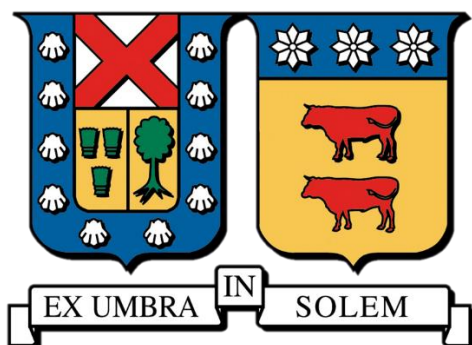


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO – CHILE



**CONTROL EXPERTO-DIFUSO DE ATRIBUTOS EN ESPUMAS
DE FLOTACIÓN MEDIDAS POR PROCESAMIENTO DE
IMÁGENES EN UN CIRCUITO ROUGHER PILOTO**

Tesis presentada por

BENJAMÍN ARIEL ZAMBRANO RÍOS

Para optar al grado de

MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA QUÍMICA

Profesor Guía: Dr. Luis Bergh O.

Profesor Correferente: Dr. Luis Vinnett P.

Correferente externo: MSc. Cristian Cortés I.

DICIEMBRE 2024

Título de tesis

**CONTROL EXPERTO-DIFUSO DE ATRIBUTOS EN ESPUMAS DE FLOTACIÓN
MEDIDAS PROPROCESAMIENTO DE IMÁGENES EN UN CIRCUITO ROUGHER
PILOTO**

Trabajo de tesis presentado como requisito para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Química de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Luis Bergh O.

Dr. Luis Vinnett P.

MSc. Cristian Cortés I.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi agradecimiento a todos los profesores y profesoras de la Universidad Técnica Federico Santa María, en especial a los docentes del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, por su guía y apoyo a lo largo de estos ocho años.

A mis profesores Luis Bergh, Luis Vinnett y Cristian Cortés, por su invaluable guía durante estos últimos años en el desarrollo de este trabajo de tesis, así como por sus recomendaciones, conocimientos y constante disposición. A Javier Pinto y al personal de pañol, por su apoyo y colaboración durante mi paso por el Laboratorio de Control Automático.

También quiero agradecer a las personas que tuve la oportunidad de conocer y con quienes compartí momentos especiales durante mi estadía en la ciudad de Valparaíso. A mis compañeros y amistades en la universidad: Alex, Marcelo, Matías B., Thomas, Vicente, Ignacio R., Licarayén, Víctor, Francisca, Ignacio D. y Matías L. A mis amistades más cercanas: Benjamín, Alberto, Richard y Daniela. Al equipo de ayudantes en FCI y a los estudiantes de Seminario de Control, por hacer del laboratorio un lugar más significativo que solo un espacio de trabajo.

Finalmente, quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mi familia, quienes me apoyaron y alentaron a lo largo de todo este proceso. A mis hermanos y hermanas, por sus consejos y por motivarme a superarme cada día. A mis padres, quienes me enseñaron que no existen imposibles cuando somos firmes y confiamos en nosotros mismos. Quiero que sepan que este logro no es solo mío, sino también de ustedes.

Resumen

La flotación es un proceso de alta complejidad caracterizado por relaciones no-lineales entre sus variables independientes y dependientes. La falta de modelos dinámicos fenomenológicos adecuados ha limitado su uso en el control eficiente de estos procesos. Por otro lado, el uso adecuado del control predictivo depende muy fuertemente de la calidad de la representación del proceso por un modelo dinámico simple. Los sistemas expertos, basados en lógica binaria, han sido la herramienta más empleada en el control de flotación en las últimas décadas. Sin embargo, su eficiencia se ve limitada por la falta de precisión en la descripción del estado de las variables. El uso de lógica difusa ha permitido abordar el problema de control con mayor precisión, mejorando significativamente el desempeño de los sistemas expertos.

En este trabajo se llevó a cabo la implementación de un control experto basado en lógica difusa en un circuito rougher de flotación piloto. La planta opera de forma híbrida, adquiriendo variables operacionales en tiempo real a través de los sensores desplegados en el circuito y del procesamiento de imágenes de espuma de flotación en *Matlab*. El sistema está conformado por tres celdas rougher de 36 [L], en el cual se recircula una alimentación de 4,5 [L/min] de una solución acuosa de 25 [ppm] de 2-etilhexanol y sin presencia de sólidos. El objetivo es evaluar el sistema de control difuso de los atributos de espuma de flotación, empleando como recursos las referencias de los controladores PID disponibles para la velocidad superficial de gas y los niveles de pulpa en cada celda.

Inicialmente, se realizó la calibración de la instrumentación (sensores, válvulas, bomba peristáltica y cámaras) del circuito; el desarrollo de la interfaz de monitoreo y control, y su conexión con el PLC y el hardware disponible en la sala de control; así como también el acondicionamiento de los códigos de procesamiento de imágenes disponibles para su aplicación en el circuito.

Posteriormente, se llevó a cabo la fase de experimentación, la cual consistió en dos etapas. La primera etapa se enfocó en la recopilación de la información concerniente al comportamiento de los atributos de espuma de flotación, tales como área transversal, excentricidad y densidad de burbujas, bajo condiciones de velocidad superficial de gas de 0,5 a 1,5 [cm/s] y profundidades de espuma entre 1 y 4 [cm].

Los resultados de la primera parte de la experimentación señalan que, a medida que aumenta la velocidad superficial de gas, las burbujas tienden a aumentar su excentricidad y aumentar su tamaño, disminuyendo el número de burbujas por área. Por otro lado, un aumento en el nivel de pulpa, y por consiguiente, una disminución en el grosor de la capa de espuma, conduce a un aumento en la excentricidad y el tamaño de las burbujas, al tiempo que disminuye su número por área. Esto se debe a la coalescencia de las burbujas ascendentes y a la menor disponibilidad de espacio generado por la disminución en el grosor del colchón de espuma. Esta información permitió el establecimiento de las reglas y conjuntos difusos de entrada y de salida al sistema de control experto-difuso, y de las funciones de pertenencia, designadas como “Alto” y “Bajo” según el rango de valores definido para cada atributo y recurso.

Bajo condiciones de operación específicas (tales como velocidades superficiales de gas o niveles de pulpa cercanos a los límites establecidos), se observaron desviaciones en el comportamiento de los atributos como resultado de la formación de una espuma de baja calidad (en altura y estabilidad). Esta información fue considerada para la construcción de las reglas de inferencia del controlador difuso, así como también en el desarrollo de un filtro de datos para la normalización de los valores de atributos de entrada al sistema de control.

En cuanto a la segunda etapa de experimentación, se verificó el control experto-difuso de los atributos mediante la acción del controlador y aplicando el método de inferencia de Mamdani. Este acto se llevó a cabo a partir de la información de entrada, que consistió en el valor actual del atributo a controlar, la velocidad superficial de gas y el nivel de pulpa en la celda correspondiente; permitiendo la inferencia de una respuesta de salida con base en las reglas difusas y los conjuntos difusos establecidos, siendo estos últimos los valores de referencia de velocidad superficial de gas o nivel de pulpa de los controladores PID disponibles en las celdas correspondientes.

Los resultados muestran que, al menos en el 70% de las experiencias, fue posible el control de los atributos de espuma mediante la manipulación de los recursos disponibles, verificándose valores de los atributos dentro de los rangos establecidos como “Alto” una vez iniciada la acción del controlador. No obstante, en algunos casos, si bien los valores reportados indicaron el control de los atributos, estos resultados estuvieron sesgados debido al procesamiento y segmentación de imágenes de baja calidad de espuma no idónea, lo cual surge como resultado de las limitaciones en el control de la altura de espuma en el circuito y de las características intrínsecas del sistema.

Finalmente, se concluye que es posible implementar el control experto-difuso de los atributos a través de modificaciones en la velocidad de gas y en la profundidad de espuma. Sin embargo, este estará influenciado por varios factores: las características inherentes del sistema; las condiciones de operación, como el flujo de alimentación empleado, la ausencia de sólidos en la solución y las limitaciones en la evacuación de relaves en las celdas; la calidad de la información de entrada al sistema de control lógico difuso; la representatividad y calidad de las imágenes generadas mediante el sistema de procesamiento de imágenes; y el estado de los sensores y actuadores en el circuito.

Abstract

Flotation is a highly complex process characterized by non-linear relationships between its independent and dependent variables. The lack of adequate phenomenological dynamic models has limited their use in the efficient control of these processes. On the other hand, the appropriate use of predictive control depends strongly on the quality of the process representation by a simple dynamic model. Expert systems, based on binary logic, have been the most used tool in flotation control in recent decades. However, their efficiency is limited by the lack of precision in describing the state of the variables. The use of fuzzy logic has made it possible to address the control problem with better precision, significantly improving the performance of expert systems.

In this work, the implementation of an expert control system based on fuzzy logic was carried out in a pilot flotation rougher circuit. The plant operates in a hybrid manner, acquiring real-time operational variables through sensors deployed in the circuit and foam image processing in *Matlab*. The system consists of three rougher cells with a capacity of 36 [L], recirculating a feed of 4.5 [L/min] of an aqueous solution containing 25 [ppm] of 2-ethylhexanol and no solids. The objective is to evaluate the fuzzy control system for flotation foam attributes, utilizing as resources the reference points of the PID controllers available for air rates and pulp levels in each cell.

Initially, the calibration of the instrumentation (sensors, valves, peristaltic pump, and cameras) of the circuit was carried out. This included the development of the monitoring and control interface, its connection with the PLC and the hardware available in the control room, as well as the conditioning of the image processing codes available for application in the circuit.

Subsequently, the experimentation phase was carried out, consisting of two stages. The first stage focused on the collection of information concerning the behavior of flotation foam attributes, such as cross-sectional area, eccentricity, and bubble density, under superficial gas rate conditions of 0.5 to 1.5 [cm/s] and foam depths between 1 and 4 [cm].

The results of the first part of the experimentation indicate that, as the superficial gas velocity increases, the bubbles tend to increase their eccentricity and size, while decreasing the number of bubbles per area. On the other hand, an increase in the pulp level, and consequently, a decrease in the foam layer thickness, leads to an increase in the eccentricity and size of the bubbles, while reducing their number per area. This is due to the coalescence of the ascending bubbles and the

reduced space availability caused by the decrease in foam mattress thickness. This information allowed for the establishment of input and output fuzzy rules and sets for the expert-fuzzy control system, as well as the membership functions, designated as "High" and "Low" based on the value range defined for each attribute and resource.

Under specific operating conditions (such as superficial gas rates or pulp levels close to established limits), deviations in the behavior of the attributes were observed due to the formation of low-quality foam (in height and stability). This information was considered for the construction of the inference rules of the fuzzy controller and the development of a data filter for normalizing the input attribute values.

Regarding the second stage of experimentation, the expert-fuzzy control of the attributes was verified through the action of the controller and applying the Mamdani inference method. This was based on the input information, which consisted of the current value of the attribute to be controlled, the surface gas rate, and the pulp level in the corresponding cell, allowing the inference of an output response based on the established fuzzy rules and sets. These sets provided the reference values for surface gas rate or pulp level of the PID controllers available in the corresponding cells.

The results show that in at least 70% of the experiments, it was possible to control the foam attributes by manipulating the available resources, verifying attribute values within the ranges established as “High” once the controller action began. However, in some cases, although the reported values indicated control of the attributes, these results were biased due to the processing and segmentation of low-quality images of unsuitable foam. This issue arises from limitations in controlling the foam height in the circuit and the intrinsic characteristics of the system.

Finally, it is concluded that expert-fuzzy control of the attributes is possible through modifications in gas rate and foam depth. However, this will be influenced by several factors: the inherent characteristics of the system; the operating conditions, such as the feed flow employed, the absence of solids in the solution, and the limitations in tailings evacuation in the cells; the quality of the input information to the fuzzy logic control system; the representativeness and quality of the images generated through the image processing system; and the condition of the sensors and actuators in the circuit.

Índice general

Resumen	ii
Abstract	v
Índice general	vii
Índice de figuras	x
Índice de tablas	xiii
1. Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Hipótesis	3
2. Marco teórico	4
2.1 Flotación	4
2.1.1 Circuitos, equipos y elementos presentes en los procesos de flotación	4
2.1.2 Caracterización del proceso de flotación	9
2.1.3 Espuma de flotación	14
2.2 Control en plantas de procesamiento de minerales	18
2.2.1 Modelación y herramientas para el control de los procesos de flotación	18
2.2.2 Lógica difusa	22
3. Equipo experimental	26
3.1 Descripción de equipo experimental	26
3.2 Monitoreo y control del proceso	29
3.2.1 Controlador lógico programable	29
3.2.2 Lazos de control del proceso	30
3.2.3 Interfaz Hombre Máquina	31
3.2.4 Controlador lógico difuso	34

3.3	Definición de sistema a utilizar en la experimentación.....	36
4.	Sistema de adquisición y procesamiento de imágenes.....	38
4.1	Especificaciones del sistema de captura de imágenes.....	38
4.2	Preprocesamiento y segmentación de imágenes	41
4.3	Obtención de propiedades de la imagen segmentada.....	50
4.3.1	Área transversal de burbuja.....	50
4.3.2	Excentricidad de burbuja.....	51
4.3.3	Densidad de burbuja.....	52
4.4	Integración al sistema de control distribuido	52
5.	Operación y diseño experimental.....	54
5.1	Definición de variables a medir	54
5.2	Operación del sistema	55
5.2.1	Seguridad en el proceso.....	55
5.2.2	Preparación de la alimentación y pruebas iniciales.....	55
5.3	Diseño de experimentos	57
5.4	Algoritmos empleados en <i>Matlab</i>	59
5.4.1	Algoritmo de procesamiento de imágenes para la medición de atributos.....	59
5.4.2	Algoritmo para el control de los atributos de espuma.....	61
6.	Resultados y discusión	62
6.1	Resultados en la primera etapa de experimentación	62
6.1.1	Atributos de espuma.....	62
6.1.2	Desarrollo de filtro de datos	69
6.1.3	Desarrollo del controlador lógico difuso.....	73
6.1.4	Desarrollo de reglas para el controlador lógico difuso	81
6.2	Resultados en segunda etapa de experimentación.....	84

6.2.1	Control de área transversal de burbuja	85
6.2.2	Control de densidad de burbuja.....	88
6.2.3	Control de excentricidad de burbuja	92
6.2.4	Resumen del control de recursos en el sistema y de atributos de espuma	96
7.	Conclusiones	99
8.	Recomendaciones.....	102
9.	Referencias	103
10.	Anexos.....	108
10.1	Anexo A: Fundamentos del procesamiento de imágenes.....	108
10.2	Anexo B: Algoritmo de <i>Watershed</i>	111
10.3	Anexo C: Imágenes segmentadas.....	112
10.1	Anexo D: Datos experimentales Etapa 1.....	114
10.1	Anexo E: Datos experimentales Etapa 2	113
10.2	Anexo F: Sensores de medición de altura de espuma	125
10.3	Anexo G: Rutina de procesamiento de imágenes en <i>Matlab</i>	126
10.4	Anexo H: Sintonización de lazos de control	130

Índice de figuras

Figura 2.1 Circuito RCS.....	5
Figura 2.2 Esquema de un proceso de flotación.....	6
Figura 2.3 Adhesión del colector a la superficie del mineral	6
Figura 2.4 Adhesión de espumante a la superficie de la burbuja	7
Figura 2.5 celda mecánica WEMCO (izquierda) y celda neumática de columna (derecha).....	8
Figura 2.6 Zonas hidrodinámicas en una celda de flotación mecánica.	9
Figura 2.7 Representación de zonas de colección y zona de limpieza.	10
Figura 2.8 Representación de la formación de agregado partícula-burbuja.....	10
Figura 2.9 Esquema de una celda de flotación típica.....	12
Figura 2.10 Clasificación de los modelos de flotación según su aplicación	19
Figura 2.11 Variables de proceso en una planta de flotación.	20
Figura 2.12 Conjuntos difusos y clásicos.....	23
Figura 2.13 Arquitectura de un sistema de control lógico difuso.....	25
Figura 3.1 Circuito disponible en el Departamento de Ingeniería Química y Ambiental.....	26
Figura 3.2 P&ID de circuito de celdas Rougher	27
Figura 3.3 Panel principal.	31
Figura 3.4 Panel de control.	32
Figura 3.5 Panel del controlador lógico difuso.	32
Figura 3.6 Panel de atributos de espuma.....	33
Figura 3.7 Esquema de control para el controlador lógico difuso.	35
Figura 4.1 Cámara Axis M1124. Imagen referencial.	39
Figura 4.2 Ubicación y orientación de las cámaras en las celdas para la captura de imágenes.	39
Figura 4.3 Espuma de flotación con presencia de mineral.....	41
Figura 4.4 Espuma de flotación segmentada con el algoritmo de <i>Watershed</i>	41
Figura 4.5 Imagen original de espuma de flotación.....	42
Figura 4.6 Imagen en escala de grises (izquierda) e imagen complementaria (derecha).....	42
Figura 4.7 Ajuste del contraste en la imagen.	44
Figura 4.8 Imagen suavizada.....	46
Figura 4.9 Imagen con bordes reducidos.	46

Figura 4.10 Imagen con ruido removido.....	47
Figura 4.11 Imagen con regiones vacías rellenas.....	47
Figura 4.12 Imagen binaria complementaria.....	48
Figura 4.13 Imagen con objetos etiquetados y matriz de etiqueta de objetos.....	48
Figura 4.14 Imagen resultante de la etapa de preprocesamiento de imágenes.....	49
Figura 4.15 Imagen segmentada de espuma de flotación con mineral colectado.....	49
Figura 4.16 Histograma del área transversal de burbujas en pixeles.....	50
Figura 4.17 Elipse y sus ejes principales, a es el semieje mayor y b es el semieje menor.....	51
Figura 4.18 Histograma de excentricidad de burbujas.....	51
Figura 5.1 Diagrama de celda con sensores de nivel.....	56
Figura 5.2 Espuma de flotación iluminada lateralmente e iluminada frontalmente.....	57
Figura 5.3 Algoritmo de procesamiento de imágenes en <i>Matlab</i>	60
Figura 6.1 Percentil 80 de área transversal de burbuja.....	66
Figura 6.2 Densidad de burbuja a distintas condiciones.....	67
Figura 6.3 Excentricidad de burbuja a condiciones de velocidad de gas y altura de pulpa.....	67
Figura 6.4 Capturas de espuma de flotación.....	69
Figura 6.5 Mediciones de percentil 80 del área transversal experimentales y filtrados.....	71
Figura 6.6 Mediciones de excentricidad de burbuja experimentales y filtrados.....	71
Figura 6.7 Mediciones de densidad de burbuja experimentales y filtrados.....	72
Figura 6.8 Funciones de pertenencia de entrada y de salida para el controlador difuso.....	73
Figura 6.9 Funciones de pertenencia para AB en primera iteración.....	74
Figura 6.10 Funciones de pertenencia para AB en segunda iteración.....	75
Figura 6.11 Funciones de pertenencia para AB en tercera iteración.....	76
Figura 6.12 Funciones de pertenencia para la excentricidad de burbuja.....	77
Figura 6.13 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para la densidad de burbuja.....	77
Figura 6.14 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para el área transversal de burbuja.....	78
Figura 6.15 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para la velocidad de gas de entrada.....	79
Figura 6.16 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para el nivel de pulpa de entrada.....	79
Figura 6.17 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para la velocidad de gas de salida.....	80
Figura 6.18 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para el nivel de pulpa de salida.....	80
Figura 6.19 Control del área transversal de burbuja en la Celda 1.....	85

Figura 6.20 Control del área transversal de burbuja en la Celda 2.	86
Figura 6.21 Control del área transversal de burbuja en la Celda 3.	87
Figura 6.22 Control de la densidad de burbuja en la Celda 1.	88
Figura 6.23 Espuma de flotación en Celda 1 de comportamiento inestable.	89
Figura 6.24 Control de la densidad de burbuja en la Celda 2.	90
Figura 6.25 Control de la densidad de burbuja en la Celda 3.	91
Figura 6.26 Control de excentricidad de burbuja en Celda 1.	92
Figura 6.27 Espuma de flotación de altura escasa en la Celda 1.	93
Figura 6.28 Control de excentricidad de burbuja en Celda 2.	94
Figura 6.29 Control de excentricidad de burbuja en Celda 3.	95
Figura 6.30 Relación entre velocidades de descarga y altura de líquido	96
Figura 10.1 Representación de imagen RGB con sus matrices de color respectivas.	108
Figura 10.2 Representación de imagen en escala de grises con matriz de números enteros.	109
Figura 10.3 Representación de imagen binaria con matriz de valores binarios.	110
Figura 10.4 Representación del funcionamiento del Algoritmo de <i>Watershed</i>	111
Figura 10.5 Imágenes de espuma de flotación segmentada	113
Figura 10.6 Mediciones de área transversal en condiciones operación intermedias.	110
Figura 10.7 Mediciones de excentricidad en condiciones operación intermedias.	111
Figura 10.8 Mediciones de densidad en condiciones operación intermedias.	112
Figura 10.9 Sensor laser de altura de espuma SICK	125
Figura 10.10 Sonda de altura de espuma Anisol	125

Índice de tablas

Tabla 2.1 Tipos de espumas de flotación. (Adaptado de Wright, 1999)	15
Tabla 2.2 Clases principales de espuma. (Adaptado de Moolman et al., 1995).....	16
Tabla 2.3 Desviaciones en el proceso y cambios observados en la apariencia de la espuma	17
Tabla 3.1. Elementos del circuito de celdas Rougher.....	27
Tabla 3.2 Instrumentos y <i>switches</i> enlazados al PLC.....	29
Tabla 4.1 Especificaciones de cámara IP Axis M1124.....	38
Tabla 4.2 Dimensiones físicas de las imágenes en cada una de las cámaras.	40
Tabla 4.3 Corrección de la iluminación en la imagen complementaria.	43
Tabla 4.4 Binarización y definición de los bordes en la imagen.....	45
Tabla 5.1 Variables definidas en el sistema para su medición.....	54
Tabla 5.2 Estado de las variables para la realización de experimentos.	58
Tabla 6.1 Mediciones de excentricidad de burbuja en el diseño factorial.....	63
Tabla 6.2 Mediciones de percentil 80 de área transversal de burbuja en el diseño factorial.	63
Tabla 6.3 Mediciones de densidad de burbuja en el diseño factorial.	63
Tabla 6.4 Intervalos de confiabilidad del promedio de los atributos, $\alpha = 0,05$	64
Tabla 6.5 Observaciones en la primera etapa de experimentación.....	65
Tabla 6.6 Límites de funciones de pertenencia para los atributos de espuma.....	78
Tabla 6.7 Límites de las funciones de pertenencia para velocidad de gas y nivel de pulpa.....	80
Tabla 6.8 Reglas difusas para el control del área transversal de burbuja.	81
Tabla 6.9 Reglas difusas para el control de la excentricidad de burbuja.....	82
Tabla 6.10 Reglas difusas para el control de la densidad de burbuja.	83
Tabla 10.1 Mediciones de atributos para Jg: Bajo y N: Bajo	114
Tabla 10.2 Mediciones de atributos para Jg: Bajo y N: Alto.....	114
Tabla 10.3 Mediciones de atributos para Jg: Alto y N: Bajo.....	115
Tabla 10.4 Mediciones de atributos para Jg: Alto y N: Alto	116
Tabla 10.5 Mediciones de atributos para Jg y N intermedios. Jg = 0,5 [cm/s] (gris).....	105
Tabla 10.6 Mediciones de atributos y variables operacionales en Celda 1	113
Tabla 10.7 Mediciones de atributos y variables operacionales en Celda 2	117
Tabla 10.8 Mediciones de atributos y variables operacionales en Celda 3	121

Tabla 10.9 Parámetros de sintonía del controlador PI para el control de altura de espuma	130
Tabla 10.10 Parámetros de sintonía del controlador PI empleados para el control de nivel.....	130
Tabla 10.11 Parámetros de sintonía del controlador PI empleados.....	131
Tabla 10.12 Parámetros de sintonía empleados para el control de la velocidad de gas.	131

1. Introducción

1.1 Antecedentes

En la industria minera, la flotación corresponde a un método fisicoquímico que permite la separación y concentración selectiva de minerales de interés contenidas inicialmente en una mezcla con minerales de ganga presentes en una pulpa. Junto a la minería mecanizada, la flotación se considera uno de los más grandes avances en la industria minera (Abkhoshk, Kor, & Rezai, 2010; Koorts & Dawson, 2014).

Para maximizar la separación y concentración del mineral, es fundamental garantizar condiciones químicas e hidrodinámicas óptimas durante el proceso. Aunque el sistema es complejo, se han definido parámetros y modelos simples que facilitan el dimensionamiento, diseño, evaluación y control adecuados (Yianatos & Vinnett, Flotación de minerales: Fundamentos, tecnología y aplicación, 2015). En los procesos de flotación industrial, dos aspectos de interés económico son clave: el porcentaje de recuperación del mineral desde la alimentación y la ley del mineral en el concentrado. Estas variables son inversamente proporcionales, ya que, al aumentar la recuperación del mineral, también se incrementa la recuperación de ganga mediante mecanismos de arrastre hidráulico o por asociación, lo que reduce la ley del concentrado. Por el contrario, si se busca elevar la ley del mineral, es necesario eliminar la ganga en la espuma mediante agua de lavado o incrementando el nivel de la espuma, lo que provoca el retorno de partículas de ganga y mineral valioso desde la espuma a la pulpa, disminuyendo así la recuperación del mineral.

Las plantas de flotación existentes tienen como objetivo maximizar la recuperación del mineral manteniendo una ley de concentrado alta, resultado que es posible de alcanzar mediante una combinación de la manipulación del nivel de pulpa, del flujo de aire inyectado y de la dosificación de reactivos en el proceso.

El nivel de manipulación de algunos de los parámetros operacionales mencionados anteriormente dependerá principalmente de los resultados obtenidos a partir de los análisis de laboratorio para determinar la recuperación y la ley del mineral en el concentrado, así como de la interpretación de estos resultados por parte del operador del proceso. Sin embargo, es común que exista un tiempo de retardo entre los análisis del laboratorio y los ajustes necesarios para optimizar el proceso. Koorts & Dawson (2014) señalan que, incluso con la implementación de una red neuronal para

estimar la ley y recuperación basándose en las características de la alimentación, sigue siendo complicado mantener un control adecuado de la recuperación y de la ley del concentrado, lo que puede traducirse en pérdidas económicas significativas.

La implementación de sistemas de caracterización automatizados, como el *Mineral Liberation Analyzer* (MLA), facilita el análisis y caracterización del mineral de entrada, ofreciendo apoyo en el control de la planta. Sin embargo, monitorear cada etapa de un proceso de flotación industrial sigue siendo complicado y costoso (Oestreich, Tolley, & Rice, 1995). Por otro lado, la técnica de fluorescencia de rayos X (XRF), tradicionalmente empleada para el análisis de corrientes en líneas de procesamiento de minerales y el control de circuitos de flotación, presenta limitaciones debido a la baja tasa de muestreo. Esto se debe a la medición simultánea de varias líneas con un único dispositivo y al tiempo requerido para el análisis XRF, especialmente en plantas que procesan minerales complejos (Haavisto, 2009).

Para resolver el problema anterior se requiere de un control en tiempo real de los parámetros operacionales del proceso en pos de maximizar el resultado operacional, lo cual es posible mediante la manipulación del nivel de pulpa, la velocidad de gas y la dosis de reactivos en el circuito para así moderar el flujo de descarga de espuma en los rebalses de las celdas de flotación mientras son monitoreadas sus características (Wright, 1999).

En las plantas de flotación existentes, la toma de decisiones y las maniobras para el control del proceso suele realizarse en base a la inspección visual de la apariencia de las espumas de flotación por parte de los operadores en terreno, hecho que conduce a resultados sub-óptimos debido, en algunos casos, a la inexperiencia del operador o a la incapacidad de actuar oportunamente ante los primeros signos anómalos en el comportamiento del sistema (Moolman et. al, 1994).

El control de las características de la espuma requiere un monitoreo constante del proceso, tarea que puede lograrse mediante la automatización de un sistema de control tradicional o la implementación de un sistema de control avanzado basado en lógica difusa (*Fuzzy Logic*). Este último se presenta como una alternativa interesante, especialmente con el incremento en la capacidad de los procesadores en los últimos años y su creciente participación en los procesos industriales. Además, el progreso de los sistemas de inteligencia artificial en diversas áreas multidisciplinarias ha permitido el desarrollo e implementación de herramientas y técnicas de

procesamiento más sofisticadas, lo que potencia aún más la viabilidad y eficacia de los sistemas de control basados en lógica difusa para la regulación de las características de la espuma.

1.2 Objetivos

Objetivo principal

Controlar atributos de espuma de flotación medidas por procesamiento de imágenes en línea mediante la implementación de un sistema de control experto-difuso.

Objetivos específicos

- Acondicionar y calibrar los elementos (sensores, actuadores y controladores) de un sistema de 3 celdas Rougher conectadas en serie.
- Controlar los recursos de un sistema de celdas Rougher (velocidad superficial de gas y nivel de pulpa) para la caracterización de los atributos de espuma.
- Determinar la zona de operación del circuito para producir espumas estables.
- Desarrollar e implementar un sistema de preprocesamiento, segmentación y obtención de propiedades de espuma de flotación en tiempo real.
- Desarrollar e implementar un sistema de control basado en lógica difusa para el control de atributos de espuma mediante los recursos presentes en el sistema.

1.3 Hipótesis

Es posible controlar algunas características de la espuma de flotación medidas por procesamiento de imágenes en tiempo real a través de un sistema de control basado en lógica difusa.

2. Marco teórico

En este capítulo se realiza una recopilación y revisión de los recursos bibliográficos disponibles, además de profundizar conceptos que puedan servir de guía para el análisis e interpretación de los resultados en capítulos posteriores.

2.1 Flotación

La técnica de flotación o flotación por espuma es un proceso selectivo que permite la remoción y/o concentración de elementos desde una corriente de alimentación. Esta técnica de separación fue patentada originalmente en 1906, permitiendo el minado de yacimientos complejos y de baja ley que de otro modo no se habrían considerado recursos mineros (Wills, 1994).

Esta técnica posee una alta versatilidad pues en la actualidad su aplicación no solo se limita a la separación de minerales, sino que se ha extendido a procesos de separación de plásticos para su eliminación y/o reutilización o para la remoción de residuos orgánicos e inorgánicos en procesos de tratamiento de aguas residuales, entre otras aplicaciones.

Dentro de las etapas que conforman las líneas de procesamiento de minerales en las plantas concentradoras existentes, el corazón del proceso está conformado por los circuitos de flotación en los cuales se lleva a cabo la separación y recuperación de los minerales de interés, tales como minerales de sulfuros de cobre, hierro, zinc, entre otros., desde una corriente de alimentación.

2.1.1 Circuitos, equipos y elementos presentes en los procesos de flotación

La flotación aprovecha las diferencias en las propiedades fisicoquímicas de la superficie de los minerales que previamente han sido reducidos en tamaño en las etapas de conminución para aumentar el grado de liberación del mineral valioso; sin embargo, para favorecer la selectividad y potenciar el grado de separación se requiere la presencia de elementos en el equipo o circuito.

La Figura 2.1 expone el diagrama de un circuito RCS compuesto por tres etapas de flotación: Rougher, Cleaner y Scavenger.

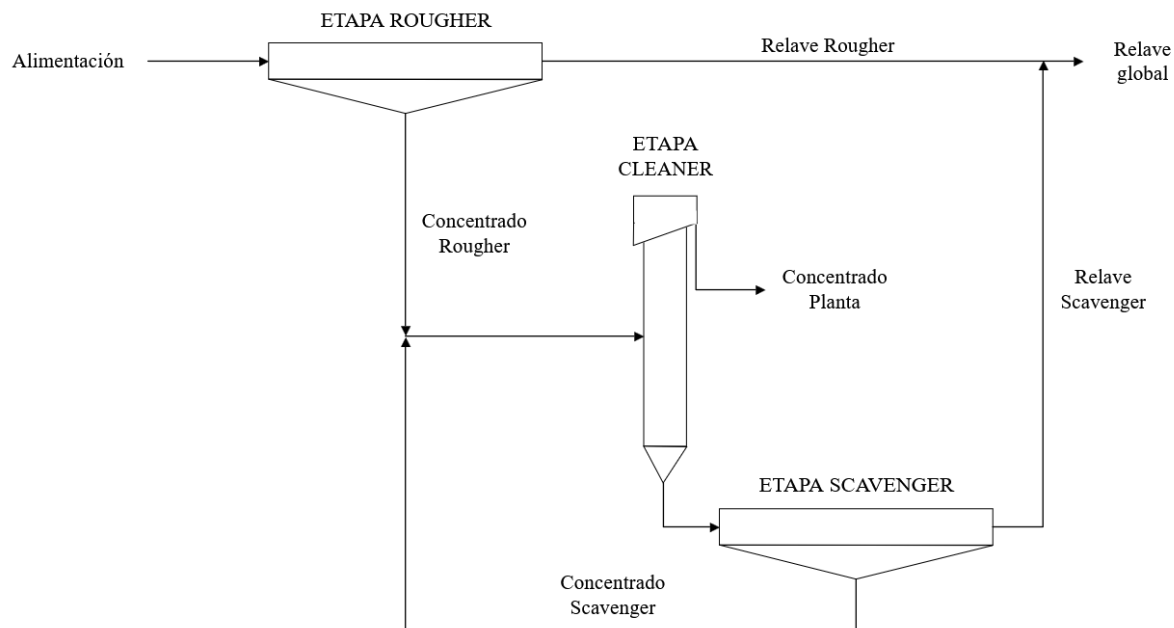


Figura 2.1 Circuito RCS.

Fuente: Adaptado de Yianatos & Vinnett, 2015

Las corrientes y las etapas presentes en el circuito anterior se describen brevemente a continuación.

- **Alimentación:** Corriente compuesta principalmente por agua, reactivos en solución, minerales valiosos y ganga, con una concentración o ley de mineral valioso de entrada.
- **Concentrado:** Corriente enriquecida en mineral valioso y de ley mayor a la alimentación.
- **Relave:** Corriente empobrecida en mineral valioso y de ley menor a la corriente de entrada, enriquecida en mineral de ganga.
- **Etapa Rougher:** Etapa que tiene como propósito la recuperación del mineral valioso desde la corriente de alimentación.
- **Etapa Scavenger:** Su objetivo es aumentar la recuperación del mineral valioso en el circuito.
- **Etapa Cleaner:** Etapa que tiene como finalidad alcanzar una ley de mineral valioso de salida en el concentrado.

Por otra parte, la Figura 2.2 presenta un esquema general de un circuito de flotación, dándose a conocer los elementos que condicionan el proceso de separación y que por tanto deben estar presentes durante la operación.

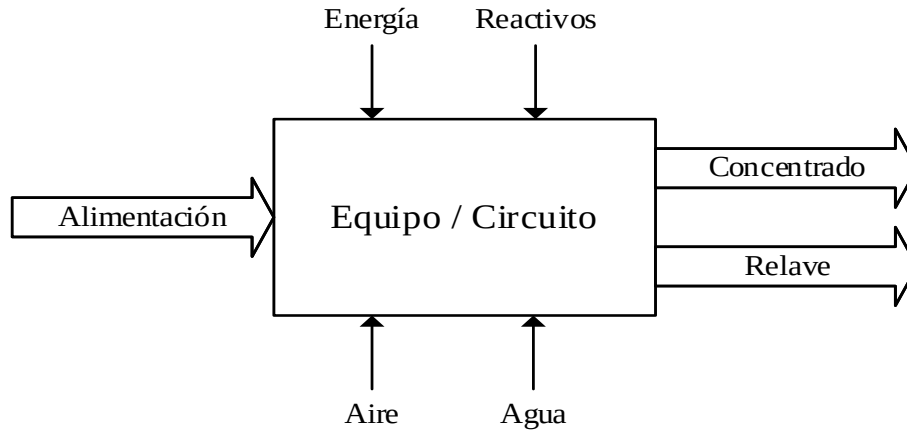


Figura 2.2 Esquema de un proceso de flotación.

Fuente: Adaptado de Yianatos, 2005

- **Reactivos**

Colectores: Sustancias orgánicas apolares o polares de naturaleza aniónica o catiónica y que se adsorben en la superficie del mineral dotándola de un carácter hidrófobo, tal como muestra la Figura 2.3, permitiendo la adherencia de las partículas del mineral a las burbujas de gas.

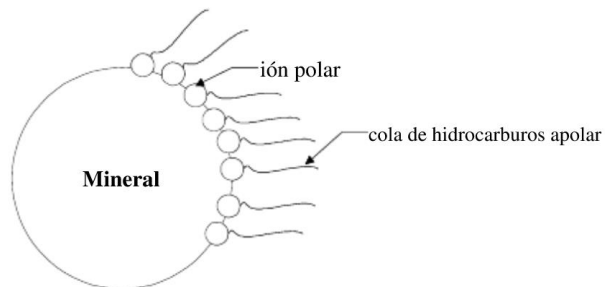


Figura 2.3 Adhesión del colector a la superficie del mineral.

Fuente: Yianatos, 2005

Espumantes: Sustancias polares que por lo general contienen un grupo hidroxilo (zona hidrofílica) y una cadena de hidrocarburos (zona hidrofóbica) que proveen de una mayor estabilidad a la espuma al reducir su coalescencia tal como muestra la Figura 2.4.



Figura 2.4 Adhesión de espumante a la superficie de la burbuja.

Fuente: Yianatos & Vinnett, 2015

Reguladores: Sustancias cuyo propósito principal es modificar la acción del colector en la superficie de los minerales y mejorar la selectividad de la flotación se conocen como reguladores. En presencia de reguladores, el colector se adsorberá preferentemente sobre la partícula que se desea recuperar. En algunos casos, el reactivo actuará directamente sobre la superficie del mineral valioso, mejorando las condiciones de interacción entre su superficie y el colector; en este caso, el reactivo se denomina activador. En otros casos, el reactivo inhibirá la capacidad de adsorción de los minerales no valiosos o transformará su superficie a una de tipo hidrófila, evitando su colección y recuperación; en este caso, el reactivo se denomina depresor.

- **Aire:** La aireación de la pulpa a través de difusores de gas ubicados en el fondo de los equipos tiene como objetivo alcanzar una concentración de gas en el líquido para la formación de burbujas a las cuales podrá adherirse el mineral en suspensión.
- **Energía:** La disipación de energía mediante la agitación de la pulpa de alimentación en el equipo o circuito da a lugar la dispersión del aire en burbujas de menor tamaño y mantiene en suspensión a las partículas de mineral, favoreciendo su adhesión a las burbujas de gas.
- **Agua.** El agua o agua de lavado cumple la tarea de remover el mineral hidrófilo o ganga presente en la espuma producto del arrastre hidráulico, con el propósito de favorecer la separación selectiva del mineral.

En cuanto a los equipos utilizados en los circuitos de flotación, estas pueden ser agrupadas en cuatro clases principales: celdas mecánicas o convencionales, celdas neumáticas de alto consumo energético, celdas de columna y separadores de espuma. De estos equipos, las celdas mecánicas

son aquellas que predominan en la industria minera desde los inicios de la flotación (Gorain, Franzidis, & Manlapig, 2000).

A modo de ilustración, la Figura 2.5 presenta dos de los equipos indicados anteriormente: a la izquierda se muestra una celda mecánica que se caracteriza por la presencia de agitación mecánica para la suspensión de los sólidos y la dispersión del aire en la pulpa, mientras que a la derecha se tiene una celda neumática, en la cual la agitación se produce a raíz de un sistema de aire comprimido que airea y agita la pulpa en el equipo.

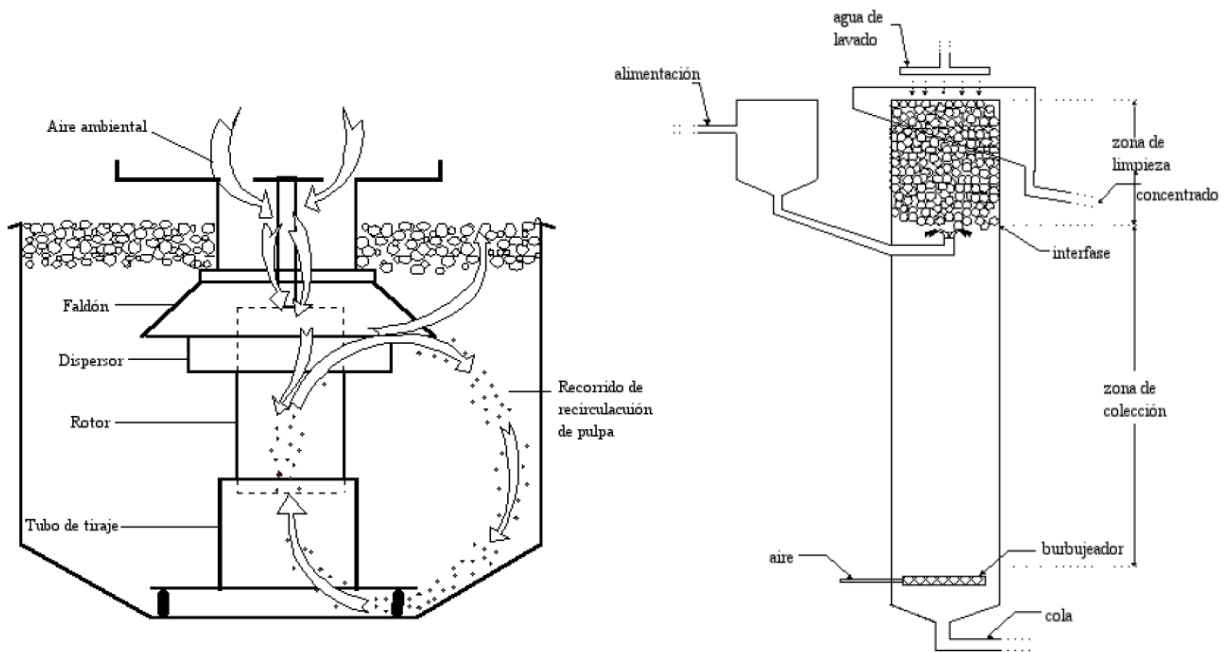


Figura 2.5 celda mecánica WEMCO (izquierda) y celda neumática de columna (derecha).

Fuente: Yianatos & Vinnett, 2005

2.1.2 Caracterización del proceso de flotación

Los procesos de flotación de minerales se caracterizan por ser sistemas multifase (sólido, líquido y gas); heterogéneos en tamaño, forma, composición de partículas de minerales y en el tamaño de burbujas de gas (Yianatos, 2005). Los factores que influyen en el resultado final de la operación, de los cuales algunos ya han sido mencionados anteriormente, pueden agruparse en:

- Características de la alimentación (flujo másico, ley de mineral, grado de liberación, gravedad específica, tamaño de partícula, etc.)
- Factores físicoquímicos (calidad del agua, temperatura, concentración y tipo de reactivos empleados, etc.)
- Factores hidrodinámicos (diseño del circuito, tipo de celda, velocidad superficial de gas, distribución espacial de partículas y burbujas, etc.)

En cuanto al último punto, la presencia de zonas con características hidrodinámicas distintas entre sí, sumado al efecto de los factores restantes, dificulta el análisis del proceso como tal. La Figura 2.6 permite identificar los elementos principales y las distintas regiones hidrodinámicas en una celda mecánica: la zona turbulenta producto de la agitación continua de la pulpa; la zona de reposo en donde se genera la interacción entre el mineral en suspensión y las burbujas de gas, y la zona de espuma en donde ocurre la limpieza y separación del mineral valioso.

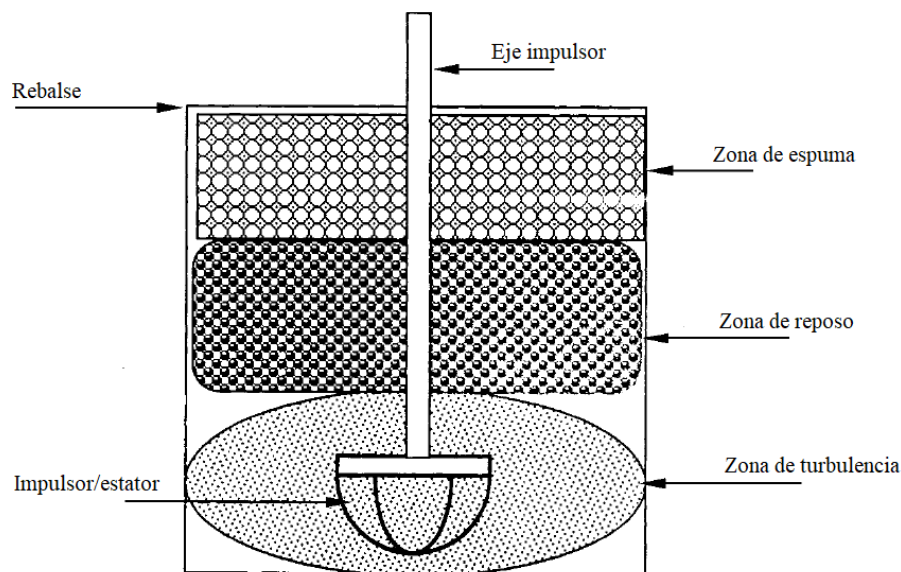


Figura 2.6 Zonas hidrodinámicas en una celda de flotación mecánica.

Fuente: Gorain, Franzidis, & Manlapig, 2000

Para viabilizar el análisis de los equipos en los procesos de flotación en general, se han de considerar dos zonas cuyas características las distinguen entre sí y que corresponden a las zonas de colección (pulpa) y de limpieza (espuma).

La Figura 2.7 presenta un esquema de las zonas de colección y limpieza, los flujos másicos y la recuperación propia de cada zona (siendo R_C la recuperación de mineral en la zona de colección y R_F la recuperación en la zona de limpieza). Este esquema considera el retorno de material desde la zona de limpieza a la alimentación y su posterior reingreso a la zona de colección.

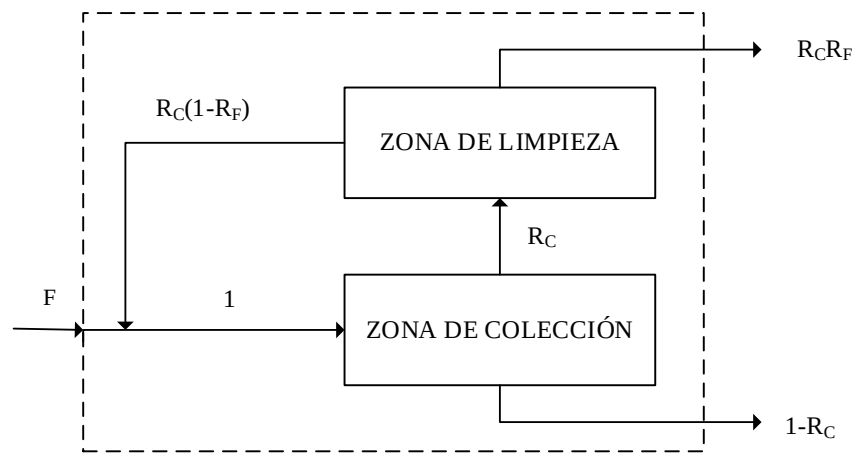


Figura 2.7 Representación de zonas de colección y zona de limpieza con retorno de material.

Fuente: Adaptado de Yianatos, 2005

En la zona de colección se da a lugar el contacto entre las partículas de mineral descendentes y las burbujas ascendentes, la velocidad de colección y la recuperación en esta zona dependerá de la frecuencia de colisión y adhesión del mineral a las burbujas de gas para la formación del agregado partícula-burbuja. Los modelos cinéticos existentes representan la colección del mineral de manera análoga a una reacción química como muestra la Figura 2.8.

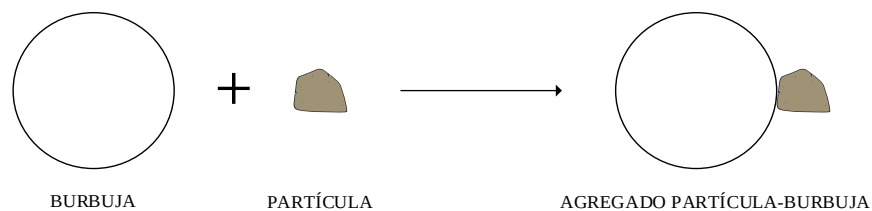


Figura 2.8 Representación de la formación de agregado partícula-burbuja.

Fuente: Adaptado de Yianatos, 2005

Las variables que influyen en mayor grado en la recuperación del mineral valioso en la zona de colección corresponden a el tiempo de residencia de las partículas, los reactivos en solución (tipo y dosis), el tamaño de partícula, la velocidad de gas, la concentración de aire y el tamaño de burbuja. El efecto de cada una de estas variables en la recuperación y la ley del mineral en la corriente de concentrado es considerable y difícil de aislar puesto que se relacionan entre sí.

Una primera propuesta realizada por García-Zúñiga (1935) es la de un modelo cinético de primer orden para la recuperación de minerales de cobre (m_A), representado por la Ecuación 2.1.

$$dm_A/dt = -k \cdot m_A \quad (\text{Ecuación 2.1})$$

Este primer acercamiento en el modelado de la colección de partículas de mineral supone una pseudo-constante cinética única de flotación k , para una concentración de gas constante.

Por otro lado, en la zona de limpieza, las burbujas con mineral colectado ascienden a través del lecho de espuma hasta alcanzar el rebalse del equipo, mientras que el agua liberada producto de la coalescencia de las burbujas se drena a través de las películas de líquido entre las burbujas en la espuma, retornando tanto material de ganga y mineral valioso. Las variables que influyen en esta etapa corresponden a el caudal del agua de lavado, la recuperación de agua o bias, la velocidad de gas y la altura en la columna de espuma.

La Figura 2.9 presenta un esquema de la zona de espuma y los flujos internos existentes en dicha sección: la razón de flujo de líquido (J_l) y de gas superficial (J_g) que ascienden a través de la espuma, y el flujo o razón de ruptura de las burbujas en la superficie de la celda (J_b).

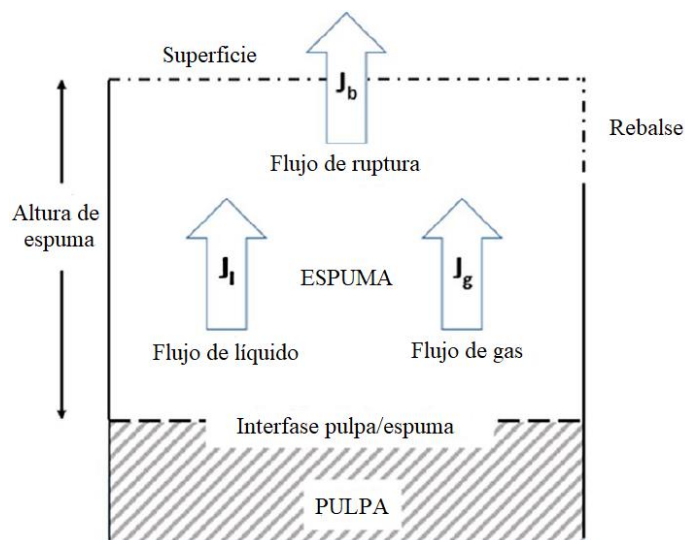


Figura 2.9 Esquema de una celda de flotación típica.

Fuente: Adaptado de Neethling & Brito-Parada, 2018

Verbist, et al. (1996) explicó en detalle el drenaje de líquido en espumas de flotación a partir de ecuaciones diferenciales no lineales en función del tiempo y posición vertical, obteniéndose una ecuación para la determinación de la velocidad de drenaje en espumas, desde la cual es posible obtener una expresión para J_l . Este último es de relevancia pues el control de la recuperación de agua en la espuma tiene efectos significativos en la recuperación del mineral (Neethling & Brito-Parada, 2018).

Por otro lado, Barbian et al. (2006) relacionó los cambios en el rendimiento del proceso de flotación bajo diferentes condiciones de operación con la recuperación de aire en la espuma, o fracción de aire que fluye hacia la corriente de concentrado como “burbujas sin reventarse”.

Quintanilla et al. (2021) realizó un análisis y clasificación de los modelos de la zona de espuma de flotación existentes, empleados en estrategias de MPC (*Model-based Predictive Control*). Estos modelos, por lo general, empíricos, han demostrado un buen desempeño en plantas de laboratorio y a escala piloto. Sin embargo, la presencia de perturbaciones que modifican continuamente el proceso suele generar estados para los cuales los modelos no fueron calibrados originalmente.

La dificultad para mantener un mezclado perfecto en la zona de espuma, incluso bajo condiciones de flujo pistón, junto con la influencia de la coalescencia y el estallido de las burbujas, presenta desafíos en el desarrollo de modelos prácticos que describan adecuadamente esta zona. Además, los modelos cinéticos existentes solo ofrecen una respuesta global del proceso, debido a la compleja

interacción entre los fenómenos que ocurren en cada zona (Yianatos, 2005; Neethling & Brito-Parada, 2018; Quintanilla et al., 2021).

Dado que el objetivo de este trabajo no comprende la revisión y discusión de los modelos existentes, se dejará como tarea para el lector de este documento su estudio, recomendándose la lectura del artículo presentado por Quintanilla et al. (2021) el cual consta de una revisión de los modelos y las sub-clasificaciones existentes.

2.1.3 Espuma de flotación

La apariencia de la espuma en la superficie de las celdas de flotación tiene una gran significancia pues brinda información de la ley y de la recuperación de los minerales valiosos en la corriente de concentrado. En el pasado se ha prestado poca atención a la relación existente entre el rendimiento de la operación y la apariencia de la espuma, priorizándose y valorizándose aquellas investigaciones sistemáticas fundamentales por sobre aquellas observaciones difíciles de caracterizar y definir cuantitativamente. Esto último tiene sentido pues las plantas de flotación pueden exhibir distintas características visuales en la espuma de flotación, los que dependen de factores tales como el tipo de celda, el tipo de mineral o los reactivos presentes, etc., no pudiendo establecerse modelos cuya aplicación pueda ser generalizada (Wright, 1999, adaptado de Moolman et al., 1995).

Woodburn et al. (1989) describe la estructura óptima de la espuma, en términos de un mayor beneficio metalúrgico, como aquella que evoluciona desde esferas empaquetadas a burbujas poliédricas con estructura celular. Se afirma que esta estructura puede ser identificada y caracterizada visualmente mediante técnicas de análisis de imágenes.

Una descripción de la calidad de espuma basada en parámetros visuales ha sido propuesta por Glembotskii (1972), la cual se da a conocer a continuación:

- La espuma de buena calidad consiste en pequeñas burbujas de aire que coalescen en la superficie formando burbujas de mayor tamaño. Debe ser móvil y no muy viscosa.
- Una flotación eficiente resulta en burbujas de entre 1 y 3 [cm] de tamaño que aparecen en la superficie de la espuma, cubiertas parcialmente por mineral colectado.
- Las burbujas no deben ser muy estables ni estallar fácilmente al pasar el rebalse de la celda.
- Una espuma “seca” consiste en pequeñas burbujas cargadas de mineral, es muy estable e impide una mayor concentración del mineral.
- La observación de rocío en la superficie de la espuma indica inestabilidad lo que da lugar a una menor carga del mineral en la espuma.
- Las características de la espuma constan de los siguientes atributos: espesor de la capa de espuma, velocidad y método de captura de espuma; cantidad de burbujas y de mineral dispersos en la espuma, e intensidad de movimiento de la pulpa bajo la zona de espuma.

Por otro lado, Wright (1999) resumió de manera concisa un método de clasificación de espumas de flotación basadas en su estructura, el cual se presenta en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Tipos de espumas de flotación. (Adaptado de Wright, 1999)

Tipo de espuma	Descripción
Espuma de estructura de película	El tamaño de las burbujas aumenta desde la zona inferior de la espuma hasta la zona superior.
	La capa de agua que delimita a las burbujas de aire disminuye su grosor mientras más cerca se esté de la superficie de la espuma.
	La capa de espuma es gruesa (entre 5 y 20 [cm]).
	Las burbujas más grandes son usualmente deformes.
	La cantidad de agua contenida es mayor en comparación a otras espumas, la movilidad es alta y su estabilidad varía en un amplio rango.
Espuma de agregado	Esta espuma está compuesta por partículas grandes que están unidas entre sí por muchas burbujas de aire.
	La distribución del tamaño de burbuja a diferentes niveles de la espuma es similar.
	La espuma contiene una cantidad mínima de agua y es razonablemente estable, rompiéndose una vez ingresada al rebalse de la celda.
Espuma de película	Esta espuma es similar a la espuma de agregado, pero es más delgada.
	Las partículas de mineral en esta espuma son grandes, hidrófobas y poseen una baja gravedad específica.

Moolman et al. (1996) argumenta que este método de clasificación es inadecuado para sistemas de inspección visual de espuma, ya que su diseño no contempla un enfoque basado en la visión. El autor postula que los métodos de clasificación no deben limitarse a la observación de las características de la espuma, sino que deben incluir un análisis detallado de la relación entre la apariencia de la espuma y el rendimiento del proceso. Con base en esto, Moolman et al. (1995) propone tres clases principales de espuma (ver Tabla 2.2), considerando que la movilidad, la estabilidad y el tamaño promedio de las burbujas son las características más importantes para identificar.

Tabla 2.2 Clases principales de espuma. (Adaptado de Moolman et al., 1995)

Clase	Descripción
Espuma ideal	Varía de planta en planta según el tipo de mineral procesado, los reactivos empleados, la geometría o el tipo de equipo utilizado en el proceso, etc., exhibiendo un equilibrio entre una espuma viscosa o acuosa, compuesta por burbujas empaquetadas con zonas claras por encima de algunas burbujas
Espuma acuosa	Se caracteriza por poseer una baja carga de mineral, una excesiva movilidad, tamaños de burbuja pequeños y una alta coalescencia.
Espuma viscosa	Esta espuma es similar a la espuma de agregado, pero es más delgada. Las partículas de mineral en esta espuma son grandes, hidrófobas y poseen una baja gravedad específica.

Adicionalmente, Moolman et al. (1996) efectúa una revisión exhaustiva de la literatura sobre la relación entre la apariencia de la espuma y los principios fundamentales de la flotación, el cual también pretende motivar el empleo de máquinas para la inspección de espumas y que también permite relacionar las desviaciones del proceso de flotación y su efecto en la estructura superficial de la espuma. La Tabla 2.3 resume las distintas desviaciones en un proceso de flotación de platino y los cambios en la apariencia de la superficie en la espuma, resaltando la naturaleza compleja del proceso de flotación y la dificultad en el control del proceso.

Tabla 2.3 Desviaciones en el proceso y cambios observados en la apariencia de la espuma en plantas de flotación de platino.
(Adaptado de Moolman et al., 1996)

Desviación en el proceso	Apariencia de la espuma
Dosificación excesiva de espumante	Espuma estable y compuesta por burbujas muy pequeñas
Dosificación deficiente de espumante	Espuma inestable, compuesta de burbujas de mayor tamaño producto de la coalescencia
Dosificación excesiva de depresante	Espuma acuosa con baja carga de minerales y compuesta de burbujas pequeñas
Dosificación deficiente de depresante	Espuma muy viscosa, de baja movilidad y compuesta por burbujas grandes
Dosificación excesiva de activador	Espuma de alta coalescencia y excesiva movilidad
Nivel de pulpa alto	Espuma acuosa y de alta movilidad
Nivel de pulpa bajo	Espuma viscosa y de baja movilidad
Densidad de pulpa alta	Espuma viscosa y de baja movilidad
Densidad de pulpa baja	Espuma acuosa e inestable
Alto porcentaje de sólidos gruesos en la alimentación	Espuma frágil y compuesta por burbujas pequeñas
Alto porcentaje de sólidos finos en la alimentación	Espuma estable y compuesta por burbujas grandes
Flujo de aire alto	Baja ley, espuma de alta movilidad compuesta de burbujas grandes
Flujo de aire bajo	Baja recuperación, espuma de baja movilidad compuesta por burbujas pequeñas

Woodburn, et. al, (1989) destaca la importancia de la distribución de tamaño y forma de las burbujas para dar una medida sensible de la apariencia de la espuma, por lo que el uso de sistemas de visión para capturar y medir automáticamente estas características visuales bajo diferentes condiciones de operación resulta de gran interés. Otros atributos, además de la distribución de tamaño de burbuja, tales como el color, velocidad y estabilidad pueden ser medidos y resultan útiles como variables de entrada para sistemas de control (Jahedsaravani, 2016).

2.2 Control en plantas de procesamiento de minerales

Previamente, se ha destacado la importancia de los procesos de flotación en las plantas de procesamiento de minerales, comentándose acerca de la modelación con el objetivo de comprender y explicar los fenómenos existentes en el proceso. No obstante, algo que no se ha mencionado y que es importante recalcar es el rol crucial que cumplen los sistemas de control a lo largo de toda la cadena de procesamiento para la optimización de cada una de sus etapas.

2.2.1 Modelación y herramientas para el control de los procesos de flotación

Autores cuyos trabajos han contribuido a esclarecer el estado y avance en el control de los procesos de flotación, por ejemplo, Bouchard et al. (2009) que se centró en el control y simulación en columnas de flotación, llevando a cabo una subclasificación de los modelos existentes, según su propósito o aplicación en: (i) modelos para la predicción de la recuperación destinados a la optimización y control en este tipo de equipos; (ii) modelos para el análisis del comportamiento dinámico y el desarrollo de estrategias de control; (iii) modelos para el desarrollo de sensores virtuales y mejora de la instrumentación en columnas de flotación.

Además, Bouchard et al. (2009) realizó una jerarquización de los objetivos de los sistemas de control en este tipo de procesos, los que se dan conocer a continuación:

- El primer grupo de objetivos está dirigidos a mantener una operación constante en las entradas de la columna de flotación y considera a todos los elementos de control presentes, tales como válvulas, bombas, reactivos, etc.
- El segundo grupo se centra en mantener bajo control aquellas variables que tengan una mayor influencia en el resultado metalúrgico (ley de concentrado y recuperación), tales como bias, altura de espuma, velocidad superficial de gas, etc.
- El tercer grupo involucra la determinación de los objetivos metalúrgicos de acuerdo a criterios económicos, conduciendo al proceso o circuito a un estado en el cual se pueda lograr alcanzar un objetivo económico propuesto.

Por otro lado, Quintanilla et al. (2021) realiza una clasificación generalizada de los modelos existentes para la simulación y control (ver Figura 2.10). Los modelos fenomenológicos y empíricos suelen ser utilizados para propósitos de control y simulación, mientras que los modelos híbridos tiene aplicación únicamente en el área de control.

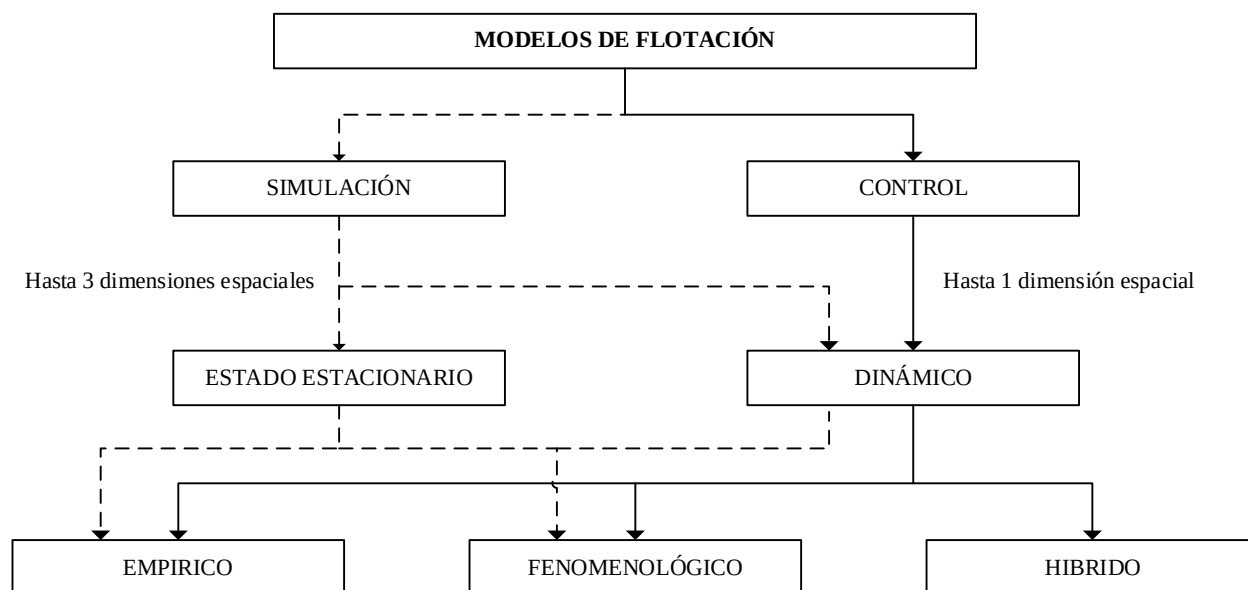


Figura 2.10 Clasificación de los modelos de flotación según su aplicación.

Fuente: Adaptado de Quintanilla, Neethling, & Brito-Parada, 2021

No obstante, Quintanilla et al. (2021) sostiene que una clasificación estricta de los modelos de flotación no puede ser propuesta, pues los modelos pueden considerar aspectos de diferentes enfoques y combinarse de manera que puedan mejorar su utilidad en general.

Si bien, los modelos existentes han sido diseñados asumiendo estado estacionario en los procesos de flotación, comúnmente han sido utilizados para el diseño, simulación y optimización *offline*, más que para fines de control. Tal es el caso de Bergh, Yianatos, & Pino (2013) quienes llevaron a cabo el desarrollo de un simulador basado en modelos fenomenológicos y empíricos para la caracterización de cada etapa en un circuito de flotación, con el objetivo de evaluar las estrategias operacionales y las modificaciones de diseño para el circuito de limpieza. Los modelos implicados fueron calibrados tomando en consideración las características del diseño de los equipos, información operacional y mediciones obtenidas durante las sesiones de muestreo.

Por otro lado, Hodouin (2011) ofrece una visión general de los métodos de control empleados en las plantas de procesamiento de minerales, junto con una descripción de las etapas del proceso y una clasificación de las variables involucradas. Su objetivo es presentar de manera sistemática las herramientas disponibles en los sistemas de control.

Las variables, en términos de control de procesos, pueden ser clasificadas en variables de entrada y de salida. El primer grupo se subclasifica en:

- Variables manipuladas que corresponden a variables que pueden ser modificadas para llevar a cabo un cambio en el estado interno del proceso, u .
- Perturbaciones o variables que no pueden ser modificadas o controladas pero que en ciertos casos pueden ser medidas o estimadas, d .

Mientras que el grupo de variables de salida se subclasifica en:

- Variables internas que corresponden a variables de estado del proceso, x .
- Variables controladas que son el objetivo del control del proceso, y .

La Figura 2.11 presenta el esquema de un proceso de flotación con sus respectivas variables de entrada y de salida, algunas ya mencionadas en la subsección 2.1. Cabe destacar que la apariencia de la espuma, de interés en este estudio, es definida en la Figura 2.11 como una variable de estado del proceso; no obstante, esta clasificación puede variar de planta en planta según la arquitectura de control existente, siendo en esta oportunidad una variable objetivo en el proceso.

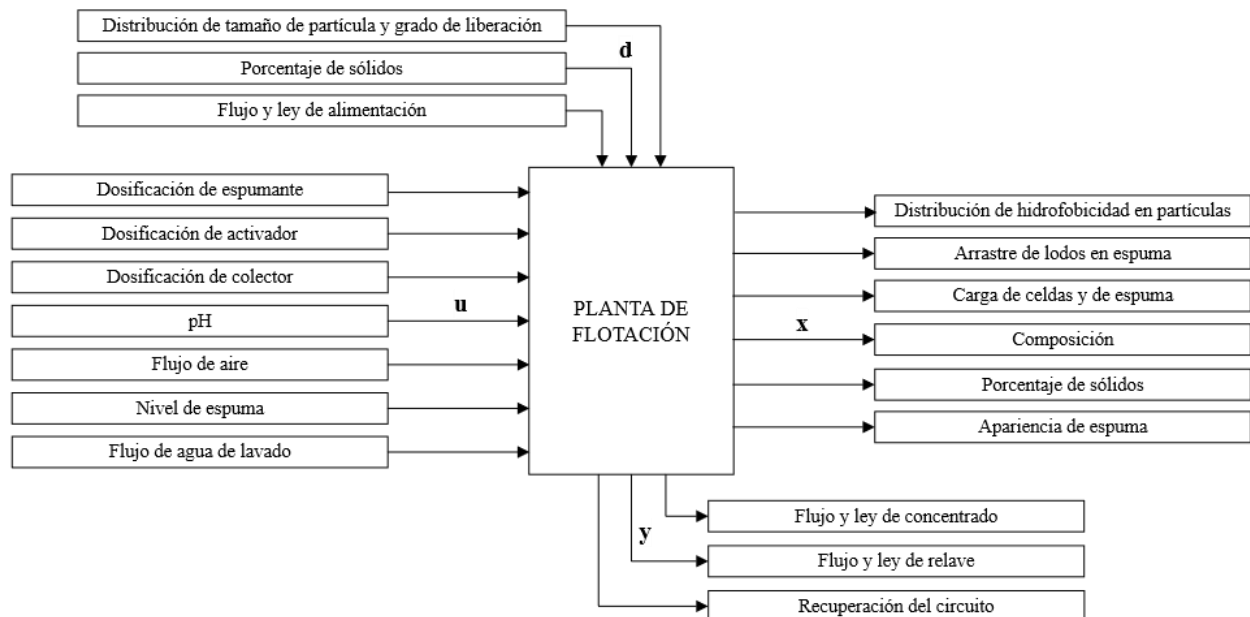


Figura 2.11 Variables de proceso en una planta de flotación.

Fuente: Adaptado de Hodouin, 2011

Bergh & Yianatos (2011) presentaron una descripción general de las plantas de flotación y una breve discusión de las estrategias de control, comentándose acerca de aspectos clave del control regulatorio (perturbaciones, instrumentación disponible, interacciones en el proceso, planes de

mantenimiento, algoritmos de control, etc.), como también del control supervisor en este tipo de procesos, estimación de variables objetivos, restricciones en la instrumentación y en el proceso, modelos y herramientas complementarias disponibles para su optimización. Hodouin (2011) destacó algunas de las opciones disponibles para la selección de las características de los modelos con mejor adaptabilidad a su aplicación, las cuales son:

- Herramientas basadas en el método de análisis de componentes principales (*principal component analysis*, PCA), regresión multivariable, proyección sobre estructuras latentes (*projection on latent structures*, PLS), redes neuronales, funciones de transferencia o fenomenológicas.
- Herramientas dinámicas o de estado estacionario, determinísticos o estocásticos.
- Herramientas causales (modelos de entrada-salida) o no causales (conjunto de relaciones enlazadas a variables del proceso).
- Herramientas lineales o no lineales.
- Herramientas basadas en ecuaciones matemáticas o reglas difusas.

Hodouin (2011) señaló que en un mismo lazo pueden estar incorporadas más de alguna de las herramientas antes indicadas, a modo de ejemplo, el modelo de optimización puede estar basado en un simulador fenomenológico; el modelo de control y perturbaciones basado en matrices de transferencias; el modelo de detección y aislación de fallas en PCA; el modelo de reconciliación de datos basado en restricciones de masa y energía; y el modelo predictor basado en promedios móviles autorregresivos.

Para este estudio en particular, se presentarán las características generales de la lógica difusa, una técnica de control avanzada aplicada a procesos complejos, dada su capacidad para lidiar frente a sistemas multivariados considerando las principales restricciones existentes en el proceso. Este se empleará en conjunto con controladores PID, una estrategia de control convencional utilizada ampliamente en la industria debido a la versatilidad en su aplicación frente al control de variables en distintos escenarios.

2.2.2 Lógica difusa

De acuerdo con lo mencionado en la Sección 2.2.1, las herramientas empleadas en los sistemas de control se diseñan en base a modelos matemáticos del proceso. Sin embargo, estos modelos deben ser lo suficientemente precisos para describir el sistema con el objetivo de formular la relación entrada-salida. Desafortunadamente, en la actualidad, no ha sido posible contar con modelos rigurosos que permitan describir de manera adecuada los procesos de flotación (Ding, Gustafsson, & Su, 1999). Ante este inconveniente, surgen como alternativas los métodos de control basados en lógica difusa para el desarrollo de estrategias de control no lineales y multivariables.

La lógica difusa o teoría de conjuntos difusos propuesta por Zadeh (1965), proporciona una estructura de inferencia que se asemeja a las capacidades de razonamiento humanas, permitiendo una mejor construcción de modelos mediante el uso de palabras para representar la vaguedad de la vida diaria (Bezdek, 1993; Ertugrul, 2008).

En la lógica booleana o clásica, un elemento pertenece o no pertenece a un conjunto adquiriendo valores de 0 ó 1 dictando su pertenencia al conjunto. En la lógica difusa, un elemento pertenece a un conjunto difuso con un determinado grado de pertenencia entre 0 y 1. De esta forma, los conjuntos difusos surgen como un intento de tratar de manera sistemática la imprecisión existente cuando los límites de las clases de los elementos no están bien definidos (Morcillo, 2022).

Para ejemplificar lo anterior, la Figura 2.12 muestra una representación de valores de altura y su grado de pertenencia según su valor, así como también las funciones de pertenencia “Bajo”, “Medio” y “Alto” establecidos en la lógica clásica y difusa.

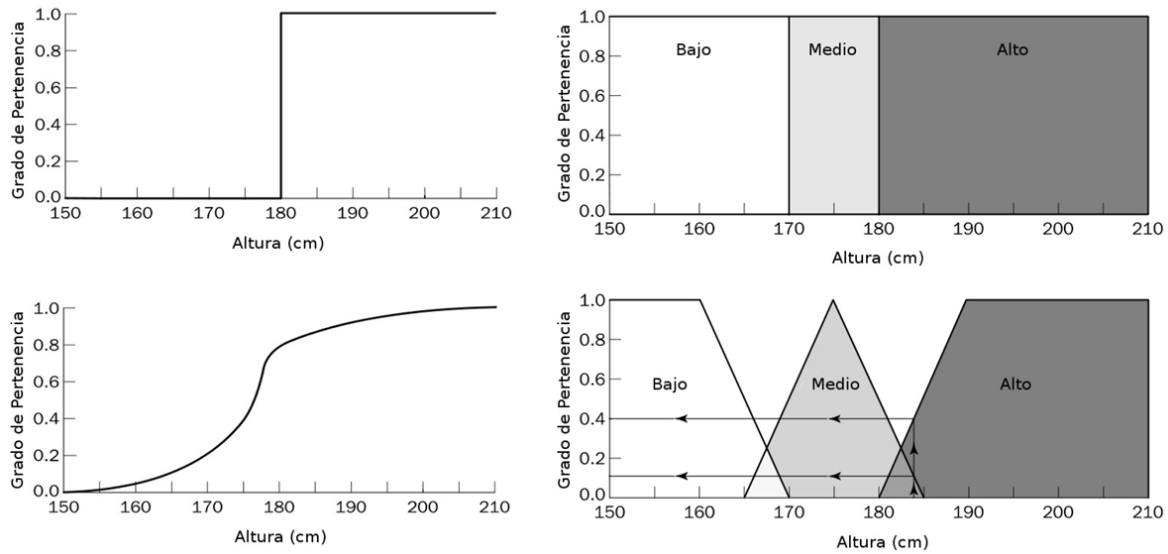


Figura 2.12 Conjuntos difusos y clásicos.

Fuente: Morcillo, 2022

Desde la lógica clásica, en la Figura 2.12 se aprecia que los valores de altura adquieren el valor de 0 para valores bajo 180 [cm], mientras que elementos sobre este valor pertenecen al conjunto “Alto”. Por otra parte, en la lógica difusa, los valores de altura tienen asociado un grado de pertenencia entre 0 y 1, incrementando conforme aumenta el valor de la altura en dirección al conjunto “Alto”. Por ejemplo, una altura de 184 [cm] tendrá asociado un grado de pertenencia al conjunto “Medio” de 0,1 y de 0,4 para el conjunto “Alto”.

En línea con lo anterior, según el grado de pertenencia del o los elementos, se llevará a cabo el proceso de inferencia a través de las reglas difusas. Las reglas difusas son diseñadas para representar el conocimiento, ya sea de elementos demasiado complejos o que no estén definidos concretamente, permitiendo el razonamiento aproximado a través de variables lingüísticas (palabras o sentencias en un lenguaje natural o artificial). Las reglas difusas son, por lo general, expresadas simbólicamente en reglas “IF-THEN” que incorporan el razonamiento experto. Posteriormente, un proceso de inferencia permite, a través de las reglas difusas, la obtención de una respuesta difusa a partir de la información obtenida desde los conjuntos difusos de entrada.

El proceso de inferencia difusa puede basarse en distintos tipos de inferencia, entre ellos, los modelos de Tagaki-Sugeno y Mamdani. Este estudio se centra en este último.

El modelo de inferencia de Mamdani se compone de 4 etapas, los cuales se describen a continuación:

1. Fusificación: En esta etapa, las señales obtenidas a través de los sensores desplegados en el proceso y digitalizadas para la obtención de valores cuantificables de alguna característica a controlar, ingresan a esta etapa de pretratamiento. Esta consiste en la transcripción de la información a expresiones que puedan ser interpretadas por el controlador lógico difuso, obteniéndose los grados de pertenencia de los elementos en los conjuntos difusos previamente establecidos.

2. Evaluación de reglas: En esta etapa, el sistema analiza los grados de pertenencia de los elementos que conforman el conjunto de entrada al sistema a través de reglas de inferencia previamente definidas. Si una regla tiene múltiples antecedentes se utiliza el operador OR y AND para obtener un valor único que represente el resultado de la evaluación, el que se aplica al consecuente o conjunto difuso del o los elementos de salida.

3. Agregación de las salidas: Esta etapa da lugar a la unificación de las salidas de todas las reglas, combinándose las funciones de pertenencia de todos los consecuentes previamente ajustados para obtener un único conjunto difuso por cada variable de salida.

4. Defusificación: En esta etapa, el sistema traduce la información proveniente del procesamiento difuso, correspondiente al conjunto difuso obtenido en la etapa anterior, en un valor o respuesta de control de salida del sistema. Existen varios métodos de defusificación, siendo el método del centroide el más utilizado, el cual determina el punto en el que una línea vertical divide el conjunto en dos áreas de igual masa. Finalmente, esta respuesta es transformada por un conversor digital-análogo para la obtención de señales que permitan llevar a cabo una acción de corrección en el proceso.

La Figura 2.13 presenta la arquitectura de un sistema de control lógico difuso en el cual se aprecia la conexión existente entre el proceso, el o los controladores lógico-programables, el controlador lógico difuso y el usuario. La información del proceso es captada a través de los sensores desplegados en el sistema, estas señales son digitalizadas y enviadas a través de la interfaz de comunicación, hacia el sistema de control lógico difuso en el que se lleva a cabo el proceso de inferencia con los pasos antes descritos para obtener una respuesta de control en el proceso.

El usuario interactúa con el proceso a través de la interfaz gráfica, e incorpora el conocimiento y la información requerida para el proceso de inferencia. Finalmente, las respuestas obtenidas a través de la inferencia difusa son ejecutadas como acciones correctivas a través de los actuadores distribuidos en el proceso.

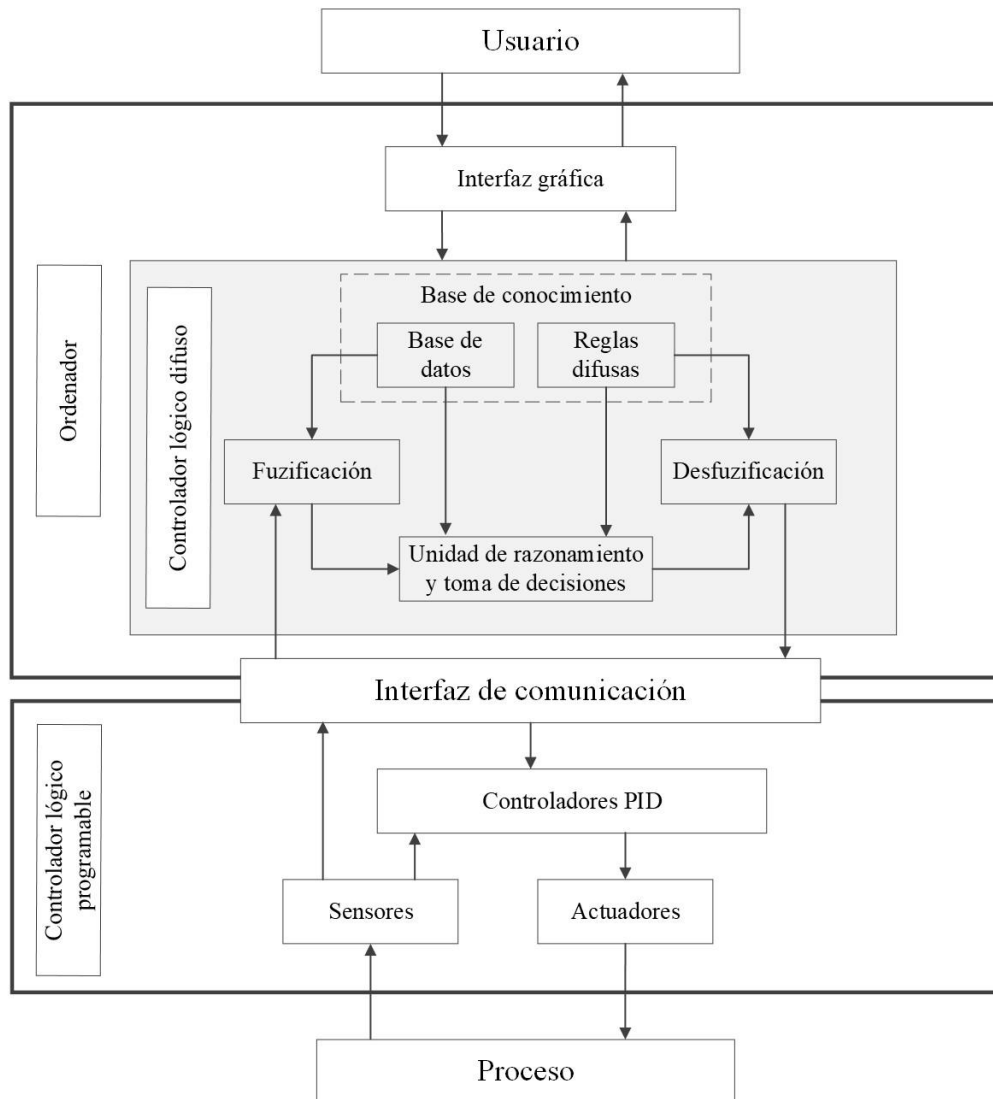


Figura 2.13 Arquitectura de un sistema de control lógico difuso.

Fuente: Adaptado de Carvalho & Durao, 2002

De esta manera, la lógica difusa es capaz de otorgar a los controladores lógico-programables la habilidad de tomar decisiones razonables según el estado del proceso, y les permite realizar de manera independiente los cálculos de salida a partir de la información de entrada proveniente del sistema (Dawson & Koorts, 2014).

3. Equipo experimental

3.1 Descripción de equipo experimental

A continuación, se describe el equipo utilizado durante las sesiones de experimentación correspondiente al circuito de celdas Rougher disponible en el Laboratorio de Control de Procesos del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental. La Figura 3.1 presenta una fotografía del circuito empleado durante la etapa de experimentación.



Figura 3.1 Circuito disponible en el Departamento de Ingeniería Química y Ambiental.

Asimismo, la Figura 3.2 presenta el diagrama P&ID del circuito empleado. Las señales de comunicación eléctrica y neumática empleadas fueron: 4-20 [mA] y 3-15 [psig] respectivamente. La Tabla 4 presenta una descripción breve de los elementos empleados en el desarrollo de los experimentos y que se aprecian en la Figura 3.2. La alimentación de aire comprimido para el funcionamiento de las válvulas en el sistema, el agua potable y la electricidad provinieron de las líneas de abastecimiento del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental de la Universidad.

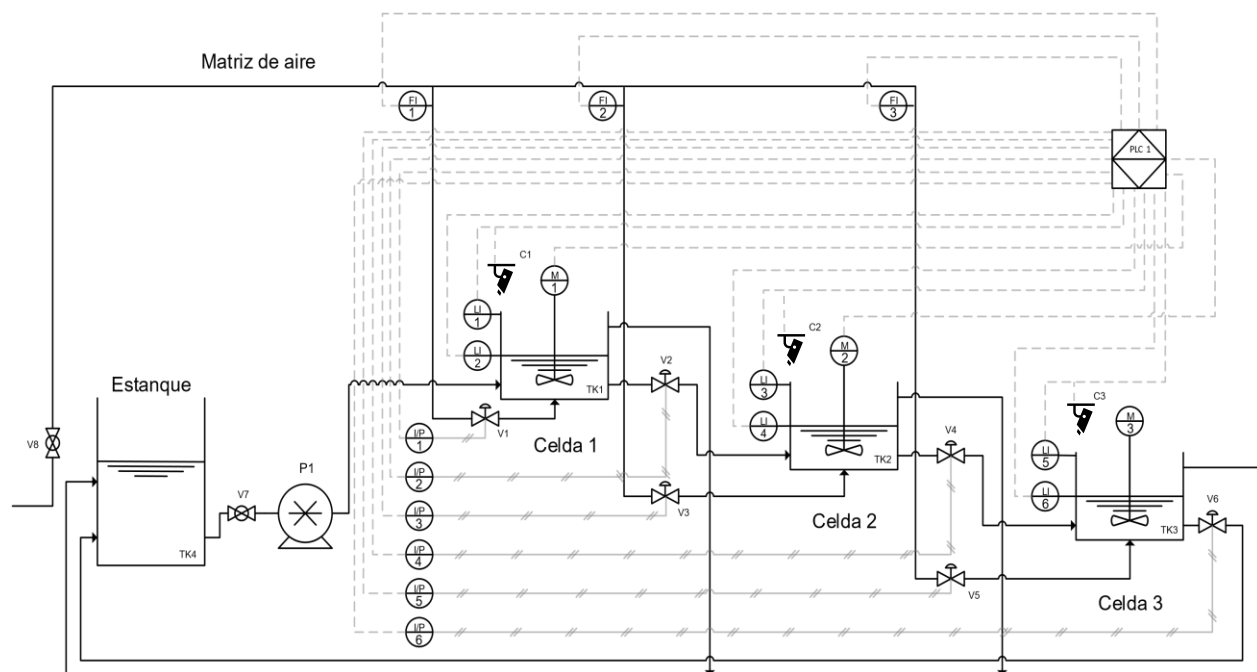


Figura 3.2 P&ID de circuito de celdas Rougher.

Tabla 3.1. Elementos del circuito de celdas Rougher.

Elemento	TAG	Marca	Modelo/Serie
PLC	PLC 1	General Electric	PACSystem RX3i
Bomba peristáltica	P 1	Masterflex	77601-10
Tanque de alimentación 220 [L]	TK 4	-	-
celda Rougher 36 [L]	TK 1, 2 y 3	-	-
Sensor de nivel capacitivo	LI 1, 3 y 5	Flowline	LU20
Sensor de nivel ultrasónico	LI 2, 4 y 6	Omega	LV4111-24
Transductor I/P	I/P 1, 2, 3, 4, 5 y 6	Fairchild	TA6000-401
Flujómetro másico de aire	FI 1, 2 y 3	Aalborg	GFM47
Válvula de aire tipo aguja	V 1, 3 y 5	Badger meter	-
Válvula de pulpa tipo pinch	V 2, 4 y 6	Badger meter	-
Cámara	C 1, 2 y 3	Axis Communications	M1124
Agitador	M 1, 2 y 3	IKA	KW20

A partir del sistema presentado en Figura 3.2, se describe lo siguiente:

- Las celdas están conectadas en serie en un ciclo cerrado, cada línea de relave alimenta a la siguiente celda, mientras que la corriente de concentrado obtenida desde el rebalse de cada una de ellas y la corriente de relave de la última celda van en dirección a corrientes únicas hacia el estanque de alimentación principal.
- Cada celda posee difusores de aire situados en el fondo y alimentados con aire a presión desde la matriz de aire principal.
- Cada celda contiene un agitador. Este elemento puede ser encendido desde la sala de control, pero la velocidad de agitación solo puede ser regulada manualmente en el sitio del proceso.
- Cada celda posee en su zona superior cercana al rebalse una cámara IP de marca *Axis Communications* modelo M1124. Estas cámaras proporcionan imágenes en tiempo real de la espuma contenida en la superficie de las celdas.

Además, si bien no se indica en el P&ID, se informa lo siguiente:

- El cabezal de cada válvula tiene conectado un manómetro de tipo Bourdon de marca Winters que permite visualizar, a través de los cambios en la presión en la línea de aire, las acciones ejecutadas desde la sala de control.
- Cada celda contiene una fuente de luz homogénea cuya instalación se realizó específicamente para la mejora de la iluminación en la medición de los atributos de espuma.
- Las dimensiones de cada celda corresponden a 30 [cm] de largo, 30 [cm] de ancho y 40 [cm] de alto.

Previo al desarrollo de los experimentos, se llevó a cabo el reacondicionamiento y calibración de los instrumentos y equipos señalados en la Tabla 3.1, entre los que se destacan:

- Construcción de la curva de calibración de la bomba peristáltica (caudal [L/s] versus señales digitales [bit]).
- Construcción de la curva de calibración de sensores ultrasónicos y capacitivos (altura [cm] versus señales digitales [bit]).
- Identificación de histéresis en las válvulas existentes en el circuito.
- Verificación del estado de los sensores de flujo másico de aire.

3.2 Monitoreo y control del proceso

3.2.1 Controlador lógico programable

Los instrumentos y equipos existentes se conectan a un controlador lógico programable PACSystem RX3i de la marca General Electric, la dirección y la ubicación de cada uno de estos elementos en los *slots* del controlador se señalan en la siguiente tabla:

Tabla 3.2 Instrumentos y *switches* enlazados al PLC.

Slot	Dirección y especificación de instrumento
Slot 2 (Modelo: IC694ALG223)	AI00001: Sensor de nivel Ultrasónico 1.
	AI00002: Sensor de nivel Ultrasónico 2.
	AI00003: Sensor de nivel Ultrasónico 3.
	AI00004: Flujómetro másico de aire 1.
	AI00005: Flujómetro másico de aire 2.
	AI00006: Flujómetro másico de aire 3.
Slot 4 (Modelo: IC693ALG442)	AI00022: Sensor de nivel capacitivo 1.
	AI00023: Sensor de nivel capacitivo 2.
	AI00024: Sensor de nivel capacitivo 3.
Slot 5 (Modelo: IC693ALG392)	AQ0003: Válvula de cola Celda 1.
	AQ0004: Válvula de flujo de aire Celda 1.
	AQ0005: Válvula de cola Celda 2.
	AQ0006: Válvula flujo de aire Celda 2.
	AQ0007: Válvula de cola Celda 3.
	AQ0008: Válvula de flujo de aire Celda 3.
Slot 7 (Modelo: IC693MDR390)	AQ0009: Flujo de bomba de alimentación.
	Q00001: Encendido/Apagado de Agitador de Celda 1.
	Q00002: Encendido/Apagado de Agitador de Celda 2.
	Q00003: Encendido/Apagado de Agitador de Celda 3.
Slot 8 (Modelo: IC693MDR390)	Q00004: Encendido/Apagado de bomba de alimentación.
	Q00009: Encendido/Apagado de luz led Celda 1.
	Q00010: Encendido/Apagado de luz led Celda 2.
	Q00011: Encendido/Apagado de luz led Celda 3.

El esquema de control del sistema de celdas Rougher en serie fue creado en el PLC mediante la programación de este con el *software Proficy Machine Edition*. Una vez finalizado y programado el esquema de control, este fue enlazado a una interfaz hombre-máquina (HMI) diseñado en el *software Intouch Applications HMI 10.1.3*. Cabe destacar que es posible el control de los elementos en el circuito de celdas mediante ambos *softwares*; no obstante, se prefiere el uso de la interfaz dada la simplicidad en el manejo de los actuadores y la lectura de las variables del proceso.

3.2.2 Lazos de control del proceso

Los lazos de control existentes en el circuito son de tipo Proporcional-Integral-Derivativo, sin embargo, dada la histéresis presente en las válvulas de control, la cual generó una intermitencia permanente en la regulación de los flujos de agua y aire en cada celda, sólo se emplearon controladores de tipo Proporcional-Integral (PI). Los parámetros utilizados para la sintonización de los controladores se ajustaron en función de los resultados reportados por Cortés (2016) (ver Anexo H). Los lazos se presentan a continuación:

- Lazo de control de nivel

Este lazo controla la interfaz agua-espuma a través del sensor ultrasónico instalado en la zona superior de cada celda, la señal entregada por el sensor es enviada al controlador PI y este instruye un porcentaje de apertura de la válvula de cola para regular el flujo de relave y así modificar el nivel de pulpa en la celda.

- Lazo de control de aire

Este lazo controla el flujo de aire en la celda, expresado en velocidad superficial de gas, a través del flujómetro másico de aire instalado en la línea de alimentación a cada celda. La señal entregada por el sensor es enviada al controlador PI y este instruye un porcentaje de apertura de la válvula de control respectiva para modificar el flujo de aire en la celda.

3.2.3 Interfaz Hombre Máquina

A continuación, se presenta la interfaz de control diseñada para monitorear y controlar las variables en el circuito de celdas Rougher en serie, este consiste en 5 secciones: panel principal, panel de control, panel de switches del controlador lógico difuso y panel de atributos de espuma. El panel principal (ver Figura 3.3) permite la conexión y comunicación directa con el PLC, en esta ventana es posible realizar las siguientes acciones:

- Manipular manualmente los agitadores, luces, bomba, válvulas de aire y relave.
- Ver el estado del nivel proporcionado por los sensores capacitivo y ultrasónico, así como también de la velocidad superficial de gas en cada una de las celdas.

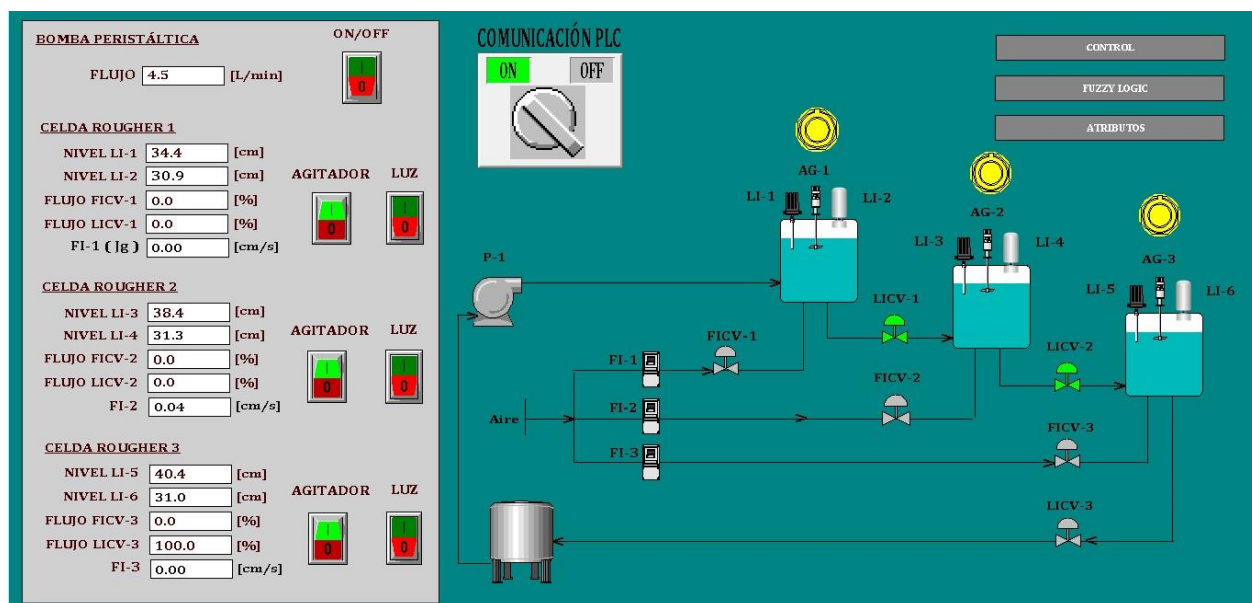


Figura 3.3 Panel principal.

Luego, el panel de control (ver Figura 3.4) permite controlar los recursos disponibles para mantener a las variables objetivo en valores cercanos a los requeridos en el proceso, así como también la ejecución de las siguientes acciones:

- Encendido/apagado y ajuste de los parámetros del controlador PID.
- Incorporación de los valores requeridos y lectura de las variables del proceso, tales como nivel y velocidad superficial de gas, en cada celda.
- Visualización gráfica del nivel en cada una de las celdas con respecto a su valor deseado.
- Visualización gráfica de la apertura de las válvulas de relave en cada una de las celdas.

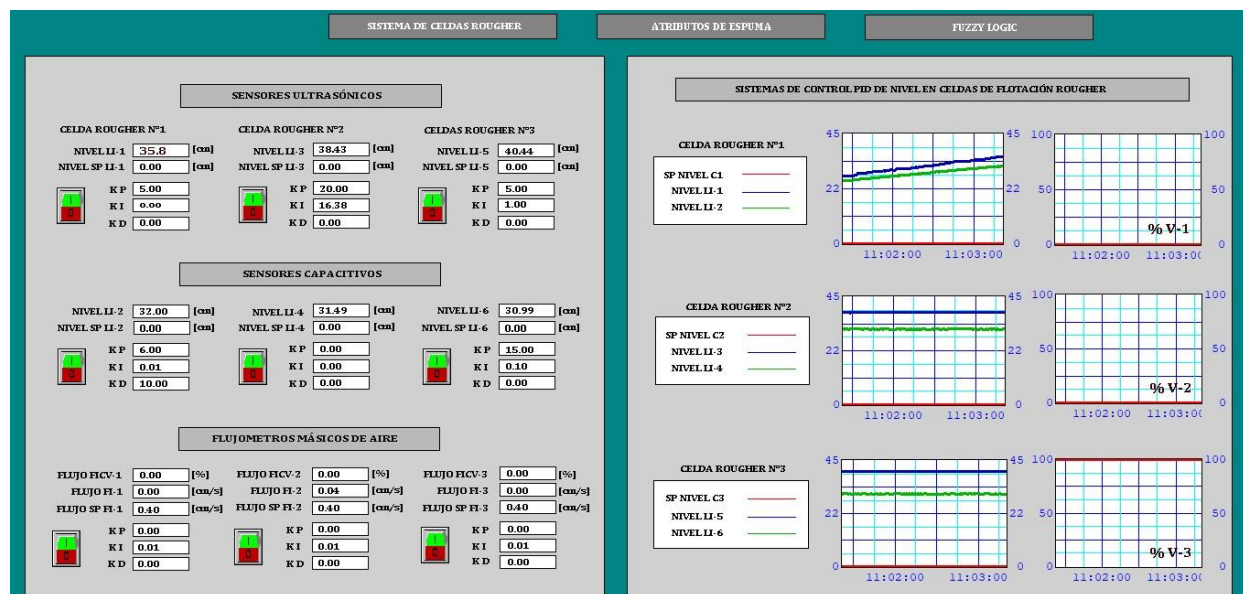


Figura 3.4 Panel de control.

También, se tiene un panel del controlador lógico difuso (ver Figura 3.5) con los botones de encendido/apagado para el control de los atributos de espuma, los cuales se detallarán más adelante. En esta ventana es posible encender o apagar el controlador lógico difuso y el control individual de los atributos para cada celda.

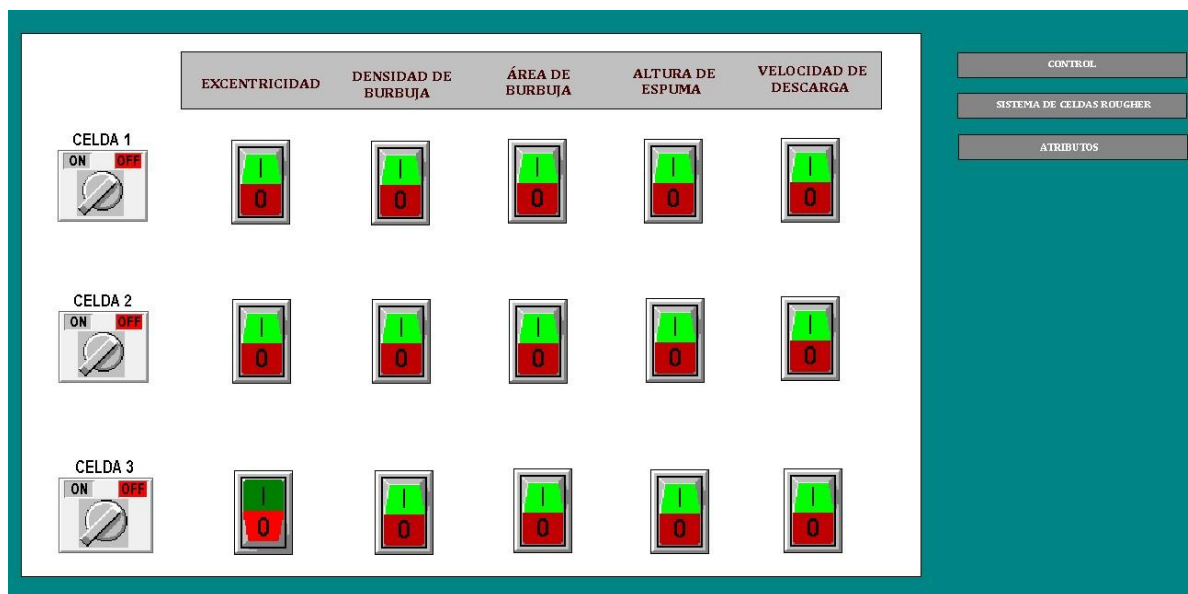


Figura 3.5 Panel del controlador lógico difuso.

La sección de la interfaz, mostrada en la Figura 3.6, presenta los atributos de espuma medidos correspondientes a excentricidad de burbuja, percentil 80 de área transversal de burbuja y densidad de burbuja, adicionalmente se cuenta con indicadores de velocidad de descarga y altura de espuma.

Los valores de estos atributos fueron obtenidos mediante el procesamiento de imágenes de espuma con el software *Matlab*. El sistema de adquisición, análisis y procesamiento de imágenes se detallará en la Sección 4.

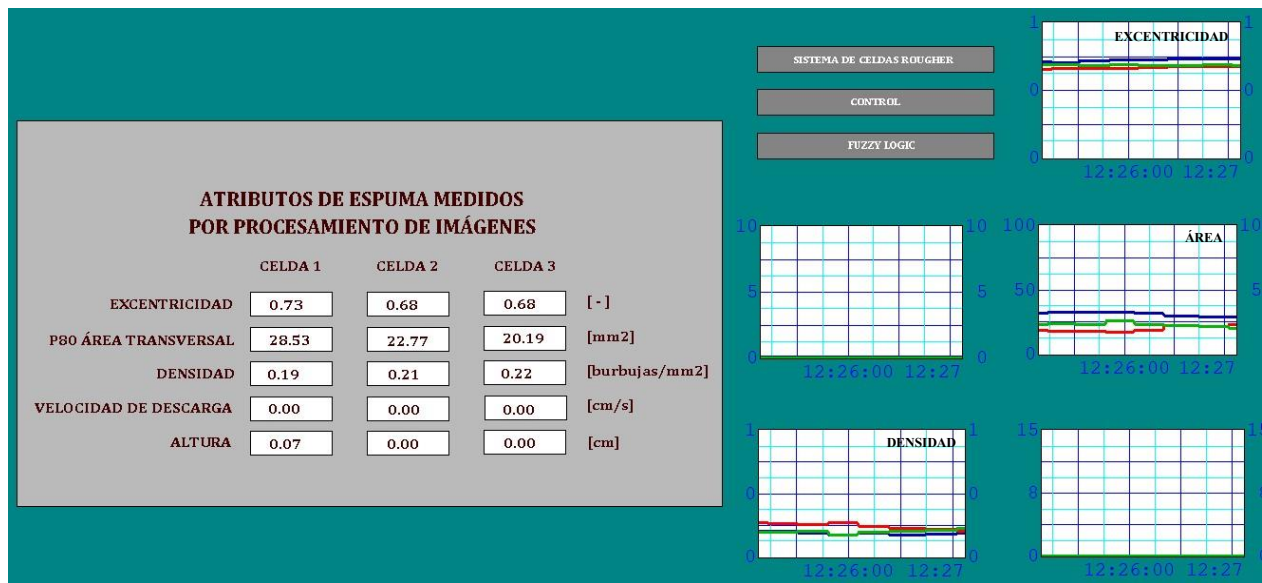


Figura 3.6 Panel de atributos de espuma.

3.2.4 Controlador lógico difuso

El controlador lógico difuso fue desarrollado en el *software Matlab* con el complemento *Fuzzy Logic Designer*. Las acciones necesarias para el control de los atributos de espuma por el controlador lógico difuso pueden resumirse en los siguientes puntos:

- Lectura de los valores actualizados de las variables del sistema desde el servidor en KEPServerEX, tales como niveles de pulpa y velocidad superficial de gas en la celda, *switches* de activación del control difuso en las celdas, valores de referencia de los controladores PI y de los atributos de espuma obtenidos mediante procesamiento de imágenes.
- Las variables son registradas en *Matlab* y enviadas al controlador lógico difuso.
- Según los *switches* activados, se inicia el control en la celda respectiva y del atributo deseado.
- El controlador difuso, actuando como el controlador maestro a través de las reglas difusas implementadas, entrega un valor objetivo de nivel de espuma o de velocidad superficial de gas para el controlador PI con base en los valores de atributo, altura de espuma y velocidad superficial de gas existentes en la celda.
- Los valores entregados por el controlador difuso son escritos sobre los valores de referencia de los controladores PI de los recursos en el sistema (velocidad superficial de gas y nivel de pulpa). Este último actuando como el controlador esclavo, hasta obtener valores de los atributos de espuma cercanos al intervalo deseado.

La Figura 3.7 esquematiza lo mencionado anteriormente, en este caso, ejemplificando el control de la excentricidad de burbuja en la Celda 1. El operador, una vez realizado la puesta en marcha del circuito, realiza el encendido o apagado del control experto-difuso en la celda correspondiente, en este ejemplo, de la Celda 1. Esta información es dirigida desde el HMI, hacia la interfaz de comunicación, empleándose en esta ocasión, un servidor de comunicaciones cuya técnica es OPC UA (OPC, *OLE for Process Control*; UA, *Unified Architecture*). El algoritmo para la adquisición y procesamiento de imágenes se define en la Sección 5.4.1.

Posteriormente, la información de las variables es enviada desde el servidor hacia *Matlab* y leídas para el controlador lógico difuso. En este ejemplo, al estar activado el *switch* del control difuso en la Celda 1, se inicia el control de la excentricidad mediante la entrada de los valores actualizados del atributo a controlar, el nivel de pulpa y la velocidad superficial de gas en la celda, obteniéndose

los valores de nivel o velocidad superficial de gas deseados para los controladores PI disponibles en el sistema.

Las respuestas obtenidas desde el controlador son desfusificadas, sobreescritas en las variables definidas y exportadas al servidor. Finalmente, el servidor se encarga de recopilar y entregar esta información al PLC.

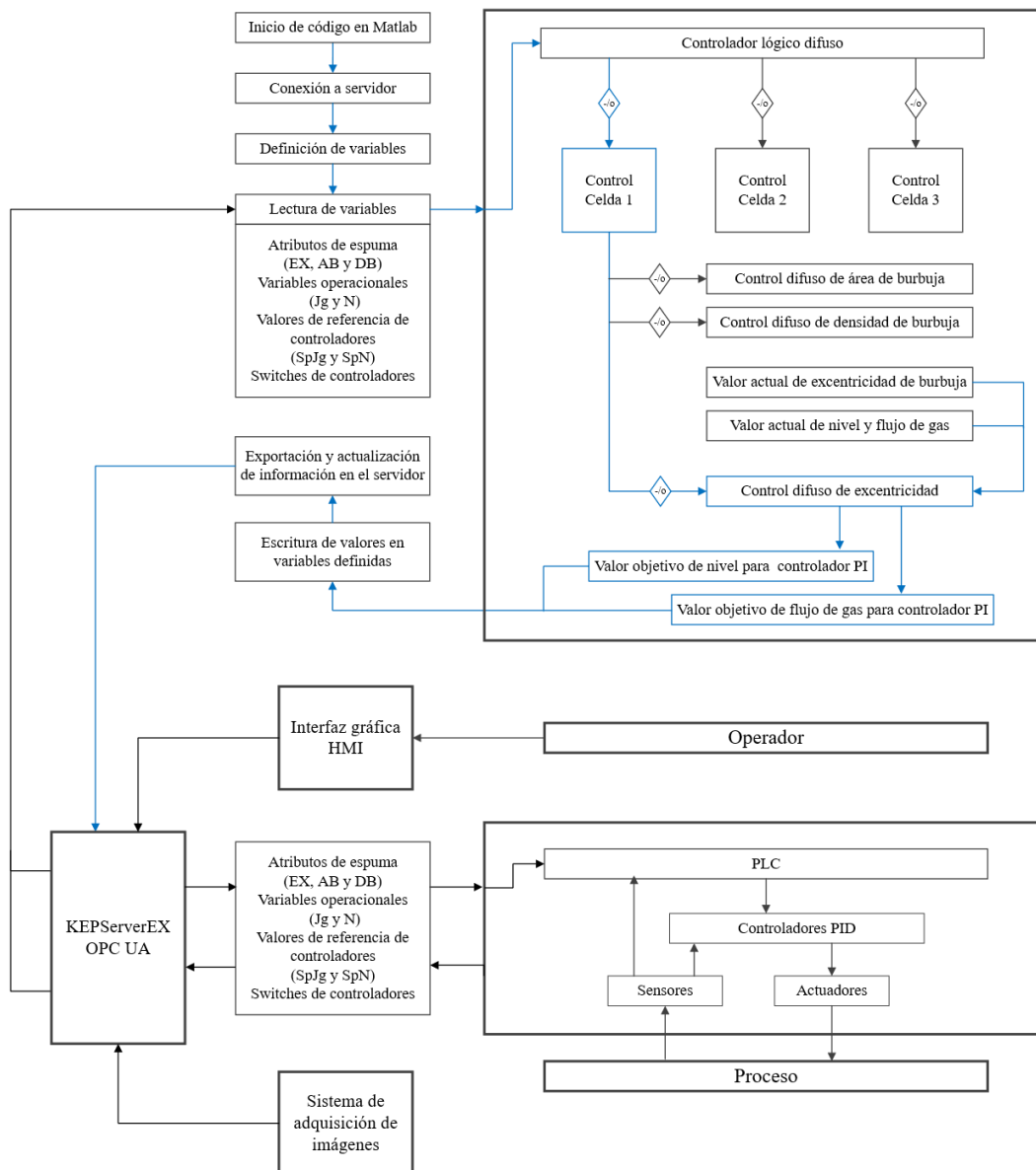


Figura 3.7 Esquema de control para el controlador lógico difuso.

3.3 Definición de sistema a utilizar en la experimentación

Uno de los objetivos de este estudio es determinar la zona de operación en el que se alcance una espuma estable, en el cual se pueda ejecutar el control de los atributos de espuma de flotación.

La estabilidad de la espuma se refiere a su tiempo de persistencia, el cual tiene un rol crucial en la separación de minerales por flotación (Aktas, Cilliers, & Banford, 2008). La estabilidad de la espuma depende del tipo y de la concentración de los reactivos químicos empleados para estabilizarla, de las tensiones inducidas por el movimiento de la espuma y de las propiedades superficiales de las partículas de mineral en la espuma (especialmente las propiedades de partículas hidrófobas tales como el tamaño, forma e hidrofobicidad) (Langberg & Jameson, 1989). Adicionalmente, Pugh (2005) señala que la estabilidad de la espuma aumenta conforme disminuye el tamaño de partícula y que una mayor concentración de sólidos colectados por las burbujas proporcionan una mayor resistencia al drenaje de líquido contribuyendo a la estabilidad de la espuma.

En cuanto a las variables operacionales que inciden en la estabilidad de la espuma se encuentran la velocidad superficial de gas, la concentración del espumante y la velocidad de agitación. Un aumento en la velocidad superficial de gas y en la concentración de espumante conlleva a un mayor grosor de la capa de espuma; no obstante, a altas tasas de aireación y de concentración de espumante, la altura máxima de equilibrio de la espuma disminuye y en estas condiciones se genera una espuma inestable (Barbian, Ventura-Medina, & Cilliers, 2003). Por otro lado, un incremento en la velocidad de agitación conlleva una distribución de burbujas de menor tamaño facilitando el transporte de agua hacia la espuma y modificando su estructura, disminuyendo la coalescencia de las burbujas y generando una mayor estabilidad (Pugh, 2005; Wang, Runge, & Peng, 2016).

Para este estudio, debido a las restricciones del Laboratorio de Control de Procesos, no fue viable el uso de mineral sólido para generar una pulpa en el proceso. Por esta razón, la alimentación consistió en una solución acuosa de 25 [ppm] del espumante 2-etilhexanol. Esta solución fue recirculada en un circuito cerrado a través de las celdas existentes hacia el estanque de alimentación principal, sin la adición extra de un volumen de solución espumante concentrado. El volumen de solución utilizado fue de 150 [L] con la finalidad de garantizar el llenado máximo de cada una de las celdas.

La velocidad de agitación de la solución se mantuvo constante en cada una de las celdas, la cual fue de 500 [rpm] para evitar turbulencia en el seno del líquido e inestabilidad en la espuma de flotación.

Considerando las características de la alimentación en las sesiones de experimentación, dada la ausencia de sólidos y manteniéndose constantes la concentración de espumante y la velocidad de agitación de la pulpa, la estabilidad de la espuma es función de la velocidad superficial de gas y del grosor de la capa de espuma resultante al manipular el nivel de pulpa en la celda. Cabe señalar que, la velocidad superficial de gas varió entre 0,5 a 1,5 [cm/s] y el nivel de pulpa entre 36 [cm] a 39 [cm] (con alturas de espuma entre 4 [cm] y 1 [cm] respectivamente).

En cuanto a las pruebas experimentales para la caracterización de la zona de operación y la obtención de una espuma estable, estas se llevaron a cabo en la celda rougher N°1. Esto tuvo como propósito evitar la disminución de la concentración del espumante en las celdas N°2 y N°3 a través de las corrientes de concentrado de cada celda respectiva, situación que conllevaría a la inestabilidad de la espuma en las celdas aguas abajo.

Por último, la solución fue utilizada durante 20 minutos en cada experimento para evitar que el desgaste del espumante afectara la calidad de las mediciones de los atributos de la espuma. Aunque no fue posible medir la concentración de espumante al final de cada prueba, se observó una disminución notable en la calidad de la espuma tras 40 a 60 minutos de operación.

4. Sistema de adquisición y procesamiento de imágenes

En este capítulo se describe el sistema de adquisición empleado para la captura de imágenes de espuma de flotación. Además, se presentan las etapas de preprocesamiento y procesamiento de imágenes con el objetivo de acondicionar y extraer información desde las imágenes adquiridas por el sistema de cámaras.

4.1 Especificaciones del sistema de captura de imágenes

Como fue mencionado en la Sección 3.1, cada celda posee en su zona superior cercana al rebalse una cámara IP de marca Axis Communications modelo M1124. Cada una de las cámaras está conectada mediante *Power over Ethernet* (PoE) a la sala de control. La capacidad de medición de imágenes es de 720p HD, siendo posible el ajuste y enfoque de estas según los requerimientos del proceso.

La Tabla 4.1 proporciona especificaciones de las cámaras empleadas en el sistema de celdas y la Figura 4.1 presenta una imagen referencial de este elemento.

Tabla 4.1 Especificaciones de cámara IP Axis M1124.

Característica	Valor
Resolución	HDTV 720p, 30 FPS
Sensor de Imagen	CMOS RGB, Barrido progresivo 1/3"
Velocidad Obturación	1/66500 a 1 [s]
Temperatura Funcionamiento	0 – 55 [°C]
Iluminación Mínima Color	0,25 [lux]
Iluminación Mínima Blanco y Negro	0,05 [lux]
Alimentación	8 – 28 [VDC]
Dimensiones	4,4 x 7 x 14,8 [cm]
Peso	200 [g]



Figura 4.1 Cámara Axis M1124. Imagen referencial.

La distancia existente entre las cámaras y el rebalse es similar en cada una de las celdas, optándose por calibrar cada una de las cámaras considerando una distancia de 1,5 [cm] desde el tope de las celdas, la cual fue designada como la máxima altura de espuma observada en el rebalse.

La Figura 4.2 presenta un diagrama de la ubicación de la cámara en las celdas y las imágenes capturadas. El sistema de captura de imágenes fue programado para obtener imágenes de espuma, cuya resolución fue de 320x240 píxeles, en intervalos continuos de 10 [s].

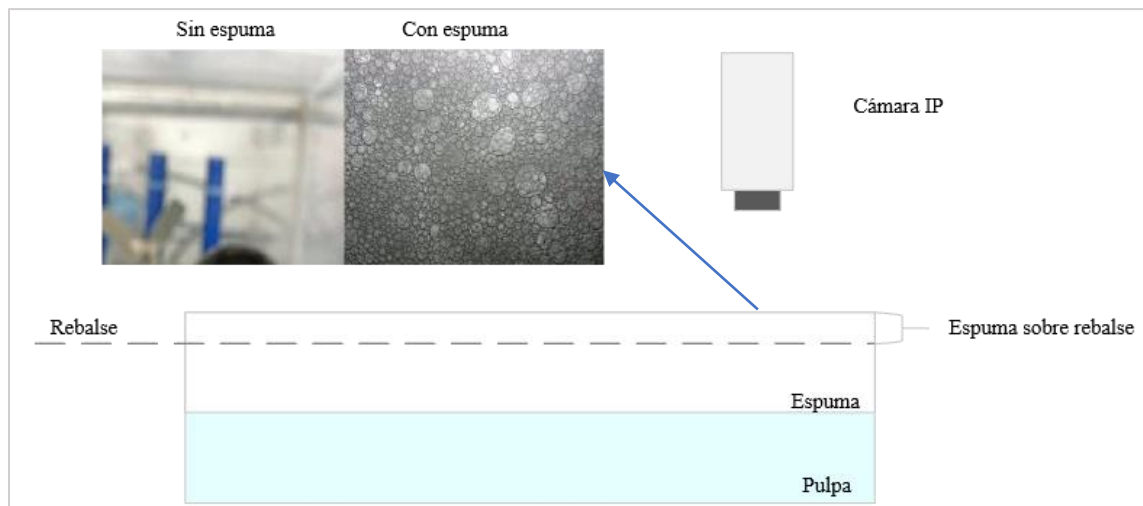


Figura 4.2 Ubicación y orientación de las cámaras en las celdas para la captura de imágenes.

La Tabla 4.2 presenta las dimensiones físicas para la calibración de las cámaras y el escalamiento de los valores de atributos de espuma obtenidos mediante el procesamiento de imágenes.

Tabla 4.2 Dimensiones físicas de las imágenes en cada una de las cámaras.

Cámara	Dimensiones
Cámara 1	47 [mm] x 34,5 [mm]
Cámara 2	61 [mm] x 44.5 [mm]
Cámara 3	65 [mm] x 48.5 [mm]

La diferencia existente entre las dimensiones de las imágenes en cada una de las cámaras en el circuito fue debido a la ubicación de cada uno de estos equipos con respecto al tope de la celda, siendo la cámara 1 el equipo más cercano al borde de la celda y la cámara 3 el equipo más alejado al borde de la celda, abarcando una mayor superficie de espuma.

4.2 Preprocesamiento y segmentación de imágenes

Córdova (2019) presenta una rutina de preprocesamiento diseñada para mejorar la calidad de las imágenes con el fin de facilitar la detección automática de burbujas de flotación mediante un apropiado funcionamiento del algoritmo de *Watershed* (ver Anexo 10.2).

La rutina de preprocesamiento empleada en su estudio se basa en: la ecualización de la distribución de intensidad de píxeles, eliminación de ruido en la imagen, dilatación de la luz en la imagen y la extracción de marcadores basados en máximos. Las Figuras 4.3 a 4.4 corresponden a imágenes de espuma de flotación con presencia de mineral. Además, se presenta la misma imagen con el algoritmo de *Watershed* aplicado sin y con una rutina de preprocesamiento, recalcando la importancia de este tipo de procesos de tratamiento previos a la segmentación de imágenes, para la obtención de información referente a la imagen.

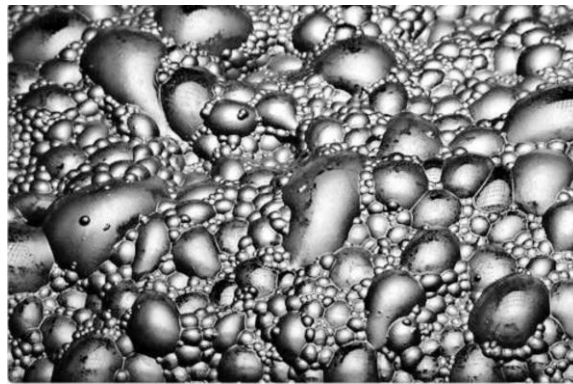


Figura 4.3 Espuma de flotación con presencia de mineral.

Fuente: Córdova, 2019

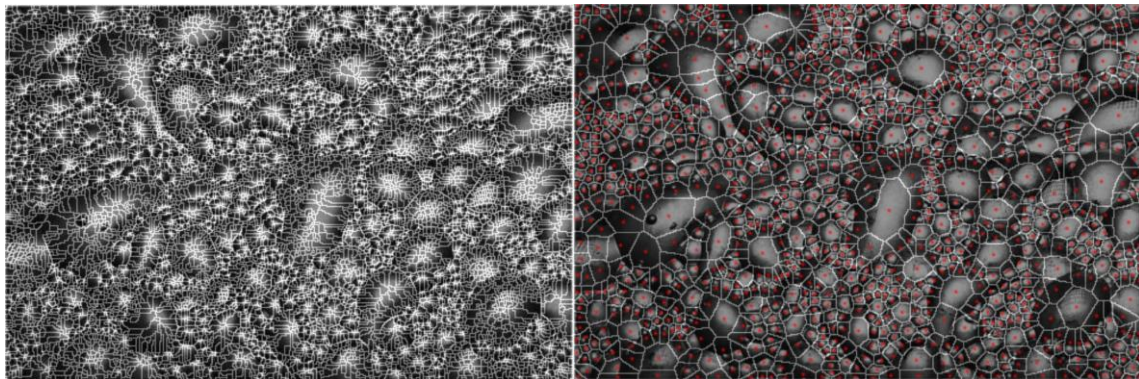


Figura 4.4 Espuma segmentada con el algoritmo de *Watershed* preprocesada (izquierda) y no preprocesada (derecha).

Fuente: Córdova, 2019

No obstante, en este trabajo de tesis se optó por una rutina de preprocesamiento diferente con el objetivo de acceder a una segmentación de imágenes más representativa de la espuma de flotación. A continuación, se presentan los pasos empleados en la etapa de preprocesamiento de imágenes. La Figura 4.5 corresponde a una imagen de espuma de flotación de entrada al sistema de análisis de imágenes.

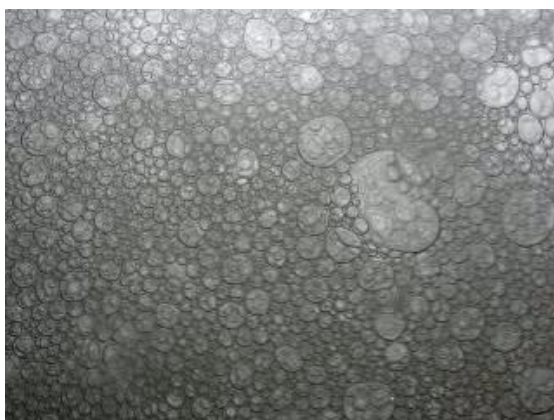


Figura 4.5 Imagen original de espuma de flotación.

El primer paso del procesamiento consiste en la obtención de la imagen en escala de grises y luego su imagen complementaria, tal como muestra la Figura 4.6.

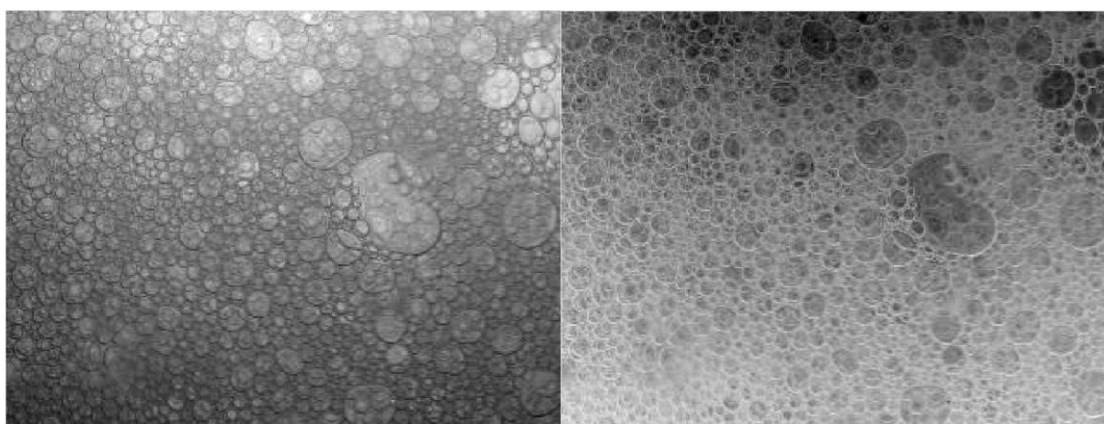
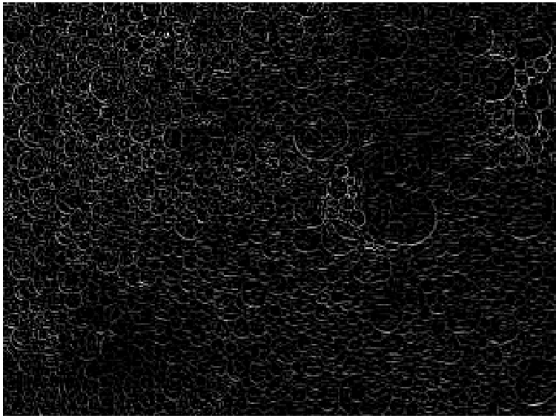
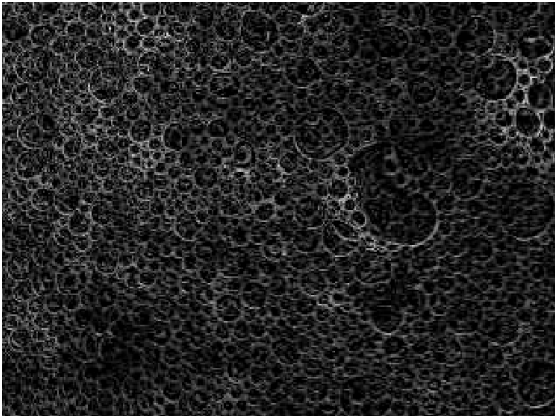
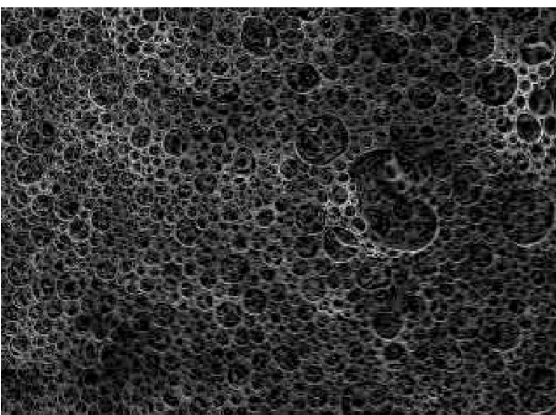
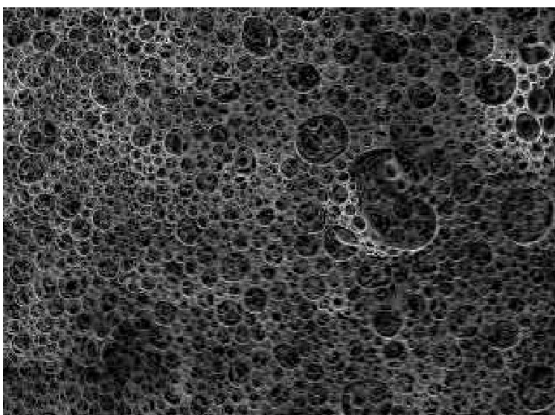
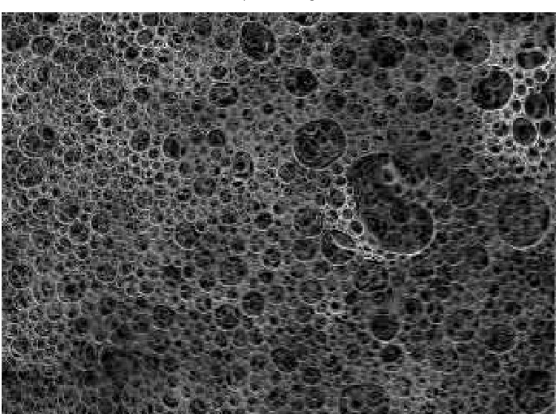
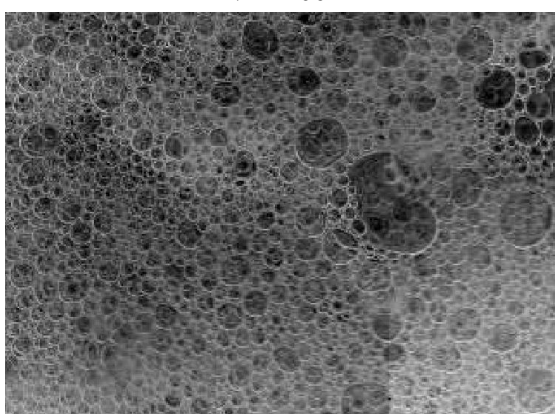


Figura 4.6 Imagen en escala de grises (izquierda) e imagen complementaria (derecha).

El segundo paso consiste en la corrección de la iluminación para mejorar la visualización de los bordes de las burbujas. La Tabla 4.3 presenta la corrección de la iluminación de la imagen complementaria para distintos valores del parámetro de corrección de iluminación, V .

Tabla 4.3 Corrección de la iluminación en la imagen complementaria para distintos valores del parámetro V .

$V = 1$ 	$V = 3$ 
$V = 5$ 	$V = 7$ 
$V = 10$ 	$V = 100$ 

La elección del parámetro V se realizó de manera que permitiera una mejor representación de los bordes de las burbujas en la superficie de la espuma. Valores de V superiores a 10 mejoraron la iluminación de dichos bordes, aunque también se detectaron bordes de burbujas ubicadas en zonas internas, cercanas a la cara externa de la espuma. Por otro lado, valores inferiores a 5 no proporcionaron una iluminación adecuada, lo que afectó negativamente la detección de los bordes. Finalmente, se optó por un valor de V de 10, ya que ofrecía el mejor equilibrio para la iluminación y detección de los bordes de las burbujas.

El tercer paso constó del ajuste del contraste en la imagen con el propósito de intensificar aquellos bordes de burbujas con baja iluminación como se muestra en la Figura 4.7.

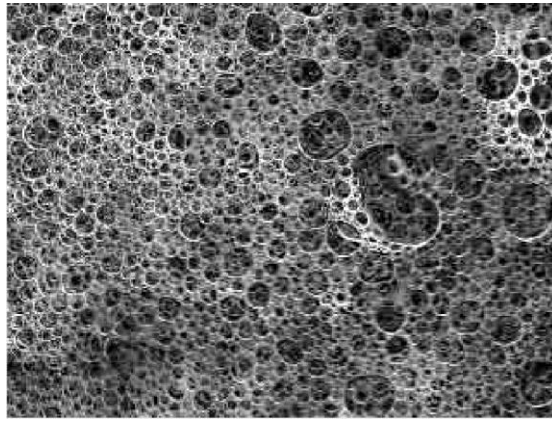
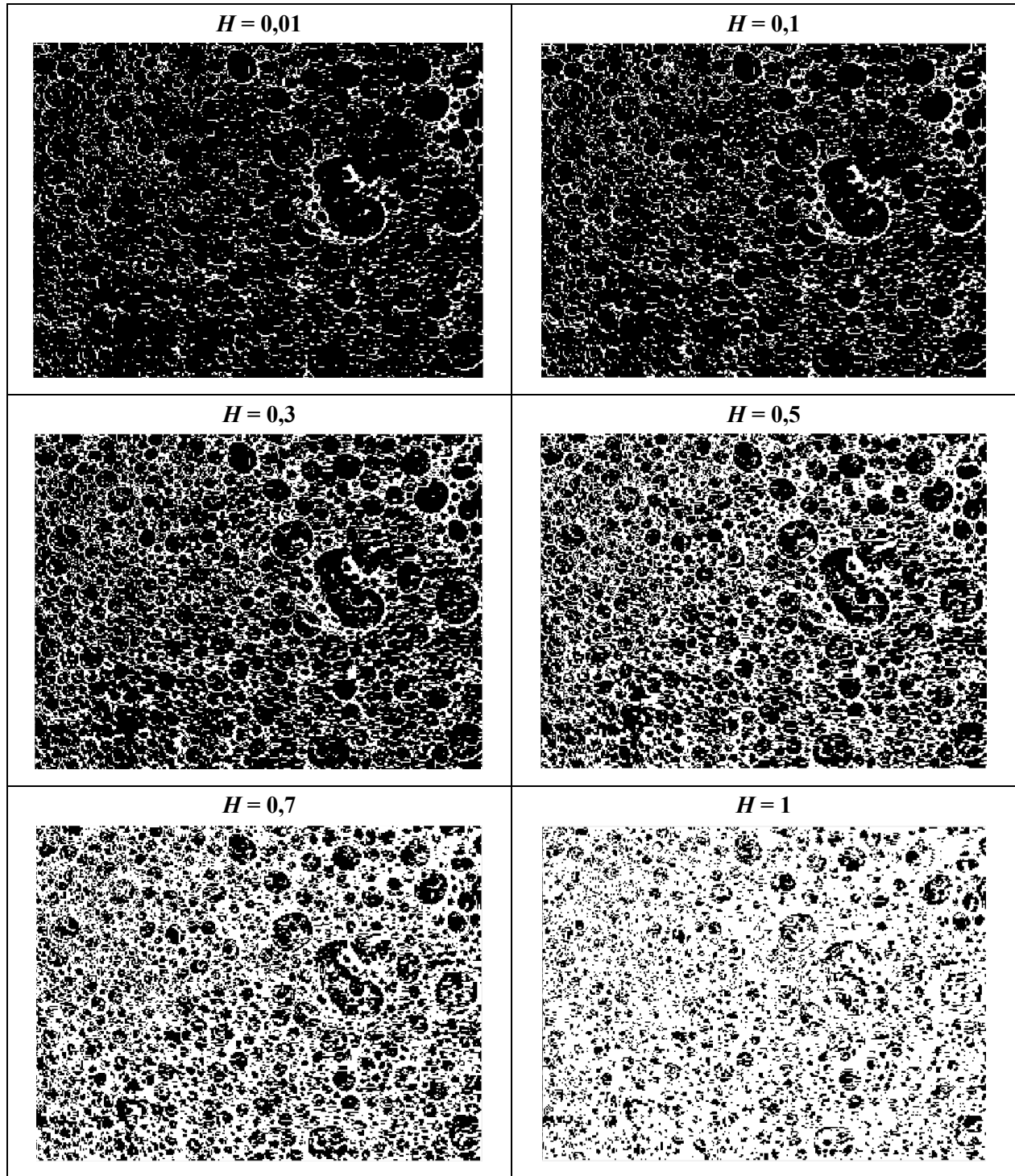


Figura 4.7 Ajuste del contraste en la imagen.

En el cuarto paso se llevó a cabo la conversión de la imagen anterior en una imagen binaria mediante el uso de un factor de sensibilidad de umbral adaptativo H definiendo así los bordes de los objetos, tal como se muestra en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Binarización y definición de los bordes en la imagen para distintos valores del parámetro H .



Valores del parámetro H superiores a 0,6 provocaron una sobredefinición de los bordes de las burbujas, detectándose burbujas de mayor tamaño en comparación con las presentes en la imagen original. Por el contrario, valores inferiores a 0,4 dieron lugar a una detección deficiente o subdefinición de los bordes, generando objetos irregulares en la imagen final. Finalmente, se seleccionó un valor de H de 0,6, ya que permitió una detección más precisa y fiel de los bordes de las burbujas.

El quinto paso tuvo como propósito suavizar y unir los bordes existentes en la imagen dando a lugar una imagen filtrada como se muestra en la Figura 4.8.

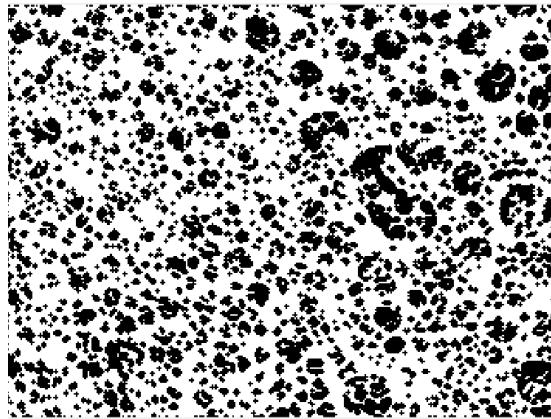


Figura 4.8 Imagen suavizada.

En el sexto paso, se realizó la reducción de los bordes difusos presentes en la imagen anterior, transformándolos en líneas definidas, obteniendo una imagen como la que se muestra en la Figura 4.9.

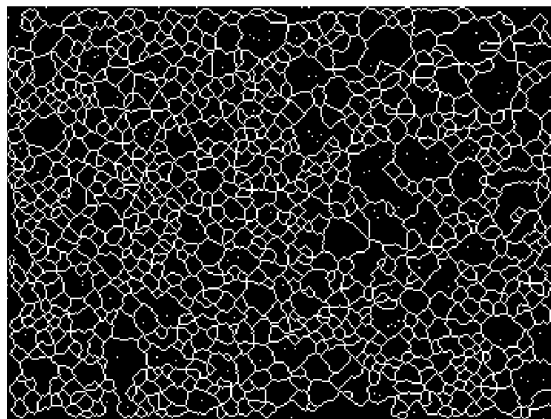


Figura 4.9 Imagen con bordes reducidos.

En el séptimo paso se realizó la remoción de los puntos residuales provenientes de los círculos sin cerrar o el ruido presente en la imagen original. La Figura 4.10 presenta una imagen binaria luego de haberse removido los puntos residuales.

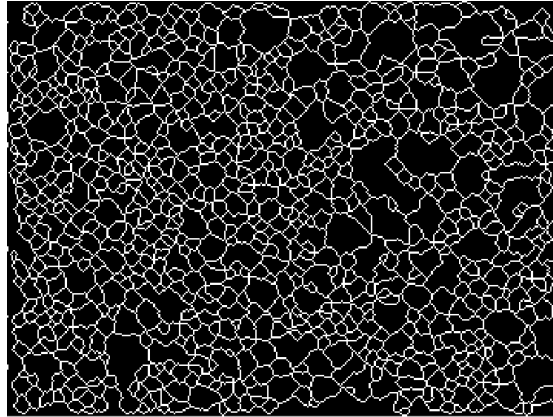


Figura 4.10 Imagen con ruido removido.

En el octavo paso, se procedió al relleno de algunas regiones vacías presentes en la imagen anterior, lo que resultó en la imagen mostrada en la Figura 4.11. Este relleno fue parcial en la mayoría de los casos; en imágenes como las presentadas en la Figura 4.15, o en el Anexo C, es posible observar un mayor número de regiones rellenadas.

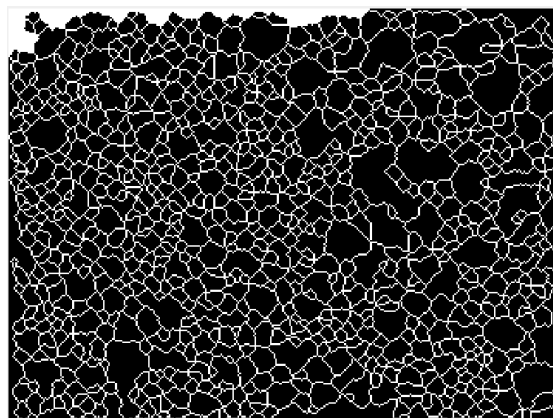


Figura 4.11 Imagen con regiones vacías rellenadas.

En el noveno paso, se generó el complemento de la imagen binaria anterior, obteniendo una imagen como se muestra en la Figura 4.12.

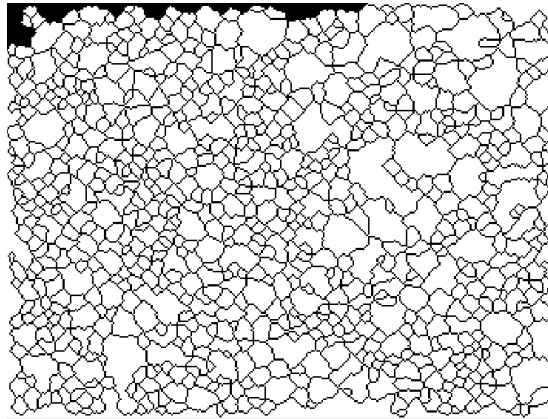


Figura 4.12 Imagen binaria complementaria.

En el décimo paso, se obtuvo la etiqueta de los componentes conectados en la imagen binaria. En este caso, los píxeles se consideran conectados únicamente si comparten bordes. La imagen resultante se muestra en la Figura 4.13. En esta matriz de objetos, los píxeles con valor 0 corresponden al fondo, mientras que los píxeles con valor 1 representan el primer objeto, los de valor 2 el segundo objeto; y así sucesivamente. En la Figura 4.13, cada objeto se representa con un tono gris, mientras que una sección en verde de la matriz de etiquetas de datos se muestra en detalle con los valores de etiqueta del objeto. En esta etapa finaliza el preprocesamiento y segmentación de la imagen para luego ingresar a la etapa de obtención de las propiedades de las burbujas.

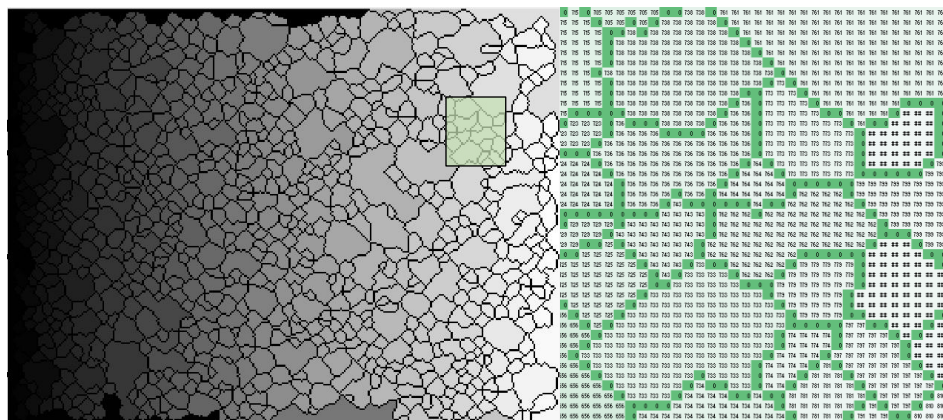


Figura 4.13 Imagen con objetos etiquetados (izquierda) y matriz de etiqueta de objetos (derecha).

Finalmente, la Figura 4.14 muestra la matriz de etiqueta de objetos resultante superpuesta en la imagen original presentada en la Figura 4.5. Adicionalmente, se incluyen los centroides de los elementos identificados en la imagen correspondiente a las burbujas existentes en la espuma.

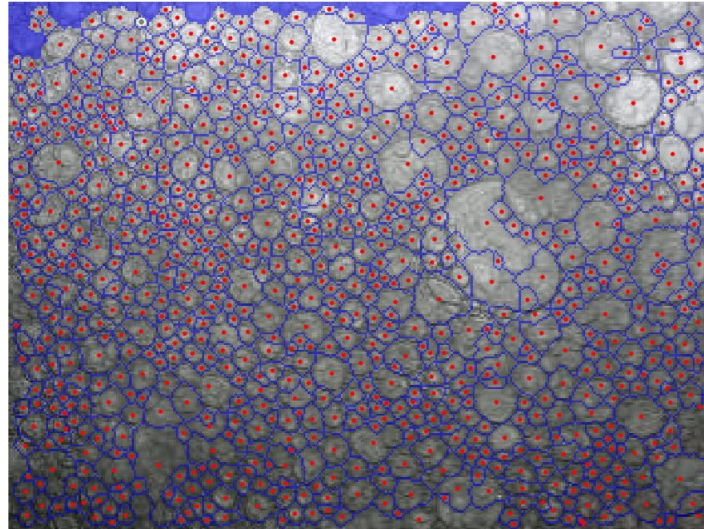


Figura 4.14 Imagen resultante de la etapa de preprocesamiento de imágenes.

El sistema de preprocesamiento y segmentación de imágenes fue empleado en la imagen de espuma de flotación con mineral colectado presentado en la Figura 4.3, obteniéndose el resultado de la Figura 4.15, dando cuenta de la efectividad en el reconocimiento de los bordes de las burbujas.

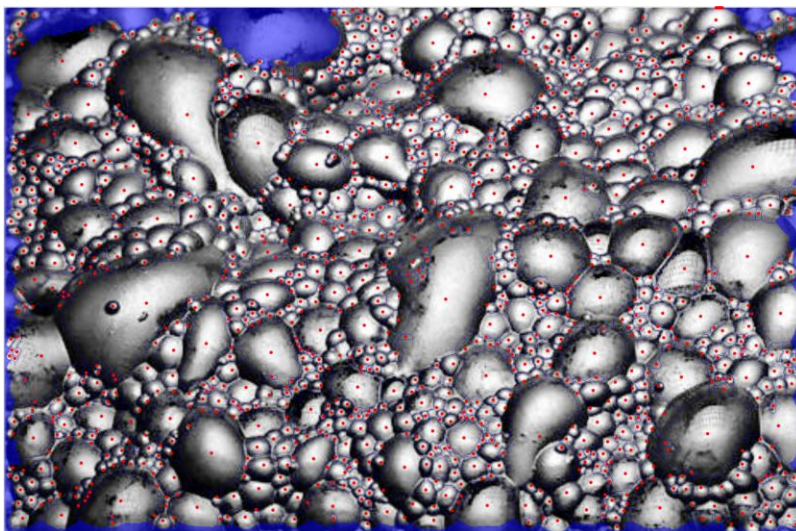


Figura 4.15 Imagen segmentada de espuma de flotación con mineral colectado.

4.3 Obtención de propiedades de la imagen segmentada

Luego de finalizado la etapa de preprocesamiento de la imagen original y obtenido la imagen segmentada, se procede a procesar esta última para obtener las propiedades de la espuma que se describen a continuación.

4.3.1 Área transversal de burbuja

El área transversal de burbuja se define como el área contenida en cada segmentación realizada en la imagen y se obtiene como la suma de los píxeles en cada una de las segmentaciones relacionadas a cada burbuja.

Los valores reportados corresponden al promedio y al percentil 80 del área transversal de burbuja, los que inicialmente se encuentran en píxeles. Estos valores pueden ser escalados a valores físicos mediante un factor de conversión obtenido de las dimensiones de las imágenes capturadas (ver Tabla 4.2).

La Figura 4.16 presenta un histograma del área transversal de las burbujas contenidas en la espuma, donde se observa que la mayoría de los valores de área transversal de burbuja se encuentran entre valores de 10 a 30 píxeles.

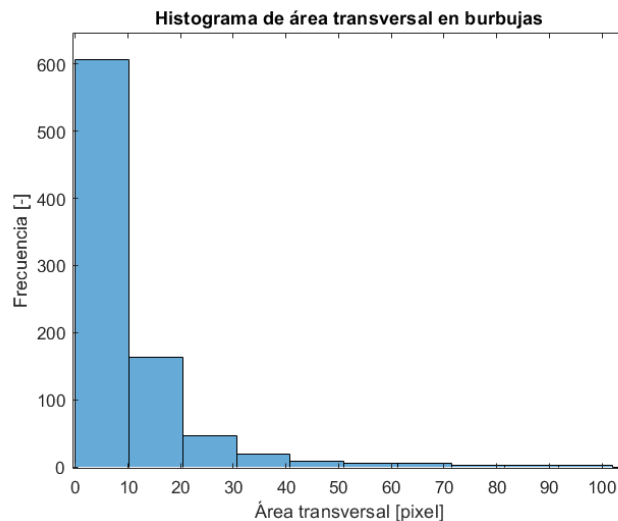


Figura 4.16 Histograma del área transversal de burbujas en píxeles.

4.3.2 Excentricidad de burbuja

La excentricidad de una burbuja se refiere al grado de desviación de la forma de la burbuja de una forma circular hacia una elipse. La excentricidad se determina a partir de la longitud de los semiejes mayor y menor del objeto, según la Ecuación 4.1, los cuales se señalan en la Figura 4.17.

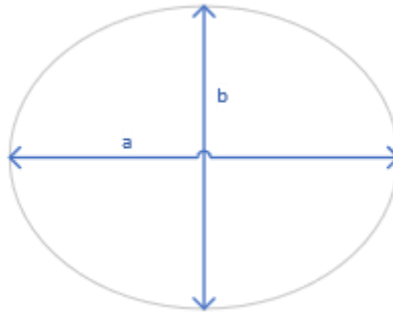


Figura 4.17 Elipse y sus ejes principales, a es el semieje mayor y b es el semieje menor.

$$E_b = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (\text{Ecuación 4.1})$$

La excentricidad tendrá valores comprendidos entre 0 y 1, siendo valores cercanos a 0 cuando el objeto se asemeje a un círculo y 1 cuando el objeto se asemeje a un segmento de recta. Los valores reportados corresponden al percentil 80 de la excentricidad de las burbujas.

La Figura 4.18 presenta un histograma de excentricidad de burbujas obtenidos mediante procesamiento de imágenes, en el cual se aprecia una distribución en torno a 0,7 y 0,8 [-].

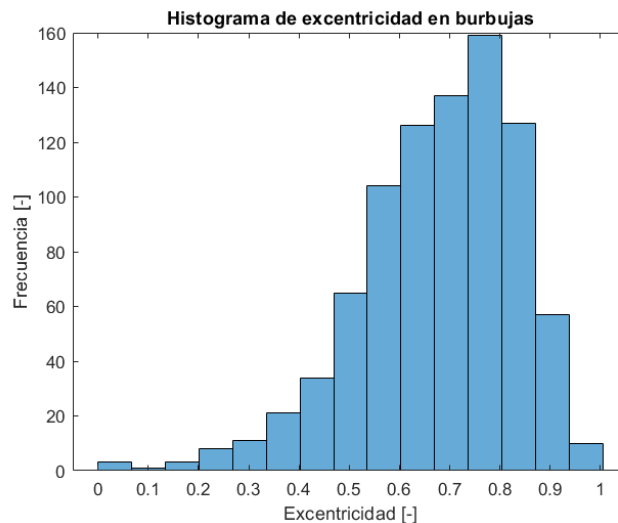


Figura 4.18 Histograma de excentricidad de burbujas.

4.3.3 Densidad de burbuja

La densidad de burbuja se define como el número de burbujas contenidas en un área específica, la cual puede determinarse a partir de la Ecuación 4.2.

$$D_b = \frac{N}{x \cdot y} \quad (\text{Ecuación 4.2})$$

Con N siendo el número de burbujas y x e y el largo y alto de la imagen en pixeles, o dimensiones físicas determinadas mediante el uso de un factor de conversión. La Figura 4.14 muestra los centroides de cada una de las burbujas, permitiendo obtener el número de burbujas en la sección de la espuma capturada por las cámaras.

4.4 Integración al sistema de control distribuido

Como fue mencionado en la Sección 4.1, el sistema de cámaras se encuentra integrado para la obtención y captura de imágenes en tiempo real.

Las mediciones de los atributos de espuma, obtenidos de las imágenes capturadas y procesadas en Matlab, son enviados al servidor y luego compartidos hacia el HMI diseñado en este estudio. De acuerdo con lo comentado en la Sección 4.3, los atributos de espuma a controlar para este estudio son los siguientes:

- Percentil 80 de área transversal de burbuja, AB.
- Percentil 80 de excentricidad de burbuja, EX.
- Densidad de burbuja, DB.

Algunos atributos no considerados en este estudio corresponden a:

- Color de espuma, pues dada las características de la alimentación (ausencia de mineral en la pulpa) no fue posible detectar cambios aparentes en el color como resultado de una mayor o menor estabilidad.
- Promedio de los atributos (área transversal, excentricidad y diámetro) así como también el diámetro Sauter, pues estos valores no fueron lo suficientemente representativos de las características de las burbujas en la espuma, producto de la varianza de las mediciones.
- Velocidad de descarga. Si bien es una variable crucial en los procesos de flotación, ya que tiene una relación directa con la tasa de flotación. La medición de este atributo se efectúa mediante

la técnica de la transformada de Fourier modificada, la cual determina el desplazamiento entre dos imágenes consecutivas. La medición de esta propiedad no fue posible debido a las características dinámicas del sistema, principalmente a la presencia de movimientos pulsantes entre los eje X e Y en la espuma (ver Figura 6.4). Esto dificultó el cálculo de la velocidad de descarga en la espuma ante modificaciones en la velocidad superficial de gas y nivel de pulpa dentro de los rangos de operación.

5. Operación y diseño experimental

La etapa de experimentos constó de 2 partes: la primera fue dirigida principalmente a la caracterización de la espuma de flotación ante distintas condiciones de operación de velocidad superficial de gas y de nivel de pulpa en cada una de las celdas, para la construcción de los conjuntos difusos y el desarrollo del controlador lógico difuso. La segunda parte, consistió en la puesta en marcha y acción del controlador lógico difuso para controlar los atributos de espuma de flotación en cada una de las celdas de manera automática. A continuación, se procederá a detallar el modo de operación y el diseño experimental empleado en este estudio.

5.1 Definición de variables a medir

Para la caracterización de la espuma de flotación ante distintas condiciones de operación se definieron un número de variables para su medición en el sistema las cuales se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Variables definidas en el sistema para su medición

N°	Variable	Descripción
1	E_{b1}	Percentil 80 de las excentricidades de burbuja en las celdas 1
2	E_{b2}	Percentil 80 de las excentricidades de burbuja en las celdas 2
3	E_{b3}	Percentil 80 de las excentricidades de burbuja en las celdas 3
4	A_{b1}	Percentil 80 de las áreas transversales de burbuja en la Celda 1
5	A_{b2}	Percentil 80 de las áreas transversales de burbuja en la Celda 2
6	A_{b3}	Percentil 80 de las áreas transversales de burbuja en la Celda 3
7	D_{b1}	Densidad de burbujas en la Celda 1
8	D_{b2}	Densidad de burbujas en la Celda 2
9	D_{b3}	Densidad de burbujas en la Celda 3
10	J_{g1}	Velocidad superficial de gas en la Celda 1
11	J_{g2}	Velocidad superficial de gas en la Celda 2
12	J_{g3}	Velocidad superficial de gas en la Celda 3
13	N_1	Altura de nivel de sensor ultrasónico en la Celda 1
14	N_2	Altura de nivel de sensor ultrasónico en la Celda 2
15	N_3	Altura de nivel de sensor ultrasónico en la Celda 3

La medición de cada una de las variables de la Tabla 5.1 se realizó en todo momento mientras se operó el sistema de celdas. Los valores fueron reportados en la interfaz de control y registrados en una base de datos en Excel.

Las primeras 9 variables fueron medidas mediante la rutina de preprocesamiento y segmentación de imágenes detallada en la Sección 4.2, mientras que el resto de las variables fueron medidas de manera automática a través de los sensores existentes en el sistema, registrándose en intervalos de 10 [s].

5.2 Operación del sistema

5.2.1 Seguridad en el proceso

Para este estudio, dada las características básicas de la alimentación, siendo esta una solución de baja concentración de espumante y sin presencia de minerales, las medidas de seguridad establecidas fueron las siguientes:

- Uso de elementos de seguridad personal, tales como lentes de seguridad, delantal de laboratorio, zapatos de seguridad y casco de seguridad con protección auditiva.
- Revisión periódica de las líneas de alimentación eléctrica, aire comprimido y agua potable existentes en el sistema.
- Aislación de los circuitos eléctricos, demarcación del límite máximo del nivel en el tanque de alimentación y aseguramiento de las líneas de concentrado para prevenir derrames de agua.

5.2.2 Preparación de la alimentación y pruebas iniciales

Como se mencionó en la Sección 3.3, la alimentación consistió en 150 [L] de una solución acuosa del espumante 2-etilhexanol a una concentración de 25 [ppm]. Este volumen fue seleccionado porque garantiza el llenado simultáneo de las tres celdas del sistema. La agitación para la homogeneización de la solución se realizó inicialmente de manera manual. Luego, esta solución fue impulsada a la primera celda hasta alcanzar el rebalse y recirculada por al menos 10 minutos para homogeneizar la solución.

El sistema fue operado 3 veces de manera preliminar para verificar el estado de los sensores, equipos y cámaras, como también para realizar las calibraciones correspondientes y rectificar el rango de operación de las variables en el sistema.

Se determinó que los medidores de velocidad superficial de gas lograban medir hasta los 1,65 [cm/s], por lo que no fue posible trabajar con mayores valores de velocidad superficial de gas. También se determinó que los sensores de nivel capacitivos tenían un tiempo de retardo entre 5 y 10 [s], dada la velocidad de descenso del nivel de líquido a través de su contenedor de protección. Esto resalta una limitante en el control de nivel de líquido en las celdas, eligiéndose los sensores de tipo ultrasónico para esta labor. El uso de los sensores ultrasónicos permitió medir niveles de pulpa mínimos de 27 [cm] debido a las dimensiones del vástago que une el flotador con el plato, tal como se muestra en la Figura 5.1.

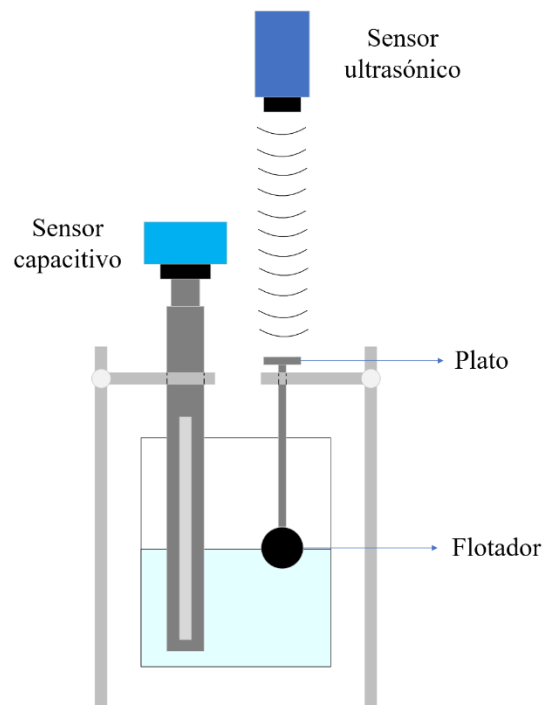


Figura 5.1 Diagrama de celda con sensores de nivel.

Una vez homogeneizada la solución, se procedió al llenado de las 3 celdas hasta alcanzar el rebalse constante de líquido en el tope de estas. Luego, se inició el control de nivel en las celdas y de velocidad superficial de gas mediante los lazos de control de nivel y de velocidad superficial de gas disponibles en el sistema hasta observar estacionariedad en las variables, según lo reportado en la interfaz de control.

Para efectos de este estudio, y dado que no hubo presencia de mineral en la solución, la iluminación en las celdas se realizó desde un costado de las celdas para mejorar la visualización de los bordes

de las burbujas en la espuma, en lugar de hacerlo de manera frontal como se hace de manera tradicional. La Figura 5.2 muestra fotografías de espuma iluminadas desde distintas zonas.

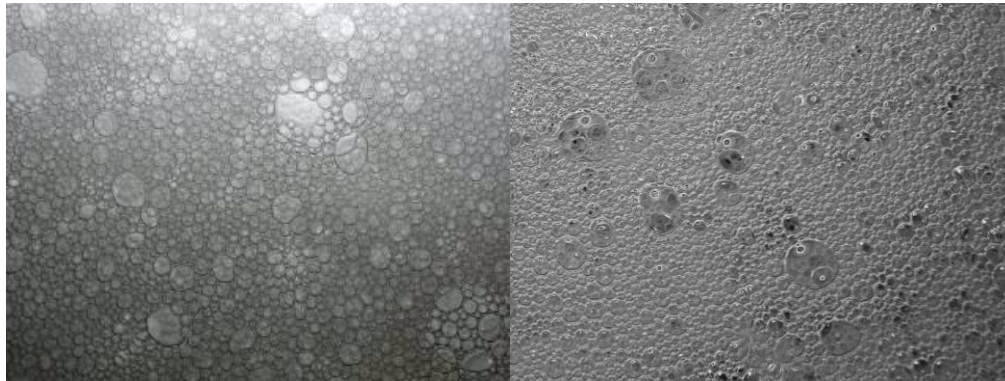


Figura 5.2 Espuma de flotación iluminada lateralmente (izquierda) e iluminada frontalmente (derecha).

La operación estuvo limitada principalmente por problemas en la red. En ocasiones se ralentizó la comunicación de la información entre los sensores y el servidor, entre el servidor y la interfaz de control, o entre el servidor y *softwares* como *Matlab*, dificultando el control de las variables (nivel de pulpa y velocidad superficial de gas) y la medición de los atributos de espuma.

5.3 Diseño de experimentos

La primera etapa de experimentos se enfocó en la caracterización del comportamiento de las variables correspondientes a los atributos de espuma ante cambios en variables operacionales tales como la velocidad superficial de gas y el nivel de pulpa en cada una de las celdas.

Lo anterior se llevó a cabo considerando las limitaciones operacionales de los recursos existentes. En este caso, modificando el nivel de líquido y la velocidad de gas en las celdas, se realizó un diseño de experimentos de 2^K factorial correspondiente a 4 experimentos en total. Los experimentos se llevaron a cabo con una agitación constante de 500 [rpm] y con un caudal de alimentación constante de 4,5 [L/min].

Las variables operacionales en el sistema fueron operadas según lo indicado en la Tabla 5.2, en la que se señala el estado o nivel de los recursos empleados en los experimentos.

Tabla 5.2 Estado de las variables para la realización de experimentos.

Variable / Estado	Bajo	Alto	Unidad
Jg	0,5	1,5	[cm/s]
N	36	39	[cm]

Adicionalmente, se llevaron a cabo pruebas con valores intermedios de velocidad superficial de gas y de nivel de pulpa en la celda para recopilar mayor información del comportamiento de los atributos de espuma de flotación.

Una vez terminada la primera etapa de experimentos, la información recopilada para la caracterización de los atributos de espuma fue utilizada en la construcción y diseño de los conjuntos difusos en Matlab para cada atributo a controlar por el controlador lógico difuso.

El desarrollo del controlador lógico difuso se llevó a cabo mediante un código en *Matlab*. Las reglas difusas se establecieron mediante sentencias IF-THEN utilizando la herramienta *Fuzzy Logic Toolbox*, que también permitió integrar las funciones de pertenencia diseñadas a partir de la información recopilada en la primera etapa de la experimentación.

La segunda etapa de experimentación constó de la puesta en marcha del controlador lógico difuso, con el objetivo de verificar el control autónomo de los atributos de espuma. Lo anterior se realizó bajo las mismas condiciones de operación empleados en la primera etapa de experimentación, tales como iluminación lateral de la zona de espuma, flujo de alimentación y agitación constante.

5.4 Algoritmos empleados en *Matlab*

El algoritmo desarrollado en *Matlab* para este estudio fue dividido en dos códigos. El primer código se enfoca en la obtención de los atributos de espuma mediante el procesamiento de imágenes en línea, mientras que el segundo código se encarga del control de atributos por acción del controlador lógico difuso.

5.4.1 Algoritmo de procesamiento de imágenes para la medición de atributos

El código fue desarrollado para medir atributos de espuma cada 10 [s] mediante el procesamiento de imágenes en línea. La Figura 5.3 presenta un esquema del algoritmo empleado para el procesamiento de imágenes a través de las cámaras dispuestas en el sistema.

En este algoritmo, los pasos empleados para la obtención de los valores de atributos de espuma se resumen a continuación:

1. Inicio del código en Matlab.
2. Conexión con el PLC y las cámaras a utilizar en el sistema.
3. Definición de variables en el sistema, las que corresponden a los atributos de espuma a controlar y las variables operacionales (nivel de pulpa y velocidad superficial de gas) en cada celda.
4. Lectura de variables.
5. Captura de imagen en tiempo real.
6. Preprocesamiento y segmentación de imágenes según lo descrito en la Sección 4.2.
7. Obtención de información de propiedades de espuma según lo descrito en la Sección 4.3.
8. Filtrado de los valores de atributos señalados en la Sección 4.4.
9. Escritura de valores en variables definidas en el sistema.
10. Exportación y actualización de información en el servidor.

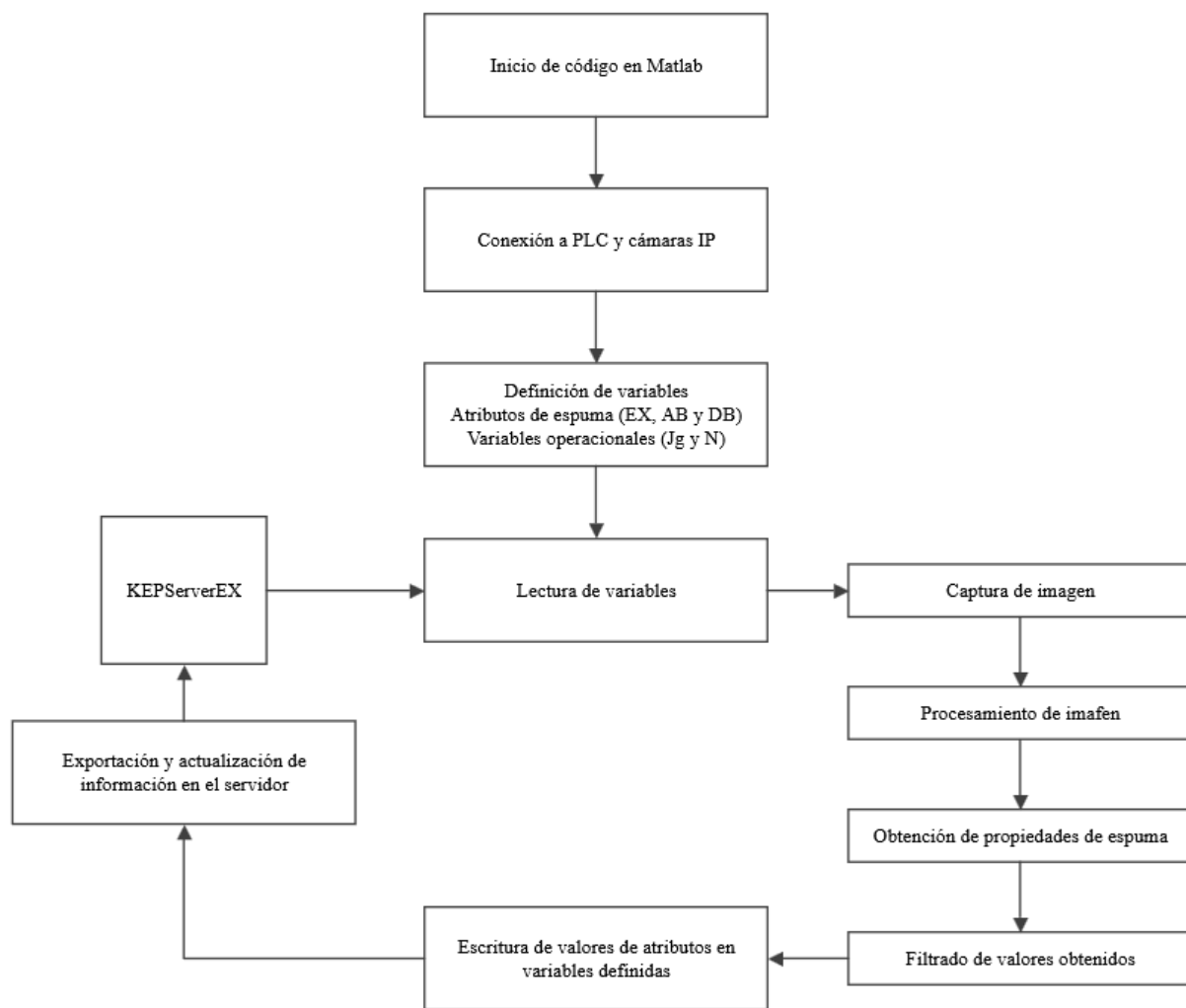


Figura 5.3 Algoritmo de procesamiento de imágenes en *Matlab*.

5.4.2 Algoritmo para el control de los atributos de espuma

El control de los atributos de espuma se realizó cada 90 [s]. Este tiempo fue seleccionado porque, en la mayoría de los experimentos, tras iniciar la operación del equipo y alcanzar un velocidad superficial de gas y un nivel de pulpa estables, se determinó que el tiempo requerido para estabilizar ambos parámetros, especialmente el nivel de pulpa, era de 60 [s].

Un esquema del algoritmo para el control de los atributos de espuma fue presentado en la Figura 3.7. Los pasos para la ejecución del control de atributos de espuma en el sistema llevado a cabo por el controlador lógico difuso se resumen a continuación:

1. Inicio del código en Matlab.
2. Conexión con el PLC y las cámaras a utilizar en el sistema.
3. Definición y lectura de variables en el sistema. Estos corresponden a atributos de espuma, *switches* de activación del control experto-difuso en cada celda, nivel de líquido y velocidad superficial de gas en cada celda.
4. Verificación del estado de los switches para la activación del control de los atributos de espuma en las celdas.
5. Acción del controlador lógico difuso para el control de un atributo a partir de los valores de entrada de variables (velocidad superficial de gas, nivel de pulpa y valor del atributo).
6. Obtención de respuesta del controlador y escritura en la variable recurso (valores objetivo de velocidad superficial de gas o nivel de celda para el controlador PI en la celda correspondiente).
7. Exportación y actualización de información en el servidor.

6. Resultados y discusión

La base de datos estudiada abarca tres semanas de operación. Durante la primera semana, se recopiló información con el fin de desarrollar el controlador lógico difuso. Las dos semanas siguientes estuvieron dedicadas al control de los atributos de espuma en las celdas.

6.1 Resultados en la primera etapa de experimentación

En la Sección 3.3 fue definido el sistema a utilizar para la etapa de experimentación, empleándose una solución acuosa con una concentración del espumante 2-etilhexanol de 25 [ppm]. Para evitar que la disminución en la concentración de espumante (a través de las corrientes de concentrado) afectara las mediciones de los atributos como resultado de una disminución en la estabilidad de la espuma, únicamente se realizaron pruebas iniciales para la caracterización de la espuma en la celda N°1 (ver Anexo D).

Se seleccionó la celda N°1 del circuito. En ella se realizaron 4 experimentos para identificar el comportamiento de los atributos de espuma ante las condiciones de velocidad superficial de gas (J_g) y nivel de pulpa (N) mínimos y máximos definidos en este estudio. En cada experimento, fueron analizados entre 17 a 30 imágenes de espuma, obteniéndose información de los atributos señalados en la Sección 4.3.

Posteriormente, se llevó a cabo el desarrollo de 13 pruebas adicionales de recopilación de información para valores intermedios de velocidad superficial de gas y nivel de pulpa.

6.1.1 Atributos de espuma

Las Tablas 6.1 (excentricidad), 6.2 (área transversal de burbuja) y 6.3 (densidad de burbuja) presentan el valor promedio, la desviación estándar de las mediciones, la desviación estándar del promedio y el coeficiente de variación de los atributos de espuma una vez alcanzado el estado estacionario tanto en el nivel de líquido como en la velocidad superficial de gas en las celdas en cada uno de los 4 experimentos.

Tabla 6.1 Mediciones de excentricidad de burbuja en el diseño factorial.

Exp.	Jg	N	Promedio mediciones [-]	Desv. Est. mediciones [-]	Desv. Est. promedio [-]	Coef. Variación [%]
1	Bajo	Bajo	0,699	0,011	0,0028	1,6
2	Bajo	Alto	0,711	0,022	0,0049	3,1
3	Alto	Bajo	0,743	0,017	0,0030	2,3
4	Alto	Alto	0,745	0,014	0,0026	1,9

Tabla 6.2 Mediciones de percentil 80 de área transversal de burbuja en el diseño factorial.

Exp.	Jg	N	Promedio mediciones [mm²]	Desv. Est. mediciones [mm²]	Desv. Est. promedio [mm²]	Coef. Variación [%]
1	Bajo	Bajo	30,3	3,95	0,958	13,0
2	Bajo	Alto	28,4	6,45	1,443	22,7
3	Alto	Bajo	25,7	5,02	0,902	19,5
4	Alto	Alto	28,9	4,90	0,894	16,9

Tabla 6.3 Mediciones de densidad de burbuja en el diseño factorial.

Exp.	Jg	N	Promedio mediciones [burbuja/mm²]	Desv. Est. mediciones [burbuja/ mm²]	Desv. Est. promedio [burbuja/mm²]	Coef. Variación [%]
1	Bajo	Bajo	0,215	0,025	0,0061	11,7
2	Bajo	Alto	0,262	0,058	0,0132	22,5
3	Alto	Bajo	0,217	0,049	0,0090	23,2
4	Alto	Alto	0,197	0,048	0,0089	24,7

Adicionalmente, la Tabla 6.4 resume el coeficiente de variación del total de las mediciones de los atributos y los intervalos de confiabilidad, considerando un grado de significancia del 5% y las desviaciones estándar del promedio de las mediciones para cada atributo.

Tabla 6.4 Intervalos de confiabilidad del promedio de los atributos, $\alpha = 0,05$.

Atributo	Límite inferior	Promedio	Límite superior	Coef. Variación [%]
Área transversal de burbuja [mm ²]	27,0	28,0	29,1	19,0
Excentricidad de burbuja [-]	0,724	0,730	0,735	3,4
Densidad de burbuja [burbuja/mm ²]	0,209	0,220	0,230	24,1

En primera instancia, considerando la información presentada en las Tablas 6.1 a 6.3 y basándose en las desviaciones estándar de las mediciones, desviaciones estándar de los promedios y de los coeficientes de variación, se destacan los siguientes comentarios:

- En la Tabla 6.1, para la excentricidad de burbuja, se aprecia que, a velocidades superficiales de gas bajos, modificaciones en el nivel de pulpa generan un efecto levemente significativo su distribución en torno al promedio. A velocidades superficiales de gas altos no se observa un efecto apreciable. Por otro lado, a niveles de pulpa bajos o altos, modificaciones en la velocidad de gas generan efectos significativos en los resultados y en su distribución.
- En la Tabla 6.2, para el área transversal de burbuja, se observa que a velocidades superficiales de gas bajos, modificaciones en el nivel de pulpa generan un efecto destacable en los resultados y en su distribución. A velocidades superficiales de gas altos no se genera un efecto notable. Por otra parte, a niveles de pulpa bajos o altos, modificaciones en la velocidad de gas sí producen efectos significativos en los resultados y su distribución.
- En la Tabla 6.3, para la densidad de burbuja, se aprecia que a velocidades superficiales de gas bajos, modificaciones en el nivel de pulpa generan un efecto significativo en los resultados y conllevan a una mayor dispersión de estos en torno al promedio. A velocidades superficiales de gas altos, las modificaciones en el nivel de pulpa no generan un efecto apreciable en los resultados ni en su distribución. A niveles de pulpa bajos se aprecia que modificaciones en la velocidad de gas generan un efecto notable en los resultados y en su distribución. A niveles de pulpa altos, se genera un efecto apreciable en los resultados, pero no en su distribución.
- En la Tabla 6.4, los resultados indican que las mediciones de densidad de burbuja presentan una mayor dispersión de los datos para el rango operacional de las variables Jg y N, el cual es seguido por el área transversal de burbuja y la excentricidad los cuales presentan una menor

dispersión. Es de esperarse que la efectividad del control de la densidad de burbuja sea más limitado, seguido por el área transversal de burbuja y la excentricidad de burbuja.

Adicionalmente, un hecho que no es posible dilucidar en las Tablas 6.1 a 6.3, es que se presenciaron situaciones anómalas en la espuma producto de las condiciones operacionales en la celda, principalmente, en ocasiones en que la velocidad de gas y el nivel de pulpa fueron altos o bajos. En estas situaciones fueron identificados algunos problemas operacionales existentes en el sistema de celdas relacionados a la dificultad en el control de la altura del colchón de espuma por el sistema de válvulas de control de nivel. Estos problemas operacionales se resumen en la Tabla 6.5.

Tabla 6.5 Observaciones en la primera etapa de experimentación.

Experimento	Jg	N	Observaciones
1	Bajo	Bajo	Se genera un colchón de espuma cuya altura no alcanza el rebalse en la celda.
2	Bajo	Alto	Se genera un colchón de espuma estable.
3	Alto	Bajo	Se genera un colchón de espuma cuya altura apenas alcanza el rebalse en la celda.
4	Alto	Alto	Se genera inestabilidad en la espuma y un <i>bypass</i> de aire en la zona trasera del colchón de espuma.

Es importante destacar que los problemas enumerados en la Tabla 6.5 se deben, principalmente, a las limitaciones en el control del nivel de líquido en la celda, derivadas de las condiciones de operación. Además, aunque el caudal de alimentación se mantuvo constante durante todas las sesiones de experimentación, esta variable de acondicionamiento contribuyó al problema mencionado anteriormente.

Considerando la información recopilada, se concluyó preliminarmente que la velocidad superficial de gas, cuyas modificaciones en la mayoría de los casos generaron un impacto significativo en las mediciones y la distribución de los atributos, será el principal recurso en el control de estos. De la misma manera, el control del nivel de pulpa en la celda se utilizará para evitar condiciones operacionales desfavorables que puedan afectar la medición de los atributos en la espuma (ver Sección 6.1.2).

Adicionalmente, fueron realizados una nueva tanda de experimentos para valores intermedios de velocidad superficial de gas y niveles de pulpa en la celda establecidos en el diseño experimental con el propósito de observar patrones de comportamiento de los atributos ante modificaciones en las variables operacionales.

Las mediciones de los atributos fueron entre 20 y 40 muestras para cada atributo, para los casos en que el nivel de pulpa fue de 36 [cm] y 38 [cm] (grosor de capa de espuma de 4 [cm] y 2 [cm] respectivamente)., se ejecutaron 5 tandas de experimentos para cada uno, para el caso en el que el nivel de pulpa fue de 39 [cm] (grosor de capa de espuma de 1 [cm]) solo se realizaron 3 tandas de experimentos pues a velocidades superficiales de gas superficial mayores a 1 [cm/s], se generó una espuma inestable en la superficie de la celda.

Las Figuras 6.1 a 6.3 permiten visualizar el comportamiento de los atributos de espuma ante cambios en la velocidad superficial de gas y el nivel de pulpa. Cada punto corresponde al promedio de las mediciones de los atributos para una condición de velocidad superficial de gas y nivel de pulpa específico.

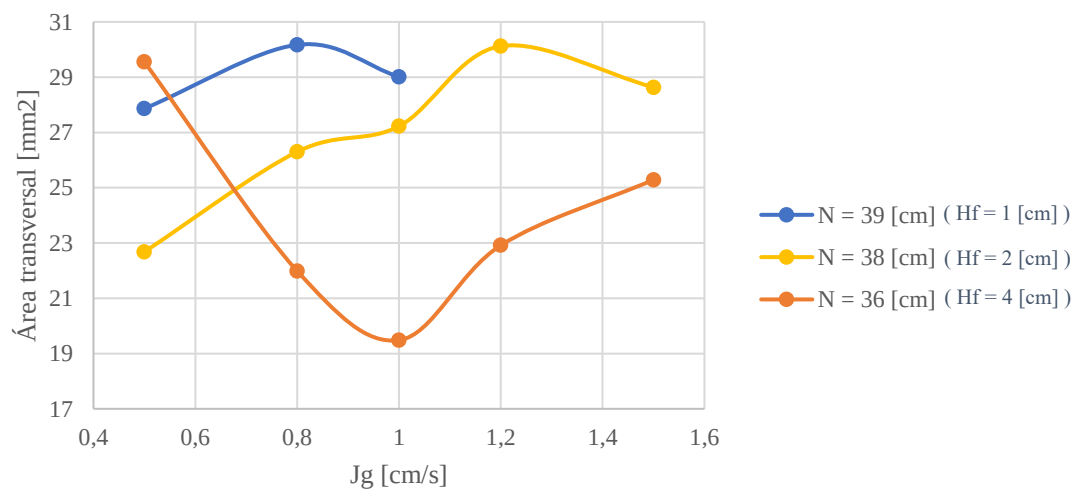


Figura 6.1 Percentil 80 de área transversal de burbuja a distintas condiciones de velocidad superficial de gas y altura de espuma.

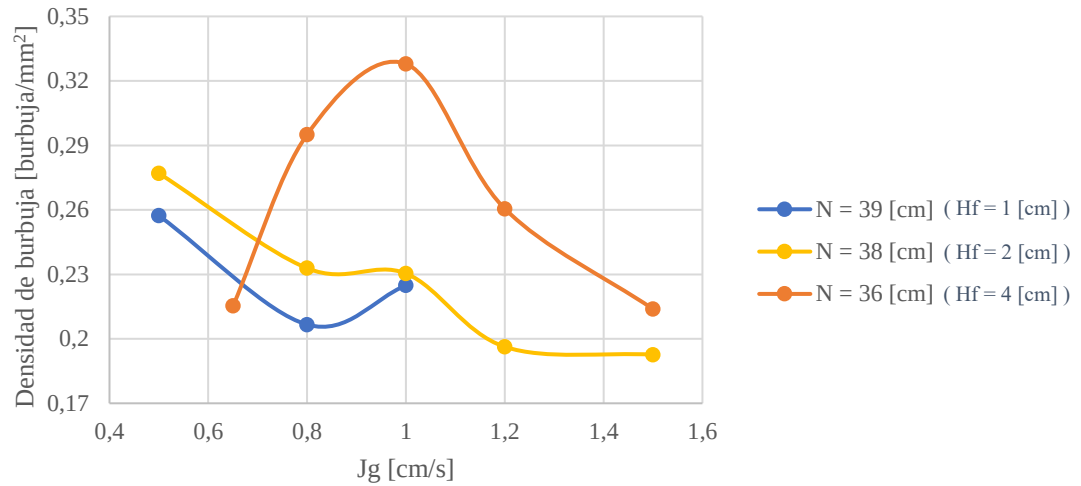


Figura 6.2 Densidad de burbuja a distintas condiciones de velocidad superficial de gas y altura de espuma.

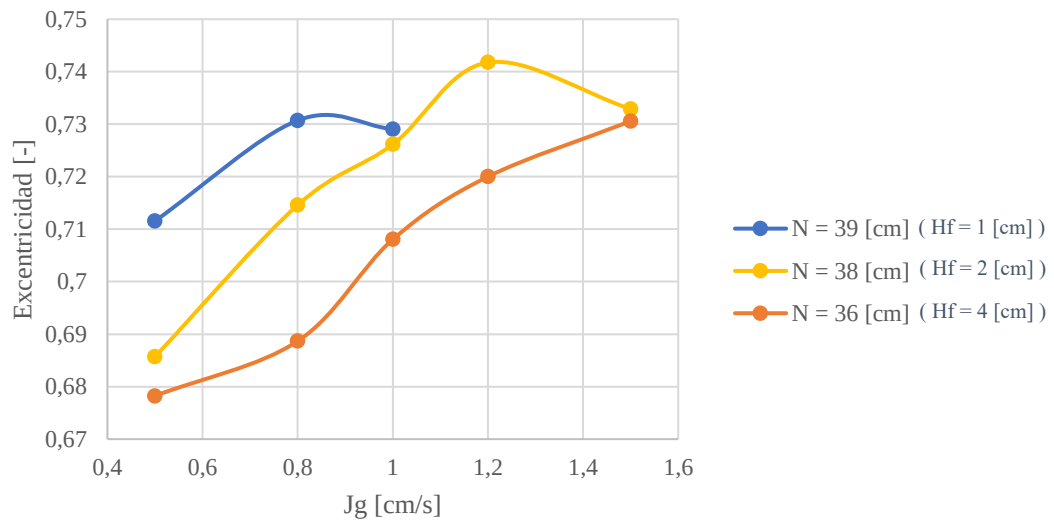


Figura 6.3 Excentricidad de burbuja a distintas condiciones de velocidad superficial de gas y altura de espuma.

En cuanto al área transversal de burbuja, la información puesta a disposición en el gráfico de la Figura 6.1 muestra como este atributo aumenta conforme incrementa la velocidad superficial de gas el cual es un comportamiento esperado pues a mayores velocidades superficiales de gas se esperan burbujas de mayor tamaño. También se aprecia que a medida que el nivel de pulpa aumenta (o si el grosor de la capa de espuma disminuye), el área transversal de burbuja aumenta, esto puede

deberse a la coalescencia de las burbujas en ascenso y a una mayor distribución de burbujas de mayor tamaño en una capa de espuma cuyo grosor es menor.

Por otro lado, con relación a la densidad de burbujas, era de esperarse que este atributo presentara un comportamiento opuesto al observado con el área transversal de burbuja. Según lo expuesto en la Figura 6.2, conforme aumenta la velocidad superficial de gas, la densidad de burbuja disminuye, pues el tamaño de las burbujas incrementa y por tanto existe una menor cantidad de burbujas en un área específica de la espuma. Mientras que al aumentar la altura del nivel de pulpa (o disminuir el grosor de la capa de espuma) la densidad de burbuja disminuye como resultado de una distribución de burbujas de mayor tamaño y, por tanto, un menor número de ellas en un área específica de espuma.

Al observar las Figuras 6.1 y 6.2 para los dos atributos antes mencionados, se aprecia un comportamiento irregular cuando se está en presencia de velocidades superficiales de gas bajas y una altura de nivel de pulpa de 36 [cm] (altura de espuma de 4[cm]). Esta desviación en el comportamiento tiene relación con las características de la espuma que se experimentan al operar bajo las condiciones de operación indicadas, lo cual se comentará en la Sección 6.1.2.

La información proporcionada en la Figura 6.3 con relación a la excentricidad de burbujas indica que esta aumenta a mayores velocidades superficiales de gas. También, que aumenta conforme la altura del nivel de pulpa aumenta (o si la altura del colchón de espuma disminuye). Este comportamiento sugiere que al incrementar la velocidad superficial de gas o el nivel de pulpa (disminuyendo el grosor de la capa de espuma) se generan burbujas más ovaladas en la espuma.

Por otra parte, según lo observado en las Figuras 6.1 a 6.3, se recomienda operar con valores de velocidad superficial de gas entre 0,65 y 1,5 [cm/s] para alcanzar alturas de espuma entre 1 y 2 [cm]. A valores de velocidad de gas bajo se aprecia una espuma de baja calidad, mientras que para alcanzar alturas de espuma de 4 [cm] se requiere velocidades superficiales de gas mayores a 1 [cm/s] para obtener una espuma de estable.

6.1.2 Desarrollo de filtro de datos

Previo a la construcción de los conjuntos difusos de entrada para el controlador lógico difuso, se optó por desarrollar un filtro de datos para la información de los atributos de espuma obtenidas mediante procesamiento de imágenes en línea.

El propósito del filtro es el de normalizar los datos que servirán como información de entrada para el controlador lógico difuso con el objetivo de evitar respuestas abruptas por parte del controlador que, dada la inestabilidad y la variabilidad observadas durante la recopilación de información en la primera etapa experimental, puedan afectar la calidad del control de los atributos.

Las siguientes imágenes ilustran capturas de espuma que evidencian la inestabilidad y variabilidad intrínsecas del sistema (ver Figura 6.4). Estas características generan un efecto negativo en la medición de los atributos y, por consiguiente, podrían influir en la calidad de su control.

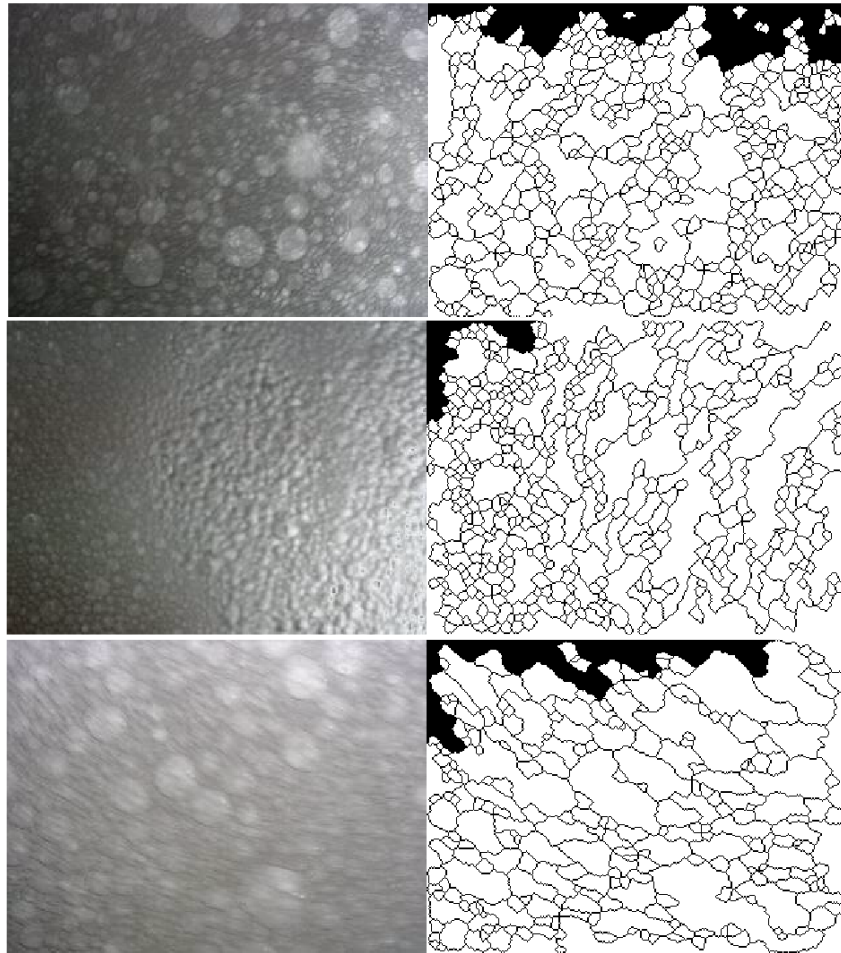


Figura 6.4 Capturas de espuma de flotación.

En la Figura 6.4, la primera imagen muestra una captura de espuma ideal pero que no alcanza el rebalse de la celda, afectando la visibilidad de los intersticios de las burbujas. La segunda imagen muestra una captura de espuma en el cual la distribución de la espuma no es uniforme, existiendo zonas en las que no se aprecia espuma. La tercera imagen corresponde a una captura de espuma en la que la velocidad de descarga es elevada afectando a la calidad de la imagen y, por ende, la medición de los atributos de espuma. Esto último demuestra la dificultad de trabajar en ausencia de sólidos, los cuales tendrían el efecto de estabilizar la espuma.

Con el objetivo de normalizar los datos se empleó un filtro convencional de primer orden para el cálculo del promedio móvil ponderado, el cual es representado por la Ecuación 6.1. En esta ecuación, x_t corresponde al valor actual; $x_{t,f}$ representa el valor actual filtrado; $x_{t-1,f}$ representa el valor anterior filtrado; y λ es el parámetro de suavizado. A medida que el valor de λ aumenta, la relevancia de la medición actual se incrementa, mientras que las observaciones anteriores reciben una menor ponderación.

Korbel et al. (2014) utilizó un filtro de primer orden para la eliminación de ruido residual aleatorio en mediciones, empleando un valor inicial de λ de 0,05 e incrementándolo levemente hasta no notar cambios en el promedio filtrado. Cao & Rhinehart (1995), desarrollaron un método para la detección del estado estacionario de un proceso ruidoso, en el que sugirieron valores de λ de 0,1 y 0,2. En este caso, se utilizó un valor de λ de 0,3 para el filtrado de los datos experimentales, conservando la tendencia y dispersión de los datos medidos.

$$x_{t,f} = \lambda \cdot x_t + (1 - \lambda) \cdot x_{t-1,f} \quad (\text{Ecuación 6.1})$$

El valor de los datos filtrados se obtuvo a partir de la combinación parcial de la medición actual y la medición anterior. El filtro fue empleado para cada atributo medido en cada una de las celdas.

A continuación, las Figuras 6.5 a 6.7 presentan los gráficos de mediciones de atributos de espuma para dos condiciones de velocidad superficial de gas y para una altura de espuma de $2 \text{ [cm]} \pm 0,5 \text{ [cm]}$. Adicionalmente, se incluyen los datos filtrados para periodos de muestreo de 10 [s] de imágenes segmentadas de espuma en la Celda 1.

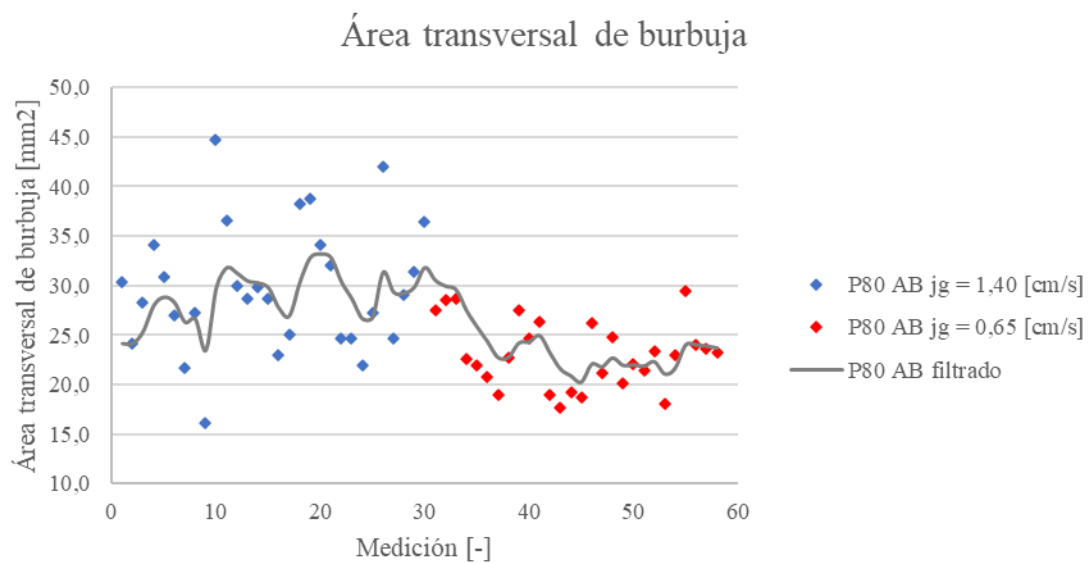


Figura 6.5 Mediciones de percentil 80 del área transversal de burbuja experimentales y filtrados.

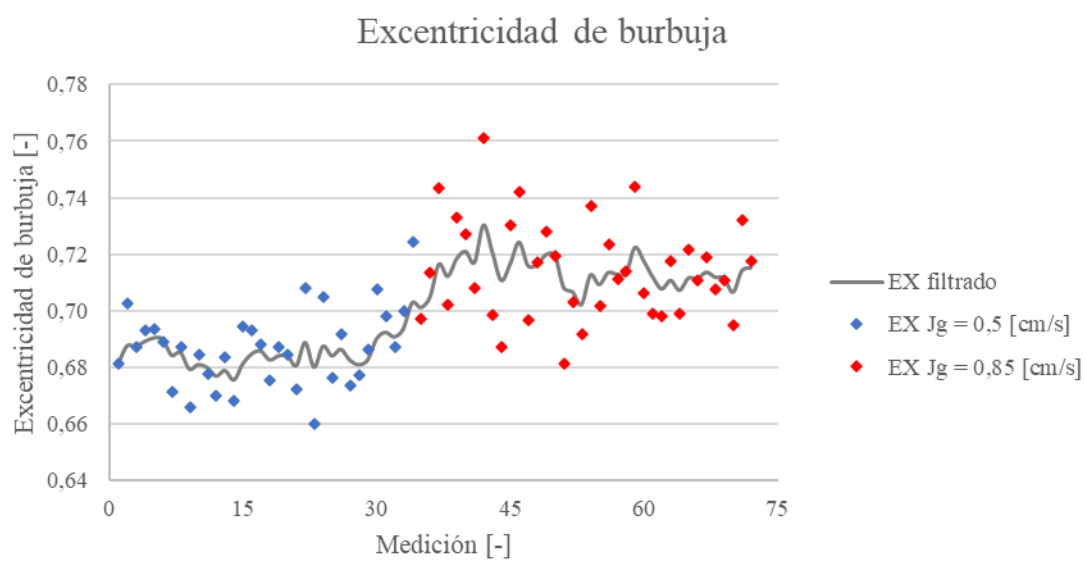


Figura 6.6 Mediciones de excentricidad de burbuja experimentales y filtrados.

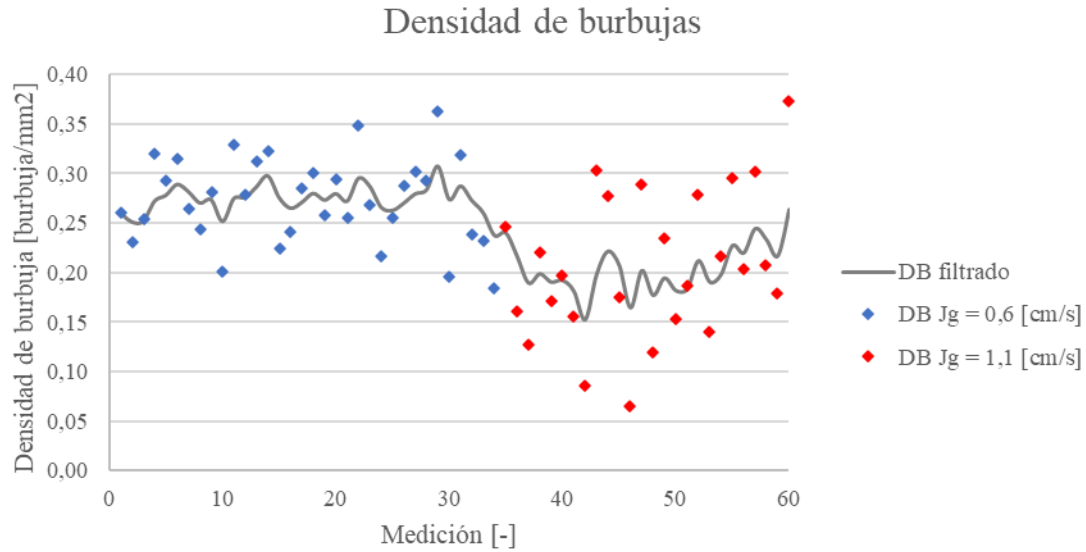


Figura 6.7 Mediciones de densidad de burbuja experimentales y filtrados

En los gráficos anteriores se aprecia una mayor varianza en las mediciones de los atributos para condiciones de velocidad superficial de gas altos debido a la turbulencia generada en la superficie de la espuma. Por lo que la aplicación del filtro en estas situaciones se convierte en un elemento crucial para la normalización de los datos en un intento por reajustar las respuestas del controlador lógico difuso.

6.1.3 Desarrollo del controlador lógico difuso

Con base en lo comentado previamente, se llevó a cabo el planteamiento de los conjuntos difusos para el control de los atributos de espuma. La Figura 6.8 ilustra un ejemplo de los conjuntos difusos de los parámetros de entrada y de salida del controlador lógico difuso para el control del área transversal de burbuja.

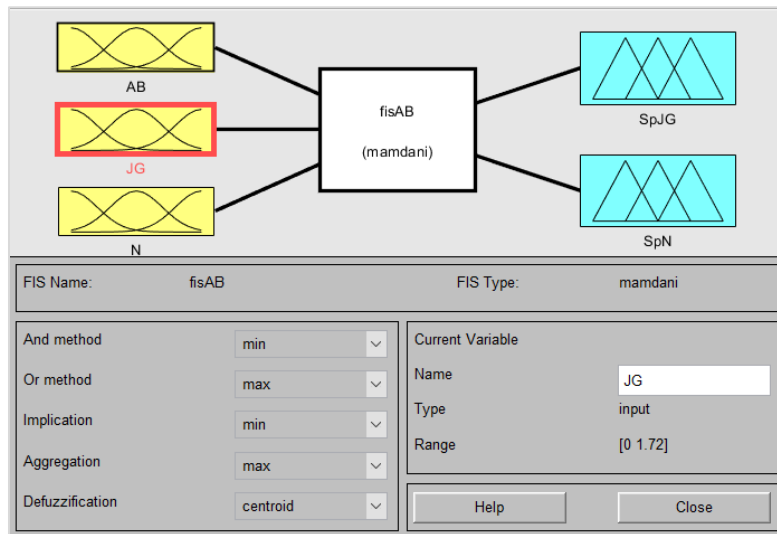


Figura 6.8 Funciones de pertenencia de entrada (en amarillo) y de salida (en celeste) para el controlador difuso.

El tipo de inferencia difusa en este controlador se basó en el modelo de Mamdani indicado en la Sección 2.2.2. Los conjuntos difusos de entrada corresponden a: el atributo de espuma respectivo, la velocidad superficial de gas (Jg) y el nivel de espuma (N) actuales en la celda, mientras que los conjuntos difusos de salida corresponden a los valores de referencia de la velocidad superficial de gas (SpJg) y el nivel de líquido (SpN) para los controladores PI correspondientes.

Dado el acotado rango de variación de los atributos ante cambios en la velocidad superficial de gas o el nivel de pulpa en las celdas, se plantea la construcción de dos funciones de pertenencia de tipo trapezoidal para cada conjunto difuso: “Bajo” y “Alto”, lo cual permitió elegir el valor de una propiedad (atributo, variable operacional y recurso) bajo o sobre un cierto valor. Al elegir dos funciones de pertenencia para cada propiedad se requirió establecer un total de 8 reglas difusas, si se hubiera establecido una tercera función de pertenencia “Medio” se hubieran requerido 27 reglas.

El proceso de definición de los límites de las funciones de pertenencia para los conjuntos difusos de entrada y salida del controlador fue iterativo y se basó inicialmente en la información recopilada a partir de los experimentos descritos en la Sección 6.1.1. Principalmente, se consideraron las desviaciones estándar (ver Tabla 6.1 a 6.3) de las mediciones de los atributos y lo expuesto en las Figuras 6.1 a 6.3 de la Sección 6.1.1. Para el área transversal de burbuja, los valores obtenidos se situaron entre 19 y 30 [mm²]; para la densidad, los valores oscilaron entre 0,19 y 0,33 [burbuja/mm²], mientras que, para la excentricidad, los valores estuvieron entre 0,68 y 0,74 [-].

Las Figuras 6.9 a 6.11 ilustran el proceso iterativo efectuado para definir los límites de las funciones de pertenencia para el conjunto difuso “AB” (área transversal de burbuja). En ellas se presenta el gráfico de las funciones de pertenencia ‘Bajo’ y ‘Alto’ definidos y sus valores limítrofes. Se muestran las funciones de pertenencia con diferentes valores límite, las reglas evaluadas según los valores de entrada y su respectivo grado de pertenencia en los conjuntos difusos establecidos (AB, Jg y N), así como el valor de salida en el conjunto difuso correspondiente (SpJg y SpN). Es posible notar cómo varía el área efectiva de los valores de entrada (según su respectivo grado de pertenencia) dentro de las funciones de pertenencia, al modificar sus valores limítrofes.

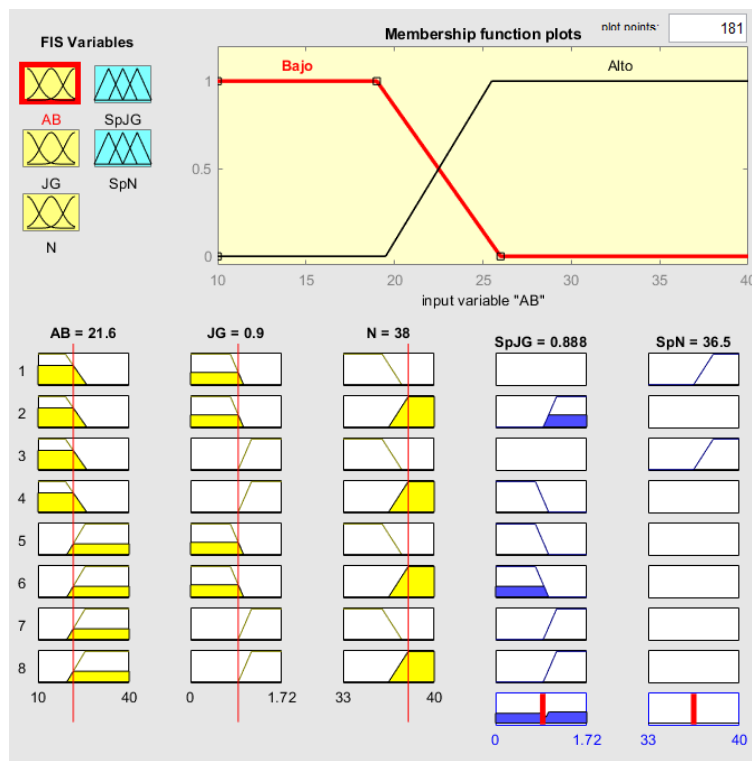


Figura 6.9 Funciones de pertenencia para AB en primera iteración.

En la Figura 6.9 se aprecia el valor de SpJg obtenido (0,888 [cm/s]), determinado a partir de los valores de los elementos de entrada y su respectivo grado de pertenencia en los conjuntos difusos establecidos. En este caso, el valor recomendado de velocidad superficial de gas de referencia para el controlador PI es inferior al valor actual medido en el sistema, lo cual provocaría un efecto contrario en la propiedad en cuestión, resultando en una disminución del área transversal de burbuja.

En la Figura 6.10, al modificar los límites de las funciones de pertenencia en una segunda iteración, minimizando la separación entre las funciones de pertenencia, se obtuvo una respuesta similar a la anterior (SpJg de 0,859 [cm/s]).

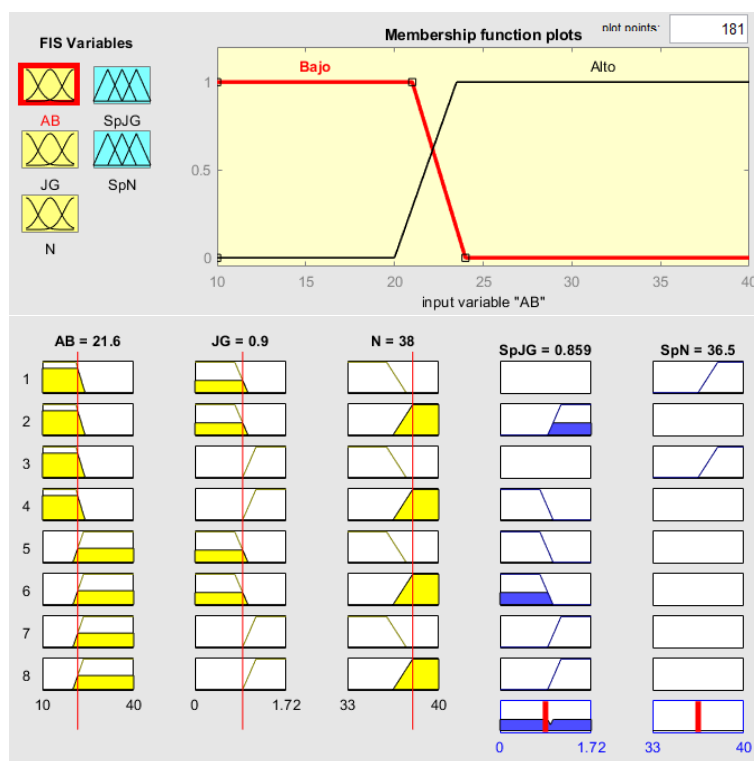


Figura 6.10 Funciones de pertenencia para AB en segunda iteración.

En la Figura 6.11, al modificar los límites de pertenencia, restringiendo el área generada por la intersección de las funciones de pertenencia, se obtiene un valor de SpJg de 1,22 [cm/s]. Según lo discutido en la Sección 6.1.1, este valor debería incrementar los valores de la propiedad AB.

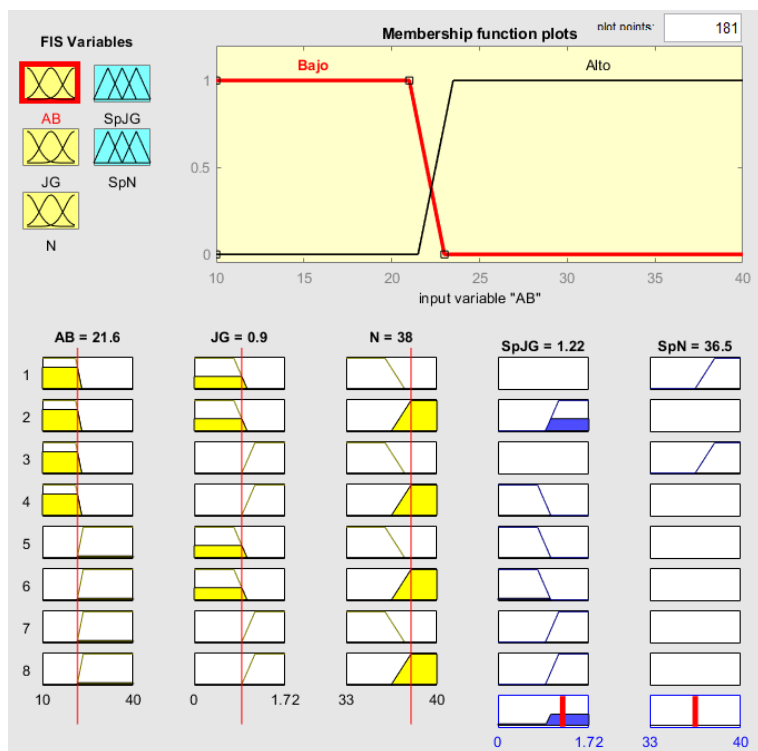


Figura 6.11 Funciones de pertenencia para AB en tercera iteración.

Posteriormente, se realizaron las iteraciones necesarias para ajustar los límites de las funciones de pertenencia con el fin de obtener respuestas adecuadas para el control de las propiedades de la espuma, y priorizando el mantener una separación adecuada entre los valores límite de las funciones de pertenencia para diferenciar los estados “Alto” y “Bajo”.

A continuación, la Figura 6.12 presenta el gráfico de funciones de pertenencia para la excentricidad de burbuja. En esta, al igual que en los casos anteriores, se presentan los parámetros limítrofes de las funciones de pertenencia y, además, el tipo de gráfico empleado (trapezoidal en estos casos).

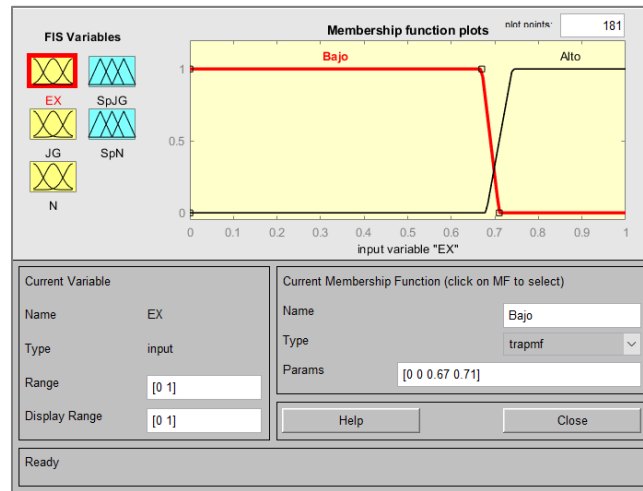


Figura 6.12 Funciones de pertenencia para la excentricidad de burbuja.

Los gráficos de los conjuntos difusos y de las funciones de pertenencia para los atributos densidad de burbuja y área de burbuja se presentan a continuación, en las Figura 6.13 y Figura 6.14, respectivamente.

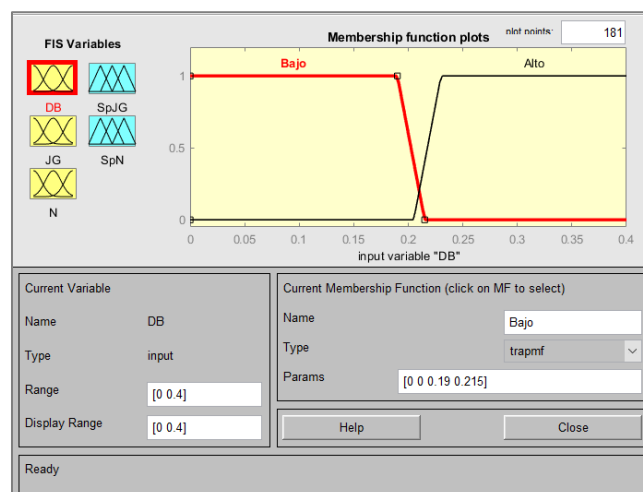


Figura 6.13 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para la densidad de burbuja.

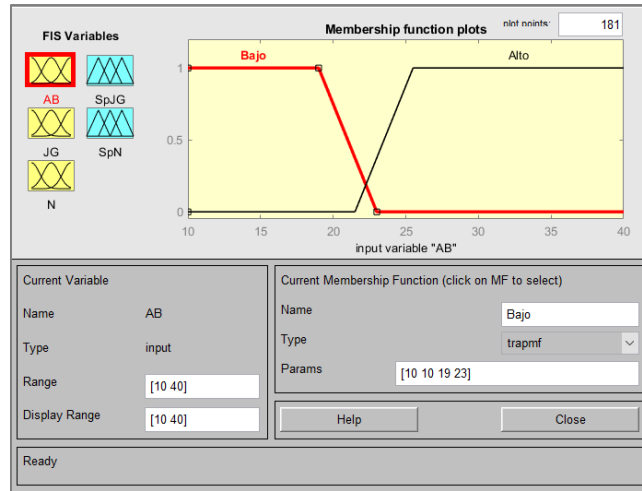


Figura 6.14 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para el área transversal de burbuja

La Tabla 6.6 resume la información contenida en las figuras anteriores concerniente a los límites de las funciones de pertenencia para los atributos de espuma a controlar.

Tabla 6.6 Límites de funciones de pertenencia de tipo trapezoidal para los atributos de espuma.

	Bajo	Alto
Área transversal de burbuja [mm ²]	[10 10 19 23]	[21,5 25,5 40 40]
Densidad de burbuja [burbuja/mm ²]	[0 0 0,19 0,215]	[0,205 0,23 0,4 0,4]
Excentricidad de burbuja [-]	[0 0 0,67 0,71]	[0,68 0,74 1 1]

Por otro lado, los conjuntos difusos para las variables operacionales y las variables de respuesta se muestran en las Figuras Figura 6.15 a Figura 6.18. Estos conjuntos, al igual que en el caso anterior, son de tipo trapezoidal y consideran dos estados: “Bajo” y “Alto”

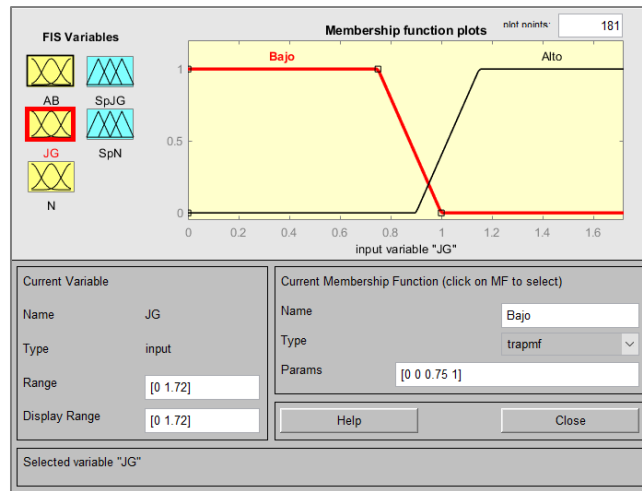


Figura 6.15 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para la velocidad superficial de gas de entrada.

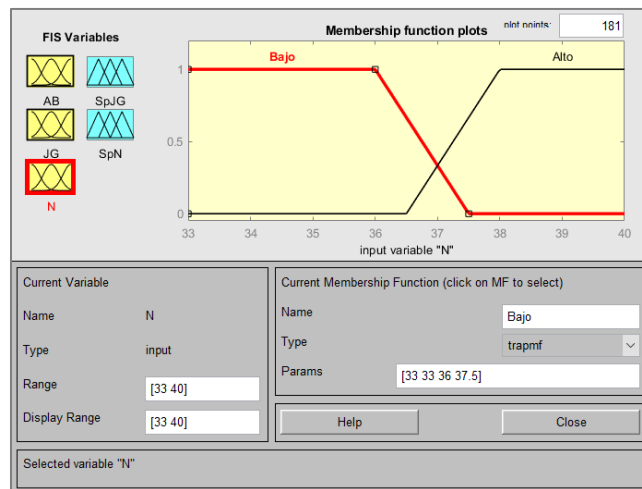


Figura 6.16 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para el nivel de pulpa de entrada.

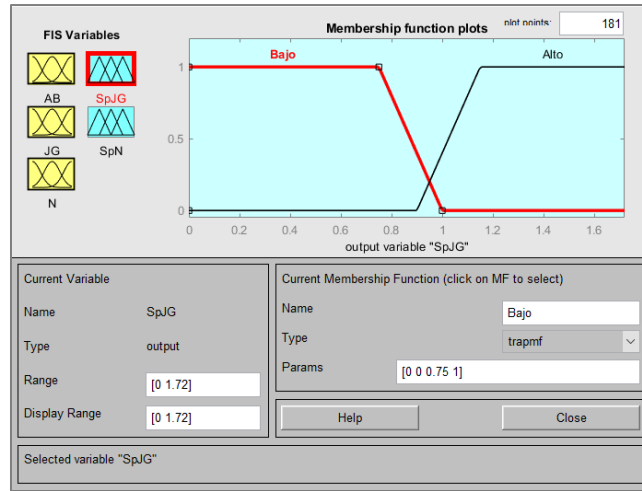


Figura 6.17 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para la velocidad superficial de gas de salida.

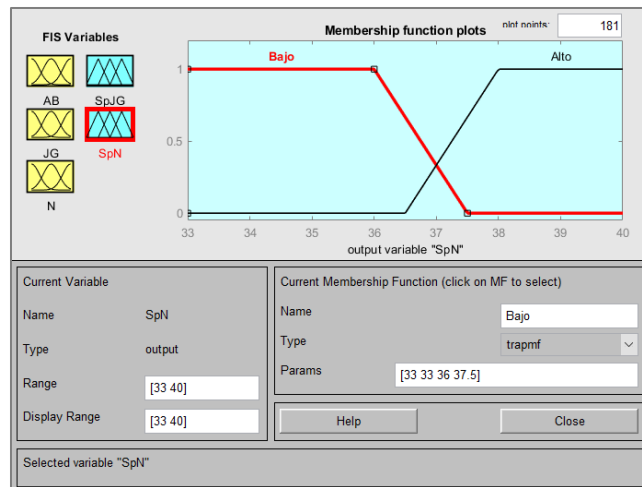


Figura 6.18 Conjunto difuso y funciones de pertenencia para el nivel de pulpa de salida.

La Tabla 6.7 resume la información de las figuras anteriores respecto a los límites de las funciones de pertenencia para las variables operacionales, las cuales son idénticas a las utilizadas para las variables de respuesta del controlador difuso.

Tabla 6.7 Límites de las funciones de pertenencia de tipo trapezoidal para velocidad superficial de gas y nivel de pulpa.

	Bajo	Alto
Nivel de líquido [cm]	[33 33 36 37,5]	[36,5 38 40 40]
Velocidad superficial de gas [cm/s]	[0 0 0,75 1]	[0,9 1,15 1,72 1,72]

6.1.4 Desarrollo de reglas para el controlador lógico difuso

Las reglas difusas empleadas para el control de los atributos en la primera celda fueron definidas a partir de los resultados observados durante la primera etapa de experimentación indicadas en la Sección 6.1.1.

El desarrollo de las reglas consideró no solo el comportamiento de los atributos ante cambios en las variables operacionales, sino que además fueron consideradas las desviaciones observadas en el comportamiento de la espuma, priorizando en ocasiones la presencia de una espuma de calidad en la superficie de la celda para la medición de los atributos. Las reglas fueron definidas para controlar cada uno de los atributos y posicionarlos dentro de sus estados “Alto” según lo informado en la Tabla 6.6.

Las Tablas 6.8 y 6.9 presentan las reglas difusas desarrolladas para el control del área transversal de burbuja y de la excentricidad de burbuja.

Tabla 6.8 Reglas difusas para el control del área transversal de burbuja.

Regla	AB	Jg	N	Respuesta	Justificación
1	Bajo	Bajo	Bajo	SpN Alto	Aumenta AB y/o se evita un colchón de espuma bajo
2	Bajo	Bajo	Alto	SpJg Alto	Aumenta AB
3	Bajo	Alto	Bajo	SpN Alto	Aumenta AB y/o se evita un colchón de espuma bajo
4	Bajo	Alto	Alto	SpJg Bajo	Se evita una espuma inestable
5	Alto	Bajo	Bajo	SpJg Bajo	AB se mantiene dentro del rango de valores deseados
6	Alto	Bajo	Alto	SpJg Bajo	AB se mantiene dentro del rango de valores deseados
7	Alto	Alto	Bajo	SpJg Alto	AB se mantiene dentro del rango de valores deseados
8	Alto	Alto	Alto	SpJg Alto	AB se mantiene dentro del rango de valores deseados

Tabla 6.9 Reglas difusas para el control de la excentricidad de burbuja.

Regla	EX	Jg	N	Respuesta	Justificación
1	Bajo	Bajo	Bajo	SpN Alto	Aumenta EX y/o se evita un colchón de espuma bajo
2	Bajo	Bajo	Alto	SpJg Alto	Aumenta EX
3	Bajo	Alto	Bajo	SpN Alto	Aumenta EX y/o se evita un colchón de espuma bajo
4	Bajo	Alto	Alto	SpJg Bajo	Se evita una espuma inestable
5	Alto	Bajo	Bajo	SpJg Bajo	EX se mantiene dentro del rango de valores deseados
6	Alto	Bajo	Alto	SpJg Bajo	EX se mantiene dentro del rango de valores deseados
7	Alto	Alto	Bajo	SpJg Alto	EX se mantiene dentro del rango de valores deseados
8	Alto	Alto	Alto	SpJg Alto	EX se mantiene dentro del rango de valores deseados

En ambos casos, las reglas 1 y 3 propuestas generan un aumento en el nivel de pulpa en la celda, lo que incrementa el área transversal de burbuja y garantiza una altura de espuma adecuada, entre 1 y 2 cm, cercana al rebalse de la celda a velocidades superficiales de gas bajos. Por otro lado, la regla 4 responde con una disminución de la velocidad superficial de gas para evitar la formación de espuma inestable que afecte negativamente la medición de los atributos. Esta situación se presenta cuando el nivel de pulpa y la velocidad superficial de gas son altos. Las reglas restantes priorizan el control de la velocidad superficial de gas como medida para gestionar el atributo correspondiente.

Por otro lado, las reglas difusas para el control de la densidad de burbuja se presentan en la Tabla 6.10. Al igual que en el caso anterior, las reglas 1 y 3 se centran en mantener un nivel de espuma adecuado a pesar afectar negativamente el valor del atributo, mientras que la regla 4 evita una espuma inestable en la celda.

Tabla 6.10 Reglas difusas para el control de la densidad de burbuja.

Regla	DB	Jg	N	Respuesta	Justificación
1	Bajo	Bajo	Bajo	SpN Alto	Disminuye DB y/o se evita un colchón de espuma bajo
2	Bajo	Bajo	Alto	SpJg Bajo	Aumenta DB
3	Bajo	Alto	Bajo	SpN Alto	Disminuye DB y/o se evita un colchón de espuma bajo
4	Bajo	Alto	Alto	SpJg Bajo	Se evita una espuma inestable
5	Alto	Bajo	Bajo	SpJg Bajo	DB se mantiene dentro del rango de valores deseados
6	Alto	Bajo	Alto	SpJg Bajo	DB se mantiene dentro del rango de valores deseados
7	Alto	Alto	Bajo	SpJg Alto	DB se mantiene dentro del rango de valores deseados
8	Alto	Alto	Alto	SpJg Alto	DB se mantiene dentro del rango de valores deseados

6.2 Resultados en segunda etapa de experimentación

En esta sección se presentan los resultados de la segunda etapa de experimentación, precisamente en relación con el control de los atributos de espuma (Ver Anexo E). El control de los atributos se realizó de manera independiente en cada celda, es decir, cada experimento se centró en el control de un solo atributo en una celda específica. Esto se debe a que el control simultáneo de dos o tres atributos en una misma celda requeriría modificar los mismos recursos de manera simultánea en dicha unidad. Las celdas que no fueron operadas se mantuvieron en su nivel de llenado máximo.

Como se indicó en la Sección 6.1.4, las reglas definidas para el control de los atributos se centraron en alcanzar el estado “Alto” según lo indicado en la Tabla 6.6.

La información recopilada a través de los experimentos realizados se presenta en gráficos cuyo contenido consta de:

- Valores de los atributos de espuma y sus valores normalizados o filtrados. Se señala con una recta vertical el punto en el que se inicia el control de los atributos.
- Valores de la velocidad superficial de gas y del nivel de pulpa.
- Respuestas del controlador lógico difuso sobre el valor objetivo de los controladores PID de la velocidad superficial de gas y del nivel de pulpa.
- Conjuntos “Bajo” y “Alto” separados por una recta segmentada azul.

Cabe mencionar que durante la realización de las sesiones de experimentación para el control de los atributos de espuma, también se presentaron problemas de comunicación entre los controladores lógico-programables, el servidor y softwares como Matlab, afectando principalmente el registro de las variables involucradas (atributos de espuma, velocidad superficial de gas, nivel de pulpa y *switches*).

6.2.1 Control de área transversal de burbuja

Las Figuras Figura 6.19 a Figura 6.21 presentan los resultados del control del área transversal de burbuja ante cambios en la velocidad superficial de gas y/o el nivel de pulpa en cada una de las celdas rougher existentes en el sistema.

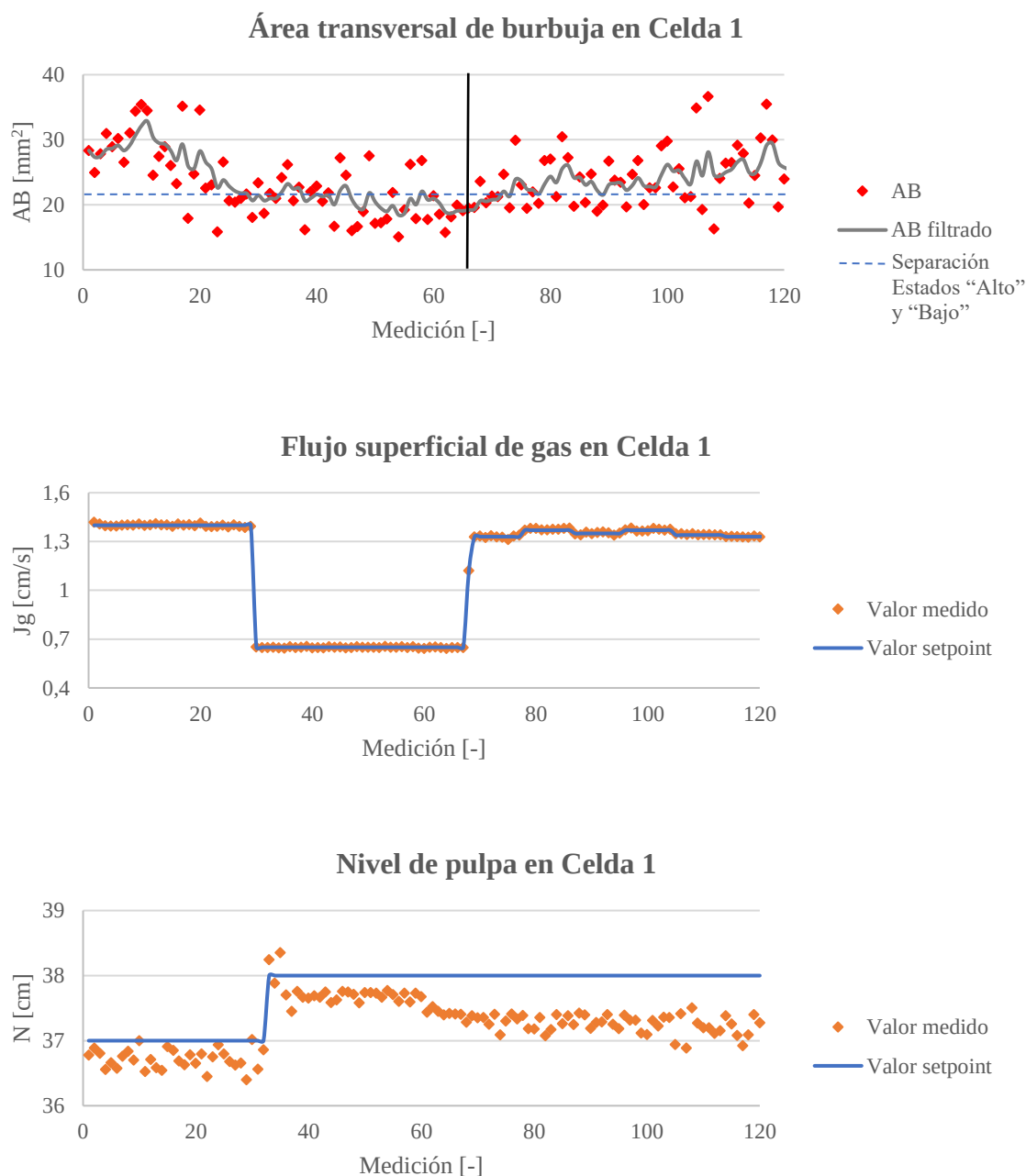


Figura 6.19 Control del área transversal de burbuja en la Celda 1.

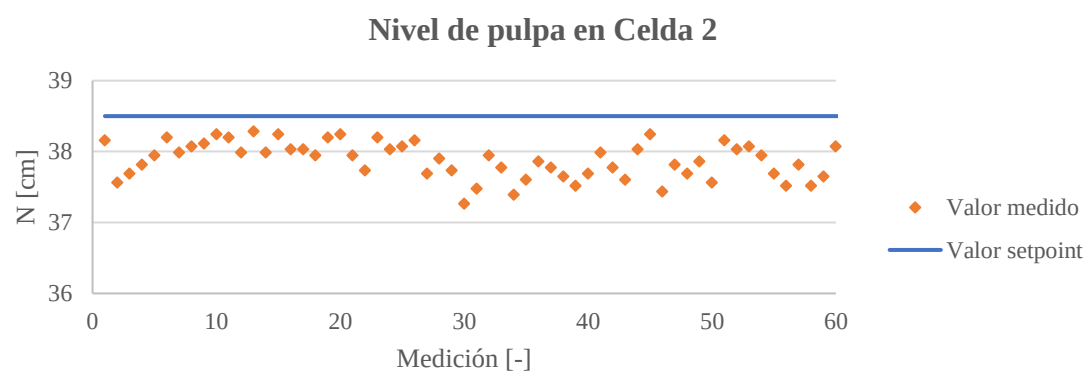
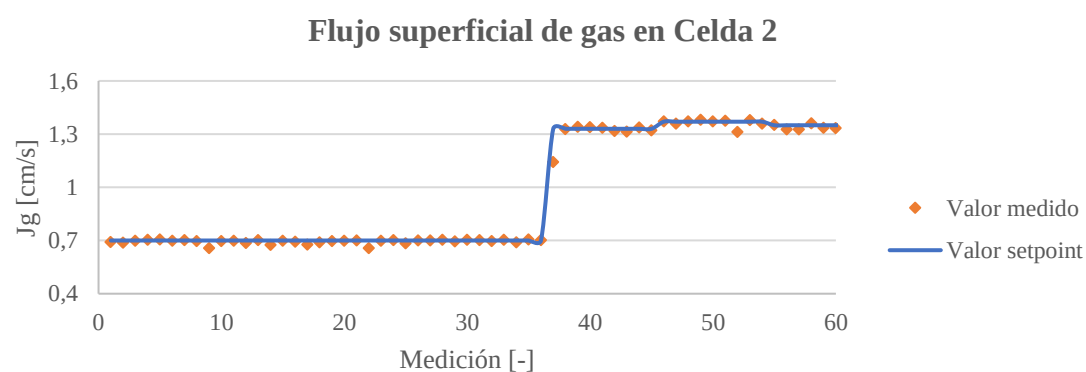
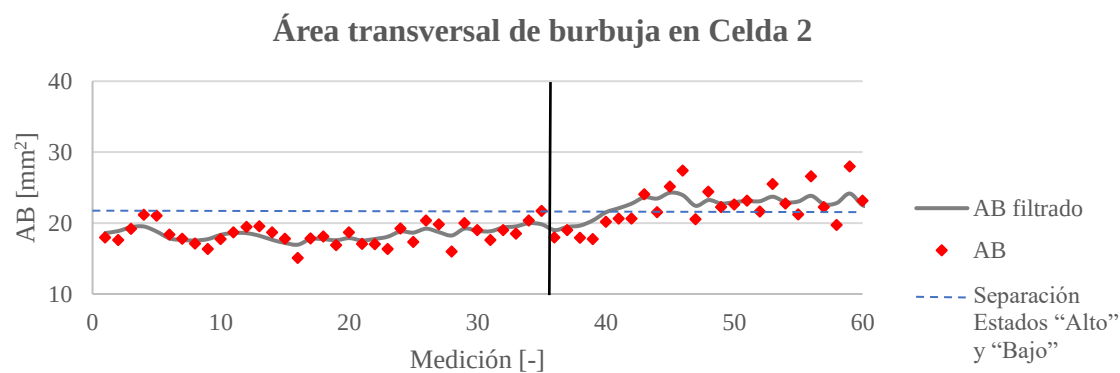


Figura 6.20 Control del área transversal de burbuja en la Celda 2.

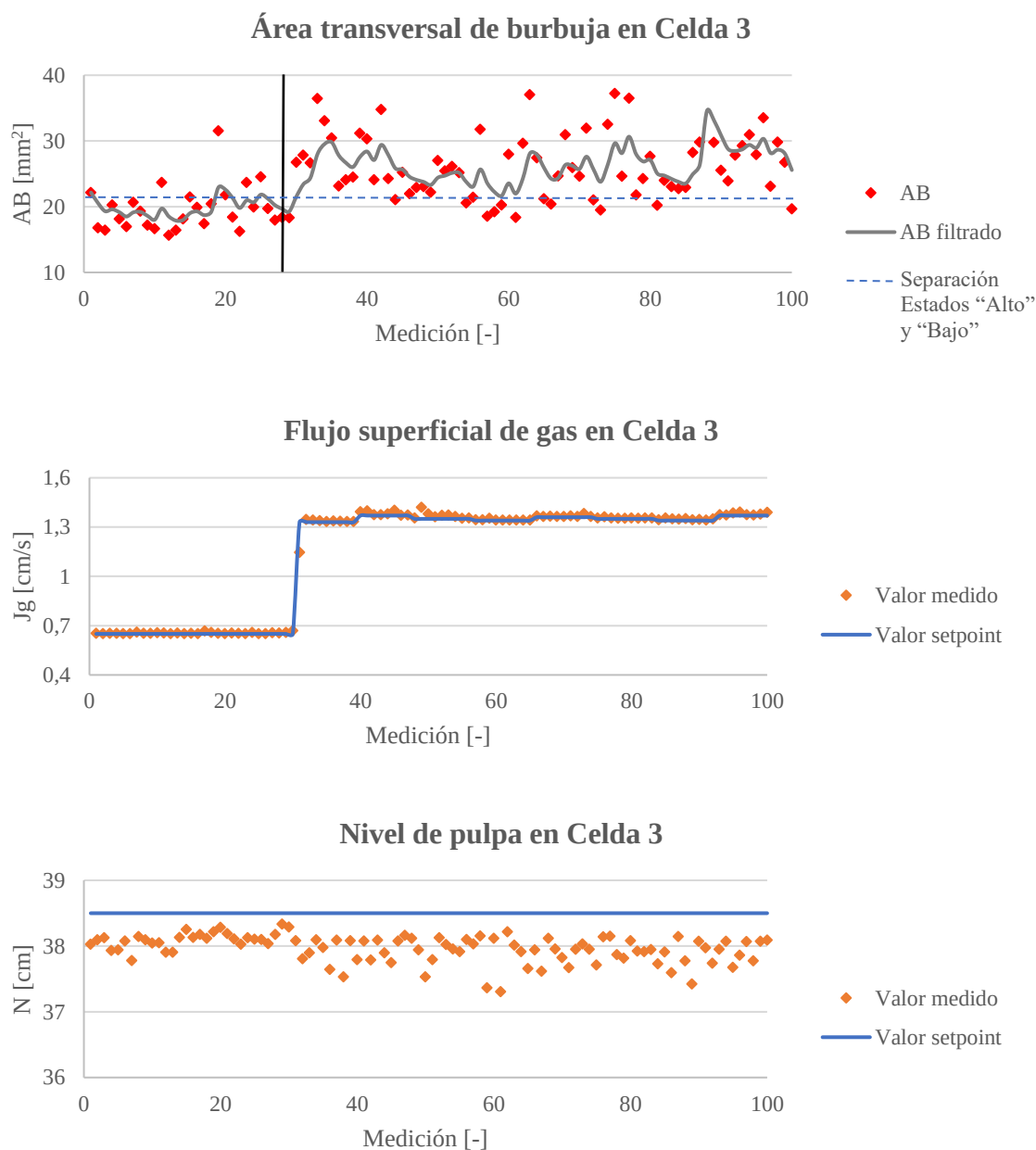


Figura 6.21 Control del área transversal de burbuja en la Celda 3.

A partir de las Figuras 6.19 a 6.21, se observa que los valores del área transversal de burbuja se mantuvieron dentro del rango definido como “Alto”. Esto fue posible gracias al control de la velocidad superficial de gas, que se mantuvo en valores cercanos a 1,3 cm/s, y al nivel de pulpa en las celdas, que permitió obtener una altura de colchón de espuma adecuada. El *offset* observado en el control del nivel de pulpa está relacionado con la elección del flujo de alimentación en el circuito y las limitaciones del sistema de control de nivel.

6.2.2 Control de densidad de burbuja

Las Figuras Figura 6.22, 6.24 y 6.25 presentan los resultados del control de la densidad de burbuja ante cambios en la velocidad superficial de gas y/o el nivel de pulpa en cada una de las celdas rougher.

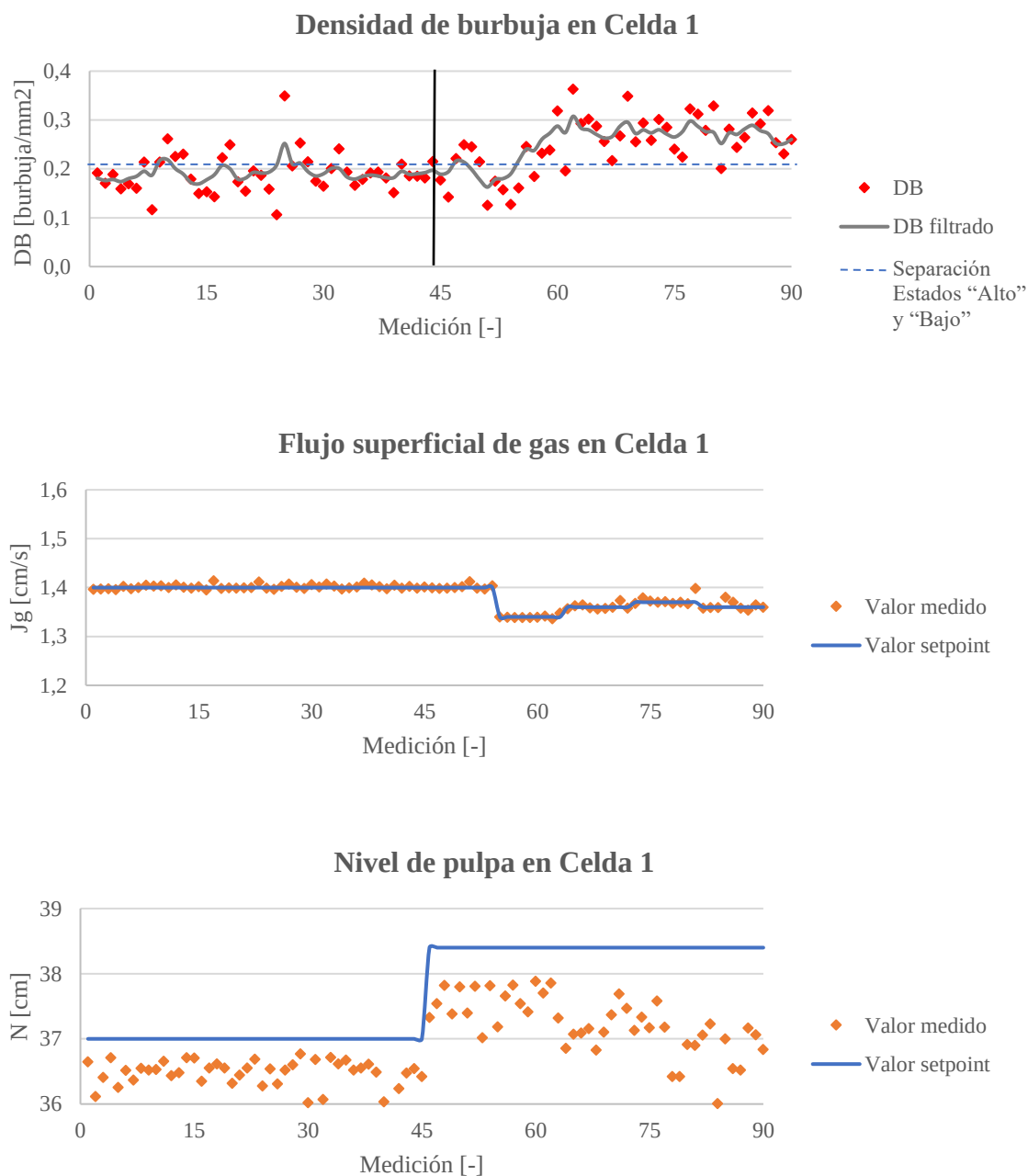


Figura 6.22 Control de la densidad de burbuja en la Celda 1.

La Celda 1 en particular alcanzó altos valores de densidad de espuma para valores de velocidades superficiales de gas altos lo cual va en contra al comportamiento observado en la Sección 6.1.1. Este hecho se atribuye a la formación de una espuma inestable en la superficie de la celda como se muestra en la Figura 6.23, afectando la calidad de las imágenes y sesgando las mediciones de este atributo.

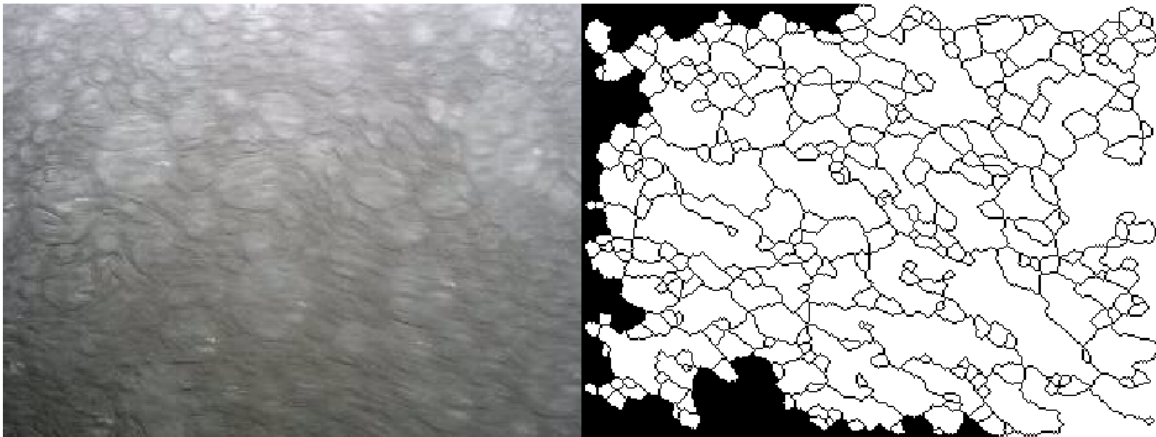


Figura 6.23 Espuma de flotación en Celda 1 de comportamiento inestable.

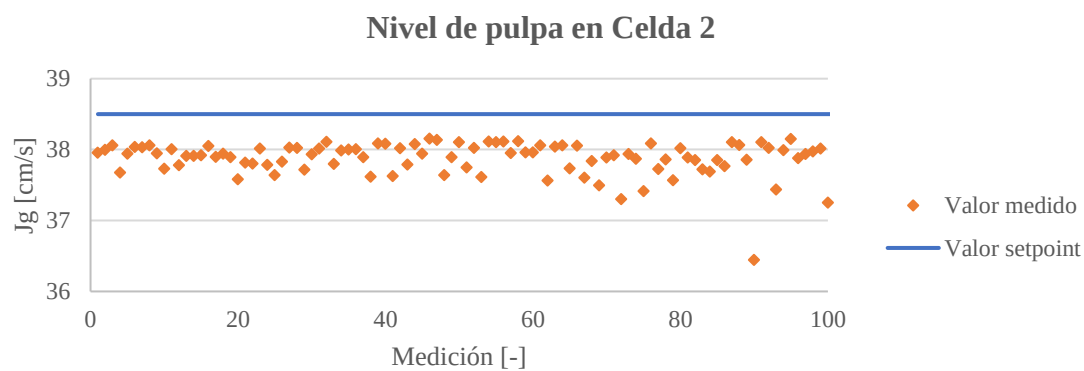
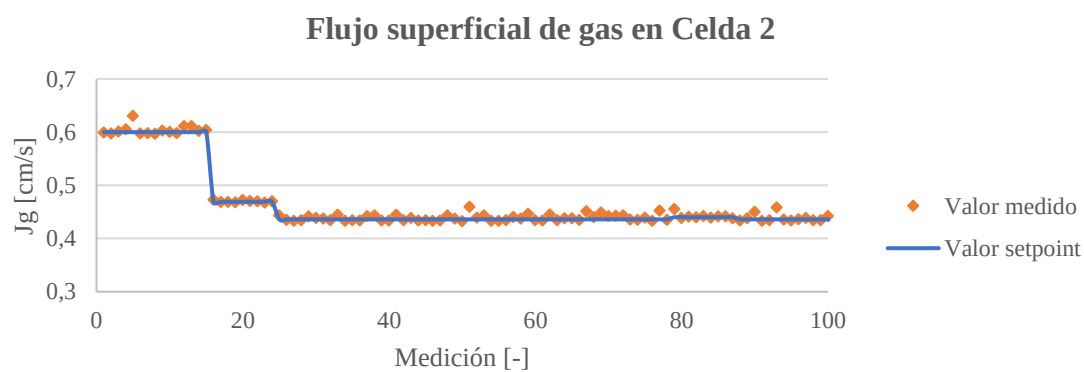
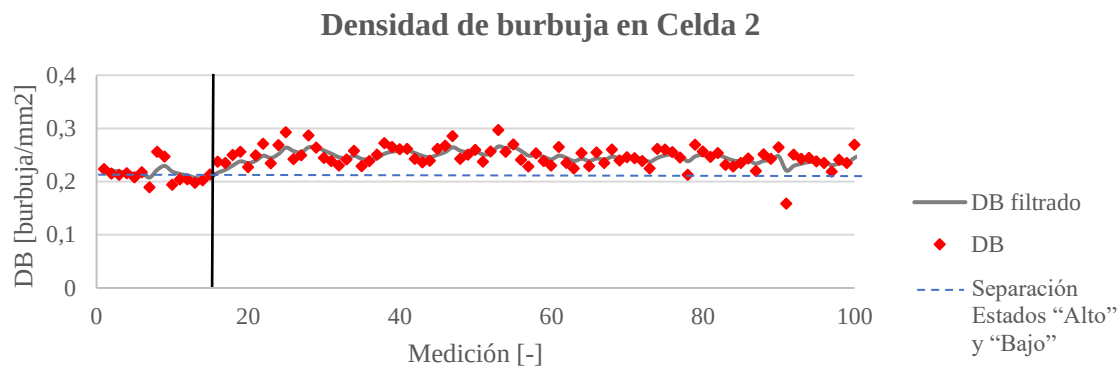


Figura 6.24 Control de la densidad de burbuja en la Celda 2.

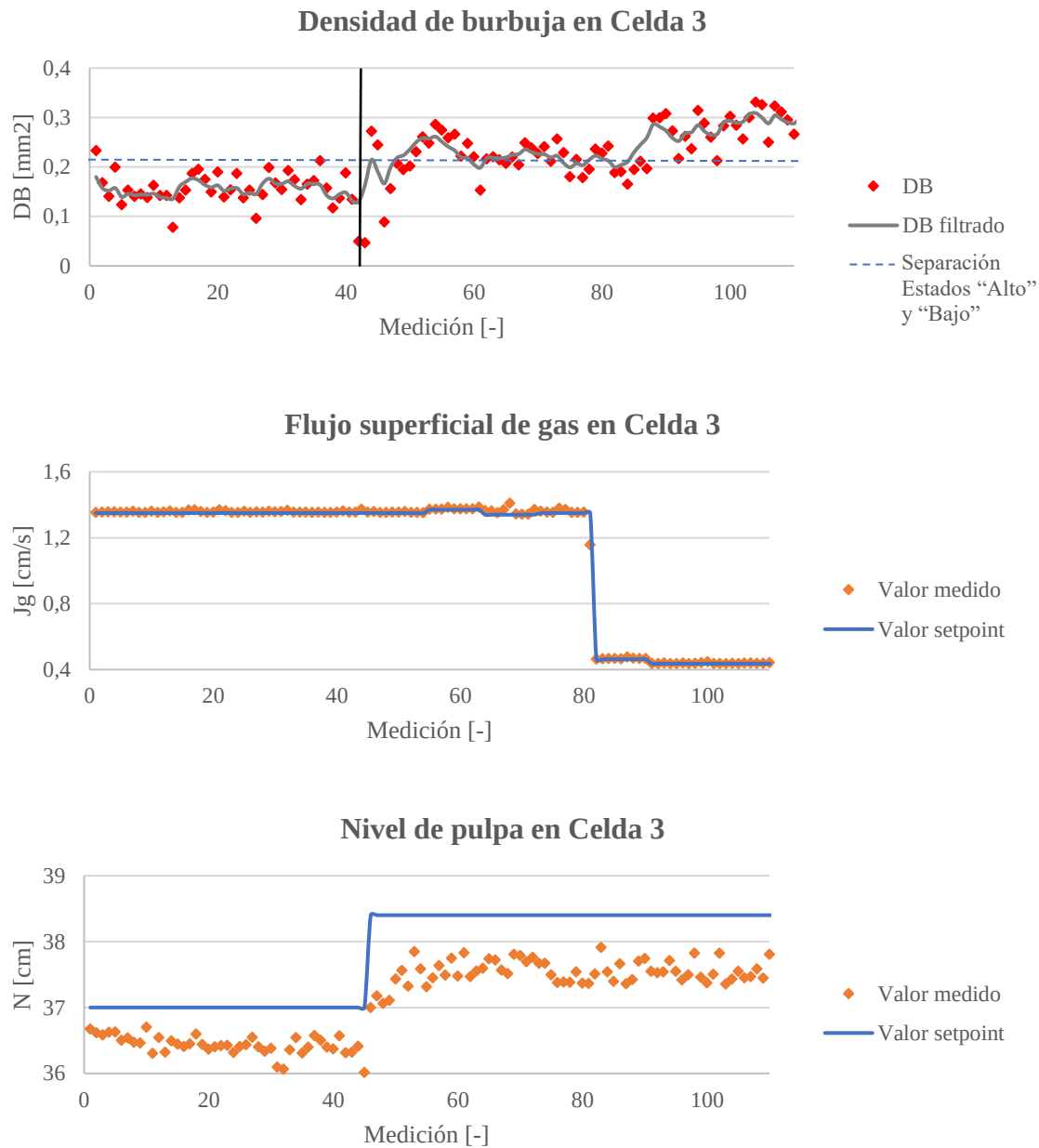


Figura 6.25 Control de la densidad de burbuja en la Celda 3.

El control de la densidad de espuma fue posible. Para la Celda 2, bastó con el control de la velocidad superficial de gas hacia valores cercanos a 0,4 [cm/s] para mantener a este atributo dentro del rango deseado. Para la Celda 3, el control del atributo se generó ante la modificación del nivel de pulpa, seguido por cambios en la velocidad superficial de gas en torno a valores cercanos a 0,4 [cm/s]. La respuesta por parte del controlador fue la esperada en estos dos últimos casos y se relaciona con la formación de una espuma de calidad en la superficie de la Celda 2 y 3.

6.2.3 Control de excentricidad de burbuja

Las Figuras 6.26, 6.28 y 6.29 presentan los resultados del control de la excentricidad de burbuja ante cambios en la velocidad superficial de gas y/o el nivel de pulpa en cada una de las celdas rougher.

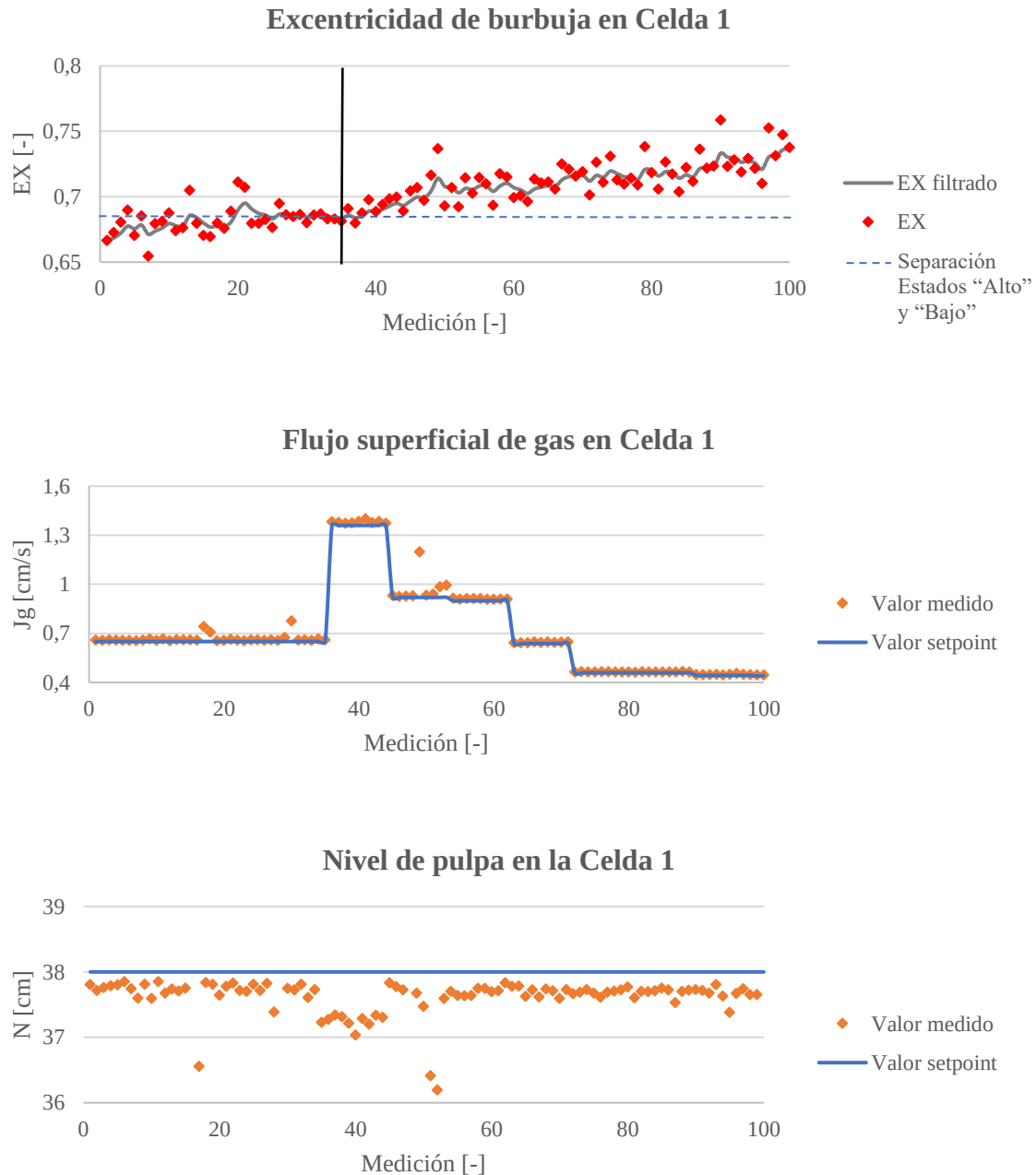


Figura 6.26 Control de excentricidad de burbuja en Celda 1.

Los valores de excentricidad se mantuvieron dentro del rango de valores deseados una vez activado la acción del controlador. No obstante, se observó un incremento en los valores del atributo conforme fue disminuyendo la velocidad superficial de gas. Lo anterior fue atribuible a la formación de una altura del colchón de espuma escasa, influyendo en la medición de este atributo en la imagen capturada. La Figura 6.27 ilustra una captura de la espuma contenida en la superficie de la celda ante la velocidad superficial de gas obtenido como respuesta por parte del controlador difuso.

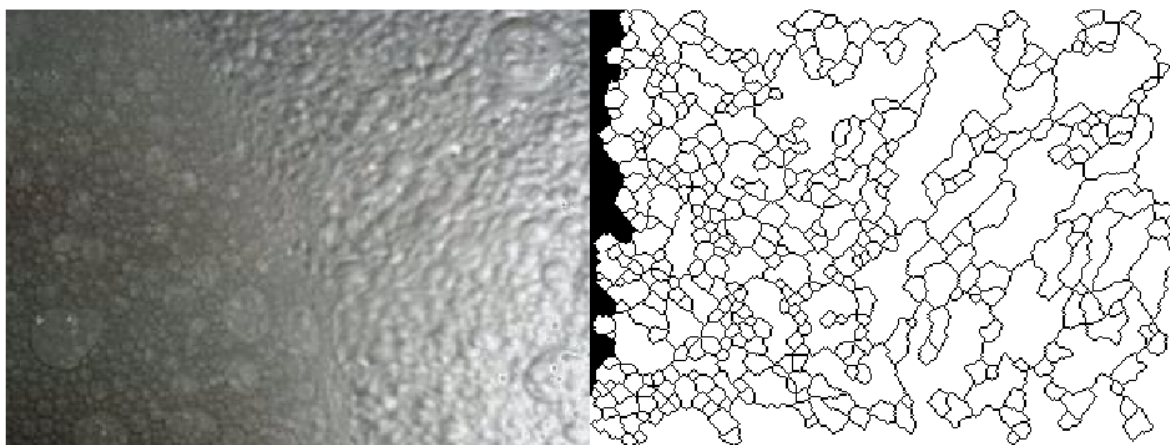


Figura 6.27 Espuma de flotación de altura escasa en la Celda 1.

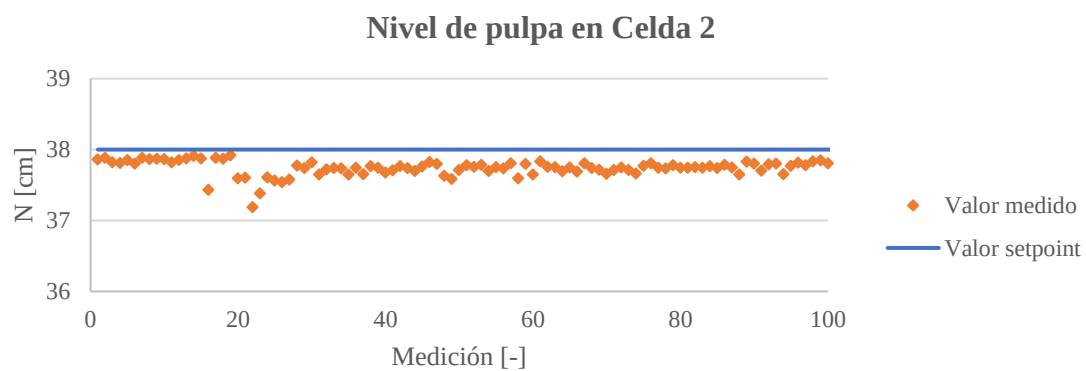
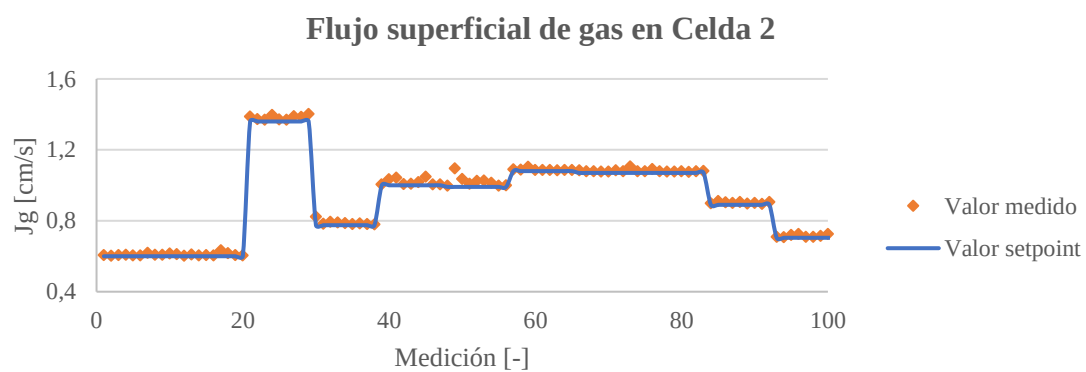
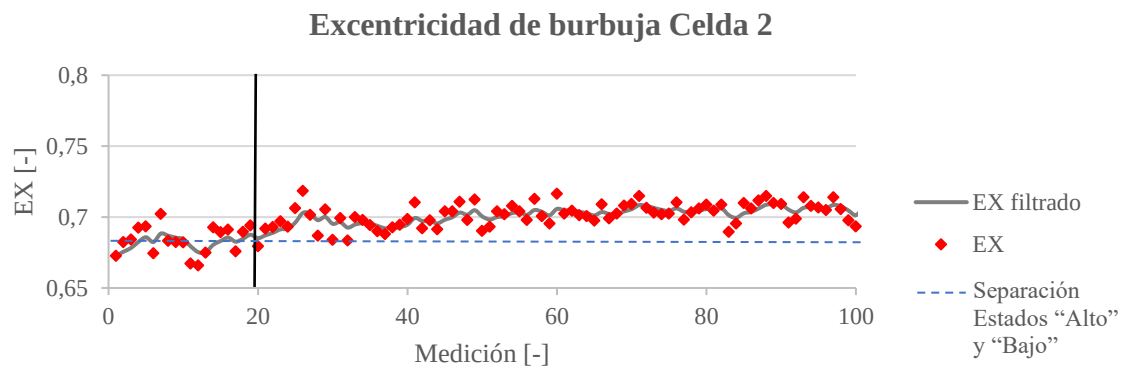


Figura 6.28 Control de excentricidad de burbuja en Celda 2.

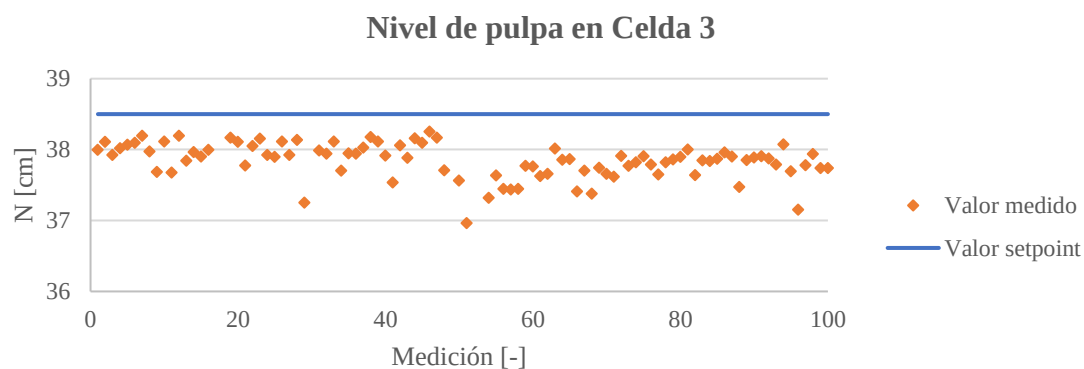
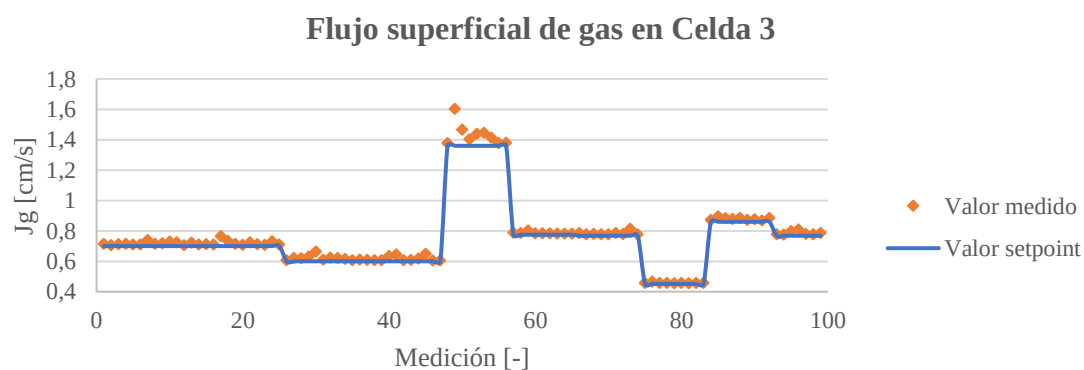
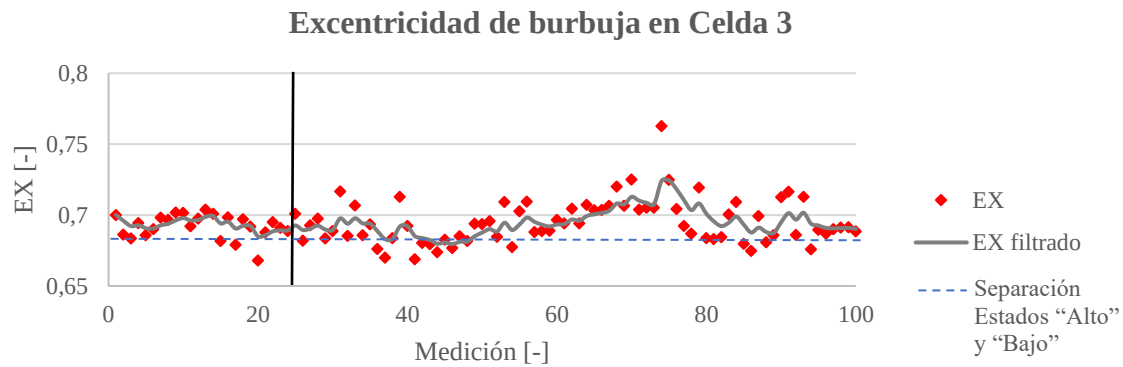


Figura 6.29 Control de excentricidad de burbuja en Celda 3.

A partir de los gráficos anteriores, es posible observar valores de excentricidad de burbuja en las celdas 2 y 3 dentro del rango de valores deseado producto de la acción del controlador sobre la velocidad superficial de gas. En este caso, no fue necesario el control del nivel de pulpa, el que se mantuvo en un nivel adecuado en ambas celdas.

6.2.4 Resumen del control de recursos en el sistema y de atributos de espuma

A partir de los gráficos de velocidad superficial de gas y del nivel de pulpa en cada una de las celdas, se aprecia en la mayoría de los casos que el control de la velocidad superficial de gas fue superior en comparación al control de nivel de pulpa, ya que este último se situó bajo del valor de referencia del controlador PID en la mayoría de los casos. La calidad del control en el nivel de pulpa en la celda pudo haberse visto afectada por tres razones principalmente:

1. La inestabilidad de la interfaz pulpa-espuma producto de la velocidad superficial de gas circulante en la celda generando oscilaciones en el flotador del sensor ultrasónico y afectando la medición del nivel de líquido.
2. El descenso e incremento del volumen de líquido contenido en la celda como resultado de la variabilidad del caudal de descarga en el tope de la celda, así como también del caudal de descarga desde la corriente de relave en las celdas, dada la dependencia entre la velocidad de descarga y la diferencia en las alturas de líquido de las celdas adyacentes como se muestra en la Figura 6.30. Las expresiones de velocidad pueden ser obtenidas a partir de un balance de energía entre la superficie del líquido y el orificio de descarga en la celda siguiente, suponiendo velocidades de descenso lentas en la superficie del líquido y pérdidas por fricción despreciables, entre otros.
3. La histéresis presente en las válvulas del sistema, afectando la regulación del caudal de descarga en las líneas de relave para el control del nivel de pulpa en las celdas

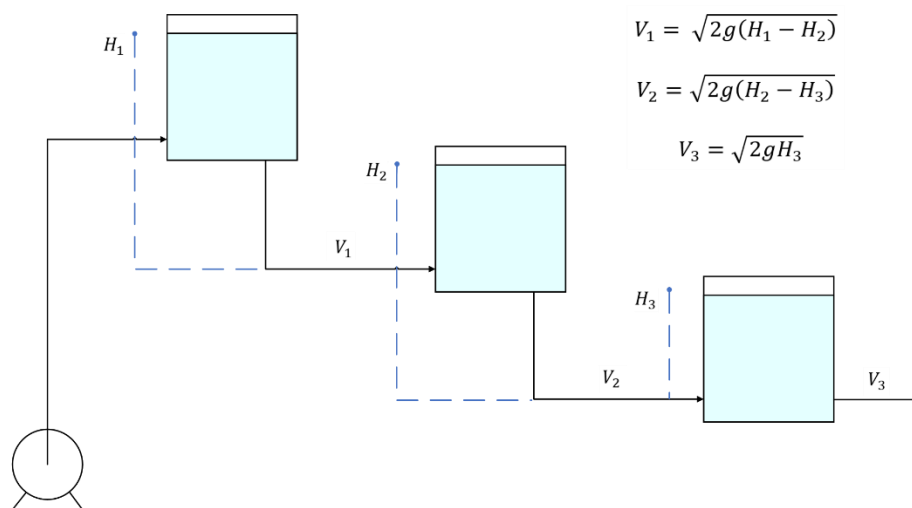


Figura 6.30 Relación entre velocidades de descarga y altura de líquido

Por otro lado, el *offset* observado en el control del nivel de pulpa en las celdas se relaciona con la saturación de la válvula de descarga, Si bien no se tiene a disposición los datos de apertura y cierre de las válvulas, se informa que en la mayoría de los casos, aunque la válvula alcanzaba un 0% de apertura, el control del nivel se vio influenciado por el caudal de descarga en el tope de la celda sumado al movimiento pulsante de la espuma, los cuales generaron movimiento en la interfaz pulpa-espuma en el que se situaba el flotador del sensor de nivel.

Además, la elección del flujo de alimentación (4,5 L/min) pudo haber desempeñado un papel crucial en el control del nivel de líquido en las celdas. A menores caudales de alimentación es probable que se hubiera podido operar las válvulas de control de nivel, evitando el *offset* en dicho control.

Pese a los inconvenientes y limitaciones en el sistema, la elección de la velocidad superficial de gas como el principal recurso para mantener un espesor de altura de espuma apropiado y controlar los atributos de la espuma en ella resultó ser adecuado. Sin embargo, los problemas existentes en relación al control de los atributos de espuma seguirán presentes a menos que se garantice un correcto control de la altura de espuma en las celdas a través de los recursos de control de nivel y velocidad superficial de gas. En caso contrario, es probable que las mediciones de los atributos y el control de estos se vea afectado por los problemas operacionales mencionados en la Sección 6.1.2.

En cuanto al control de los atributos de espuma, se observó en la mayoría de los casos, mediciones de los atributos dentro del rango de valores considerados como “Alto” una vez activada la acción del controlador lógico difuso. En gran parte de las experiencias, fue necesario únicamente el control de la velocidad superficial de gas para lograr situar el valor de los atributos en sus respectivos rangos, mientras que en el menor de los casos se requirió el control del nivel para obtener alturas de colchón de espuma favorables dada las condiciones iniciales de operación.

Al comparar el comportamiento de los atributos de espuma en cada celda una vez ejecutado la acción del controlador, se aprecia una distribución de las mediciones de los atributos que varía en cada caso presentando una menor o mayor desviación con respecto a la media, lo cual se relaciona directamente con las condiciones de operación presentes en la espuma.

Por último, en cuanto a las mediciones de los atributos, el comportamiento observado durante la realización de los experimentos se atribuye a varios factores que influyeron significativamente en la precisión y consistencia de las mediciones de los atributos de la espuma. Estos incluyen la calidad de las imágenes y la cuantificación de los atributos a través del sistema de segmentación de imágenes, la presencia de condiciones no deseadas en la espuma debido a un control poco eficaz del nivel de pulpa, y la variabilidad propia de la espuma, que se relaciona, según lo comentado en la Sección 3.3, a la ausencia de sólidos y su efecto en la estabilización de la espuma.

7. Conclusiones

El presente estudio tuvo como objetivo el desarrollo e implementación de un sistema de procesamiento de imágenes acoplado a un controlador lógico difuso diseñado para un sistema de celdas rougher. El objetivo fue mantener el control en línea de los atributos de espuma de flotación en un sistema de celdas rougher a través de modificaciones en la velocidad superficial de gas y del nivel de pulpa en cada una de las celdas.

Autores cuyas investigaciones y estudios en equipos y circuitos de flotación, entre ellos: Bouchard et al. (2009), Quintanilla (2021), Hodouin (2011), Bergh & Yianatos (2011), han permitido dilucidar el estado y los avances en la modelación y las estrategias de control en este tipo de procesos para la mejora en el control de las variables operacionales y el resultado metalúrgico. Por otro lado, estudios sobre la descripción y caracterización de la espuma de flotación, entre los cuales están: Glembotskii, (1992), Moolman (1995), Woodburn (1989), Wright (1999), han permitido esclarecer la significancia entre las propiedades de la espuma y el rendimiento de la operación. También han planteado la necesidad de implementar un sistema de visión que permita el reconocimiento de patrones de espuma en tiempo real, lo cual es fundamental para la toma de decisiones efectivas en el proceso en el caso de que estas características estén asociadas con los objetivos metalúrgicos, restringiendo el nivel de pulpa o la velocidad superficial de gas, o sus combinaciones, para modificar la ley del concentrado o la recuperación del mineral.

La implementación del sistema de segmentación de imágenes y obtención de atributos de espuma de flotación en tiempo real demostró su capacidad de caracterizar y obtener valores del área transversal, excentricidad y densidad de burbuja a partir de la identificación de los bordes en las burbujas. Esta capacidad no solo se limitó únicamente a analizar imágenes obtenidas durante la etapa experimental, sino que se extendió también al análisis de imágenes de espuma de flotación con mineral colectado (ver Anexo 10.3) destacando así su utilidad para la obtención de los atributos en procesos mineros a escala industrial. No obstante, la eficacia en la segmentación de las imágenes y la representatividad de los atributos de espuma a través del sistema de análisis de imágenes se vieron afectadas por la calidad de la imagen, las limitaciones de operación del sistema y la inestabilidad intrínseca de la espuma de flotación dando a lugar problemas operacionales como una altura de espuma desfavorable o un caudal inestable de espuma en el tope de la celda según lo indicado en la Sección 6.1.2. Por tanto, la aplicación de un filtro para la normalización de los datos

de entrada a un sistema de control, en especial para el tipo de sistemas empleados en este estudio (soluciones sin presencia de sólidos), es un elemento crucial para la obtención de respuestas correctivas más adecuadas en el proceso. Como comentario adicional, es probable que, de haberse empleado una solución con presencia de sólidos, se hubiera obtenido una espuma de mejor calidad y estabilidad lo cual hubiese permitido una mejor estimación de las propiedades de la espuma restringiendo en menor grado los recursos disponibles para su control en comparación al sistema en estudio.

Los resultados obtenidos sugieren que es factible mantener bajo control los atributos de espuma de flotación dentro de un rango deseado al ajustar la velocidad superficial de gas y el nivel de pulpa en la celda por acción de un controlador lógico difuso. Esto se evidenció en relación con la variación del área transversal, excentricidad y densidad de burbuja, los cuales se mantuvieron en la mayoría del tiempo dentro del rango deseado definido como “Alto” una vez iniciada la acción del controlador difuso. Dado que la velocidad superficial de gas influyó significativamente en el comportamiento y la dispersión de los atributos, se propone una alternativa adicional: implementar un control en cascada entre el atributo a regular y la velocidad superficial de gas, asegurando al mismo tiempo que el nivel de líquido en la celda se mantenga conforme a los requerimientos del proceso en términos de ley y/o recuperación.

Cabe destacar que el control de los atributos puede adoptar una tendencia que no necesariamente implique el control real de los mismos como resultado del sesgo existente en la medición de los atributos producto de los problemas en la calidad de las imágenes y las propiedades de la espuma indicados anteriormente. En vista de lo anterior es recomendable emplear un sistema que permita medir (ver Anexo 10.1) y garantice el control de la altura de espuma y los atributos en ella, mediante la combinación de la manipulación de la velocidad de gas y el nivel de pulpa.

En suma con lo anterior, la etapa de caracterización de los atributos se verá limitada por diversas variables, como las propiedades de la espuma, la eficacia en la representatividad de los atributos a través del sistema de segmentación de imágenes, el estado de los sensores y actuadores para el control de los recursos en el sistema, entre otros factores. Estas limitaciones dificultan una correcta caracterización del comportamiento de los atributos de espuma de flotación ante distintas condiciones de operación, etapa que es esencial para la adquisición del conocimiento y el planteamiento de las reglas difusas adecuadas. De no ser posible efectuar una apropiada

caracterización, es probable que el control de los atributos no sea el esperado. Este desafío será aún más crucial en la práctica al momento de establecer la relación entre el control de un atributo y el resultado metalúrgico esperado, ya sea en términos de ley o recuperación del mineral, para definir cuál será el atributo cuyo control deberá priorizarse en beneficio de maximizar el resultado del proceso.

Por último, aunque en este estudio se analiza la efectividad del control de los atributos en la espuma, es necesario considerar los efectos adversos que pueden surgir como resultado del ajuste de los recursos disponibles en el sistema, así como el grado de ajuste y su impacto en la eficiencia del proceso. El sistema experto-difuso desarrollado en este trabajo de tesis realizó ajustes frecuentes en la velocidad superficial de gas y, en ocasiones, en el nivel de pulpa, con el objetivo de controlar los atributos. Sin embargo, un ajuste en la velocidad superficial de gas del orden de 1 [cm/s], como el observado en este estudio, podría generar efectos negativos en la zona de colección de la celda en un proceso de flotación real, tales como turbulencia en el interior del equipo, ruptura de los agregados partícula-burbuja, un mayor arrastre hidráulico de ganga, entre otros efectos. Por lo tanto, el planteamiento de sistemas de control experto-difuso debe considerar el grado de los ajustes en los recursos disponibles y evaluar su impacto en el control de las variables relevantes del proceso, para evitar desviar el enfoque del control del proceso. Se deben realizar cambios graduales y consistentes en las variables operacionales para mejorar los resultados metalúrgicos.

8. Recomendaciones

Esta sección tiene como objetivo ofrecer un resumen de las sugerencias para investigaciones futuras, proporcionando recomendaciones que podrían optimizar los métodos empleados y abordar limitaciones identificadas en el estudio actual. Estas sugerencias pretenden guiar futuros trabajos hacia enfoques más eficientes y efectivos en el control de variables clave.

Es necesario optimizar ciertas características operacionales del circuito, como los dispersores de aire en el fondo de las celdas, ya que se observa una distribución irregular de las burbujas en el área transversal de la celda, con zonas sin presencia de espuma a bajas velocidades superficiales de gas. Asimismo, es recomendable realizar un mantenimiento continuo de los flotadores de los sensores ultrasónicos de nivel para evitar falencias en la medición de esta variable operacional, como también una calibración minuciosa de los sensores presentes en el circuito con la finalidad de asegurar mediciones precisas y confiables, optimizando así el rendimiento del sistema y minimizando posibles errores en el control de variables clave, principalmente, de la velocidad superficial de gas y el nivel de líquido en la celda.

En cuanto a los experimentos, se recomienda operar con niveles de pulpa de 36 cm para velocidades superficiales de gas a partir de 0,8 cm/s, con el fin de evitar la formación de espuma de un grosor escaso, lo cual podría dificultar la adquisición de imágenes de espuma que puedan ser analizadas. También, se podría operar con flujos de alimentación intermedios, considerando que el caudal máximo entregado por la bomba peristáltica es de 4,5 [L/min]. Lo anterior evitaría la saturación de las válvulas de control de nivel y el *offset* generado en la medición del nivel.

En cuanto al sistema de adquisición y análisis de imágenes, se recomienda mejorar e incluir el algoritmo para la medición de la velocidad de descarga, lo anterior siempre y cuando se garantice un adecuado control del grosor de la capa de espuma en las celdas. Adicionalmente, podrían incluirse otros atributos tales como razón de coalescencia, estabilidad, color de espuma, etc.

Por último, se recomienda almacenar los datos de las aperturas y cierre de válvula durante la operación del sistema de control experto-difuso con la finalidad de explicar los fenómenos o problemas existentes durante el control de las variables operacionales tales como la velocidad superficial de gas y el nivel de pulpa en las celdas.

9. Referencias

- Abkhoshk, E., Kor, M., & Rezai, B. (2010). A study on the effect of particle size on coal flotation kinetics using fuzzy logic. *Expert Systems with Applications*, 37, 5201–5207. doi:10.1016/j.eswa.2009.12.071
- Aktas, Z., Cilliers, J., & Banford, A. (2008). Dynamic froth stability: Particle size, airflow rate and conditioning time effects. *International Journal of Mineral Processing*, 87(1-2), 65-71. doi:10.1016/j.minpro.2008.02.001
- Barbian, N., Hadler, K., & Cilliers, J. J. (2006). The froth stability column: Measuring froth stability at an industrial scale. *Minerals Engineering*, 19(6-8), 713-718. doi:10.1016/j.mineng.2005.09.021
- Barbian, N., Ventura-Medina, E., & Cilliers, J. (2003). Dynamic froth stability in froth flotation. *Minerals Engineering*, 16(11), 1111-1116. doi:10.1016/j.mineng.2003.06.010
- Bergh, L. G., & Yianatos, J. B. (2011). The long way toward multivariate predictive control of flotation processes. *Journal of Process Control*, 21(2), 226-234. doi:10.1016/j.jprocont.2010.11.001
- Bergh, L., Yianatos, J., & Pino, C. (2013). Advances in developing supervisory control strategies for flotation plants. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(16), 110-115.
- Bezdek, J. (1993). Fuzzy models - What are they, and why? *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1(1), 1-6. doi:10.1109/TFUZZ.1993.6027269
- Bouchard, J., Desbiens, A., Villar, R. d., & Nunez, E. (2009). Column flotation simulation and control: An overview. *Minerals Engineering*, 22, 519-529. doi:10.1016/j.mineng.2009.02.004
- Cao, S., & Rhinehart, R. R. (1995). An efficient method for on-line identification of steady state. *Journal of Process Control*, 5(6), 363-374. doi:10.1016/0959-1524(95)00009-f
- Carvalho, M. T., & Durao, F. (2002). Control of a flotation column using fuzzy logic inference. *Fuzzy Sets and Systems*, 125(1), 121-133. doi:10.1016/s0165-0114(01)00048-3

- Córdova, J. T. (2019). *Predicción de concentraciones basadas en análisis de imágenes de espuma y condiciones de operación en columnas de flotación. Memoria para optar al título de Ingeniero civil Químico y al grado académico de Magíster en ciencias de la Ingeniería Química*. Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, Valparaíso.
- Cortés, C. (2016). *Operación híbrida de una planta piloto de flotación RCS. Memoria para optar al título de Ingeniero civil Químico y al grado académico de Magíster en ciencias de la Ingeniería Química*. Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, Valparaíso.
- Dawson, P., & Koorts, R. (2014). Flotation control incorporating fuzzy logic and image analysis. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 352-357.
- Deb, N., Fardin, S., Fardin, M., Nawal, N., Nizam, R., & Saha, S. (2023). Thermal management inside a discretely heated rectangular cuboid using P, PI and PID controllers. *Case Studies in Thermal Engineering*, 51, 103601.
- Ding, L., Gustafsson, T., & Su, F. (1999). Application of fuzzy control to a flotation process. *IFAC Proceedings Volumes*, 32(2), 6998-7003.
- Ertugrul, S. (2008). Predictive modeling of human operators using parametric and neuro-fuzzy models by means of computer-based identification experiment. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21(2), 259-268.
- García-Zúñiga, H. (1935). La eficiencia de la flotación es una función exponencial del tiempo. *Boletín Minero de la Sociedad Nacional de Minería*, 47(418), 83-86.
- Gharai, M., & Venugopal, R. (2016). Modelling of flotation process - An overview of different approaches. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 37(2), 120-133. doi:10.1080/08827508.2015.1115991
- Glembotsky, V. A. (1972). *Flotation, Primary Sources*. New York.
- Gorain, B. K., Franzidis, J. P., & Manlapig, E. V. (2000). Flotation cell design: application of fundamental principles. *Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre*, 1502-1512.

- Haavisto, O. (2009). *Reflectante spectrum analysis of mineral flotation froths and slurries*. Helsinki University of Technology, Department of Automation and Systems Technology, Espoo. Obtenido de <https://aaltodoc.aalto.fi/server/api/core/bitstreams/e290d51e-901d-44d1-8338-112c05893275/content>
- Hodouin, D. (2011). Methods for automatic control, observation, and optimization in mineral processing plants. *Journal of Process Control*, 21, 211-225. doi:10.1016/j.jprocont.2010.10.016
- Jahedsaravani, A., Marhaban, M., Massinaei, M., Saripan, M., & S.B.M. (2016). Froth-based modeling and control of a batch flotation process. *International Journal of Mineral Processing*, 146, 90-96. doi:10.1016/j.minpro.2015.12.002
- Koorts, R., & Dawson, P. (2014). Flotation control incorporating fuzzy logic and image analysis. *IFAC Proceedings*, 47(3), 352-357. doi:10.3182/20140824-6-za-1003.01864
- Korbel, M., Bellec, S., Jiang, T., & Stuart, P. (2014). Steady state identification for on-line data reconciliation based on. *Computers and Chemical Engineering*, 63, 206-218. doi:10.1016/j.compchemeng.2014.02.003
- Kouro, S., & Musalem, R. (2002). *Técnicas modernas en automática. Control mediante lógica difusa*. Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Electrónica, Valparaíso.
- Langberg, D. E., & Jameson, G. J. (1989). Factors affecting the water recovery rate during froth flotation. En A. C. Conference, *In Chemeca 89: Technology for Our Third Century; the Seventeenth Australasian Chemical Engineering Conference* (págs. 295-301).
- McAndrew, A. (2004). *An introduction to digital image processing with MATLAB*. Victoria University of Technology, School of Computer Science and Mathematics, Melbourne.
- Moolman, D. W., Aldrich, C., Deventer, J. S., & Bradshaw, D. J. (1995). The interpretation of flotation froth surfaces by using digital image analysis and neural network. *Chemical Engineering Science*, 50(22), 3501-3513.

- Moolman, D. W., Aldrich, C., Deventer, J. S., & Stange, W. W. (1994). Digital image processing as a tool for on-line monitoring of froth in flotation plants. *Minerals Engineering*, 7(9), 1149-1164.
- Moolman, D. W., Aldrich, C., Deventer, J. S., & Stange, W. W. (1995). The classification of froth structures in a copper flotation plant by means of a neural net. *International Journal of Mineral Processing*, 43(3-4), 193-208. doi:10.1016/0301-7516(95)00003-V
- Moolman, D. W., Eksteen, J. J., Aldrich, C., & Deventer, J. S. (1996). The significance of flotation froth appearance for machine vision control. *International Journal of Mineral Processing*, 48(3-4), 135-158. doi:10.1016/S0301-7516(96)00022-1
- Morcillo, C. G. (2022). *Lógica Difusa, una introducción práctica*. Universidad de Castilla-La Mancha. Recuperado el 2023, de <http://casanchi.org/mat/logicadifusa01.htm>
- Neethling, S. J., & Brito-Parada, P. R. (2018). Predicting flotation behaviour – The interaction between froth stability and performance. *Minerals Engineering*, 120, 60-65. doi:10.1016/j.mineng.2018.02.002
- Oestreich, J. M., Tolley, W. K., & Rice, D. A. (1995). The development of a color sensor system to measure mineral compositions. *Mineral Engineering*, 8(1-2), 31-39. doi:10.1016/0892-6875(94)00100-Q
- Pugh, R. (2005). Experimental techniques for studying the structure of foams and froths. *Advances in Colloid and Interface Science*, 114-115, 239-251. doi:10.1016/j.cis.2004.08.005
- Quintanilla, P., Neethling, S. J., & Brito-Parada, P. R. (2021). Modelling for froth flotation control: A review. *Minerals Engineering*(162), 106718. doi:10.1016/j.mineng.2020.106718
- Reznik, L. (1997). *Fuzzy controllers*. Melbourne: Newnes.
- Sadr-Kazemi, N., & Cilliers, J. (1997). An image processing algorithm for the measurement of flotation froth bubble size and shape distribution. *Mineral Engineering*, 10(10), 1075-1083. doi:10.1016/S0892-6875(97)00094-0
- Taggart, A. F. (2015). *A manual flotation processes*. Michigan.

- Verbist, G., Weaire, D., & Kraynik, A. M. (1996). The foam drainage equation. *Journal of Physics Condensed Matter*, 8(21), 3715-3731. doi:10.1088/0953-8984/8/21/002
- Wang, L., Runge, K., & Peng, Y. (2016). The observed effect of flotation operating conditions and particle properties on water recovery at laboratory scale. *Minerals Engineering*, 94, 83-93. doi:10.1016/j.mineng.2016.05.003
- Weaire, D. L., & Hutzler, S. (1999). *The physics of foams*. Oxford University Press.
- Wills, B. A. (1994). *Tecnologías de procesamiento de minerales: tratamiento de menas y recuperación de minerales*. Limusa.
- Woodburn, E. T., Stockton, J. B., & Robbins, D. J. (1989). Vision-based characterisation of three-phase froths. *International Colloquium: Developments in Froth Flotation, I*, 1-30.
- Wright, B. A. (1999). *The development of a vision-based flotation froth analysis system*. University of Cape Town, Cape Town.
- Yianatos, J. (2005). *Flotación de minerales*. Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Procesos Químicos, Biotecnológicos y Ambientales, Valparaíso.
- Yianatos, J., & Vinnett, L. (2015). *Flotación de minerales: Fundamentos, tecnología y aplicación*. Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Ingeniería Química y Ambiental. Valparaíso: Editorial USM.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338-352. doi:10.1016/s0019-9958(65)90241-x

10. Anexos

10.1 Anexo A: Fundamentos del procesamiento de imágenes

McAndrew (2004) señala que las imágenes, desde el punto de vista de un ordenador, pueden ser representadas por matrices de puntos denominados píxeles con valores numéricos dentro de la misma imagen.

En este trabajo, se han de procesar 3 tipos de imágenes: RGB, escala de grises y binarias. Córdova (2019) resume de manera concisa los tipos de imágenes mencionados anteriormente. A continuación, se presentan los 3 tipos de imágenes:

- RGB

Las imágenes a color son representadas por vectores de tres matrices de dimensiones $m \times n$ según las dimensiones de la imagen, en el que cada matriz representa la intensidad de los colores primarios de la luz: rojo, verde o azul (RGB por sus siglas en inglés). Cada píxel viene dado por tres valores numéricos, siendo los valores 0 y 255 los que indican la ausencia de color o la máxima expresión respectivamente. La mezcla en distintas proporciones de los colores mencionados anteriormente permite obtener todas las posibles combinaciones en el espectro visible. La Figura 10.1 presenta una representación de una imagen RGB con las matrices asociadas a cada color:

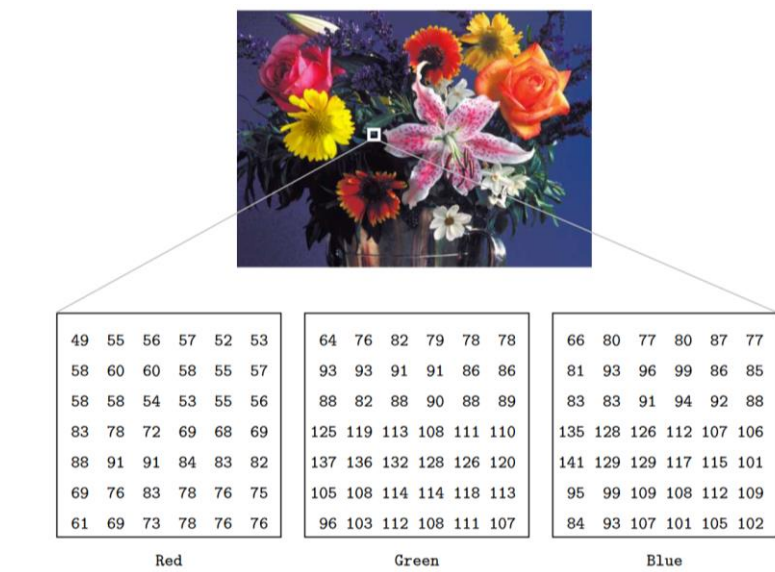


Figura 10.1 Representación de imagen RGB con sus matrices de color respectivas.

Fuente: McAndrew, 2004

- Escala de grises

Este tipo de imágenes representa una imagen tradicional con una escala de grises intermedia. Las imágenes se traducen en una matriz de $m \times n$ según sus dimensiones, en el que los elementos pueden tomar valores entre 0 y 255 indicando, dentro de la escala de grises, si este está totalmente negro o blanco respectivamente. La Figura 10.2 presenta una imagen en escala de grises junto a su matriz de números enteros.

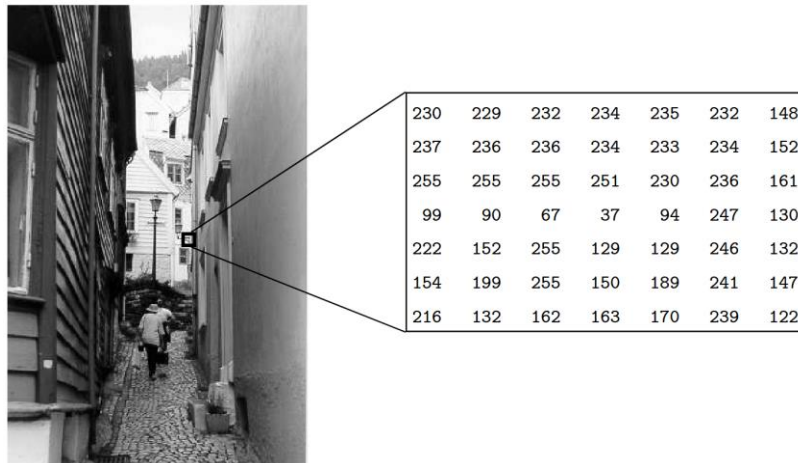


Figura 10.2 Representación de imagen en escala de grises con matriz de números enteros.

Fuente: McAndrew, 2004

Las imágenes de tipo RGB pueden ser transformadas imágenes en escala de grises, pudiéndose obtener la intensidad de la imagen en escala de grises como la suma de los 3 canales de colores primarios, escalada a valores entre 0 y 255 mediante la siguiente expresión:

$$I = (R + G + B) \cdot \frac{255}{\text{máx}(R + G + B)}$$

- Binarias

En este tipo de imágenes no existen colores intermedios ni una escala de grises asociada, las imágenes son representadas por una matriz de dimensiones $m \times n$ donde cada elemento adquiere un valor de 0 (negro) o 1 (blanco).

Las imágenes binarias permiten computacionalmente el reconocimiento de patrones sin interferencias y por lo general suelen ser el resultado de las etapas de preprocesamiento y segmentación realizados en la imagen original.

La Figura 10.3 muestra una representación de una imagen binaria junto a su matriz de elementos con valores binarios.

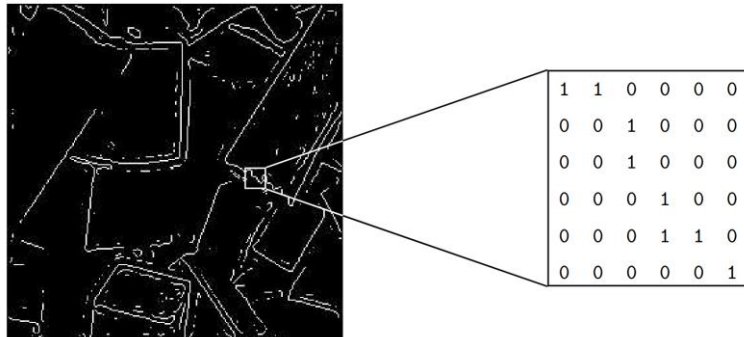


Figura 10.3 Representación de imagen binaria con matriz de valores binarios.

Fuente: McAndrew, 2004

En vista de lo anterior, el hecho de que sea posible cuantificar las propiedades de cada tipo de imagen permite el uso de algoritmos para el preprocesamiento de imágenes existentes para la obtención de una imagen cuya simplicidad le permitirá a cualquier sistema computacional extraer información de relevancia.

10.2 Anexo B: Algoritmo de *Watershed*

El algoritmo de *Watershed* es una técnica de segmentación de imágenes empleada en el procesamiento digital de imágenes. El término "watershed" (cuenca en inglés) proviene de la analogía con la idea de que la superficie de una imagen en escala de grises se asemeja a un paisaje topográfico, donde las regiones corresponden a cuencas hidrográficas. En este contexto, el algoritmo de *Watershed* se utiliza para segmentar la imagen en regiones separadas por líneas de división, que representan los límites de estas "cuencas" o regiones.

El proceso comienza marcando ciertos puntos de semillas en la imagen que representan áreas de interés o regiones que se desean segmentar, como se muestra en la Figura 10.4. Luego, se aplica un algoritmo que simula el llenado de cuencas hidrográficas desde estas semillas, donde las líneas de crestas representan los bordes entre las regiones.

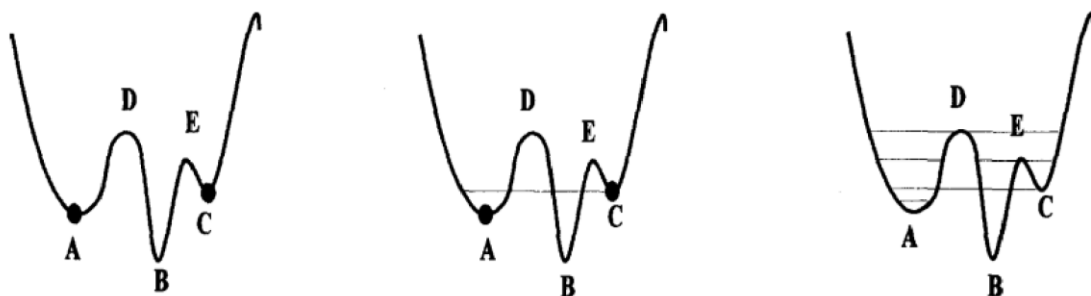


Figura 10.4 Representación del funcionamiento del Algoritmo de *Watershed*

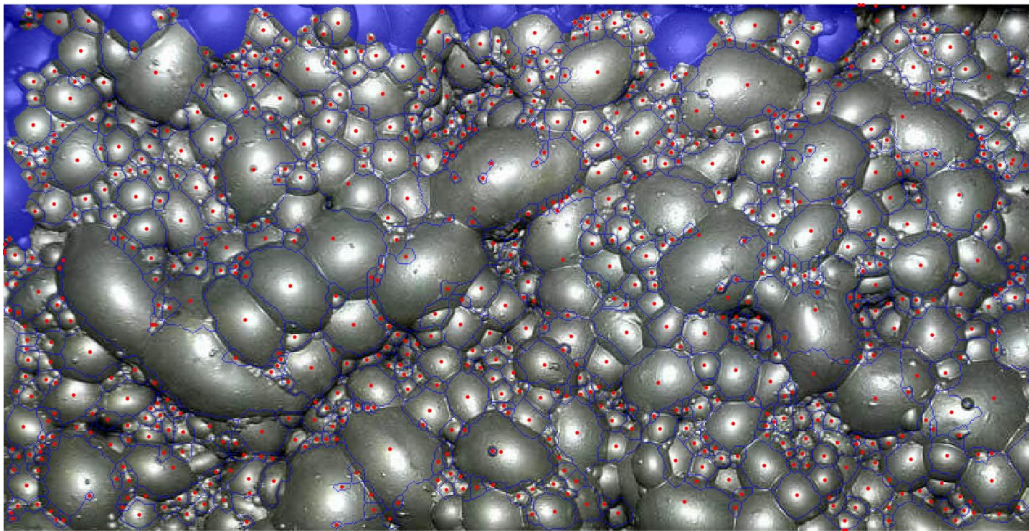
Fuente: Sadr-Kazemi & Cilliers, 1997

Durante este proceso de inundación o llenado de cuencas se utilizan criterios de conectividad y valores de intensidad para determinar cómo se propagará el agua desde las semillas hacia las regiones adyacentes. Esto permite dividir la imagen en áreas coherentes según las diferencias de intensidad y las características del paisaje visual. El resultado final es una partición de la imagen en segmentos que representan regiones distintas u objetos dentro de la imagen original.

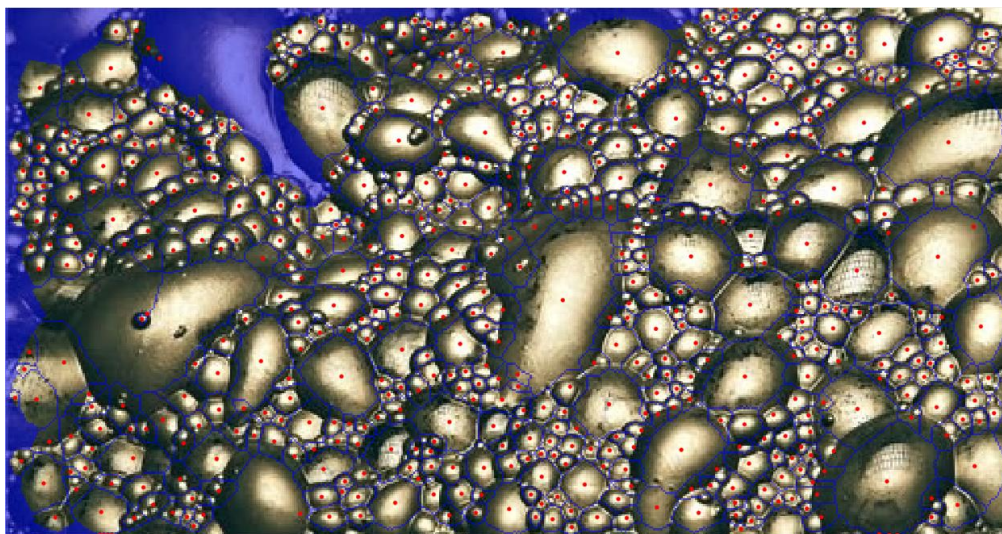
10.3 Anexo C: Imágenes segmentadas

Este anexo tiene como propósito dar a conocer la efectividad del sistema de segmentación de imágenes implementado en este estudio. Las siguientes imágenes corresponden a espuma de flotación en procesos de flotación industriales obtenidos desde los recursos en línea.

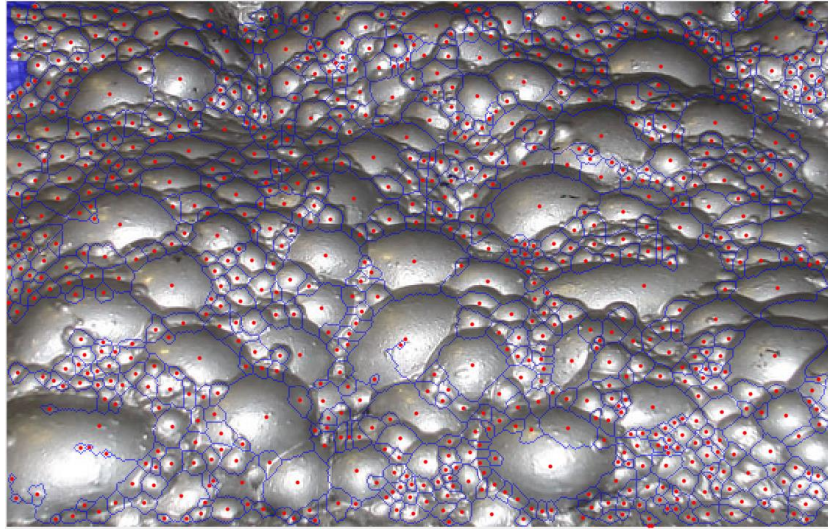
Los puntos en rojo representan los centroides de las áreas de burbujas identificadas en la espuma, mientras que los contornos de cada una de ellas se delinean con líneas azules.



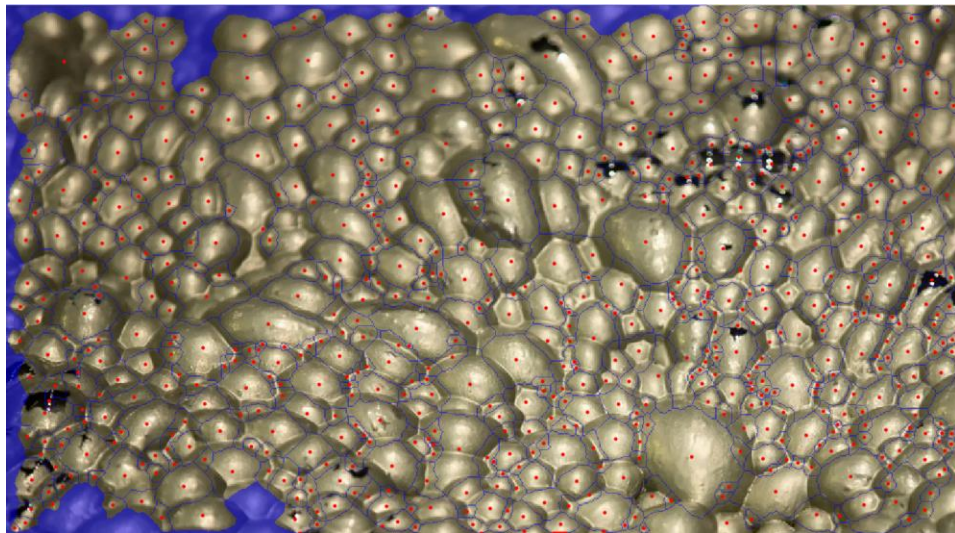
Fuente: FTM, 2023



Fuente: MEI, 2017



Fuente: African Mining, 2020



Fuente: Gettyimages, 2017

Figura 10.5 Imágenes de espuma de flotación segmentada

10.1 Anexo D: Datos experimentales Etapa 1

Tabla 10.1 Mediciones de atributos para Jg: Bajo y N: Bajo

Medición	AB [mm ²]	EX [-]	DB [burbuja/mm ²]
1	31,9	0,701	0,214
2	28,2	0,689	0,182
3	31,8	0,711	0,199
4	31,0	0,706	0,193
5	25,2	0,690	0,199
6	26,8	0,697	0,228
7	25,6	0,709	0,198
8	27,2	0,675	0,200
9	35,4	0,702	0,227
10	28,6	0,701	0,214
11	36,1	0,701	0,256
12	36,4	0,694	0,222
13	23,9	0,727	0,211
14	29,7	0,692	0,271
15	35,3	0,687	0,192
16	32,4	0,702	0,253
17	29,6	0,695	0,200
Promedio	30,3	0,699	0,215
Desv. Est.	3,95	0,011	0,025
Coef. Var.	13,0%	1,6%	11,7%

Tabla 10.2 Mediciones de atributos para Jg: Bajo y N: Alto

Medición	AB [mm ²]	EX [-]	DB [burbuja/mm ²]
1	27,2	0,745	0,291
2	30,9	0,699	0,203
3	25,1	0,728	0,179
4	35,1	0,691	0,332
5	22,5	0,754	0,265
6	28,6	0,704	0,185
7	27,7	0,687	0,254
8	35,1	0,745	0,290
9	26,6	0,713	0,248
10	24,5	0,698	0,380
11	37,3	0,703	0,175
12	23,6	0,681	0,307
13	27,6	0,703	0,325
14	32,0	0,723	0,328
15	29,4	0,729	0,185

16	26,4	0,689	0,320
17	21,3	0,700	0,235
18	21,0	0,689	0,249
19	46,6	0,713	0,240
20	20,0	0,739	0,257
Promedio	28,4	0,711	0,262
Desv. Est.	6,43	0,022	0,059
Coef. Var.	22,7%	3,1%	22,5%

Tabla 10.3 Mediciones de atributos para Jg: Alto y N: Bajo

Medición	AB [mm ²]	EX [-]	DB [burbuja/mm ²]
1	27,0	0,736	0,178
2	26,1	0,713	0,209
3	16,6	0,739	0,147
4	27,3	0,744	0,165
5	24,4	0,754	0,249
6	23,0	0,742	0,195
7	19,7	0,741	0,260
8	35,5	0,723	0,213
9	24,2	0,741	0,294
10	24,9	0,729	0,269
11	20,1	0,793	0,180
12	21,7	0,751	0,210
13	20,7	0,761	0,107
14	29,6	0,735	0,220
15	25,1	0,727	0,258
16	25,1	0,766	0,198
17	23,0	0,732	0,144
18	23,2	0,733	0,179
19	30,5	0,761	0,215
20	30,3	0,749	0,258
21	29,7	0,721	0,220
22	30,9	0,723	0,256
23	24,5	0,727	0,242
24	28,4	0,747	0,234
25	20,1	0,732	0,209
26	26,9	0,744	0,161
27	23,9	0,751	0,343
28	21,5	0,765	0,206
29	20,4	0,767	0,304
30	37,3	0,739	0,184
31	36,1	0,752	0,208

Promedio	25,7	0,743	0,217
Desv. Est.	5,02	0,017	0,050
Coef. Var.	19,5%	2,3%	23,2%

Tabla 10.4 Mediciones de atributos para Jg: Alto y N: Alto

Medición	AB [mm²]	EX [-]	DB [burbuja/mm²]
1	32,3	0,762	0,196
2	27,3	0,745	0,177
3	28,0	0,749	0,167
4	32,4	0,764	0,253
5	29,0	0,741	0,232
6	37,4	0,749	0,225
7	22,0	0,748	0,196
8	27,9	0,742	0,169
9	26,3	0,774	0,194
10	29,1	0,723	0,152
11	34,7	0,734	0,118
12	36,7	0,715	0,203
13	23,8	0,736	0,217
14	28,5	0,748	0,256
15	29,1	0,759	0,176
16	41,0	0,726	0,156
17	23,6	0,754	0,145
18	29,2	0,752	0,208
19	31,1	0,744	0,107
20	25,9	0,742	0,181
21	26,6	0,736	0,228
22	27,2	0,757	0,180
23	22,9	0,738	0,189
24	29,6	0,714	0,354
25	19,7	0,750	0,264
26	28,5	0,768	0,156
27	30,9	0,745	0,160
28	22,7	0,732	0,198
29	36,4	0,750	0,244
30	27,3	0,750	0,216
Promedio	28,9	0,745	0,197
Desv. Est.	4,897	0,014	0,049
Coef. Var.	16,9%	1,9%	24,7%

Tabla 10.5 Mediciones de atributos para Jg y N intermedios. Jg = 0,5 [cm/s] (gris).
Para Jg = 0,8 [cm/s] (blanco), Jg = 1 [cm/s] (naranja), Jg = 1,2 [cm/s] (azul) y Jg = 1,5 [cm/s] (verde).

Medición	N = 39 [cm]			N = 38 [cm]			N = 36 [cm]		
	AB [mm ²]	EX [-]	DB [burbuja/mm ²]	AB [mm ²]	EX [-]	DB [burbuja/mm ²]	AB [mm ²]	EX [-]	DB [burbuja/mm ²]
1	25,8	0,687	0,286	27,6	0,690	0,245	23,3	0,670	0,271
2	23,1	0,681	0,319	20,9	0,695	0,293	35,2	0,680	0,200
3	28,8	0,723	0,231	23,2	0,676	0,302	29,0	0,680	0,199
4	26,7	0,703	0,260	19,0	0,691	0,315	25,0	0,673	0,257
5	24,0	0,704	0,285	27,9	0,705	0,231	31,6	0,667	0,192
6	20,5	0,689	0,322	23,4	0,674	0,256	30,2	0,686	0,199
7	34,4	0,739	0,182	19,1	0,680	0,330	24,6	0,677	0,228
8	27,2	0,698	0,252	22,0	0,695	0,320	26,1	0,671	0,198
9	34,3	0,754	0,171	22,8	0,673	0,265	26,5	0,655	0,193
10	30,3	0,745	0,198	24,1	0,678	0,257	31,1	0,680	0,222
11	20,8	0,702	0,313	23,5	0,683	0,261	29,0	0,671	0,214
12	24,6	0,688	0,300	22,1	0,689	0,259	27,9	0,681	0,227
13	31,4	0,713	0,244	17,8	0,672	0,280	31,0	0,690	0,200
14	22,1	0,700	0,326	23,0	0,662	0,268	27,5	0,705	0,253
15	45,7	0,728	0,175	24,7	0,668	0,282	34,4	0,682	0,182
16	27,1	0,729	0,242	21,2	0,695	0,241	34,5	0,674	0,214
17	26,1	0,713	0,249	21,5	0,687	0,295	35,5	0,688	0,211
18	19,7	0,699	0,373	24,8	0,690	0,286	22,7	0,680	0,289
19	28,1	0,745	0,182	22,6	0,689	0,254	21,0	0,687	0,299
20	36,6	0,691	0,236	18,8	0,670	0,324	21,0	0,684	0,295
21	28,2	0,721	0,223	20,2	0,678	0,302	34,6	0,712	0,194
22	31,0	0,718	0,208	18,1	0,710	0,350	22,0	0,698	0,274
23	23,8	0,703	0,252	21,5	0,679	0,294	20,7	0,677	0,326
24	29,6	0,729	0,229	26,3	0,697	0,225	18,7	0,687	0,345
25	38,0	0,731	0,210	23,7	0,694	0,288	23,1	0,680	0,309
26	26,2	0,706	0,246	26,4	0,687	0,202	21,9	0,699	0,290

27	32,4	0,740	0,200	29,6	0,707	0,218	24,2	0,684	0,282
28	31,5	0,716	0,210	19,3	0,686	0,313	26,6	0,683	0,232
29	34,6	0,742	0,204	30,7	0,734	0,215	21,7	0,685	0,285
30	24,5	0,705	0,292	22,1	0,720	0,270	21,8	0,687	0,309
31	24,6	0,732	0,214	35,8	0,727	0,185	20,6	0,695	0,277
32	32,2	0,721	0,229	26,1	0,699	0,290	27,3	0,690	0,241
33	28,4	0,682	0,249	28,2	0,725	0,203	22,6	0,708	0,274
34	31,3	0,773	0,163	20,0	0,710	0,320	18,1	0,687	0,356
35	33,3	0,723	0,203	21,1	0,701	0,301	23,4	0,681	0,268
36	38,7	0,774	0,144	28,8	0,735	0,172	16,7	0,700	0,340
37	27,1	0,738	0,167	18,3	0,701	0,304	20,7	0,691	0,314
38	25,3	0,743	0,164	24,6	0,746	0,180	22,9	0,689	0,316
39	36,4	0,781	0,136	14,1	0,744	0,065	26,2	0,682	0,272
40	29,9	0,734	0,177	20,0	0,704	0,296	16,2	0,688	0,381
41	26,6	0,733	0,219	30,8	0,694	0,141	24,8	0,689	0,249
42	21,9	0,705	0,304	16,2	0,697	0,385	20,4	0,695	0,278
43	23,2	0,736	0,169	19,5	0,700	0,288	15,9	0,680	0,352
44	27,7	0,735	0,213	20,0	0,714	0,302	17,9	0,676	0,319
45	25,0	0,730	0,244	25,1	0,702	0,233	19,1	0,712	0,333
46	20,4	0,703	0,328	21,8	0,700	0,320	20,0	0,711	0,268
47	34,2	0,744	0,169	23,5	0,716	0,208	16,7	0,698	0,344
48	25,6	0,748	0,190	22,1	0,701	0,294	17,9	0,694	0,368
49	26,6	0,719	0,224	17,0	0,708	0,374	17,2	0,694	0,349
50	28,7	0,737	0,232	31,5	0,721	0,223	17,8	0,693	0,339
51	27,6	0,731	0,247	26,4	0,704	0,221	21,9	0,715	0,333
52	26,2	0,715	0,245	29,2	0,710	0,197	27,6	0,737	0,240
53	30,2	0,715	0,202	22,0	0,713	0,272	15,1	0,703	0,413
54	27,0	0,718	0,232	24,2	0,699	0,247	18,6	0,702	0,344
55	28,6	0,716	0,243	38,3	0,763	0,086	15,8	0,697	0,420
56	31,0	0,746	0,196	19,4	0,688	0,364	21,4	0,700	0,270
57	30,1	0,745	0,206	26,4	0,724	0,247	17,3	0,708	0,362
58	25,2	0,715	0,285	24,4	0,720	0,257	26,3	0,710	0,265

59	24,8	0,744	0,226	24,4	0,689	0,278	26,8	0,718	0,233
60	42,6	0,748	0,163	25,2	0,705	0,280	16,0	0,707	0,389
61	37,3	0,742	0,211	39,7	0,746	0,128	19,0	0,717	0,296
62	31,0	0,713	0,230	32,4	0,719	0,120	19,3	0,715	0,302
63	30,1	0,706	0,229	30,9	0,683	0,187	18,2	0,714	0,373
64	42,3	0,757	0,183	29,0	0,716	0,161	17,7	0,716	0,317
65	-	-	-	31,1	0,730	0,236	20,3	0,716	0,309
66	-	-	-	29,8	0,689	0,239	19,8	0,704	0,275
67	-	-	-	29,7	0,739	0,217	24,7	0,727	0,243
68	-	-	-	23,0	0,713	0,257	19,6	0,712	0,280
69	-	-	-	49,9	0,710	0,156	19,0	0,722	0,217
70	-	-	-	27,7	0,722	0,153	19,5	0,706	0,313
71	-	-	-	27,0	0,729	0,197	23,6	0,722	0,250
72	-	-	-	29,8	0,732	0,176	19,5	0,710	0,322
73	-	-	-	31,0	0,739	0,160	29,9	0,731	0,148
74	-	-	-	21,0	0,734	0,210	23,1	0,713	0,255
75	-	-	-	26,0	0,726	0,244	30,5	0,727	0,239
76	-	-	-	25,1	0,730	0,193	20,0	0,724	0,282
77	-	-	-	30,8	0,721	0,210	20,2	0,710	0,295
78	-	-	-	20,8	0,742	0,208	21,3	0,706	0,252
79	-	-	-	26,4	0,732	0,197	21,4	0,720	0,314
80	-	-	-	29,1	0,705	0,205	26,8	0,759	0,211
81	-	-	-	23,1	0,718	0,301	21,3	0,702	0,324
82	-	-	-	26,1	0,735	0,228	22,0	0,715	0,252
83	-	-	-	27,8	0,732	0,243	27,1	0,719	0,252
84	-	-	-	28,1	0,745	0,212	24,3	0,723	0,259
85	-	-	-	24,5	0,718	0,281	19,6	0,726	0,287
86	-	-	-	30,9	0,733	0,205	27,3	0,718	0,246
87	-	-	-	31,7	0,732	0,212	24,8	0,737	0,198
88	-	-	-	30,2	0,706	0,223	26,9	0,739	0,179
89	-	-	-	24,3	0,726	0,258	20,4	0,712	0,311
90	-	-	-	28,1	0,724	0,249	29,8	0,738	0,217

91	-	-	-	25,0	0,740	0,194	22,6	0,732	0,212
92	-	-	-	28,4	0,697	0,251	19,3	0,735	0,141
93	-	-	-	28,1	0,733	0,226	27,9	0,709	0,256
94	-	-	-	24,3	0,715	0,270	24,6	0,720	0,231
95	-	-	-	28,8	0,711	0,257	26,9	0,722	0,252
96	-	-	-	30,8	0,741	0,227	34,9	0,741	0,178
97	-	-	-	28,0	0,727	0,233	24,7	0,701	0,254
98	-	-	-	26,7	0,709	0,307	29,2	0,717	0,207
99	-	-	-	30,0	0,735	0,216	19,7	0,727	0,210
100	-	-	-	29,8	0,758	0,186	23,8	0,724	0,239
101	-	-	-	26,0	0,738	0,235	22,6	0,753	0,176
102	-	-	-	29,9	0,744	0,210	20,0	0,711	0,163
103	-	-	-	31,8	0,740	0,246	35,5	0,739	0,145
104	-	-	-	28,0	0,753	0,186	25,6	0,714	0,247
105	-	-	-	30,7	0,728	0,251	30,0	0,753	0,195
106	-	-	-	37,1	0,748	0,141	20,3	0,751	0,177
107	-	-	-	27,6	0,742	0,222	24,7	0,730	0,207
108	-	-	-	32,2	0,751	0,126	24,0	0,748	0,159
109	-	-	-	30,3	0,751	0,158	23,5	0,729	0,291
110	-	-	-	32,5	0,745	0,143	19,7	0,719	0,339
111	-	-	-	29,4	0,725	0,218	24,1	0,721	0,301
112	-	-	-	26,9	0,762	0,182	22,8	0,727	0,207
113	-	-	-	27,3	0,753	0,215	36,7	0,739	0,182
114	-	-	-	26,2	0,722	0,216	21,1	0,731	0,193
115	-	-	-	37,2	0,728	0,182	16,3	0,779	0,105
116	-	-	-	30,8	0,757	0,176	26,5	0,729	0,205
117	-	-	-	36,7	0,738	0,178	26,4	0,711	0,254
118	-	-	-	26,6	0,742	0,152	21,3	0,714	0,265
119	-	-	-	29,0	0,733	0,251	30,3	0,736	0,218
120	-	-	-	26,6	0,719	0,248	29,1	0,748	0,203
121	-	-	-	19,6	0,716	0,351	-	-	-
122	-	-	-	35,6	0,722	0,189	-	-	-

123	-	-	-	21,9	0,713	0,254	-	-	-
124	-	-	-	27,7	0,744	0,144	-	-	-
125	-	-	-	28,2	0,740	0,197	-	-	-
126	-	-	-	34,4	0,749	0,106	-	-	-
127	-	-	-	23,5	0,732	0,207	-	-	-
128	-	-	-	28,9	0,705	0,224	-	-	-
129	-	-	-	30,4	0,712	0,215	-	-	-
130	-	-	-	32,6	0,756	0,160	-	-	-
131	-	-	-	28,9	0,759	0,155	-	-	-
132	-	-	-	29,4	0,752	0,187	-	-	-
133	-	-	-	32,1	0,735	0,176	-	-	-
134	-	-	-	20,2	0,718	0,171	-	-	-
135	-	-	-	27,0	0,726	0,251	-	-	-
136	-	-	-	30,7	0,706	0,194	-	-	-
137	-	-	-	28,9	0,717	0,170	-	-	-
138	-	-	-	22,7	0,754	0,150	-	-	-
139	-	-	-	27,1	0,739	0,215	-	-	-
140	-	-	-	27,7	0,724	0,202	-	-	-
141	-	-	-	29,0	0,739	0,159	-	-	-
142	-	-	-	37,1	0,740	0,192	-	-	-
143	-	-	-	30,9	0,726	0,165	-	-	-
144	-	-	-	25,6	0,739	0,231	-	-	-
145	-	-	-	22,6	0,742	0,179	-	-	-
146	-	-	-	26,4	0,740	0,226	-	-	-
147	-	-	-	30,2	0,717	0,192	-	-	-
148	-	-	-	36,1	0,732	0,194	-	-	-
149	-	-	-	28,8	0,734	0,167	-	-	-
150	-	-	-	21,5	0,722	0,161	-	-	-
151	-	-	-	26,1	0,747	0,174	-	-	-
152	-	-	-	26,9	0,728	0,242	-	-	-
153	-	-	-	28,2	0,722	0,179	-	-	-
154	-	-	-	23,3	0,731	0,262	-	-	-

155	-	-	-	32,2	0,735	0,215	-	-	-
156	-	-	-	40,7	0,739	0,154	-	-	-
157	-	-	-	36,4	0,765	0,117	-	-	-

Adicionalmente, se presentan los gráficos de las mediciones de los atributos en condiciones de operación intermedias junto a sus intervalos de confiabilidad en líneas punteadas.

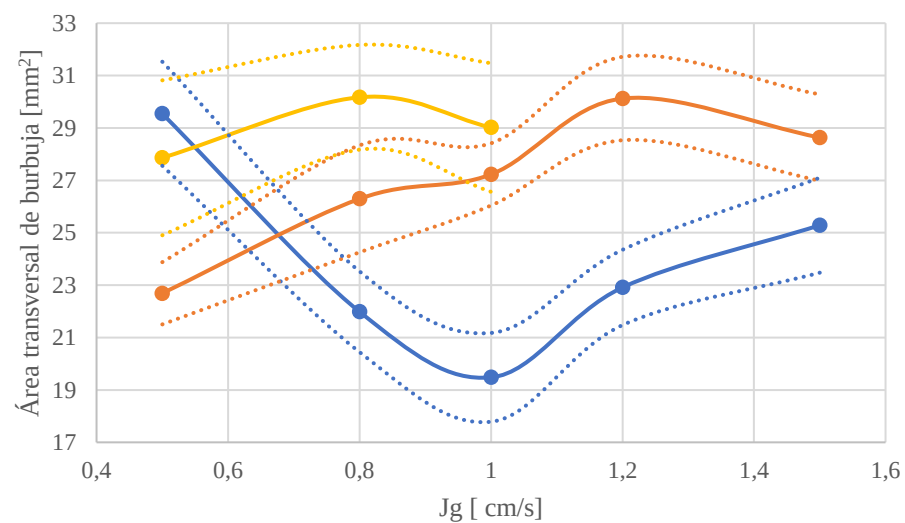


Figura 10.6 Mediciones de área transversal de burbuja en condiciones operación intermedias junto a sus intervalos de confianza.

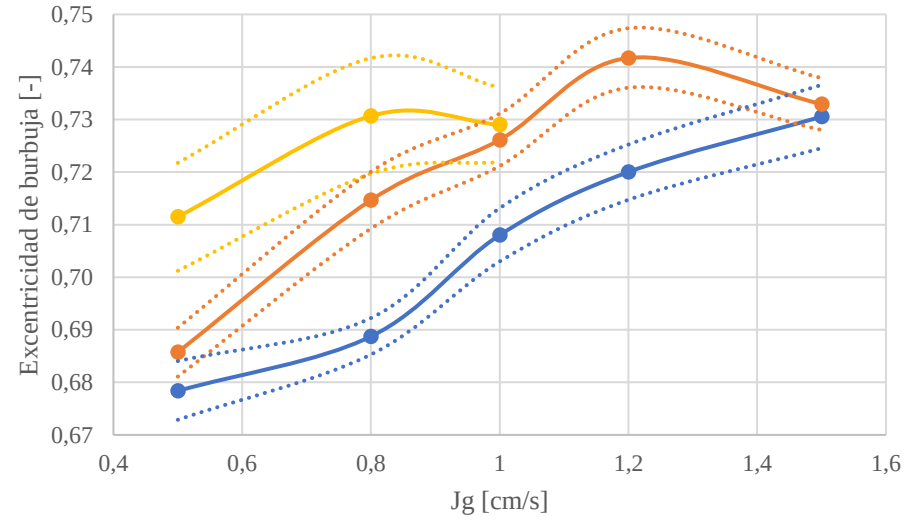


Figura 10.7 Mediciones de excentricidad de burbuja en condiciones operación intermedias junto a sus intervalos de confianza.

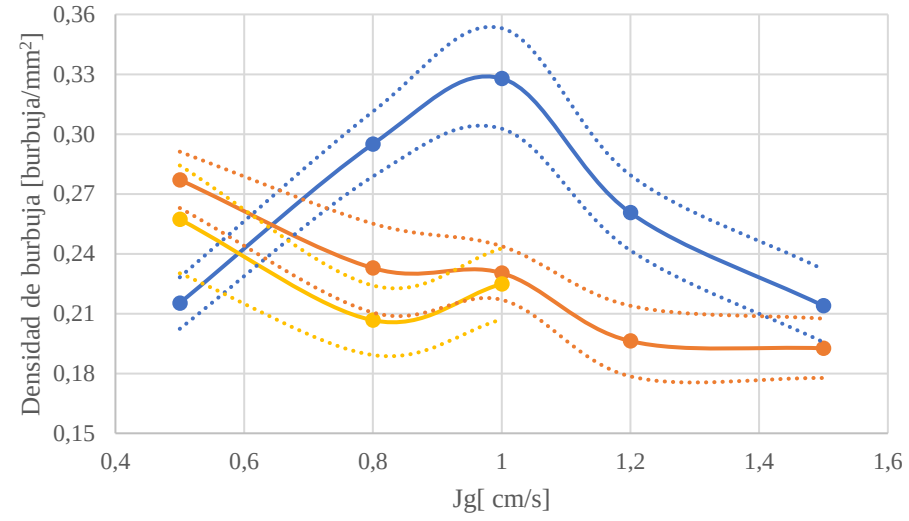


Figura 10.8 Mediciones de densidad de burbuja en condiciones operación intermedias junto a sus intervalos de confianza.

10.1 Anexo E: Datos experimentales Etapa 2

Tabla 10.6 Mediciones de atributos y variables operacionales en Celda 1

Medición	AB [mm ²]	AB filt. [mm ²]	Jg [cm/s]	N [cm]	EX [-]	EX filt. [-]	Jg [cm/s]	N [cm]	DB [burbuja/mm ²]	DB filt. [burbuja/mm ²]	Jg [cm/s]	N [cm]
1	28,35	28,35	1,42	36,93	0,667	0,667	0,66	37,70	0,192	0,181	1,40	36,62
2	24,95	27,33	1,41	36,94	0,673	0,669	0,66	37,81	0,171	0,176	1,40	36,58
3	27,85	27,49	1,40	36,94	0,681	0,672	0,66	37,72	0,189	0,178	1,40	36,36
4	30,95	28,53	1,40	36,89	0,690	0,678	0,66	37,76	0,159	0,174	1,40	36,50
5	28,96	28,66	1,40	36,93	0,671	0,675	0,66	37,79	0,170	0,180	1,40	36,45
6	30,22	29,12	1,40	36,94	0,685	0,678	0,66	37,80	0,160	0,185	1,40	36,45
7	26,53	28,35	1,40	36,94	0,655	0,671	0,66	37,85	0,214	0,195	1,40	36,41
8	31,06	29,16	1,40	36,94	0,680	0,674	0,66	37,74	0,117	0,187	1,41	36,31
9	34,41	30,73	1,41	36,93	0,681	0,676	0,67	37,60	0,214	0,217	1,40	36,63
10	35,46	32,15	1,40	36,90	0,688	0,679	0,66	37,81	0,261	0,219	1,40	36,55
11	34,49	32,85	1,40	36,94	0,674	0,678	0,67	37,59	0,226	0,200	1,40	36,66
12	24,56	30,37	1,41	36,91	0,676	0,677	0,66	37,85	0,230	0,190	1,41	36,37
13	27,45	29,49	1,40	36,92	0,705	0,686	0,66	37,68	0,179	0,172	1,40	36,59
14	28,93	29,32	1,40	36,92	0,680	0,684	0,66	37,74	0,150	0,169	1,40	36,59
15	26,06	28,34	1,39	36,93	0,670	0,680	0,66	37,70	0,154	0,178	1,40	36,59
16	23,25	26,82	1,41	36,94	0,669	0,677	0,66	37,75	0,143	0,188	1,40	36,71
17	35,18	29,33	1,40	36,92	0,680	0,678	0,74	35,72	0,223	0,207	1,41	36,63
18	17,93	25,91	1,40	36,93	0,676	0,677	0,71	36,55	0,250	0,200	1,40	36,59
19	24,76	25,56	1,40	36,92	0,689	0,681	0,66	37,84	0,174	0,179	1,40	36,58
20	34,56	28,26	1,41	36,88	0,711	0,690	0,66	37,81	0,154	0,181	1,40	36,59
21	22,56	26,55	1,39	36,91	0,707	0,695	0,66	37,64	0,196	0,193	1,40	36,62
22	23,09	25,51	1,39	36,91	0,680	0,691	0,66	37,78	0,187	0,191	1,40	36,66
23	15,87	22,62	1,39	36,94	0,680	0,687	0,66	37,83	0,158	0,193	1,41	36,52
24	26,60	23,81	1,40	36,91	0,683	0,686	0,66	37,72	0,106	0,208	1,40	36,37

25	20,64	22,86	1,39	36,89	0,677	0,683	0,66	37,70	0,350	0,252	1,40	36,26
26	20,42	22,13	1,40	36,91	0,695	0,687	0,66	37,81	0,206	0,210	1,40	36,50
27	21,01	21,79	1,39	36,94	0,686	0,687	0,66	37,72	0,253	0,212	1,41	36,59
28	21,68	21,76	1,39	36,94	0,685	0,686	0,66	37,82	0,215	0,194	1,40	36,50
29	18,07	20,65	1,39	36,90	0,686	0,686	0,68	37,39	0,175	0,186	1,40	36,48
30	23,39	21,47	0,65	36,93	0,680	0,684	0,78	34,92	0,165	0,190	1,41	36,62
31	18,70	20,64	0,65	36,94	0,686	0,685	0,66	37,75	0,201	0,201	1,40	35,27
32	21,79	20,98	0,65	36,95	0,687	0,685	0,66	37,73	0,241	0,201	1,41	36,57
33	21,01	20,99	0,65	37,91	0,683	0,685	0,66	37,81	0,194	0,184	1,40	36,53
34	24,19	21,95	0,65	37,93	0,683	0,684	0,67	37,61	0,167	0,179	1,40	36,47
35	26,18	23,22	0,65	37,93	0,681	0,683	0,66	37,73	0,178	0,185	1,40	36,29
36	20,64	22,45	0,65	37,94	0,691	0,686	1,38	37,23	0,192	0,187	1,40	36,44
37	22,71	22,53	0,65	37,92	0,680	0,684	1,38	37,27	0,194	0,185	1,41	36,57
38	16,17	20,62	0,65	37,88	0,688	0,685	1,37	37,34	0,181	0,182	1,41	36,44
39	22,02	21,04	0,66	37,95	0,698	0,689	1,38	37,31	0,152	0,182	1,40	36,46
40	22,88	21,59	0,65	37,95	0,689	0,689	1,38	37,22	0,210	0,195	1,40	36,38
41	20,54	21,28	0,65	37,89	0,694	0,690	1,40	37,03	0,186	0,189	1,41	36,16
42	21,84	21,45	0,65	37,94	0,699	0,693	1,38	37,29	0,185	0,190	1,40	36,57
43	16,73	20,03	0,66	37,91	0,700	0,695	1,39	37,20	0,181	0,192	1,40	36,46
44	27,25	22,19	0,65	37,94	0,689	0,693	1,37	37,34	0,215	0,197	1,40	36,48
45	24,58	22,91	0,65	37,93	0,705	0,697	0,93	37,30	0,178	0,189	1,40	36,36
46	16,02	20,84	0,65	37,95	0,707	0,700	0,93	37,83	0,142	0,194	1,40	38,02
47	16,66	19,59	0,65	37,95	0,697	0,699	0,93	37,77	0,221	0,216	1,40	38,05
48	18,95	19,40	0,66	37,89	0,717	0,704	0,93	37,73	0,250	0,214	1,40	37,79
49	27,54	21,84	0,65	37,92	0,737	0,714	1,20	31,25	0,245	0,198	1,40	37,83
50	17,16	20,43	0,65	37,95	0,693	0,708	0,93	37,68	0,215	0,178	1,40	37,91
51	17,24	19,47	0,65	37,90	0,707	0,708	0,94	37,47	0,126	0,163	1,41	37,84
52	17,83	18,98	0,65	37,94	0,692	0,703	0,99	36,41	0,175	0,179	1,40	37,71
53	21,91	19,86	0,66	37,88	0,714	0,706	0,99	36,19	0,157	0,180	1,40	37,97
54	15,11	18,44	0,65	37,95	0,703	0,705	0,92	37,59	0,128	0,190	1,40	37,77
55	19,26	18,68	0,65	37,95	0,715	0,708	0,91	37,70	0,161	0,216	1,34	37,20
56	26,24	20,95	0,65	37,95	0,710	0,709	0,91	37,64	0,246	0,240	1,34	36,82

57	17,90	20,03	0,65	37,93	0,694	0,704	0,91	37,63	0,184	0,238	1,34	37,38
58	26,82	22,07	0,66	37,95	0,718	0,708	0,91	37,64	0,232	0,261	1,34	37,89
59	17,74	20,77	0,65	37,93	0,715	0,710	0,91	37,75	0,239	0,273	1,34	37,72
60	21,43	20,97	0,64	37,93	0,699	0,707	0,91	37,74	0,319	0,288	1,34	37,95
61	18,58	20,25	0,65	37,94	0,701	0,705	0,91	37,70	0,196	0,274	1,34	37,94
62	15,77	18,91	0,65	37,88	0,696	0,703	0,91	37,71	0,363	0,308	1,34	37,93
63	18,15	18,68	0,65	37,94	0,714	0,706	0,64	37,83	0,293	0,284	1,35	37,77
64	19,96	19,06	0,64	37,94	0,711	0,707	0,64	37,78	0,302	0,280	1,36	37,90
65	19,09	19,07	0,65	37,90	0,711	0,708	0,64	37,78	0,287	0,270	1,36	38,00
66	19,49	19,20	0,65	37,94	0,706	0,708	0,65	37,62	0,256	0,263	1,36	37,92
67	19,62	19,32	0,65	37,88	0,725	0,713	0,65	37,73	0,217	0,266	1,36	38,01
68	23,62	20,61	1,12	37,91	0,721	0,715	0,65	37,61	0,268	0,287	1,36	38,06
69	20,33	20,53	1,33	37,87	0,716	0,715	0,65	37,74	0,349	0,295	1,36	38,05
70	21,37	20,78	1,33	37,92	0,719	0,717	0,65	37,71	0,255	0,272	1,36	36,94
71	21,27	20,93	1,33	37,92	0,701	0,712	0,65	37,59	0,294	0,280	1,37	38,08
72	24,70	22,06	1,34	37,84	0,726	0,716	0,46	37,73	0,258	0,274	1,36	38,03
73	19,55	21,31	1,33	37,93	0,711	0,715	0,47	37,66	0,301	0,280	1,37	37,81
74	29,93	23,89	1,33	37,92	0,731	0,720	0,47	37,69	0,285	0,271	1,38	38,11
75	23,07	23,65	1,31	37,86	0,713	0,718	0,46	37,73	0,241	0,265	1,37	38,03
76	19,45	22,39	1,33	37,95	0,710	0,715	0,47	37,67	0,224	0,276	1,37	37,85
77	21,98	22,27	1,34	37,90	0,714	0,715	0,47	37,61	0,323	0,298	1,37	38,10
78	20,22	21,65	1,37	37,92	0,709	0,713	0,47	37,69	0,312	0,287	1,37	38,08
79	26,83	23,21	1,38	37,88	0,738	0,721	0,47	37,71	0,279	0,276	1,37	37,89
80	27,04	24,36	1,38	37,94	0,719	0,720	0,46	37,72	0,329	0,275	1,37	38,03
81	21,29	23,44	1,37	37,92	0,706	0,716	0,46	37,77	0,201	0,252	1,40	38,04
82	30,49	25,55	1,37	37,91	0,727	0,719	0,47	37,60	0,281	0,274	1,36	38,00
83	27,27	26,07	1,38	37,90	0,717	0,719	0,47	37,70	0,244	0,271	1,36	30,98
84	19,77	24,18	1,38	37,89	0,704	0,714	0,47	37,70	0,265	0,282	1,36	38,08
85	24,30	24,22	1,38	37,91	0,722	0,717	0,46	37,71	0,315	0,289	1,38	37,58
86	20,35	23,06	1,38	37,90	0,712	0,715	0,46	37,75	0,292	0,278	1,37	37,88
87	24,74	23,56	1,35	37,95	0,736	0,722	0,46	37,72	0,319	0,272	1,36	38,09
88	19,01	22,20	1,34	37,94	0,722	0,722	0,47	37,53	0,253	0,252	1,35	38,00

89	19,96	21,53	1,36	37,92	0,723	0,722	0,47	37,70	0,231	0,251	1,36	37,67
90	26,75	23,09	1,35	37,73	0,759	0,733	0,45	37,72	0,260	0,260	1,36	38,14
91	23,79	23,30	1,36	37,95	0,723	0,730	0,45	37,73	-	-	-	-
92	23,46	23,35	1,36	37,94	0,728	0,730	0,45	37,71	-	-	-	-
93	19,71	22,26	1,35	37,86	0,719	0,726	0,45	37,67	-	-	-	-
94	24,69	22,99	1,34	37,93	0,729	0,727	0,45	37,80	-	-	-	-
95	26,83	24,14	1,35	37,95	0,722	0,726	0,45	37,63	-	-	-	-
96	20,03	22,91	1,37	37,92	0,710	0,721	0,46	37,38	-	-	-	-
97	22,62	22,82	1,38	37,93	0,753	0,730	0,45	37,67	-	-	-	-
98	22,60	22,75	1,37	37,93	0,731	0,731	0,45	37,74	-	-	-	-
99	29,07	24,65	1,37	37,94	0,747	0,736	0,45	37,65	-	-	-	-
100	29,79	26,19	1,37	37,84	0,738	0,736	0,45	37,65	-	-	-	-
101	22,77	25,16	1,38	37,91	-	-	-	-	-	-	-	-
102	25,57	25,29	1,38	37,92	-	-	-	-	-	-	-	-
103	21,07	24,02	1,37	37,89	-	-	-	-	-	-	-	-
104	21,29	23,20	1,38	37,86	-	-	-	-	-	-	-	-
105	34,88	26,70	1,35	37,91	-	-	-	-	-	-	-	-
106	19,27	24,47	1,35	37,93	-	-	-	-	-	-	-	-
107	36,63	28,12	1,34	37,92	-	-	-	-	-	-	-	-
108	16,31	24,58	1,35	37,92	-	-	-	-	-	-	-	-
109	24,05	24,42	1,34	37,89	-	-	-	-	-	-	-	-
110	26,40	25,02	1,34	37,89	-	-	-	-	-	-	-	-
111	26,49	25,46	1,34	37,94	-	-	-	-	-	-	-	-
112	29,18	26,57	1,34	37,93	-	-	-	-	-	-	-	-
113	27,91	26,97	1,34	37,92	-	-	-	-	-	-	-	-
114	20,29	24,97	1,33	37,91	-	-	-	-	-	-	-	-
115	24,54	24,84	1,33	37,91	-	-	-	-	-	-	-	-
116	30,27	26,47	1,33	37,93	-	-	-	-	-	-	-	-
117	35,50	29,18	1,33	37,91	-	-	-	-	-	-	-	-
118	30,00	29,42	1,33	37,94	-	-	-	-	-	-	-	-
119	19,68	26,50	1,33	37,89	-	-	-	-	-	-	-	-
120	23,97	25,74	1,33	37,89	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 10.7 Mediciones de atributos y variables operacionales en Celda 2

Medición	AB [mm ²]	AB filt. [mm ²]	Jg [cm/s]	N [cm]	EX [-]	EX filt. [-]	Jg [cm/s]	N [cm]	DB [burbuja/mm ²]	DB filt. [burbuja/mm ²]	Jg [cm/s]	N [cm]
1	17,94	18,59	0,69	38,16	0,673	0,673	0,61	37,88	0,224	0,224	0,60	37,95
2	17,58	18,87	0,69	37,56	0,682	0,676	0,60	37,86	0,215	0,221	0,60	38,00
3	19,20	19,42	0,70	37,69	0,684	0,678	0,61	37,88	0,213	0,219	0,60	38,06
4	21,17	19,51	0,70	37,82	0,693	0,682	0,61	37,82	0,216	0,218	0,61	37,68
5	21,05	18,80	0,71	37,95	0,693	0,686	0,60	37,81	0,208	0,215	0,63	37,95
6	18,37	17,84	0,70	38,20	0,675	0,682	0,61	37,85	0,217	0,215	0,60	38,04
7	17,76	17,61	0,70	37,99	0,702	0,688	0,62	37,80	0,189	0,208	0,60	38,03
8	17,10	17,55	0,70	38,07	0,683	0,687	0,61	37,89	0,256	0,222	0,60	38,06
9	16,33	17,74	0,66	38,12	0,682	0,685	0,61	37,87	0,247	0,229	0,60	37,95
10	17,74	18,34	0,70	38,24	0,682	0,684	0,62	37,87	0,194	0,219	0,60	37,73
11	18,66	18,60	0,70	38,20	0,667	0,679	0,61	37,87	0,204	0,214	0,60	38,01
12	19,43	18,58	0,69	37,99	0,666	0,675	0,60	37,82	0,204	0,211	0,61	37,78
13	19,56	18,21	0,70	38,29	0,675	0,675	0,61	37,85	0,198	0,207	0,61	37,91
14	18,66	17,63	0,68	37,99	0,693	0,680	0,61	37,87	0,202	0,206	0,60	37,91
15	17,76	17,19	0,70	38,24	0,689	0,683	0,61	37,91	0,213	0,208	0,60	37,92
16	15,07	16,95	0,69	38,03	0,691	0,686	0,60	37,88	0,237	0,217	0,47	38,05
17	17,82	17,75	0,68	38,03	0,676	0,683	0,63	37,43	0,235	0,222	0,47	37,90
18	18,08	17,73	0,69	37,95	0,690	0,685	0,62	37,88	0,250	0,230	0,47	37,94
19	16,86	17,57	0,70	38,20	0,694	0,688	0,61	37,87	0,256	0,238	0,47	37,89
20	18,66	17,88	0,70	38,24	0,679	0,685	0,60	37,92	0,227	0,235	0,47	37,58
21	17,04	17,54	0,70	37,95	0,692	0,687	1,39	37,60	0,249	0,239	0,47	37,82
22	17,03	17,76	0,66	37,73	0,693	0,689	1,37	37,61	0,271	0,249	0,47	37,81
23	16,33	18,07	0,70	38,20	0,697	0,691	1,37	37,19	0,234	0,244	0,47	38,02
24	19,22	18,82	0,70	38,03	0,693	0,692	1,40	37,38	0,269	0,252	0,47	37,79
25	17,35	18,65	0,68	38,07	0,706	0,696	1,37	37,61	0,293	0,264	0,44	37,64
26	20,36	19,21	0,70	38,16	0,718	0,703	1,37	37,56	0,242	0,257	0,44	37,83
27	19,79	18,71	0,70	37,69	0,702	0,703	1,39	37,54	0,249	0,255	0,43	38,03
28	15,97	18,25	0,70	37,90	0,687	0,698	1,39	37,58	0,287	0,264	0,43	38,02

29	20,00	19,23	0,69	37,73	0,705	0,700	1,40	37,77	0,264	0,264	0,44	37,72
30	19,02	18,89	0,70	37,27	0,684	0,695	0,82	37,74	0,245	0,258	0,44	37,94
31	17,58	18,84	0,70	37,48	0,699	0,696	0,78	37,82	0,238	0,252	0,44	38,02
32	19,02	19,38	0,70	37,95	0,683	0,693	0,79	37,65	0,230	0,246	0,43	38,11
33	18,48	19,53	0,70	37,78	0,700	0,695	0,79	37,72	0,241	0,244	0,44	37,80
34	20,36	19,98	0,69	37,39	0,698	0,696	0,79	37,74	0,258	0,248	0,43	37,99
35	21,71	19,81	0,71	37,61	0,694	0,695	0,78	37,74	0,229	0,243	0,43	38,00
36	17,96	19,00	0,70	37,86	0,690	0,694	0,78	37,65	0,238	0,241	0,43	38,01
37	19,00	19,45	1,14	37,78	0,688	0,692	0,78	37,75	0,251	0,244	0,44	37,89
38	17,92	19,64	1,33	37,65	0,693	0,692	0,78	37,65	0,272	0,252	0,44	37,62
39	17,74	20,38	1,34	37,52	0,695	0,693	1,01	37,77	0,265	0,256	0,43	38,09
40	20,15	21,51	1,34	37,69	0,699	0,695	1,03	37,75	0,260	0,258	0,43	38,08
41	20,61	22,10	1,34	37,99	0,710	0,699	1,04	37,68	0,261	0,259	0,44	37,63
42	20,63	22,73	1,32	37,78	0,692	0,697	1,01	37,71	0,242	0,254	0,43	38,02
43	24,04	23,63	1,31	37,61	0,698	0,697	1,01	37,77	0,236	0,248	0,44	37,79
44	21,53	23,45	1,34	38,03	0,691	0,696	1,02	37,74	0,239	0,246	0,43	38,08
45	25,12	24,28	1,32	38,24	0,704	0,698	1,05	37,70	0,262	0,250	0,43	37,94
46	27,40	23,92	1,37	37,44	0,704	0,700	1,00	37,76	0,267	0,255	0,43	38,16
47	20,54	22,43	1,36	37,82	0,711	0,703	1,01	37,82	0,286	0,264	0,43	38,14
48	24,40	23,24	1,37	37,69	0,698	0,702	1,00	37,80	0,243	0,258	0,44	37,64
49	22,27	22,74	1,38	37,86	0,712	0,705	1,10	37,63	0,251	0,256	0,44	37,89
50	22,61	22,95	1,37	37,56	0,690	0,700	1,04	37,59	0,260	0,257	0,43	38,10
51	23,14	23,10	1,38	38,16	0,693	0,698	1,01	37,71	0,237	0,251	0,46	37,75
52	21,60	23,08	1,31	38,03	0,704	0,700	1,03	37,78	0,257	0,253	0,44	38,03
53	25,48	23,71	1,38	38,07	0,702	0,701	1,03	37,76	0,297	0,266	0,44	37,62
54	22,75	22,95	1,36	37,95	0,708	0,703	1,01	37,79	0,256	0,263	0,43	38,11
55	21,19	23,04	1,35	37,69	0,704	0,703	1,00	37,70	0,270	0,265	0,43	38,11
56	26,57	23,83	1,33	37,52	0,698	0,702	1,00	37,76	0,241	0,258	0,43	38,12
57	22,27	22,66	1,33	37,82	0,713	0,705	1,09	37,74	0,228	0,249	0,44	37,95
58	19,74	22,83	1,36	37,52	0,701	0,704	1,09	37,81	0,253	0,250	0,44	38,12
59	27,99	24,16	1,34	37,65	0,695	0,701	1,10	37,60	0,239	0,247	0,45	37,96
60	23,14	22,52	1,33	38,07	0,716	0,706	1,09	37,80	0,230	0,242	0,43	37,96

61	22,25	22,25	1,35	38,07	0,702	0,705	1,09	37,65	0,265	0,249	0,43	38,06
62	-	-	-	-	0,705	0,705	1,09	37,84	0,235	0,245	0,45	37,57
63	-	-	-	-	0,701	0,704	1,09	37,76	0,225	0,239	0,43	38,04
64	-	-	-	-	0,701	0,703	1,09	37,75	0,253	0,243	0,44	38,06
65	-	-	-	-	0,697	0,701	1,09	37,70	0,229	0,239	0,44	37,73
66	-	-	-	-	0,709	0,703	1,09	37,75	0,255	0,244	0,44	38,06
67	-	-	-	-	0,699	0,702	1,08	37,69	0,235	0,241	0,45	37,61
68	-	-	-	-	0,702	0,702	1,08	37,81	0,260	0,247	0,44	37,84
69	-	-	-	-	0,708	0,704	1,08	37,74	0,239	0,244	0,45	37,50
70	-	-	-	-	0,709	0,706	1,08	37,72	0,246	0,245	0,44	37,89
71	-	-	-	-	0,715	0,708	1,08	37,66	0,244	0,245	0,44	37,92
72	-	-	-	-	0,707	0,708	1,08	37,71	0,239	0,243	0,44	37,30
73	-	-	-	-	0,703	0,706	1,11	37,75	0,225	0,237	0,44	37,94
74	-	-	-	-	0,702	0,705	1,08	37,71	0,262	0,245	0,44	37,87
75	-	-	-	-	0,703	0,704	1,08	37,67	0,260	0,249	0,44	37,42
76	-	-	-	-	0,710	0,706	1,09	37,77	0,255	0,251	0,43	38,09
77	-	-	-	-	0,698	0,704	1,08	37,81	0,245	0,249	0,45	37,73
78	-	-	-	-	0,703	0,704	1,08	37,74	0,213	0,238	0,44	37,86
79	-	-	-	-	0,706	0,704	1,08	37,73	0,269	0,248	0,46	37,57
80	-	-	-	-	0,709	0,706	1,08	37,78	0,257	0,250	0,44	38,02
81	-	-	-	-	0,704	0,705	1,08	37,75	0,246	0,249	0,44	37,89
82	-	-	-	-	0,709	0,706	1,08	37,75	0,253	0,250	0,44	37,85
83	-	-	-	-	0,690	0,701	1,08	37,75	0,231	0,245	0,44	37,72
84	-	-	-	-	0,695	0,699	0,90	37,75	0,228	0,240	0,44	37,69
85	-	-	-	-	0,710	0,703	0,91	37,77	0,235	0,238	0,44	37,85
86	-	-	-	-	0,706	0,704	0,90	37,74	0,243	0,240	0,44	37,77
87	-	-	-	-	0,712	0,706	0,90	37,78	0,220	0,234	0,44	38,10
88	-	-	-	-	0,715	0,709	0,91	37,75	0,251	0,239	0,43	38,07
89	-	-	-	-	0,710	0,709	0,90	37,65	0,243	0,240	0,44	37,86
90	-	-	-	-	0,709	0,709	0,90	37,83	0,265	0,247	0,45	36,44
91	-	-	-	-	0,696	0,705	0,90	37,80	0,158	0,221	0,43	38,10
92	-	-	-	-	0,699	0,703	0,91	37,70	0,251	0,230	0,43	38,03

93	-	-	-	-	0,714	0,707	0,71	37,79	0,242	0,233	0,46	37,44
94	-	-	-	-	0,708	0,707	0,71	37,80	0,244	0,237	0,44	37,99
95	-	-	-	-	0,707	0,707	0,72	37,66	0,238	0,237	0,43	38,15
96	-	-	-	-	0,705	0,706	0,73	37,77	0,235	0,236	0,44	37,88
97	-	-	-	-	0,714	0,709	0,71	37,82	0,219	0,231	0,44	37,94
98	-	-	-	-	0,706	0,708	0,71	37,78	0,241	0,234	0,43	37,97
99	-	-	-	-	0,698	0,705	0,71	37,83	0,235	0,234	0,43	38,01
100	-	-	-	-	0,693	0,701	0,73	37,85	0,269	0,245	0,44	37,25
101	-	-	-	-	0,717	0,706	0,72	37,81	0,260	0,249	0,44	37,82
102	-	-	-	-	0,698	0,704	0,71	37,77	0,257	0,252	0,43	37,93

Tabla 10.8 Mediciones de atributos y variables operacionales en Celda 3

Medición	AB [mm ²]	AB filt. [mm ²]	Jg [cm/s]	N [cm]	EX [-]	EX filt. [-]	Jg [cm/s]	N [cm]	DB [burbuja/mm ²]	DB filt. [burbuja/mm ²]	Jg [cm/s]	N [cm]
1	22,16	22,16	0,65	38,03	0,700	0,700	0,72	38,00	0,233	0,180	1,35	36,68
2	16,77	20,54	0,65	38,10	0,686	0,696	0,71	38,11	0,168	0,157	1,36	36,62
3	16,44	19,31	0,65	38,13	0,684	0,692	0,71	37,93	0,140	0,152	1,36	36,58
4	20,26	19,60	0,65	37,93	0,694	0,693	0,72	38,02	0,199	0,157	1,36	36,62
5	18,16	19,17	0,65	37,94	0,686	0,691	0,71	38,07	0,123	0,139	1,36	36,63
6	16,96	18,50	0,65	38,08	0,690	0,690	0,71	38,10	0,153	0,146	1,36	36,50
7	20,65	19,15	0,66	37,78	0,698	0,693	0,74	38,20	0,140	0,143	1,36	36,54
8	19,31	19,20	0,65	38,15	0,697	0,694	0,72	37,97	0,145	0,144	1,36	36,47
9	17,21	18,60	0,65	38,10	0,702	0,696	0,72	37,69	0,138	0,144	1,35	36,46
10	16,63	18,01	0,66	38,05	0,702	0,698	0,73	38,11	0,162	0,146	1,36	36,70
11	23,71	19,72	0,66	38,05	0,692	0,696	0,72	37,68	0,142	0,139	1,36	36,31
12	15,68	18,51	0,65	37,90	0,698	0,697	0,71	38,19	0,142	0,137	1,36	36,54
13	16,44	17,89	0,66	37,90	0,704	0,699	0,72	37,84	0,078	0,136	1,36	36,32
14	18,16	17,97	0,65	38,13	0,701	0,699	0,71	37,96	0,138	0,160	1,35	36,49
15	21,47	19,02	0,65	38,25	0,682	0,694	0,71	37,90	0,153	0,170	1,36	36,45
16	19,88	19,28	0,65	38,13	0,698	0,695	0,71	38,00	0,187	0,177	1,37	36,41
17	17,40	18,71	0,67	38,18	0,679	0,690	0,77	33,89	0,195	0,173	1,37	36,45
18	20,46	19,24	0,66	38,12	0,697	0,692	0,73	35,57	0,174	0,163	1,36	36,60
19	31,54	22,93	0,65	38,22	0,692	0,692	0,71	38,17	0,149	0,159	1,35	36,44
20	21,78	22,58	0,65	38,29	0,668	0,685	0,71	38,11	0,190	0,163	1,36	36,37
21	18,41	21,33	0,66	38,19	0,688	0,686	0,72	37,78	0,139	0,151	1,37	36,40
22	16,25	19,81	0,65	38,11	0,695	0,689	0,71	38,05	0,154	0,156	1,37	36,42
23	23,69	20,97	0,65	38,03	0,691	0,689	0,71	38,16	0,187	0,157	1,35	36,43
24	19,96	20,67	0,66	38,13	0,689	0,689	0,73	37,92	0,137	0,145	1,36	36,32
25	24,57	21,84	0,65	38,11	0,701	0,693	0,71	37,90	0,153	0,148	1,36	36,41
26	19,71	21,20	0,65	38,10	0,682	0,689	0,61	38,12	0,096	0,145	1,35	36,44
27	17,97	20,23	0,66	38,04	0,693	0,690	0,62	37,93	0,144	0,167	1,36	36,55
28	18,35	19,67	0,66	38,17	0,697	0,693	0,62	38,14	0,199	0,176	1,36	36,40

29	18,33	19,27	0,66	38,34	0,683	0,690	0,63	37,26	0,167	0,166	1,36	36,33
30	26,76	21,52	0,67	38,29	0,689	0,689	0,66	32,25	0,154	0,166	1,36	36,38
31	27,85	23,42	1,15	38,08	0,717	0,698	0,61	37,99	0,193	0,171	1,36	36,10
32	26,67	24,39	1,35	37,81	0,685	0,694	0,63	37,94	0,174	0,161	1,37	36,07
33	36,48	28,02	1,34	37,90	0,707	0,698	0,62	38,11	0,134	0,156	1,36	36,36
34	33,07	29,53	1,34	38,10	0,686	0,694	0,62	37,71	0,165	0,166	1,36	36,54
35	30,45	29,81	1,34	37,98	0,693	0,694	0,61	37,95	0,172	0,166	1,36	36,31
36	23,13	27,81	1,34	37,65	0,676	0,689	0,61	37,94	0,213	0,164	1,35	36,40
37	24,09	26,69	1,34	38,09	0,670	0,683	0,61	38,03	0,157	0,143	1,36	36,57
38	24,49	26,03	1,33	37,53	0,684	0,683	0,61	38,18	0,117	0,136	1,35	36,50
39	31,20	27,58	1,33	38,08	0,713	0,692	0,61	38,12	0,137	0,145	1,36	36,40
40	30,30	28,40	1,39	37,79	0,692	0,692	0,64	37,92	0,188	0,148	1,36	36,37
41	24,09	27,10	1,40	38,08	0,669	0,685	0,64	37,54	0,134	0,131	1,36	36,57
42	34,78	29,41	1,38	37,79	0,680	0,684	0,61	38,06	0,050	0,130	1,36	36,31
43	24,26	27,86	1,38	38,09	0,679	0,682	0,61	37,88	0,047	0,164	1,36	36,32
44	21,09	25,83	1,38	37,90	0,674	0,680	0,62	38,16	0,272	0,215	1,37	36,41
45	25,24	25,65	1,40	37,75	0,683	0,681	0,65	38,10	0,245	0,190	1,36	36,01
46	21,99	24,55	1,37	38,08	0,677	0,679	0,60	38,26	0,089	0,166	1,36	37,00
47	22,94	24,07	1,37	38,17	0,685	0,681	0,61	38,17	0,156	0,200	1,36	37,17
48	23,08	23,77	1,36	38,12	0,682	0,681	1,38	37,71	0,207	0,219	1,35	37,06
49	22,21	23,30	1,42	37,94	0,694	0,685	1,60	18,96	0,195	0,223	1,36	37,11
50	27,01	24,42	1,38	37,53	0,694	0,688	1,47	37,56	0,202	0,236	1,36	37,43
51	25,43	24,72	1,36	37,80	0,696	0,690	1,40	36,97	0,231	0,250	1,36	37,56
52	26,11	25,14	1,37	38,13	0,685	0,688	1,44	33,90	0,261	0,258	1,35	37,32
53	25,18	25,15	1,37	38,02	0,709	0,695	1,45	33,27	0,248	0,257	1,35	37,85
54	20,59	23,78	1,37	37,95	0,677	0,689	1,41	37,32	0,286	0,261	1,35	37,59
55	21,41	23,07	1,36	37,92	0,703	0,693	1,38	37,64	0,274	0,251	1,37	37,31
56	31,75	25,68	1,36	38,10	0,709	0,698	1,38	37,45	0,259	0,241	1,37	37,45
57	18,54	23,54	1,35	38,03	0,688	0,695	0,79	37,44	0,266	0,233	1,37	37,64
58	19,21	22,24	1,35	38,15	0,689	0,693	0,79	37,45	0,222	0,219	1,39	37,49
59	20,26	21,65	1,35	37,37	0,689	0,692	0,80	37,77	0,247	0,218	1,38	37,75
60	27,99	23,55	1,34	38,12	0,697	0,693	0,78	37,76	0,220	0,205	1,38	37,48

61	18,35	21,99	1,34	37,31	0,694	0,694	0,78	37,63	0,153	0,198	1,38	37,83
62	29,63	24,28	1,34	38,22	0,704	0,697	0,78	37,66	0,216	0,218	1,38	37,47
63	37,03	28,11	1,34	38,01	0,694	0,696	0,78	38,01	0,220	0,218	1,39	37,55
64	27,43	27,91	1,34	37,92	0,707	0,699	0,78	37,86	0,215	0,218	1,36	37,60
65	21,22	25,90	1,34	37,66	0,703	0,701	0,78	37,87	0,207	0,219	1,36	37,74
66	20,42	24,26	1,37	37,94	0,704	0,701	0,79	37,41	0,220	0,224	1,35	37,72
67	24,66	24,38	1,37	37,62	0,706	0,703	0,78	37,71	0,204	0,226	1,37	37,57
68	30,93	26,34	1,37	38,12	0,720	0,708	0,78	37,38	0,249	0,236	1,41	37,51
69	25,92	26,22	1,36	37,96	0,706	0,708	0,78	37,74	0,238	0,230	1,35	37,80
70	24,64	25,75	1,37	37,82	0,725	0,713	0,78	37,66	0,227	0,226	1,34	37,79
71	31,96	27,61	1,37	37,67	0,704	0,710	0,79	37,62	0,241	0,226	1,34	37,69
72	21,03	25,64	1,37	37,95	0,705	0,709	0,78	37,91	0,211	0,219	1,37	37,76
73	19,50	23,80	1,38	38,03	0,705	0,708	0,81	37,77	0,257	0,222	1,36	37,67
74	32,52	26,41	1,37	37,95	0,763	0,724	0,78	37,82	0,229	0,208	1,36	37,67
75	37,20	29,65	1,36	37,71	0,725	0,724	0,46	37,91	0,180	0,199	1,36	37,50
76	24,64	28,15	1,36	38,14	0,704	0,718	0,47	37,79	0,215	0,207	1,38	37,38
77	36,50	30,65	1,36	38,15	0,692	0,710	0,46	37,65	0,178	0,204	1,37	37,39
78	21,79	27,99	1,36	37,87	0,687	0,703	0,46	37,82	0,195	0,214	1,35	37,38
79	24,28	26,88	1,35	37,81	0,719	0,708	0,46	37,86	0,236	0,223	1,35	37,54
80	27,64	27,11	1,36	38,08	0,684	0,701	0,46	37,90	0,228	0,217	1,36	37,37
81	20,23	25,04	1,35	37,93	0,683	0,696	0,46	38,00	0,242	0,212	1,16	37,36
82	24,01	24,73	1,36	37,92	0,684	0,692	0,46	37,64	0,188	0,200	0,46	37,51
83	23,04	24,23	1,36	37,95	0,700	0,695	0,46	37,85	0,190	0,204	0,47	37,91
84	22,75	23,78	1,35	37,73	0,709	0,699	0,87	37,84	0,165	0,210	0,47	37,54
85	22,94	23,53	1,36	37,91	0,680	0,693	0,90	37,87	0,194	0,230	0,47	37,39
86	28,24	24,94	1,35	37,59	0,675	0,688	0,88	37,96	0,211	0,245	0,47	37,66
87	29,84	26,41	1,35	38,15	0,699	0,691	0,88	37,90	0,196	0,259	0,48	37,36
88	53,59	34,56	1,35	37,78	0,681	0,688	0,89	37,48	0,298	0,286	0,47	37,42
89	29,77	33,13	1,35	37,42	0,686	0,687	0,87	37,85	0,299	0,281	0,47	37,70
90	25,56	30,86	1,35	38,07	0,713	0,695	0,88	37,89	0,308	0,273	0,47	37,74
91	23,90	28,77	1,34	37,98	0,716	0,701	0,87	37,91	0,273	0,259	0,44	37,55
92	27,84	28,49	1,35	37,74	0,686	0,697	0,89	37,88	0,217	0,252	0,44	37,53

93	29,29	28,73	1,38	37,95	0,713	0,702	0,78	37,79	0,262	0,268	0,44	37,54
94	30,97	29,40	1,37	38,07	0,676	0,694	0,78	38,08	0,237	0,270	0,44	37,71
95	27,91	28,95	1,39	37,67	0,690	0,693	0,80	37,70	0,315	0,285	0,44	37,55
96	33,53	30,33	1,39	37,86	0,687	0,691	0,81	37,15	0,288	0,272	0,44	37,42
97	23,11	28,16	1,38	38,07	0,690	0,691	0,78	37,78	0,260	0,265	0,44	37,49
98	29,84	28,67	1,37	37,78	0,691	0,691	0,78	37,94	0,212	0,267	0,44	37,82
99	26,76	28,10	1,38	38,07	0,691	0,691	0,79	37,74	0,283	0,290	0,44	37,46
100	19,69	25,57	1,39	38,09	0,688	0,690	0,81	37,74	0,302	0,293	0,45	37,38
101	-	-	-	-	-	-	-	-	0,284	0,289	0,44	37,50
102	-	-	-	-	-	-	-	-	0,257	0,291	0,44	37,82
103	-	-	-	-	-	-	-	-	0,300	0,306	0,44	37,36
104	-	-	-	-	-	-	-	-	0,331	0,309	0,44	37,43
105	-	-	-	-	-	-	-	-	0,326	0,299	0,44	37,55
106	-	-	-	-	-	-	-	-	0,250	0,288	0,44	37,45
107	-	-	-	-	-	-	-	-	0,323	0,304	0,44	37,47
108	-	-	-	-	-	-	-	-	0,311	0,296	0,44	37,59
109	-	-	-	-	-	-	-	-	0,295	0,290	0,44	37,45
110	-	-	-	-	-	-	-	-	0,266	0,288	0,44	37,81
111	-	-	-	-	-	-	-	-	0,321	0,297	0,44	37,59
112	-	-	-	-	-	-	-	-	0,306	0,287	0,44	37,46
113	-	-	-	-	-	-	-	-	0,242	0,280	0,44	37,43
114	-	-	-	-	-	-	-	-	0,329	0,296	0,44	37,48
115	-	-	-	-	-	-	-	-	0,326	0,282	0,44	37,43
116	-	-	-	-	-	-	-	-	0,263	0,263	0,44	37,55

10.2 Anexo F: Sensores de medición de altura de espuma



Figura 10.9 Sensor laser de altura de espuma SICK

Fuente: SICK, 2024

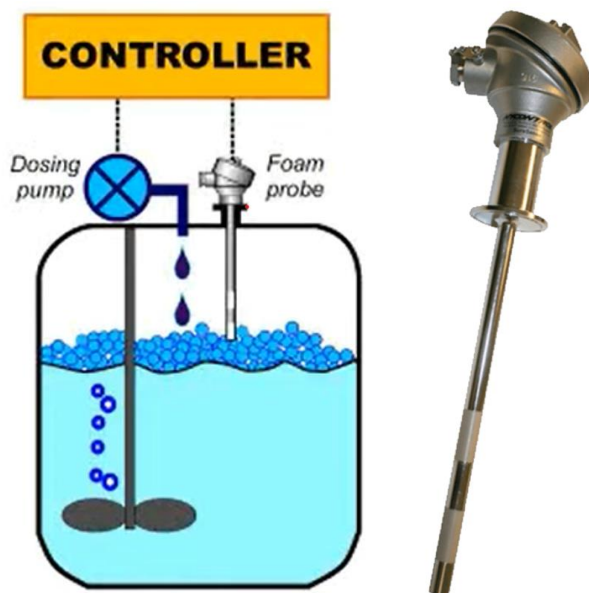


Figura 10.10 Sonda de altura de espuma Anisol

Fuente: Anisol, 2024

10.3 Anexo G: Rutina de procesamiento de imágenes en *Matlab*

%SISTEMA DE PREPROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE IMÁGENES

```
clear all
close all
clc
commandwindow

% Se definen los 3 objetos video input asociados a las cámaras
video1 = videoinput('winvideo',1);
video2 = videoinput('winvideo',2);
video3 = videoinput('winvideo',3);

% Se crea cliente de servidor OPC
canal = opcdca('ODIN','OI.GATEWAY.3');

% Se conecta el cliente con el servidor OPC
connect(canal);

% Se crea grupo de datos para escribir sus valores
grp = addgroup(canal,'OI.GATEWAY.3');

% Se asocian variables desde Intouch
excentricidadCelda1 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.EX101');
excentricidadCelda2 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.EX102');
excentricidadCelda3 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.EX103');

percentilareaCelda1 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.AB101');
percentilareaCelda2 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.AB102');
percentilareaCelda3 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.AB103');

densidadCelda1 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.DB101');
densidadCelda2 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.DB102');
densidadCelda3 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.DB103');

flujogasCelda1 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.FI401');
flujogasCelda2 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.FI402');
flujogasCelda3 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.FI403');

alturaCelda1 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.LI401');
alturaCelda2 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.LI402');
alturaCelda3 = additem(grp,'OPCUA.FCI/ns=2/s=PLCs_GE.PLC1.Rougher.LI403');
```

```
% Se inicia ciclo infinito, pulsar Control + C en el command window para detener
% Mensaje en pantalla
disp('Se inicia calculo de velocidad y de atributos de espuma');
```

```
i = 1;
t = 0;
d = [];
f = [];
```

```
alfa = 0.3;
```

```
while 1
```

```
    %Lectura de variables
    read(alturaCelda1,'device');
    nivelCelda1 = double(alturaCelda1.Value);
    read(alturaCelda2,'device');
    nivelCelda2 = double(alturaCelda2.Value);
    read(alturaCelda3,'device');
    nivelCelda3 = double(alturaCelda3.Value);
    read(flujogasCelda1,'device');
    gasCelda1 = double(flujogasCelda1.Value);
    read(flujogasCelda2,'device');
    gasCelda2 = double(flujogasCelda2.Value);
    read(flujogasCelda3,'device');
    gasCelda3 = double(flujogasCelda3.Value);
```

```
    d(i,1) = t; % Instante en que fue registrado el dato
    f(i,1) = t; % Instante en que fue registrado el dato filtrado
```

```
    for k = 1:3 % Contador para cada cámara en cada celda
```

```
        if k == 1
```

```
            I = getsnapshot(video1); % Obtención de captura de imagen
            x = 34.5; % Ancho de imagen[mm]
            y = 47; % Largo de imagen[mm]
            w = 0;
```

```
        elseif k == 2
```

```
            I = getsnapshot(video2);
            x = 44.5;
            y = 61;
            w = 4;
```

```
        elseif k == 3
```

```
            I = getsnapshot(video3);
            x = 48.5;
            y = 65;
            w = 8;
```

```
    end
```

```

conversion = y/340; % Relación para conversión de pixel a [mm]

% Preprocesamiento de la imagen

% Obtención de imagen en escala de grises, corrección de iluminación y ajuste de contraste
x0 = imadjust(imtophat(imcomplement(rgb2gray(I)), strel('disk',7)));

x1 = imbinarize(x0, 'adaptive', 'sensitivity', 0.6); % Binarización y definición de bordes
x2 = imclose(x1, strel('disk', 1)); % Suavizado y unión de bordes
x3 = bwmorph(x2, 'shrink', Inf); % Reducción de bordes a líneas

% Remoción de puntos residuales (generados por círculos incompletos o ruido en la imagen)
x4 = bwmorph(x3, 'clean');

x5 = imfill(x4, [1 1]); % Rellenado de zonas vacías
x6 = imcomplement(x5); % Obtención de imagen complementaria
x7 = bwlabel(x6, 4); % Etiquetado de elementos en imagen binaria

% Procesamiento de la imagen
propiedades = regionprops(x7,'all'); % Obtención de propiedades
area = conversion*[propiedades.Area]; % Obtención de área de burbujas
a_80 = prctile(area,80); % Obtención de percentil 80 de área de burbuja
n = numel(area); % Obtención de número de burbujas
excentricidad = [propiedades.Eccentricity]; % Obtención de excentricidades de burbujas
e_80 = prctile(excentricidad,80); % Obtención de percentil 80 de excentricidad de burbuja
db = n/(x*y); % Obtención de densidad de burbuja

% Registro de datos
d(i,k+w+1) = a_80;
d(i,k+w+2) = e_80;
d(i,k+w+3) = db;

% Filtrado de datos
if i <= 3
    f(i,k+w+1) = a_80;
    f(i,k+w+2) = e_80;
    f(i,k+w+3) = db;
else i > 3
    f(i,k+w+1) = a_80*alfa + (1-alfa)*f(i-1,k+w+1); % Obtención de percentil 80 de área de burbuja filtrada
    f(i,k+w+2) = e_80*alfa + (1-alfa)*f(i-1,k+w+2); % Obtención de percentil 80 de excentricidad filtrada
    f(i,k+w+3) = db*alfa + (1-alfa)*f(i-1,k+w+3); % Obtención de densidad de burbuja filtrada
end

```

```

% Transformación de datos en dimensiones físicas a bit
ar = round(f(i,k+w+1)*32767/500);
ex = round(f(i,k+w+2)*32767/1);
dbb = round(f(i,k+w+3)*32767/1);

if k == 1
    % Escritura de los datos en formato bit en variables definidas inicialmente
    write(percentilareaCelda1,ar);
    write(excentricidadCelda1,ex);
    write(densidadCelda1,dbb);

    % Registro de valores de Jg y N
    d(i,k+w+4) = gasCelda1*1.72/32767;
    d(i,k+w+5) = nivelCelda1*0.00061 + 20.34;

elseif k == 2
    write(percentilareaCelda2,ar);
    write(excentricidadCelda2,ex);
    write(densidadCelda2,dbb);
    d(i,k+w+4) = gasCelda2*1.72/32767;
    d(i,k+w+5) = nivelCelda2*0.00064 + 22.9;

elseif k == 3
    write(percentilareaCelda3,ar);
    write(excentricidadCelda3,ex);
    write(densidadCelda3,dbb);
    d(i,k+w+4) = gasCelda3*1.72/32767;
    d(i,k+w+5) = nivelCelda3*0.00062 + 20.6;
end
k = k + 1;
end

pause(10);
i = i + 1;
t = t + 10;

end

```

10.4 Anexo H: Sintonización de lazos de control

En la Sección 4.2.2, se señaló que el tipo de controladores empleados en este estudio corresponden a controladores PI (Proporcional – Integral). La sintonización de los lazos de control de velocidad superficial de gas y del nivel de pulpa para las celdas disponibles en el circuito fueron realizados en base a los resultados presentados por Cortés (2016). En su estudio, se emplea el circuito descrito en la Sección 4.1, sumado a una columna de flotación para simular un circuito RCS.

Para el control de la altura de espuma, obtenido como la altura máxima de la celda menos la altura de nivel de pulpa presente, Cortés (2016) aplicó el método de sintonía de Cohen-Coon a partir del análisis de la curva de reacción de la altura de espuma. Esta curva fue obtenida al modificar la variable recurso (válvula de descarga) y registrar la respuesta de la variable a controlar (altura de espuma) para obtener los parámetros característicos del sistema: ganancia (K), tiempo de respuesta (τ) y tiempo de retardo (t_d). Luego, fueron determinados los parámetros proporcional (K_p) e integral (T_i) de sintonización del controlador PI, los que fueron ajustados de manera iterativa para las todas las celdas. Los resultados se presentan en la Tabla 10.9.

Tabla 10.9 Parámetros de sintonía del controlador PI para el control de altura de espuma en las celdas. (Cortés, 2016)

	Parámetro	Celda 1	Celda 2	Celda 3
Resultados preliminares	K_p	5,8	-	-
	T_i	0,5	-	-
Resultados finales	K_p	5,0	3,0	2,5
	T_i	0,02	0,004	0,002

Los valores informados en la Tabla 10.9 fueron ajustados y empleados para este estudio. Estos se presentan en la Tabla 10.10.

Tabla 10.10 Parámetros de sintonía del controlador PI empleados para el control de nivel de pulpa.

Parámetro	Celda 1	Celda 2	Celda 3
K_p	5,0	3,0	5,0
T_i	0,01	0,05	0,005

En cuanto al lazo de control de la velocidad superficial de gas, Cortés (2016) empleó el método de oscilación crítica de Ziegler-Nichols. Este método se ejecuta en lazo cerrado, aumentando la ganancia proporcional del lazo y manteniendo los parámetros integral y derivativos en cero, obteniéndose la curva de oscilación crítica y determinándose el período de oscilación (P_c) y la ganancia crítica (K_c). En este caso, el control de velocidad superficial de gas alcanzó una oscilación crítica, mediante la manipulación de la válvula de control de aire, para un K_c de 0,3 y P_c de 4 [s]. Los parámetros de sintonización obtenidos se presentan en la Tabla 10.11.

Tabla 10.11 Parámetros de sintonía del controlador PI empleados para el control de la velocidad superficial de gas. (Cortés, 2016)

	Parámetro	Celda 1	Celda 2	Celda 3
Resultados preliminares	K_p	0,14	-	-
	T_i	0,056	-	-
Resultados finales	K_p	0,1	0,1	0,3
	T_i	0,01	0,015	0,01

Los valores informados en la Tabla 10.11 fueron ajustados y empleados para este estudio. Los resultados se presentan en la Tabla 10.12.

Tabla 10.12 Parámetros de sintonía empleados para el control de la velocidad superficial de gas.

Parámetro	Celda 1	Celda 2	Celda 3
K_p	0,1	0,15	0,15
T_i	0,01	0,01	0,005

