la dependencia de datos simulados para la capacitación y validación de los modelos, lo cual podría no reflejar plenamente las complejidades y restricciones inherentes a un entorno industrial real. Además, la configuración inicial de las funciones de membresía en el sistema ANFIS, aunque optimizada, presentó sensibilidad a la selección de hiperparámetros, lo que podría limitar su generalización en sistemas con una mayor cantidad de variables de entrada o con interacciones no modeladas de forma explícita.

7.5. Implicaciones Prácticas

La implementación de un sistema ANFIS en plantas industriales de molienda SAG posee el potencial de transformar significativamente las prácticas operativas al proporcionar un control adaptativo y de alta precisión. Los beneficios esperados incluyen:

- Reducción sustancial del consumo energético.
- Aumento en la productividad operativa.
- Mejora en la estabilidad del proceso, minimizando interrupciones no planificadas y prolongando la vida útil de los activos.

La capacidad del sistema ANFIS para adaptarse a las dinámicas operativas permite que las plantas trabajen en condiciones óptimas incluso ante fluctuaciones significativas en la alimentación del mineral o cambios imprevistos en las características del proceso. Sin embargo, la adopción de esta tecnología presenta desafíos inherentes, como la complejidad técnica de su implementación inicial, que requiere la participación de personal altamente capacitado (o con conocimiento de dominio), así como una inversión considerable en infraestructura tecnológica. Adicionalmente, la capacitación de operadores para garantizar un manejo eficiente del sistema podría implicar costos adicionales. No obstante, estas limitaciones pueden ser mitigadas mediante estrategias de implementación progresiva, comenzando con sistemas híbridos que combinen tecnologías tradicionales y avanzadas, como sistemas de recomendación. Este enfoque permite una transición gradual hacia un modelo de operación más sofisticado, maximizando así los beneficios a largo plazo.

8 | Conclusiones

8.1. Resumen

En esta investigación se desarrolló e implementó un Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-difusa (ANFIS) con el propósito de optimizar el control del flujo de alimentación en molinos semi-autógenos (SAG). El objetivo principal consistió en mejorar la eficiencia operativa, estabilizar la producción y reducir el consumo específico de energía (kWh/ton) durante el proceso de molienda, etapa considerada crítica en la industria minera. El diseño del sistema se fundamentó en la integración de técnicas de redes neuronales y lógica difusa, con la finalidad de incrementar la capacidad de adaptación y la precisión en la regulación del flujo de mineral. Además, se evaluó la influencia que tienen el diseño y ajuste de esta estrategia en la estabilidad del control del proceso, y se comparó su desempeño con métodos tradicionales, como los controladores PID (convencionales y con predictor Smith), para determinar su robustez ante la variabilidad inherente al proceso.

Para alcanzar los fines propuestos, se adoptó un enfoque que incluyó tanto el uso de controladores PID convencionales como la incorporación de sistemas de control basados en lógica difusa y, finalmente, la implementación de un sistema ANFIS. El diseño experimental contempló la adquisición y preprocesamiento de datos, la identificación de modelos dinámicos y la ejecución de simulaciones en un entorno controlado, que reproducía de manera aproximada las condiciones operativas reales de la industria minera. Esta configuración permitió aislar las principales variables que inciden en el rendimiento de los molinos SAG y someterlas a diferentes escenarios de alta variabilidad y ruido, con el fin de analizar las capacidades de adaptación y estabilidad de cada una de las estrategias estudiadas.

Los hallazgos indicaron que el sistema ANFIS superó de manera notable a los controladores PID en términos de adaptabilidad, precisión y eficiencia energética, sobre todo en condiciones de alta variabilidad y presencia de ruido. El control basado en ANFIS mantuvo un error de seguimiento bajo y estabilizó el sistema con mayor rapidez, lo que evidenció su capacidad para responder a cambios abruptos en las condiciones operativas. Por su parte, los controladores PID presentaron oscilaciones y sobreimpulsos considerables en situaciones complejas, a pesar de un desempeño aceptable en contextos ideales. El enfoque con lógica difusa puro (FIS) resultó estable y mostró menores oscilaciones que el PID, aunque no alcanzó la misma exactitud que ANFIS al seguir la referencia establecida.

Las conclusiones de este estudio resaltan la pertinencia de los sistemas neuro-difusos en entornos industriales complejos y dinámicos, particularmente en la industria minera, donde la adaptabilidad y la eficiencia energética son cruciales. La implementación de ANFIS no solo incrementa la estabilidad y la precisión del proceso de control, sino que también abre nuevas posibilidades de aplicación en distintas áreas de la automatización industrial. Aunque la fase inicial de configuración y ajuste puede implicar ciertos desafíos, los beneficios en términos de robustez, eficacia y reducción de costos operativos justifican ampliamente su adopción. En el marco de la industria 4.0, la incorporación de tecnologías avanzadas como ANFIS contribuye a la optimización de recursos y a la transformación digital de los procesos, impulsando de este modo la modernización y la competitividad del sector minero.

8.2. Principales Hallazgos

La investigación sobre el diseño de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neurodifusa (ANFIS) para el control del flujo de alimentación en molinos semi-autógenos (SAG) reveló la efectividad de este enfoque en comparación con

los controladores PID convencionales y los sistemas de control basados en lógica difusa (FIS). El ANFIS demostró una notable superioridad en términos de adaptabilidad, ya que fue capaz de estabilizar el proceso con rapidez y mantener un bajo error de seguimiento incluso en escenarios con alta variabilidad y presencia de ruido. Esta solidez no se restringió únicamente a condiciones ideales: el sistema también sobresalió en contextos complejos, caracterizados por perturbaciones constantes, variaciones paramétricas y retardos variables, lo que evidencia su capacidad para lidiar con diversas fuentes de incertidumbre, un aspecto crítico en entornos industriales.

Un factor especialmente relevante dentro de los hallazgos es la contribución del ANFIS a la eficiencia energética. Además de su robustez y adaptabilidad, el sistema incidió positivamente en la reducción del consumo de energía, lo que resulta fundamental para la sostenibilidad de las operaciones mineras. Aunque el uso de un controlador PID con predictor de Smith mejoró el desempeño del PID estándar, ambos exhibieron limitaciones significativas frente a condiciones altamente complejas. El FIS, por su parte, resultó más estable que los métodos de control tradicionales, pero no alcanzó los niveles de precisión y eficiencia observados con la aproximación neuro-difusa.

La robustez y adaptabilidad del ANFIS se explican en gran medida por su capacidad de ajustar dinámicamente sus parámetros de control a partir de los datos de operación, lo que permite mantener la estabilidad y precisión del flujo de alimentación. Esta característica hace que su aplicabilidad se extienda más allá de la industria minera, pudiendo ser igualmente valiosa en otros sectores que presenten dinámicas similares. Sin embargo, la implementación de este tipo de soluciones en plantas de molienda SAG u otros entornos productivos requiere una inversión inicial en infraestructura tecnológica y capacitación de personal, lo que debe ser cuidadosamente planificado para aprovechar al máximo las ventajas que ofrece esta tecnología. En definitiva, los resultados ponen de manifiesto el potencial de los sistemas neuro-difusos en ámbitos industriales caracterizados por una alta complejidad y, a la vez, abren un abanico de posibilidades para su uso en diversos entornos de automatización.

8.3. Contribuciones de la Investigación

La investigación ofrece importantes aportes en relación con los objetivos planteados y la optimización del control de los molinos semi-autógenos (SAG). En primer lugar, destaca el desarrollo e implementación de un sistema de control basado en redes neuro-difusas, el cual demostró notables mejoras en la capacidad de adaptación y en la eficiencia operativa. El hecho de que el sistema se entrene para reconocer patrones dinámicos y no lineales permite responder de manera más efectiva a perturbaciones como cambios bruscos en la tasa de alimentación o en la composición del mineral. Esta habilidad para regular de forma precisa el flujo de alimentación y evitar tanto sobrecargas como subcargas se traduce en una disminución de picos de potencia y en la atenuación de fuertes fluctuaciones en la tasa de procesamiento, lo que reduce las paradas imprevistas y fortalece la eficiencia global de la operación.

En segundo lugar, se llevó a cabo un proceso de diseño y ajuste del sistema de control neuro-adaptativo que resultó clave para alcanzar una mayor precisión en la regulación del flujo de mineral. Esto implicó un análisis y una configuración meticolosos, lo que mejoró la respuesta del sistema ante condiciones de operación variables y perturbaciones. La metodología utilizada permitió abarcar una amplia gama de escenarios operativos, facilitando una implementación adaptable a diversos contextos industriales con características similares.

Por último, se realizó una evaluación comparativa que evidenció la robustez y eficacia del sistema neuro-adaptativo frente a métodos de control tradicionales. El resultado de dicha comparación reflejó un desempeño superior en términos de seguimiento de referencia, reducción de errores de control y manejo de la variabilidad propia de la industria minera. Las simulaciones sugieren, además, que este enfoque optimiza tanto la predictibilidad como la estabilidad del proceso, lo cual podría tener implicaciones favorables en aplicaciones a gran escala. Dichos hallazgos ponen de manifiesto la relevancia de los sistemas ANFIS para la mejora continua del control de procesos, tanto en el ámbito minero como en otras áreas de la industria que enfrenten desafíos operativos comparables.

8.4. Limitaciones del Estudio

Este estudio presenta limitaciones que pueden agruparse en dos categorías principales: aquellas inherentes al modelo ANFIS y aquellas vinculadas al diseño experimental. En lo que respecta al modelo neuro-difuso, una primera

restricción proviene de la dependencia de datos de entrenamiento de alta calidad y relevancia, ya que el desempeño del sistema se encuentra estrechamente ligado a la fidelidad de la información utilizada durante la fase de aprendizaje. Si los datos presentan deficiencias –como ruidos significativos, lagunas informativas o escasa representatividad de las condiciones reales–, el modelo puede ver afectada su capacidad de generalización y su eficacia en escenarios no contemplados durante el entrenamiento. Asimismo, existe una complejidad en la configuración de las funciones de membresía, especialmente cuando se trabaja con múltiples variables de entrada. La forma, el número y la distribución de los conjuntos difusos ejercen una influencia determinante en la capacidad del modelo para capturar las dinámicas de un proceso industrial. Una selección inadecuada de estos parámetros puede derivar en un mal rendimiento al momento de regular el proceso.

Las limitaciones en el diseño experimental también merecen atención. Un primer aspecto refiere a las suposiciones simplificadas sobre las perturbaciones y el ruido introducidos en las simulaciones, ya que, en un entorno industrial real, la naturaleza de las perturbaciones puede ser mucho más compleja y no ajustarse a modelos estadísticos básicos, como el ruido gaussiano. Al no capturar la totalidad de las dinámicas presentes en la práctica, los resultados de las simulaciones podrían ser demasiado optimistas y no reflejar las condiciones reales de operación. Por otro lado, existe un posible sesgo en los escenarios evaluados, puesto que las condiciones de prueba pueden omitir situaciones extremas o impredecibles que podrían ocurrir en la operación cotidiana. Esto conlleva el riesgo de que la efectividad observada en el ambiente controlado no se sostenga en circunstancias más desafiantes. Por último, vale destacar que la evaluación se basó fundamentalmente en simulaciones, las cuales, si bien son herramientas valiosas para predecir el comportamiento del sistema, no capturan completamente la complejidad de un entorno industrial real. En consecuencia, podría existir una brecha entre los resultados obtenidos en la fase de prueba y la efectividad real de la solución al ser implementada en plantas mineras u otros contextos productivos.

8.5. Perspectivas Futuras y Mejoras Potenciales

Las perspectivas futuras y las mejoras potenciales que se desprenden del trabajo realizado en el desarrollo e implementación de un Sistema Adaptativo de Inferencia Neuro-difusa (ANFIS) para el control de flujo de alimentación en molinos semi-autógenos (SAG) abarcan diversos aspectos técnicos y operativos. Un primer ámbito de interés se relaciona con la posibilidad de integrar el sistema ANFIS en entornos de control industrial reales, lo que implicaría la adopción de tecnologías de comunicación como OPC UA o SCADA para facilitar la interacción en tiempo real entre el sistema de control y los equipos de campo. Esta estrategia permitiría ajustes dinámicos ante variaciones operativas y posibilitaría la realización de pruebas en plantas mineras o entornos equivalentes, con el fin de recopilar datos en vivo que sirvan para afinar continuamente el modelo y garantizar su eficiencia y estabilidad.

Por otra parte, resulta especialmente relevante reforzar el proceso de entrenamiento del sistema mediante algoritmos genéticos, técnicas de optimización metaheurística o métodos de aprendizaje profundo, que optimicen los parámetros de ANFIS y mejoren su capacidad de adaptación a condiciones cambiantes. Asimismo, la ampliación del conjunto de datos utilizado para el entrenamiento, al incorporar periodos operativos y condiciones ambientales más diversas, consolidaría la robustez del modelo y favorecería su capacidad de generalización en escenarios no contemplados inicialmente. En la misma línea, la extensión del modelo podría contemplar la inclusión de un mayor número de variables de entrada y salida, sumado al uso de datos multiresolución, con la finalidad de abarcar sistemas industriales más complejos y captar con mayor fidelidad la dinámica del proceso de molienda.

Otro eje fundamental radica en el desarrollo de interfaces de usuario avanzadas que promuevan una interacción más ágil y directa con el sistema ANFIS. La implementación de paneles de visualización en tiempo real y herramientas que emitan alertas sobre condiciones de operación críticas, así como la posibilidad de realizar ajustes manuales, facilitaría la adopción por parte del personal de planta y mejoraría la toma de decisiones. Con miras a asegurar una adopción efectiva, sería pertinente ofrecer programas de capacitación para operadores y personal técnico, orientados a comprender tanto la lógica interna del sistema como las estrategias de mantenimiento y operación.

La investigación y el desarrollo continuo constituyen otro pilar esencial para potenciar las virtudes de ANFIS. En este sentido, la realización de estudios de caso en distintos sectores industriales –como la manufactura, la energía o el transporte– permitiría comprobar la versatilidad y adaptabilidad del sistema, al tiempo que se generarían sinergias a través de colaboraciones con instituciones académicas y centros de investigación. Dichas iniciativas podrían conducir a

la integración de nuevas metodologías y tecnologías que expandan las capacidades de ANFIS y refuercen su vigencia en un contexto cada vez más competitivo.

Finalmente, la evaluación de impacto y sostenibilidad adquiere una relevancia creciente en el entorno industrial actual. La determinación de indicadores clave de desempeño, tales como el ahorro energético, la reducción de costos operativos o la optimización de la productividad, facilitarían la medición objetiva de los beneficios aportados por ANFIS. Paralelamente, investigar estrategias orientadas a la sostenibilidad y la eficiencia energética, que incluyan la disminución de la huella de carbono y la reducción de residuos, respondería a las exigencias de responsabilidad ambiental propias de la industria moderna.

En conjunto, estas perspectivas contribuyen a forjar un horizonte en el que la digitalización y la automatización avanzada se consolidan como elementos fundamentales para el desarrollo de la industria minera y de otros sectores. La optimización continua de procesos, basada en sistemas más adaptativos y sostenibles, apunta a un futuro en el que la innovación tecnológica, la competitividad y el cuidado del entorno convivan de manera armónica.

8.6. Impacto Potencial y Aplicaciones Prácticas

El sistema adaptativo de inferencia neuro-difusa (ANFIS) tiene el potencial de generar una mejora significativa en la estabilidad operacional de la industria minera, particularmente en el control de flujo de alimentación de los molinos semi-autógenos (SAG). Al proporcionar una mayor precisión en la regulación del proceso, es posible minimizar las interrupciones no planificadas y extender la vida útil de los activos; esta continuidad operacional se traduce en un aumento de la rentabilidad al reducir los tiempos de inactividad. Además, la optimización del flujo de alimentación contribuye a disminuir el consumo energético, aspecto de gran relevancia en un sector donde el gasto de energía puede representar hasta un 70 % de los costos operativos. Aunado a lo anterior, el control más preciso que ofrece el ANFIS puede incrementar de manera notable la productividad, ya que una alimentación óptimamente gestionada mejora la fragmentación del mineral y favorece la recuperación de los recursos valiosos.

El uso del ANFIS no se restringe únicamente a los molinos SAG, sino que puede abarcar otros procesos mineros, tales como el control de procesos en plantas concentradoras de cobre y en etapas de molienda y flotación, donde la eficiencia en la dosificación y el manejo de variaciones resulta fundamental. Su implementación también puede extenderse a sistemas de alimentación de chancadores y transportadores, en los que la precisión del flujo es crítica para mantener la estabilidad y eficiencia de la operación.

Fuera del ámbito minero, las técnicas y metodologías desarrolladas para este sistema de control pueden ser aplicadas en industrias como la manufactura, la energía o el transporte, que comparten un carácter altamente variable y no lineal en sus procesos. Con miras a la creciente tendencia de digitalización y automatización, el ANFIS puede integrarse con otras tecnologías de automatización y control predictivo, alineándose con los principios de la industria 4.0 y proporcionando la base para el desarrollo de sistemas híbridos. Dichas combinaciones permiten una transición progresiva hacia metodologías de control más complejas y eficientes, maximizando los beneficios a largo plazo y promoviendo la modernización de los procesos industriales.

Bibliografía

- [1] S. N. de Geología y Minería (Sernageomin), *Anuario de la Minería de Chile 2023*. Santiago: Servicio Nacional de Geología y Minería, 2024, pág. 243.
- [2] J. M. M. Llana y M. A. A. Sironvalle, «Diseño y optimización de sistemas industriales de molienda convencional y semiautógena,» en *Boletín G 4*, 1988.
- [3] D. Sbarbaro, J. Barriga, H. Valenzuela y G. Cortes, «A multi-input-single-output smith predictor for feeders control in SAG grinding plants,» *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 13, n.º 6, págs. 1069-1075, 2005.
- [4] P. Lopez, I. Reyes, N. Risso, M. Momayez y J. Zhang, «Machine Learning Algorithms for Semi-Autogenous Grinding Mill Operational Regions' Identification,» *Minerals*, vol. 13, n.º 11, 2023.
- [5] R. Hermosilla, C. Valle, H. Allende, C. Aguilar y E. Lucic, «SAG's Overload Forecasting Using a CNN Physical Informed Approach,» *Applied Sciences*, vol. 14, n.º 24, pág. 11 686, 2024.
- [6] A. Bouajila, G. Bartolacci, N. Kock, J. Cayouette y C. Coté, «Toward the improvement of primary grinding productivity and energy consumption efficiency. Part 1: Investigation of the feed ore size effects,» *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 33, n.º 22, págs. 267-272, 2000.
- [7] S. Strohmayer y W. Valery, «SAG mill circuit optimisation at Ernest Henry Mining,» en *SAG2001 - International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology*, 2001.
- [8] M. Villanueva, C. Calderón, M. Saldaña y N. Toro, «Modelling a SAG Grinding System through Multiple Regressions,» en *Proceedings 29th International Conference on Metallurgy and Materials (METAL 2020)*, 2020, págs. 1243-1248.
- [9] S. Morrell y W. Valery, «Influence of feed size on AG/SAG mill performance,» en *Proceedings of an International Conference on Autogenous and semi-Autogenous Grinding Technology (SAG 2001)*, 2001.
- [10] B. A. Wills y J. Finch, *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*, 8th. Elsevier Science, 2015.
- [11] A. Behnamfard, D. Namaei Roudi y F. Veglio, «The performance improvement of a full-scale autogenous mill by setting the feed ore properties,» *Journal of Cleaner Production*, vol. 271, pág. 122 554, 2020.
- [12] W. Valery y S. Morrell, «The development of a dynamic model for autogenous and semi-autogenous grinding,» *Minerals Engineering*, vol. 8, n.º 11, págs. 1285-1297, 1995.
- [13] D. R. Shende y A. Simon, «Implementation and Performance Evaluation of a Model Predictive Controller for a Semi-Autogenous Grinding Mill,» *Advances in Science and Technology Research Journal*, vol. 18, n.º 3, págs. 257-269, 2024.
- [14] J.-L. Salazar, H. Valdés-González, E. Vyhmesiter y F. Cubillos, «Model predictive control of semiautogenous mills (SAG),» *Minerals Engineering*, 2014.
- [15] T. Apelt y N. Thornhill, «Inferential measurement of SAG mill parameters V: MPC simulation,» *Minerals Engineering*, vol. 22, n.º 12, págs. 1045-1052, 2009.
- [16] S. Avalos, W. Kracht y J. M. Ortiz, «Machine Learning and Deep Learning Methods in Mining Operations: A Data-Driven SAG Mill Energy Consumption Prediction Application,» *Mining, Metallurgy & Exploration*, vol. 37, págs. 1197-1212, 2020.

- [17] G. Metzner, F. Cornejo, J. Steyn et al., «Implementation of a SAG Grinding Expert System at Barrick North Mara, Tanzania,» en *World Gold Conference*, 2009.
- [18] M. Hadizadeh, A. Farzanegan y M. Noaparast, «Supervisory fuzzy logic expert controller for SAG mill grinding circuits: Sungun copper concentrator,» *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, vol. 38, n.º 3, págs. 168-179, 2017.
- [19] M. Hadizadeh, A. Farzanegan y M. Noaparast, «A plant-scale validated MATLAB-based fuzzy expert system to control SAG mill circuits,» *Journal of Process Control*, 2018.
- [20] R. N. D. Gómez, «Estrategias para la puesta en marcha de un sistema de control experto en flotación de cobre rougher,» Universidad Mayor, 2013.
- [21] W. Zhang, D. Liu, Y. Du et al., «Mill Feed Control System and Algorithm Based on Python,» *Minerals*, vol. 12(7), n.º 804, 2022.
- [22] H. Khodadadi y H. Ghadiri, «Fuzzy Logic Self-Tuning PID Controller Design for Ball Mill Grinding Circuits Using an Improved Disturbance Observer,» *Mining Metallurgy & Exploration*, 2019.
- [23] B. Huang y Q. Liu, «Ball mill feeding based on fuzzy adaptive control system,» en *4th International Conference on Mechatronics, Materials, Chemistry and Computer Engineering (ICMMCCE)*, 2015.
- [24] O. Galán, G. Barton y J. Romagnoli, «Robust control of a SAG mill,» *Powder Technology*, vol. 124, n.º 3, págs. 264-271, 2002.
- [25] P. Varas, R. Carvajal y J. C. Agüero, «State Estimation for SAG Mills utilizing a simplified model with an alternative measurement,» en *CHILECON*, 2019.
- [26] Z. Ghasemi, M. Neshat, C. Aldrich et al., «An integrated intelligent framework for maximising SAG mill throughput: Incorporating expert knowledge, machine learning and evolutionary algorithms for parameter optimisation,» *Minerals Engineering*, vol. 212, pág. 108 733, 2024.
- [27] P. Quintanilla, F. Fernández, C. Mancilla, M. Rojas y D. Navia, «Digital twin with automatic disturbance detection for an expert-controlled SAG mill,» *Minerals Engineering*, vol. 220, pág. 109 076, 2025.
- [28] K. McCaffery, M. Katom y J. Craven, «Ongoing evolution of advanced SAG mill control at Ok Tedi,» *Mining, Metallurgy & Exploration*, n.º 19, págs. 72-80, 2002.
- [29] M. Katom, M. Wood y M. Schaffer, «Application at Ok Tedi Mining of a Neural Network Model within the Expert System for SAG Mill Control,» SGS Minerals Services, inf. téc., 2003.
- [30] K. B. Owusu, W. Skinner y R. K. Asamoah, «Acoustic sensing and machine learning for in situ classification of SAG mill feed size fractions using different feature extraction techniques,» *Powders*, vol. 2, n.º 3, págs. 299-322, 2023.
- [31] J. Olivier y C. Aldrich, «Dynamic monitoring of grinding circuits by use of global recurrence plots and convolutional neural networks,» *Minerals*, vol. 10, n.º 11, pág. 958, 2020.
- [32] F. Reyes, M. Yahyaei, M. Hilden y G. Forbes, «Reinforcement learning control of a SAG mill grinding circuit: first impressions and implications for process control,» en *IMPC 2020: XXX International Mineral Processing*, 2020.
- [33] S. Avalos, W. Kracht y J. M. Ortiz, «An LSTM approach for SAG mill operational relative-hardness prediction,» *Minerals*, vol. 10, n.º 9, pág. 734, 2020.
- [34] J. V. Valencia y F. Vargas, «A Probabilistic Graphical Model for Semi-Autogenous Grinding Processes,» en *2023 IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*, 2023, págs. 1-6.
- [35] Z. Sun, C. Xu, H. Qiu y L. Weng, «Intelligent Supervisory Control System for Smart Factory,» en *2020 IEEE 16th International Conference on Control & Automation (ICCA)*, 2020, págs. 836-841.
- [36] C. Li y C.-H. Tu, «Complex neural fuzzy system and its application on multi-class prediction—A novel approach using complex fuzzy sets IIM and multi-swarm learning,» *Applied Soft Computing Journal*, vol. 84, 2019.
- [37] C.-H. Chen, C.-J. Lin y C.-T. Lin, «A Functional-Link-Based Neurofuzzy Network for Nonlinear System Control,» *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, n.º 5, 2008.

- [38] E. Bartsch, G. Comeau y C. Hardie, «Evolution of SAG Mill Process Control at the Xstrata Nickel Raglan Operation,» en *40th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors*, 2008.
- [39] P. Dutta y A. Kumar, «Application of an ANFIS model to Optimize the Liquid Flow Rate of a Process Control System,» en *Chemical Engineering Transactions*, 2018.
- [40] J.-S. Jang y C.-T. Sun, «Neuro-fuzzy modeling and control,» *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, n.º 3, págs. 378-406, 1995.
- [41] G. Joshi y P. P. A. J., «ANFIS controller for vector control of three phase induction motor,» *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 2020.
- [42] M. Suhail, I. Akhtar, S. Kirmani y M. Jameel, «Development of Progressive Fuzzy Logic and ANFIS Control for Energy Management of Plug-In Hybrid Electric Vehicle,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2021.
- [43] A. D. Aghdam, N. J. Dabanloo, F. N. Rahatabad y K. Maghooli, «Real-Time CANFIS and ANFIS Based Pacemaker Controller Design and Analysis,» *Signal Processing and Renewable Energy*, 2022.
- [44] D. A. Rosyada, Misbah y Eliyani, «Anfis Based Material Flow Rate Control System for Weigh Feeder Conveyor,» *Computer and Information Science*, vol. 9, n.º 2, págs. 112-125, 2016.
- [45] Q. R. Omar y M. A. Valenzuela, «Estimation of Lifters Wear in Ball and SAG Mills using Neuro-Fuzzy Modeling,» en *2018 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS)*, 2018, págs. 1-7.
- [46] I. O. Benítez González y R. Rivas Pérez, «Predictor de Smith: revisión y desafíos,» *Revista Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 2017.
- [47] E. Estremera Toledo, A. Lussón Cervantes e I. Bausa Ortiz, «Estudio comparativo en sistemas multivariables con retardo: modificaciones del Predictor de Smith y Control Predictivo,» *Revista Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 2017.
- [48] L. A. Zadeh, *Fuzzy sets*. 1965, vol. 8, págs. 338-353.
- [49] G. Chen y T. T. Pham, *Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems*. CRC Press, 2000.
- [50] R. Saatchi, «Fuzzy Logic Concepts, Developments and Implementation,» *Information*, vol. 15, n.º 10, pág. 656, 2024.
- [51] T. J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, 4th. Wiley, 2020.
- [52] A. Miron, A. C. Cziker y H. G. Beleiu, «Fuzzy Control Systems for Power Quality Improvement—A Systematic Review Exploring Their Efficacy and Efficiency,» *Applied Sciences*, vol. 14, n.º 11, pág. 4468, 2024.
- [53] O. Castillo, J. R. Castro y P. Melin, *Interval Type-3 Fuzzy Systems: Theory and Design*. Springer Nature, 2022.
- [54] W. M. Bessa, M. S. Dutra y E. Kreuzer, «Adaptive Fuzzy Control of Electrohydraulic Servosystems,» *arXiv*, 2022.
- [55] D. Hein, S. Udluft y T. A. Runkler, «Generating interpretable fuzzy controllers using particle swarm optimization and genetic programming,» en *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*, Association for Computing Machinery, 2018, págs. 1268-1275.
- [56] R. Singh, D. Nishad, S. Khalid y A. Chaudhary, «A review of the application of fuzzy mathematical algorithm-based approach in autonomous vehicles and drones,» *International Journal of Intelligent Robotics and Applications*, págs. 1-21, 2024.
- [57] S. Schmidgall, R. Ziaei, J. Achterberg, L. Kirsch, S. P. Hajiseyedrazi y J. Eshraghian, «Brain-inspired learning in artificial neural networks: A review,» *APL Machine Learning*, vol. 2, n.º 2, 2024.
- [58] I. Goodfellow, Y. Bengio y A. Courville, *Deep Learning*. MIT Press, 2016.
- [59] I. D. Mienye, T. G. Swart y G. Obaido, «Recurrent Neural Networks: A Comprehensive Review of Architectures, Variants, and Applications,» *Information*, vol. 15, n.º 9, 2024.
- [60] D. Querlioz, «Physics solves a training problem for artificial neural networks,» *Nature*, 2024.
- [61] E. Kariri, H. Louati, A. Louati y F. Masmoudi, «Exploring the Advancements and Future Research Directions of Artificial Neural Networks: A Text Mining Approach,» *Applied Sciences*, vol. 13, n.º 5, 2023.
- [62] H. Takagi e I. Hayashi, «NN-Driven Fuzzy Reasoning,» *International Journal of Approximate Reasoning*, 1991.

- [63] J.-S. Jang, «ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system,» *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 23, n.º 3, págs. 665-685, 1993.
- [64] N. Kasabov y Q. Song, «DENFIS: Dynamic evolving neural-fuzzy inference system and its application for time-series prediction,» *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 10, n.º 2, págs. 144-154, 2002.
- [65] T. Takagi y M. Sugeno, «Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control,» *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 15, n.º 1, págs. 116-132, 1985.
- [66] M. Sugeno, «Industrial applications of fuzzy control,» en *Fuzzy Sets and Systems*, Elsevier, 1985, págs. 284-313.
- [67] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall PTR, 1994.
- [68] H. Erdoğ an y E. Gü lal, «Identification of dynamic systems using Multiple Input–Single Output (MISO) models,» *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 10, n.º 2, págs. 1183-1196, 2009.
- [69] Y. Zhu, *Multivariable System Identification For Process Control*, 1st. Elsevier Science, 2001.
- [70] T. Hagiwara, T. Yuasa y M. Araki, «Stability of the limiting zeros of sampled-data systems with zero-and first-order holds,» *International Journal of Control*, vol. 58, n.º 6, págs. 1325-1346, 1993.
- [71] W. C. Schultz y V. C. Rideout, «Control system performance measures: Past, present, and future,» *IRE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-6, n.º 1, págs. 22-35, 1961.
- [72] A. Gambier, *Control Performance Evaluation*. Cham: Springer International Publishing, 2022, págs. 233-245.
- [73] A. Almabrok, A. Dounis y M. Psarakis, «Fast tuning of the PID controller in an HVAC system using the Big Bang-Big Crunch algorithm and FPGA technology,» *Journal of Algorithms*, vol. 11, pág. 146, sep. de 2018.
- [74] R. Kumar, S. Singla y V. Chopra, «Comparison among some well-known control schemes with different tuning methods,» *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 13, n.º 3, págs. 409-415, 2015.

A | Visualización de Resultados del Procesamiento de Datos

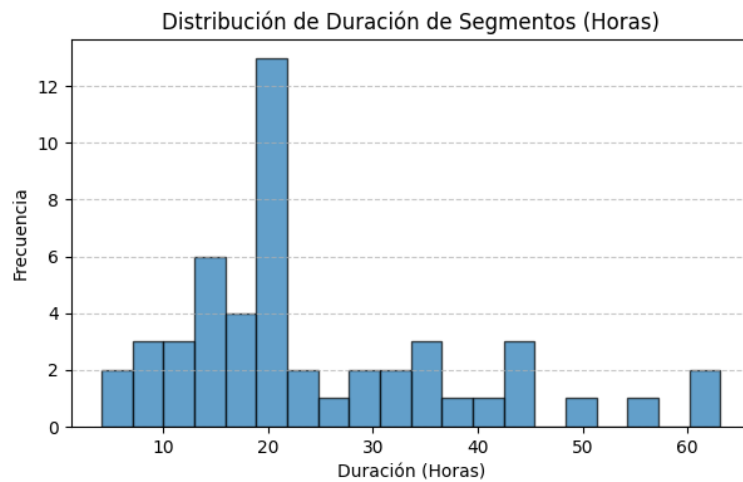


Figura A.1: Distribución de la duración por segmento en el conjunto de datos.

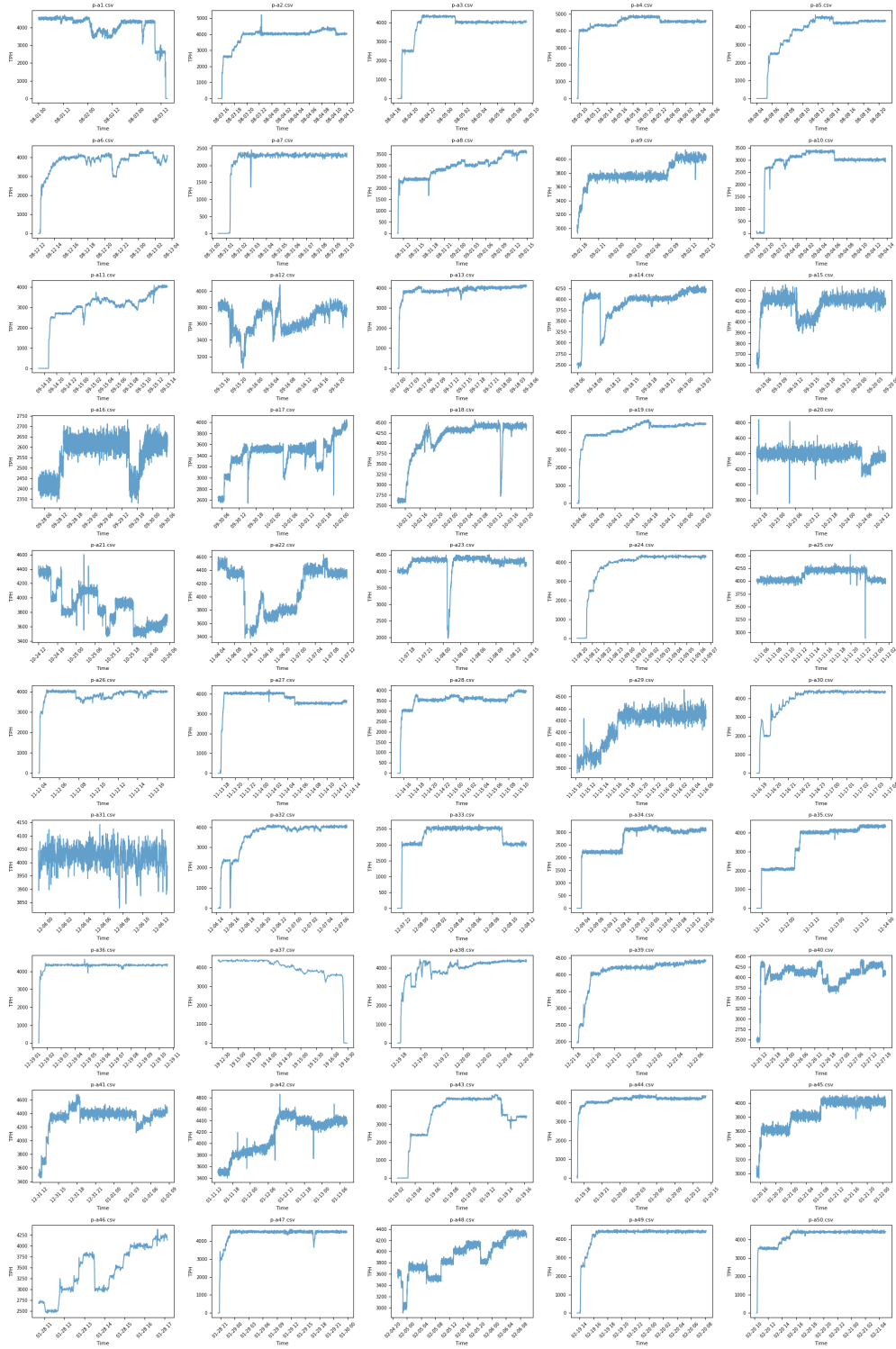


Figura A.2: Segmentación de la traza temporal de la tasa de alimentación en subconjuntos representativos para el análisis.

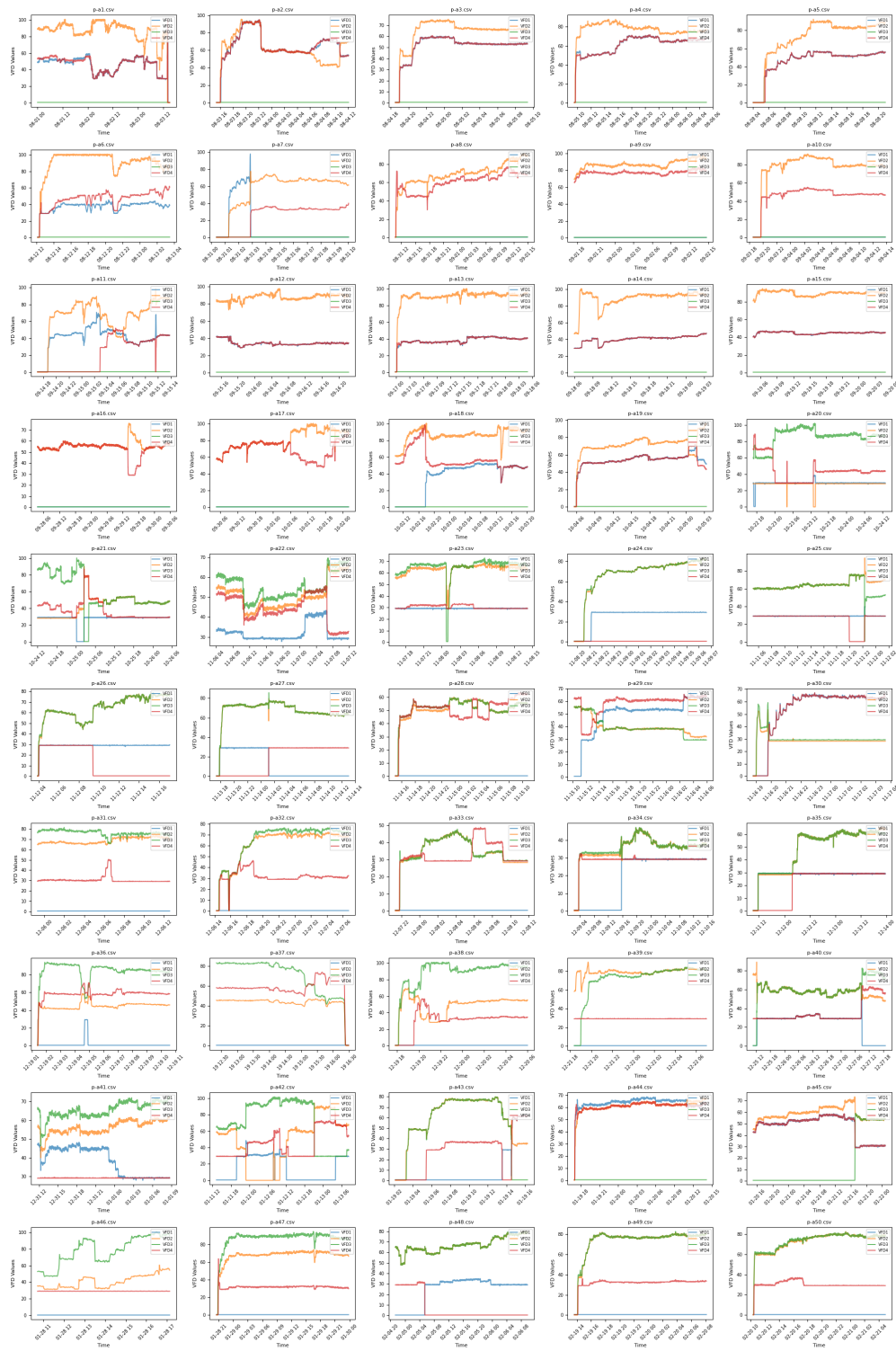


Figura A.3: Trazas temporales para las señales de frecuencia en el motor n , tras segmentación contextual.

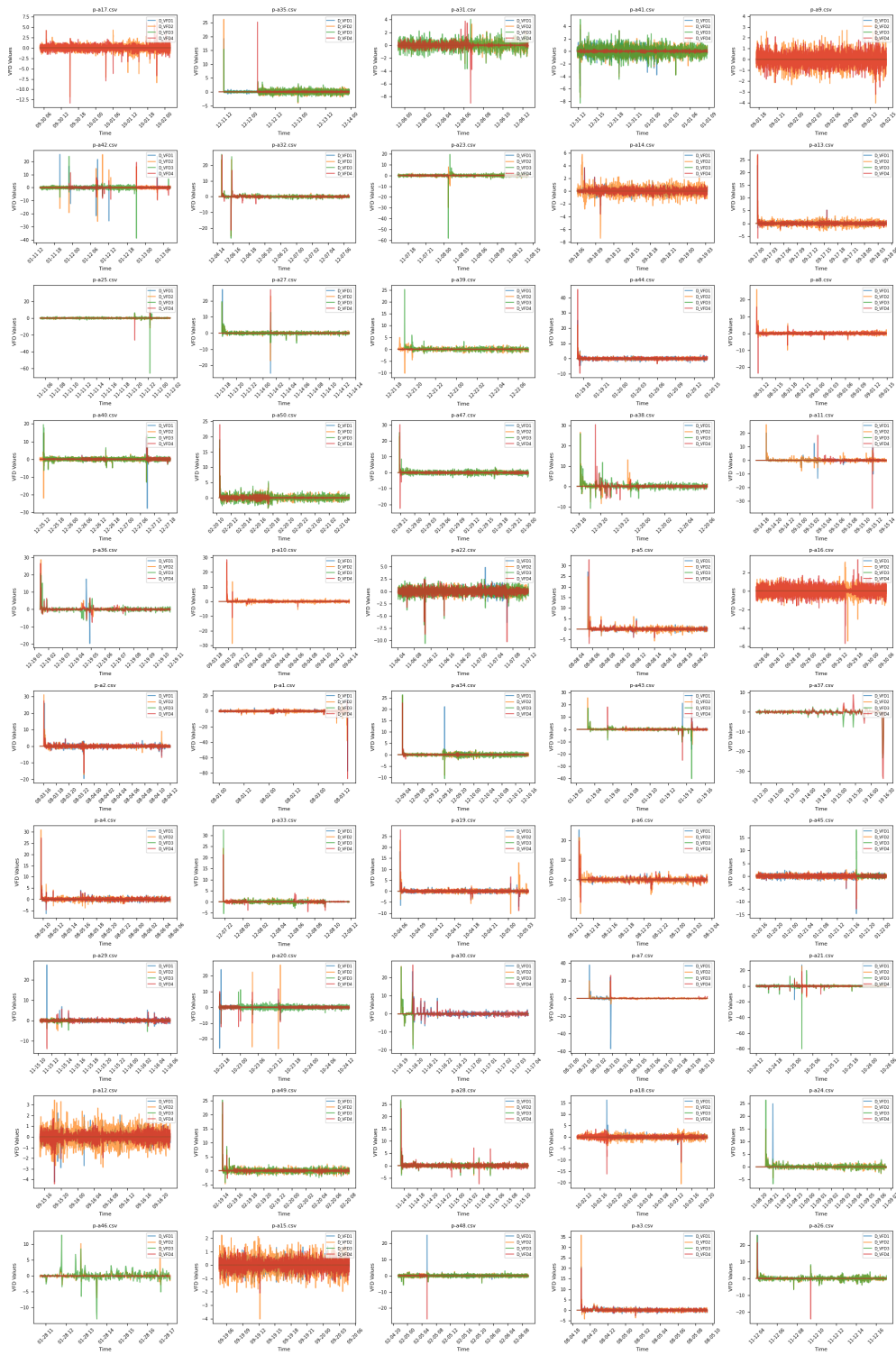


Figura A.4: Trazas temporales para los incrementos en cada señal de control, tras segmentación contextual.

Tabla A.1: Estadísticas descriptivas del conjunto de datos normalizado.

| Estadístico | TPH | TPH SP | ERR | ΔERR | ΔTPH | $\delta VFD1$ | $\delta VFD2$ | $\delta VFD3$ | $\delta VFD4$ |
|-------------|-------|--------|-------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| count | 73734 | 73734 | 73734 | 73734 | 73734 | 73734 | 73734 | 73734 | 73734 |
| mean | 0.63 | 0.63 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| std | 0.12 | 0.12 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.02 | 0.02 |
| min | 0.00 | 0.00 | -0.45 | -0.47 | -0.22 | -1.14 | -0.77 | -1.60 | -0.71 |
| 25 % | 0.59 | 0.58 | -0.01 | -0.01 | -0.01 | -0.00 | -0.01 | -0.00 | -0.00 |
| 50 % | 0.67 | 0.67 | -0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.00 |
| 75 % | 0.72 | 0.72 | 0.00 | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.00 |
| max | 0.87 | 0.80 | 0.39 | 0.84 | 0.31 | 0.76 | 0.71 | 0.68 | 0.91 |

