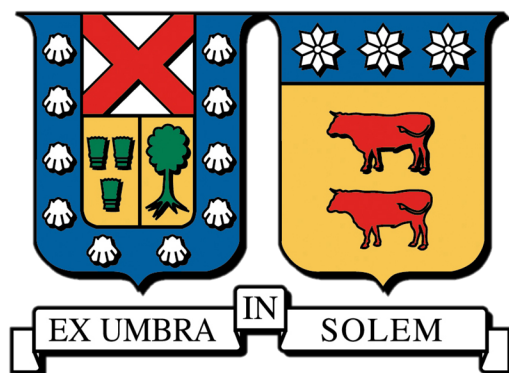


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE METALÚRGICA Y
DE MATERIALES



**DESARROLLO EXPERIMENTAL PARA EL ESTUDIO DE
LA INFLUENCIA DE LA FLUIDODINÁMICA EN
LA DISTANCIA PELIGROSA**

ISIDORA BELÉN PINILLA ESPINOZA

Tesis para optar al grado académico de
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA METALÚRGICA
& al Título Profesional de
INGENIERA CIVIL DE MINAS

Profesor Guía:

Dr. Sergio Palma M.

Profesora Correferente:

Dra. Alejandra Álvarez V.

Julio, 2024

AGRADECIMIENTOS

Primero y principalmente, quiero agradecer a mi familia: a mi mamá y mi papá, que siempre estuvieron a mi lado, brindándome su apoyo incondicional y amor infinito.

A la Flopita, que siempre creyó en mí, incluso cuando yo dudaba de mis capacidades, y con sus palabras y actos de amor incondicional me motivó a seguir adelante en los momentos más difíciles.

A mi pololo Juan, que transformó mi vida desde el momento en que nos conocimos y me ha ayudado de maneras que nunca imaginé, haciendo que me convierta en la persona que soy hoy.

A mi querida amiga Nico, quien siempre ha estado para ofrecer su ayuda y escucharme en los momentos difíciles, siempre impulsándome y brindándome todas sus herramientas posibles para que pueda alcanzar mis metas.

A mi querida amiga Sofía, cuya amistad y palabras de aliento constantes me han motivado a seguir adelante, y que siempre ha tenido la capacidad de hacerme sonreír.

A los niños de gerencias HSM, con quienes compartí innumerables horas de estudio y trabajo, y que se convirtieron en una parte esencial de mi vida universitaria.

Agradezco profundamente al profesor Sergio Palma, por creer en mí y ofrecerme todas las oportunidades que alguna vez parecieron inalcanzables.

A Martina y Polo, mis fieles compañeros de cuatro patas, que con su amor y compañía hicieron mis días de estudio mucho más llevaderos y cálidos.

A mi familia extendida, que siempre ha estado alentándome y apoyándome en cada paso del camino, les estoy eternamente agradecida.

Finalmente, quiero dedicar un momento para agradecerme a mí misma. Agradecerme por creer en mí, por la dedicación y el esfuerzo constante, y por nunca rendirme, incluso cuando mi vida universitaria estuvo llena de altibajos. Agradecerme porque hoy me encuentro en el lugar que la Isidora del pasado soñó con estar.

Con amor y gratitud,

Isidora Pinilla

RESUMEN

La gestión de relaves, subproductos de la concentración de minerales, conlleva a la creación de grandes depósitos para su almacenamiento. La ubicación de estos tranques o embalses presenta desafíos significativos. Los riesgos por contaminación son primordiales, los que incluyen la contaminación del agua a través del drenaje ácido y la contaminación del aire por partículas. Además, existe el riesgo crítico de colapso o derrumbe de estos depósitos, lo que representa un escenario particularmente grave.

En el presente trabajo de tesis se realiza un análisis empírico de la distancia peligrosa de un relave una vez que el depósito ha colapsado, a partir de un modelo físico a escala de laboratorio. Con el fin de evaluar la influencia de las variables geométricas, reológicas y fluidodinámicas. Para esto, se construye un canal rectangular, horizontal y abierto que dispone de un contenedor con una compuerta, donde se vierte el relave y se simula dicha falla, luego el fluido escurre libremente hasta su detención total. Se emplean métodos de medición basados en láser, donde la distancia peligrosa se calcula en función de la cantidad de relaves descargados, la concentración de peso en sólidos. Los hallazgos indican que la distancia peligrosa está directamente influenciada con la cantidad descargada de relave, el diámetro de partícula y la pendiente del canal, pero inversamente relacionada con la concentración de peso en sólidos.

El relave se define por sus características reológicas y granulométricas. En el caso de los parámetros reológicos del relave y realizando un ajuste del flujo al modelo plástico de Bingham. El estudio muestra que a medida que se incrementa la concentración de sólidos y la velocidad de corte, tanto el esfuerzo de fluencia como la viscosidad efectiva aumentan. En el caso de los parámetros granulométricos, el tamaño de la partícula del 80% (d_{80}) del relave utilizado es de 150 micrones. Se observa que, a medida que el tamaño de partícula se reduce, mayor es la influencia en la distancia peligrosa.

Basándose en los resultados obtenidos, se propone un modelo matemático simple, a partir de un análisis multidimensional y utilizando modelos de regresión multivariable. Este modelo permite calcular la distancia peligrosa a partir de las variables reológicas del relave y de las características principales del depósito donde se almacenará dicho relave como son la altura del muro y la pendiente del terreno.

Los hallazgos de esta investigación mejoran la comprensión de los fenómenos de ruptura de los depósitos de relaves, junto con la dinámica de fluidos producidos en estos residuos mineros.

ABSTRACT

The management of tailings, by-products of mineral concentration, necessitates the creation of large storage facilities. The siting of these tailings dams or reservoirs presents significant challenges. Foremost among these are the risks of contamination, including water pollution through acid drainage and air pollution from particulate matter. Additionally, there exists the critical risk of collapse or failure of these storage facilities, which represents an especially severe scenario.

In this thesis, an empirical analysis is conducted on the hazardous run-out distance of tailings following the collapse of a storage facility, using a physical model at laboratory scale. The objective is to evaluate the influence of geometric, rheological, and fluid dynamic variables. For this purpose, a horizontal, open rectangular channel with a container and gate is constructed, where tailings are discharged to simulate the failure. The fluid then flows freely until it comes to a complete stop. Laser-based measurement methods are employed, with the hazardous distance calculated based on the amount of tailings discharged and the solid weight concentration. The findings indicate that the hazardous distance is directly influenced by the amount of tailings discharged, particle diameter, and channel slope, but inversely related to the solid weight concentration.

Tailings are characterized by their rheological and granulometric properties. In terms of rheological parameters, the flow is fitted to the Bingham plastic model. The study shows that as the solid concentration and shear rate increase, both the yield stress and the effective viscosity also increase. Regarding the granulometric parameters, the particle size of 80% (d_{80}) of the tailings used is 150 microns. It is observed that as the particle size decreases, its influence on the hazardous distance increases.

Based on the obtained results, a simple mathematical model is proposed, derived from a multidimensional analysis and utilizing multivariable regression models. This model enables the calculation of the hazardous distance based on the rheological properties of the tailings and the main characteristics of the storage facility, such as the wall height and the slope of the terrain.

The findings of this research enhance the understanding of the failure phenomena of tailings storage facilities, along with the fluid dynamics of the resulting mine waste.

NOMENCLATURA

C_w Concentración de sólidos en peso (%)

C_v Concentración de sólidos en volumen (%)

d Diámetro de partícula (m)

D^* Distancia peligrosa adimensional (–)

$D_{\max}$ Distancia máxima o peligrosa (m)

$\frac{D}{Dt}$ Derivada sustancial, total o material

g Aceleración de gravedad (m/s^2)

H_0 Altura del muro antes del colapso (m)

H_c Altura inicial de la columna de fluido (m)

k Índice de consistencia ($Pa \cdot s^n$)

M Masa fluida (kg)

n Índice de comportamiento de la ley de potencia (–)

p Presión estática (Pa)

$\mathbf{p}$ Vector cantidad de movimiento lineal ($kg \cdot m/s$)

P Presión de confinamiento (Pa)

Re Número de Reynolds (–)

Re_{HB} Número de Reynolds generalizado para H-B (–)

Re_2 Número de Reynolds generalizado para PB (–)

t Tiempo (s)

u Componente x cartesiana de la velocidad (m/s)

v Componente y cartesiana de la velocidad (m/s)

$\mathbf{v}$ Campo de velocidad (m/s)

v Magnitud de velocidad media (m/s)

V_F Volumen de relaves liberado (m^3)

V_T Volumen total de relaves almacenado (m^3)
 w Componente z cartesiana de la velocidad (m/s)
 W Ancho del canal de flujo (m)
 ∇ Operador gradiente
 ∇^2 Operador laplaciano
 $\frac{\partial}{\partial t}$ Derivada parcial respecto al tiempo
 $\dot{\gamma}$ Gradiente de deformación o tasa de corte (s^{-1})
 θ Pendiente o inclinación de superficie de flujo ($^\circ$ o rad)
 μ Viscosidad dinámica ($Pa \cdot s$)
 μ_0 Viscosidad plástica de fluidos no newtonianos ($Pa \cdot s$)
 ν Viscosidad cinemática (m^2/s)
 Π Término Pi de Buckingham (–)
 ρ Densidad del fluido (kg/m^3)
 ρ_s Densidad de sólido (kg/m^3)
 ρ_p Densidad de la pulpa (kg/m^3)
 τ Esfuerzo cortante (Pa)
 τ_0 Esfuerzo de fluencia (Pa)
 τ_2 Esfuerzo de fluencia adimensional (–)

Lista de contenidos

1	Introducción	1
1.1	Introducción General	1
1.2	Objetivos	3
1.2.1	Objetivo Principal	3
1.2.2	Objetivos Específicos	3
1.3	Alcances	4
2	Estado del Arte	5
2.1	Método de Lucia et al. (1981)	5
2.2	Método de Jeyapalan et al. (1983)	6
2.3	Método de Hungr (1995)	7
2.4	Método de Sofrá et al. (2002)	7
2.5	Método de Rico et al. (2008a)	8
2.6	Método de Seddon (2010)	10
2.7	Método de Concha et al. (2018)	11
2.8	Método de Monsalve (2021)	12
2.9	Método de Vergara et al. (2022)	12
3	Marco Teórico	15
3.1	Clasificación de fluidos	15
3.1.1	Fluidos newtonianos	15
3.1.2	Fluidos no newtonianos	16
3.2	Modelos reológicos para fluidos no newtonianos	18
3.2.1	Modelo de plástico ideal de Bingham	18
3.2.2	Modelo de Ostwald-de Waele	18
3.2.3	Modelo ideal de Herschel-Bulkley	19
3.3	Flujo de fluidos	20
3.3.1	Ordenamiento de líneas de flujo	20
3.3.2	Flujos con Variación en el Tiempo	22
3.3.3	Flujos con Variación Espacial	22
3.4	Flujo de suspensiones	23
3.4.1	Caracterización de suspensiones	23
3.4.2	Tipos de flujos de suspensiones	25

3.5	Depósitos de Relaves	27
3.5.1	Tipos de depósitos	28
3.5.2	Métodos de construcción	29
3.5.3	Mecanismos de rotura de un depósito de relaves	30
3.5.4	Distancia Peligrosa	32
4	Modelos Numéricos y Análisis Dimensional	33
4.1	Modelos fundamentales del movimiento de fluidos	33
4.1.1	Ecuación de continuidad	33
4.1.2	Ecuaciones de Navier-Stokes	34
4.1.3	Modelos reológicos para fluidos no newtonianos	36
4.2	Análisis Dimensional	37
4.2.1	Teorema Vaschy-Buckingham	37
5	Metodología	39
5.1	Análisis granulométrico	39
5.2	Cálculo de la densidad	40
5.2.1	Densidad del sólido	40
5.2.2	Densidad de la pulpa	41
5.3	Evaluación de la reología	42
5.4	Montaje experimental	45
5.5	Toma y Procesamiento de datos	47
5.6	Procedimiento y caso de estudio	49
6	Resultados y Análisis	50
6.1	Reología	50
6.1.1	Parámetros reológicos	51
6.2	Parámetros fluidodinámicos y geométricos	52
6.3	Análisis dimensional	55
6.3.1	Modelo de Vergara et al. (2022) y Modelo Propuesto	55
6.3.2	Modelo Multivariable	56
6.4	Esfuerzo de Fluencia	59
6.5	Número de Reynolds Modificado	60
6.6	Pendiente	61
6.7	Volumen Liberado	62
6.8	Concentración de Sólidos	63
6.9	Modelo Propuesto	64
6.9.1	Comportamiento de la Curva	66
6.9.2	Caso Tranque Las Palmas	70
7	Conclusiones y Recomendaciones	72
A	Código MATLAB	77

Lista de Figuras

2.1	Modelo generalizado utilizado por Lucia et al. (1981)	5
2.2	Características de un fluido plástico de Bingham	6
2.3	Malla lagrangiana en coordenadas curvilíneas. Límites de bloques son enumerados desde $i = 1$ hasta n , masas de los bloques desde $j = 1$ hasta $n - 1$ ((Hung 1995))	7
2.4	Resultados obtenidos del análisis dimensional por Sofrá et al. (2002).	8
2.5	Relaciones obtenidas por Rico et al. (2008a): (a) Distancia máxima vs altura del muro; (b) Distancia máxima vs Volumen liberado; (c) Distancia máxima vs Factor de forma; (d) Volumen liberado vs Volumen de embalse.	9
2.6	Geometría generalizada utilizada por Seddon (2010).	10
2.7	Izquierda: Relación entre V_F y V_T en 10^6 m^3 . Centro: $D_{\max}$ en km en relación al factor de la presa ($H \times V_F$). Derecha: $D_{\max}$ en km en relación a $H_f(H \times (V_F/V_T) \times V_F)$. Todos los gráficos están en escala log-log. Modificación propuesta por Concha et al. (2018).	11
2.8	Sistema de malla poliédrico aplicado a la geometría del modelo propuesto por Vergara et al. (2022).	12
2.9	Ajuste de datos para la distancia adimensional de escurrimiento $D^* = \frac{D_{\max}}{H_0}$ como una función del grupo adimensional $\nu_1 \tau_2^{\nu_2} \text{Re}_2^{\nu_3} (1 + \theta)^{\nu_4}$. Aquí, los parámetros ajustados son $\nu_1 = 0.29$, $\nu_2 = -0.05$, $\nu_3 = 0.56$, y $\nu_4 = 0.51$. (Vergara et al. 2022).	13
2.10	Ábaco propuesto desde la altura y el ángulo del sistema, para diferentes esfuerzos de fluencia, para estimar la distancia peligrosa. (Vergara et al. 2022).	14
3.1	Clasificación de fluidos newtonianos y no newtonianos independientes del tiempo.	17
3.2	Flujo Laminar	20
3.3	Flujo Turbulento	20
3.4	Flujo Homogéneo de suspensiones.	25
3.5	Flujo Heterogéneo de suspensiones.	25
3.6	Flujo con Lecho Móvil	26
3.7	Flujo con Lecho Fijo	26
3.8	Circuito mina-planta	27
3.9	Tres métodos de construcción de muros de Depósitos de Relaves.	29
3.10	Falla por licuefacción sísmica.	30
3.11	Falla de taludes.	31
3.12	Falla por overtopping.	31

3.13	Esquema del montaje experimental para la determinación de la distancia peligrosa.	32
5.1	Curva granulométrica de las partículas de relave. Interior: Relave seco.	39
5.2	Reómetro DSR 500 de LAMY RHEOLOGY y reología asociada para una muestra.	42
5.3	Reología asociada para la concentración en peso de 70% de las cinco muestras consideradas.	43
5.4	Reología asociada para la concentración en peso de 70% del promedio de las cinco muestras consideradas.	43
5.5	Canal abierto utilizado en el estudio.	45
5.6	Construcción del canal rectangular.	46
5.7	Láser utilizado para la medición de la distancia peligrosa.	47
5.8	Cámaras utilizadas en el estudio.	47
5.9	Medición de la velocidad a partir de Clipchamp.	48
5.10	Esquema de perfil utilizado para el análisis de pendiente del canal.	49
6.1	Reología promedio de las concentraciones en peso consideradas en el estudio, del 30% hasta el 66%.	50
6.2	Esfuerzo de fluencia en función de la concentración en peso.	51
6.3	Viscosidad efectiva en función de la concentración en peso.	52
6.4	Relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima para diferentes volúmenes de fluido, considerando una pendiente 0°.	53
6.5	Relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima para diferentes volúmenes de fluido, considerando una pendiente 2°.	53
6.6	Relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima para diferentes volúmenes de fluido, considerando una pendiente 3°.	54
6.7	Comportamiento del flujo observado para diferentes tiempos.	55
6.8	Comportamiento del flujo observado a una $C_w = 75\%$	56
6.9	Distancia peligrosa adimensional en función del coeficiente de fluencia.	59
6.10	Distancia peligrosa adimensional en función del Número de Reynolds modificado.	60
6.11	Distancia peligrosa adimensional en función de la pendiente del flujo.	61
6.12	Distancia peligrosa adimensional en función del volumen liberado.	62
6.13	Distancia peligrosa adimensional en función de la concentración de sólidos en peso.	63
6.14	Ajuste de datos entre la distancia peligrosa adimensional y el grupo adimensional propuesto.	65
6.15	Reología de una pulpa minera realizada por JRI por (Palma 2020).	66
6.16	Comportamiento de la curva del modelo propuesto de la variable Re_2 para distintas pendientes del canal θ	67
6.17	Comportamiento de la curva del modelo propuesto de la variable θ para distintos valores de τ_2	68
6.18	Comportamiento de la curva del modelo propuesto de la variable d_{80} para distintos valores de V_F	69
6.19	Registro fotográfico cronológico del Tranque de Relaves Las Palmas por Quilodrán 2021.	70

Índice de tablas

3.1	Porcentaje de sólidos según tipo de relave.	28
5.1	Tamizaje de muestras de relave con respecto al tamaño de malla, con su respectivo SEM.	40
5.2	Concentraciones y densidad de la pulpa.	41
5.3	Promedio del esfuerzo de corte con su respectivo error para cada C_w	44
5.4	Parámetros de geometría.	45
6.1	Parámetros considerados para el análisis dimensional del sistema.	57
6.2	Distancia peligrosa estimada por los distintos modelos a casos reportados por Villavicencio et al. (2014).	71

Capítulo 1

Introducción

1.1 Introducción General

Los depósitos de relaves son una característica común y crítica de la industria minera global, ya que están diseñados y utilizados como instalaciones para almacenar los residuos generados por el procesamiento de minerales y la producción de metales. Estos residuos se conocen como relaves, que consisten en una mezcla de agua, minerales finos y, en algunos casos, de productos químicos empleados en el proceso de extracción (Edraki et al. 2014). Para acopiar estos relaves, se generan grandes depósitos ubicados en cuencas de valles con una topografía y geología idónea, en forma de embalses o tranques. No obstante, estos depósitos de relaves se caracterizan por ser configuraciones muy voluminosas con respecto al uso del suelo, por lo que no están exentos de conflictos. Esos riesgos incluyen particularmente los de contaminación hídrica (por drenaje ácido), contaminación atmosférica (por material particulado) así como el caso más dramático del eventual derrumbe o colapso del depósito.

La seguridad de dichos depósitos ha sido objeto de una creciente atención tras varios desastres significativos en los que el colapso de estas estructuras ha traído consecuencias fatales como pérdidas humanas y daños ambientales extensos (Azam et al. 2010). Según los datos recopilados por el Center for Science in Public Participation (CSP2 2022), en Brasil se registró el evento con mayor liberación de residuos mineros a nivel mundial. En el año 2015, la represa Fundao – Santarem, de Minas Gerais, sufrió el colapso de dos diques de relaves, donde se reportó que el lodo de los relaves recorrió 668 km hasta alcanzar el océano Atlántico. En Chile, los colapsos de depósitos de relaves han marcado la historia minera con eventos trágicos. El desastre del Relave de El Cobre Viejo en 1965 es uno de los más devastadores en la historia del país, con más de 200 fallecidos y una ola de destrucción que alcanzó los 12 km, arrasando con la ciudad de El Cobre. En el año 1985, el Tranque Veta de Agua falló debido a la licuefacción tras un sismo de Magnitud Richter 7.8, desplazando relaves a 5 km de distancia. En el año 2003, una rotura en El Tranque Cerro Negro liberó 50.000 toneladas de material, afectando áreas hasta 20 km aguas abajo del río La Ligua.

Gracias a las diferentes bases de datos disponibles es posible observar que a nivel global, se han registrado numerosos incidentes significativos vinculados con los depósitos de relaves. El fallo de estas estructuras se origina por diversos factores, pero principalmente, se debe a factores externos. En el estudio realizado por Rico et al. (2008b) se clasificaron las causas de colapso de presas en 11 categorías distintas, asignando cada incidente a la categoría que más contribuyó a su rotura. Las causas meteorológicas, como lluvias inusuales y nieve, fueron las más frecuentes, representando el 25% de los casos globales. La segunda causa principal, responsable del 10% de los incidentes, fue la mala gestión y acciones humanas inapropiadas. Por otro lado, los fallos en los cimientos de los depósitos fueron una causa común, siendo el 6% de los casos a nivel mundial, seguido por problemas de filtración (7%), sobrepaso (6%) y hundimiento de minas (2%). Por último, los incidentes por terremotos que resultan en licuefacción sísmica constituyen el 14% de los casos a nivel mundial. Este enfoque permitió un análisis detallado y sistematizado de los factores que conducen al fallo de las estructuras, facilitando la identificación de tendencias comunes y áreas críticas en los depósitos de relaves.

Por esta razón, en el año 2020, se introdujo el Estándar Global de Gestión de Relaves para la Industria Minera por el Consejo Internacional de Minería y Metales (ICMM), que establece la necesidad de considerar modos creíbles de fallas, condiciones del sitio y propiedades de los relaves, estimando el área de impacto físico ante una falla potencial. Por lo que el estudio y análisis de la distancia peligrosa frente a un colapso de un depósito de relaves ha tomado relevancia.

La distancia peligrosa, según el DS 248/2007 es definida como *la potencial distancia que recorrería el material contenido en los depósitos, frente a un colapso de un muro de contención*. Esta distancia es crítica para la planificación de medidas de seguridad, zonas de evacuación y estrategias de mitigación de riesgos (Monsalve 2021). Los factores que influyen en la determinación de esta distancia incluyen la cantidad de material almacenado en el depósito, la topografía del terreno circundante, las propiedades físicas de los relaves, y las condiciones hidrológicas existentes.

Finalmente, la determinación de la “distancia peligrosa” en el contexto de colapsos de los depósitos de relaves es crucial para la planificación de medidas de seguridad y la protección de comunidades y ecosistemas. Los estudios sobre fallas históricas demuestran la importancia de entender factores que influyen en la extensión del daño potencial. Este conocimiento es esencial para implementar estrategias efectivas, contribuyendo significativamente a mejorar la comprensión y gestión de riesgos asociados con los depósitos de relaves, siendo crucial para la seguridad y el manejo ambiental en la industria minera.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Principal

Evaluar la influencia de los distintos parámetros geométricos, fluidodinámicos y reológicos del relave que inciden en la distancia peligrosa, mediante un desarrollo experimental.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Determinar las variables reológicas y la influencia de la granulometría que inciden directamente en el comportamiento de la pulpa de relave.
- Obtener las variables que inciden en la distancia de escurrimiento a partir de un análisis dimensional.
- Presentar un modelo matemático simple como una adición a los modelos preexistentes, teniendo en cuenta las variables analíticas dentro del sistema en cuestión.
- Evaluar la confiabilidad de la modelación numérica en la estimación de la distancia de escurrimiento, a partir de la sensibilización de los diferentes parámetros considerados en el modelo propuesto.
- Comparar la estimación de la distancia peligrosa derivada del modelo propuesto con la distancia registrada en el colapso del tranque de relaves Las Palmas

1.3 Alcances

- Para realizar los experimentos, primero se mezcla el relave en polvo con agua y luego se vierte en el contenedor.
- Al verter el volumen completo de la mezcla en el contenedor, se procede a abrir la compuerta.
- Durante el proceso de vertido de la mezcla en el contenedor, se observaron filtraciones, que influían en la distancia de escurrimiento del relave.
- En cada experimentos se obtiene la distancia máxima y la distancia mínima, luego se promediaron.
- El comportamiento no newtoniano de los relaves se representa utilizando el modelo plástico de Bingham.
- El estudio se centra en analizar el flujo de relaves posterior al colapso, sin profundizar en los mecanismos de ruptura del muro contenedor.

Capítulo 2

Estado del Arte

En el presente capítulo se describen brevemente algunas de las formulaciones propuestas por la literatura para la estimación y caracterización del comportamiento del flujo de relaves en la distancia peligrosa.

2.1 Método de Lucia et al. (1981)

Lucia et al. (1981) desarrollaron un modelo a partir de la información recopilada de 25 fallas históricas de depósitos de relaves, principalmente causadas por cargas sísmicas repentinas. Proporcionaron un procedimiento simplificado para predecir la distancia que pueden alcanzar los relaves en caso de falla, especialmente cuando la pendiente de la superficie por la que fluye el material es inferior a aproximadamente 4 grados. Para aplicar este modelo, es crucial conocer la resistencia residual al corte (o al cizallamiento) de los relaves licuados.

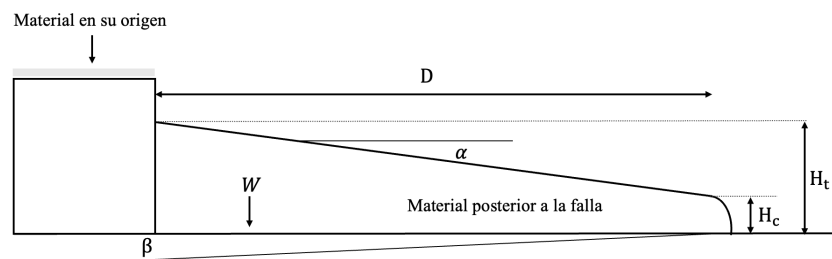


Figura 2.1: Modelo generalizado utilizado por Lucia et al. (1981).

Los autores observaron que la capacidad de flujo depende de la composición de los relaves mineros. Por ejemplo, los relaves licuados compuestos por tamaños de arena y limo presentan una baja resistencia residual. Luego de la licuefacción, se estabilizan en pendientes de 1 a 4 grados. En cambio, los residuos mineros, como los fosfatos, que están formados por partículas de tamaño arcilla y contienen un porcentaje significativo de agua, fluyen de forma muy similar al agua cuando se produce la rotura del tranque.

Las condiciones descritas en el estudio permiten estimar la distancia peligrosa para flujos en pendiente de hasta 4 grados y alturas que no superen los 69 metros. El estudio concluye que la distancia máxima del flujo puede variar significativamente según las condiciones locales y las características del depósito.

2.2 Método de Jeyapalan et al. (1983)

El estudio de Jeyapalan et al. (1983) desarrolla una metodología para evaluar el impacto de las fallas en depósitos de relaves, enfocándose en predecir las características y el alcance del flujo resultante. Propone que los flujos de relaves licuados pueden modelarse utilizando un enfoque de fluidos plásticos de Bingham, caracterizado por un esfuerzo de fluencia τ_y y una viscosidad plástica η_p .

A través de experimentos de laboratorio y simulaciones con el software TFLOW, compara sus hallazgos con observaciones de campo, validando que los relaves se comportan como fluidos plásticos ideales de alta viscosidad en condiciones de flujo laminar.

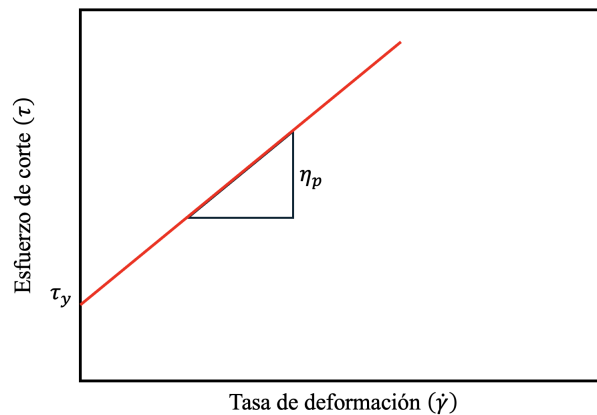


Figura 2.2: Características de un fluido plástico de Bingham (Jeyapalan et al. 1983).

El estudio demuestra que el flujo de relaves tiende a estabilizarse hasta alcanzar una velocidad nula, mostrando dependencia de las propiedades del relave y de las características del terreno, como la pendiente y el coeficiente de Manning. Sin embargo, señala una leve sobreestimación de la distancia peligrosa en áreas más estrechas debido a la falta de consideración de la fricción en los bordes y laterales del canal.

2.3 Método de Hungr (1995)

El estudio realizado por Hungr (1995) desarrolla un modelo para simular las características de deslizamientos rápidos en flujo de detritos, avalanchas, fallas por licuefacción a gran escala y deslizamientos de rellenos de residuos mineros.

El modelo considera que el material se comporta como un fluido de Bingham, integrando ecuaciones de conservación de masa, momento y energía para describir el movimiento del material en flujo, utilizando una solución lagrangiana de estas ecuaciones. Un componente crítico del modelo es la resistencia friccional, la cual depende de las propiedades del material y las características geométricas de la pendiente.

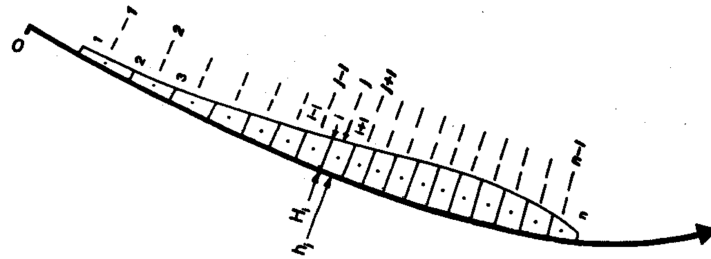


Figura 2.3: Malla lagrangiana en coordenadas curvilíneas. Límites de bloques son enumerados desde $i = 1$ hasta n , masas de los bloques desde $j = 1$ hasta $n - 1$ (Hungr 1995).

Las ecuaciones se resuelven numéricamente mediante técnicas como diferencias finitas o volúmenes finitos, lo que permite simular la evolución temporal y espacial del flujo hasta su estado final de deposición.

La validación del modelo se realiza a través de casos, mostrando un buen acuerdo con los datos observados. Sin embargo, se sugiere un mayor refinamiento y calibración con datos adicionales para mejorar la precisión del modelo.

2.4 Método de Sofrá et al. (2002)

El estudio de Sofrá et al. (2002) se enfoca en la caracterización reológica de residuos mineros para optimizar su disposición y minimizar su impacto ambiental. Se analiza la reología de residuos de bauxita (barro rojo) y una suspensión de dióxido de titanio. El comportamiento se describe utilizando el modelo de Herschel-Bulkley, que incluye un término de tensión de cedencia seguido de un término de ley de potencia para describir la viscosidad cambiante con la tasa de corte. La caracterización reológica permite optimizar las condiciones de transporte por tubería, reduciendo significativamente la energía requerida para bombear residuos espesados y mejorando la viabilidad económica de la disposición en seco.

El estudio también desarrolla un modelo para predecir el ángulo de reposo de los residuos utilizando un aparato de plano inclinado y un análisis dimensional. Para los fines de la predicción de la pendiente, el modelo de Bingham proporciona una aproximación aceptable al comportamiento del flujo. Este modelo correlaciona la tensión de cedencia adimensional, el número de Reynolds y el número de Froude con el ángulo de reposo, facilitando el diseño de depósitos de residuos más seguros y eficientes.

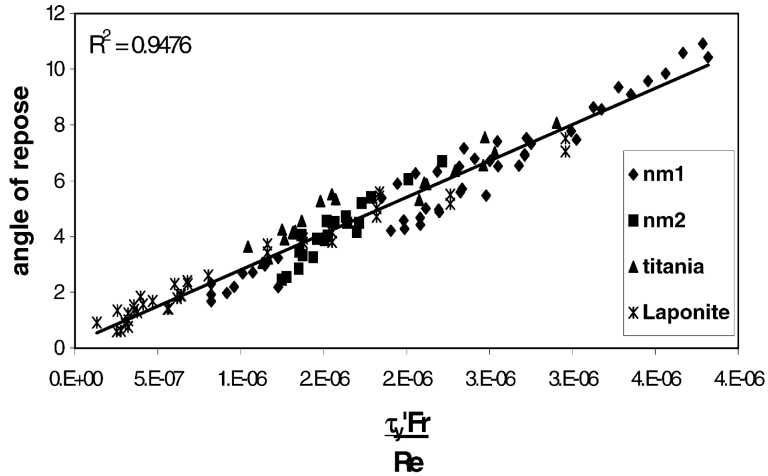


Figura 2.4: Resultados obtenidos del análisis dimensional por Sofrá et al. (2002).

La importancia de este estudio para el análisis de la distancia peligrosa radica en la comprensión de cómo se pueden modificar las propiedades del material y los parámetros operativos para obtener las características deseadas en el transporte y la deposición de los relaves. El modelo desarrollado para predecir el ángulo de reposo basado en la reología y las condiciones operativas ayuda a diseñar depósitos de residuos que maximicen la capacidad de almacenamiento y minimicen los riesgos de inestabilidad.

2.5 Método de Rico et al. (2008a)

El estudio realizado por Rico et al. (2008a) recopila información sobre fallas históricas de 29 represas de relaves en todo el mundo, con el propósito de establecer correlaciones entre parámetros geométricos de los tranques de relaves y las características hidráulicas de las inundaciones resultantes.

Estas ecuaciones empíricas consideran la relación entre la distancia peligrosa (D_{max} , en kilómetros), la altura del muro (H , en metros), el volumen total de relaves almacenados (V_T , en millones de metros cúbicos) y el volumen liberado (V_F , en millones de metros cúbicos). Es importante diferenciar entre el volumen total almacenado y el volumen efectivamente liberado, ya que tras el colapso de una presa de residuos mineros, solo se libera una fracción del volumen almacenado.

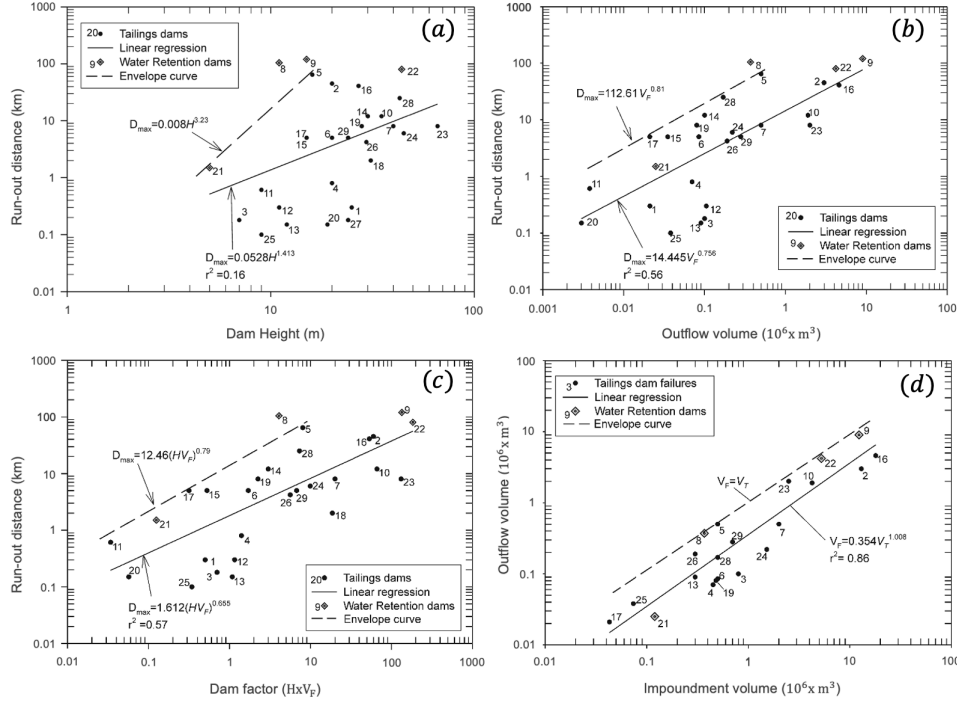


Figura 2.5: Relaciones obtenidas por Rico et al. (2008a): (a) Distancia máxima vs altura del muro; (b) Distancia máxima vs Volumen liberado; (c) Distancia máxima vs Factor de forma; (d) Volumen liberado vs Volumen de embalse.

La primera correlación relaciona la distancia peligrosa ($D_{\max}$) con la altura del muro (H) presentando un coeficiente de correlación R^2 equivalente a 0.16. De acuerdo con los autores, esta correlación débil sugiere que la distancia peligrosa depende de otros factores no considerados.

$$(a) \quad D_{\max} = 0.05H^{1.41} \quad R^2 = 0.16 \quad (2.1)$$

Las correlaciones entre la distancia peligrosa ($D_{\max}$) y el volumen liberado (V_F), así como el factor de embalse (Dam Factor, que es la multiplicación de la altura del muro por el volumen liberado), muestran una mejor correlación y sugieren que el volumen de relaves liberados es un mejor predictor de la distancia de recorrido. Los autores indican que la dispersión de datos puede explicarse por el contenido de agua en los depósitos, la relación agua/relaves y la pendiente del flujo al momento del colapso.

$$(b) \quad D_{\max} = 14.45V_F^{0.76} \quad R^2 = 0.56 \quad (2.2)$$

$$(c) \quad D_{\max} = 1.61(HV_F)^{0.66} \quad R^2 = 0.57 \quad (2.3)$$

La última correlación para la estimación del volumen de relaves liberado muestra una mejor relación. Los autores indican que, en promedio, se libera un tercio del volumen total almacenado durante el colapso de los depósitos de relaves.

$$(d) \quad V_F = 0.354V_T^{1.01} \quad R^2 = 0.86 \quad (2.4)$$

Los modelos empíricos desarrollados proporcionan una estimación preliminar del volumen de salida de relaves y la distancia de recorrido en caso de falla. Esta es una de las metodologías más utilizadas para el análisis preliminar de la distancia peligrosa. Sin embargo, estos modelos deben ser utilizados con precaución y complementados con observaciones y mediciones in situ debido a la variabilidad en las características de los relaves y las condiciones locales.

2.6 Método de Seddon (2010)

El estudio presentado por Seddon (2010) tiene como objetivo estimar la distancia peligrosa de relaves licuados tras la falla de un depósito de relave, utilizando dos enfoques para cuantificar la resistencia del material licuado. El primer enfoque caracteriza el material como un fluido viscoplástico usando el modelo de Bingham, mientras que el segundo utiliza el concepto de la resistencia en estado estable no drenado de la mecánica de suelos de estado crítico.

El estudio también introduce métodos basados en energía para verificar los resultados de los modelos reológicos, encontrando que estos métodos proporcionan estimaciones razonables de la distancia de recorrido. Se demuestra que existe un volumen límite del material licuado por encima del cual la distancia de recorrido no aumenta significativamente.

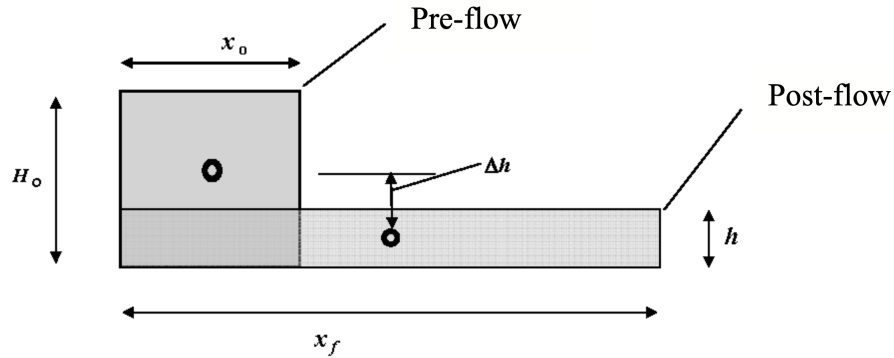


Figura 2.6: Geometría generalizada utilizada por Seddon (2010).

La estimación de los parámetros para calcular la distancia peligrosa se define a partir de la conservación de energía del sistema, donde γ es el peso específico de la columna fluida:

$$x_f^2 + x_o x_f - 2\gamma x_o \frac{H_o^2}{\tau_o} = 0 \quad (2.5)$$

$$D_{\max} = x_f - x_o \quad (2.6)$$

2.7 Método de Concha et al. (2018)

El estudio realizado por Concha et al. (2018) tiene como objetivo presentar un modelo estadístico para estimar el volumen de relaves liberados y la distancia máxima que estos recorren en caso de falla de un depósito de relave. El objetivo principal del estudio es actualizar los datos históricos y el modelo de regresión propuesto por Rico et al. (2008b). Los datos incluyeron información sobre la altura del muro en el momento de la falla (H), la capacidad de almacenamiento (V_T), el volumen liberado (V_F) y la distancia recorrida por los relaves ($D_{\text{máx}}$).

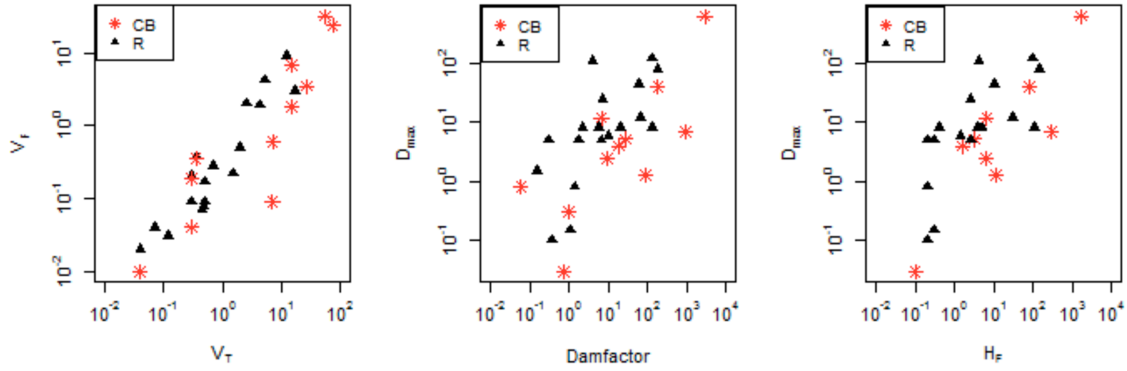


Figura 2.7: Izquierda: Relación entre V_F y V_T en 10^6 m^3 . Centro: $D_{\text{máx}}$ en km en relación al factor de la presa ($H \times V_F$). Derecha: $D_{\text{máx}}$ en km en relación a $H_f (H \times (V_F/V_T) \times V_F)$. Todos los gráficos están en escala log-log. Modificación propuesta por Concha et al. (2018).

Para lograr esto, se define el predictor H_f , que considera la energía potencial asociada al volumen liberado. A continuación, se relaciona el volumen liberado con el volumen total del depósito de relaves, lo que finalmente permite calcular la distancia peligrosa. En la manipulación de los datos, se emplean ajustes logarítmicos para $D_{\text{máx}}$ y modelos generalizados con ajuste gaussiano para H_f y V_F . Las relaciones obtenidas para el volumen liberado y la distancia peligrosa son las siguientes:

$$H_f = H \left(\frac{V_F}{V_T} \right) V_F \quad (2.7)$$

$$V_F = 0.332 \times V_T^{0.95} \quad R^2 = 0.89 \quad (2.8)$$

$$D_{\text{máx}} = 3.04 \times \left(\frac{H V_F^2}{V_T} \right)^{0.545} \quad R^2 = 0.53 \quad (2.9)$$

A pesar de la precisión de los modelos, los autores aconsejan tener en cuenta que las condiciones del sitio pueden variar considerablemente (reología, contenido de agua, tipo de falla, etc.). Esta incertidumbre no debe ser ignorada, ya que es esencial para obtener una evaluación probabilística del riesgo confiable y permitir estudios más precisos.

2.8 Método de Monsalve (2021)

El estudio realizado por Monsalve (2021) recopila y analiza las diversas metodologías propuestas para la estimación de la distancia peligrosa en depósitos de relaves no operativos y aplicarlas al estudio de la población expuesta a este tipo de riesgos.

Para esto, se recopilaron antecedentes sobre el estado actual de los depósitos de relave en Chile, así como las metodologías disponibles para la estimación de la distancia peligrosa como las propuestas por Lucia et al. (1981), Jeyapalan et al. (1983), Hungr (1995), Rico et al. (2008a) y Concha et al. (2018). Se seleccionaron 20 depósitos de relaves no operativos basados en su potencial impacto en la pérdida de vidas humanas. Se evalúa la factibilidad de aplicar dichos modelos propuestos, los cuales se implementan computacionalmente y se estima la población de riesgo.

El estudio incluye la implementación computacional de las formulaciones previamente identificadas, lo que permite analizar las ventajas y limitaciones de cada método. Además, se estima la población expuesta en caso de una falla de relave.

La aplicación de diferentes metodologías permitió identificar las ventajas y limitaciones de cada una. Se logró establecer una metodología para determinar los depósitos de relaves no operativos más riesgosos utilizando información pública. Los resultados mostraron que algunas metodologías eran más adecuadas que otras dependiendo de la cantidad y calidad de datos disponibles.

2.9 Método de Vergara et al. (2022)

El estudio realizado por Vergara et al. (2022) investiga la modelización de la distancia de dispersión de los relaves tras el colapso de un depósito de relaves. Para ello, se utiliza un canal rectangular abierto como dominio computacional en simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD) empleando el software FLUENT[®], lo que permite simular y analizar el comportamiento del flujo de los relaves después de la ruptura de una presa.

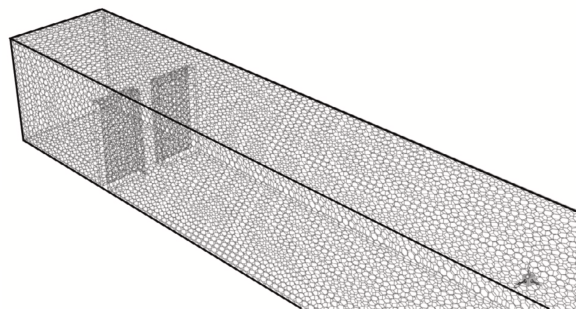


Figura 2.8: Sistema de malla poliédrico aplicado a la geometría del modelo propuesto por Vergara et al. (2022).

Se realiza un análisis dimensional utilizando el teorema de Buckingham para reducir el número de variables que intervienen en la distancia peligrosa, formando grupos adimensionales. Lo que a su vez, permite proponer una expresión matemática, que considera el esfuerzo de fluencia adimensional (τ_2), un número de Reynolds modificado (Re_2) y el ángulo de inclinación del sistema (θ). Para caracterizar la distancia de flujo de relaves se utilizaron simulaciones numéricas, aplicando modelos multifásicos en régimen laminar y los relaves se caracterizaron como fluidos no newtonianos basados en el modelo de Herschel-Bulkley.

$$D_{\text{máx}} = f(\tau_2, Re_2, \theta) \quad (2.10)$$

Los resultados muestran una buena correlación entre las variables consideradas para la estimación de la distancia de flujo peligrosa. En particular, se observa una fuerte influencia del esfuerzo de fluencia en el comportamiento de los relaves, donde los relaves con alto esfuerzo de fluencia tienden a detenerse más rápidamente. Asimismo, el número de Reynolds modificado muestra una alta correlación, indicando que valores elevados de esta variable influyen en una mayor distancia de escurrimiento del flujo. De manera similar, el análisis de la pendiente del terreno revela una influencia significativa en la distancia de flujo, con pendientes mayores favoreciendo una mayor distancia del fluido.

La relación entre los resultados obtenidos recientemente muestra que las variables están unificadas en un solo gráfico compacto que incluye una familia adimensional que compone los tres productos sin dimensiones señaladas anteriormente.

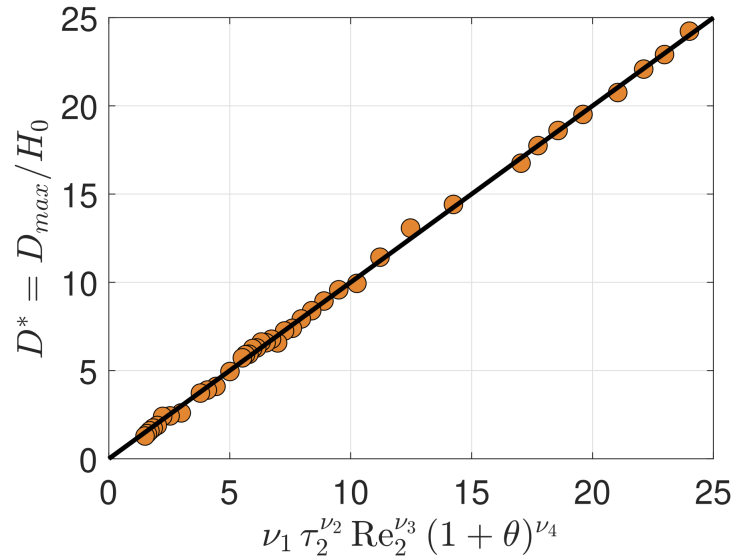


Figura 2.9: Ajuste de datos para la distancia adimensional de escurrimiento $D^* = \frac{D_{\text{max}}}{H_0}$ como una función del grupo adimensional $\nu_1 \tau_2^{\nu_2} Re_2^{\nu_3} (1 + \theta)^{\nu_4}$. Aquí, los parámetros ajustados son $\nu_1 = 0.29$, $\nu_2 = -0.05$, $\nu_3 = 0.56$, y $\nu_4 = 0.51$. (Vergara et al. 2022).

Se propone un modelo matemático semi-empírico simple como un complemento sólido a los estudios ya existentes para la estimación de la distancia peligrosa basándose en consideraciones geométricas como la altura del muro (H_0) y variables reológicas del sistema.

$$\frac{D_{\max}}{H_0} = 0.29\tau_2^{-0.05}\text{Re}_2^{0.56}(1 + \theta)^{0.51} \quad (2.11)$$

Además, a partir de resultados restringidos a valores comunes y frecuentes en la industria minera nacional, se propone un ábaco acotado para intervalos regulares que permita estimar la distancia peligrosa a partir del esfuerzo de fluencia de los relaves, la pendiente media natural del terreno aguas abajo y la altura de la columna fluida, que apoya los estudios preliminares de una manera simple de evaluar.

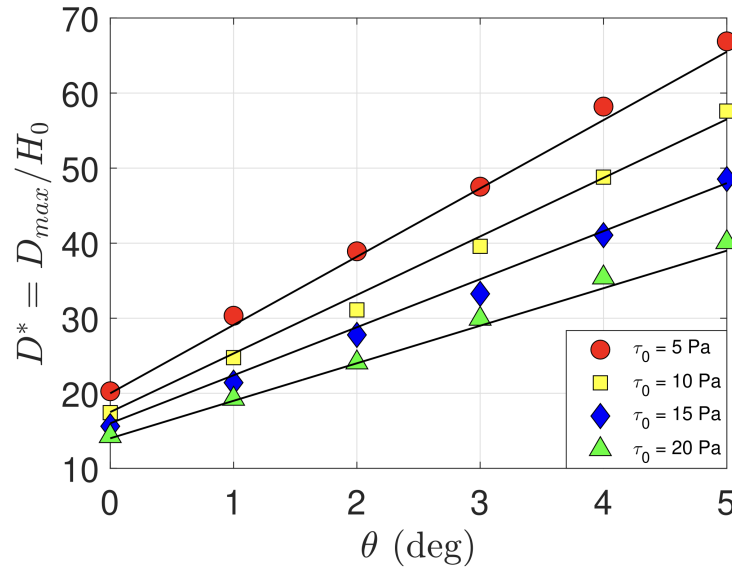


Figura 2.10: Ábaco propuesto desde la altura y el ángulo del sistema, para diferentes esfuerzos de fluencia, para estimar la distancia peligrosa. (Vergara et al. 2022).

Los autores recomiendan que los modelos empíricos desarrollados en este estudio sean utilizados como una herramienta preliminar para el análisis de riesgos en presas de relaves. Sin embargo, enfatizan la necesidad de complementar estos modelos con observaciones y mediciones detalladas en el sitio, debido a la variabilidad y la incertidumbre en los datos históricos.

En resumen, la revisión literaria destaca una variedad de enfoques para abordar la problemática de la distancia peligrosa, cada uno con diferentes grados de precisión e incertidumbre, y que se utilizan actualmente: enfoques analíticos, experimentales, numéricos y computacionales. Es importante señalar que el objetivo de esta tesis es mejorar el estudio de Vergara et al. (2022), considerando un mayor número de variables para la estimación de la distancia peligrosa. Además, permite comparar los datos obtenidos por Vergara et al. (2022) a través de una modelación numérica computacional con los datos obtenidos en la presente tesis mediante un desarrollo experimental.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1 Clasificación de fluidos

Los fluidos son sustancias que pueden fluir y adaptar su volumen a la forma de su contenedor. Estos pueden ser gases, como el hidrógeno, o líquidos, como el agua, aceites, petróleo, magma y muchos más. Cada uno tiene propiedades y características propias, como la densidad y la viscosidad. A diferencia de los sólidos, las moléculas en los fluidos no están rígidamente unidas, permitiendo que se desplacen libremente unas respecto a otras. Esta característica les confiere una capacidad de deformación continua bajo la aplicación de fuerzas externas, lo que los hace fundamentales en numerosos procesos naturales e industriales. No obstante, desde el enfoque de la fluidodinámica, todos los fluidos comparten una cualidad común: transportan cantidad de movimiento (momentum), energía térmica y masa. Este transporte ocurre de manera simultánea y sus interacciones forman la base de la descripción física del comportamiento de los fluidos.

Un fluido se caracteriza por su comportamiento de deformación cuando se le aplica una fuerza cortante externa. La ciencia que estudia la deformación y el flujo de los materiales bajo fuerzas externas se denomina reología. Las leyes constitutivas de la reología son ecuaciones que describen la relación entre el esfuerzo aplicado y la deformación resultante, siendo fundamentales para predecir el comportamiento de los fluidos. Estas leyes incluyen la de Newton para fluidos newtonianos y otras para fluidos no newtonianos, que exhiben comportamientos más complejos bajo esfuerzos.

3.1.1 Fluidos newtonianos

Los fluidos newtonianos se caracterizan por tener una relación lineal y constante entre el esfuerzo de corte aplicado y la tasa de deformación. Este comportamiento implica que la viscosidad de estos fluidos permanece constante, independientemente de la velocidad de deformación o el esfuerzo aplicado. Ejemplos comunes de fluidos newtonianos incluyen el agua, el aire o los aceites, donde la viscosidad permanece inalterada independientemente de la velocidad de flujo o el esfuerzo aplicado.

La Ley de viscosidad de Newton describe la relación lineal entre el esfuerzo de corte (shear stress) y la tasa de deformación (shear rate), mediante la siguiente ecuación:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (3.1)$$

donde:

- τ es el esfuerzo de corte, (Pa).
- μ es la viscosidad dinámica del fluido, (Pa s).
- $\dot{\gamma}$ es la tasa de deformación o velocidad de corte, (1/s).

3.1.2 Fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos se caracterizan por tener una viscosidad que varía con la tasa o velocidad de deformación, a diferencia de los fluidos newtonianos cuya viscosidad es constante. Este comportamiento significa que la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación no es lineal, lo que resulta en una amplia variedad de comportamientos de flujo y deformación. En este tipo de fluidos se observan dos tipos de comportamientos: aquellos que no dependen del tiempo ($\tau = f(\dot{\gamma})$) y aquellos que sí dependen del tiempo ($\tau = f(\dot{\gamma}, t)$).

3.1.2.1 Independientes del tiempo

Plástico de Bingham

Estos fluidos requieren un esfuerzo de corte inicial antes de comenzar a fluir. Una vez superado este umbral, se comportan de manera similar a los fluidos newtonianos. Ejemplos incluyen lodos, pasta de dientes y relaves mineros.

Fluidos pseudoplásticos

En estos fluidos, la viscosidad disminuye con el aumento de la tasa de deformación. Este comportamiento facilita el flujo bajo condiciones de alta velocidad de corte. Ejemplos incluyen la pintura y la sangre.

Fluidos dilatantes

La viscosidad de estos fluidos aumenta con la tasa de deformación. Estos fluidos se vuelven más viscosos y resistentes al flujo bajo altas tasas de deformación. Ejemplos comunes son las suspensiones de almidón en agua y algunas suspensiones concentradas.

3.1.2.2 Dependientes del tiempo

Fluidos reopécticos

Estos fluidos se caracterizan por un aumento en la viscosidad cuando se aplica un esfuerzo de corte constante durante un período de tiempo. Ejemplos comunes son las pastas de yeso y algunas tintas de impresora.

Fluidos tixotrópicos

Estos fluidos se caracterizan por una disminución de la viscosidad al aplicar un esfuerzo de corte constante durante un período de tiempo y un posterior aumento de la viscosidad cuando el esfuerzo se elimina. Ejemplos comunes son las pinturas, la gelatina, salsas y aderezos.

La figura presenta la clasificación general de los fluidos mencionados anteriormente.

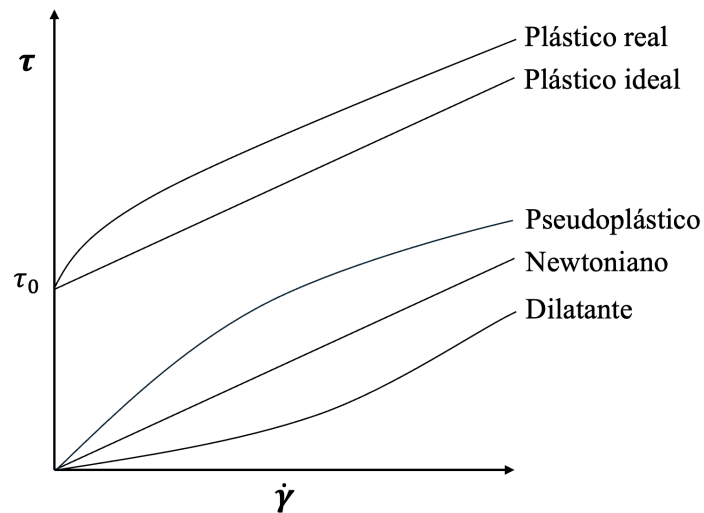


Figura 3.1: Clasificación de fluidos newtonianos y no newtonianos independientes del tiempo.

3.2 Modelos reológicos para fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos presentan comportamientos de flujos complejos que no pueden ser descritos por la simple ley de viscosidad de Newton. Para entender y predecir el comportamiento de estos fluidos, se utilizan modelos reológicos que establecen relaciones matemáticas entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación. A continuación, se describen algunos de los modelos reológicos utilizados para caracterizar pulpas y/o relaves mineros.

3.2.1 Modelo de plástico ideal de Bingham

El modelo de Bingham describe el comportamiento de los fluidos plásticos de Bingham, que requieren un esfuerzo de corte inicial (τ_0) para comenzar a fluir. Una vez superado este esfuerzo de fluencia, el fluido se comporta de manera similar a un fluido newtoniano ($\tau_0 = 0$). La ecuación reológica para un fluido de Bingham es:

$$\tau = \tau_0 + \mu \dot{\gamma} \quad (3.2)$$

donde:

- τ_0 es el esfuerzo de fluencia inicial, (Pa).
- μ es la viscosidad plástica, (Pa s).

Este modelo es útil para describir materiales como el barro, la pasta de dientes o algunos tipos de pinturas, que permanecen en reposo hasta que se aplica un esfuerzo suficiente para superar τ_0 .

El modelo de Bingham, gracias a su simplicidad y precisión en los ajustes, se utiliza frecuentemente para representar pulpas mineras que exhiben un comportamiento no newtoniano, especialmente las que tienen altas concentraciones en peso.

3.2.2 Modelo de Ostwald-de Waele

El modelo de Ostwald-de Waele, también conocido como ley de potencia, es uno de los modelos reológicos más utilizados para describir fluidos pseudoplásticos y dilatantes. Este modelo establece que la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación sigue una ley de potencia:

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (3.3)$$

- K es el **índice de consistencia**,
- n es el **índice de comportamiento del flujo** ($n < 1$ para fluidos pseudoplásticos y $n > 1$ para fluidos dilatantes).

Este modelo es aplicable a muchos fluidos industriales y biológicos, como polímeros fundidos, soluciones de polímeros y suspensiones.

3.2.3 Modelo ideal de Herschel-Bulkley

El modelo Herschel-Bulkley es una extensión del modelo de Bingham y el modelo de ley de potencia, que combina características de ambos. Este modelo describe fluidos que requieren un esfuerzo de fluencia inicial para comenzar a fluir y cuya relación esfuerzo-tasa de deformación sigue una ley de potencia una vez que comienza el flujo.

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \quad (3.4)$$

El modelo de Herschel-Bulkley es particularmente útil para describir materiales como suspensiones de sólidos en líquidos, algunas arcillas y ciertos alimentos procesados, que muestran tanto un esfuerzo de fluencia como una relación no lineal entre el esfuerzo y la tasa de deformación.

Este modelo, también, presenta una gran versatilidad y precisión en los ajustes, se utiliza para describir el comportamiento no newtoniano de pulpas/relaves mineros.

Estos modelos reológicos proporcionan herramientas fundamentales para describir y predecir el comportamiento de una amplia variedad de fluidos no newtonianos en diversas aplicaciones industriales y científicas.

3.3 Flujo de fluidos

El flujo de fluidos describe cómo los fluidos se mueven y se comportan bajo diferentes condiciones. Este estudio es crucial para una amplia gama de aplicaciones, desde el diseño de sistemas de tuberías y bombas hasta la comprensión del aire en la atmósfera. Los patrones del flujo se pueden clasificar principalmente en dos tipos: flujo laminar y flujo turbulento, cada uno con características distintivas y condiciones específicas de ocurrencia.

3.3.1 Ordenamiento de líneas de flujo

3.3.1.1 Flujo laminar

El flujo laminar se caracteriza por el movimiento ordenado y suave de las partículas de fluido en capas paralelas, sin mezclarse entre ellas. Este tipo de flujo ocurre generalmente a bajas velocidades y en fluidos con baja viscosidad. En el flujo laminar, las fuerzas viscosas dominan sobre las fuerzas inerciales, lo que resulta en un perfil de velocidad parabólico en conductos cilíndricos como tuberías.

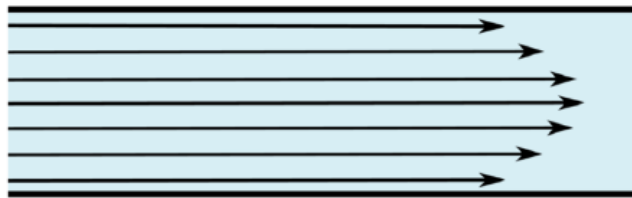


Figura 3.2: Flujo Laminar (Palma 2020).

3.3.1.2 Flujo turbulento

El flujo turbulento se caracteriza por un movimiento caótico y desordenado de las partículas del fluido. Este tipo de flujo ocurre a altas velocidades y se acompaña de remolinos, vórtices y fluctuaciones rápidas de presión y velocidad. En el flujo turbulento, las fuerzas inerciales superan las fuerzas viscosas, lo que resulta en una mezcla completa del fluido y un perfil de velocidad más plano.

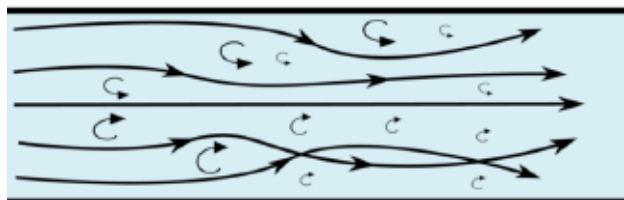


Figura 3.3: Flujo Turbulento (Palma 2020).

3.3.1.3 Número de Reynolds

El número de Reynolds es un parámetro adimensional que se utiliza para predecir el régimen de flujo en un sistema dado. Este número compara las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas en un fluido y se define como:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.5)$$

donde:

- ρ es la densidad del fluido.
- v es la velocidad del flujo.
- L es una longitud característica (como el diámetro de un tubo).
- μ es la viscosidad dinámica del fluido.

Interpretación del Número de Reynolds

- $Re < 2000$: Flujo laminar.
- $2000 < Re < 4000$: Flujo de transición.
- $Re > 4000$: Flujo turbulento.

3.3.1.4 Número de Reynolds Modificado

Para los fluidos no newtonianos, donde la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación no es lineal, se utiliza un número de Reynolds modificado que tiene en cuenta las propiedades reológicas específicas del fluido. Diversos investigadores han implementado modificaciones al número de Reynolds estándar, utilizando parámetros derivados de los modelos reológicos de Herschel-Bulkley y/o Bingham para describir los fluidos no newtonianos.

Para un fluido no newtoniano, el número de Reynolds modificado basado en los parámetros del modelo de Herschel-Bulkley se puede definir como:

$$Re_{HB} = \frac{\rho v^2}{\tau_0 + k \left(\frac{8v}{L} \right)^n} \quad (3.6)$$

donde:

- τ_0 es el esfuerzo de fluencia.
- k, n son los coeficientes del modelo H-B.

Para un fluido no newtoniano, el número de Reynolds modificado basado en los parámetros del modelo de plástico de Bingham Re_{PB} (Re_2) se puede definir como:

$$Re_2 = \frac{\rho v^2}{\tau_0 + \mu_0 \left(\frac{8v}{L} \right)} \quad (3.7)$$

donde:

- μ_0 es la viscosidad efectiva.

Interpretación del Número de Reynolds Modificado

- $Re_2 < 4000$: Flujo laminar.
- $4000 < Re_2 < 8000$: Flujo de transición.
- $Re_2 > 8000$: Flujo turbulento.

3.3.2 Flujos con Variación en el Tiempo

Flujo permanente

Un flujo se considera permanente o estacionario cuando las propiedades del fluido en cualquier punto no cambian con el tiempo. Es decir, la velocidad, presión, densidad y otras propiedades permanecen constantes en un punto fijo del espacio.

Flujo impermanente

Un flujo se considera impermanente o no estacionario cuando las propiedades del fluido en un punto varían con el tiempo. En estos flujos, la velocidad, presión, densidad y otras propiedades cambian con el transcurso del tiempo en un punto fijo del espacio.

3.3.3 Flujos con Variación Espacial

Flujo uniforme

Un flujo se define como uniforme cuando las propiedades del fluido, como la velocidad y la presión, son constantes a lo largo de una dirección espacial específica. En otras palabras, las propiedades no cambian de un punto a otro en la dirección del flujo.

Flujo no uniforme

Un flujo se considera no uniforme cuando las propiedades del fluido varían a lo largo de una dirección espacial específica. En estos flujos, la velocidad, presión y otras propiedades cambian de un punto a otro en la dirección del flujo.

3.4 Flujo de suspensiones

El flujo de suspensiones se refiere al movimiento de fluidos que contienen partículas sólidas suspendidas en su interior. Las suspensiones presentan propiedades reológicas únicas debido a la interacción entre las partículas sólidas y el fluido portador, afectando características importantes como la viscosidad, densidad y comportamiento del flujo. El estudio de estas suspensiones implica analizar cómo varían las propiedades del fluido en función de la concentración, tamaño y forma de las partículas, así como de las condiciones operativas.

Las suspensiones se encuentran en una amplia gama de aplicaciones industriales, incluyendo la fabricación de alimentos, productos farmacéuticos, materiales de construcción y en pulpas/relaves mineras. Comprender el flujo de suspensiones es fundamental para optimizar procesos industriales y garantizar el transporte eficiente de materiales.

3.4.1 Caracterización de suspensiones

Las suspensiones están compuestas por dos fases: una fase dispersora, que corresponde a las partículas sólidas, y una fase dispersa, que generalmente es un líquido como el agua. En el contexto de este estudio, se consideran las suspensiones de pulpas y relaves mineros. Por esta razón, se utilizan diversas fórmulas para caracterizar estas suspensiones, tal como se describen en "Análisis del Sistemas Particulados" (Universidad de Chile 2010). Estas fórmulas se aplican a lo largo de este estudio para un análisis detallado.

Concentración de sólidos en peso (C_w)

Es la relación de la masa de sólido seco contenido en la pulpa y la masa total de la misma, es decir, una relación peso/peso.

$$C_w = \frac{\text{Masa del sólido seco}}{\text{Masa de la pulpa}} \cdot 100 [\%] \quad (3.8)$$

Concentración Volumétrica (C_v)

Es la relación del volumen de sólido seco contenido en la pulpa y el volumen total de la misma, es decir, una relación volumen/volumen.

$$C_v = \frac{\text{Volumen del sólido seco}}{\text{Volumen de la pulpa}} \cdot 100 [\%] \quad (3.9)$$

Densidad del fluido (ρ_f)

La densidad del fluido es una propiedad física que define la masa de un fluido (m_f) por unidad de volumen del fluido (V_f).

$$\rho_f = \frac{m_f}{V_f} \quad (3.10)$$

Densidad del sólido (ρ_s)

La densidad del sólido es una propiedad física que define la masa de un sólido (m_s) por unidad de volumen del sólido (V_s).

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} \quad (3.11)$$

Densidad de la pulpa (ρ_p)

Para conocer la densidad de la pulpa es fundamental saber tanto la densidad del líquido como la del sólido (Abulnaga 2002):

$$\rho_{\text{pulpa}} = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{(100-C_w)}{\rho_f}} \quad (3.12)$$

Utilizando ecuaciones descritas anteriormente, se establece una relación entre estas, las cuales se pueden expresar de la siguiente manera:

- Concentración de sólidos en volumen (C_v):

$$C_v = \frac{C_w}{C_w + (1 - C_w)\rho_s} \quad (3.13)$$

- Concentración de sólidos en peso (C_w):

$$C_w = \frac{\rho_s C_v}{1 + (\rho_s - 1)C_v} \quad (3.14)$$

3.4.2 Tipos de flujos de suspensiones

3.4.2.1 Flujos homogéneos

El flujo homogéneo se refiere a un tipo de flujo en el cual las propiedades del fluido son uniformes en todo el volumen de interés. Esto significa que la composición, densidad, viscosidad y otras características del fluido son constantes en todos los puntos. En el caso de las suspensiones, un flujo homogéneo implica que las partículas están distribuidas de manera uniforme a lo largo del fluido.

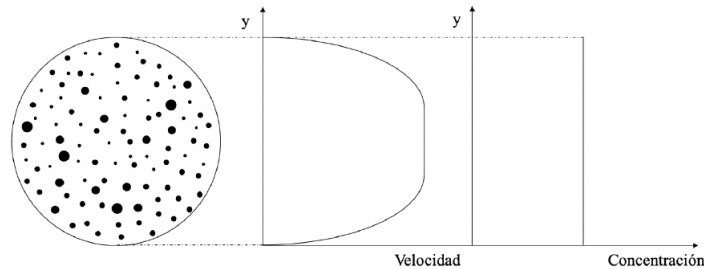


Figura 3.4: Flujo Homogéneo de suspensiones. (Palma 2020)

3.4.2.2 Flujos heterogéneos

Un flujo heterogéneo se refiere a un tipo de flujo en el cual las propiedades del fluido varían en diferentes puntos del volumen de interés. En este caso, la composición, densidad, viscosidad y otras características del fluido no son uniformes. Para suspensiones, un flujo heterogéneo implica que las partículas no están distribuidas uniformemente y pueden agruparse o separarse en diferentes regiones del fluido.

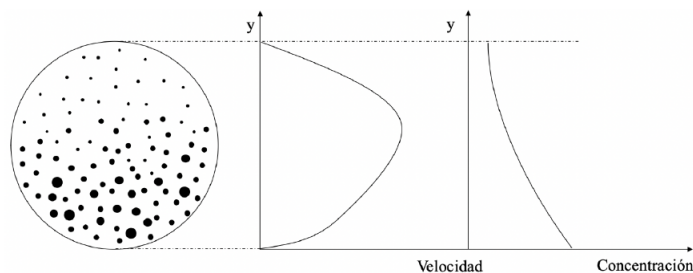


Figura 3.5: Flujo Heterogéneo de suspensiones. (Palma 2020).

3.4.2.3 Lecho móvil

El lecho móvil se refiere a una condición en la que las partículas sólidas en una suspensión están en movimiento debido al flujo del fluido portador. Esto ocurre cuando la velocidad del fluido es suficientemente alta para transportar las partículas, haciendo que se muevan y se reordenen continuamente. Esta condición es común en sistemas de transporte de sólidos y en ciertos procesos industriales.

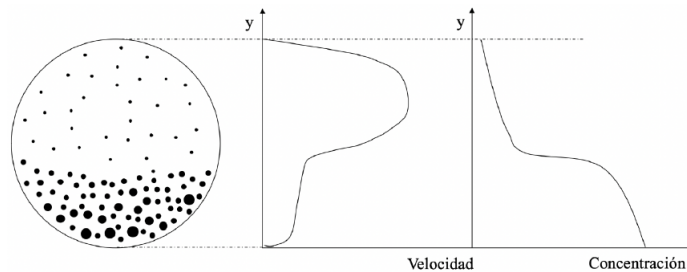


Figura 3.6: Flujo con Lecho Móvil (Palma 2020).

3.4.2.4 Lecho fijo

El lecho fijo se refiere a una condición en la que las partículas sólidas en una suspensión están en reposo y no se mueven significativamente con el flujo del fluido portador. Esto ocurre cuando la velocidad del fluido es baja y no tiene suficiente energía para desplazar las partículas. El lecho fijo es común en procesos de filtración y en algunas aplicaciones de tratamiento de aguas residuales donde se busca que las partículas permanezcan en su lugar.

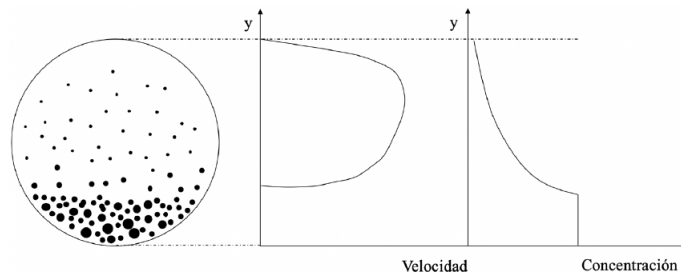


Figura 3.7: Flujo con Lecho Fijo (Palma 2020).

3.5 Depósitos de Relaves

Los relaves son residuos sólidos finamente molidos, que se descartan después del proceso de extracción de minerales. En la minería de sulfuros de cobre, se extraen grandes cantidades de roca del yacimiento, de las cuales solo una pequeña fracción contiene el elemento de interés económico, generalmente menos del 1%. Una vez que ese material es finamente molido y sometido a procesos de flotación, se obtiene un concentrado con una mayor concentración de cobre, típicamente entre el 20% y el 30%. El material restante, que tiene una baja concentración de cobre, se denomina "relave". Los relaves deben ser gestionados de manera segura y ambientalmente responsable, siendo depositados en instalaciones específicas diseñadas para minimizar el impacto ambiental y asegurar la estabilidad a largo plazo (Geología y Minería (SERNAGEOMIN) 2020).

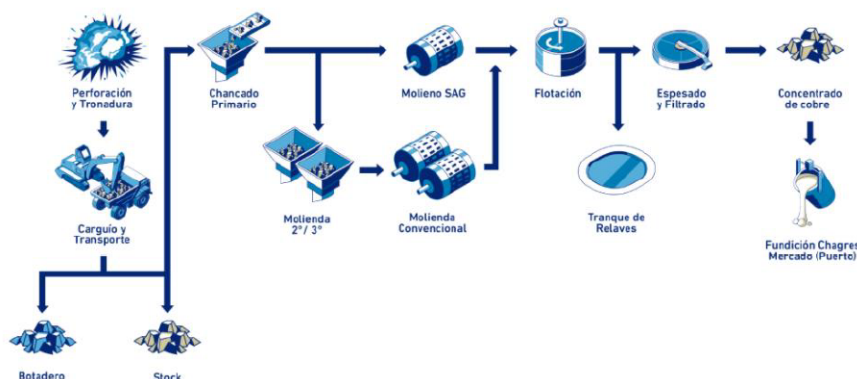


Figura 3.8: Circuito mina-planta (Universidad de Chile 2010).

En Chile, la normativa que regula los relaves está establecida por el Servicio Nacional de Geología y Minería (SERNAGEOMIN). El Decreto Supremo N°248 establece los requisitos técnicos y de seguridad para el diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves. Además, la Ley de Cierre de Faenas Mineras (Ley N°20.551) establece obligaciones para garantizar la estabilidad física y química de las instalaciones de cierre, incluyendo los depósitos de relaves.

A nivel internacional, la normativa es proporcionada por el Estándar Global de Gestión de Relaves (GISTM). En agosto de 2020, el Consejo Internacional de Minería y Metales (ICMM), junto con el Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (UNEP) y los Principios para la Inversión Responsable (PRI), lanzaron el Estándar Global de Gestión de Relaves (Global Industry Standard on Tailings Management - GISTM). Este estándar proporciona un marco integral para la gestión segura de relaves, centrándose en la prevención de fallos catastróficos de presas de relaves y en la protección de los derechos humanos y el medio ambiente (Minería y Metales (ICMM) et al. 2020).

3.5.1 Tipos de depósitos

Actualmente, existen varios tipos de depósitos de relaves, los cuales se diferencian según la cantidad de agua presente en el relave y según la forma de contener la depositación (Geología y Minería (SERNAGEOMIN) 2020).

3.5.1.1 Según la densidad

- **Relave espesado**

El relave espesado es un tipo de depósito de relaves en el que se reduce significativamente el contenido de agua del relave mediante un proceso de espesamiento antes de su disposición final. Este método mejora la estabilidad del depósito y disminuye el riesgo de filtraciones y fallos estructurales.

- **Relave filtrado**

Es similar al relave espesado. Consiste en un depósito donde el material contiene aún menos agua, gracias al proceso de filtrado, logrando una humedad inferior al 20%. Este proceso de filtración es comparable al empleado en la producción de agua potable.

- **Relave en pasta**

El relave en pasta corresponde a una mezcla de agua y sólidos que contiene abundantes partículas finas y un bajo contenido de agua, lo que le da una consistencia espesa, similar a una pulpa de alta densidad, con una humedad que varía entre el 10% y el 25%.

Tabla 3.1: Porcentaje de sólidos según tipo de relave.

Tipo de Relave	Porcentaje de sólidos
Convencionales	30% - 45%
Espesados	55% - 65%
En Pasta	75% - 90%
Filtrados	80% - 90%

3.5.1.2 Según la forma de contener la depositación

- **Embalse de relaves**

Es un depósito donde el muro de contención se construye con material de empréstito (tierra y rocas cercanas) y está impermeabilizado en la parte superior y en su talud interno. También se denominan embalses de relaves aquellos depósitos situados en una depresión natural del terreno, donde no es necesario construir un muro de contención.

- **Tranque de relaves**

Un tranque de relave es un depósito en el cual el muro se construye con la fracción más gruesa del relave, que ha sido compactada y proviene de un hidrociclón (un dispositivo que separa los sólidos gruesos de los más finos mediante un flujo de agua). La fracción fina, conocida como lama, se deposita en el fondo del depósito.

3.5.2 Métodos de construcción

Los depósitos de relave se desarrollan mediante la elevación de muros de contención durante su operación, excepto cuando se utilizan depresiones naturales que no requieren muros. El proceso comienza con un muro inicial que se va elevando conforme aumenta la cantidad de relave depositado. Existen tres métodos para elevar muros, pero en Chile, desde 1970, solo se permiten dos tipos: Construcción de Eje Central y Construcción Aguas Abajo. El método de Construcción Aguas Arriba ha estado prohibido en Chile desde 1970, una prohibición que otros países mineros han adoptado progresivamente.

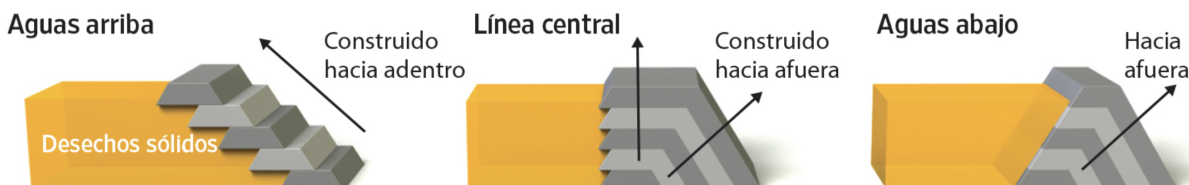


Figura 3.9: Tres métodos de construcción de muros de Depósitos de Relaves (The Wall Street Journal 2016).

Método de aguas arriba

El método de construcción aguas arriba es un proceso donde el muro de contención se eleva en dirección contraria al flujo del agua, utilizando el material de relave previamente depositado. Este método es menos costoso y más rápido, pero presenta mayores riesgos de estabilidad, especialmente en condiciones sísmicas o de alta infiltración de agua. Por esta razón, ha sido prohibido en Chile desde 1970 y ha sido progresivamente abandonado en otros países con actividad minera significativa.

Método línea o eje central

En la construcción de eje central, el muro de contención se eleva de manera vertical sobre su base inicial. Este método proporciona una estabilidad intermedia, ya que cada elevación se apoya parcialmente sobre la base existente y parcialmente sobre el nuevo material de relave. Es una técnica más segura que el método de aguas arriba y ha sido ampliamente adoptada en Chile.

Método aguas abajo

El método de construcción aguas abajo implica que cada nueva capa del muro de contención se construya hacia el exterior, en la misma dirección que el flujo del agua. Este enfoque proporciona la mayor estabilidad estructural, ya que cada elevación se apoya completamente sobre una base sólida y previamente compactada. Aunque es el método más seguro, también es el más costoso y requiere más tiempo. En Chile, este método, junto con la construcción de eje central, es uno de los dos métodos permitidos desde 1970.

3.5.3 Mecanismos de rotura de un depósito de relaves

La inestabilidad en los tranques de relaves puede surgir debido a varios factores, entre los que se incluyen los métodos de depositación, deficiencias en el proceso de compactación, un contenido excesivo de partículas finas en las arenas dentro de la cubeta que limita la capacidad de drenaje del depósito, y un grado de saturación que excede la capacidad de soporte del depósito. Estos factores pueden llevar a diversos mecanismos de falla, como la licuefacción sísmica, la inestabilidad de taludes y el overtopping o rebalse (Villavicencio et al. 2014).

3.5.3.1 Licuefacción sísmica

La licuefacción sísmica en depósitos de relaves es un fenómeno donde los suelos saturados pierden su resistencia y rigidez debido a las vibraciones sísmicas, convirtiéndose en una sustancia similar a un líquido. Este proceso puede provocar el colapso del depósito y tener graves consecuencias ambientales y sociales. Factores como la saturación elevada, un alto contenido de partículas finas, una compactación insuficiente del material y la magnitud del sismo contribuyen a este riesgo. Este tipo de fallas ocurre en un lapso muy corto de tiempo y puede desplazar una gran porción de volumen del relave afectado.

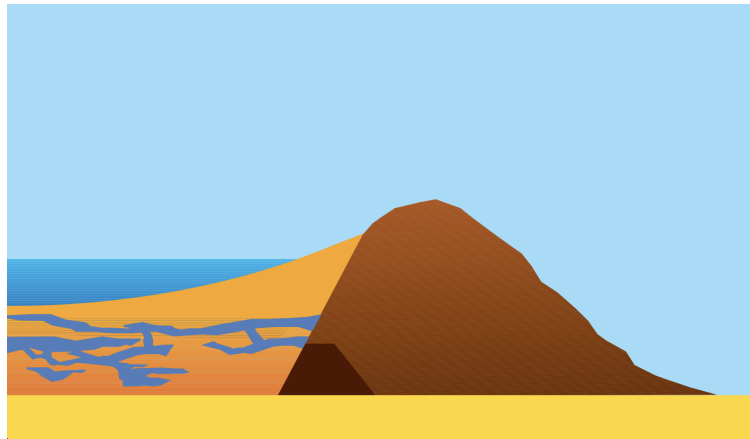


Figura 3.10: Falla por licuefacción sísmica. (Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. 2003).

3.5.3.2 Inestabilidad de talud

La inestabilidad de talud en depósitos de relaves es un problema crítico que puede llevar al colapso del depósito. Esta inestabilidad puede ser causada por mala compactación, erosión, infiltración de agua y vibraciones sísmicas. La infiltración de agua aumenta la presión de poros, disminuyendo la resistencia del talud, mientras que la erosión y las vibraciones sísmicas pueden debilitar aún más la estructura. Este tipo de falla puede ocurrir debido a un incremento no planificado del nivel freático del relave, causado por lluvias extremas o un mal funcionamiento del sistema de drenaje del relave, a la presencia de partículas finas dentro de la cubeta que generan zonas de saturación, o a una geometría inadecuada del muro de contención.

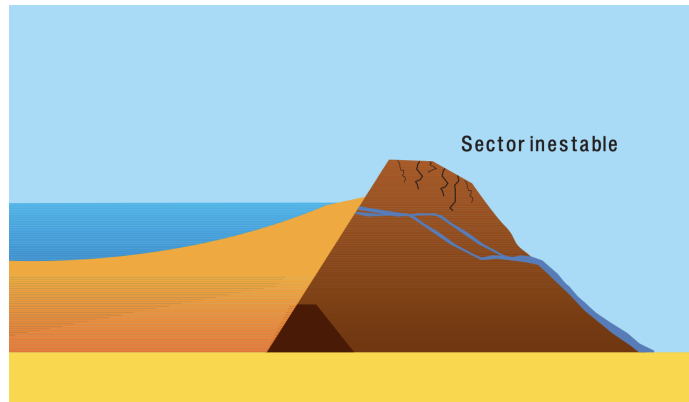


Figura 3.11: Falla de taludes. (Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. 2003).

3.5.3.3 Overtopping

El overtopping en depósitos de relaves ocurre cuando el agua supera la capacidad del muro de contención, fluyendo por encima de él y causando erosión significativa que puede llevar al colapso del depósito. Este fenómeno puede resultar de un incremento no planificado del nivel freático debido a lluvias extremas o un mal funcionamiento del sistema de drenaje, la presencia de partículas finas que generan zonas de saturación, o una geometría inadecuada del muro de contención. La falta de capacidad de almacenamiento para manejar el volumen de relaves y agua, especialmente durante eventos de alta precipitación, también aumenta el riesgo de overtopping. Las consecuencias incluyen la liberación masiva de material de relave y agua, ya que se genera una superficie de falla que puede provocar la ruptura del depósito de relaves.

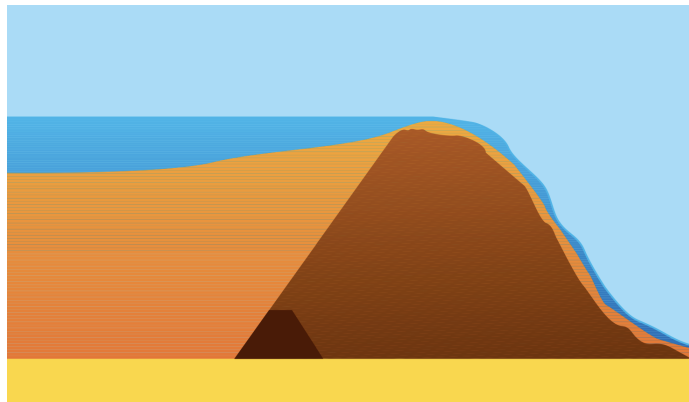


Figura 3.12: Falla por overtopping. (Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. 2003).

3.5.4 Distancia Peligrosa

La distancia peligrosa, según el DS 248/2007, es definida como *la potencial distancia que recorrería el material contenido en los depósitos, frente a un colapso de un muro de contención* (Geología y Minería (SERNAGEOMIN) 2020). Esta distancia es crítica para la planificación de medidas de seguridad, zonas de evacuación y estrategias de mitigación de riesgos (Monsalve 2021). Los factores que influyen en la determinación de esta distancia incluyen la cantidad de material almacenado en el depósito, la topografía del terreno circundante, las propiedades físicas de los relaves, y las condiciones hidrológicas existentes. Se han realizado extensas investigaciones con diferentes enfoques, con el objetivo de generar modelos predictivos que permitan evaluar o desarrollar los estudios suficientes que aseguren la estabilidad del depósito.

El Estándar Global de Gestión de Relaves para la Industria Minera (Minería y Metales (ICMM) et al. 2020) es el primer código global para el manejo de relaves, aplicable a todas las instalaciones. Su objetivo es prevenir daños a la población y al entorno natural. Este análisis debe considerar modos de fallas, condiciones del sitio y propiedades de los relaves, para estimar el área de impacto y determinar la distancia peligrosa desde el colapso hasta donde el material podría causar daños significativos.

En Chile, los colapsos de depósitos de relaves han marcado la historia minera con eventos trágicos. El desastre del Relave de El Cobre Viejo en 1965 es uno de los más devastadores en la historia del país, con más de 200 fallecidos y una ola de destrucción que alcanzó los 12 km, arrasando con la ciudad de El Cobre. En el 1985, el Tranque Veta de Agua falló debido a la licuefacción tras un sismo de Magnitud Richter 7.8, desplazando relaves a 5 km de distancia. En el año 2003, una rotura en El Tranque Cerro Negro liberó 50.000 toneladas de material, afectando áreas hasta 20 km aguas abajo del río La Ligua (CSP2 2022).

Por esta razón, la determinación de la distancia peligrosa en el contexto de colapsos de los depósitos de relaves es crucial para la planificación de medidas de seguridad y la protección de comunidades y ecosistemas. Los estudios sobre fallas históricas demuestran la importancia de entender los factores que influyen en la extensión del daño potencial.

Finalmente, para este estudio, la **distancia peligrosa** se considera como la distancia horizontal máxima que alcanza el relave una vez que se haya detenido completamente, la cual se mide con precisión utilizando un medidor láser de uso industrial.

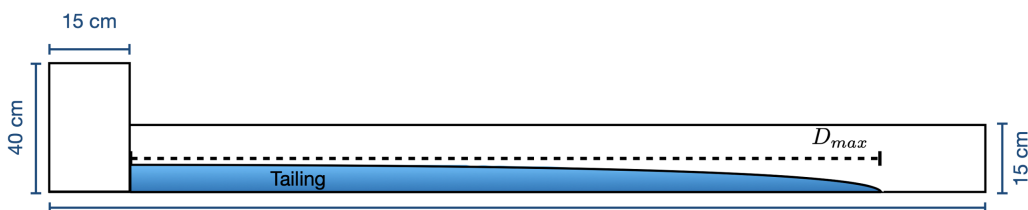


Figura 3.13: Esquema del montaje experimental para la determinación de la distancia peligrosa.

Capítulo 4

Modelos Numéricos y Análisis Dimensional

La dinámica de fluidos es una disciplina fundamental que estudia el comportamiento de los fluidos en movimiento y sus interacciones con los sólidos y otros fluidos. En el contexto de la ingeniería y la física, comprender estos principios es crucial para el diseño y análisis de sistemas que involucran fluidos, tales como tuberías, canales y embalses. Este capítulo se centra en dos aspectos clave de la dinámica de fluidos: los modelos fundamentales del movimiento de fluidos y el análisis dimensional mediante el teorema de Vaschy-Buckingham. Estos modelos proporcionan las herramientas teóricas necesarias para predecir y analizar el comportamiento de los fluidos en diversas situaciones experimentales y prácticas.

4.1 Modelos fundamentales del movimiento de fluidos

Los principios que rigen el movimiento de los fluidos se derivan de las leyes de conservación de la masa y la cantidad de movimiento, aplicables tanto a fluidos newtonianos como no newtonianos.

4.1.1 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad se deriva del principio de conservación de la masa, que establece que la masa de un fluido dentro de un volumen de control no cambia con el tiempo, salvo que haya un flujo de masa que atraviese la frontera del volumen de control. Matemáticamente, esto se puede expresar como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.1)$$

donde ρ es la densidad del fluido, $\mathbf{v}$ es el vector de velocidad y $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$ es la divergencia del flujo de masa por unidad de volumen.

Al considerar un volumen de control diferencial fijo en el espacio con un volumen V , el flujo de masa que entra y sale del volumen de control puede ser descrito mediante la integral de la densidad

del flujo de masa a través de la superficie que lo encierra, ∂V :

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_{\partial V} \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (4.2)$$

Aplicando el teorema de la divergencia (también conocido como teorema de Gauss) a la segunda integral, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV = 0 \quad (4.3)$$

Como esto debe ser válido para cualquier volumen de control V , la integral del volumen se elimina, y se obtiene la ecuación diferencial local de la continuidad (Ecuación 4.1).

Para fluidos incompresibles, la densidad ρ es constante. Esto simplifica considerablemente la ecuación de continuidad. Sustituyendo la densidad constante en la ecuación general, se tiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.4)$$

Por lo tanto, la ecuación de continuidad se reduce a:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.5)$$

Esto implica que la divergencia del campo de velocidad es cero. En términos físicos, esto significa que el volumen de fluido que entra en una región debe ser igual al volumen de fluido que sale de esa región, asegurando así la conservación de la masa en un fluido incompresible.

Para un campo tridimensional $\mathbf{v} = (u, v, w)$, la ecuación de continuidad para un fluido incompresible en coordenadas cartesianas es:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.6)$$

La ecuación de continuidad asegura que no hay pérdidas ni ganancias netas de masa en un sistema cerrado. Este principio es fundamental en cualquier análisis de flujo de fluidos (Visconti et al. 2020).

4.1.2 Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes describen el movimiento de los fluidos, tomando en cuenta la viscosidad y otras fuerzas que actúan sobre el fluido. Esta ecuación es una formulación matemática que expresa el principio de conservación de cantidad de movimiento, es una extensión de la segunda ley de Newton para fluidos y se escribe como:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (4.7)$$

donde p es la presión, μ es la viscosidad dinámica y f representa las fuerzas externas aplicadas. Estas ecuaciones son fundamentales en la dinámica de fluidos ya que describen cómo la velocidad de un fluido cambia en el tiempo y en el espacio bajo la influencia de diversas fuerzas. La ecuación de Navier-Stokes puede ser descompuesta en varios términos, cada uno de los cuales tiene un significado físico específico. Los términos principales de las ecuaciones de Navier-Stokes son (Blazek 2015):

1. Término de Aceleración Convectiva:

$$\rho (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v})$$

Este término representa la aceleración del fluido debido al movimiento dentro del campo de velocidad.

2. Término de Aceleración Local:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

Este término describe cómo cambia la velocidad del fluido con el tiempo en un punto fijo en el espacio.

3. Gradiente de Presión:

$$-\nabla p$$

Este término representa la fuerza que actúa sobre el fluido debido a los gradientes de presión.

4. Viscosidad:

$$\mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

Este término, conocido como término de difusión viscosa, describe la difusión de la cantidad de movimiento debido a la viscosidad del fluido.

5. Fuerza externa:

$$f$$

Este término incluye fuerzas externas como la gravedad, campos electromagnéticos, etc.

Para un fluido incompresible ($\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$) en coordenadas cartesianas, las componentes de la ecuación de Navier-Stokes se pueden escribir como:

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_x \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + f_y \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f_z \end{cases} \quad (4.8)$$

Donde u , v y w son las componentes del vector de velocidad $\mathbf{v}$ en las direcciones x , y y z , respectivamente.

Estas ecuaciones permiten modelar el comportamiento de los fluidos en diversas condiciones. Su solución y análisis son fundamentales para entender y predecir fenómenos en una amplia gama de aplicaciones.

4.1.3 Modelos reológicos para fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos, como los relaves mineros, presentan comportamientos complejos que no se pueden describir adecuadamente con las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos newtonianos. Para estos fluidos, se utilizan modelos reológicos específicos que tienen en cuenta las propiedades del fluido. Uno de los modelos más utilizados es el modelo de Bingham, que describe un comportamiento en el cual el fluido presenta un esfuerzo de fluencia por debajo del cual no fluye y, una vez superada, se comporta como un fluido newtoniano. Este modelo fue descrito anteriormente en la sección 3.2.

Este modelo es particularmente útil para describir fluidos que tienen una estructura interna que resiste al flujo hasta que se aplica un esfuerzo suficiente. Los datos experimentales obtenidos con un reómetro se utilizan para ajustar los parámetros al modelo de Bingham, lo que permite una descripción precisa del comportamiento del fluido en diversas condiciones (Visconti et al. 2020).

4.2 Análisis Dimensional

El análisis dimensional es una técnica poderosa que simplifica el estudio de sistemas físicos complejos mediante la agrupación de variables en parámetros adimensionales. Esto facilita la comparación de resultados experimentales y la aplicación de estos resultados a diferentes escalas y condiciones.

4.2.1 Teorema Vaschy-Buckingham

El teorema de Vaschy-Buckingham es un principio fundamental en el análisis dimensional y en la teoría de la similitud. Este teorema establece que en cualquier ecuación física que describa un sistema con n variables físicas y k de estas variables tienen dimensiones independientes (como masa, longitud, tiempo, etc.), entonces es posible reescribir la ecuación en términos de $n - k$ grupos adimensionales, conocidos como números π . Los pasos para aplicar el teorema incluyen:

1. Identificación de Variables Relevantes

Se identifican todas las variables relevantes del fenómeno estudiado. Por ejemplo, en el análisis del flujo de relaves, estas variables pueden incluir la densidad de fluido, la viscosidad, la velocidad del flujo y las dimensiones del sistema.

Supóngase que se está analizando un problema con las siguientes variables:

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

2. Determinación de Dimensiones

Se determinan la dimensión de cada variable en términos de las dimensiones fundamentales como masa (M), longitud (L), tiempo (T), etc.

En el caso del problema, las variables tienen dimensiones que se expresan en términos de las dimensiones fundamentales:

$$\begin{aligned}x_1 \text{ tiene dimensiones } [x_1] &= M^a L^b T^c \\x_2 \text{ tiene dimensiones } [x_2] &= M^d L^e T^f\end{aligned}$$

...

3. Selección de Variables Repetidas

Se selecciona un conjunto de k variables que tienen dimensiones linealmente independientes. Estas variables se utilizarán para construir los números π .

Se eligen k variables repetitivas, suponga que $k = 3$ (por ejemplo, masa, longitud y tiempo), se seleccionan 3 variables x_1, x_2, x_3 que involucren estas dimensiones.

4. Formación de Grupos Adimensionales π

Se combinan las variables para formar parámetros adimensionales utilizando análisis dimensional. Estos parámetros adimensionales, o números π , permiten simplificar el análisis del

sistema. Esto se hace de tal manera que cada número π sea un producto de potencias de las variables seleccionadas que resulta adimensional. Algunos ejemplos comunes de números adimensionales en dinámica de fluidos incluyen el número de Reynolds (Re), que relaciona las fuerzas inerciales con las fuerzas viscosas en un flujo, y el número de Froude (Fr), que compara las fuerzas inerciales con las fuerzas gravitatorias.

Cada número adimensional π_i se forma combinando las variables restantes con las variables repetitivas. La forma general de un número adimensional es:

$$\pi_i = x_1^{a_1} x_2^{a_2} x_3^{a_3} \cdots x_n^{a_n}$$

Donde los exponentes $a_1, a_2, \dots, a_n$ se determinan de manera que π_i sea adimensional.

5. Reescritura de la Ecuación

La ecuación original se puede reescribir en términos de los números de π , lo cual simplifica el análisis del problema al reducir el número de variables independientes.

La importancia del Teorema de π :

- **Reducción de Variables**

Simplifica problemas complejos al reducir el número de variables involucradas, facilitando así su análisis.

- **Similitud Física**

Permite establecer relaciones de similitud entre diferentes sistemas físicos que son dimensionalmente semejantes.

- **Escalado**

Facilita el proceso de escalado en modelos físicos, permitiendo que los resultados de experimentos a pequeña escala sean aplicables a situaciones a gran escala.

El Teorema de π de Vaschy-Buckingham es fundamental en diversas áreas de la ingeniería y la física, ya que ofrece un método sistemático para simplificar y analizar relaciones complejas entre variables físicas. Además de facilitar el estudio de sistemas de flujo, el análisis dimensional permite crear modelos escalables que extrapolan resultados de experimentos de laboratorio a situaciones reales, mejorando la precisión y aplicabilidad de las soluciones en el mundo práctico.

Capítulo 5

Metodología

5.1 Análisis granulométrico

El análisis granulométrico se caracteriza por medio del tamizaje, utilizando cuatro muestras aleatorias del relave estudiado para determinar la distribución de tamaño de partículas. Luego, se promedian los resultados obtenidos.

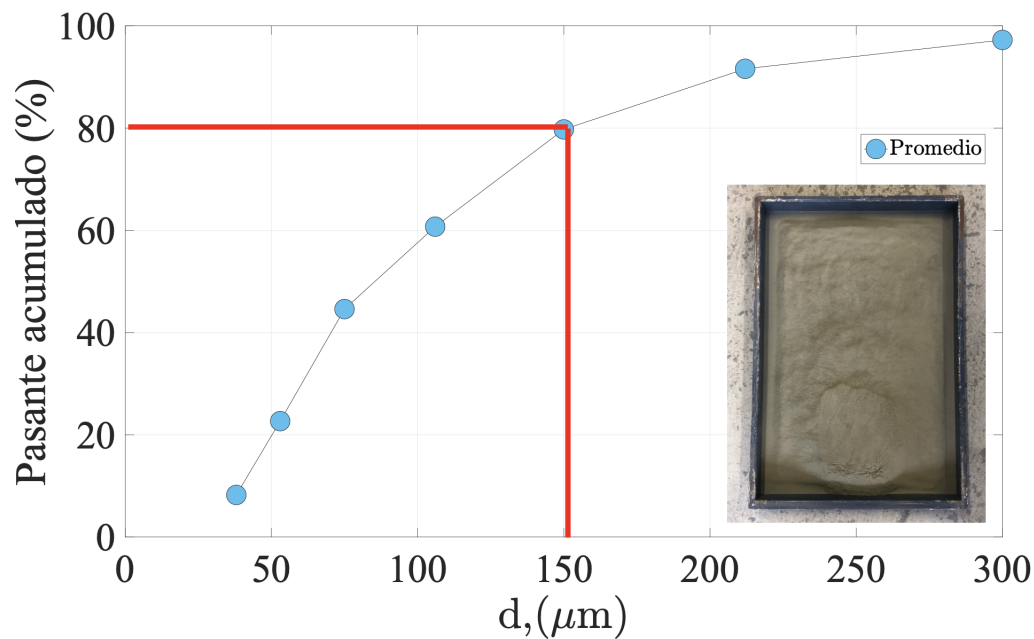


Figura 5.1: Curva granulométrica de las partículas de relave. Interior: Relave seco.

La figura adjunta muestra la curva granulométrica de las partículas de relave, observándose el porcentaje acumulado de partículas que pasan por cada tamaño de malla. Específicamente, se destaca el resultado para una abertura de 150 μm , donde el porcentaje promedio de pasante acumulado es del 80% (d_{80}) con un error estándar de la media (SEM) de $\pm 0.2\%$.

Detalles de Tamizaje

Tabla 5.1: Tamizaje de muestras de relave con respecto al tamaño de malla, con su respectivo SEM.

Abertura (μm)	Promedio Pasante Acum (%)
300	97.3 ± 0.03
212	91.6 ± 0.05
150	79.7 ± 0.2
106	60.7 ± 0.3
75	44.6 ± 0.6
53	22.7 ± 0.4
38	8.2 ± 0.3
-38	0

5.2 Cálculo de la densidad

5.2.1 Densidad del sólido

El cálculo de la densidad del sólido, de acuerdo con la Ecuación 3.11 se realiza mediante el método de la picnometría, que permite obtener la densidad de la pulpa. Este método, a su vez, facilita la determinación de las concentraciones en peso y volumen. Estas concentraciones son esenciales para medir con precisión en el laboratorio los volúmenes y masas de cada experimento.

Picnometría

La picnometría permite determinar la densidad de un sólido seco mediante la relación entre la masa y el volumen del material, excluyendo los espacios vacíos. La densidad real del relave ρ_r se calcula utilizando la siguiente ecuación derivada del método de picnometría:

$$\rho_r = \frac{m_r}{V_p - \left(\frac{m_{p+r} - m_p}{\rho_w} \right)} \quad (5.1)$$

Donde:

- m_{p+r} : Masa del picnómetro con relave.
- m_p : Masa del picnómetro.
- ρ_w : Densidad del agua. ($\rho_w(16^\circ\text{C}) = 999 \text{ kg/m}^3$).
- V_p : Volumen del picnómetro.

Se realizaron ocho pruebas para el cálculo de la densidad del sólido, obteniendo un valor promedio de $\rho_r = 3.24 \pm 0.04 \text{ g/ml}$.

5.2.2 Densidad de la pulpa

Para calcular la densidad de la pulpa es crucial conocer tanto la densidad del líquido como del sólido. Utilizando las ecuaciones definidas en el capítulo del marco teórico, se procede a definir las concentraciones en peso y, a partir de ellas, determinar las concentraciones volumétricas (Ecuación 3.13). Estas concentraciones son fundamentales para realizar las mediciones experimentales con precisión.

Los resultados obtenidos para la densidad de la pulpas y las concentraciones se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5.2: Concentraciones y densidad de la pulpa.

C_w	C_v	Densidad de la Pulpa (kg/m ³)
30 %	12 %	1,261 ± 2
40 %	17 %	1,382 ± 3
50 %	24 %	1,528 ± 4
53 %	26 %	1,578 ± 5
56 %	28 %	1,632 ± 6
60 %	32 %	1,709 ± 7
63 %	34 %	1,772 ± 8
66 %	37 %	1,840 ± 8
70 %	42 %	1,938 ± 10
73 %	45 %	2,020 ± 11
75 %	48 %	2,078 ± 12
80 %	55 %	2,239 ± 15

En la tabla, se observa cómo las concentraciones en peso C_w influyen en la densidad de la pulpa. A medida que la concentración en peso aumenta, también lo hace la densidad de la pulpa. Este comportamiento se puede explicar debido a que una mayor concentración de sólidos en la pulpa implica una mayor cantidad de masa en un volumen dado, lo que resulta en una densidad más alta.

5.3 Evaluación de la reología

Para cada concentración de sólido se consideraron cinco muestras de relaves, de las cuales se obtienen los diferentes parámetros reológicos y se promediaron.

La evaluación de la reología del relave utilizando el reómetro DSR 500 de LAMY RHEOLOGY, aplicando un procedimiento uniforme para todas las concentraciones de sólido en peso estudiadas. Este proceso consiste en la agitación previa de cada muestra de 70 ml durante 1 minuto para garantizar una mezcla homogénea del relave sólido con el agua. Posteriormente, la muestra se coloca bajo el reómetro con un disco RV-4, asegurando que esté completamente sumergida y a 1 cm de la base del vaso precipitado. Luego, la muestra se agita durante 90 segundos, variando la velocidad de corte desde 1 s^{-1} hasta 300 s^{-1} .

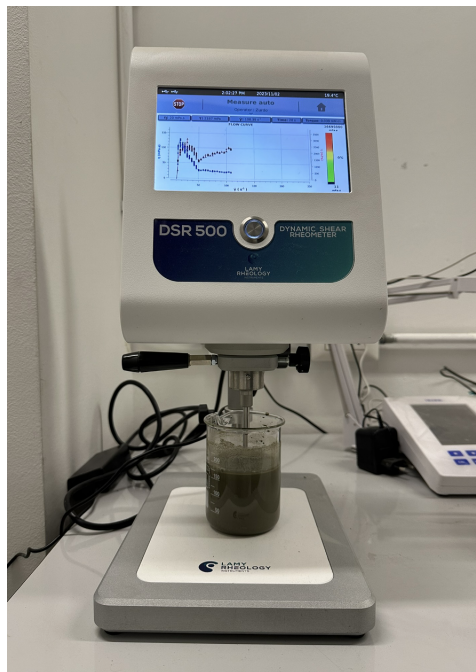


Figura 5.2: Reómetro DSR 500 de LAMY RHEOLOGY y reología asociada para una muestra.

Para ejemplificar la evaluación de la reología, se considera la concentración del 70%. En la siguientes figuras, se muestran las cinco muestras consideradas y el promedio de estas con sus respectiva barra de error SEM.

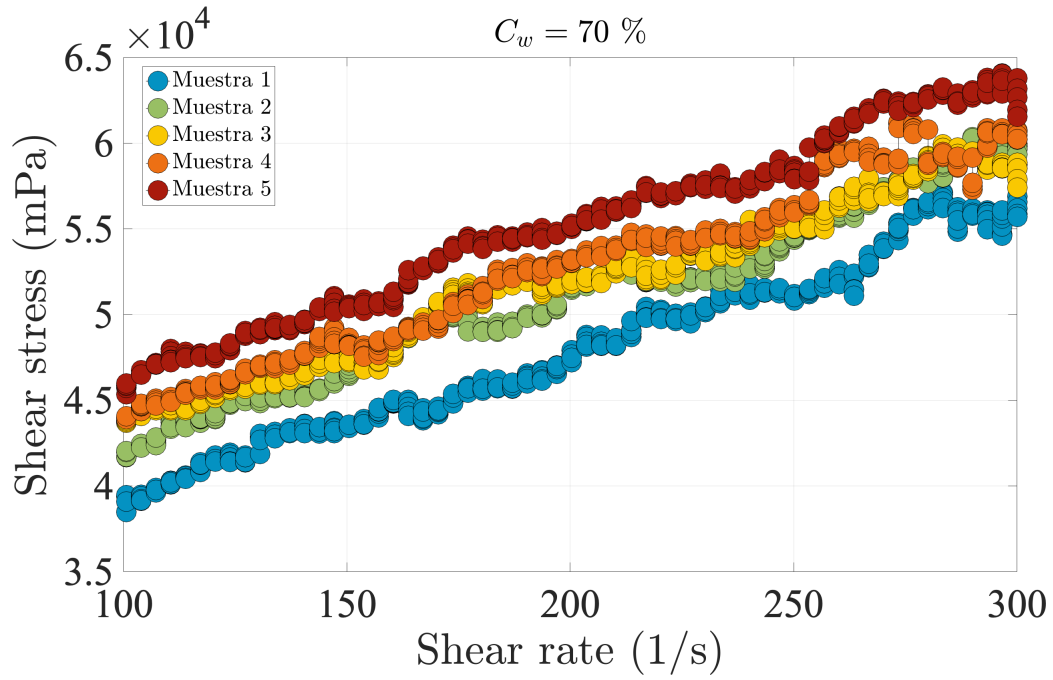


Figura 5.3: Reología asociada para la concentración en peso de 70%. de las cinco muestras consideradas.

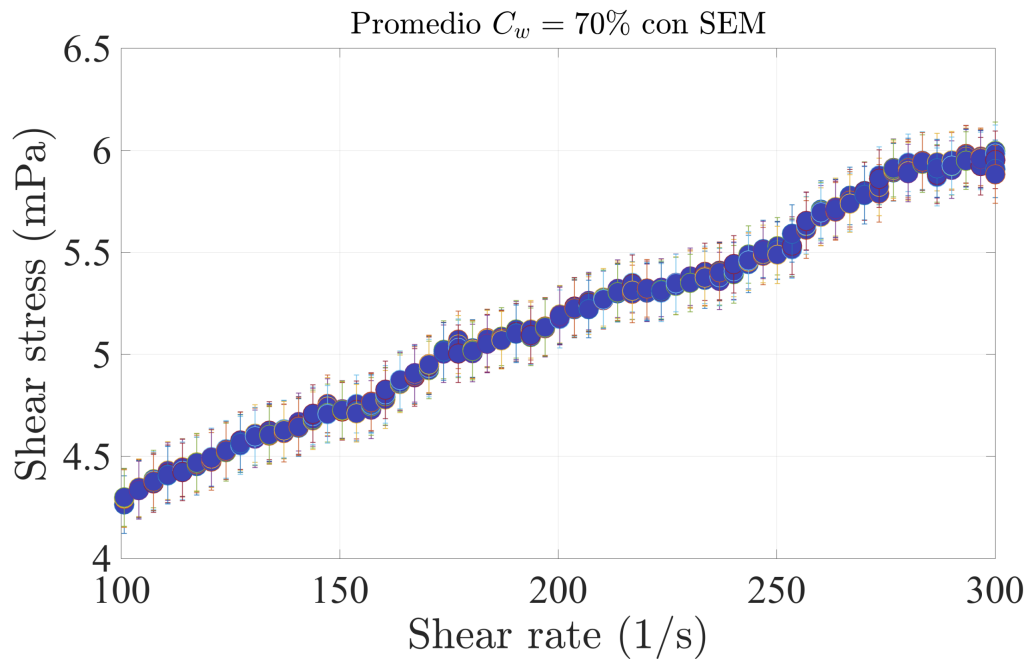


Figura 5.4: Reología asociada para la concentración en peso de 70% del promedio de las cinco muestras consideradas.

Resultados reológicos

Los resultados obtenidos para el esfuerzo de corte promedio a diferentes concentraciones de sólido se presentan en la tabla siguiente:

Tabla 5.3: Promedio del esfuerzo de corte con su respectivo error para cada C_w .

C_w	Promedio Esfuerzo de Corte (mPa)	Error (mPa)
30%	13,482	± 208
40%	16,818	± 220
50%	22,664	± 354
53%	27,865	± 416
56%	39,578	± 498
60%	51,154	± 647
63%	67,378	± 689
66%	105,828	± 765
70%	254,042	$\pm 1,413$
73%	633,874	$\pm 2,747$
75%	983,008	$\pm 8,021$
80%	4,190,168	$\pm 28,646$

5.4 Montaje experimental

Para llevar a cabo los experimentos, se diseña y construye un canal rectangular abierto, a partir del cual se analizará el flujo del fluido. Este canal cuenta con una compuerta deslizante que permite confinar la pulpa de relave. La compuerta puede ser deslizada para retener o liberar el fluido, imitando el colapso o derrumbe de un depósito de relave una vez que la falla se ha desarrollado. De esta manera, el fluido comienza a fluir libremente por la superficie del canal, limitado por sus bordes, hasta detenerse a distintos ángulos de inclinación del canal.

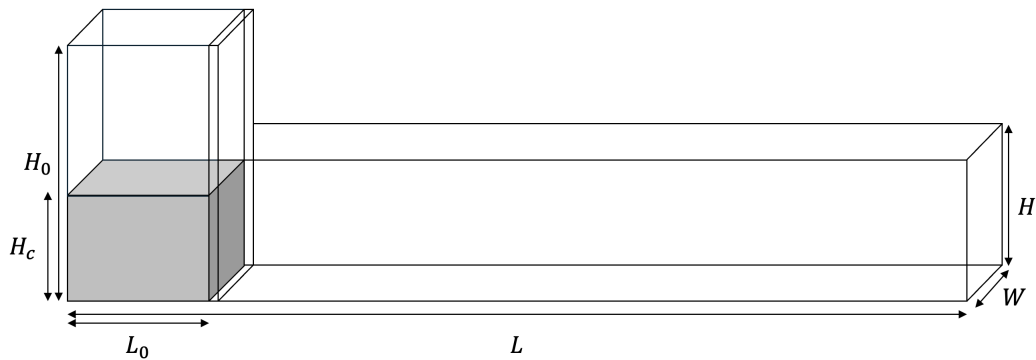


Figura 5.5: Canal abierto utilizado en el estudio.

La figura 5.5 muestra la geometría de un canal rectangular utilizado para estudiar el flujo de un fluido. A continuación, se describen las dimensiones y características de esta geometría: L representa la longitud completa del canal, a lo largo de la cual se mide la distancia máxima; W es el ancho total del canal y de la compuerta; H es la altura de las paredes del canal; L_0 es la longitud del contenedor inicial donde se vierte el fluido antes de ser liberado; H_0 es la altura del contenedor inicial que incluye tanto el fluido como el espacio vacío por encima de él y H_c es la altura de la columna de fluido dentro del contenedor inicial.

Tabla 5.4: Parámetros de geometría.

Parámetro	Valor
Longitud Total, L	600 cm
Ancho Total, W	17 cm
Altura de las paredes, H	10 cm
Longitud del contenedor, L_0	15 cm
Altura del contenedor, H_0	40 cm

La elección del tamaño y el tipo de geometría utilizada se basa en la previa calibración del modelo. A partir de los resultados experimentales de Liu (2018), se utilizaron estos resultados para obtener datos confiables aplicables al presente estudio, asegurando así la validez de la experimentación física directa. Según Liu, se llevó a cabo un análisis dimensional utilizando el

Teorema de Buckingham para determinar el tamaño adecuado del flume (canal artificial utilizado en estudios de hidráulica y reología para simular el flujo de líquidos en condiciones controladas) y estudiar los parámetros que afectan a la distancia de escurrimiento del fluido. Los parámetros considerados incluyeron la altura de la presa, el ancho del canal, la densidad de los relaves, la velocidad del flujo, la viscosidad aparente, el esfuerzo de fluencia y la aceleración gravitacional. Estos factores fueron fundamentales para la elección de la geometría del canal, asegurando que los datos obtenidos fueran representativos y aplicables a escenarios reales en la industria minera.

El canal rectangular se construye utilizando una base compuesta por perfiles longitudinales de aluminio, proporcionando una estructura robusta y resistente. El cuerpo del canal está hecho de madera, la cual está forrada con acrílico para garantizar una superficie lisa y resistente al agua. Esta combinación de materiales asegura la durabilidad y estabilidad del canal durante los experimentos, permitiendo un análisis preciso del flujo del fluido.



Figura 5.6: Construcción del canal rectangular.

5.5 Toma y Procesamiento de datos

Para el estudio, la distancia peligrosa se considera como la distancia horizontal máxima que alcanza el relave una vez que se haya detenido completamente, la cual se mide con precisión utilizando un medidor láser de uso industrial.



Figura 5.7: Láser utilizado para la medición de la distancia peligrosa.

Para capturar el comportamiento del relave desde el momento de su liberación hasta su detención, se instalaron dos cámaras Nikon D7500 en dos puntos dentro de la estructura del canal. La primera cámara se posiciona en los primeros 35 cm posteriores a la compuerta, permitiendo captar la velocidad inicial del relave al momento de abrirse la compuerta. La segunda se ubica a la mitad del canal, con el propósito de registrar el flujo del relave a medida que avanza.

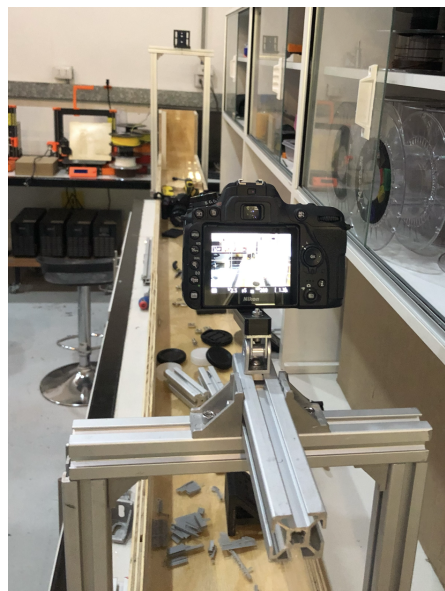


Figura 5.8: Cámaras utilizadas en el estudio.

El procesamiento de datos en el estudio se lleva a cabo utilizando tres herramientas principales: Clipchamp, Excel y Matlab.

Clipchamp se utiliza para analizar los vídeos de los experimentos. Esta herramienta permite medir el tiempo de manera más precisa, ya que el permite una medición del tiempo en minutos, segundos y centésimas de segundos. Esta precisión es crucial, especialmente en concentraciones de peso menores donde la distancia que recorre el flujo es muy rápida. Esto facilita la obtención de la velocidad de salida del fluido al visualizar y medir el flujo en el canal experimental.



Figura 5.9: Medición de la velocidad a partir de Clipchamp.

Excel y Matlab se emplean para el análisis y organización de la información. Excel se utiliza para la recepción y ordenamiento de los datos experimentales. Matlab se utiliza para realizar un análisis detallado de los datos y generar gráficos que proporcionan una representación visual del comportamiento del flujo del fluido.

5.6 Procedimiento y caso de estudio

La metodología del estudio se diseñó para investigar la influencia de diferentes concentraciones de sólidos en peso (C_w) y volúmenes de descarga en el comportamiento del relave al producirse el “colapso del depósito de relave”. Para ello, se prepararon muestras con un total de 12 concentraciones distintas de sólidos en peso, abarcando un rango amplio que incluye: 30%, 40%, 50%, 53%, 56%, 60%, 63%, 66%, 70%, 73%, 75%, 80%. Estas concentraciones se seleccionaron para cubrir tanto concentraciones bajas, medias como altas, de acuerdo con los diferentes tipos de relaves utilizados en la industria (Tabla 3.1). Para cada una de estas concentraciones, se consideraron 12 volúmenes de descarga diferentes, estableciendo un rango de volúmenes que va desde los 300 ml hasta los 3600 ml, incrementando en 300 ml cada paso (es decir, 300, 600, 900, 1200, 1500, 1800, 2100, 2400, 2700, 3000, 3300 y 3600 ml). Esto permite analizar el efecto de la concentración de sólidos en el comportamiento del relave.

El procedimiento para la preparación de las muestras comienza con la medición precisa de la cantidad de sólidos de relave, asegurando la proporción requerida para cada experimento. A continuación, los sólidos se mezclaron con agua, hasta lograr las concentraciones específicas y asegurando una distribución tan homogénea como fuera posible. Luego, esta mezcla se vierte en el contenedor del canal, para posteriormente, liberar el relave y que este comience a fluir hasta su detención.

Otro parámetro importante considerado en los experimentos es la pendiente del canal. Esta pendiente se varía tomando valores de 0° , 2° y 3° , con el objetivo de analizar el comportamiento del flujo en condiciones que representan pendientes naturales. Estas pendientes permiten estudiar cómo influye la inclinación del canal en la distancia de escurrimiento del flujo de relaves, proporcionando información sobre la dinámica del fluido bajo diferentes ángulos de inclinación.

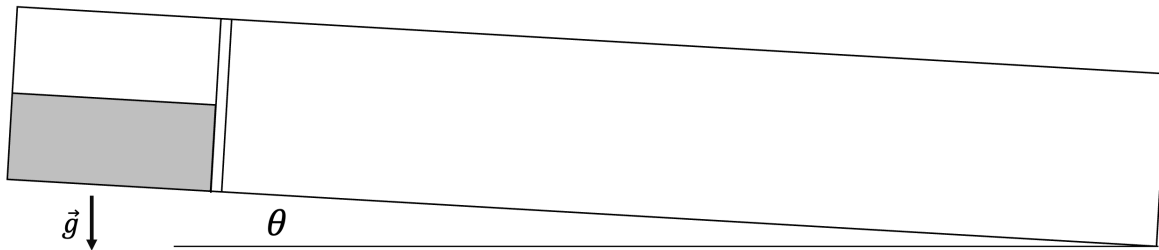


Figura 5.10: Esquema de perfil utilizado para el análisis de pendiente del canal.

Capítulo 6

Resultados y Análisis

En esta sección se detallan los resultados obtenidos de los experimentos realizados. El propósito es presentar los resultados que describen las variables que afectan al sistema estudiado. La sección está organizada por cada parámetro de análisis según lo determinado en el análisis dimensional, seguida de la presentación del modelo propuesto y, finalmente, una sensibilización de ciertos parámetros del modelo.

6.1 Reología

Los parámetros reológicos se ajustan al modelo de Bingham, descrito en el marco teórico. Este modelo indica que la mezcla requiere de un esfuerzo inicial para comenzar a fluir y luego se comporta de manera proporcional al esfuerzo aplicado.

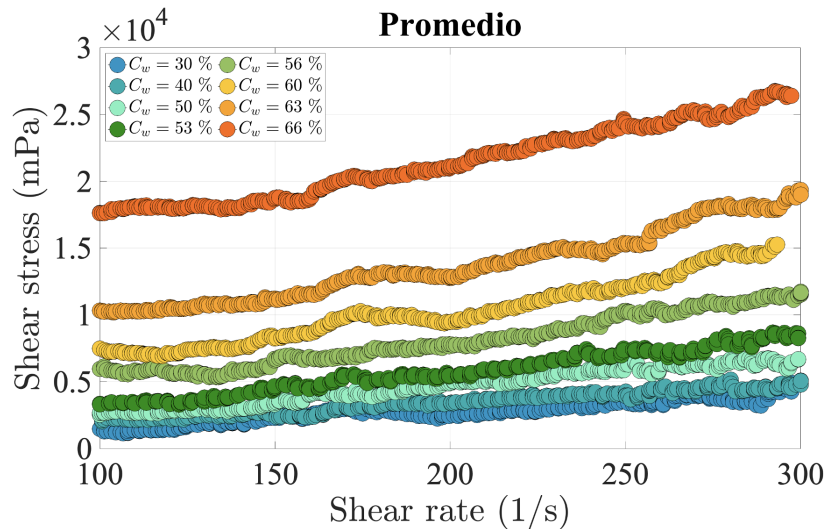


Figura 6.1: Reología promedio de las concentraciones en peso consideradas en el estudio, del 30% hasta el 66%.

En el gráfico presentado, se observa que a medida que aumenta la concentración en peso (C_w), el esfuerzo de corte también incrementa para una misma tasa de corte. Esto se refleja en las diferentes curvas del gráfico. Se analiza la relación entre la tasa de corte y el esfuerzo de corte para distintas concentraciones, mostrando cómo las propiedades reológicas varían con la concentración del fluido.

6.1.1 Parámetros reológicos

Los resultados obtenidos muestran la relación entre la concentración de sólidos (C_w) y los parámetros reológicos del relave, ajustándose al modelo de Bingham. Por esta razón se describe cómo el esfuerzo de fluencia (τ_0) y la viscosidad efectiva (μ_e) dependen de la concentración de sólidos en la mezcla.

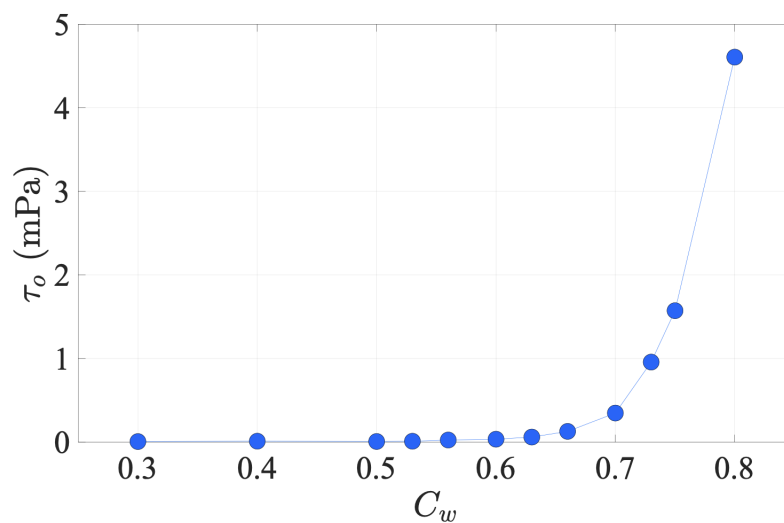


Figura 6.2: Esfuerzo de fluencia en función de la concentración en peso.

En el gráfico de esfuerzo de fluencia, se observa que a medida que aumenta la concentración de peso de sólidos, el esfuerzo de fluencia incrementa significativamente. Esto indica que se requiere un mayor esfuerzo inicial para que la mezcla comience a fluir.

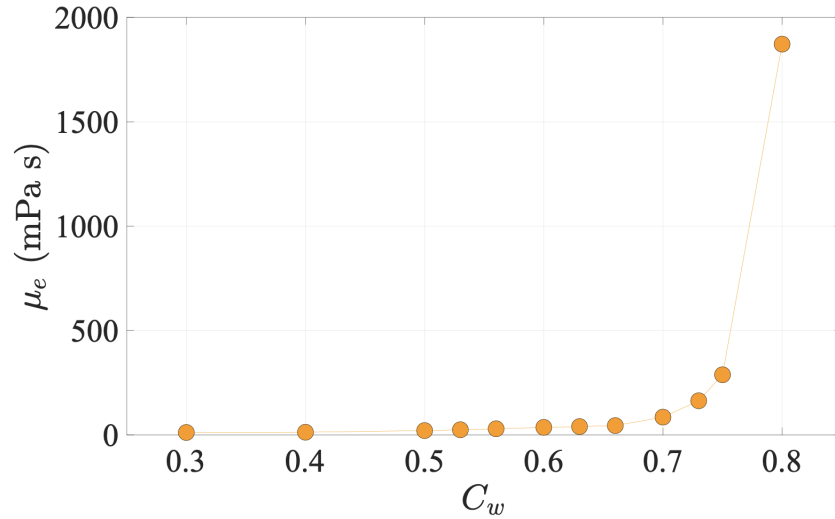


Figura 6.3: Viscosidad efectiva en función de la concentración en peso.

Del mismo modo, el gráfico de viscosidad efectiva muestra un aumento considerable en la viscosidad a medida que la concentración en peso de sólidos aumenta. Esto evidencia que una mayor concentración de sólidos resulta en una mezcla más viscosa, afectando la facilidad con la que el fluido puede fluir. En conjunto, estos gráficos demuestran la influencia directa de la concentración de sólidos en la reología del relave, resaltando la importancia de considerar estos parámetros en el análisis y manejo de los relaves en la industria minera.

6.2 Parámetros fluidodinámicos y geométricos

Los tres gráficos presentados a continuación muestran la relación entre la concentración de sólidos (C_w) y la distancia máxima del flujo (D_{max}) para diferentes volúmenes (V) de fluido, analizados a pendientes de 0° , 2° y 3° .

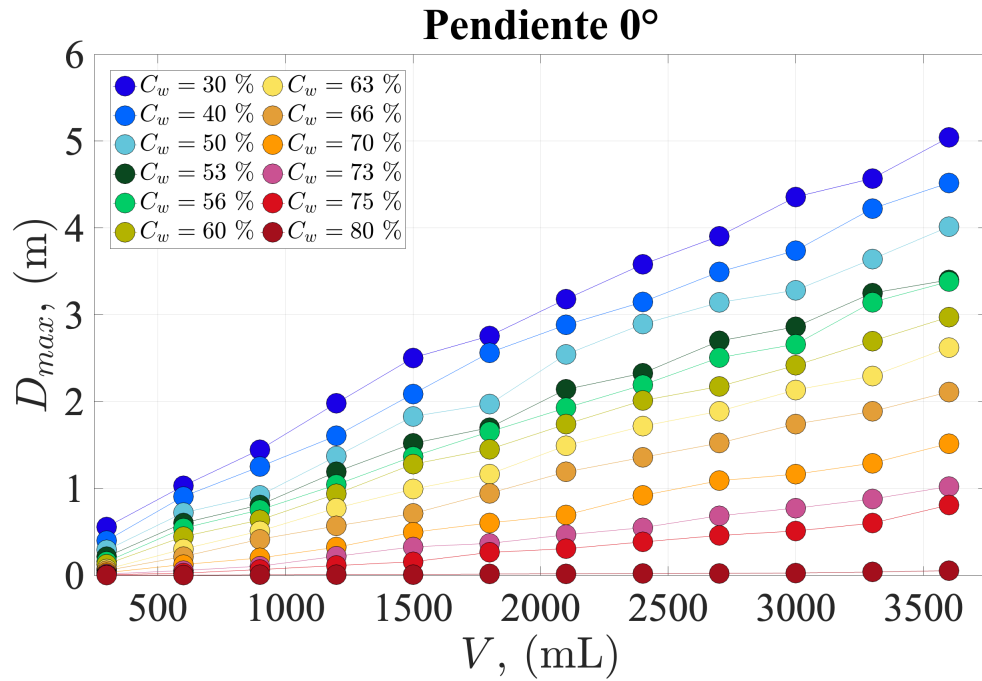


Figura 6.4: Relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima para diferentes volúmenes de fluido, considerando una pendiente 0°.

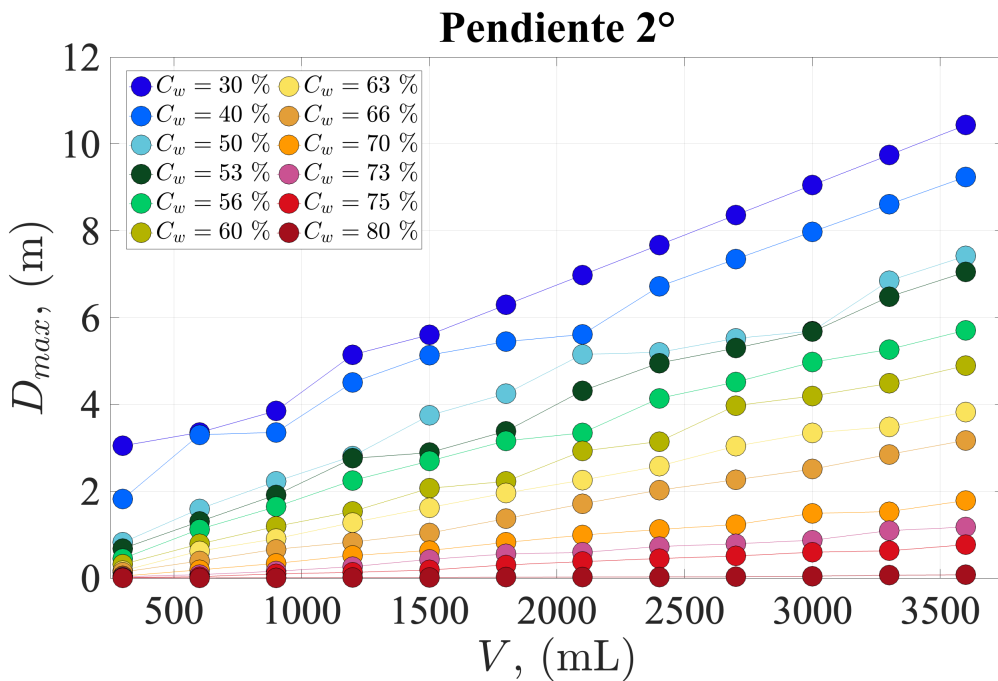


Figura 6.5: Relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima para diferentes volúmenes de fluido, considerando una pendiente 2°.

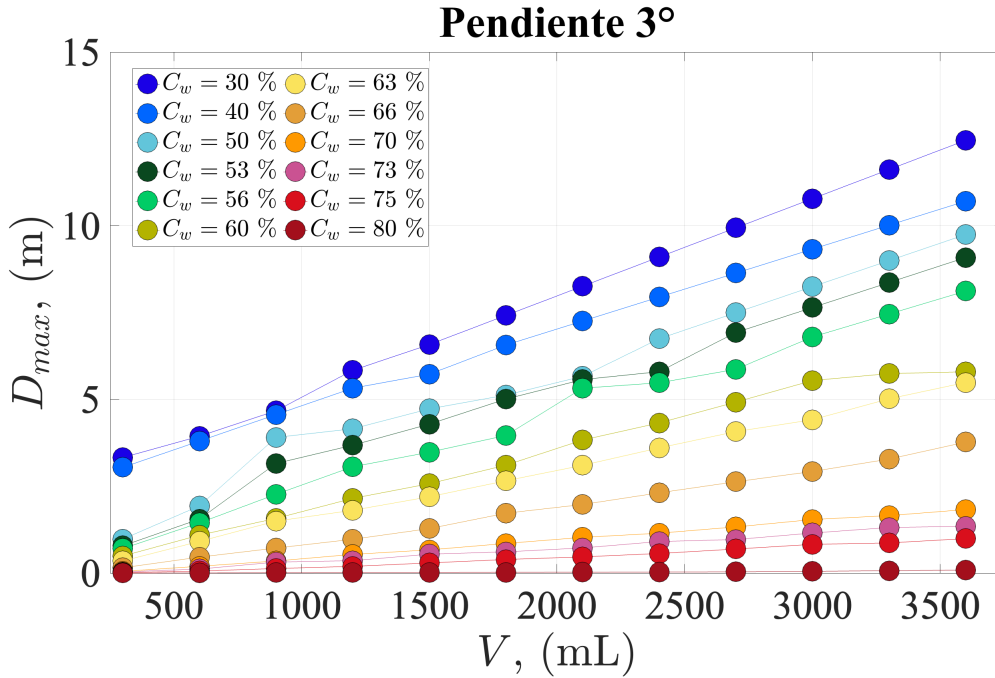


Figura 6.6: Relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima para diferentes volúmenes de fluido, considerando una pendiente 3°.

En el gráfico correspondiente a la pendiente 0°, se observa que a medida que aumenta el volumen del fluido, la distancia máxima se incrementa para todas las concentraciones de sólidos. Para concentraciones menores (C_w entre 30% y 60%), el flujo casi alcanza la distancia máxima del canal (6 metros), sin llegar a sobrepasarla. Sin embargo, para concentraciones mayores (C_w superiores al 60%), la distancia máxima del flujo aumenta de manera más gradual debido al incremento de la viscosidad del fluido, lo que reduce su capacidad de desplazamiento.

En el gráfico de la pendiente de 2°, se observa un comportamiento similar al de la pendiente del 0°, pero con un incremento general en la distancia máxima para todas las concentraciones de sólidos. Sin embargo, al igual que con la pendiente de 0°, en concentraciones mayores, la distancia máxima del flujo disminuye. Las distancias mayores a 6 metros se deben a que el flujo alcanzó la longitud máxima del canal experimental y estos valores se han estimado para proporcionar una visión completa del comportamiento del flujo bajo estas condiciones.

Finalmente, el gráfico de la pendiente de 3° muestra un incremento aún mayor de la distancia máxima en comparación con las pendientes 0° y 2°, especialmente en concentraciones menores. Nuevamente, en concentraciones más altas, la distancia máxima del flujo disminuye debido a la mayor viscosidad del fluido. En conjunto, estos gráficos destacan cómo las pendientes más pronunciadas y menores concentraciones de sólidos aumentan significativamente la distancia máxima que puede recorrer el flujo, mientras que mayores concentraciones de sólidos limitan esta distancia debido al incremento en la viscosidad.

6.3 Análisis dimensional

Para llevar a cabo el análisis dimensional de este estudio, se considera el trabajo de Vergara et al. (2022), como referencia. Este enfoque permite comparar y contrastar las variables principales utilizadas en ambos estudios, facilitando una mejor comprensión de las diferencias y similitudes entre los modelos propuestos. A continuación, se presentan las principales variables consideradas en cada estudio, destacando las características y condiciones experimentales específicas de cada uno.

6.3.1 Modelo de Vergara et al. (2022) y Modelo Propuesto

En el estudio de Vergara et al. (2022), se utiliza el modelo reológico de Herschel-Bulkley, con un rango de esfuerzo de fluencia de 0.1 a 1000 Pa, y se considera una pendiente variable de 0° a 30°. Este modelo se enfoca en el comportamiento del flujo de relaves a través de la modelación computacional, como se ilustra en la siguiente figura:

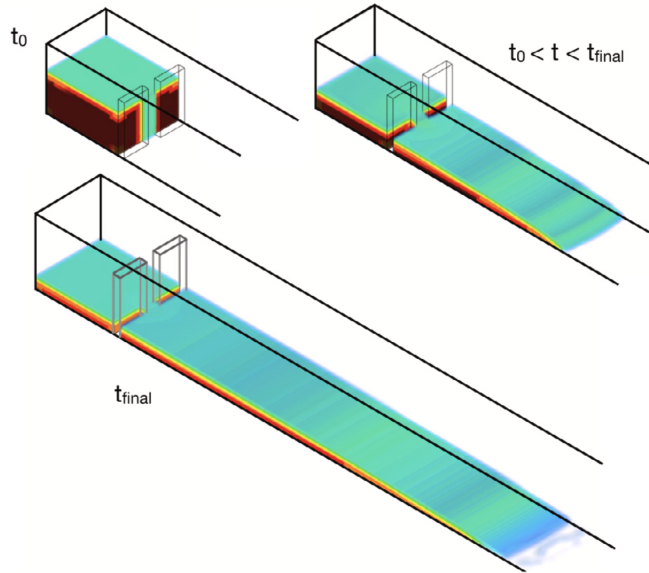


Figura 6.7: Comportamiento del flujo observado para diferentes tiempos.

A continuación, se presenta el modelo Reológico de Herschel-Bulkley utilizado por Vergara et al. (2022):

$$\tau = \tau_0 + 0.4\dot{\gamma}^{0.8} \quad (6.1)$$

Por otro lado, el modelo propuesto en este estudio emplea el modelo plástico de Bingham, donde el esfuerzo de fluencia depende de la concentración de sólidos. Las pendientes consideradas son de 0°, 2° y 3°, con concentraciones de sólidos entre el 30% al 80%, y volúmenes liberados que varían desde 300 a 3600 ml. Este modelo se enfoca en el comportamiento del flujo de relaves a través de la experimentación física, como se ilustra en la siguiente figura:



Figura 6.8: Comportamiento del flujo observado a una $C_w = 75\%$.

Al comparar estas variables, se busca evaluar cómo diferentes enfoques reológicos y condiciones experimentales afectan la dispersión y la distancia peligrosa de los relaves. Este análisis comparativo proporciona una visión más completa de los factores que influyen en el comportamiento de los relaves bajo diversas condiciones controladas.

6.3.2 Modelo Multivariable

Para realizar el análisis dimensional del presente estudio, se ha considerado el marco metodológico propuesto por Vergara et al. (2022). En este contexto se procede a recordar las principales variables incluidas en cada estudio, con el objetivo de establecer una comparación directa entre el modelo propuesto y el estudio de referencia.

6.3.2.1 Teorema de Buckingham

El Teorema de Π de Buckingham es un concepto fundamental en el análisis dimensional y el modelado físico, como se mencionó en la sección 4.2. Este teorema permite simplificar problemas complejos de ingeniería y física mediante la reducción del número de variables relevantes a través de la creación de grupos adimensionales. La aplicación del teorema facilita el análisis y la interpretación de los datos experimentales, permitiendo la generalización de los resultados y la comparación entre diferentes estudios.

6.3.2.2 Parámetros considerados

El modelo propuesto en el presente estudio amplía el conjunto de variables consideradas por Vergara et al. (2022), las cuales se presentan en color negro. Además, incorpora nuevas variables relevantes, destacadas en color rojo, como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 6.1: Parámetros considerados para el análisis dimensional del sistema.

Parámetro	Símbolo	Unidades	Dimensiones
Distancia máxima	$D_{\max}$	m	L
Altura de columna	H_c	m	L
Esfuerzo de fluencia	τ_0	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	$\text{M L}^{-1} \text{T}^{-2}$
Densidad del fluido	ρ	kg m^{-3}	M L^{-3}
Velocidad de salida	v	m s^{-1}	L T^{-1}
Viscosidad efectiva	μ_0	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$	$\text{M L}^{-1} \text{T}^{-1}$
Pendiente	θ	rad	-
Concentración de sólidos	C_w	-	-
Volumen liberado	V	m^3	L^3
Tamaño de partícula	d_{80}	m	L

6.3.2.3 Objetivo del análisis

El objetivo principal del análisis dimensional es establecer una función que relacione la distancia máxima recorrida por los relaves con los parámetros considerados en el estudio. A través de la aplicación del Teorema II de Buckingham, se busca determinar el número de grupos adimensionales necesarios para representar el sistema de manera simplificada y generalizada.

6.3.2.4 Funciones dimensionales

Vergara et al. (2022)

El estudio de Vergara et al. (2022) propone la siguiente relación dimensional:

$$D_{\max} = f(H_0, \tau_0, \rho, v, \mu_0, \theta) \quad (6.2)$$

Esta relación se expresa de forma adimensional como:

$$\frac{D_{\max}}{H_0} = f\left(\frac{\tau_0}{\rho v^2}, \frac{\rho v^2}{\tau_0 + k\left(\frac{8v}{H_0}\right)^n}, (1 - \theta)\right) \quad (6.3)$$

Finalmente, se determinan los grupos adimensionales:

$$D^* = f_1(\tau_2) \quad (6.4)$$

$$D^* = f_2(Re_2) \quad (6.5)$$

$$D^* = f_3(\theta) \quad (6.6)$$

Modelo Propuesto

El modelo propuesto en el presente estudio expande la relación de Vergara et al. (2022) incluyendo nuevas variables que enriquecen el análisis:

$$\frac{D_{\max}}{H_0} = f \left(\frac{\tau_0}{\rho v^2}, \frac{\rho v^2}{\tau_0 + \mu_0 \left(\frac{8v}{H_c} \right)}, (1 - \theta), \frac{V}{d_{80}^3}, C_w \right) \quad (6.7)$$

Los grupos adimensionales resultantes son:

$$D^* = f_1(\tau_2) \quad (6.8)$$

$$D^* = f_2(Re_2) \quad (6.9)$$

$$D^* = f_3(\theta) \quad (6.10)$$

$$D^* = f_4(\phi) \quad (6.11)$$

$$D^* = f_5(C_w) \quad (6.12)$$

6.3.2.5 Comparación de modelos

El modelo propuesto en este estudio se basa en el análisis de Vergara et al. (2022), pero incorpora variables adicionales que permiten una mejor comprensión y predicción del comportamiento de los relaves. Al incluir la concentración de sólidos, el volumen liberado y el tamaño de la partícula, se logra un modelo más robusto y adaptable a diferentes condiciones y escenarios.

Esta comparación exhaustiva establece una base sólida para el análisis de cada grupo dimensional. Al haber identificado y explicado las diferencias claves entre los modelos, se puede proceder a un análisis detallado de los grupos adimensionales resultantes en el modelo propuesto. Este análisis permitirá comprender mejor la influencia individual de cada parámetro en la distancia peligrosa.

6.4 Esfuerzo de Fluencia

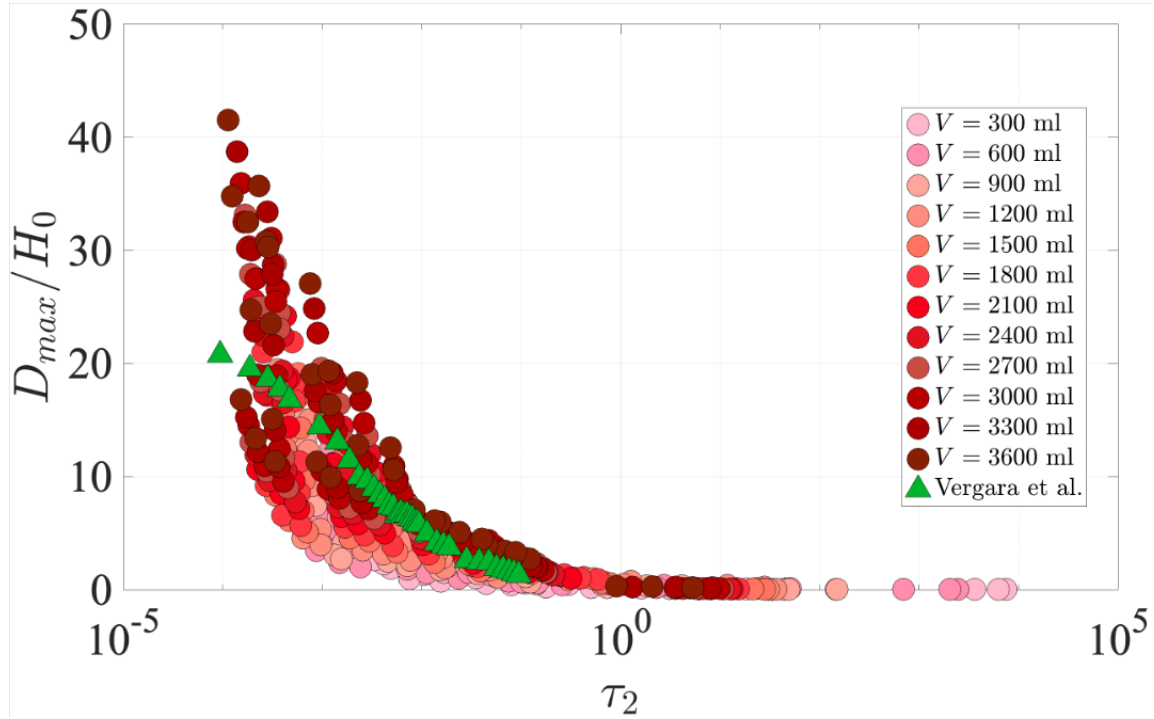


Figura 6.9: Distancia peligrosa adimensional en función del coeficiente de fluencia.

La Figura 6.9 presenta la relación entre la distancia máxima adimensional y el coeficiente de fluencia, comparando los resultados obtenidos a diferentes volúmenes con los obtenidos por Vergara et al. (2022). En este análisis, los puntos rojos representan los datos experimentales para volúmenes que varían desde 300 ml hasta 3600 ml, mientras que los triángulos verdes indican los resultados del estudio de Vergara et al. (2022).

Se observa que, a medida que el volumen aumenta, el esfuerzo de fluencia disminuye, evidenciando una tendencia decreciente en función del parámetro τ_2 . Los datos experimentales siguen una trayectoria similar a la propuesta por Vergara et al. (2022), aunque presentan ciertas desviaciones. Estas diferencias pueden atribuirse a las variaciones en la metodología y las características específicas de los materiales utilizados.

El modelo de Herschel-Bulkley, aplicado por Vergara et al. (2022), establece una relación no lineal para el esfuerzo de fluencia, mientras que el modelo propuesto en este estudio sugiere un comportamiento plástico de Bingham, dependiente de la concentración de sólidos. Esta comparación permite validar y contrastar los resultados obtenidos, proporcionando una primera visión del comportamiento reológico del relave bajo diferentes condiciones experimentales.

6.5 Número de Reynolds Modificado

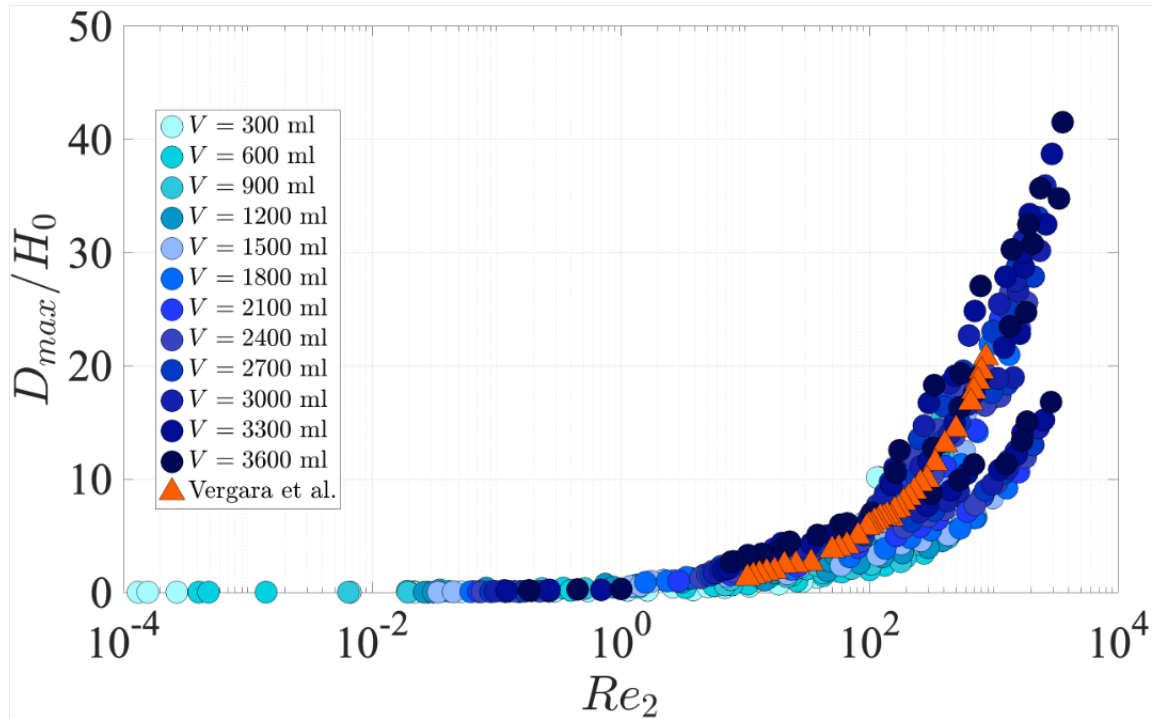


Figura 6.10: Distancia peligrosa adimensional en función del Número de Reynolds modificado.

La figura 6.10 muestra la relación entre el Número de Reynolds modificado y la distancia máxima normalizada, comparando los resultados obtenidos a diferentes volúmenes con los del estudio de Vergara et al. (2022). Los puntos en el gráfico representan los datos experimentales para los diferentes volúmenes considerados, mientras que los triángulos naranjas indican los resultados del estudio de Vergara et al. (2022).

En el estudio de Vergara et al. (2022), el Número de Reynolds modificado se calcula utilizando el modelo reológico de Herschel-Bulkley. Por otro lado, el estudio propuesto utiliza el modelo plástico de Bingham.

Los datos experimentales muestran una tendencia similar a la propuesta por Vergara et al. (2022), aunque se observan diferencias debido a las variaciones en los modelos reológicos y los parámetros experimentales utilizados. A medida que el número de Reynolds modificado aumenta, la distancia máxima normalizada del flujo también incrementa, indicando una relación directa entre los parámetros. Esta comparación también permite validar la aplicabilidad del modelo propuesto.

6.6 Pendiente

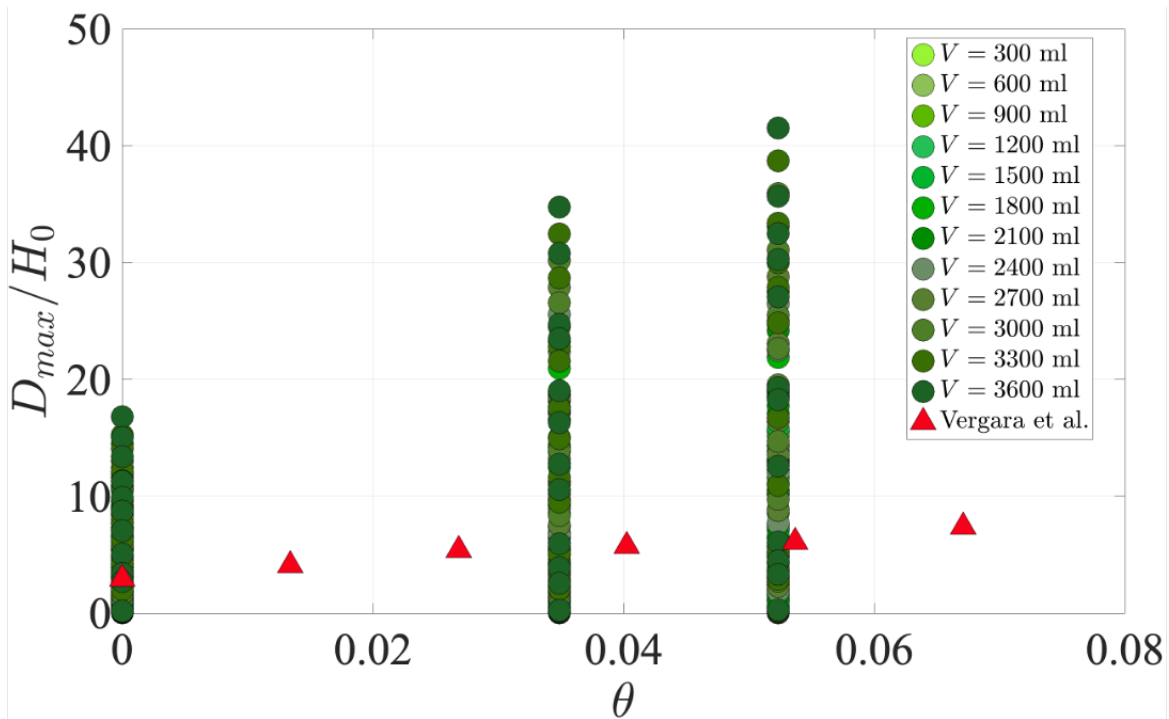


Figura 6.11: Distancia peligrosa adimensional en función de la pendiente del flujo.

La figura 6.11 muestra la relación entre la pendiente y la distancia máxima normalizada del flujo, comparando los resultados obtenidos a diferentes volúmenes con los del estudio de Vergara et al. (2022). Los puntos verdes en el gráfico representan los datos experimentales para los volúmenes estudiados, mientras que los triángulos rojos indican los resultados del estudio de Vergara et al. (2022).

En el estudio de Vergara et al. (2022), se analizan pendientes en el rango de 0° a 30° . Este amplio rango permite observar el comportamiento del flujo de relaves bajo diferentes inclinaciones del canal, proporcionando una visión completa del efecto de la pendiente en la dinámica del flujo. Por otro lado, el estudio propuesto se enfoca en pendientes más pequeñas, en el rango de 0° a 3° . Esta elección se basa en la representación de condiciones más comunes y naturales en el contexto de la gestión de relaves.

Los datos experimentales muestran que, a medida que la pendiente aumenta, la distancia máxima normalizada del flujo también incrementa, lo que indica una relación directa entre la inclinación del canal y el alcance del flujo de relaves. Sin embargo, las pendientes mayores utilizadas en el estudio de Vergara et al. (2022) proporcionan una mayor variabilidad en los resultados, mientras que las pendientes más pequeñas del estudio propuesto ofrecen una perspectiva más enfocada en condiciones realistas y manejables en la industria minera.

6.7 Volumen Liberado

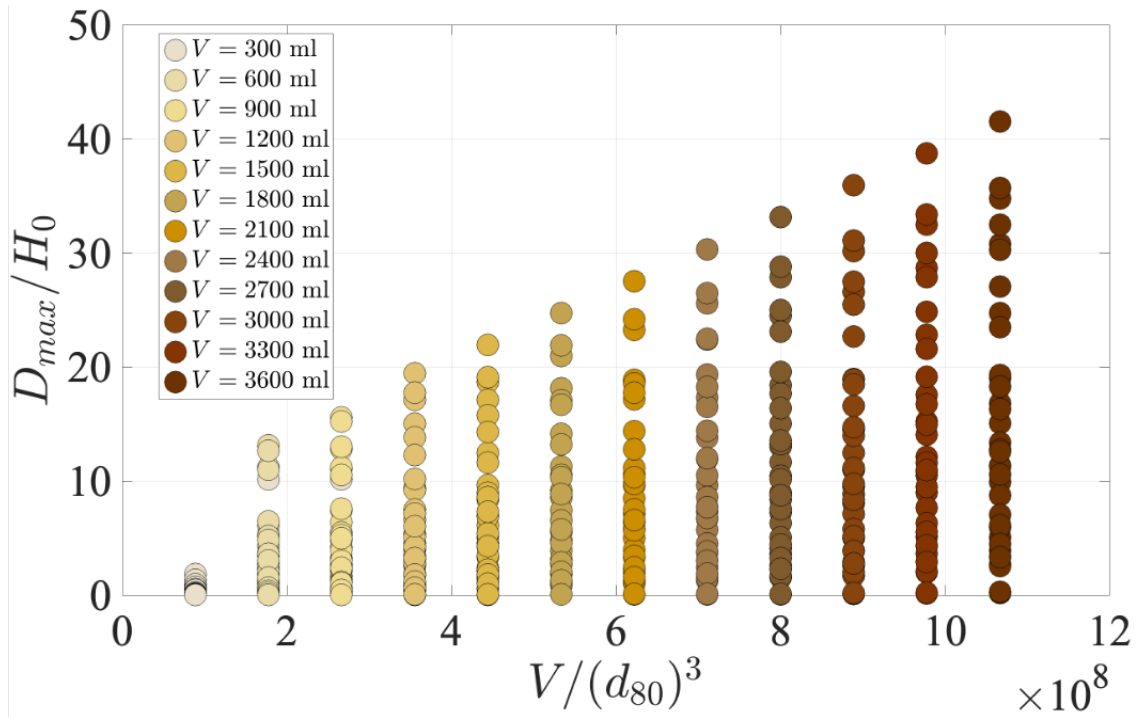


Figura 6.12: Distancia peligrosa adimensional en función del volumen liberado.

La Figura 6.12 muestra la relación entre el volumen liberado y la distancia máxima normalizada del flujo.

En el estudio de Vergara et al. (2022), se utiliza un volumen constante para los experimentos, además de que tampoco se estudia la influencia del diámetro de partícula (d_{80}). Esto implica que el parámetro ϕ es una nueva variable introducida en el estudio propuesto.

Por otro lado, el estudio propuesto se enfoca en analizar distintos volúmenes, en el rango de 300 ml a 3600 ml, considerando un $d_{80} = 150\mu\text{m}$ para todos los volúmenes. En este caso, ϕ se define como el volumen liberado dividido entre el d_{80} . Esta variación en el volumen liberado permite observar cómo influye esta variable en la distancia máxima que puede alcanzar el flujo de relaves. La relación de ϕ y la distancia máxima normalizada muestra que, a medida que aumenta el volumen, la distancia máxima normalizada también incrementa. Esto indica una relación directa entre el volumen liberado y el alcance del flujo, destacando la importancia de considerar esta variable en el análisis del comportamiento del flujo de relaves.

6.8 Concentración de Sólidos

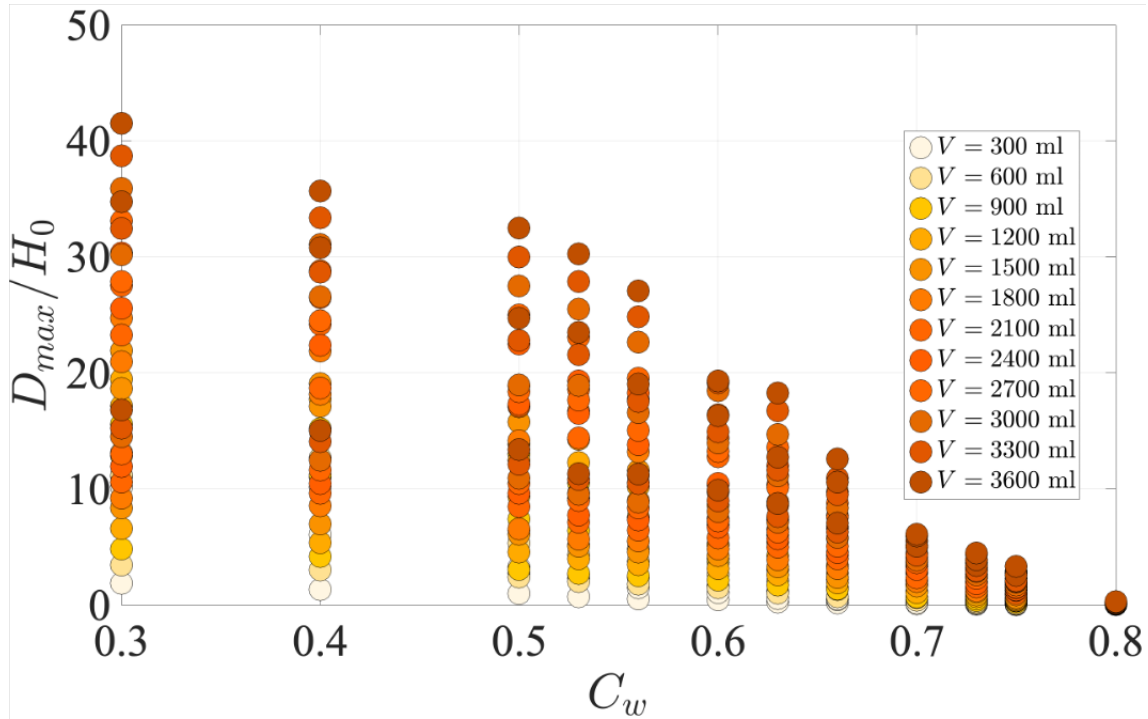


Figura 6.13: Distancia peligrosa adimensional en función de la concentración de sólidos en peso.

La figura muestra la relación entre la concentración de sólidos y la distancia máxima normalizada del flujo. Los puntos en el gráfico representan los datos experimentales para concentraciones de sólidos que varían desde el 30% hasta el 80%.

En el estudio de Vergara et al. (2022), no se considera la concentración de sólidos. En el caso del estudio propuesto, el rango estudiado permite observar cómo influye la concentración de sólidos en la distancia máxima que puede alcanzar el flujo de relaves. La relación entre estas dos variables muestra que, a medida que aumenta la concentración de sólidos, la distancia máxima normalizada del flujo tiende a disminuir. Esto se debe a que, a mayores concentraciones de sólidos, aumenta la viscosidad y el esfuerzo de fluencia del material, limitando su capacidad para desplazarse. Además, se consideran los diferentes tipos de relaves presentes en la industria, lo cual añade relevancia práctica a los resultados obtenidos.

6.9 Modelo Propuesto

En esta sección se presenta el modelo predictivo desarrollado a partir de los resultados experimentales obtenidos. Este modelo se formula como una función que considera diversas variables relevantes para el sistema estudiado. Las variables incluyen el esfuerzo de fluencia, el número de Reynolds modificado, la pendiente del canal, el volumen liberado (relacionado con el diámetro de partícula) y la concentración de sólidos.

El modelo predictivo se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{D_{max}}{H_0} = \alpha_1 \tau_2^{\alpha_2} Re_2^{\alpha_3} \theta^{\alpha_4} \phi^{\alpha_5} C_w^{\alpha_6} \quad (6.13)$$

Las consideraciones para este estudio incluyen:

- H_c : Altura de la columna de relaves, que depende del volumen liberado y varía entre [0.012 a 0.141] m.
- H_0 : Altura de la compuerta, que se fija en 0.3 m.

A partir de los resultados anteriores, se encuentra un ajuste al grupo adimensional que integra todas las variables en una sola ecuación, combinando estos factores con sus respectivos exponentes y coeficientes. Los valores de los parámetros α se obtienen a partir del método de mínimos cuadrados. La minimización se detiene cuando el cambio final en la suma de los cuadrados, relativo a su valor inicial, es menor que la tolerancia de la función, indicando que un mínimo local es posible.

A partir de los ajustes a cada constante, con el fin de obtener el mejor coeficiente de determinación, se obtienen:

- $\alpha_1 = 0.0414$
- $\alpha_2 = 0.169$
- $\alpha_3 = 0.656$
- $\alpha_4 = 15.746$
- $\alpha_5 = 0.114$
- $\alpha_6 = 0.0097$

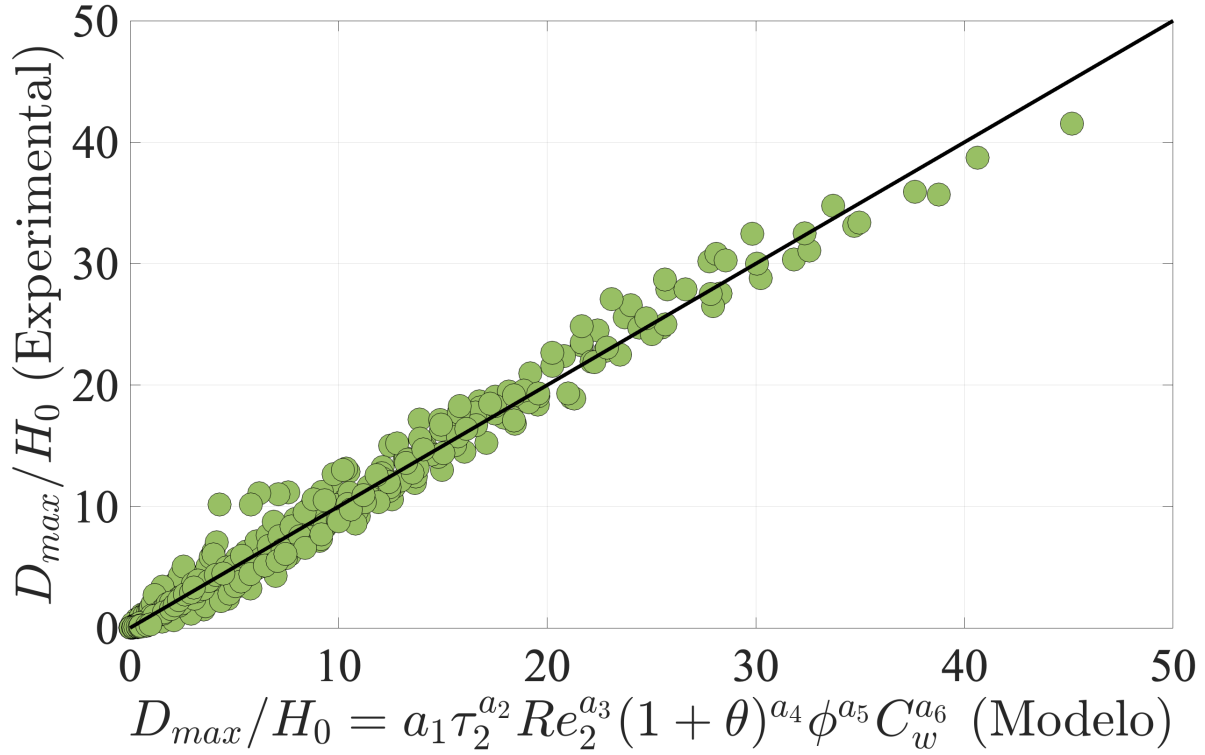


Figura 6.14: Ajuste de datos entre la distancia peligrosa adimensional y el grupo adimensional propuesto.

Aplicando al modelo final (Ecuación 6.13):

$$\frac{D_{max}}{H_0} = 0.0414 \tau_2^{0.169} Re_2^{0.656} (1 - \theta)^{-14.837} \phi^{0.11} C_w^{0.0101} \quad (6.14)$$

Finalmente, simplificando la relación anterior, se puede expresar el modelo de distancia peligrosa de la siguiente manera:

$$\frac{D_{max}}{H_0} = 0.04 \tau_2^{0.17} Re_2^{0.66} (1 - \theta)^{-15} \phi^{0.11} C_w^{0.01} \quad (6.15)$$

El modelo reproduce adecuadamente los datos experimentales, mostrando un buen ajuste entre la teoría y los datos observados. Esto se evidencia en la gráfica de ajuste del modelo, donde la línea de ajuste teórico se superpone correctamente a los datos experimentales.

Finalmente, la Ecuación 6.15 representa un resultado significativo que sintetiza todo el estudio llevado a cabo, proporcionando una nueva propuesta para los modelos de la distancia peligrosa basada en consideraciones geométricas y reológicas del sistema.

6.9.1 Comportamiento de la Curva

Para analizar el comportamiento del modelo propuesto, se han considerado diferentes variables que influyen en la reología y la distancia peligrosa de los relaves. El estudio de caso base se basa en la reología de una pulpa minera realizado por JRI, ajustada según el modelo plástico de Bingham, con parámetros específicos como el tamaño de la partícula ($d_{84} = 110\mu\text{m}$), concentración de sólidos ($C_w = 60\%$), esfuerzo de fluencia ($\tau_0 = 22\text{ Pa}$), viscosidad efectiva ($\mu_0 = 36\text{ mPa}\cdot\text{s}$) y densidad de la pulpa ($\rho_{pulpa} = 1700\text{ kg/m}^3$).

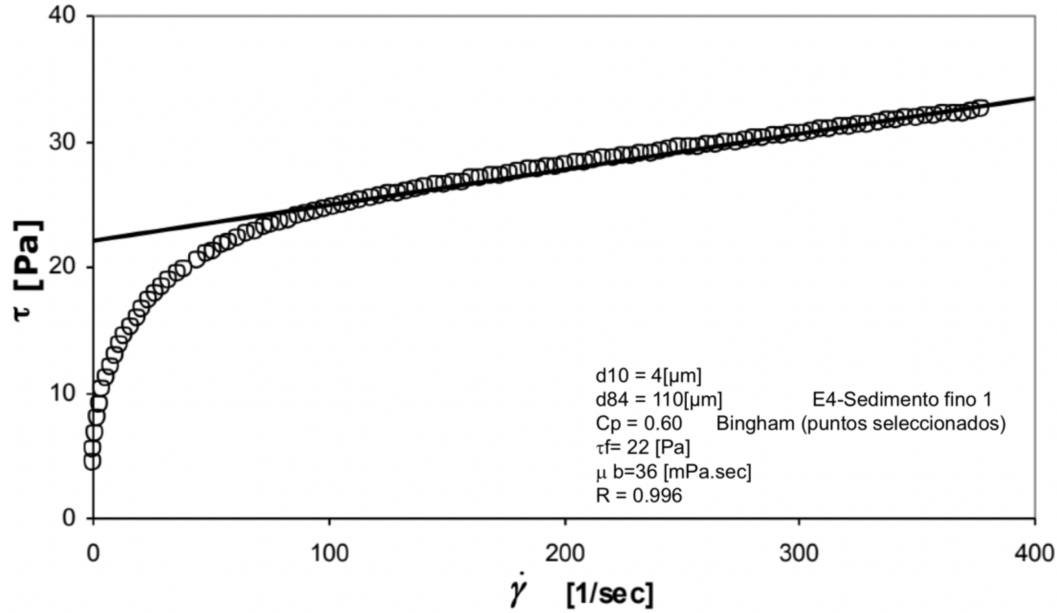


Figura 6.15: Reología de una pulpa minera realizada por JRI por (Palma 2020).

En cuanto al volumen, se utiliza la ecuación propuesta por Concha et al. 2018 para relacionar el volumen liberado con el volumen total del depósito de relaves (Ecuación 2.8). A partir de los datos proporcionados por SERNAGEOMIN y Consejo Minero, se estima un volumen liberado de $V_F = 2,000,000\text{ m}^3$ y una altura del muro $H_0 = 38\text{ m}$.

Para la pendiente del terreno, se considera el estudio de Lucia et al. (1981), que encuentra una relación entre la resistencia al corte residual y la pendiente, concluyendo que los relaves con baja resistencia al corte se detienen en pendientes menores a 4° , mientras que aquellos con mayor resistencia recorren distancias menores en pendientes mayores a 4° . Para este análisis, se utiliza una pendiente de $\theta = 4^\circ$.

Finalmente, se estima la altura de la columna del fluido y la velocidad de salida utilizando datos del estudio de Quilodrán (2021), con valores de $H_c = 5.5\text{ m}$ y $v_{velocidad} = 3.8\text{ m/s}$.

6.9.1.1 Número de Reynolds Modificado $\Rightarrow$ *Pendiente del canal*

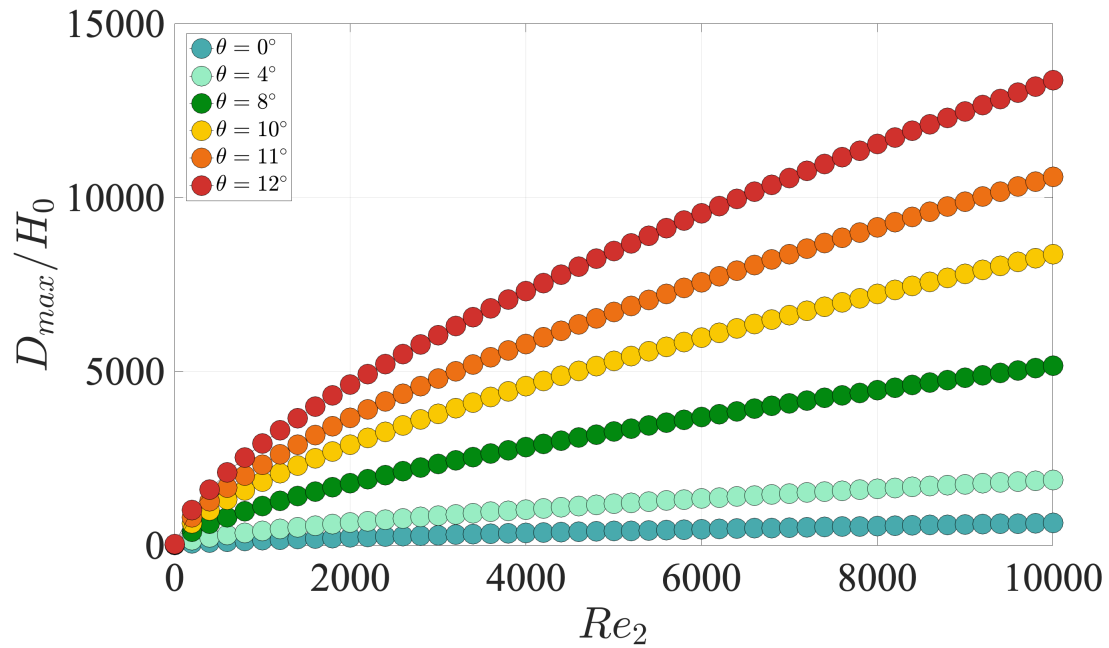


Figura 6.16: Comportamiento de la curva del modelo propuesto de la variable Re_2 para distintas pendientes del canal θ .

El análisis del comportamiento del modelo propuesto se basa en la relación entre la distancia peligrosa y el número de Reynolds modificado para diferentes valores de la pendiente del terreno. En la Figura 6.16, se puede observar cómo la distancia máxima de escurrimiento aumenta significativamente con incrementos en la pendiente. Este comportamiento indica una alta sensibilidad del modelo a cambios en la inclinación del terreno, lo que subraya la importancia de considerar esta variable.

6.9.1.2 Pendiente del canal $\Rightarrow$ Esfuerzo de fluencia

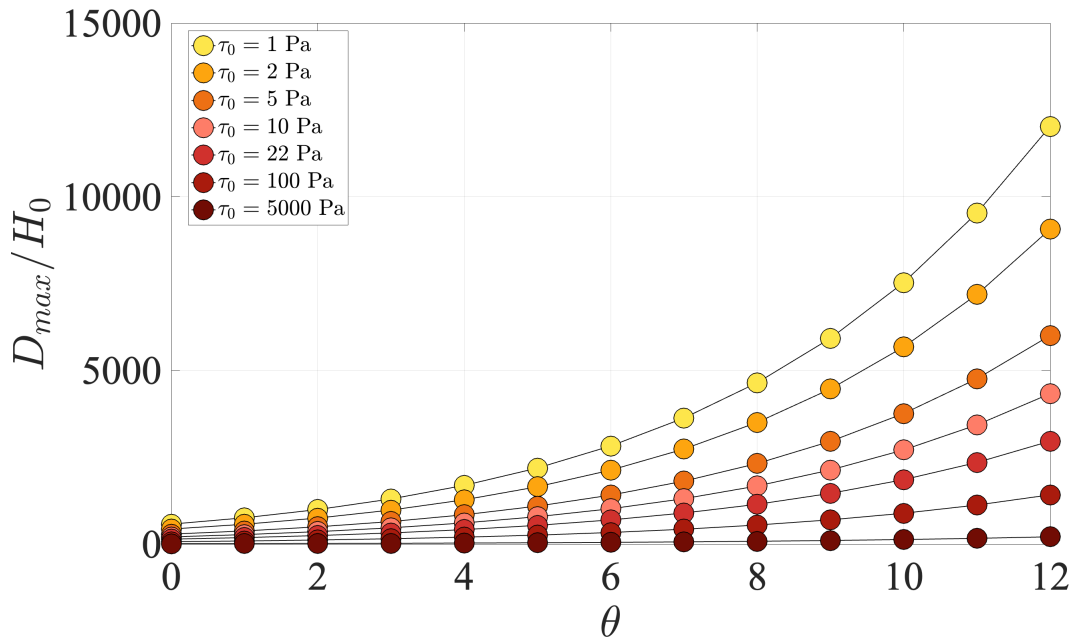


Figura 6.17: Comportamiento de la curva del modelo propuesto de la variable θ para distintos valores de τ_2 .

El análisis del comportamiento del modelo propuesto se basa en la relación entre la distancia peligrosa y la pendiente del terreno para diferentes valores del esfuerzo de fluencia. En la Figura 6.17, se observa que, a medida que aumenta la pendiente, la distancia de escurrimiento también incrementa de manera significativa. Esto sugiere que terrenos con mayor inclinación permiten que los relaves recorran distancias más largas. Además, se nota que para menores valores de τ_0 , el incremento en la distancia máxima es más pronunciado. Esto indica que los relaves con un menor esfuerzo de fluencia inicial son más susceptibles a desplazarse a lo largo de mayores distancias cuando se encuentran en pendientes elevadas. En resumen, tanto la pendiente del terreno como el esfuerzo de fluencia inicial son factores críticos que influyen en la distancia peligrosa de los relaves, siendo más notorio el efecto de la pendiente en escenarios con bajos esfuerzos de fluencia.

6.9.1.3 $d_{80} \Rightarrow$ Volumen liberado

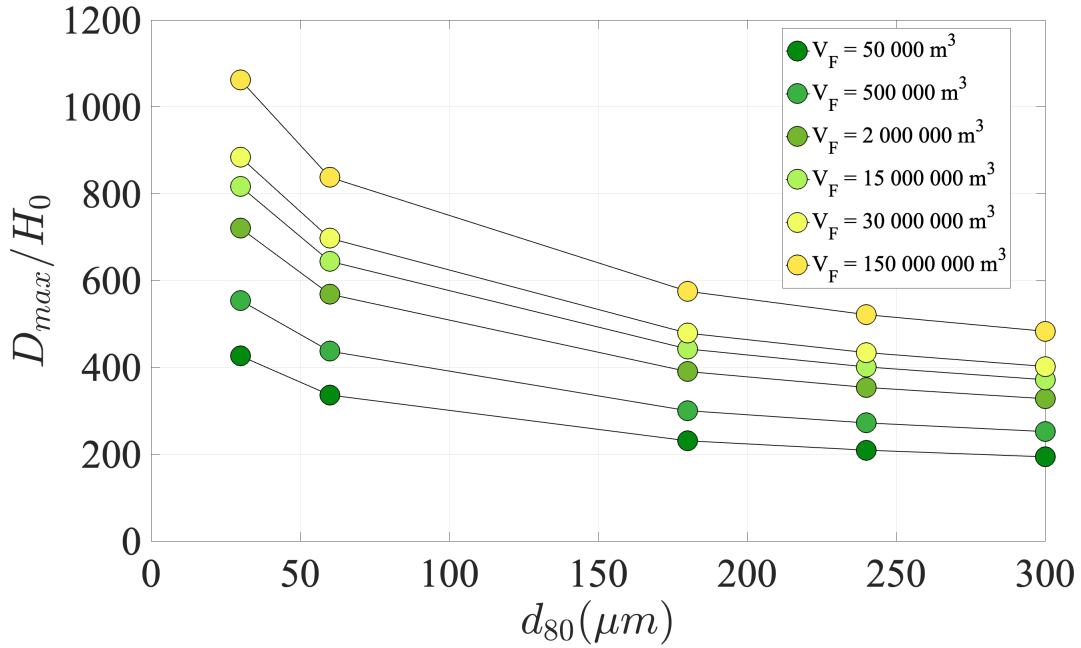


Figura 6.18: Comportamiento de la curva del modelo propuesto de la variable d_{80} para distintos valores de V_F .

El análisis del comportamiento del modelo propuesto se basa en la relación entre la distancia peligrosa y el diámetro de partícula del relave para diferentes valores del volumen liberado. En la Figura 6.18, se observa que la distancia máxima disminuye a medida que aumenta el diámetro de partícula. Esto sugiere que partículas más grandes tienden a asentarse más rápidamente, reduciendo la distancia que los relaves pueden recorrer. Además, se observa que mayores volúmenes liberados resultan en distancias de escurrimiento mayores, destacando la influencia significativa del volumen liberado en la extensión del flujo de relaves. En resumen, el diámetro de partículas y el volumen liberado son factores críticos que afectan a la dispersión de los relaves, con partículas más finas y volúmenes mayores promoviendo mayores desplazamientos relativos.

6.9.2 Caso Tranque Las Palmas

El caso del Tranque de Relaves Las Palmas, perteneciente a la Compañía Minera Las Palmas S.A., es un evento significativo en la historia de la minería en Chile. Ubicado en Pencahue, Región del Maule, este tranque fue construido en 1982 para el depósito de relaves de la minería del oro. La causa principal de la falla del tranque se atribuye a la licuación sísmica en la base del dique de contención, provocada por agua subterránea no detectada previamente. Esta falla sísmica resultó en un estado no operativo del depósito durante la falla (Monsalve 2021).

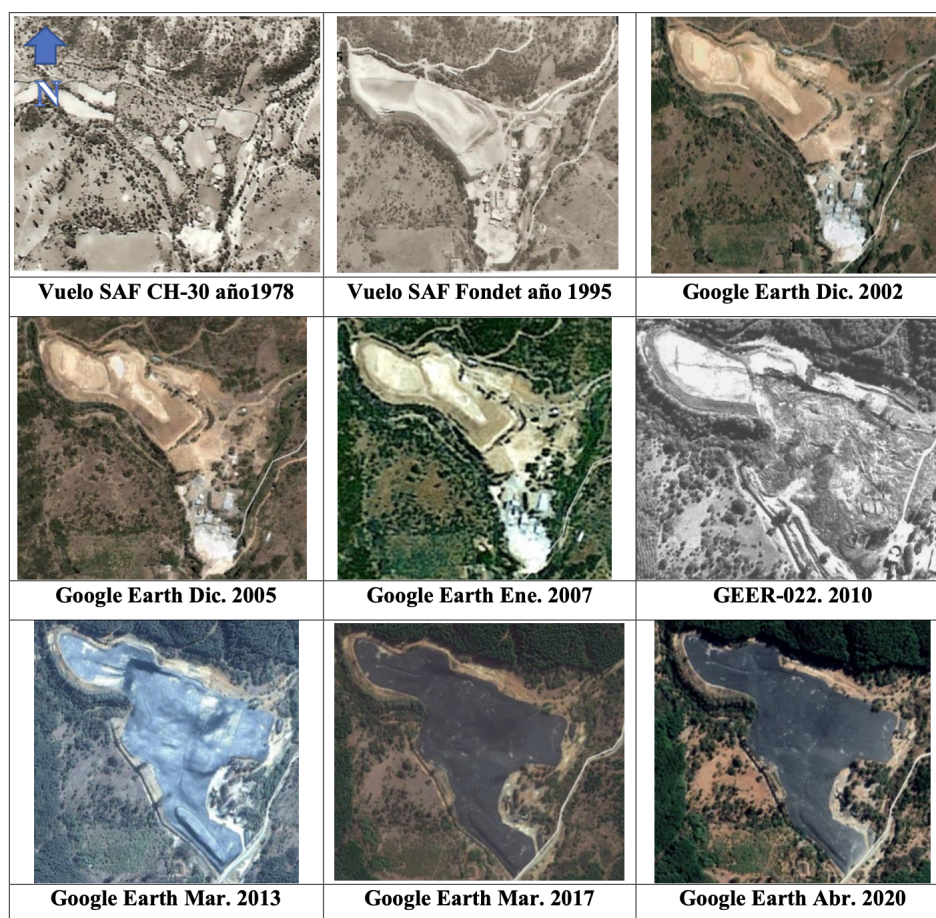


Figura 6.19: Registro fotográfico cronológico del Tranque de Relaves Las Palmas por Quilodrán 2021.

En el estudio "Distancia Peligrosa Tranque de Relaves Las Palmas" de Quilodrán (2021), se aborda el análisis y modelación del flujo del material resultante del colapso del Tranque de Relaves Las Palmas. Utilizando el software FLO-2D, el estudio simula el comportamiento del flujo de relaves y evalúa la distancia peligrosa que este podría recorrer. Para calibrar el modelo, se utilizaron parámetros reológicos específicos del relave, como una viscosidad efectiva de 0.15 kPa·s y un esfuerzo de fluencia de 4.12 kPa, valores que fueron comparados con los obtenidos por Norambuena (2018), siendo muy similares entre ellos. Además, el volumen liberado reportado fue

de 232,660 m³, una densidad de pulpa de 1700 kg/m³, una velocidad de salida del flujo de relave promedio de 3.8 m/s, una altura del muro de 15 m y una altura del fluido de 5.5 m.

En el análisis de la concentración de sólidos en peso, se compara la densidad de la pulpa con los datos presentados en la Tabla 5.2, obteniendo una concentración de sólidos del 60%. Para este estudio, se utiliza una pendiente de $\theta = 4^\circ$. Por último, en cuanto al diámetro de partícula, de acuerdo con el informe preliminar de contingencia realizado por DICTUC (2010), la composición granulométrica del relave se caracteriza principalmente por limo (50%) con tamaños de partículas entre 0.002 y 0.005 mm, arena (40%) con tamaños de partículas entre 0.005 y 2 mm, y arcilla (10%) con tamaños de partículas menores a 0.002 mm. Por lo tanto, se considera un $d_{80} = 0.05$ mm.

A continuación, se presenta la distancia calculada mediante el modelo propuesto y se compara con la distancia reportada, así como las distancias propuestas por Concha et al. (2018), Quilodrán (2021) y Vergara et al. (2022).

Tabla 6.2: Distancia peligrosa estimada por los distintos modelos a casos reportados por Villavicencio et al. (2014).

Método de cálculo	Tranque Las Palmas
Distancia reportada	500 m
Concha et al.	1800 m
Quilodrán	600 m
Vergara et al.	460 m
Método propuesto	480 m

La distancia obtenida por el modelo propuesto tiene una diferencia del 4% con la distancia reportada. Esta variabilidad en los resultados sugiere que los métodos de cálculo pueden tener diferentes supuestos y niveles de precisión, lo cual resalta la importancia de validar los modelos numéricos con datos reales de cada depósito de relave para obtener estimaciones más confiables.

Finalmente, a pesar de que la distancia reportada no es significativa en longitud, la ruptura y posterior derrame del material del Tranque de Relaves Las Palmas provocó daños ambientales en aproximadamente 12.5 hectáreas del terreno y lamentablemente el fallecimiento de una familia compuesta por 4 integrantes que vivían en terrenos aledaños. Esto permite confirmar la necesidad crítica de realizar estudios exhaustivos de caracterización geotécnica y monitoreo continuo de las condiciones hidrológicas y sísmicas en las áreas de almacenamiento de relaves.

Capítulo 7

Conclusiones y Recomendaciones

El presente estudio se centró en el análisis experimental a escala de laboratorio para la estimación de la distancia peligrosa de relaves. A partir de los experimentos realizados, se obtuvieron varios hallazgos clave que aportan al entendimiento del comportamiento de los relaves en condiciones controladas. Se utilizó el modelo plástico de Bingham para describir la reología de los fluidos no newtonianos presentes en los relaves, lo cual resultó en un ajuste adecuado para los datos obtenidos.

Al relacionar los datos de esfuerzos de fluencia y viscosidad efectiva con las tendencias observadas, se concluyó que la distancia recorrida por los relaves está fuertemente influenciada por las propiedades reológicas. Específicamente, los relaves con menor concentración de sólidos, que presentan menores esfuerzos de fluencia y viscosidad, tienden a recorrer distancias más largas al ser liberados. Este comportamiento se invierte en el caso de relaves con mayores concentraciones de sólidos.

Se observó que la distancia máxima recorrida por los relaves aumenta con volúmenes liberados más grandes y concentraciones de sólidos más bajas. En cuanto a la pendiente del terreno, se encontró que esta tiene un efecto negativo en el sistema, reduciendo la distancia de escurrimiento peligrosa al aumentar la inclinación. Esta relación destaca la importancia de la topografía en la dispersión del relave en eventos de falla.

El estudio propone un modelo matemático que integra múltiples variables de interés, ofreciendo una herramienta útil para predecir el comportamiento de los relaves en situaciones similares. Este modelo se basa en un análisis multidimensional que considera tanto factores geométricos como reológicos del sistema.

Además, se presenta la capacidad del modelo de reproducir los datos experimentales y alinearse con la teoría. La ecuación final del modelo resume el esfuerzo de integración de múltiples parámetros y sugiere que el enfoque adoptado puede ser una base sólida para futuros desarrollos en el manejo y la prevención de desastres relacionados con el escurrimiento de relaves.

Para futuros estudios, se recomienda investigar el comportamiento del sistema con distribuciones granulométricas distintas. Esto permitirá generalizar y comprobar el modelo propuesto bajo diferentes condiciones, ampliando su aplicabilidad y robustez. Además, es esencial examinar el comportamiento del sistema utilizando relaves provenientes de diferentes minas. Esto proporcionará una mayor comprensión del comportamiento de los relaves de diversas procedencias y permitirá extender y validar el modelo propuesto en un contexto más amplio.

También se sugiere estudiar cómo diferentes composiciones químicas de los relaves pueden afectar sus propiedades reológicas. Las variaciones en la composición química de los relaves pueden tener un impacto significativo en las propiedades del flujo y, por ende, en el comportamiento de la distancia peligrosa. Esta línea de investigación puede revelar aspectos críticos que no se abordan únicamente con un análisis físico.

Finalmente, se propone el desarrollo del sistema experimental incorporando obstáculos y/o topografías en el canal experimental. La incorporación de estas características permitirá un mayor acercamiento con la realidad, mejorando la precisión y la relevancia del modelo en condiciones reales. Esta adaptación contribuirá a obtener datos más representativos y a desarrollar estrategias más efectivas para el manejo seguro de relaves en la industria minera.

El presente estudio establece una base sólida para investigaciones futuras y propone un modelo que puede ser refinado y ajustado en función de nuevos hallazgos y condiciones experimentales adicionales. La continua exploración y validación del modelo propuesto asegurará su relevancia y eficacia en la prevención de desastres ambientales y en la protección de comunidades cercanas a instalaciones de relaves.

Referencias

- Abulnaga, Baha (2002). *Slurry Systems Handbook*. Estados Unidos: McGraw-Hill.
- Azam, Shahid et al. (Dec. 2010). “Tailings Dam Failures: A Review of the Last One Hundred Years”. In: *Geotech. News* 28.
- Blazek, Jiri (2015). *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*. IntechOpen.
- Concha, Paulina et al. (2018). “Tailings Dams Failures: Updated Statistical Model for Discharge Volume and Runout”. In: *Environments* 5.2. ISSN: 2076-3298. DOI: 10.3390/environments5020028. URL: <https://www.mdpi.com/2076-3298/5/2/28>.
- Consejo Minero (2024). *Plataforma de Relaves: Fichas Relaves CM*. Accedido: 19-jun-2024. URL: <https://consejominero.cl/plataformas-digitales/plataforma-de-relaves/fichas-relaves-cm/>.
- CSP2 (2022). *TSF Failures from 1915*. Accessed: 2023-06-06. URL: <http://www.csp2.org/tsf-failures-from-1915>.
- DICTUC (2010). *Evaluación preliminar de contingencia en tranque de relaves Las Palmas, Sector Penciahue, Región del Maule*. Tech. rep. Chile: DICTUC.
- Edraki, Mansour et al. (Dec. 2014). “Designing mine tailings for better environmental, social and economic outcomes: A review of alternative approaches”. In: *Journal of Cleaner Production* 84. DOI: 10.1016/j.jclepro.2014.04.079.
- Geología y Minería (SERNAGEOMIN), Servicio Nacional de (2020). *Decreto Supremo N°248 sobre Gestión de Relaves*. URL: <http://www.sernageomin.cl>.
- Hungr, O. (1995). “A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches”. In: *Canadian Geotechnical Journal* 32.4. ISSN: 0008-3674. DOI: 10.1139/t95-063.
- Instituto Federal de Geociencias y Recursos Naturales de Alemania et al. (2003). *Guía de Buenas Prácticas Ambientales para la Pequeña Minería: Construcción y Operación de Tranques de Relaves*. Esta guía fue elaborada con la colaboración de la Consultora CEGA Ingenieros Ltda. Diseño: María Soledad Rivas y Cristian Martínez. Imprenta: Andros Ltda. Registro de Propiedad Intelectual No 134.326. Alemania: SERNAGEOMIN, SONAMI, BGR. ISBN: 956-8038-03-5.

- Jeyapalan, Jey K. et al. (1983). “Investigation of flow failures of tailings dams”. In: *Journal of Geotechnical Engineering* 109.2. ISSN: 0733-9410. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1983)109:2(172).
- Liu, Huiting (2018). “Experimental and numerical investigation of flow slide run-out and dam breach for mine tailings storage facilities”. PhD thesis. Vancouver, Canada: The University of British Columbia. URL: <https://open.library.ubc.ca/soa/cIRcle/collections/ubctheses/24/items/1.0375657>.
- Lucia et al. (1981). “Summary of Research on Case Histories of Flow Failures of Mine Tailings Impoundments”. In.
- Minería y Metales (ICMM), Consejo Internacional de et al. (2020). *Estándar Global de Gestión de Relaves (GISTM)*. URL: <http://www.globaltailingsreview.org>.
- Monsalve, K. (2021). “Estudio de la aplicación de las metodologías para la Estimación de Distancia Peligrosa en depósitos de relaves no operativos en Chile”. MA thesis. Universidad de Chile.
- Norambuena, et al. (2018). “Modelo del colapso del Tranque Las Palmas en DAN3D”. In: *Journal of Hazardous Materials* Volume.Issue. Se llegó a un esfuerzo de fluencia de 4 kPa y una viscosidad efectiva de 0.0001 kPa s, Page range.
- Palma, Sergio (2020). “Transportes de Fluidos en Minería”. In.
- Quilodrán, Carlos (2021). “Distancia Peligrosa Tranque de Relaves Las Palmas”. MA thesis. Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería.
- Rico, M. et al. (2008a). “Floods from tailings dam failures”. In: *Journal of Hazardous Materials* 154.1, pp. 79–87. ISSN: 0304-3894. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2007.09.110. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030438940701401X>.
- Rico, M. et al. (2008b). “Reported tailings dam failures: A review of the European incidents in the worldwide context”. In: *Journal of Hazardous Materials* 152.2, pp. 846–852. ISSN: 0304-3894. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2007.07.050. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304389407010837>.
- Seddon, Keith (2010). “Approaches to estimation of run-out distances for liquefied tailings”. In: DOI: 10.36487/acg_rep/1008_06_seddon.
- SERNAGEOMIN (2024). *Datos Públicos Depósito de Relaves*. Accedido: 19-jun-2024. URL: <https://www.sernageomin.cl/datos-publicos-deposito-de-relaves/>.
- Sofrá, Fiona et al. (2002). “Environmental Rheology for Waste Minimisation in the Minerals Industry”. In: *Chemical Engineering Journal* 86, pp. 319–330. DOI: 10.1016/S1385-8947(01)00225-X.
- The Wall Street Journal (2016). *Gigantes de lodo [Infografía]*.

- Universidad de Chile (2010). *Análisis de Sistemas Particulados, MI42C. Transporte de Pulpas*. diapositivas, Santiago, Chile, 83 slides.
- Vergara, Álvaro et al. (2022). “Hazards in mining: A novel model for the prediction of run-out distances in tailings dams using CFD”. In: *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 153. ISSN: 1365-1609. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2022.105049.
- Villavicencio, Gabriel et al. (Apr. 2014). “Failures of sand tailings dams in a highly seismic country”. In: *Canadian Geotechnical Journal* 51, pp. 1–16. DOI: 10.1139/cgj-2013-0142.
- Visconti, Guido et al. (2020). *Fluid Dynamics: Fundamentals and Applications*. Springer.

Anexo A

Código MATLAB

```
1 clear all;
2 close all;
3 clc;
4
5 Datos de Alvaro
6
7 data = load('datos1.txt');
8
9 PI_D = data(:,1);
10 PI_T = data(:,2);
11 PI_R = data(:,3);
12
13 data2 = load('datos2.txt');
14
15 PI_A = data2(:,1);
16 PI_D2 = data2(:,2);
17
18
19 Todos los datos
20
21
22 [DMx, Tau_o, Velocidad, Mu_efectivo, Cp, VolumenLib, Theta, d, h] =
    importfile2("Modelo con datos estimados.xlsx", "Hoja1", [3, Inf]);
23
24 D_max = DMx; % (m)
25 tau0 = Tau_o; % (Pa)
26 vel = Velocidad; % (m/s)
27 mu_e = Mu_efectivo; % (Pa s)
28 Cw = Cp; % ( - )
29 Vol = VolumenLib.*10^(-3); % (m^3)
30 th = deg2rad(Theta); % (rad)
31 D80 = d; % (m)
32
33 rho = 3247; % (kg/m^3)
34 H0 = 0.3; % (m)
35
```

```

36 Hc      = h;                                % (m)
37
38
39 PI_1    = D_max./H0;
40 PI_2    = tau0./(rho.*vel.^2);
41 PI_3    = (rho.*vel.^2)./(tau0+ mu_e.*(8.*vel./Hc));
42 PI_4    = (1+a(1)th);
43 PI_5    = Vol./(D80.^3);
44 PI_6    = Cw;
45
46 format short
47
48 X = [PI_1, PI_2, PI_3, PI_4, PI_5, PI_6];
49
50 fun = @(a,PI_T)a(1).*(X(:,2).^a(2)).*X(:,3).^a(3).*(X(:,4).^a(4)).*(X
    (:,5).^a(5)).*(X(:,6).^a(6));
51 x0  = [0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1];
52 a   = lsqcurvefit(fun,x0,X,X(:,1))
53
54 E_1 = a(1).*(X(:,2).^a(2)).*X(:,3).^a(3).*(X(:,4).^a(4)).*(X(:,5).^a(5)
    ).*(X(:,6).^a(6));
55
56
57
58 Colapso modelo y comparacion del modelo
59
60 figure(1)
61
62 plot(E_1,X(:,1),...
63 'MarkerFaceColor',[0.301 0.745 0.933],...
64 'MarkerSize',25,...
65 'Marker','o',...
66 'LineWidth',0.5,...
67 'LineStyle','none',...
68 'Color',[0 0 0]);
69 hold on;
70
71 xlabel('$\chi_{\tau_2^{a_2}Re_2^{\tau_3}\theta^{a_4}\phi^{a_5}}$
    C_w^{\tau_6}$','fontsize',50,'interpreter','latex')
72 ylabel('$D_{max}/H_0$','fontsize',50,'interpreter','latex')
73 grid on;
74 set(gca,'FontSize',50, 'FontName','Times_New_Roman');
75 axis([0 50 0 50]);
76 x_t = linspace(0, 50, 200);
77 hold on;
78
79 plot(x_t,x_t,'LineWidth',4,'Color',[1 0 0]);
80
81 P1 = 1.000;
82
83 chi = E_1;

```

```

84 D = X(:,1);
85 D_Teo = P1 * chi ;
86
87 figure(2);
88
89 olive = [152/255,191/255,100/255];
90
91 plot(D_Teo,D,...
92 'MarkerFaceColor',olive,...
93 'MarkerSize',25,...
94 'Marker','o',...
95 'LineWidth',0.5,...
96 'LineStyle','none',...
97 'Color',[0 0 0]);
98 hold on;
99
100 xlabel('$D_{\max}/H_0=\underline{a}_1\backslash\tau_2^{\{a_2\}}Re_2^{\{a_3\}}(1-\backslash\theta)^{\{a_4\}}\backslash\phi^{\{a_5\}}C_w^{\{a_6\}}\backslash$ (Modelo)', 'fontsize',50,'interpreter','
    latex')
101 ylabel('$D_{\max}/H_0$ (Experimental)', 'fontsize',450,'interpreter','latex')
102 grid on;
103 set(gca, 'FontSize',50, 'FontName','Times_New_Roman');
104 axis([0 50 0 50]);
105
106 x_t = linspace(0, 50, 200);
107 hold on;
108
109 plot(x_t,x_t, 'LineWidth',4, 'Color',[1 0 0]);
110
111 hold off;
112
113 tau2
114
115 Colores rojos
116
117 color_01 =[251/255,187/255,203/255]; %lemonada
118 color_02 =[252/255,148/255,173/255]; % rogue
119 color_03 =[253/255,171/255,159/255]; % salmon
120 color_04 =[251/255,148/255,131/255]; % peach
121 color_05 =[254/255,125/255,104/255]; % coral
122 color_06 =[252/255,77/255,74/255]; % strawberry
123
124 color_07 = [226/255,37/255,43/255]; %rosered
125 color_08 = [208/255,49/255,45/255]; %red
126 color_09 = [188/255,84/255,73/255]; %blushred
127 color_10 = [169/255,27/255,13/255]; %apple
128 color_11 = [156/255,16/255,3/255]; %lipstick
129 color_12 = [126/255,40/255,17/255]; % brick
130
131 figure(3)
132

```

```

133 plot(PI_2,D,...
134 'MarkerFaceColor',color_08,...
135 'MarkerSize',25,...
136 'Marker','o',...
137 'LineWidth',0.5,...
138 'LineStyle','none',...
139 'Color',[0 0 0]);
140 hold on;
141
142 plot(PI_T,PI_D,'MarkerFaceColor',[59/255,177/255,67/255],...
143      'MarkerSize',25,'Marker','^',...
144      'LineWidth',0.5,...
145      'LineStyle','none',...
146      'Color',[0 0 0]);
147 hold on;
148
149 grid on;
150 set(gca,'XScale','log');
151 xlabel('$\tau_2$', 'Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
      FontSize',50);
152 ylabel('$D_{\max}/H_0$', 'Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
      FontSize',50);
153 set(gca,'FontSize',50,'FontName','Times_New_Roman');
154 M_tau2 = legend({'Propuesto','Vergara_et_al.'});
155 legend('Location','best')
156 set(M_tau2,'Interpreter','latex','FontSize',28,'NumColumns',1);
157
158 hold off;
159
160
161 Re2
162
163 Colores azules
164
165 color_13 = '#B9FAFF';
166 color_14 = '#01CCDD';
167 color_15 = [98/255,197/255,218/255]; %sky
168 color_16 = [4/255,146/255,194/255]; %cerulean
169 color_17 = '#97B7FF';
170 color_18 = '#2667FF';
171 color_19 = '#2639FF';
172 color_20 = [58/255,67/255,186/255]; %blue
173 color_21 = [19/255,56/255,189/255]; %cobalt
174 color_22 = [22/255,32/255,166/255]; %azure
175 color_23 = '#010C8F';
176 color_24 = '#00074F';
177
178 figure(4)
179
180 plot(PI_3,D,...
181 'MarkerFaceColor',color_21,...

```

```

182 'MarkerSize',25,...
183 'Marker','o',...
184 'LineWidth',0.5,...
185 'LineStyle','none',...
186 'Color',[0 0 0]);
187 set(gca, 'XScale', 'log')
188 hold on;
189
190 Grafico Alvaro
191
192 plot(PI_R,PI_D,'MarkerFaceColor',[252/255,107/255,2/255],...
193      'MarkerSize',25,...
194      'Marker','^',...
195      'LineWidth',0.5,...
196      'LineStyle','none',...
197      'Color',[0 0 0]);
198 hold on;
199
200 grid on;
201 xlabel('$Re_{2}$','Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','FontSize',50);
202 ylabel('$D_{\max}/H_{0}$','Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','FontSize',50);
203 set(gca,'FontSize',50,'FontName','Times_New_Roman');
204
205 M_Re2 = legend({'Propuesto','Vergara_et_al.'});
206 legend('Location','best')
207 set(M_Re2,'Interpreter','latex','FontSize',28,'NumColumns',1);
208
209 hold off;
210
211
212 theta
213
214 colores verdes
215
216 color_25 = [174/255,243/255,90/255]; %lime
217 color_26 = [152/255,191/255,100/255]; %olive
218 color_27 = [116/255,182/255,46/255]; %pear
219 color_28 = [92/255,188/255,99/255]; %fern
220 color_29 = [59/255,177/255,67/255]; %green
221 color_30 = [3/255,172/255,19/255]; %shamrock
222 color_31 = [2/255,137/255,16/255]; %emerald
223 color_32 = [114/255,140/255,105/255]; %sage
224 color_33 = [96/255,125/255,59/255]; %crocodile
225 color_34 = [89/255,125/255,53/255]; %pickle
226 color_35 = [70/255,109/255,30/255]; %moss
227 color_36 = [50/255,97/255,45/255]; %basil
228
229 figure(5)
230

```



```

231 plot(th,D,...
232 'MarkerFaceColor',color_29,...
233 'MarkerSize',25,...
234 'Marker','o',...
235 'LineWidth',0.5,...
236 'LineStyle','none',...
237 'Color',[0 0 0]);
238 hold on;
239
240 Grafico Alvaro
241
242 plot(PI_A,PI_D2,'MarkerFaceColor',[226/255,37/255,43/255],...
243      'MarkerSize',25,...
244      'Marker','^',...
245      'LineWidth',0.5,...
246      'LineStyle','none',...
247      'Color',[0 0 0]);
248
249 xlim([0 0.08]);
250 grid on;
251 xlabel('$\theta$', 'Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
      FontSize',50);
252 ylabel('$D_{\max}/H_0$', 'Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
      FontSize',50);
253 legend('Location','best')
254 set(gca,'FontSize',50,'FontName','Times_New_Roman');
255
256 M_theta = legend({'Propuesto','Vergara_et_al.'});
257 set(M_theta,'Interpreter','latex','FontSize',28,'NumColumns',1);
258
259 hold off;
260
261 figure(6)
262 Grafico Alvaro
263
264 plot(PI_A,PI_D2,'MarkerFaceColor',[226/255,37/255,43/255],...
265      'MarkerSize',25,...
266      'Marker','^',...
267      'LineWidth',0.5,...
268      'LineStyle','none',...
269      'Color',[0 0 0]);
270 grid on;
271 xlim([0 0.5]);
272 xlabel('$\theta$', 'Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
      FontSize',50);
273 ylabel('$D_{\max}/H_0$', 'Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
      FontSize',50);
274 legend('Location','best')
275 set(gca,'FontSize',50,'FontName','Times_New_Roman');
276
277 M_theta_al = legend({'Vergara_et_al.'});

```

```

278 set(M_theta_al, 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 28, 'NumColumns', 1);
279
280
281 volumen
282
283
284 color_37 = [231/255, 223/255, 204/255]; %bone
285 color_38 = [230/255, 219/255, 173/255]; %tan
286 color_39 = [236/255, 221/255, 154/255]; %beige
287 color_40 = [218/255, 194/255, 124/255]; %sancastle
288 color_41 = [214/255, 183/255, 90/255]; %granola
289 color_42 = [189/255, 165/255, 93/255]; %hazelnut
290 color_43 = [194/255, 146/255, 0/255]; %dijon
291 color_44 = [154/255, 123/255, 79/255]; %tortilla
292 color_45 = [121/255, 92/255, 52/255]; %peanut
293 color_46 = [126/255, 72/255, 28/255]; %tawny
294 color_47 = [122/255, 57/255, 3/255]; %spice
295 color_48 = [101/255, 53/255, 15/255]; %caramel
296
297 figure(7)
298
299 plot(PI_5, D, ...
300 'MarkerFaceColor', color_40, ...
301 'MarkerSize', 25, ...
302 'Marker', 'o', ...
303 'LineWidth', 0.5, ...
304 'LineStyle', 'none', ...
305 'Color', [0 0 0]);
306 hold on;
307
308 %ylim([0 200]);
309
310 %set(gca, 'XScale', 'log')
311 xlabel('$V/(d_{80})^3$', 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times_New_Roman', '
    FontSize', 50);
312 ylabel('$D_{max}/H_0$', 'Interpreter', 'latex', 'FontName', 'Times_New_Roman', '
    FontSize', 50);
313 set(gca, 'FontSize', 50, 'FontName', 'Times_New_Roman');
314 grid on;
315
316 M_Vol = legend({'Propuesto', 'Vergara_et_al.'});
317 legend('Location', 'best')
318 set(M_Vol, 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 28, 'NumColumns', 1);
319
320 hold off;
321
322
323 Cw
324
325 Colores Naranjos
326

```

```

327 color_49 = [253/255,246/255,228/255]; %ivory=
328 color_50 = [250/255,226/255,156/255]; %egg nog
329 color_51 = [249/255,200/255,2/255]; %canary
330 %color_51 = [249/255,166/255,2/255]; %gold
331 %color_50 = [253/255,206/255,42/255]; %dandelion=
332 %color_50 = [253/255,165/255,15/255]; %yellowfire
333 color_52 = [253/255,174/255,29/255]; %merigold
334 color_53 = [236/255,151/255,6/255]; %honey
335 %color_54 = [249/255,130/255,40/255]; %tangerine
336 color_54 = [237/255,130/255,14/255]; %apricot
337 color_55 = [237/255,112/255,20/255]; %orange
338 color_56 = [252/255,107/255,2/255]; %tiger
339 color_57 = [237/255,113/255,23/255]; %carrot
340 color_58 = [214/255,113/255,41/255]; %sandstone
341 color_59 = [209/255,96/255,2/255]; %marmaleda
342 color_60 = [178/255,86/255,13/255]; %bronze
343
344 figure(8)
345
346 plot(PI_6,D,...
347 'MarkerFaceColor',color_54,...
348 'MarkerSize',25,...
349 'Marker','o',...
350 'LineWidth',0.5,...
351 'LineStyle','none',...
352 'Color',[0 0 0]);
353 hold on;
354
355 xlabel('$C_{w}$','Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','FontSize'
356 ,50);
357 ylabel('$D_{\max}/H_0$','Interpreter','latex','FontName','Times_New_Roman','
358 FontSize',50);
359
360 set(gca,'FontSize',50,'FontName','Times_New_Roman');
361 grid on;
362
363 M_Cw = legend({'Propuesto','Vergara_et_al.'});
364 legend('Location','best')
365 set(M_Cw,'Interpreter','latex','FontSize',28,'NumColumns',1);
366
367 hold off;

```